

ОСОБЕННОСТИ РАСЧЕТА ВЕЛИЧИНЫ ФАКТОРА ОБНОВЛЕНИЯ ПОВЕРХНОСТИ ПУЗЫРЬКОВ ВОЗДУХА

С. Ю. Андреев¹, Л. В. Белова²

¹ Пензенский государственный университет архитектуры и строительства, Пенза, Россия

² Тюменский индустриальный университет, Тюмень, Россия

PECULIARITIES OF CALCULATING THE VALUE OF THE AIR BUBBLE SURFACE RENEWAL COEFFICIENT

Sergey Yu. Andreev¹, Larisa V. Belova²

¹ Penza State University of Architecture and Construction, Penza, Russia

² Industrial University of Tyumen, Tyumen, Russia

Аннотация. Ресурсоемкость биологической очистки сточных вод снижается при повышении энергоэффективности применяемых в аэротенке систем пневматической аэрации. Модернизация процесса аэрации возможна при разработке адекватной математической модели, описывающей процесс массопередачи кислорода из пузырька воздуха в воду, необходимого для биологического окисления загрязнений сточных вод. Анализ существующих теоретических моделей, описывающих процесс массопередачи кислорода воздуха в воду, а именно – двухпленочной теории Льюиса – Уитмена, теории пенетрации Хигби, теории обновления деформированной поверхности пузырька П. В. Данквертса, – показал особенности их применения для газожидкостных систем. Большое значение для описания процессов массопередачи кислорода воздуха в воду при использовании пневматической системы аэрации в аэротенках имеет фактор обновления деформированной поверхности пузырьков воздуха. В турбулентном потоке при непрерывном обнов-

Abstract. The resource intensity of biological wastewater treatment is reduced by increasing the energy efficiency of the pneumatic aeration systems used in the aeration tank. Modernisation of the aeration process is possible with the development of an adequate mathematical model describing the process of mass transfer from air bubble to water the oxygen required for biological oxidation of wastewater pollutants. The analysis of the Lewis-Whitman two-film theory, Higbee's penetration theory, and P. W. Dankwerts' theory of deformed bubble surface renewal describing the process of mass transfer of air oxygen into water showed the peculiarities of their application to gas-liquid systems. The factor of renewal of deformed surface of air bubbles is of great importance for describing the processes of mass transfer of air oxygen to water when using pneumatic aeration system in aeration tanks. In turbulent flow at continuous renewal of interfacial surface created by air bubbles, there is intensification of mass transfer process due to turbulent diffusion, which is reflected in

лении межфазной поверхности, создаваемой пузырьками воздуха, происходит интенсификация процесса массопередачи за счет турбулентной диффузии, что отражается в расчетных математических зависимостях. Использование математических зависимостей, определяющих скорость массопередачи кислорода воздуха в воду через деформируемую поверхность пузырьков, формирующихся в аэрационном объеме аэротенка, позволит учесть изменение их формы, что повысит точность определения значений технологических характеристик систем пневматической аэрации.

Ключевые слова: массопередача кислорода, режим всплывания, коэффициент формы, коэффициент дисперсности, фактор обновления поверхности

calculated mathematical dependences. The use of mathematical dependences determining the rate of mass transfer of air oxygen to water through the deformable surface of bubbles formed in the aeration volume of the aeration tank will make it possible to take into account the change in their shape. This will increase the accuracy of determining the values of technological characteristics of pneumatic aeration systems.

Key words: oxygen mass transfer, surfacing mode, shape factor, dispersibility factor, surface renewal factor

Для цитирования: Андреев, С. Ю. Особенности расчета величины фактора обновления поверхности пузырьков воздуха / С. Ю. Андреев, Л. В. Белова. – DOI 10.31660/2782-232X-2023-4-55-63. – Текст : непосредственный // Архитектура, строительство, транспорт. – 2023. – № 4 (106). – С. 55–63.

For citation: Andreev, S. Yu., & Belova, L. V. (2023). Peculiarities of calculating the value of the air bubble surface renewal coefficient. Architecture, Construction, Transport, (4(106)), pp. 55-63. (In Russian). DOI 10.31660/2782-232X-2023-4-55-63.

Введение

Наиболее энергоемким элементом канализационных очистных станций, принимающих сточные воды, отводимые с территорий населенных пунктов, являются аэротенки, представляющие собой проточные емкостные сооружения, оборудованные системой аэрации. В связи с тем, что энергоэффективность применяемой системы аэрации в значительной степени (до 60–80 %) определяет ресурсоемкость биологической очистки сточных вод в аэротенках, актуальность задачи оптимизации процессов аэрации наряду с модернизацией конструктивных решений не вызывает сомнения. Эту задачу поможет решить математическая модель, адекватно описывающая процесс массопередачи кислорода воздуха в иловую смесь.

Разработать надежную методику расчета аэрационной системы аэротенка, способствующую

оптимизации аэрационных процессов и при этом обеспечивающую гарантированный диапазон качественных характеристик очищенных сточных вод, возможно лишь путем математического моделирования технологических процессов. Для адекватного описания различных технологических процессов, как правило, используются три основные группы математических моделей.

Эмпирические математические модели дают возможность изучать свойства объекта, измеряя его входные и выходные экспериментальные данные с последующей их обработкой математическими методами. Однако полученные аппроксимированные зависимости можно использовать только в ограниченных пределах значений технологических параметров.

Полуэмпирические математические модели создаются при помощи метода обобщения подобных процессов (методов теории подо-

бия), которые позволяют вывести безразмерные критериальные комплексы. Полуэмпирические математические модели отличаются большей универсальностью, чем эмпирические математические модели.

Теоретические (детерминированные) математические модели создаются на основе фундаментальных закономерностей изучаемых процессов. Математические модели детерминированного типа характеризуются не только большей универсальностью и адекватностью в описании обширного диапазона изменяющихся параметров исследуемого объекта, но и возможностью прогнозирования.

Объектом данного исследования являются существующие теоретические модели описания процесса массопереноса кислорода воздуха из всплывающего в чистой воде пузырька. Предмет исследования – детерминированная математическая модель, адекватно описывающая многокомпонентный процесс массопередачи кислорода воздуха в воду в режиме турбулентности.

При обзоре использованы первоисточники разработчиков теоретических моделей массопереноса, а также современные зарубежные и отечественные научные публикации. В процессе моделирования применялись такие методы общенаучного исследования, как анализ, обобщение и синтез. Всесторонний анализ классических и современных теоретических моделей процессов молекулярной и турбулентной диффузии позволил выявить новый аспект массопередачи кислорода в водовоздушной системе при аэрации в аэротенке.

Результаты

Впервые теоретическое описание процесса диффузии было предложено А. Фиком [1]. Основываясь на предположении об аналогичности физических процессов диффузии и теплопередачи, Фик модифицировал уравнение процесса теплопередачи, разработанное Фурье. Полученная закономерность позволяет установить скорость диффузионного переноса молекулярного кислорода через поверхность пузырька воздуха, всплывающего в чистой воде:

$$\frac{dM}{dt} = -DA \frac{dC}{dy}, \quad (1)$$

где $\frac{dM}{dt}$ – скорость процесса массопередачи кислорода воздуха из всплывающего в чистой воде пузырька, кг/с;

D – коэффициент молекулярной диффузии кислорода из пузырька воздуха, всплывающего в чистой воде, м²/с;

A – площадь контакта фаз воздух – вода, м²;

$\frac{dC}{dy}$ – градиент концентрации растворенного кислорода в нормальном направлении к поверхности диффузии, кг/м⁴.

Согласно уравнению (1), градиент концентрации кислорода $\frac{dC}{dy}$ в воде является движущей силой процесса массопереноса кислорода воздуха через границу раздела фаз воздух – вода.

Американские ученые А. Нойес и У. Уитни провели экспериментальные исследования по изучению закономерностей растворения твердого вещества в жидкости. Было установлено, что концентрация молекул в тонкой жидкостной пленке, образующейся на поверхности твердого вещества, равна концентрации насыщенного раствора C_n , кг/м³. В объеме жидкости, в связи с перемешиванием, была зафиксирована усредненная концентрация с определенным постоянным значением C , кг/м³.

В работе [2], отражавшей результат этих экспериментальных исследований, авторы предположили, что движущей силой процесса массопереноса молекул растворимого в жидкости твердого вещества является разность вышеуказанных концентраций C_n и C , кг/м³:

$$\Delta C = C_n - C. \quad (2)$$

В работах нобелевского лауреата В. Нернста [3] представления о теории диффузии получили дальнейшее развитие. Было доказано, что движущая сила процесса массопередачи – разность концентрации насыщенного раствора и концентрации раствора в конкретный период времени.

Опираясь на гипотезу о существовании на поверхности всплывающего в воде пузырька

ка тонкого, насыщенного кислородом воздуха слоя жидкости, В. Льюис и В. Уитмен в 1923–24 гг. разработали двухпленочную модель процесса массопередачи кислорода в воду. В [4] они представили формулу, описывающую процесс массопередачи кислорода воздуха в воду через поверхность всплывающего пузырька:

$$\frac{dM}{dt} = \frac{D_{cd}}{y} A(C_n - C), \quad (3)$$

где D_{cd} – коэффициент молекулярной диффузии (псевдостационарной диффузии) кислорода в воду, $\text{м}^2/\text{с}$;

y – суммарная толщина газовой и жидкостной пленки на поверхности пузырька воздуха, м ;

A – площадь контакта фаз воздух – вода в аэрационном объеме, м^2 ;

C_n и C – концентрация насыщения воды кислородом воздуха и средняя величина растворенного кислорода в аэрационном объеме соответственно, $\text{кг}/\text{м}^3$.

Представление о квазистационарном характере процесса массопередачи через границу раздела фаз, на котором базируется двухпленочная модель, в работе [5] было подвергнуто критике, однако многие исследователи считают тезис Льюиса – Уитмена о том, что концентрация вещества в пленке однозначно не зависит от времени до второй производной, вполне обоснованным [6].

В экспериментальных работах ученых [7, 8] показано значительное влияние гидродинамики на процессы массопередачи. В теории пенетрации (проникновения), разработанной Р. Хигби, было высказано предположение о нестационарном характере процесса молекулярной диффузии через поверхностный слой жидкости, обтекающей всплывающий пузырек воздуха. Асимптотическое решение общего уравнения нестационарной диффузии Фика предоставило Хигби возможность вывести уравнение, определяющее скорость массопередачи газа, проникающего в жидкость:

$$\frac{dM}{dt} = 2 \sqrt{\frac{D_{нд} V_n}{\pi d_n}} A(C_n - C), \quad (4)$$

где $D_{нд}$ – коэффициент нестационарной молекулярной диффузии, величина которого отличается от величины коэффициента стационарной молекулярной диффузии D_{cd} , $\text{м}^2/\text{с}$,

V_n – средняя скорость всплывания пузырька воздуха, $\text{м}/\text{с}$,

d_n – средняя величина диаметра пузырька воздуха, м .

Реальность движущихся поверхностных пленок на границе раздела фаз всплывающего пузырька была отвергнута П. В. Данквертсом, автором теории турбулентной диффузии [9]. Он обосновал гипотезу об обновлении поверхности такого пузырька новым объемом жидкости под воздействием турбулентных пульсаций скорости движущегося потока. Им впервые был введен в уравнение скорости массопередачи фактор обновления поверхности:

$$\frac{dM}{dt} = A \sqrt{D_{td} S} (C_n - C), \quad (5)$$

где D_{td} – коэффициент турбулентной диффузии, $\text{м}^2/\text{с}$, величина которого отличается от значений коэффициентов D_{cd} и $D_{нд}$, используемых в теориях Льюиса – Уитмена и Хигби;

S – фактор обновления поверхности всплывающего в турбулентном режиме пузырька воздуха, величина которого определяется как доля поверхности, обновляемой в единицу времени, с^{-1} .

Теория обновления поверхности Хигби – Данкверста получила дальнейшее развитие в трудах М. Х. Кишиневского, который внес большой вклад в теорию массообмена, расширил кинетические характеристики диффузионного процесса, ввел коэффициент конвективной диффузии [10].

На основе детального анализа представленных теорий Льюиса – Уитмена, Хигби и Данквертса авторами [11] было сделано заключение о возможности их использования для процессов массопередачи кислорода воздуха через межфазную поверхность движущихся в различных гидравлических режимах пузырьков воздуха.

Режим всплывания пузырька воздуха диаметром d_n , м , движущегося относительно слоя воды, значение кинематического коэффициента

вязкости которой имеет величину ν , $\text{м}^2/\text{с}$, со скоростью V_n , $\text{м}/\text{с}$, определяется значением критерия Рейнольдса:

$$Re = \frac{Vd}{\nu}. \quad (6)$$

Теория Льюиса – Уитмена описывает псевдостационарный режим молекулярной диффузии кислорода воздуха через неподвижный пограничный слой пузырька воздуха, имеющего строго сферическую форму и всплывающего в ламинарном режиме. Такой режим также называют стоковским, областью вязкого обтекания, областью ползущего течения. Ламинарный режим всплывания пузырька воздуха в отличие от всплывания твердой сферы сохраняется вплоть до значений критерия Рейнольдса $Re = 20$ [12, 13].

Теория Хигби рассматривает массопередачу посредством нестационарной молекулярной диффузии через движущийся пограничный слой на поверхности всплывающих сферических пузырьков воздуха в режимах со скользящим пристеночным слоем жидкости, наблюдаемом при значениях чисел Рейнольдса $20 < Re \leq 500$ [11].

Концепция Данквертса относительно процесса турбулентной диффузии кислорода воздуха включает положение о том, что воздействие турбулентных пульсаций набегающего потока жидкости приводит к стабильному обновлению поверхности пузырьков воздуха, приобретающих форму вогнутого эллипсоида или выпукловогнутой линзы.

Различают два вида турбулентного режима всплывания пузырьков воздуха:

1. Турбулентный режим всплывания пузырьков воздуха диаметром $1.4 \text{ мм} < d_n \leq 5 \text{ мм}$, всплывающих в воде при числах Рейнольдса $500 < Re < 1100$.
2. Турбулентный режим всплывания пузырьков воздуха диаметром $d_n > 5 \text{ мм}$, всплывающих в воде при числах Рейнольдса $Re > 1100$ в автомодельной области квадратичного закона сопротивления.

Получившие широкое распространение на сооружениях биологической очистки сточных вод мелкопузырчатые пневматические аэраторы позволяют формировать в аэрационном объеме

аэротенка деформированные пузырьки воздуха со средней величиной диаметра $d_n = 2 - 5 \text{ мм}$ [6, 14–17].

Для описания процесса работы этих аэраторов может быть использована теория обновления поверхности пузырьков П. В. Данквертса [18].

Ввиду сложности обработки данных натурных экспериментов, связанной с точностью измерений деформируемой поверхности всплывающих пузырьков воздуха в период аэрации, до сих пор отсутствует методика корректного расчета величины фактора обновления поверхности S , с^{-1} , для турбулентных режимов. На практике при описании процесса работы мелкопузырчатых аэрационных систем принимается допущение о том, что мелкопузырчатые аэраторы формируют в аэрационном объеме аэротенка пузырьки воздуха строго сферической формы со средним диаметром d_n , м , всплывающих со скоростью V_n , $\text{м}/\text{с}$. Значения скорости массопередачи кислорода воздуха для всплывающих пузырьков сферической конфигурации устанавливаются по формуле Хигби (4).

В работах Данквертса не рассматриваются значения величины S в качестве численных выражений. В исследовании моделирования аэрационных сооружений для очистки сточных вод, проведенном Л. Н. Брагинским, М. А. Евилевичем и др., был проанализирован фактор обновления поверхности всплывающего пузырька, сделано предположение о связи этого процесса с поверхностным натяжением на границе раздела фаз и осуществлена попытка определить значение фактора путем анализа баланса энергий [16].

Решить проблему определения величины фактора обновления поверхности деформированных пузырьков воздуха, всплывающих в турбулентных режимах, S , с^{-1} , помогает термодинамический подход, который определяет общие закономерности и направления протекания рассматриваемых процессов.

Степень интенсивности процесса обновления поверхности раздела фаз воздух – вода S , с^{-1} , устанавливается путем соотношения величины элементарной секундной работы (мощности) $N_{\Delta p}$, $\text{Дж}/\text{с}$, Вт , которая происходит под влиянием силы

избыточного давления воздуха внутри пузырька $F_{\Delta P}$, Н, и величины потенциальной энергии $E_{\Delta P}$, Дж, избыточного давления внутри пузырька воздуха ΔP , Па:

$$S = \frac{N_{\Delta P}}{E_{\Delta P}}. \quad (7)$$

Величина элементарной секундной работы определяется формулой:

$$N_{\Delta P} = \frac{F_{\Delta P} \Delta l}{\Delta T} = F_{\Delta P} V_n = \Delta P \omega_n V_n, \quad (8)$$

где $F_{\Delta P}$ – сила избыточного давления воздуха внутри всплывающего пузырька, Н;

Δl – элементарное расстояние, которое преодолевает пузырек, всплывающий со средней скоростью V_n , м/с, за элементарное время ΔT , с;

ΔP – избыточное давление воздуха внутри пузырька, Па;

ω_n – площадь поперечного сечения пузырька воздуха, м².

Определение значений величины потенциальной энергии избыточного давления воздуха внутри пузырька, Дж, определяется по формуле:

$$E_{\Delta P} = \Delta P W_n, \quad (9)$$

где W_n – объем пузырька воздуха, м³.

Соответственно, величина фактора обновления поверхности деформированных пузырьков воздуха, всплывающих в турбулентных режимах, устанавливается уравнением:

$$S = \frac{N_{\Delta P}}{E_{\Delta P}} = \frac{\Delta P \omega_n V_n}{\Delta P W_n} = \frac{\omega_n}{W_n} V_n. \quad (10)$$

Представленное уравнение (10), описывающее фактор обновления межфазной поверхности пузырьков воздуха, движущихся в турбулентных потоках, предлагается усовершенствовать, введя коэффициенты, учитывающие деформацию и изменение формы этих всплывающих пузырьков.

Для описания деформированных пузырьков воздуха вводятся геометрические характеристики, а именно – коэффициенты формы, дисперсности и дисперсного размера:

1. Коэффициент формы K_ϕ определяется как отношение площади внешней поверхности деформированного пузырька воздуха f_n , м², к максимальной площади его поперечного сечения ω_n , м²:

$$K_\phi = \frac{f_n}{\omega_n}. \quad (11)$$

2. Дисперсный размер воздушного пузыря δ_n , м, определяется как отношение объема пузырька W_n , м³, к площади его внешней поверхности, f_n , м²:

$$\delta_n = \frac{W_n}{f_n}. \quad (12)$$

3. Коэффициент степени дисперсности воздушного пузыря K_d определяется как отношение диаметра пузырька воздуха d_n , м, к его дисперсному размеру δ_n , м:

$$K_d = \frac{d_n}{\delta_n}. \quad (13)$$

Учитывая (11), (12) и (13), величину фактора обновления поверхности всплывающих деформированных пузырьков воздуха – формулу (10) – можно записать в виде:

$$S = \frac{\omega_n}{W_n} V_n = \frac{f_n}{K_\phi \delta_n f_n} V_n = \frac{K_d}{K_\phi} \frac{V_n}{d_n}. \quad (14)$$

Выведенная формула (14) позволяет формулу (5) записать следующим образом:

$$\frac{dM}{dt} = \sqrt{D_{TD} \frac{K_d}{K_\phi} \frac{V_n}{d_n}} A (C_n - C). \quad (15)$$

Предложенная формула (15) рекомендована для описания процесса массопередачи кислорода из воздушного пузырька в воду для турбулентных режимов движения воздуха. В отличие от формулы Хигби (4) она учитывает изменение их формы путем введения отношения коэффициентов $\frac{K_d}{K_\phi}$, что позволяет более корректно описывать процесс работы мелкопузырчатых пневматических аэраторов и может использоваться для технологических расчетов.

Выводы

Проведенный обзор классических теорий, описывающих процесс массопередачи кислорода воздуха в воду, – двухпленочной теории Льюиса – Уитмена, теории пенетрации Хигби, теории обновления деформированной поверхности пузырька П. В. Данквертса, – позволяет сделать некоторые выводы.

1. На основе результатов исследований было сделано предположение о том, что основные теории диффузии, предусматривающие использование коэффициентов стационарной диффузии $D_{сд}$, нестационарной диффузии $D_{нд}$, турбулентной диффузии $D_{тд}$, m^2/c , можно использовать для описания процессов массопередачи кислорода воздуха в воду из пузырьков, всплывающих в воде в ламинарном режиме, в режиме со скользящим пограничным слоем жидкости, в турбулентном режиме.
2. При расчете пневматических систем аэрации из-за отсутствия методики корректного расчета величины фактора обновления деформированной поверхности пузырьков воздуха, всплывающих в турбулентных режимах, впервые представленной в теории

П. В. Данквертса, используются положения теории пенетрации Хигби.

3. Для определения величины фактора обновления поверхности деформированных пузырьков воздуха, всплывающих в турбулентных режимах S, c^{-1} , предложено применять термодинамический подход. Степень интенсивности процесса обновления поверхности раздела фаз *воздух – вода* устанавливается соотношением величины элементарной секундной работы (мощности) $N_{\Delta P}$, Дж/с, Вт, совершаемой силой избыточного давления воздуха внутри пузырька $F_{\Delta P}$, Н, и величины потенциальной энергии $E_{\Delta P}$, Дж, избыточного давления внутри пузырька воздуха ΔP , Па.
4. С использованием метода анализа размерностей получено уравнение, описывающее процесс массопередачи кислорода воздуха в воду из пузырьков, всплывающих в турбулентных режимах, в котором, в отличие от формулы Хигби, учитывается эффект изменения формы деформированных пузырьков путем введения отношения коэффициента дисперсности K_d и коэффициента формы K_ϕ , что позволяет более корректно описывать процесс работы пневматических систем аэрации.

Библиографический список

1. Fick, A. On liquid diffusion / A. Fick. – London : Taylor & Francis, 1855. – 39 p. – Текст : непосредственный.
2. Noyes, A. A. The rate of solution of solid substances in their own solutions / A. A. Noyes, W. R. Whitney. – DOI 10.1021/ja02086a003. – Текст : непосредственный // Journal of the American Chemical Society. – 1897. – Vol. 19, No. 12. – P. 930–934.
3. Nernst, W. Theorie der Reaktionsgeschwindigkeit in heterogenen Systemen / W. Nernst. – DOI 10.1515/zpch-1904-4704. – Текст : непосредственный // Zeitschrift für Physikalische Chemie. – 1904. – Vol. 47U, No. 1. – P. 52–55.
4. Lewis, W. K. Principles of Gas Absorption / W. K. Lewis, W. G. Whitman. – DOI 10.1021/ie50180a002. – Текст : непосредственный // Industrial & Engineering Chemistry. – 1924. – Vol. 16, No. 12. – P. 1215–1220.
5. Higbie, R. The rate of absorption of a pure gas into a still liquid during short periods of exposure / R. Higbie. – Текст : непосредственный // AIChE Journal. – 1935. – Vol. 31. – P. 365–389.
6. Попкович, Г. С. Системы аэрации сточных вод / Г. С. Попкович, Б. Н. Репин. – Москва: Стройиздат, 1986. – 133 с. – Текст : непосредственный.
7. Pan, Yu. A new approach to estimating oxygen off-gas fraction and dynamic alpha factor in aeration systems using hybrid machine learning and mechanistic models / Yu. Pan, M. Dagnew. – DOI 10.1016/j.jwpe.2022.102924. – Текст : электронный // Journal of Water Process Engineering. – 2022. – No. 48, 102924. – URL: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S2214714422003683> (дата обращения: 23.10.2023).
8. Modelling oxygen transfer using dynamic alpha factors / L.-M. Jiang, M. Garrido-Baserba, D. Nolasco [et al.]. – DOI 10.1016/j.watres.2017.07.032. – Текст : электронный // Water Research. – 2017. – No. 124. – P. 139–148. – URL: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S004313541730605X> (дата обращения: 23.10.2023).

9. Danckwerts, P. V. Significance of liquid-film coefficients in gas absorption / P. V. Danckwerts. – Текст : непосредственный // *Industrial & Engineering Chemistry*. – 1951. – Vol. 43, No. 6. – P. 1460–1467.
10. Кишиневский, М. Х. Исследование тепло- и массообмена / М. Х. Кишиневский, Т. С. Корниенко. – Кишинев : Карта молдовеняскэ, 1967. – 16 с. – Текст : непосредственный.
11. Andreev, S. Y. Evaluating the patterns of air bubble rise in water-air mixtures used in natural and waste water treatment processes / S. Y. Andreev, I. A. Garkina, M. I. Yakhkind. – DOI 10.1088/1757-899X/687/6/066054. – Текст : электронный // *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering : International Conference on Construction, Architecture and Technosphere Safety*. – Chelyabinsk : Institute of Physics Publishing, 2019. – Vol. 687, 6. – P. 066054.
12. Deryagin, B. V. Kinetic theory of the flotation of small particles / B. V. Deryagin, S. S. Dukhin, N. N. Rulev. – DOI 10.1070/RC1982V051N01ABEH002791. – Текст : непосредственный // *Russian Chemical Reviews*. – 1982. – No. 51. – P. 92–118.
13. Okazaki, S. The velocity of ascending air bubbles in aqueous solution of a surface active substance and the life of the bubble on the same solution / S. Okazaki. – Текст : непосредственный // *Bulletin of the Chemical Society of Japan*. – 1964. – No. 37. – P. 144–150.
14. Мешенгиссер, Ю. М. Теоретическое обоснование и разработка новых полимерных аэраторов для биологической очистки сточных вод : специальность 05.23.04 «Водоснабжение, канализация, строительные системы охраны водных ресурсов» : автореферат диссертации на соискание доктора технических наук / Ю. М. Мешенгиссер. – Москва : НИИ ВОДГЕО, 2005. – 48 с. – Текст : непосредственный.
15. Худенко, Б. М. Аэраторы для очистки сточных вод / Б. М. Худенко, Е. А. Шпирт. – Москва : Стройиздат, 1973. – 112 с. – Текст : непосредственный.
16. Брагинский, Л. Н. Моделирование аэрационных сооружений для очистки сточных вод / Л. Н. Брагинский, М. А. Евилевич, В. И. Бегачев. – Ленинград : Химия, 1980. – 144 с. – Текст : непосредственный.
17. Караичев, И. Е. Совершенствование методов расчета аэрации водных объектов : специальность 05.23.16 «Гидравлика и инженерная гидрология» : автореферат диссертации на соискание ученой степени кандидата технических наук / И. Е. Караичев. – Москва, 2019. – 23 с.
18. Horvath, I. R. A surface renewal model for unsteady-state mass transfer using the generalized Danckwerts age distribution function / I. R. Horvath, S. G. Chatterjee. – DOI 10.1098/rsos.172423. – Текст : электронный // *The Royal Society Publishing*. – 2018. – No. 5. – URL: <https://royalsocietypublishing.org/doi/10.1098/rsos.172423> (дата обращения: 23.10.2023).

References

1. Fick, A. (1855). On Liquid Diffusion. London, Publ. Taylor & Francis, 39 p. (In English).
2. Noyes, A. A., & Whitney, W. R. (1897). The rate of solution of solid substances in their own solutions. *Journal of the American Chemical Society*, 19(12), pp. 930-934. (In English). DOI 10.1021/ja02086a003.
3. Nernst, W. (1904). Theory of reaction rates in heterogeneous systems [Theorie der Reaktionsgeschwindigkeit in heterogenen Systemen]. *Zeitschrift für Physikalische Chemie*, 47U(1), pp. 52-55. (In German). DOI 10.1515/zpch-1904-4704.
4. Lewis, W. K., & Whitman, W. G. (1924). Principles of Gas Absorption. *Industrial & Engineering Chemistry*, 16(12), 1215-1220. (In English). DOI 10.1021/ie50180a002.
5. Higbie, R. (1935). The Rate of Absorption of a Pure Gas into a Still Liquid during Short Periods of Exposure. *AIChE Journal*, 31, 365-389. (In English).
6. Popkovich, G. S., & Repin, B. N. (1986). *Sistemy aeratsii stochnykh vod*. Moscow, Stroyizdat Publ., 133 p. (In Russian).
7. Pan, Yu., & Dagnew, M. (2022). A new approach to estimating oxygen off-gas fraction and dynamic alpha factor in aeration systems using hybrid machine learning and mechanistic models. *Journal of Water Process Engineering*, 48:102924. (In English). DOI 10.1016/j.jwpe.2022.102924. Available at: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S2214714422003683> (accessed 23.10.2023).
8. Jiang, L.-M., Garrido-Baserba, M., Nolasco, D., Al-Omari, A., DeClippeleir, H., Murthy, S., & Rosso, D. (2017). Modelling oxygen transfer using dynamic alpha factors. *Water Research*, (124), pp. 139-148. (In English). DOI 10.1016/j.watres.2017.07.032. Available at: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S004313541730605X> (accessed 23.10.2023).
9. Danckwerts, P. V. (1951). Significance of liquid-film coefficients in gas absorption. *Industrial & Engineering Chemistry*, 43(6), pp. 1460-1467. (In English).

10. Kishinevskiy, M. Kh., & Kornienko, T. S. (1967). Issledovanie teplo- i massoobmena. Kishinev, Kartya moldovenyaske Publ., 16 p. (In Russian).
11. Andreev, S. Y., Garkina, I. A., & Yakhkind, M. I. (2019). Evaluating the patterns of air bubble rise in water-air mixtures used in natural and waste water treatment processes. IOP Conference Series: Materials Science and Engineering: International Conference on Construction, Architecture and Technosphere Safety. Chelyabinsk, Institute of Physics Publ., 687(6), P. 066054. (In English). DOI 10.1088/1757-899X/687/6/066054.
12. Deryagin, B. V., Dukhin, S. S., & Rulev, N. N. (1982). Kinetic theory of the flotation of small particles. Russian Chemical Reviews, (51), pp. 92-118. (In English). DOI 10.1070/RC1982V051N01ABEH002791.
13. Okazaki, S. (1964). The velocity of ascending air bubbles in aqueous solution of a surface active substance and the life of the bubble on the same solution. Bulletin of the Chemical Society of Japan, (37), pp. 144-150. (In English).
14. Meshengisser, Yu. M. (2005). Teoreticheskoe obosnovanie i razrabotka novykh polimernykh aeratorov dlya biologicheskoy ochistki stochnykh vod. Avtoref. diss. ... dokt. tekhn. nauk. Moscow, NII VODGEO, 48 p. (In Russian).
15. Khudenko, B. M., & Shpirt, E. A. (1973). Aeratory dlya ochistki stochnykh vod. Moscow, Stroyizdat Publ., 112 p. (In Russian).
16. Braginskiy, L. N., Evilevich, M. A., & Begachev, V. I. (1980). Modelirovanie aeratsionnykh sooruzheniy dlya ochistki stochnykh vod. Leningrad, Khimiya Publ., 144 p. (In Russian).
17. Karaichev, I. E. (2019). Sovershenstvovanie metodov rascheta aeratsii vodnykh ob"ektov. Avtoref. diss. ... kand. tekhn. nauk. Moscow, 23 p. (In Russian).
18. Horvath, I. R., & Chatterjee, S. G. (2018). A surface renewal model for unsteady-state mass transfer using the generalized Danckwerts age distribution function. The Royal Society Publishing, (5). (In English). DOI 10.1098/rsos.172423. Available at: <https://royalsocietypublishing.org/doi/10.1098/rsos.172423> (accessed 23.10.2023).

Сведения об авторах

Андреев Сергей Юрьевич, д-р техн. наук, профессор, профессор кафедры водоснабжения, водоотведения и гидротехники, Пензенский государственный университет архитектуры и строительства, e-mail: andreev3007@rambler.ru

Белова Лариса Владимировна, канд. техн. наук, доцент, доцент кафедры инженерных систем и сооружений, заведующая кафедрой начертательной геометрии и графики, Тюменский индустриальный университет, e-mail: belovalv@tyuiu.ru

Information about the authors

Sergey Yu. Andreev, D. Sc. in Engineering, Professor, Professor at the Department of Water Supply, Water Dump and Hydraulic Engineering, Penza State University of Architecture and Construction, e-mail: andreev3007@rambler.ru

Larisa V. Belova, Cand. Sc. In Engineering, Associate Professor, Associate Professor at the Department of Engineering Systems and Structures, Head of the Department of Descriptive Geometry and Graphics, Industrial University of Tyumen, e-mail: belovalv@tyuiu.ru

*Получена 12 ноября 2023 г., одобрена 08 декабря 2023 г., принята к публикации 15 декабря 2023 г.
Received 12 November 2023, Approved 08 December 2023, Accepted for publication 15 December 2023*