



## Краткое сообщение / Short message

УДК 552.086

DOI: 10.19110/geom.2025.2.6

**Оценка объемного содержания фаз по случайным сечениям****А. В. Журавлев**Институт геологии ФИЦ Коми НЦ УрО РАН, Сыктывкар, Россия  
*micropalaeontology@gmail.com*

В данной работе приведена экспериментальная оценка применимости стереологического принципа (равенство площадных и объемных соотношений) для невысоких содержаний изучаемой фазы и различных текстурно-структурных параметров. Этот принцип хорошо работает для равномерно распределенных в объеме эллипсоидальных частиц. В других случаях к средним значениям соотношений фаз, определенных по шлифам или аншлифам, необходимо применять поправочный коэффициент, зависящий от структурно-текстурных характеристик.

Ключевые слова: *стереологический принцип, соотношение фаз, шлифы, аншлифы, трехмерное моделирование*

**Estimation of volumetric content of phases from random cross sections****A. V. Zhuravlev**

Institute of Geology FRC Komi SC UB RAS, Syktyvkar, Russia

In this paper we present an experimental evaluation of the applicability of the stereological principle (equality of area and volume ratios) for low contents of the studied phase and various textural and structural parameters. This principle works well for uniformly distributed ellipsoidal particles. In other cases, it is necessary to apply a correction factor to the average values of the phase ratios determined from sections. This factor depends on textural and structural characteristics.

Keywords: *stereological principle, phase ratio, thin sections, polished sections, three-dimensional modelling*

**Введение**

Проблема стереологической реконструкции заключается в определении объемных характеристик объектов по их сечениям (Салтыков, 1976; Чернявский, 1977). Применительно к шлифам и аншлифам горных пород это оценка объемного содержания фазы породы по доле площади, занимаемой ей в сечении, а также определение размера частиц по размеру их сечений (Chayes, 1956). Подобные задачи возникают при любом микроскопическом изучении горных пород, а точность их решения существенно влияет на дальнейшие интерпретации. Проблема стереологической реконструкции и ее разнообразные решения известны с середины XIX века (Delesse, 1848). Объемные соотношения фаз предлагалось аппроксимировать соотношениями в сечениях площадей (или вероятностей попадания случайных точек в ту или иную область) или линейных размеров (Delesse, 1848; Rosiwal, 1898; Wicksel, 1926; Глаголев, 1941). Подробный исторический обзор данного вопроса приведен в работе Ю. Л. Войтеховского (2018).

Данная работа посвящена решению первой задачи — определению объемного содержания фазы породы по доле площади, занимаемой им в шлифе или аншлифе.

Отсутствие строгого аналитического решения для неравномерно распределенных частиц неизвестной (случайной) формы и размера по одному случайному

сечению очевидна (Chayes, 1956; Бакунов, Беляков, 1992). Один из экстремальных случаев — пластинчатые частицы, лежащие в одной плоскости, могут занимать 100 % площади в сечении, проходящем в ней, и 0 % в сечении, не пересекающем ее. Даже при равномерном распределении частиц известной формы строгое аналитическое решение по одному случайному сечению невозможно. При наличии данных по многим случайнym сечениям аналитическими методами можно получить смещенную оценку объемных соотношений частиц (Усманов, 1977), а в случае эллипсоидальных частиц — оценить не только объемные соотношения, но и распределение их по размеру (Wicksel, 1926; Шванов, Марков, 1960). Когда не требуется высокая точность и можно получить много сечений образца породы, условно принимается, что средние содержания, получаемые по площади шлифа или аншлифа, соответствуют объемным. То есть используется стереологический принцип, приравнивающий площадные и объемные соотношения фаз (Delesse, 1848).

Оценить применимость стереологического принципа к различным по текстурно-структурным признакам породам (материалам) можно экспериментально. В данной работе приведена такая оценка для невысоких содержаний изучаемой фазы. Подобная ситуация часто встречается при анализе содержаний различных типов аллохем в карбонатных породах.

**Для цитирования:** Журавлев А. В. Оценка объемного содержания фаз по случайным сечениям // Вестник геонаук. 2025. 2(362). С. 50–53. DOI: 10.19110/geom.2025.2.6

**For citation:** Zhuravlev A. V. Estimation of volumetric content of phases from random cross sections. Vestnik of Geosciences, 2025, 2(362), pp. 50–53. DOI: 10.19110/geom.2025.2.6

## Материал и методы

Основу эксперимента составили компьютерные трехмерные модели и их виртуальные сечения. Модели соответствуют различным текстурам (распределению «минеральных фаз» в матрице) изучаемого материала, но в первую очередь имитируют распределения аллохем в осадочных карбонатных породах. Наиболее распространенные аллохемы имеют неправильную, эллипсоидальную (литокласты, микрофоссилии) или субцилиндрическую форму (членники криноидей). Это отличает их от моделей минеральных агрегатов и мягких тканей биологических объектов (Mayhew, Cruz Orive, 1974; Gulbin, 2008).

Всего построено четыре типа моделей с разной степенью упорядоченности объектов: 1) с распределением шарообразных частиц одного диаметра в узлах кубической решетки; 2) с равномерным случайным распределением шарообразных частиц одного диаметра; 3) с равномерным случайным распределением шарообразных частиц случайного диаметра; 4) с равномерным случайным распределением частиц различного размера и формы (эллипсоиды, параллелепипеды, цилиндры). Выбранные типы моделей, за исключением первого, в разной степени отвечают морфологии и распределению аллохем (био- и литокластов) в осадочных карбонатных породах. Согласно теоретическим построениям, для первых трех моделей должно соблюдаться равенство площадного и объемного соотношения фаз (Wicksel, 1926).

Первый тип представлен пятью моделями с заданным объемным содержанием частиц 0.4, 1.6, 4, 13 и 30 %, для которых сгенерировано 111 случайно ориентированных виртуальных сечений. По ним определены «площадные проценты» (соотношение суммарной площади сечений частиц и общей площади сечения).

Второй тип представлен шестью моделями с объемным содержанием частиц 0.08, 0.9, 1, 4, 13 и 21 %, для которых сгенерировано 244 виртуальных сечения. Для третьего типа сгенерировано пять моделей с объемным содержанием частиц 0.1, 0.6, 1.9, 3.7 и 4.6 %, для которых получено 73 виртуальных сечения. Четвертый тип представлен восьмью моделями с относительно равномерным распределением частиц различной морфологии (эллипсоиды, параллелепипеды, цилиндры) и заданным объемным содержанием: 1.5, 3, 6, 10, 15, 23, 26 и 31 %. Для каждой модели сгенерировано не менее 36 случайно ориентированных виртуальных сечений (всего 345), по которым определены «площадные проценты». Построение трехмерных моделей, генерация случайных сечений и вычисление соотношения площади сечения частиц к общей площади сечения («площадные проценты») выполнено в программном пакете трехмерного моделирования Rhinoceros 7.

## Результаты и обсуждение

Построенные модели, разумеется, не охватывают всего разнообразия форм, распределения и размеров частиц, но позволяют провести некоторые количественные оценки. Соотношение объемных и «площадных» содержаний для первых трех типов моделей дано на рис. 1, а для четвертого типа — на рис. 2.

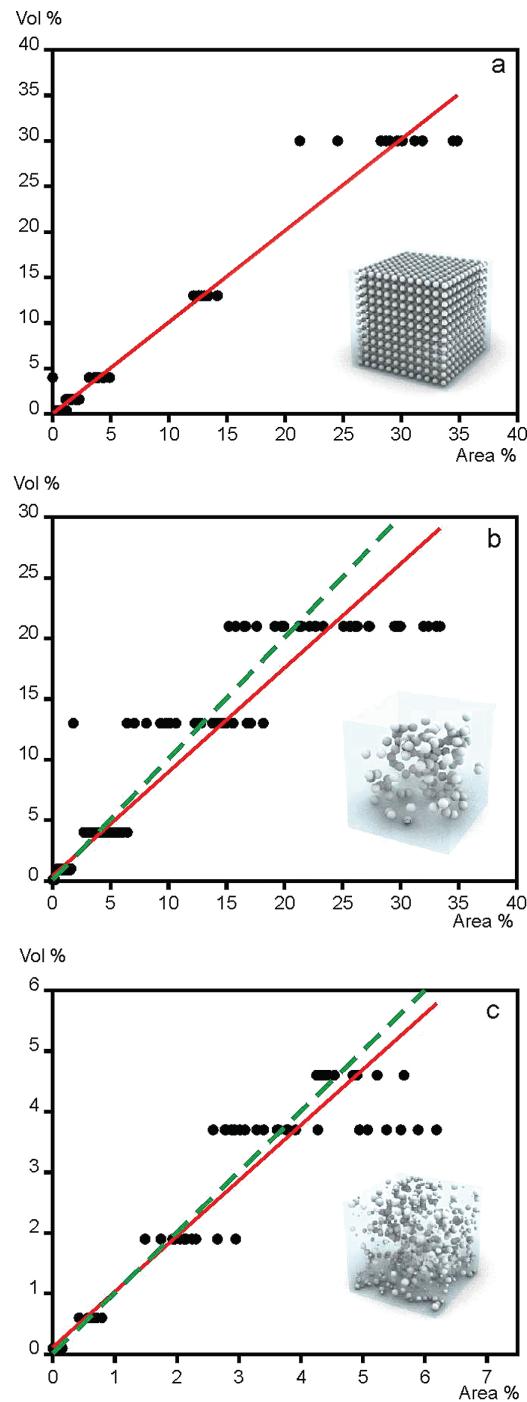
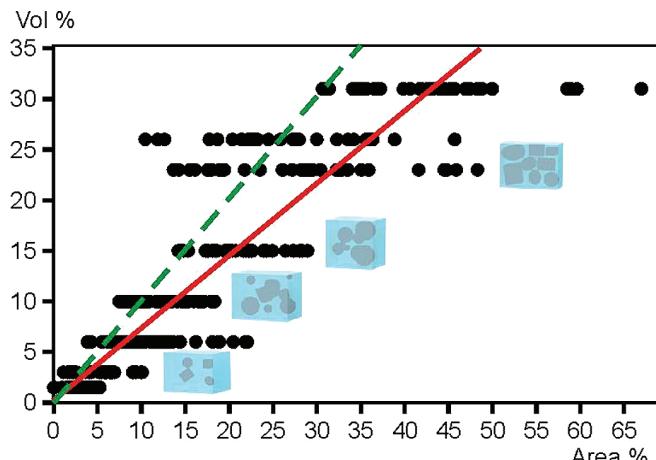


Рис. 1. Соотношение «площадных» (Area %) и объемных (Vol %) содержаний частиц для различных типов трехмерных моделей:

а — с распределением шарообразных частиц одного диаметра в узлах кубической решетки; б — с равномерным случайным распределением шарообразных частиц одного диаметра; в — с равномерным случайным распределением шарообразных частиц случайного диаметра. Красным обозначена линия регрессии, зеленым пунктиром — линия равных значений «площадных» и объемных содержаний

Fig. 1. Ratio of 'areal' (Area %) and volumetric (Vol %) particle contents for different types of three-dimensional models:  
 a — with distribution of spherical particles of the equal diameter in nodes of a cubic lattice; b — with uniform random distribution of spherical particles of the equal diameter; c — with uniform random distribution of spherical particles of random diameter. The regression line is marked in red, the dashed line of equal values of 'areal' and volumetric contents is marked in green



**Рис. 2.** Соотношение «площадных» (Area %) и объемных (Vol %) содержаний частиц для трехмерной модели с равномерным случайным распределением частиц различного размера и формы (эллипсоиды, параллелепипеды, цилиндры). Красным обозначена линия регрессии, зеленым пунктиром — линия равных значений «площадных» и объемных содержаний.

**Fig. 2.** Correlation of 'areal' (Area %) and volume (Vol %) particle contents for a three-dimensional model with uniform random distribution of particles of different sizes and shapes (ellipsoids, parallelepipeds, cylinders). The regression line is marked in red; the dashed line of equal values of 'areal' and volume contents is marked in green.

Распределение «площадных процентов» для каждой модели неравномерное и характеризуется большим интервалом изменений. При этом отдельные значения могут быть как выше, так и ниже объемного содержания. Для каждого типа модели определено уравнение линейной регрессии и построена линия регрессии (рис. 1 и 2).

В случае упорядоченного распределения сферических частиц одного диаметра (первый тип) среднее соотношение объемных и «площадных» процентов практически не отличается от 1 (уравнение регрессии  $Vol\% = 0.971 * Area\%$ ) (рис. 1, а). Для таких моделей соблюдается стереологический принцип, приравнивающий средние площадные и объемные соотношения фаз (Delesse, 1848).

Для моделей второго, третьего и четвертого типов полученное соотношение средних «площадных» и объемных процентов отличается от 1. В среднем «площадные» проценты незначительно больше объемных, то есть при оценке содержания фазы по сечениям значения получаются завышенными. Подобный эффект наблюдался на реальных геологических объектах, где отмечено завышение содержания минералов по шлифам по отношению к результату рентгенофазового анализа (Кузнецова и др., 2024). Обратное соотношение («площадные» проценты несколько меньше объемных) из геометрических соображений ожидаемо при анализе любого единичного объекта выпуклой формы, у которого площадь случайного сечения меньше максимальной (Mayhew, Cruz Orive, 1974).

Модели со случайно распределенными в пространстве шарообразными частицами одного размера показывают соотношение «площадных» и объемных процентов, описываемое формулой  $Vol\% = 0.86 * Area\%$ ,

а для частиц случайного размера — формулой  $Vol\% = 0.93 * Area\%$ . В целом для случайно и равномерно распределенных шарообразных частиц объемные соотношения составляют около 0.9 от установленных по соотношению площадей в случайных сечениях, что близко к теоретическому соотношению около 1 (Wicksell, 1926). Для моделей с различной формой и размером частиц соотношение значимо отличается от 1 (рис. 2). В этом случае площадные и объемные проценты связаны формулой  $Vol\% = 0.72 * Area\%$  (СКО = 4.9 %), а максимальное отклонение может достигать 15 %. Модели четвертого типа по характеристикам ближе всего к большинству реальных геологических объектов. Выбранные соотношения размеров частиц и площади сечения примерно отвечают типичному соотношению биокластов в карбонатах и площади «стандартного» шлифа (около 4 см<sup>2</sup>). Для более мелких биокластов (или шлифов большой площади) применим третий тип моделей.

Полученные результаты применимы к объектам, в которых содержание изучаемой фазы находится в интервале 0.1–20 % (именно он охватывается большинством типов использованных моделей). За его пределами выявленные соотношения, возможно, будут нарушаться.

## Выводы

Таким образом, при невысоких содержаниях изучаемой фазы стереологический принцип хорошо работает для равномерно распределенных в объеме и упорядоченно расположенных частиц, что в природных объектах встречается редко. В других случаях к средним значениям соотношений фаз, определенных по серии шлифов или аншлифов, необходимо применять поправочный коэффициент. Для получения более точных результатов его можно определить по специальному набору моделей, учитывая особенности текстурно-структурных характеристик конкретного объекта.

Работа выполнена в рамках госзадания ИГ ФИЦ Коми НЦ УрО РАН.

Автор благодарен рецензентам за конструктивные замечания, позволившие существенно улучшить текст статьи.

## Литература / References

- Бакунов В. С., Беляков А. В. К вопросу об анализе структуры керамики // Неорганические материалы. 1996. 32(2). С. 243–248.  
Bakunov V. S., Belyakov A. V. Towards the analysis of the structure of ceramics. Non-organic materials, 1996, No. 32(2), pp. 243–248. (in Russian)
- Войтеховский Ю. Л. Из истории модального анализа и стереологии в петрографии // Труды Ферсмановской научной сессии ГИ КНЦ РАН. 2018. № 15. С. 92–94. DOI: 10.31241/FNS.2018.15.022  
Voytekovsky Yu. L. From the history of modal analysis and stereology in petrography. Proc. Fersmanov Conference GI KSC RAS, 2018, No. 15, pp. 92–94. (in Russian)
- Глаголев А. А. Геометрические методы количественного анализа агрегатов под микроскопом. М.–Л.: Госгеолиздат, 1941. 263 с.



- Glagolev A. A. Geometric methods for quantitative analysis of aggregates under the microscope. Moscow-Leningrad: Gosgeolizdat, 1941, 236 pp. (in Russian)
- Кузнецова В. А., Костеневич К. А., Алимагарова А. Д., Панев Е. В., Сафонова А. Г. Влияние песчаников с высокой концентрацией тяжелых минералов на распределение углеводородов в залежи на примере месторождения Западной Сибири // Георесурсы. 2024. 26(3). С. 96–108. DOI: 10.18599/grs.2024.3.11
- Kuznetsova V. A., Kostenevich K. A., Alimgafarova A. D., Panev Y. V., Safronova A. G. The influence of sandstones with a high concentration of heavy minerals on the distribution of hydrocarbons in a reservoir using the example of a field in western siberia. Georesources, 2024, No. 26(3), pp. 96–108. (in Russian).
- Салтыков С. А. Стереометрическая металлография. М.: Металлургия, 1976. 272 с.
- Saltykov S. A. Stereometric metallography. Moscow: Metallurgiya, 1976, 272 p. (in Russian)
- Усманов Ф. А. Основы математического анализа геологических структур. Ташкент: ФАН, 1977. 202 с.
- Usmanov F. A. Fundamentals of mathematical analysis of geological structures. Tashkent: FAN, 1977, 202 p. (in Russian)
- Шванов В. Н., Марков А. Б. Гранулометрический анализ песчаников в шлифах // Геология и разведка. 1960. 12. С. 49–55.
- Shvanov V. N., Markov A. B. Granulometric analysis of sandstones in thin sections. Geologiya i razvedka, 1960, No. 12, pp. 49–55. (in Russian)
- Чернявский К. С. Стереология в металловедении. М.: Металлургия, 1977. 279 с.
- Tchernyavskiy K. S. Stereology in metallurgical science. Moscow: Metallurgiya, 1977, 279 p. (in Russian)
- Chayes F. Petrographic modal analysis. An elementary statistical appraisal. New York: John Wiley & Sons Inc., 1956. 113 pp.
- Delesse M. A. Procédé mécanique pour déterminer la composition des roches // Annales des Mines 13, 4th series. 1848. P. 379–388.
- Gulbin Y. On estimation and hypothesis testing of the grain size distribution by the Saltykov method // Image Analysis and Stereology. 2008. 27. P. 163–174. DOI: 10.5566/ias.v27.p163-174
- Mayhew T. M., Cruz Orive L.-M. Caveat on the use of the Delesse principle of areal analysis for estimating component volume densities // Journal of Microscopy. 1974. 102(2). P. 195–207.
- Rosiwal A. Über geometrische Gesteinanalysen. Ein einfacher Weg Zur ziffermässigen Feststellung des Quantitätsverhältnisses der Mineralbestandtheile gemengter Gesteine // Verhandlungen der keiserlich-königlichen Geologischen Reichsanstalt. Wien: Verlag der keiserlich-königlichen Geologischen Reichsanstalt, 1898. P. 143–175.
- Wicksell S. D. The corpuscle problem. 2<sup>nd</sup> memoir. Case of ellipsoidal corpuscles // Biometrika. 1926. 18(1/2). P. 151–172. DOI: 10.2307/2332500

Поступила в редакцию / Received 31.01.2025