

УДК 539.12:537.63:537.868

ПОНДЕРОМОТОРНЫЕ СИЛЫ ПРИ ВЗАИМОДЕЙСТВИИ ЗАРЯЖЕННОЙ ЧАСТИЦЫ С НЕОДНОРОДНОЙ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЙ ВОЛНОЙ

© 2023 г. В. Б. Лапшин^{1,2,*}, А. А. Скубачевский², академик РАН А. С. Бугаев^{2,3}

Поступило 31.01.2023 г.
После доработки 31.01.2023 г.
Принято к публикации 07.05.2023 г.

На основе анализа особенностей траектории движения заряженной частицы в неоднородной электромагнитной волне уточняются физические процессы, определяющие природу пондеромоторных сил. В частности, детализируется причина смены ускоренного движения частицы при прохождении через ноль амплитуды электрического поля в направлении, перпендикулярном электрическому полю, на торможение при увеличении амплитуды электрического поля. Определено влияние инерционной массы на траекторию движения заряженной частицы в неоднородной электромагнитной волне.

Ключевые слова: пондеромоторные силы, неоднородные электромагнитные волны, траектория электрона

DOI: 10.31857/S2686740023050085, **EDN:** RYFDJH

Целью сообщения является анализ физических механизмов, определяющих пондеромоторные силы, ответственных за особенности траектории заряженной частицы в поле неоднородной электромагнитной волны.

В одной из первых работ [1], посвященных пондеромоторным силам, рассматривается поведение заряженной частицы в электромагнитном поле, заданном в виде

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}(\mathbf{r})e^{i\omega t}, \quad \mathbf{H} = \mathbf{H}(\mathbf{r})e^{i\omega t}, \quad (1)$$

где $\mathbf{r}(x, y, z)$ – радиус-вектор, t – время, ω – частота, при ряде допущений, среди них: траектория заряженной частицы $\mathbf{r}(t)$ представима в виде суммы низкочастотной и высокочастотной составляющих $\mathbf{r}_0(t)$ и $\mathbf{r}_1(t)$, соответственно, т.е. $\mathbf{r}(t) = \mathbf{r}_0(t) + \mathbf{r}_1(t)$; $|\mathbf{r}_1(t)| \ll L$, где L – расстояние, на котором $\mathbf{r}_0$ меняется значительно и, как следствие, $|\mathbf{r}_1|/L$ и $|\dot{\mathbf{r}}_0|/L \ll 1$. Следует отметить, что указанные ограничения не выполняются в целом

ряде приложений к геофизическим процессам и явлениям.

В работах [1–3] исследуются пондеромоторные силы, пропорциональные градиенту квадрата электрического поля, как результат взаимодействия электромагнитных полей с заряженными частицами. Согласно статье [1], усредненное уравнение низкочастотной составляющей траектории частицы в поле электромагнитной волны принимает следующий вид:

$$\ddot{\mathbf{r}}_0(t) = \left(\frac{q}{2m\omega} \right)^2 \nabla |\mathbf{E}|^2, \quad (2)$$

где m , q – масса и заряд частицы, $\mathbf{E}(\mathbf{r}, t)$ – электрическое поле.

В работах [1, 2] не обсуждается случай, когда траектория заряженной частицы имеет низкочастотную составляющую, перпендикулярную направлению электрического поля. В ряде случаев низкочастотная и высокочастотная составляющие входят в уравнение (1) мультипликативно (поперечный пондеромоторный эффект), что противоречит допущению об аддитивности этих составляющих, указанному в работах [1, 2]. Следует отметить, что в различных источниках, например, в [4], приведен детальный вывод данной формулы для случая совпадения по направлению электромагнитных полей (продольный пондеромоторный эффект).

¹Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова, Москва, Россия

²Московский физико-технический институт (национальный исследовательский университет), Долгопрудный, Московская обл., Россия

³Институт радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова Российской академии наук, Москва, Россия

*E-mail: lapshin-vb1@mail.ru

Следуя работе [2], в которой исследуются особенности движения заряженной частицы в электромагнитной волне, состоящей из стоячей (направление — y) и бегущей (направление — z) волн, приведем составляющую траектории частицы в направлении y :

$$y(t_0) = \frac{\lambda c}{2a} \left(\frac{eE_0}{mc\omega} \right)^2 \cos \frac{\pi y}{a} \sin \frac{\pi y}{a} \left[\omega \Delta t^2 + 2\omega t_0 \Delta t + \right. \\ \left. + \frac{1}{2\omega} 2 \sin(2(\omega t_0 + \varphi - k_z z) + \omega \Delta t) \sin \omega \Delta t - \right. \quad (3) \\ \left. - \frac{4 \cos \varphi}{\omega} \cdot 2 \cdot \sin \left(\omega t + \varphi - k_z z + \frac{\omega \Delta t}{2} \right) \times \right. \\ \left. \times \sin \frac{\omega \Delta t}{2} + \sin 2\varphi \Delta t \right].$$

Здесь x, y, z образуют правую тройку: x — в направлении E , x и y вдоль фронтальных зон бегущей и стоячей составляющих электромагнитной волны, z — в направлении распространения бегущей волны, m — масса электрона, e — заряд, c — скорость света.

Из данной формулы следует, что низкочастотная $\left(\frac{\lambda c}{2a} \left(\frac{eE_0}{mc\omega} \right)^2 \cos \frac{\pi y}{a} \sin \frac{\pi y}{a} \right)$ и высокочастотная составляющие $\left(\frac{1}{2\omega} 2 \sin(2(\omega t_0 + \varphi - k_z z) + \omega \Delta t) \sin \omega \Delta t - \frac{4 \cos \varphi}{\omega} 2 \sin \left(\omega t + \varphi - k_z z + \frac{\omega \Delta t}{2} \right) \sin \frac{\omega \Delta t}{2} + \sin 2\varphi \Delta t \right)$ траектории мультипликативны, что не согласуется с предположением об аддитивности этих составляющих, сделанном в работах [1, 3], результаты которых использованы в [2].

В работе [2] также приводится вывод формулы (2). Данный вывод математически корректен, но физически не вполне обоснован, так как при выводе формулы (2) используется метод возмущения в нулевом приближении, что позволяет формально заменить E_x на H_z . Для произвольной неоднородной электромагнитной волны формула (2) неприменима.

В статье [2] применяется разложение по малому параметру $\eta = \frac{eE_0}{mc\omega}$. Данное разложение справедливо при $\eta \ll 1$. При $E_0 = 10$ ед. СГС, $\frac{\omega}{2\pi} = 10^9$ рад/с, к примеру, $\eta = 0.02 \ll 1$. В этом случае разложение справедливо. В случае если $E_0 = 100$ ед. СГС, то $\eta = 0.2$, и условие малости параметра не выполняется. На рис. 3 показано, при каких η подход, используемый в работе [2], применим.

Уравнения движения заряженной частицы в произвольной неоднородной электромагнитной волне могут быть записаны в следующем виде:

$$\mathbf{r}'' = \frac{q}{m\gamma} \left(\sum_{i=1}^n \mathbf{E}_0^{(i)} \sin(\omega^{(i)} t - \mathbf{k}^{(i)} \mathbf{r} + \Phi_i) + \right. \\ \left. + \frac{1}{c} \left[\mathbf{r}' \times \sum_{i=1}^n \mathbf{H}_0^{(i)} \sin(\omega^{(i)} t - \mathbf{k}^{(i)} \mathbf{r} + \Phi_i) \right] \right) - \quad (4) \\ - \frac{\mathbf{r}'}{c^2} \left(\mathbf{r}' \sum_{i=1}^n \mathbf{E}_0^{(i)} \sin(\omega^{(i)} t - \mathbf{k}^{(i)} \mathbf{r} + \Phi_i) \right),$$

где $\mathbf{r}, \mathbf{r}'$ — координаты и скорости заряженной частицы, m — ее масса, q — заряд, $\mathbf{E}_0^{(i)}, \mathbf{H}_0^{(i)}$ — амплитуды электрического и магнитного полей плоских волн, формирующих неоднородную волну, $\omega^{(i)}$ — их несущая частота, $\mathbf{k}^{(i)}$ — волновые векторы, $\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$, c — скорость света, t — время, Φ_i — фаза.

При решении системы уравнений (4) использовалась схема Рунге—Кутты с переменным шагом (схема Дормана—Принса) четвертого порядка. В качестве численного значения для следующего шага брался результат, полученный по схеме пятого порядка точности с предыдущего шага. Эта схема отличается от большинства схем с переменным шагом интегрирования тем, что в качестве решения берется результат, полученный по схеме более высокого порядка. При этом шаг по времени задается с помощью схемы более низкого порядка.

Для демонстрации ограничений применения метода возмущений при анализе движения заряженной частицы в неоднородной электромагнитной волне рассмотрим численное решение уравнений движения частицы в неоднородной волне, создаваемой суперпозицией двух плоских монохроматических электромагнитных волн, электрические поля которых параллельны, состоящей из стоячей (направление — y) и бегущей (направление — z).

Рисунок 1а демонстрирует совпадение численного решения уравнения (4) с решением, полученным в работе [2] методом возмущений при $E_0 = 10$ ед. СГС ($\eta = 0.02$), и отличие этих решений при увеличении до 100 ед. СГС ($\eta = 0.2$).

На рис. 2 представлена зависимость параметра $\eta(E_0, \omega) = \frac{eE_0}{mc\omega}$ от амплитуды электрического поля E_0 и частоты волны ω . Выделена линия уровня $\eta = 1$, определяющая диапазон значений электрического поля и частоты, при которых можно использовать метод возмущений в нулевом приближении.

Рисунок 3 демонстрирует физическую сущность пондеромоторной силы при взаимодей-

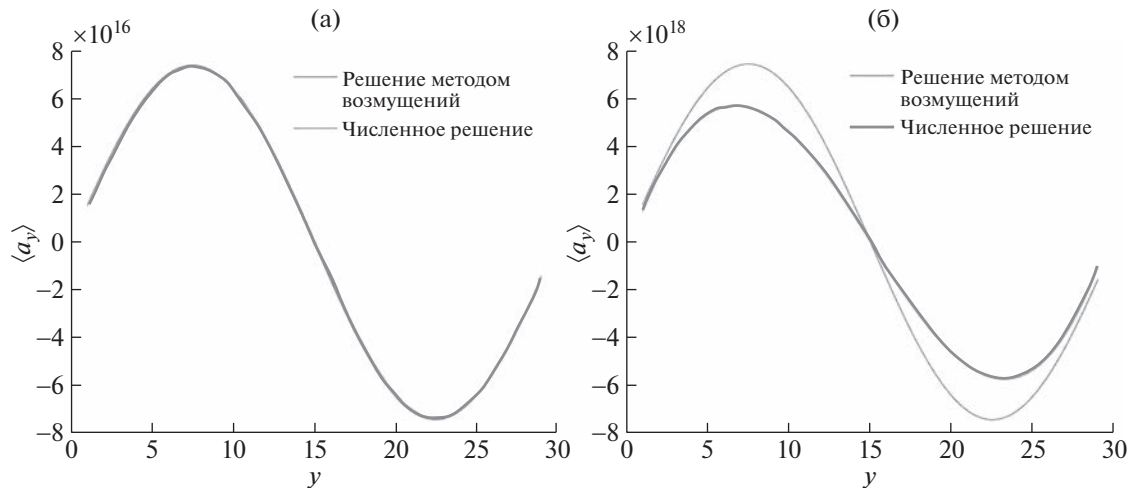


Рис. 1. Зависимость среднего ускорения электрона в поле неоднородной электромагнитной волны от y . $\Phi_1 = \Phi_2$, $\Phi_1 = \Phi_2 = \frac{\pi}{2}$, $\theta_1 = \frac{\pi}{3}$, $\theta_2 = \frac{2\pi}{3}$, $\psi_1 = \psi_2 = 0$; $x_0 = z_0 = 0$, $y_0 = 29$ см, $v_0 = 0$, $\frac{\omega}{2\pi} = 10^9$ Гц. Шаг по времени $dt = \frac{2\pi}{100\omega_0}$. а – $E_0 = 10$ ед. СГС. Время моделирования $T = 5000dt$; б – $E_0 = 100$ ед. СГС. Время моделирования $T = 800dt$.

ствии неоднородной электромагнитной волны с заряженной частицей, являющейся составляющей силы Лоренца в направлении, перпендикулярном электрическому полю волны (поперечный пондеромоторный эффект). Сила Лоренца через скорость частицы нелинейно связана с электрическим полем волны, что определяет смену ускоренного движения частицы при прохождении через ноль амплитуды электрического поля стоячей волны в направлении, перпендикулярном электрическому полю волны, на торможение при движении частицы в направлении увеличения амплитуды электрического поля.

На рис. 3 представлена нормированная y -составляющая силы Лоренца (ускорение) вдоль траектории заряженной частицы [5], согласно численной модели. Там же изображены средние по периоду волны значения пондеромоторных сил по данным численной модели и метода возмущений. Смещение горизонтальной проекции траектории частицы, осредненной по периоду волны, вдоль оси y связано с инерционной массой частицы, что приводит к сдвигу фаз между колебанием (изменением) электрического поля волны и скоростью частицы.

ВЫВОДЫ

1. Рисунки 1, 2 демонстрируют ограничение применения метода возмущений при взаимодействии заряженных частиц с неоднородными электромагнитными волнами с увеличением электрического поля и частоты волны.

2. Показано, что низкочастотная и высокочастотная составляющие при взаимодействии заряженных частиц с электромагнитными волнами в целом ряде случаев не аддитивны (продольный пондеромоторный эффект), а мультипликативны (поперечный пондеромоторный эффект).

3. Рисунок 3 демонстрирует физическую сущность пондеромоторной силы при взаимодействии неоднородной электромагнитной волны с заряженной частицей, являющейся составляющей силы Лоренца в направлении, перпендикулярном электрическому полю волны (поперечный пондеромоторный эффект).

4. Сила Лоренца через скорость частицы нелинейно связана с электрическим полем волны, что

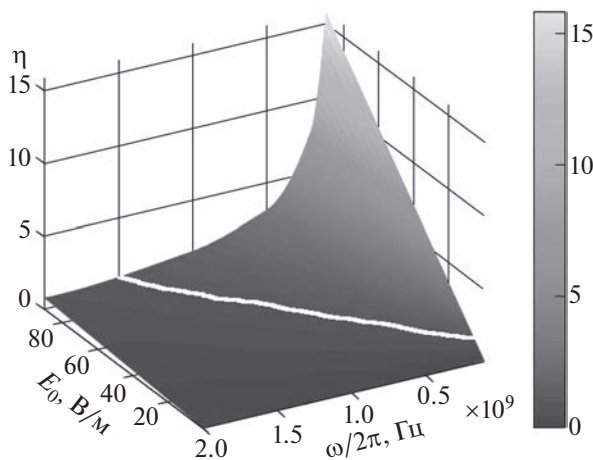


Рис. 2. Зависимость параметра η от амплитуды электрического поля E_0 и частоты волны ω . Белая линия уровня на рисунке соответствует $\eta = 1$.

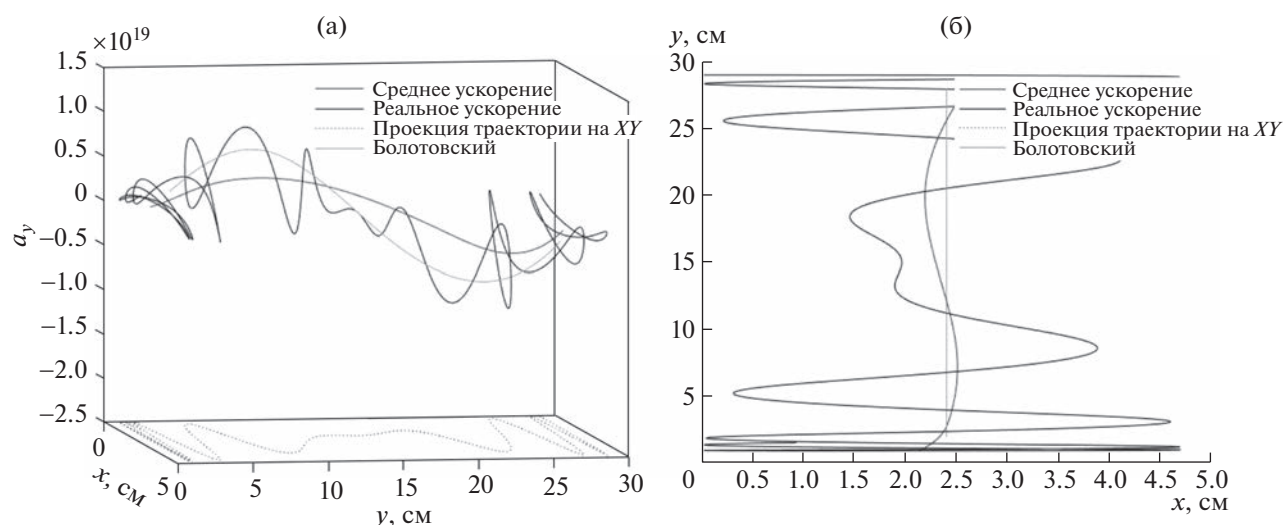


Рис. 3. а – Зависимость ускорения электрона в поле неоднородной электромагнитной волны от x , y . $\Phi_1 = \Phi_2$, $\Phi_1 = \Phi_2 = \frac{\pi}{2}$, $\theta_1 = \frac{\pi}{3}$, $\theta_2 = \frac{2\pi}{3}$, $\Psi_1 = \Psi_2 = 0$, $x_0 = z_0 = 0$, $y_0 = 29$ см, $v_0 = 0$, $\frac{\omega}{2\pi} = 10^9$ Гц. $E_0 = 100$ ед. СГС. Шаг по времени $dt = \frac{2\pi}{100\omega_0}$. Время моделирования $T = 800dt$. б – Проекция графика ускорения на плоскость XY .

определяет смену ускоренного движения частицы при прохождении через ноль амплитуды электрического поля стоячей волны (узел стоячей волны) в направлении, перпендикулярном электрическому полю волны, на торможение при движении частицы в направлении увеличения амплитуды электрического поля. В области максимальных значений амплитуды электрического поля (пучность стоячей волны) также происходит смена торможения частицы на ускорение. Это связано с изменением знака z -компоненты магнитного поля в y -компоненте силы Лоренца (поперечный пондеромоторный эффект).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Гапонов А.В., Миллер М.А. // ЖЭТФ. 1958. Т. 34. С. 168–169.
2. Болотовский Б.М., Серов А.В. // УФН. 2003. Т. 173. № 6. С. 667–678.
3. Серов А.В. // Квантовая электроника. 1998. Т. 25. № 3. С. 197–200.
4. Introduction to Plasma Theory. 2-nd edition, by Nicholson, Dwight R. Wiley Publications, 1983. ISBN 0-471-09045-X
5. Лапшин В.Б., Скубачевский А.А., Белинский А.В., Бугаев А.С. // ДАН. 2019. Т. 488. № 6. С. 604–608.

PONDEROMOTIVE FORCES IN THE INTERACTION OF A CHARGED PARTICLE WITH AN INHOMOGENEOUS ELECTROMAGNETIC WAVE

V. B. Lapshin^{a,b}, A. A. Skubachevskii^b, and Academician of the RAS A. S. Bugaev^b

^aLomonosov Moscow State University, Moscow, Russia

^bMoscow Institute of Physics and Technology, Dolgoprudny, Moscow Region, Russia

^cKotelnikov Institute of Radio Engineering and Electronics, Russian Academy of Sciences, Moscow, Russia

In the article, based on the analysis of the features of the trajectory of a charged particle in an inhomogeneous electromagnetic wave, the physical processes that determine the nature of ponderomotive forces are specified. In particular, the reason for changing the accelerated motion of a particle when passing through zero of the electric field amplitude in the direction perpendicular to the electric field to deceleration with increasing electric field amplitude is detailed. The influence of the inertial mass on the trajectory of a charged particle in an inhomogeneous electromagnetic wave is determined.

Keywords: ponderomotive forces, inhomogeneous electromagnetic waves, trajectory of electron