ДОКЛАДЫ РОССИЙСКОЙ АКАДЕМИИ НАУК. ФИЗИКА, ТЕХНИЧЕСКИЕ НАУКИ, 2023, том 511, с. 45–49

МЕХАНИКА

УДК 539.375

ОБ ОДНОМ ЭНЕРГЕТИЧЕСКОМ УСЛОВИИ РАЗВИТИЯ ИЗОЛИРОВАННОЙ ТРЕЩИНЫ

© 2023 г. В. И. Дунаев[1,*], В. В. Кожевников[2], И. А. Терещенко[1]

Представлено академиком РАН В.А. Бабешко 02.10.2022 г.
Поступило 24.10.2022 г.
После доработки 24.10.2022 г.
Принято к публикации 09.12.2022 г.

На основании энергетического подхода к процессу хрупкого разрушения получен новый энергетический критерий разрушения в случае, когда на поверхности изолированой трещины действует произвольная нормальная симметричная нагрузка.

Ключевые слова: условие разрушения, термодинамические параметры материала, контурное интегрирование, теорема Коши о вычетах

DOI: 10.31857/S268674002304003X, **EDN:** VRATTT

В сообщении рассматривается обобщенное энергетическое условие разрушения типа Гриффитса [1, 2], явно зависящее от термодинамических параметров материала, в случае, когда к поверхности трещины приложена произвольная нормальная симметричная нагрузка.

Основополагающему энергетическому условию разрушения А. Гриффитса эквивалентен силовой критерий Д. Ирвина, устанавливающий, что существует критическое значение коэффициента интенсивности, по достижении которого начинается интенсивный рост трещины [3, 4]. Для обобщенного энергетического условия это утверждение не имеет место, поскольку интеграл энтропийной составляющей внутренней энергии, учитываемый в обобщенном условии, не может быть вычислен через упомянутый коэффициент. Этим обусловливается развиваемая в данном сообщении классическая энергетическая концепция процесса хрупкого разрушения, не требующая априори рассмотрения асимптотического представления компонентов решения соответствующей задачи теории упругости в окрестности вершины трещины и опирающаяся при вычислении интегралов внутренней энергии на их контурное представление и применение теоремы Коши о вычетах.

[1] *Кубанский государственный технологический университет, Институт нефти, газа и энергетики, Краснодар, Россия*

[2] *Кубанский государственный университет, Краснодар, Россия*

**E-mail: dunayev1964@bk.ru*

Для однократного статического нагружения в изотермическом случае это условие имеет вид

$$dW = 0, \quad W = U_B + \gamma\Sigma - A, \tag{1}$$

где U_B — внутренняя энергия тела с дефектом (трещиной), γ — удельная внутренняя энергия, затраченная на образование единицы площади поверхности дефекта Σ, A — работа внешних сил.

Условие (1) отличается от классического условия А. Гриффитса тем, что в классическом условии величина U_B — потенциальная энергия деформируемого тела с дефектом, а в рассматриваемом условии эта величина есть внутренняя энергия, содержащая помимо потенциальной составляющей и энтропийную составляющую, зависящую от линейного коэффициента теплового расширения и абсолютной температуры материала.

Рассмотрим тело, находящееся в плоском напряженно-деформированном состоянии. Для тел, подчиняющихся закону Гука, в изотермическом случае (при $T = T_0 = \text{const}$) выражение для W имеет вид [5, 6]

$$W = \frac{1}{2}\int\limits_V \sigma_{ij}\varepsilon_{ij}dV + \alpha_{01}T_0k_1\int\limits_V \varepsilon_{ij}\delta_{ij}dV + \gamma\Sigma - \oint\limits_S \sigma_{ij}u_in_jds, \quad i, j = 1, 2. \tag{2}$$

В формуле (2) два первых слагаемых представляют внутреннюю энергию тела с дефектом, при этом первое слагаемое — потенциальную составляющую, а второе — энтропийную составляющую внутренней энергии тела V, ограниченного контуром $S = S_0 + \Sigma$, где S_0 — внешняя граница тела, а

Σ – контур дефекта. Последнее слагаемое в формуле (2) представляет работу внешних сил на границе тела. Здесь приняты обозначения: $\sigma_{ij}, \varepsilon_{ij}$ – компоненты тензоров напряжения и деформации соответственно, u_i – компоненты вектора перемещения, n_j – компоненты вектора внешней нормали к поверхности тела, δ_{ij} – символ Кронекера, $\alpha_{01} = \alpha_0$ – для плоского напряженного состояния, $\alpha_{01} = \alpha_0(1+\nu)$ – для плоской деформации, a_0 – линейный коэффициент теплового расширения, T_0 – абсолютная температура, $k_1 = E/(1-\nu)$ – для плоского напряженного состояния, $k_1 = E/(1-2\nu)$ – для плоской деформации, E – модуль упругости, ν – коэффициент Пуассона.

Если в формуле (2) пренебречь вторым слагаемым, получим выражение для W, соответствующее классическому условию А. Гриффитса.

Рассмотрим условие (1) развития трещины в упругом теле, когда на поверхности дефекта действует нагрузка, а на внешней границе тела S_0 перемещения обращаются в нуль. Преобразовывая выражение (2) при помощи формулы Грина и ее следствий, с учетом граничных условий получаем [7]

$$W = \frac{1}{2}\oint_{\Sigma} \sigma_{ij}u_i n_j ds - \alpha_{01}T_0 k_1 \oint_{\Sigma} u_i \delta_{ij} n_j ds + \gamma\Sigma. \tag{3}$$

Будем рассматривать однопараметрическую модель дефекта. В этом случае энергия W зависит от одного характерного параметра контура дефекта a (например, полудлины трещины), т.е. $W = W(a)$. Тогда условие разрушения (1) с учетом выражения (3) имеет вид

$$\begin{gathered} \frac{d}{da}(U(a) + \gamma\Sigma(a)) = 0, \\ U(a) = -\frac{1}{2}\oint_{\Sigma}(\sigma_{12}u_1 + \sigma_{22}u_2)dx_1 - \\ -(\sigma_{11}u_1 + \sigma_{21}u_2)dx_2 + \alpha_{01}T_0 k_1 \oint_{\Sigma} u_2 dx_1 - u_1 dx_2, \end{gathered} \tag{4}$$

где $\Sigma(a)$ – длина контура дефекта.

Пусть упругая плоскость, ослабленная прямолинейным разрезом $\{x_1, x_2 | x_1 \in [-a, a], x_2 = 0\}$, подвержена нормальным усилиям, заданным на “берегах” разреза, а на бесконечности напряжения обращаются в нуль. В этом случае граничные условия на берегах разреза имеют вид

$$\begin{gathered} \sigma_{22}^{+} = \lim_{y\to+0}\sigma_{22} = -p(x), \\ \sigma_{22}^{-} = \lim_{y\to-0}\sigma_{22} = -p(x), \\ \sigma_{12}^{+} = \sigma_{12}^{-} = 0. \end{gathered} \tag{5}$$

В выражениях (5) величины $\sigma_{22}^{\pm}, \sigma_{12}^{\pm}$ обозначают значения компонентов напряжения на верхнем и нижнем берегах разреза соответственно. Решение этой задачи [8, 9] может быть представлено через одну функцию комплексного переменного $Z_1(z)$, $z = x_1 + ix_2$, регулярную вне отрезка $|x_1| \le a$:

$$Z_1 = \frac{1}{\pi\sqrt{z^2 - a^2}}\int_{-a}^{a}\frac{p(\xi)\sqrt{a^2-\xi^2}}{z-\xi}d\xi. \tag{6}$$

При этом

$$\begin{gathered} \sigma_{12} = -x_2\,\mathrm{Re}\,Z_1', \quad \sigma_{11} = \mathrm{Re}\,Z_1 - x_2\mathrm{Im}Z_1', \\ \sigma_{22} = \mathrm{Re}\,Z_1 + x_2\mathrm{Im}Z_1', \\ 2\mu u_1 = (1-2\nu)\,\mathrm{Re}\,Z_0 - x_2\mathrm{Im}Z_1, \\ 2\mu u_2 = 2(1-\nu)\,\mathrm{Im}Z_0 - x_2\,\mathrm{Re}\,Z_1. \end{gathered} \tag{7}$$

В выражениях (7) функция Z_0 определяется условием $Z_1 = dZ_0/dz$, $\mu = E/[2(1+\nu)]$.

С учетом граничных условий (5) и симметрии задачи интегралы внутренней энергии (4) примут вид

$$\begin{gathered} U(a) = \\ = -\int_{-a}^{a} p(x_1)u_2^{+}(x_1, 0)\,dx_1 - 2\alpha_{01}T_0 k_1\int_{-a}^{a} u_2^{+}(x_1, 0)\,dx_1. \end{gathered} \tag{8}$$

В выражении (8) величина u_2^{+} обозначает значение соответствующей компоненты перемещения на верхнем берегу разреза.

Пусть $p(x_1) = p = \mathrm{const}$. Тогда выражение (6) имеет вид

$$Z_1 = \frac{p}{\pi\sqrt{z^2-a^2}}\int_{-a}^{a}\frac{\sqrt{a^2-\xi^2}}{z-\xi}d\xi. \tag{9}$$

Входящий в выражение (9) интеграл может быть вычислен при помощи теоремы Коши о вычетах.

Выберем ветвь квадратного корня в формуле (9) так, чтобы в указанной области выполнялось условие $\sqrt{1} = 1$. Это условие влечет за собой выполнение следующих граничных соотношений:

$$\sqrt{z^2-a^2} \to \begin{cases} i\sqrt{a^2-x_1^2}, & x_2 \to 0+ \\ -i\sqrt{a^2-x_1^2}, & x_2 \to 0-. \end{cases} \tag{10}$$

По теореме Коши о вычетах имеем:

$$\begin{gathered} Z_1 = -\frac{pi}{\sqrt{z^2-a^2}}\times \\ \times\left(\frac{1}{2\pi i}\oint_{\{|\xi-z|=\varepsilon\}^{+}}\frac{\sqrt{a^2-\xi^2}}{\xi - z}d\xi + \frac{1}{2\pi i}\oint_{\{|\xi|=R\}^{-}}\frac{\sqrt{a^2-\xi^2}}{\xi - z}d\xi\right). \end{gathered} \tag{11}$$

В выражении (11) введены обозначения: $\{|\xi - z| = \varepsilon\}^+$ – окружность, ориентированная против часовой стрелки, $\{|\xi| = R\}^-$ – окружность, ориентированная по часовой стрелке. При этом окружность радиуса R охватывает окружность радиуса ε.

Вычисляя интегралы в выражении (11) с учетом условия (10), получаем

$$Z_1 = \frac{pz}{\sqrt{z^2 - a^2}} - p,$$

$$\lim_{\substack{x_2 \to \pm 0 \\ |x_1| < a}} \operatorname{Im} Z_1 = \lim_{\substack{x_2 \to \pm 0 \\ |x_1| < a}} \operatorname{Im} \frac{pz}{\sqrt{z^2 - a^2}} = \mp \frac{px_1}{\sqrt{a^2 - x_1^2}}.$$

Тогда, в силу последней формулы (7), имеем

$$u_2^+(x_1, 0) = -\frac{1-\nu}{\mu} \int_{-a}^{x_1} \frac{pt}{\sqrt{a^2 - t^2}} dt = \frac{1-\nu}{\mu} p\sqrt{a^2 - x_1^2}. \quad (12)$$

Подставляя выражение (12) в формулу (8), после интегрирования находим:

$$U(a) = -\pi \frac{1 - \nu^2}{E} a^2 (p^2 + 2\alpha_0 T_0 k_0 p). \quad (13)$$

В равенстве (13) для плоского деформированного состояния следует принять $k_0 = E(1 + \nu)/(1 - 2\nu)$.

В соответствии с условием (4) при $\Sigma(a) = 4a$ с учетом равенства (13) получим

$$p^{\pm} = -\alpha_0 T_0 k_0 \pm \sqrt{(\alpha_0 T_0 k_0)^2 + \frac{2}{\pi} \frac{E}{1 - \nu^2} \frac{\gamma}{a}}. \quad (14)$$

В формуле (14) отрицательный знак перед радикалом соответствует критическому давлению p^-, действующему по берегам математического разреза.

Если в выражении (2) и, соответственно, в выражении (4) пренебречь вторым интегралом, определяющим энтропийную составляющую внутренней энергии, формула (14) принимает вид

$$p^- = -\sqrt{\frac{2}{\pi} \frac{E}{1 - \nu^2} \frac{\gamma}{a}}. \quad (15)$$

Равенство (15) представляет известную формулу, соответствующую классическому условию разрушения А. Гриффитса, не зависящему от термодинамических параметров материала α_0 и T_0.

Пусть теперь нормальная симметричная нагрузка, действующая по берегам разреза, представлена полиномом степени N, т.е.

$$p(x_1) = \sum_{n=0}^{N} C_n(a) x_1^n.$$

Тогда выражение (6) имеет вид

$$Z_1 = \frac{1}{\pi\sqrt{z^2 - a^2}} \sum_{n=0}^{N} C_n(a) \int_{-a}^{a} \xi^n \frac{\sqrt{a^2 - \xi^2}}{z - \xi} d\xi.$$

Пользуясь, как и выше, теоремой Коши, находим:

$$Z_1 = -\frac{i}{\sqrt{z^2 - a^2}} \times$$
$$\times \left(C_0(a)(\sqrt{a^2 - z^2} + iz) + \sum_{n=1}^{N} C_n(a) K_n(z) \right),$$

$$K_n(z) = z^n \sqrt{a^2 - z^2} + i(\gamma_n(z) + z^{n+1}), \quad (16)$$

$$\lim_{\substack{x_2 \to +0 \\ |x| < a}} \operatorname{Im} Z_1 = -C_0(a) \frac{x_1}{\sqrt{a^2 - x_1^2}} -$$
$$- \sum_{n=1}^{N} C_n(a) \frac{\gamma_n(x_1) + x_1^{n+1}}{\sqrt{a^2 - x_1^2}},$$

где

$$\gamma_n(z) = \sum_{k=0}^{\left[\frac{n-1}{2}\right]} (-1)^{k+1} \times$$
$$\times \frac{1/2(1/2 - 1)\ldots(1/2 - k)}{(k+1)!} z^{n-(2k+1)} a^{2(k+1)},$$

[...] означает целую часть числа.

Тогда в силу последней формулы (7) и выражения (16) получим

$$u_2^+(x_1, 0) = -\frac{1-\nu}{\mu} \sum_{n=0}^{N} C_n(a) \int_{-a}^{x_1} \frac{\gamma_n(t) + t^{n+1}}{\sqrt{a^2 - t^2}} dt. \quad (17)$$

В равенстве (17) следует положить $\gamma_0(t) = 0$.

Вычисляя интегралы в выражении (8), с учетом представления (17) после преобразований находим

$$U(a) = \frac{1-\nu}{\mu} \left\{ A_1(a) \sum_{n=0}^{N} C_n(a) a^{n+1} J_{n,0} + \right.$$
$$+ \sum_{n=0}^{N} C_n(a) a^{n+1} \sum_{i=2}^{N} (A_i(a) + C_{i-2}(a)) a^{i-1} J_{n,i-1} +$$
$$+ C_{N-1}(a) a^N \sum_{n=0}^{N} C_n(a) a^{n+1} J_{n,N} +$$
$$+ C_N(a) a^{N+1} \sum_{n=0}^{N} C_n(a) a^{n+1} J_{n,N+1} + 2\alpha_{01} T_0 k_0 a \times \quad (18)$$

$$\times\left(A_1(a)J_{0,0}+\sum_{i=2}^{N}\left(A_i(a)+C_{i-2}(a)\right)a^{i-1}J_{0,i-1}+\right.$$

$$\left.\left.+C_{N-1}(a)a^N J_{0,N}+C_N(a)a^{N+1}J_{0,N+1}\right)\right\},$$

где

$$A_i(a)=\sum_{k=0}^{\left[\frac{N-i}{2}\right]}(-1)^{k+1}\frac{1/2(1/2-1)\ldots(1/2-k)}{(k+1)!}\times$$
$$\times C_{2k+i}(a)a^{2(k+1)},\ i=1,\ldots,N.$$

Для вычисления величин $J_{n,k}$ в выражении (18) при каждом фиксированном $n=0,\ldots,N$ имеем рекуррентную формулу

$$J_{n,k+2}=\frac{k+1}{k+2}J_{n,k}-\frac{1}{k+2}\int_{-1}^{1}y^{n+k+1}\sqrt{1-y^2}dy,$$

$$\int_{-1}^{1}y^{n+k+1}\sqrt{1-y^2}dy=$$
$$=\begin{cases}0, & n+k-\text{четное},\\ \pi\dfrac{1\cdot3\cdot5\ldots(n+k)}{2\cdot4\cdot6\ldots(n+k+3)}, & n+k-\text{нечетное},\end{cases}$$

$$J_{n,0}=\begin{cases}\dfrac{\pi}{n+1}, & n-\text{четное},\\ \dfrac{\pi}{n+1}\left(1-\dfrac{1\cdot3\cdot5\ldots n}{2\cdot4\cdot6\ldots(n+1)}\right), & n-\text{нечетное},\end{cases} \quad (19)$$

$$J_{n,1}=\begin{cases}-\pi\dfrac{1\cdot3\cdot5\ldots(n-1)}{2\cdot4\cdot6\ldots n(n+2)}, & n-\text{четное},\\ 0, & n-\text{нечетное}.\end{cases}$$

Отметим, что выражение (18) допускает дифференцирование по a в общем виде.

Дифференцируя выражение (18), в соответствии с условием (4) получим соотношение, связывающее величину a (полудлина трещины) с нагрузкой, вызывающей ее развитие.

В заключение рассмотрим некоторые частные случаи, иллюстрирующие полученный в работе результат.

1. Пусть растягивающая нагрузка, приложенная к берегам трещины, изменяется по линейному закону, т.е. $p_1(x_1)=C_0(a)+C_1(a)x_1$. Так как нагрузка растягивающая, то $p_1(x_1)\geq 0$ для всех $x_1\in[a,a]$. Это означает, что выполняются равенства: $p_1(-a)=d_1$ и $p_1(a)=d_2$, где $d_1\geq 0, d_2>0$ (или $d_1>0, d_2\geq 0$) – любые числа.

Тогда для коэффициентов $C_0(a)$ и $C_1(a)$ имеем

$$C_0(a)=\frac{d_1+d_2}{2},\quad C_1(a)=\frac{d_2-d_1}{2a}. \quad (20)$$

При $N=1$ выражение (18) принимает следующий вид:

$$U(a)=\frac{1-\nu}{\mu}\left\{-\frac{C_1(a)}{2}a^3\left(C_0(a)J_{0,0}+C_1(a)aJ_{1,0}\right)+\right.$$
$$+C_0(a)a^2\left(C_0(a)J_{0,1}+C_1(a)aJ_{1,1}\right)+$$
$$+C_1(a)a^3\left(C_0(a)J_{0,2}+C_1(a)aJ_{1,2}\right)+ \quad (21)$$
$$\left.+2\alpha_0T_0k_0a^2\left(-\frac{1}{2}C_1(a)aJ_{0,0}+C_0(a)J_{0,1}+C_1(a)aJ_{0,2}\right)\right\}.$$

По формулам (19) находим:

$$J_{0,0}=\pi,\quad J_{0,1}=-\frac{\pi}{2},\quad J_{0,2}=\frac{\pi}{2},$$
$$J_{1,0}=\frac{\pi}{4},\quad J_{1,1}=0,\quad J_{1,2}=\frac{\pi}{16}. \quad (22)$$

В силу равенств (20) и (22) выражение (21) для внутренней энергии принимает вид

$$U(a)=-\frac{\pi(1-\nu)}{64\mu}\times$$
$$\times(d_2+d_1)(9d_2+7d_1+32\alpha_0T_0k_0)a^2. \quad (23)$$

В соответствии с условием (4) с учетом равенства (23) получаем

$$a=\gamma\frac{128\mu}{\pi(1-\nu)}\left[(d_2+d_1)(9d_2+7d_1+32\alpha_0T_0k_0)\right]^{-1}. \quad (24)$$

2. Пусть $p_2(x_1)=C_0(a)+C_2(a)x_1^2$. Поскольку нагрузка растягивающая, т.е. $p_2(x_1)\geq 0$ для всех $x_1\in[a,a]$. Это означает, что выполняются равенства $p_2(a)=d_1$ и $p_2(0)=d_2$, где $d_1\geq 0, d_2\geq 0$ – любые числа.

Тогда для коэффициентов $C_0(a)$ и $C_2(a)$ имеем:

$$C_0(a)=d_2,\quad C_2(a)=-\frac{d_2-d_1}{a^2}. \quad (25)$$

При $N=2$ и $C_1(a)=0$ выражение (18) принимает следующий вид:

$$U(a)=\frac{1-\nu}{\mu}\left\{a^2\left(-\frac{C_2(a)}{2}a^2+C_0(a)\right)\times\right.$$
$$\times\left(C_0(a)J_{0,1}+C_2(a)a^2J_{2,1}\right)+$$
$$+C_2(a)a^4\left(C_0(a)J_{0,3}+C_2(a)a^2J_{2,3}\right)+2\alpha_0T_0k_0a^2\times \quad (26)$$
$$\left.\times\left(\left(-\frac{C_2(a)}{2}a^2+C_0(a)\right)J_{0,1}+C_2(a)a^2J_{0,3}\right)\right\}.$$

По формулам (19) находим

$$J_{0,0}=\pi,\quad J_{0,1}=-\frac{\pi}{2},\quad J_{0,2}=\frac{\pi}{2},\quad J_{0,3}=-\frac{3\pi}{8},$$

$$J_{1,0} = \frac{\pi}{4}, \quad J_{1,1} = 0, \quad J_{1,2} = \frac{\pi}{16}, \quad J_{1,3} = 0, \tag{27}$$

$$J_{2,0} = \frac{\pi}{3}, \quad J_{2,1} = -\frac{\pi}{8}, \quad J_{2,2} = \frac{\pi}{6}, \quad J_{2,3} = -\frac{5\pi}{48}.$$

В силу равенств (25) и (27) выражение для внутренней энергии (26) имеет вид

$$U(a) = -\frac{\pi(1-\nu)}{24\mu}\times \tag{28}$$
$$\times\left((d_2-d_1)^2 + 6d_2^2 + d_1d_2 + 6\alpha_0T_0k_0(3d_2+d_1)\right)a^2.$$

В соответствии с условием (4), с учетом выражения (28), получаем

$$a = \gamma\frac{48\mu}{\pi(1-\nu)}\times \tag{29}$$
$$\times[(d_2-d_1)^2 + 6d_2^2 + d_1d_2 + 6\alpha_0T_0k_0(3d_2+d_1)]^{-1}.$$

Формулы (24) и (29) определяют зависимость полудлины трещины a от соответствующей нагрузки, приложенной к берегам трещины, физико-механических параметров материала, его температуры и линейного коэффициента теплового расширения.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Дунаев И.М., Дунаев В.И.* Об энергетическом условии разрушения твердых тел // ДАН. 2000. Т. 372. № 1. С. 43–45.
2. *Дунаев И.М., Дунаев В.И.* Энергетическое условие разрушения термоупругих твердых тел // Механика твердого тела. 2003. № 6. С. 69–81.
3. *Пестриков В.М., Морозов Е.М.* Механика разрушения твердых тел. СПб.: Профессия, 2002. 320 с.
4. *Астафьев В.И., Радаев Ю.Н., Степанова Л.В.* Нелинейная механика разрушения. Самара: Изд-во Самарского ун-та, 2004. 562 с.
5. *Ильюшин А.А.* Механика сплошной среды. М.: Изд-во МГУ, 1990. 310 с.
6. *Новацкий В.* Динамические задачи термоупругости. М.: Мир, 1970. 256 с.
7. *Дунаев В.И., Терещенко И.А., Величко Е.И., Шиян С.И.* Об одной математической модели в задаче гидроразрыва нефтеносного пласта // Строительство нефтяных и газовых скважин на суше и на море. 2020. № 10 (334). С. 39–41.
8. *Седов Л.И.* Механика сплошной среды. Т. 2. М.: Наука, 1970. 492 с.
9. *Морозов Н.Ф.* Математические вопросы теории трещин. М.: Наука, 1984. 255 с.

ON ONE ENERGY CONDITION FOR THE DEVELOPMENT OF AN ISOLATED CRACK

V. I. Dunaev[a], V. V. Kozhevnikov[b], and I. A. Tereshchenko[a]

[a] *Kuban State Technological University, Institute of Oil, Gas and Energy, Krasnodar, Russia*

[b] *Kuban State University, Krasnodar, Russia*

Presented by Academician of the RAS V.A. Babeshko

Based on the energy approach to the brittle fracture process, a new energy criterion of fracture is obtained in the case when an arbitrary normal symmetrical load acts on the surface of an isolated crack.

Keywords: fracture condition, thermodynamic parameters of the material, contour integration, Cauchy residue theorem