

УДК 523.43

О ЧУВСТВИТЕЛЬНОСТИ ПЕРИОДА ЧАНДЛЕРОВСКОГО КОЛЕБАНИЯ МАРСА К ПАРАМЕТРАМ РЕОЛОГИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ

© 2024 г. Е. А. Кулик*, Т. В. Гудкова**

Представлено академиком РАН А.О. Глико 27.04.2024 г.

Поступило 03.05.2024 г.

После доработки 08.05.2024 г.

Принято к публикации 08.05.2024 г.

Чандлеровский период Марса – новый определённый по данным наблюдений параметр, характеризующий свойства недр планеты. Численное моделирование периода чандлеровского колебания Марса выполнено для ряда моделей внутреннего строения, которые удовлетворяют не только геодезическим данным (моменту инерции, приливному числу Лява k_2), но и данным, полученным в ходе сейсмического эксперимента в 2019–2022 гг. Чтобы согласовать теоретическое и наблюдаемое значения чандлеровского колебания, необходимо учитывать неупругость мантии. Для учёта вязкоупругого поведения недр использована реологическая модель Андраде. Продемонстрировано как значение чандлеровского периода зависит от параметров реологической модели.

Ключевые слова: Марс, период чандлеровского колебания, вязкоупругость, приливные числа Лява, реология Андраде

DOI: 10.31857/S2686739724090161

ВВЕДЕНИЕ

Чандлеровское колебание (ЧК) возникает из-за того, что ось вращения планеты не совпадает с осью наибольшего момента инерции. За зарегистрировать ЧК Марса долго не удавалось. Период ЧК Марса был предсказан теоретически (см., напр., [1–6]). В работе [2] рассмотрены такие эффекты на период ЧК, как влияние жидкого ядра и неупругости недр планеты, влияние слабой трёхосности фигуры Марса. Попытка экспериментально определить период чандлеровского колебания была предпринята в [7], и затем в [8]. Из-за малой амплитуды колебаний (около 10 см) авторы этих работ не смогли точно идентифицировать период ЧК из-за наложения периода перераспределения массы за $1/3$ марсианского года. Впервые период этого колебания с достаточно хорошей точностью (206.9 ± 0.5 дня) был измерен на Марсе благодаря

радионаблюдениям со спутников Mars Odyssey, Mars Reconnaissance Orbiter и Mars Global Surveyor, вращающихся вокруг Марса почти два десятилетия [9]. Период ЧК Марса служит новым ограничением при построении модели внутреннего строения планеты и даёт нам знания о реологических свойствах мантии на длинных периодах.

Теоретические расчёты ЧК Земли включают вычисление периода для модели твёрдой планеты и учёт поправок [3, 10], при этом в этих работах показано, что одним из источников большого расхождения теоретического значения периода ЧК Земли от наблюдаемой величины является неучёт неупругости мантии. Исследование влияния неупругости недр Марса на период ЧК проводилось в работах [1, 3, 4].

В данной работе на основе реологической модели Андраде исследовано влияние параметров реологической модели на период чандлеровского колебания Марса.

Институт физики Земли им. О. Ю. Шмидта Российской

Академии наук, Москва, Россия

**E-mail: kulik.ea@ifz.ru*

***E-mail: gudkova@ifz.ru*

ДАННЫЕ НАБЛЮДЕНИЙ И МОДЕЛИ ВНУТРЕННЕГО СТРОЕНИЯ МАРСА

До успешного сейсмического эксперимента миссии НАСА InSight (2019–2022 гг.) модели внутреннего строения Марса опирались на измеряемые геодезические величины: масса, средний радиус, момент инерции и число Лява k_2 . В работе [9] были уточнены момент инерции ($I = 0.3640 \pm 0.0006$) и число Лява k_2 ($k_2 = 0.174 \pm 0.008$). В результате сейсмического эксперимента: определена толщина коры под посадочным модулем, и затем с учётом данных гравитационного поля и топографии получено, что средняя толщина коры Марса составляет от 32 до 70 км, а средняя плотность не более 3100 кг/м^3 [11]; получен радиус марсианского ядра [12] (1830 ± 40 км), который совсем недавно был уточнён [13]. Оказалось, что у основания мантии, над металлическим ядром, имеется расплавленный силикатный слой, и металлическое ядро на 150–170 км меньше (т.е. радиус ядра Марса составляет 1650 ± 20 км) и на 5–8% плотнее (плотность ядра равна 6500 кг/м^3).

В данной работе тестовые модели внутреннего строения Марса рассчитаны на основе метода, изложенного в [4], по геодезическим параметрам (масса и средний радиус планеты, момент инерции, число Лява k_2) и отобраны по данным, полученным в ходе сейсмического эксперимента InSight на Марсе (толщина и плотность коры, радиус ядра).

РАСЧЕТ ЧАНДЛЕРОВСКОГО ПЕРИОДА

Из-за гигантского поднятия Фарсида Марс моделируется как слаботрёхосный эллипсоид [2]. Период ЧК для трёхосного упругого тела с жидким ядром задаётся формулой [5]

$$T_W = T_E \left(1 - \frac{(A_c B_c)^{1/2}}{(AB)^{1/2}} \right) / (1 - k_2 / k_0), \quad (1)$$

где A и B – главные моменты инерции планеты, A_c и B_c – главные моменты инерции жидкого ядра, T_E – эйлеровский период (период осесимметричного твёрдого тела), k_2 – число Лява с учётом зависимости от частоты (число Лява для неупругой модели на частоте ЧК), k_0 – так называемое вековое (или секулярное) число Лява, которое определяет упругие деформации при условии полной релаксации сдвиговых напряжений в мантии планеты (т.е., соответствует модели целиком жидкой планеты с теми же распределениями плотности и модулей объёмного сжатия, что и для реальной планеты).

Значение k_0 определяется как

$$k_0 = \frac{3G(C - \bar{A})}{R^5 \omega^2}, \quad (2)$$

где $R = 3389.5$ км – средний радиус планеты, $G = 6.67 \times 10^{-11} \text{ м}^3 \text{ с}^{-2} \text{ кг}^{-1}$ – гравитационная постоянная, $\omega = 7.088191 \times 10^{-5} \text{ с}^{-1}$ – угловая скорость вращения планеты.

Число Лява k_2 включает в себя упругую и неупругую составляющие [4]. В формулу (1) входит значение числа Лява k_2 на частоте чандлеровского колебания. Ниже, используя реологию Андраде, для пробных значений вязкости в недрах Марса, получим модельные оценки вклада неупругой части в число Лява k_2 с учётом вязкоупругости.

Известно, что реологическое поведение мантийных пород на приливных периодах зависит от частоты. В настоящее время считается, что для описания вязкоупругого поведения недр планет и спутников больше всего подходит реология Андраде (см. обзор в [14]).

В вязкоупругой модели реологии Андраде комплексный модуль сдвига $\tilde{\mu}$ равен $1/\tilde{J}$, где \tilde{J} называется “комплексная податливость материала”, которая определяется по формуле [15]

$$\tilde{J}(\chi) = J [1 + (i\tau_M \chi)^{-\alpha} \Gamma(1 + \alpha)] - \frac{i}{\eta \chi}, \quad (3)$$

$J = 1/\mu$, $\tau_M = \eta/\mu$ – время Максвелла, χ – частота прилива, Γ – гамма-функция и α – параметр Андраде.

К сожалению, параметр Андраде α точно не определён. Обычно его значение находится в диапазоне 0.2–0.5 [15].

Вязкость недр Марса точно не известна. Для учёта неупругого поведения недр планеты рассмотрим многослойную модель с кусочно-постоянным распределением вязкости. Параметром в данной модели будет служить вязкость коры со значением η_0 . Примем следующую многослойную модель вязкости: в коре вязкость равна параметру модели η_0 , в верхнем слое мантии (оливин-содержащий слой) – $10^{-2} \eta_0$, в среднем слое мантии (β -слой) – $10^{-1} \eta_0$, в нижнем слое мантии (γ -слой) – η_0 . Толщину расплавленного слоя над границей ядро-мантия [13] положим равной 200 км и вязкость равной 10^9 Па с, что отвечает неупругому состоянию. Считаем, что вязкость ядра равна нулю.

Исследуем изменение числа Лява k_2 от вязкости слоя на границе ядро-мантия. Для этого

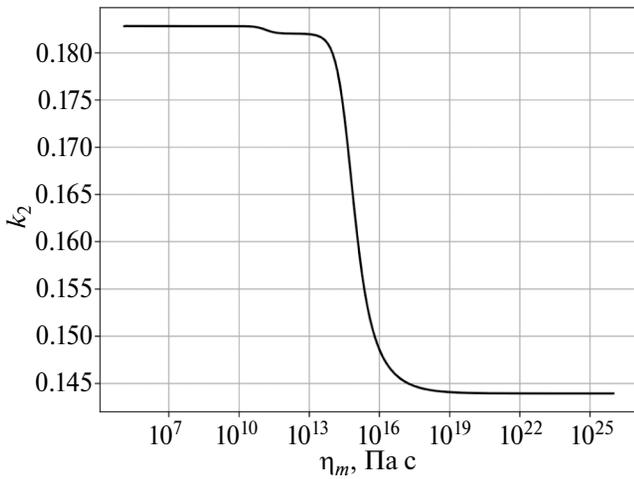


Рис. 1. Зависимость числа Лява k_2 от вязкости слоя в основании мантии.

рассмотрим упругую модель, вязкость будем менять только в слое над границей ядра. Полученная зависимость показана на рис. 1. На графике видно, что переход к неупругому состоянию слоя (состояние его частичного плавления) начинается при значениях вязкости около 10^{16} Па с. Такая же оценка получается непосредственно из формулы Андраде. Для описания расплавленного состояния этого слоя будем использовать вязкость 10^9 Па с, при меньшем значении могут накапливаться ошибки при вычислении числа Лява k_2 .

Рисунок 2 показывает, как меняется неупругая составляющая числа Лява k_2 в зависимости от параметров реологической модели. Моделирование проведено для интервала пробных значений параметра вязкости η_0 (1021–1023 Па с) и значений параметра Андраде (0.2–0.5). Используемые интервалы значений вязкости и параметра Андраде приводят к большому разбросу значений неупругой поправки в число Лява. Из рис. 2 видно, что поправка за неупругость в модельное число Лява k_2 сильно меняется в зависимости от принимаемой вязкости недр и параметра Андраде, неупругая поправка увеличивается при уменьшении a .

Влияние эффектов неупругости мантии на модельные значения чандлеровского периода Марса продемонстрировано на рис. 3. Неупругое поведение мантии увеличивает число Лява k_2 , и, следовательно, период чандлеровского колебания. Одной из неопределённостей при расчёте периода ЧК Марса служит неопределённость параметров реологической модели. Оценка параметра a для Марса находится в широком диапазоне 0.07–0.35 в [9] и 0.09–0.35 в [6]. Численное

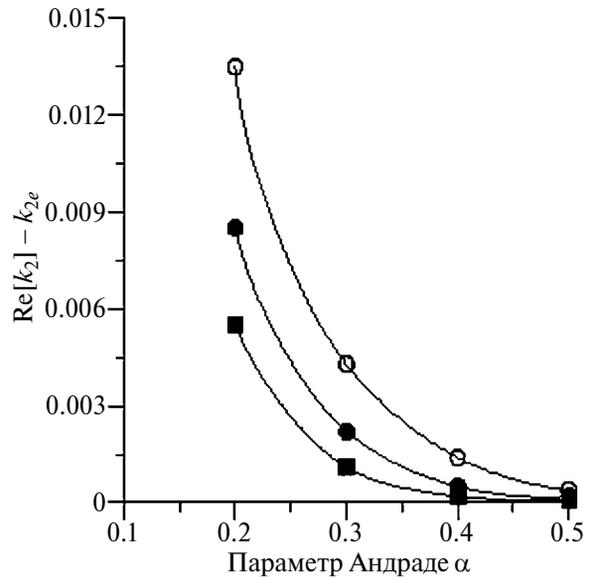


Рис. 2. Отклонение реальной части числа Лява k_2 от упругого значения в зависимости от значения параметра Андраде a для тестовой многослойной неупругой модели (в коре вязкость принята η_0 , в оливиновой мантии $10^{-2}\eta_0$, в слое β – $10^{-1}\eta_0$, в слое γ – η_0): $\eta_0=10^{21}$ Па с (белые кружки), $\eta_0=10^{22}$ Па с (чёрные кружки), $\eta_0=10^{23}$ Па с (чёрные квадраты).

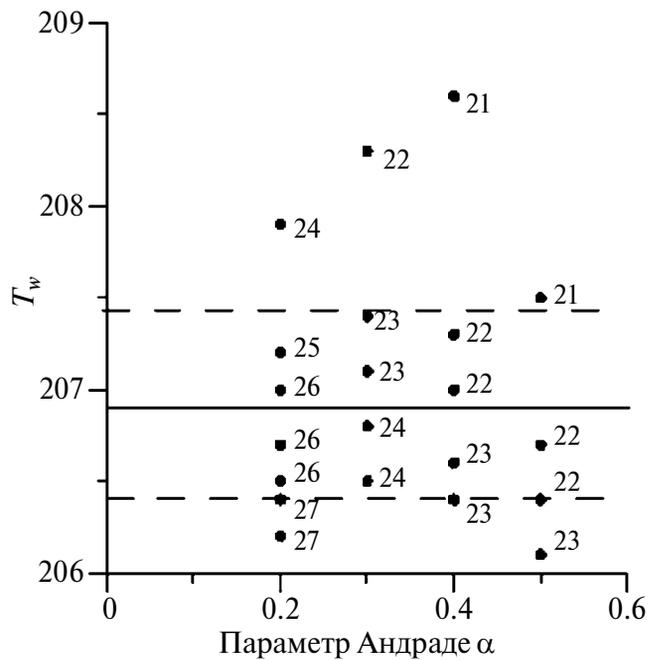


Рис. 3. Чандлеровский период Марса для различных значений вязкости и параметра Андраде a . Цифры на рисунке соответствуют степени параметра вязкости η_0 .

моделирование, проведённое в работе, указывает на значения параметра α для Марса в диапазоне 0.3–0.5 при допустимых значениях вязкости мантии.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Для учёта неупругости недр использована модель Андраде. При изменении параметров Андраде от значений $\alpha = 0.5$, $\eta_0 = 10^{23}$ Па с до $\alpha = 0.2$, $\eta_0 = 10^{21}$ Па с неупругая составляющая числа Лява k_2 увеличивается практически от нуля до 0.014. Для наиболее часто используемого значения $\alpha = 0.3$ и $\eta_0 = 10^{21}$ Па с учёт неупругости даёт поправку 0.005, что соответствует оценкам из работы [4].

Параметры неупругости точно не определены, и в данной работе был исследован вопрос — как выбор реологического параметра Андраде и распределение вязкости в мантии Марса меняет значение периода чандлеровского колебания. Значения чандлеровского периода рассчитаны для ряда тестовых моделей внутреннего строения.

Чандлеровский период — новый параметр, полученный недавно из данных наблюдений, значение которого накладывает дополнительное ограничение на распределение упругих параметров в планете. Проведённое численное моделирование показало, что нужны дальнейшие исследования влияния реологических параметров, а также минералогического состава мантии Марса на значение периода чандлеровского колебания. Это может значительно улучшить наше понимание поведения реологии мантии Марса на длинных периодах.

ИСТОЧНИК ФИНАНСИРОВАНИЯ

Работа выполнена за счёт темы госзадания ИФЗ им. О.Ю. Шмидта РАН.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Жарков В. Н., Молоденский С. М. Об определении физических параметров ядра Марса по данным о его вращении // Астрон. вестн. 1994. Т. 28. № 4–5. С. 86–97.
2. Жарков В. Н., Молоденский С. М. Чандлеровский период слаботрехосных моделей Марса // Астрон. Вестник. 1995. Т. 29. № 4. С. 341–344.
3. Zharkov V. N., Molodensky S. M. On the chandler wobble of Mars // Planet. Space Sci. 1996. V. 44. P. 1457–1462.
4. Жарков В. Н., Гудкова Т. В. Построение модели внутреннего строения Марса // Астрон. Вестник. 2005. Т. 39 (5). С. 387–418.
5. Zharkov V. N., Gudkova T. V. The period and Q of the chandler wobble of Mars // Planet. Space Sci. 2009. V. 57. P. 288–295.
6. Harada Y. Reconsideration of the anelasticity parameters of the martian mantle: Preliminary estimates based on the latest geodetic parameters and seismic models // Icarus. 2022. V. 383. P. 114917.
7. Konopliv A. S., Yoder C. F., Standish E. M., Yuan D. N., Sjogren W. L. A global solution for the Mars static and seasonal gravity, Mars orientation, Phobos and Deimos masses, and Mars ephemeris // Icarus. 2006. V. 182. P. 23–50.
8. Konopliv A. S., Asmar S. W., Folkner W. M., Karatekin Ö., Nunes D. C., Smrekar S. E., Yoder C. F., Zuber M. T. Mars high resolution gravity fields from MRO, Mars seasonal gravity, and other dynamical parameters // Icarus. 2011. V. 211. P. 401–428.
9. Konopliv A. S., Park R. S., Rivoldini A., Baland R. M., Le Maistre S., Van Hoolst T., Yseboodt M., Dehant V. Detection of the chandler wobble of mars from orbiting spacecraft // Geophys. Res. Lett. 2020. V. 47. P. e2020GL090568
10. Молоденский С. М. Приливы и нутация Земли. I. Модели Земли с неупругой мантией и однородным невязким жидким ядром // Астрон. Вестн. 2004. Т. 38. № 6. С. 542–558.
11. Wiczorek M. A., Broquet A., McLennan S. M., Rivoldini A., Golombek M., Antonangeli D., Beghein C., Giardini D., Gudkova T., Gyalay S., Johnson C., Joshi R., Kim D., King S. D., Knapmeyer-Endrun B., Lognonné Ph., Michaut C., Mittelholz A., Nimmo F., Ojha L., Panning M. P., Plesa A.-C., Siegler M. A., Smrekar S. E., Spohn T., Banerdt W. B. InSight constraints on the global character of the Martian crust // Journal of Geophysical Research: Planets. 2022. V. 127. e2022JE007298.
12. Stähler S. C., Khan A., Banerdt W. B., Lognonné P., Giardini D., Ceylan S., Drilleau M., Duran A. C., Garcia R. F., Huang Q., Kim D., Lekic V., Samuel H., Schimmel M., Schmerr N., Sollberger D., Stutzmann E., Xu Z., Antonangeli D., Charalambous C., Davis P. M., Irving J. C. E., Kawamura T., Knapmeyer M., Maguire R., Marusiak A. G., Panning M. P., Perrin C., Plesa A. C., Rivoldini A., Schmelzbach C., Zenhäusern G., Beucler E., Clinton J., Dahmen N., van Driel M., Gudkova T., Horleston A., Pike W. T., Plasman M., Smrekar S. E. Seismic detection of the martian core // Science. 2021. V. 373. P. 443–448.
13. Samuel H., Drilleau M., Rivoldini A., Xu Z., Huang Q., Garsia R. F., Lekic V., Irving J. C. E., Badro J., Lognonne P. H., Connolly J. A. D., Kawamura T.,

- Gudkova T., Banerdt W. B.* Geophysical evidence for an enriched molten silicate layer above Mars's core // *Nature*. 2023. V. 622. P. 712–717.
14. *Bagheri A., Efroimsky M., Castillo-Rogez J., Goossens S., Plesa A.-C., Rambaux N., Rhoden A., Walterova M., Khan A., Giardini D.* Tidal insights into rocky and icy bodies: An introduction and overview // *Advances in Geophysics*. 2022. V. 63. Ch. 5. P. 231–320.
15. *Castillo-Rogez J. C., Efroimsky M., Lainey V.* The tidal history of Japetus: Spin dynamics in the light of a refined dissipation model // *J. Geophys. Res: Planets*. 2011. V. 116. ID. E9.

ON THE SENSITIVITY OF THE CHANDLER WOBBLE PERIOD OF MARS TO THE PARAMETERS OF THE RHEOLOGICAL MODEL

E. A. Kulik[#], T. V. Gudkova^{##}

*Presented by Academician of the RAS A.O. Gliko April 27, 2024.
Schmidt Institute of Physics of the Earth of the Russian Academy of Sciences,
Moscow, Russian Federation
[#]E-mail: kulik.ea@ifz.ru
^{##}E-mail: gudkova@ifz.ru*

The Chandler period of Mars is a new parameter determined from observational data that characterizes the properties of the planet's interior. Numerical modeling of the period of the Chandler wobble of Mars was performed for a number of internal structure models that satisfy not only geodetic data (moment of inertia, tidal Love number k_2), but also data obtained during a seismic experiment in 2019–2022. To reconcile the theoretical and observed values of the Chandler wobble, it is necessary to take into account the inelasticity of the mantle. To take into account the viscoelastic behavior of the interiors, the Andrade rheological model was used. It is demonstrated how the value of the Chandler period depends on the parameters of the rheological model.

Keywords: Mars, Chandler wobble period, viscoelasticity, tidal Love numbers, Andrade rheology