

## ТЕХНОЛОГИИ, МАШИНЫ И ОБОРУДОВАНИЕ / TECHNOLOGIES, MACHINERY AND EQUIPMENT



<https://doi.org/10.15507/2658-4123.035.202504.700-722>

EDN: <https://elibrary.ru/ncdqo>

УДК / UDK 004.9:623.746

Оригинальная статья / Original article

### Компьютерное моделирование автоматического управления сельскохозяйственным малым беспилотным летательным аппаратом с переменной массой

М. И. Белов<sup>✉</sup>, С. А. Андреев, Е. А. Шабаев,

Н. Е. Кабдин, Д. В. Белов

Российский государственный аграрный университет –  
МСХА имени К. А. Тимирязева,  
г. Москва, Российская Федерация

<sup>✉</sup> [belov@rgau-msha.ru](mailto:belov@rgau-msha.ru)

#### Аннотация

**Введение.** Малые беспилотные летательные аппараты эффективно используются в сельском хозяйстве для обработки полей, но из-за большой дальности полета ручное управление с земли рулем высоты и тягой двигателя не позволяет поддерживать требуемые скорость и высоту над полем с необходимой точностью для обеспечения его равномерной обработки. Целесообразно управление рулем высоты и тягой двигателя осуществлять в автоматическом режиме. Переменная в полете масса летательного аппарата и неоднородный рельеф поля до настоящего времени не учитывались в достаточной мере в исследованиях по стабилизации высоты полета и его устойчивости.

**Цель исследования.** Оценить влияние изменения массы малого беспилотного летательного аппарата на высоту полета и скорость центра масс при их стабилизации в режиме автоматического управления рулем высоты и тягой двигателя.

**Материалы и методы.** Объект исследования – малый беспилотный летательный аппарат. При компьютерном моделировании автоматического управления рулем высоты и тягой двигателя летательного аппарата для стабилизации высоты полета использованы методы дифференциальных уравнений, теоретической механики, автоматического управления, программирования в среде Lazarus, численные методы. Наряду с указанными методами, используемыми в статье, также были применены методы визуального моделирования, реализованные в среде Scilab Xcos. Данные методы позволили дать оценку адекватности компьютерной модели.

**Результаты исследования.** Разработаны компьютерные модели программного и траекторного управления полетом малых беспилотных летательных аппаратов на заданной высоте с заданной скоростью. Программное управление рулем высоты и тягой двигателя, определенное из решения дифференциальных уравнений

© Белов М. И., Андреев С. А., Шабаев Е. А., Кабдин Н. Е., Белов Д. В., 2025



Контент доступен по лицензии Creative Commons Attribution 4.0 License.  
This work is licensed under a Creative Commons Attribution 4.0 License.

продольного полета малого беспилотного летательного аппарата при заданном траекторном угле и скорости, позволило точно стабилизировать высоту и скорость. Траекторное управление рулем высоты и тягой двигателя по показаниям датчиков высоты, угла тангажа, угловой скорости и скорости позволило «отслеживать» заданный рельеф поля и стабилизировать высоту и скорость полета с достаточной точностью. Установлено, что на участках полета с уменьшением полетной массы высота, скорость полета и траекторный угол стабилизируются, а угол тангажа уменьшается вместе с массой, при большой заданной скорости полета над полем с отрицательным углом наклона (на спусках) угол тангажа становится отрицательным (некомфортным), возможна потеря управления.

**Обсуждение и заключение.** Уменьшение полетной массы беспилотного летательного аппарата необходимо учитывать при их использовании в сельском хозяйстве для обработки полей. Проведенные исследования программного и траекторного управления для стабилизации высоты полета позволили установить связи между изменением массы и такими управляемыми параметрами, как угол тангажа и скорость центра масс летательного аппарата. Программное управление обеспечивает стабилизацию высоты полета при любом профиле поля, но его точность связана с точностью математической модели и без обратной связи с реальными данными полета не позволяет оценить истинную точность расчетов текущей высоты полета и скорости летательного аппарата. Траекторное управление с пропорционально-интегральным регулятором позволяет учитывать обратные связи. Как показали расчеты, такое управление полетом над полем с уклоном вниз может привести к потере устойчивости и падению летательного аппарата. Поле с неоднородным рельефом содержит участки, на которых уровень понижается. Они служат источником некомфортного полета и потери устойчивости.

**Ключевые слова:** малый беспилотный летательный аппарат (МБЛА), траекторное управление МБЛА, полет МБЛА с переменной массой, компьютерная модель

**Конфликт интересов:** авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

**Для цитирования:** Белов М.И., Андреев С.А., Шабаев Е.А., Кабдин Н.Е., Белов Д.В. Компьютерное моделирование автоматического управления сельскохозяйственным малым беспилотным летательным аппаратом с переменной массой. *Инженерные технологии и системы*. 2025;35(4):700–722. <https://doi.org/10.15507/2658-4123.035.202504.700-722>

## Computer Simulation of Automatic Control of an Agricultural Small Unmanned Aerial Vehicle with Variable Mass

**M. I. Belov<sup>✉</sup>, S. A. Andreev, E. A. Shabaev,  
N. E. Kabdin, D. V. Belov**

*Russian State Agrarian University –  
Moscow Timiryazev Agricultural Academy,  
Moscow, Russian Federation*

<sup>✉</sup> [belov@rgau-msha.ru](mailto:belov@rgau-msha.ru)

### Abstract

**Introduction.** Small unmanned aerial vehicles are effectively used in agriculture for field cultivation. Because of the long flight range, manual control from the ground of the elevator and engine thrust does not allow maintaining the required speed and altitude over

the field with the necessary precision to ensure the field uniform processing. The aircraft mass changing in flight and the changing field relief have not yet been taken into account sufficiently in studies on the stabilization of flight altitude and stability. Thus, the study of the automatic control mode of the elevator and engine thrust, ensuring the stabilization of flight altitude under conditions of decreasing aircraft mass and changing field relief, can be considered a relevant and insufficiently studied problem.

**Aim of the Study.** The study is aimed at evaluating the impact of mass changes of a small unmanned aerial vehicle on the flight altitude and of the center-of- mass speed of the vehicle during their stabilization in the automatic elevator and engine thrust control mode.

**Materials and Methods.** The object of the study is a small unmanned aerial vehicle. There were used the methods of differential equations, theoretical mechanics, automatic control, programming in the Lazarus development environment, and numerical methods were used for computer modeling of automatic control of the elevator and engine thrust of an aircraft to stabilize flight altitude. Along with the methods mentioned in the article, there were used visual simulation methods implemented in the Scilab XCOS environment. These methods made it possible to assess the adequacy of the computer model.

**Results.** There have been developed two computer models for automated control of a unmanned aerial vehicles flight at a given altitude and speed. Software control of the elevator and engine thrust, determined based on the solution of differential equations of longitudinal flight of a small unmanned aerial vehicle at a given trajectory angle and a given speed, made it possible to stabilize the altitude and speed. Trajectory management of the elevator and engine thrust based on the readings from altitude, pitch angle, angular velocity and speed sensors made it possible to "track" a given field relief and stabilize the altitude and flight speed with sufficient accuracy. It has been found that in flight sections with a decrease in flight mass, the altitude, flight speed and trajectory angle are stabilized, and the pitch angle decreases along with the mass, and at a high specified flight speed over a field with a negative angle of inclination (on descents) the pitch angle becomes negative (uncomfortable) and loss of control is possible.

**Discussion and Conclusion.** Reducing the flight mass of an unmanned aerial vehicle must be taken into account when using these devices in agriculture for pest control and other work related to the processing of agricultural crops. The conducted study of software and trajectory control for stabilizing flight altitude made it possible to determine the relationship between the change in mass and such controlled parameters as the pitch angle and speed of the mass center of the aircraft. Software control ensures stabilization of flight altitude under any field profile, but its accuracy is caused by the accuracy of the mathematical model and, without taking into account actual flight data, does not allow one to assess the true accuracy of calculations of the current flight altitude and speed of the aircraft. Trajectory control with a proportional-integral controller allows for feedback coupling to be taken into account. The calculations have shown that such control of a flight over a field with a downward slope can lead to a loss of stability and a fall of the aircraft. A field with variable relief has areas where the level decreases and which are the source of uncomfortable flight and loss are of flight stability.

**Keywords:** small unmanned aerial vehicle (SUAV), trajectory control of SUAV, variable mass SUAV flight, computer model

**Conflict of interest:** The authors declare that there is no conflict of interest.

**For citation:** Belov M.I., Andreev S.A., Shabaev E.A., Kabdin N.E., Belov D.V. Computer Simulation of Automatic Control of an Agricultural Small Unmanned Aerial Vehicle with Variable Mass. *Engineering Technologies and Systems*. 2025;35(4):700–722. <https://doi.org/10.15507/2658-4123.035.202504.700-722>

## ВВЕДЕНИЕ

В условиях интенсификации сельскохозяйственного производства вопросы управления технологическими процессами без участия человека становятся все более востребованными. Наравне с наземными мобильными машинами [1] в сельскохозяйственном производстве активно используются летательные аппараты, при этом «возможности применения малых беспилотных летательных аппаратов в сельском хозяйстве оказались гораздо шире их изначального основного назначения» [2]. Одна из областей их применения связана с обработкой полей препаратами для уничтожения вредителей, а также с внесением удобрений. Полеты осуществляются на небольшой высоте, и, во избежание нарушения норм внесения активного вещества на единицу площади поля, необходимо обеспечить равномерность внесения препаратов за счет поддержания заданной высоты полета над поверхностью поля и скорости малых беспилотных летательных аппаратов (МБЛА). Такой режим полета можно обеспечить за счет соответствующего управления рулем высоты и тягой двигателя. При этом необходимо учесть, что масса летательного аппарата, осуществляющего обработку поля от вредителей, может значительно уменьшаться до 30 % и более. Вопросы влияния изменения полетной массы на характеристики и устойчивость полета в исследованиях автоматического управления полетом МБЛА не рассматривались. Ввиду уменьшения массы во время полета коэффициенты дифференциальных уравнений движения МБЛА становятся переменными, применение методов операционного исчисления и передаточных функций требует дополнительных обоснований. В настоящем исследовании изложены результаты, полученные с помощью двух компьютерных моделей автоматического управления полетом: программного и траекторного. Рельеф поля в продольной плоскости полета представлен двумя формами: прямой и волнистой наклонными линиями. В первой модели управление рассчитывалось с помощью дифференциальных уравнений продольного полета МБЛА с переменной массой при задании траекторного угла и скорости центра масс летательного аппарата, во второй – полет моделировался дифференциальными уравнениями движения тела переменной массы с заданием функций управления рулем высоты и тяги двигателя по показаниям датчиков высоты и угла тангажа.

Целью исследования является оценка влияния переменной массы на высоту полета и скорость центра масс МБЛА при их стабилизации в режиме автоматического управления рулем высоты и тягой двигателя.

Задачи исследования включают в себя разработку алгоритма управления летательным аппаратом и компьютерных моделей управления полетом, моделирование в среде программирования Lazarus и в среде визуального моделирования XCOS Scilab, оценку точности управления в условиях изменяющегося рельефа поля.

## ОБЗОР ЛИТЕРАТУРЫ

Беспилотные летательные аппараты (БПЛА) можно использовать как важное звено эффективной системы защиты растений от болезней и вредителей. Для этого следует провести исследования зависимости ширины опрыскивания

от высоты полета БПЛА и нормы рабочего раствора [3]. В результате производственно-полевых опытов установлено, что при планировании полетного задания необходимо учитывать высоту обработки, норму внесения рабочего раствора и ширину захвата. Особенно важно соблюдение ширины захвата во время обработки гербицидами, поскольку ошибка может привести к пропускам, перерасходу препарата и гибели растений. По мнению А. Г. Кузнецова, для повышения точности позиционирования и оценки навигационных параметров МБЛА во время полета целесообразно использовать систему технического зрения. При этом алгоритмы обработки видовой информации сложны, трудоемки и затратны по времени их реализации; для навигации МБЛА необходимы средства управления динамикой летательного аппарата и измерения параметров, а также вычислительные средства [4].

В работе А. В. Архипова и С. П. Тимошенкова представлена разработанная математическая модель и описаны проведенные исследования преимуществ адаптированной системы управления углом тангажа БПЛА [5]. Угол тангажа служит управляемым параметром, с помощью которого можно руководить траекторным углом и траекторией полета, также для синтеза системы управления и стабилизации полета МБЛА рекомендуется применять метод бэкстеппинга [6], согласно которому задача разработки закона управления для всей системы разбивается на последовательность соответствующих подзадач до подсистем меньшего порядка. Приведены результаты численного моделирования в среде Matlab движения БПЛА с полученным регулятором, доказывающие устойчивость системы в больших пределах коэффициентов регулятора.

Методы и алгоритмы формирования динамической системы, моделирующей с заданной точностью целевую миссию БПЛА, представлены В. Е. Усачовым и Р. Ч. Таргамадзе [7]. Оценка точности такой модели осуществляется на основе предложенных критериев качества. Управление полетом МБЛА моделируется как в пространстве, так и в вертикальной плоскости. При этом математическая модель БПЛА как объекта управления представляется в виде линеаризованных математических моделей движения БПЛА [8].

В исследовании А. В. Потудинского отмечается наличие широкого диапазона неопределенностей при управлении динамикой полета различных беспилотных летательных аппаратов и предложены методы, обеспечивающие устойчивость управления в условиях неопределенностей [9]. Представляют интерес алгоритмы генерации траектории полета МБЛА через заданные путевые точки [10]. Такие алгоритмы можно использовать при разработке алгоритмов управления МБЛА по карте поля. Наряду с вопросами управления полетом МБЛА в научной литературе поднимаются вопросы исследований параметров руля высоты и элеронов [11]. Важные для проектировщиков МБЛА исследования поверхностей элеронов и элевонов позволили найти решения, обеспечивающие устойчивость управления полетом МБЛА. С. Ч. Фам, А. Д. Сурковой и М. С. Селезневой предложены алгоритмы управления МБЛА, позволяющие повысить точность позиционирования МБЛА в базовой инерциальной системе за счет коррекции управления

по изображениям местности путем сравнения бортовых радиолокационных снимков с эталонными картами [12]. Задачу вывода беспилотного летательного аппарата в заданную точку пространства (в том числе подвижную) необходимо рассматривать аналогично задачам, которые решаются известными методами синтеза системы самонаведения летательного аппарата на цель [13]. На основе разработанного метода синтеза параметров управления БПЛА предложена методика формирования траектории автоматического облета БПЛА заданной запретной зоны полета. В среде Simulink пакета Matlab произведено моделирование полета МБЛА с отслеживанием траектории его движения в пространстве при воздействии внешних сил (например, ветра) и при отработке сигналов управления рулем высоты, направления, отклонением элерона и дроссельной заслонки [14]. Модель корректно отрабатывает воздействия, возвращая МБЛА на прежний курс.

На моделях и экспериментальным путем изучены четыре стратегии управления МБЛА [15]. Две стратегии основаны на управлении с помощью ПИД-регуляторов, третья реализуется на базе линейно-квадратичного регулятора, четвертая – на управлении регулятором, обеспечивающим прогнозирование. Отмечается надежность ПИД-регуляторов и перспективность контроллеров с функциями прогнозирования. Установлено, что в условиях ветра ПИД-регулятор с оптимальными параметрами настройки обеспечивает более эффективное управление БПЛА при посадке в сравнении с ПИ-регулятором [16].

Было проведено исследование сравнительной эффективности нелинейного ПИД-регулятора и регулятора высокого порядка с настройкой скользящего среднего при управлении полетом БПЛА. [17]. Беспилотный летательный аппарат с фиксированными крыльями моделировался в виде системы с восемью степенями свободы, где учитывались колебания шасси и иных элементов конструкции. Эффективность регуляторов изучалась по ударным воздействиям на колеса шасси. Установлено преимущество нелинейного регулятора. В свою очередь, учеными из Нигерии представлен разработанный прототип БПЛА, который может распылять жидкие пестициды или средства борьбы с сорняками на посевы в сельскохозяйственных предприятиях [18]. Это было сделано путем создания полуавтономного квадрокоптера с системой точного сельскохозяйственного опрыскивания, включающей бак, насос, камеру и форсунки. Таким образом, задача эффективного управления БПЛА в виде квадрокоптера остается актуальной. Следует отметить, что полетная масса летательного аппарата не являлась предметом исследований и принималась постоянной, поэтому вопрос о влиянии ее изменения на управляемые переменные, высоту полета и скорость требует изучения.

## МАТЕРИАЛЫ И МЕТОДЫ

### *Объект исследования*

Малый беспилотный летательный аппарат является объектом настоящего исследования.

### Методы и оборудование

При разработке математической модели были использованы методы дифференциальных уравнений, теоретической механики, автоматического управления, численные методы. Конструктивные параметры и материалы объекта исследования и управления взяты из научной работы Р. У. Биарда и Т. У. Маклэйна<sup>1</sup>.

### Процедура исследования

Компьютерное моделирование автоматического управления рулём высоты и тягой двигателя летательного аппарата для стабилизации высоты полета над полем с переменным рельефом осуществлялось в среде программирования Lazarus и в среде визуального моделирования XCOS Scilab.

## РЕЗУЛЬТАТЫ ИССЛЕДОВАНИЯ

### Постановка задачи и уравнения движения тела переменной массы

Примем следующие допущения: МБЛА имеет плоскость симметрии (рис. 1), два пропеллера вращаются в противоположных направлениях; движением воздушной среды можно пренебречь и считать скорость ветра равной нулю; силы, действующие на МБЛА, симметричны относительно плоскости симметрии (рис. 2); кориолисовы силы инерции, действующие со стороны частиц воздуха на лопасти пропеллеров ввиду осевой симметрии пропеллера и плоскостной симметрии, взаимно уравновешиваются.

В соответствии с принятыми допущениями можно предположить, что движение МБЛА плоскопараллельное, продольное, без крена и рысканья (рис. 3).

Запишем уравнения движения центра масс МБЛА  $m$  переменной массы вдоль оси  $Ox$  и вращения МБЛА вокруг оси, проходящей через центр масс. В соответствии с уравнением Мещерского уравнение изменения импульса представим в виде равенства разности количеств движения частиц МБЛА в моменты  $(t + \Delta t)$  и  $t$ , с одной стороны, и импульса главного вектора внешних сил, действующих на МБЛА за то же время, с другой:

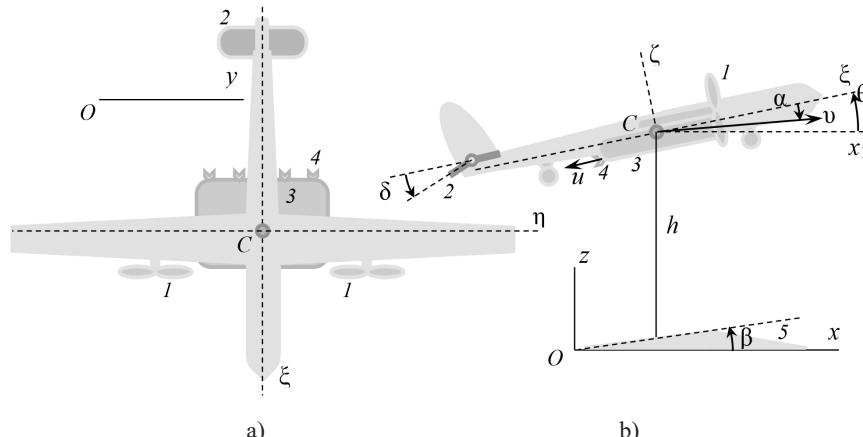
$$[(m + \Delta m)(v_c + \Delta v_c) - \Delta m(v_c + u_m)] - [mv_c] = F_c \Delta t,$$

или после приведения подобных членов и деления уравнения на  $\Delta t$  при  $\Delta t \rightarrow 0$ :

$$m \frac{dv_c}{dt} = F_c + \frac{dm}{dt} u_m, \quad (1)$$

где  $t$  – время, с;  $\Delta m$  – малое изменение массы МБЛА за малое время  $\Delta t$ , кг ( $\Delta m < 0$ , если масса убывает);  $\Delta v_c$  – изменение вектора  $v_c$  за время  $\Delta t$ ;  $F_c$  – главный вектор внешних сил, действующих на малый беспилотный летательный аппарат;  $u_m$  – вектор скорости частицы рабочего вещества на выходе из форсунок относительно корпуса летательного аппарата.

<sup>1</sup> Биард Р.У., Маклэйн Т.У. Малые беспилотные летательные аппараты. Теория и практика. М.: Техносфера; 2023. 311 с.



Р и с. 1. Малый беспилотный летательный аппарат при продольном полете без крена:

a) вид сверху; b) вид сбоку;

1 – пропеллеры; 2 – система управления углом тангажа; 3 – рабочая емкость; 4 – форсунки;  
5 – прямолинейный участок профиля поля с наклоном под углом  $\beta$

Fig. 1. Scheme of a small unmanned aerial vehicle in longitudinal flight without roll:

a) viewed from above; b) from the side.

1 – propellers; 2 – elevator actuator; 3 – container with working substance for spraying;

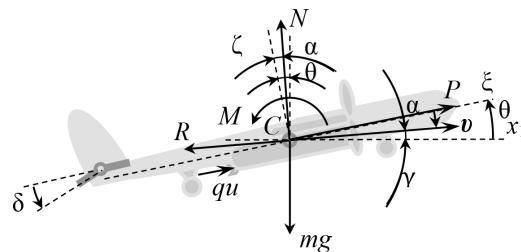
4 – nozzles; 5 – field profile with a rectilinear slope at an angle [3]

Примечание:  $Oxz$  – неподвижная ортогональная система декартовых координат с началом  $O$  на уровне моря, горизонтальными осями  $Ox$ ,  $Oy$  и вертикальной осью  $Oz$ , направленной вверх;  $C\xi\zeta$  – связанная с малым беспилотным летательным аппаратом ортогональная система декартовых координат с началом  $C$  в центре масс малого беспилотного летательного аппарата, осью  $C\xi$ , совпадающей с главной продольной осью инерции малого беспилотного летательного аппарата, перпендикулярной ей осью  $C\zeta$  в плоскости симметрии малого беспилотного летательного аппарата и перпендикулярной обеим этим осям осью  $C\eta$ ;  $Cx_1$  – подвижная горизонтальная ось, параллельная оси  $Ox$ ;  $x, z$  – координаты центра масс малого беспилотного летательного аппарата (точки  $C$ ) в неподвижной системе координат по осям  $Ox$ ,  $Oz$ , м;  $\beta$  – угол наклона средней прямой линии профиля поля в продольной вертикальной плоскости, рад;  $u$  – величина скорости центра масс малого беспилотного летательного аппарата, м/с;  $\alpha$  – угол атаки, образуемый продольной осью  $C\xi$  и вектором  $u$  или проекцией вектора  $u$  на плоскость симметрии малого беспилотного летательного аппарата, рад;  $h$  – высота полета над полем, м;  $\delta$  – угол поворота руля высоты с отсчетом от нулевого положения, рад;  $u$  – величина скорости частиц вещества, распыляемого при обработке поля, относительно корпуса малого беспилотного летательного аппарата в направлении, противоположном направлению продольной оси  $C\xi$  ( $u > 0$ ), м/с;

*Note:*  $Oxyz$  – a fixed orthogonal system of Cartesian coordinates with the origin  $O$  at sea level, horizontal axes  $Ox$ ,  $Oy$  and vertical axis  $Oz$  directed upwards;  $C\xi\eta\zeta$  – an orthogonal Cartesian coordinate system with origin  $C$  associated with a small unmanned aerial vehicle, axis  $C\xi$ , coinciding with the main longitudinal axis of inertia of a small unmanned aerial vehicle, perpendicular to it by the  $C\zeta$  axis in the plane of symmetry of the small unmanned aerial vehicle and perpendicular to both of these axes by the  $C\eta$  axis;  $Cx_1$  – movable horizontal axis parallel to the  $Ox$  axis;  $x$ ,  $z$  – coordinates of the center of mass of a small unmanned aerial vehicle (point  $C$ ) in a fixed coordinate system along the axes  $Ox$ ,  $Oz$ , m;  $\beta$  – the angle of inclination of the average straight line of the field profile in the longitudinal vertical plane, rad;  $v$  – the value of the speed of the center of mass of a small unmanned aerial vehicle, m/s;  $\alpha$  – the angle of attack formed by the longitudinal axis  $C\xi$  and the vector  $v$  or the projection of the vector  $v$  onto the plane of symmetry of a small unmanned aerial vehicle, rad;  $h$  – flight altitude above the field, m;  $\delta$  – elevator rotation angle measured from the zero position, rad;  $u$  – the value of the velocity of particles of the substance sprayed during field treatment relative to the body of a small unmanned aerial vehicle in the direction opposite to the direction of the longitudinal axis  $C\xi$  ( $u > 0$ ), m/s.

Источник: здесь и далее в статье рисунки составлены авторами.

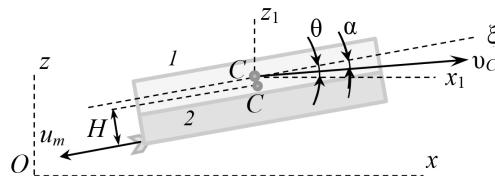
Источник: здесь и далее в статье рисунки с  
Source: compiled by the authors of the article.



Р и с. 2. Внешние силы, действующие на малый беспилотный летательный аппарат  
F i g. 2. External forces acting on the small unmanned aerial vehicle

*Примечание:*  $\theta$  – угол тангажа, образуемый осями  $C\xi$  и  $Cx_1$ , рад;  $\gamma$  – траекторный угол, образуемый вектором скорости  $v$  и осью  $Cx_1$  ( $\gamma = \theta - \alpha$ ), рад;  $m$  – масса малого беспилотного летательного аппарата, кг;  $q$  – расход рабочего вещества при обработке поля на единицу длины пути вдоль оси  $Ox$ , кг/м;  $P$  – величина главного вектора сил тяги двух пропеллеров (сила тяги), Н;  $N$  – величина главного вектора подъемных сил (подъемная сила), Н;  $R$  – величина главного вектора сил сопротивления (сила сопротивления), Н;  $M$  – величина главного момента внешних сил относительно оси  $C\eta$ , Н м;  $g$  – ускорение свободного падения материальной точки,  $\text{м/с}^2$ .

*Note:*  $\theta$  – pitch angle formed by the axes  $C\xi$  and  $Cx_1$ , rad  $\gamma$  – trajectory angle formed by the velocity vector  $v$  and the  $Cx_1$  axis ( $\gamma = \theta - \alpha$ ), rad;  $m$  – mass of a small unmanned aerial vehicle, kg;  $q$  – consumption of working substance during field processing per unit length of path along the  $Ox$  axis, kg/m;  $P$  – the magnitude of the main vector of the thrust forces of two propellers (thrust force), N;  $N$  – the magnitude of the main vector of lifting forces (lift force), N;  $R$  – the magnitude of the main vector of resistance forces (resistance force), N;  $M$  – the magnitude of the principal moment of external forces relative to the  $C\eta$  axis, N m;  $g$  – acceleration of gravity of a material point,  $\text{m/s}^2$ .



Р и с. 3. Обоснование уравнений движения малого беспилотного летательного аппарата с переменной массой и переменным положением центра масс  $C$ :  
1 – рабочая емкость; 2 – вещество в рабочей емкости

F i g. 3. To the substantiation for the equations of a small unmanned aerial vehicle motion with variable mass and variable position of the center of mass  $C$ :  
1 – container; 2 – substance in container

*Примечание:*  $v_C$  – вектор скорости центра масс малого беспилотного летательного аппарата;  $u_m$  – вектор скорости частицы рабочего вещества на выходе из форсунок относительно корпуса малого беспилотного летательного аппарата;  $H$  – расстояние от центра масс до линии вектора  $u_m$ , приложенного к форсунке в плоскости симметрии малого беспилотного летательного аппарата, м.

*Note:*  $v_C$  – velocity vector of the center of mass of a small unmanned aerial vehicle;  $u_m$  – the velocity vector of the working substance particle at the outlet of the nozzles relative to the body of the small unmanned aerial vehicle;  $H$  – distance from the center of mass to the line of vector  $u_m$  applied to the nozzle in the plane of symmetry of a small unmanned aerial vehicle, m.

При выходе рабочего вещества из форсунок проекции векторов  $v_C$  и  $u_m$  на ось имеют противоположные знаки, а производная массы МБЛА по времени –

отрицательную величину. Уравнение изменения кинетического момента МБЛА запишем в движущейся системе координат с началом в центре масс МБЛА и осями, параллельными неподвижным осям  $Ox$  и  $Oz$ . Будем полагать, что частицы рабочего вещества в емкости под давлением вращаются вокруг оси вместе с фюзеляжем. Угловая скорость, кинетический момент и момент внешней силы положительны, если при наблюдении с конца оси согласуются с вращением против хода стрелки часов. Разность кинетических моментов частиц МБЛА относительно оси, проходящей через центр масс МБЛА, перпендикулярной плоскости симметрии, в моменты  $(t + \Delta t)$  и  $t$  равна импульсу главного момента внешних сил, действующих на МБЛА, относительно той же оси за то же время:

$$[(J + \Delta J)(\omega + \Delta\omega) + \Delta m Hu] - [J\omega] = M\Delta t,$$

где  $u = |u_m|$ ;  $\omega$  – угловая скорость вращения малого беспилотного летательного аппарата вокруг оси  $C\eta$ , рад/с;  $\Delta\omega$  – изменение угловой скорости  $\omega$  за малое время  $\Delta t$ , рад/с;  $J$  – текущий момент инерции малого беспилотного летательного аппарата относительно оси  $C\eta$ , кг·м<sup>2</sup>;  $\Delta J$  – изменение момента инерции  $J$  за малое время  $\Delta t$ , кг·м<sup>2</sup>.

После приведения подобных членов, деления обеих частей на  $\Delta t$  и  $\Delta t \rightarrow 0$  уравнение примет вид:

$$J \frac{d\omega}{dt} + \omega \frac{dJ}{dt} = M - \frac{dm}{dt} Hu,$$

и, полагая, что угловая скорость настолько мала, что ей можно пренебречь, получим:

$$J \frac{d\omega}{dt} = M - \frac{dm}{dt} Hu. \quad (2)$$

### **Модель программного управления малого беспилотного летательного аппарата**

Программное управление движением определяется как управление желаемым движением и находится из решения уравнений движения. Рассмотрим полет МБЛА на заданной высоте над полем по траектории, параллельной линии профиля поля в продольной вертикальной плоскости полета. Полагаем, что программное управление поддерживает траекторный угол МБЛА равным углу наклона линии профиля поля к горизонту. Неподвижную систему координат выберем так, чтобы плоскость  $Oxz$  совпала с плоскостью симметрии  $C\xi\xi$ . При составлении дифференциальных уравнений плоскопараллельного движения<sup>2</sup> в инерциальной системе координат  $Oxz$  уравнение движения (1) центра масс МБЛА запишем в естественном виде, проецируя ускорение точки и силы на ось касательной, направленную по вектору скорости и центра масс МБЛА, ось нормали к траектории центра масс, направленную в сторону вогнутости траектории. Уравнения движения запишем так:

<sup>2</sup> Белов М.И., Пылаев Б.В. Теоретическая механика: учеб. пособие. М.: РИОР ИНФРА-М; 2024. 334 с.

$$\begin{cases}
 m \frac{dv}{dt} = P \cos \alpha - R - \frac{dm}{dt} u \cos \alpha - mg \sin(\theta - \alpha) \\
 mv \frac{d(\theta - \alpha)}{dt} = P \sin \alpha + N - \frac{dm}{dt} u \sin \alpha - mg \cos(\theta - \alpha) \\
 J \frac{d\omega}{dt} = M - \frac{dm}{dt} Hu \\
 \frac{d\theta}{dt} = \omega \\
 \frac{dx}{dt} = v \cos(\theta - \alpha) \\
 \frac{dz}{dt} = v \sin(\theta - \alpha),
 \end{cases} \quad (3)$$

где

$$m = \begin{cases} m_0 + m_c, & 0 < x < x_0 \\ m_0 + m_c - q(x - x_0), & x_0 + \frac{m_c}{q} \geq x \geq x_0 \\ m_0, & x > x_0 + \frac{m_c}{q}; \end{cases}$$

$$J = \begin{cases} J_0 + m_c \left[ \frac{H}{2} \right]^2, & 0 < x < x_0 \\ J_0 + [m_c - q(x - x_0)] \left[ \frac{H}{2} + \frac{Hq(x - x_0)}{2m_c} \right]^2, & x_0 + \frac{m_c}{q} \geq x \geq x_0 \\ J_0, & x > x_0 + \frac{m_c}{q}; \end{cases}$$

$$\frac{dm}{dt} = \begin{cases} 0, & 0 < x < x_0 \\ -qv \cos(\theta - \alpha), & x_0 + \frac{m_c}{q} \geq x \geq x_0 \\ 0, & x > x_0 + \frac{m_c}{q}, \end{cases}$$

где  $x_0$  – координата  $x$  в момент начала уменьшения массы МБЛА;  $m_0$ ,  $m_c$  – масса летательного аппарата без рабочего вещества и максимальная масса рабочего вещества ( $m_0 \leq m \leq m_0 + m_c$ ), кг;  $J_0$  – момент инерции малого беспилотного летательного аппарата относительно оси  $C\bar{y}$  без рабочего вещества, кг·м<sup>2</sup>.

Уравнения (3) содержат силы  $P$ ,  $R$ ,  $N$  и пару сил  $M$ , выражения для которых определены по экспериментальным данным<sup>3</sup>. В соответствии с уравнением Бернуlli разность  $\Delta p$  давлений воздуха на выходе из пропеллера при скорости воздуха  $v_0$  и на входе в него при скорости воздуха  $v$  определяется по формуле:

$$\Delta p = \frac{1}{2} \rho (v_0^2 - v^2),$$

где  $\rho$  – плотность воздуха, кг/м<sup>3</sup>.

<sup>3</sup> Биард Р.У., Маклэйн Т.У. Малые беспилотные летательные аппараты: теория и практика.

Принимая скорость  $v_0$  воздуха на выходе прямо пропорциональной перемещению  $\delta_p$  руля тяги, а силу тяги  $P$  прямо пропорциональной разности давлений и площади сечения пропеллера, последнюю формулу для двух пропеллеров получим<sup>4</sup>:

$$P = \rho s_p \left[ (k_p \delta_p)^2 - v^2 \right]. \quad (4)$$

где  $s_p$  – площадь поперечного сечения пропеллера,  $\text{м}^2$ ;  $k_p$  – коэффициент тяги пропеллера,  $(\text{м}/\text{с})/\text{м}$ ;  $\delta_p$  – перемещение тяги двигателя (дроссельной заслонки), м.

При малых углах тангажа и атаки справедливы следующие выражения для сил сопротивления  $R, N, M^2$ :

$$\begin{cases} N = \frac{1}{2} \rho v^2 s_w (c_N + c_{N\alpha} \alpha + c_{N\delta} \delta) \\ R = \frac{1}{2} \rho v^2 s_w (c_R + c_{R\alpha} \alpha) \\ M = \frac{1}{2} \rho v^2 s_w c \left( c_{M\alpha} \alpha + \frac{c_{M\omega}}{v} \omega + c_{M\delta} \delta \right), \end{cases} \quad (5)$$

где  $c, c_N, c_{N\alpha}, c_{N\delta}, c_R, c_{R\alpha}, c_{M\alpha}, c_{M\omega}, c_{M\delta}$  – экспериментальные коэффициенты;  $s_w$  – площадь поперечного сечения крыла,  $\text{м}^2$ .

Система уравнений (3) с учетом функций (4), (5) при заданных начальных условиях и заданном законе управления  $\delta(t), \delta_p(t)$  является замкнутой и позволяет однозначно определить шесть неизвестных, являющихся переменными состояния:  $v, \omega, \alpha, \theta, x, z$ . Для определения функций управления  $\delta(t), \delta_p(t)$  необходимо задать два условия (уравнения). Такими являются уравнение профиля поля или соответствующее ему уравнение траекторного угла и задание скорости центра масс МБЛА. Линию профиля поля с координатами  $z_f$  по оси  $Oz$  зададим в виде наклонной прямой линии (верхняя формула) или волнистой наклонной линии (нижняя формула) так:

$$z_f = \begin{cases} x \operatorname{tg} \beta \\ x \operatorname{tg} \beta + \frac{h_c \sin\left(\frac{2\pi x}{250}\right)}{10}, \end{cases} \quad (6)$$

где  $z_f$  – координата точки профиля поля по оси  $Oz$ , м;  $h_c$  – заданная высота полета над полем, м.

Два условия (уравнения) по траекторному углу  $\gamma$  и скорости  $v$  зададим в виде:

$$\begin{cases} \operatorname{tg}(\theta - \alpha) = \operatorname{tg} \gamma = \frac{dz}{dx} = \frac{dz_f}{dx} \\ v = v_c = \text{const}, \end{cases} \quad (7)$$

где  $z_f$  – функция от  $x$ , заданная формулами (6),  $v_c$  – заданная скорость,  $\text{м}/\text{с}$ .

Система алгебро-дифференциальных уравнений (3), (7) с учетом (4), (5) состоит из восьми уравнений и позволяет найти шесть переменных состояния и две переменные управления, которые служат программным управлением. Она приводится к линейной системе четырех обыкновенных дифференциальных уравнений с переменными  $\theta, \omega, x, z$  при заданной постоянной скорости  $v_c$ . Действительно, из первого уравнения системы (3) с учетом выражения для  $R$  из (5) следует такое равенство:

<sup>4</sup>Там же.

$$P = \frac{mg \sin \beta}{\cos(\theta - \gamma)} + \frac{dm}{dt} u + \frac{1}{2} \frac{\rho v_c^2 s_w [c_R + c_{Ra}(\theta - \gamma)]}{\cos(\theta - \gamma)}. \quad (8)$$

Используя формулу (4), найдем  $\delta_p$ :

$$\delta_p^2 = \frac{\frac{P}{\rho s_p} + v_c^2}{k_p^2}, \quad (9)$$

где  $P$  задается формулой (8).

Из выражения (5) для  $N$  найдем  $\delta$ , подставляя в него выражение  $N$  из второго уравнения системы (3), в таком виде:

$$\delta = \frac{\frac{2N}{\rho v_c^2 s_w} / -c_N - c_{Na}(\theta - \gamma)}{c_{N\delta}}, \quad (10)$$

где  $N = \left( \frac{dm}{dt} u - P \right) \sin(\theta - \gamma) + mg \cos \gamma + mv_c \frac{d\gamma}{dx} v_c \cos \gamma$ .

Подставляя  $\delta$  из (10) и  $\alpha$  из (7) в выражение (5) для  $M$ , получим такую формулу:

$$M = \frac{1}{2} \rho v_c^2 s_w c \left( c_{Ma}(\theta - \gamma) + \frac{c_{M\omega}}{v_c} \omega + c_{M\delta} \delta \right). \quad (11)$$

Отмечаем, что последние четыре уравнения системы (3) с учетом выражений (6)–(11) служат системой дифференциальных уравнений с неизвестными  $\theta, \omega, x, z$ . В установившемся режиме полета на участках с постоянной массой угол тангажа и угол атаки зависят от заданной скорости и массы МБЛА и связаны с ними так:

$$\frac{2mg[\cos \gamma - \sin \gamma \operatorname{tg}(\theta - \gamma)]}{\rho v_c^2 s_w} = c_N + c_{Na}(\theta - \gamma) + \frac{c_{N\delta} c_{Ma}(\theta - \gamma)}{c_{M\delta}} + [c_R + c_{Ra}(\theta - \gamma)] \operatorname{tg}(\theta - \gamma).$$

Отсюда следует, что установившееся значение угла тангажа совпадает с заданным траекторным углом  $\gamma$ , если скорость рассчитывать по следующей формуле:

$$v_c = \sqrt{\frac{2mg \cos \gamma}{c_N \rho s_w}}. \quad (12)$$

### Модель траекторного управления малым беспилотным летательным аппаратом

Программное управление предполагает, что истинный рельеф поля описывается заданной функцией, начальные моделируемые и реальные условия совпадают, погрешность модели отсутствует. Ввиду расхождений по всем позициям программное управление эффективно, если имеются основания считать такие расхождения незначимыми. Вместо уравнений (7) зададим управления в виде:

$$\delta = b_1(\theta - \beta) + b_2 \omega + c_1(z - z_f - h_c) + c_2 \int_0^t (z - z_f - h_c) dt, \quad (13)$$

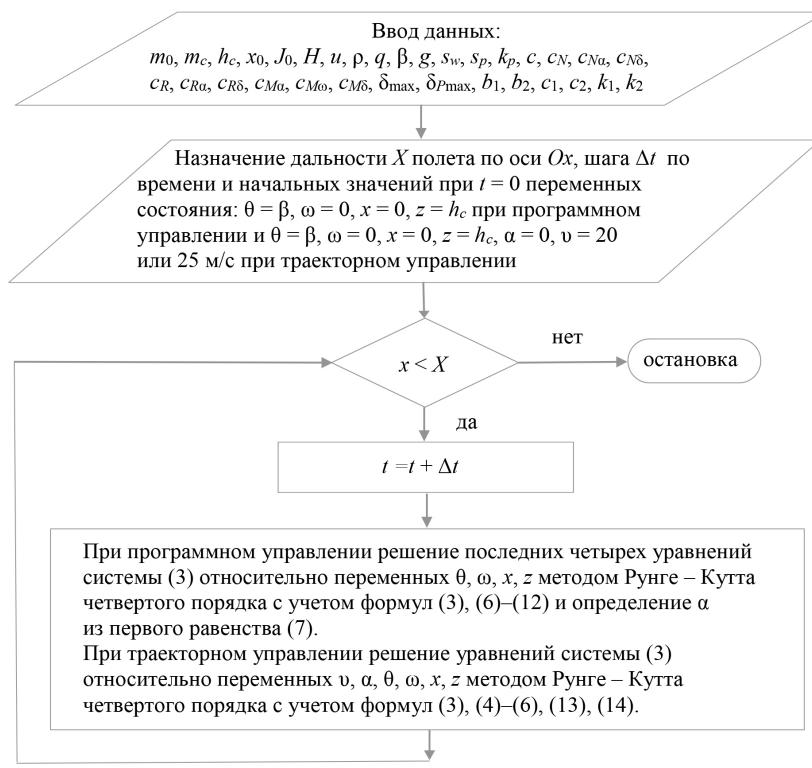
$$\delta_p = k_1(v_a - v) + k_2 \int_0^t (v_a - v) dt, \quad (14)$$

где  $b_1, b_2, c_1, c_2, k_1, k_2$  – задаваемые коэффициенты ПИ регулятора для управления рулем высоты и дроссельной заслонкой (тягой двигателя);  $z_f$  – функция (6);  $v_a$  – заданное значение скорости.

Вопрос обоснования коэффициентов  $b_1, b_2, c_1, c_2, k_1, k_2$  не рассматривался. Коэффициенты оценивались так, чтобы значения переменных управления не превышали заданных рабочих пределов  $\delta_{\max}$  по углу поворота руля высоты и  $\delta_{p\max}$  по перемещению дроссельной заслонки (тяги двигателя). Технология подобной оценки приведена, например, в упомянутой выше работе Р. У. Биарда и Т. У. Маклэйна<sup>5</sup>. В равенствах (13), (14) предполагается, что значения высоты полета, угла тангажа, угловой скорости и скорости, регистрируемые датчиками и рассчитываемые по уравнениям движения МБЛА, совпадают. Шесть уравнений (3) после подстановки в них выражений (13), (14) для переменных управления содержат все шесть переменных состояния и при заданных начальных значениях переменных и коэффициентах могут быть решены. Уравнения (3) с учетом уравнений (4)–(7), (13), (14) рассматриваются как модель траекторного управления.

### Алгоритм расчета высоты и скорости

Алгоритм представим в виде блок-схемы (рис. 4).



<sup>5</sup> Биард Р.У., Маклэйн Т.У. Малые беспилотные летательные аппараты: теория и практика.

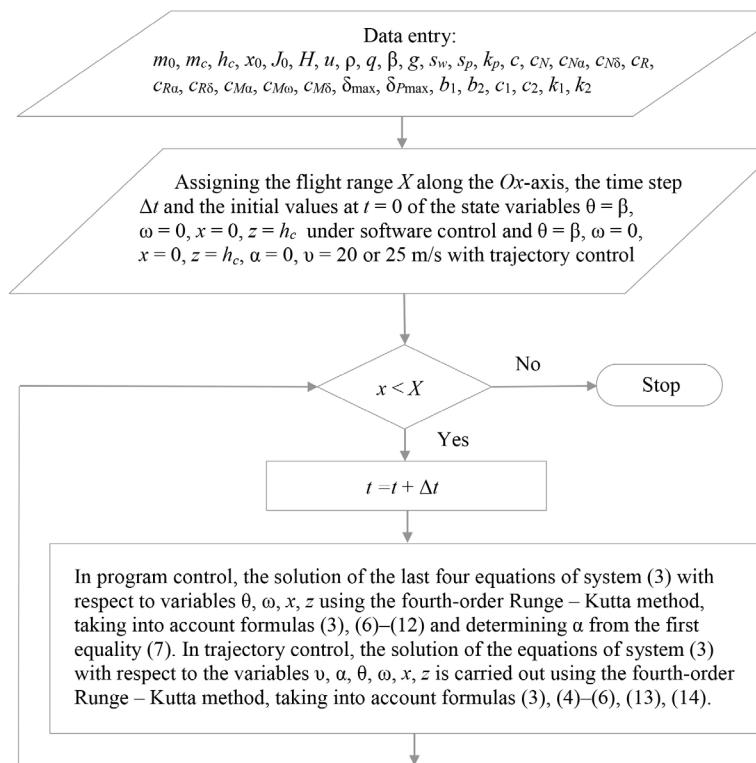


Fig. 4. Simplified flow chart for calculating flight altitude in software and trajectory control models

### Компьютерное моделирование

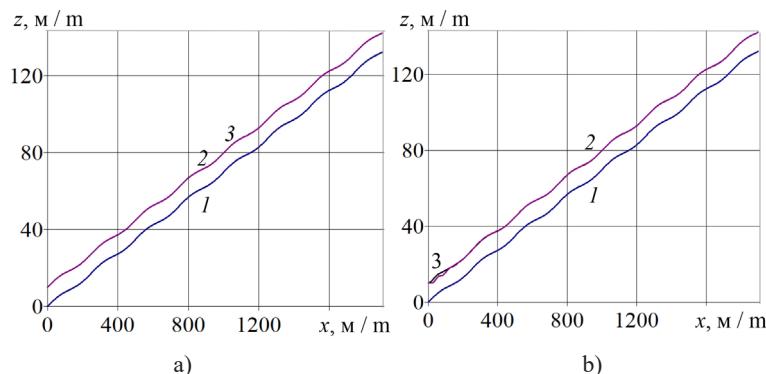
Алгоритм определения значений высоты и скорости был реализован в среде программирования Lazarus и в визуальной среде моделирования XCOS Scilab при следующих исходных данных<sup>6</sup>  $m_0 = 13,5$  кг;  $m_c = 5$  кг;  $h_c = 10$  м;  $x_0 = 600$  м;  $J_0 = 1,135$  кг м<sup>2</sup>;  $H = 0,035$  м;  $u = 2,5$  м/с;  $\rho = 1,27$  кг/м<sup>3</sup>;  $q = 0,007$  кг/м;  $\beta = 4$  град;  $g = 9,8$  м/с<sup>2</sup>;  $s_w = 0,55$  м<sup>2</sup>;  $s_p = 0,11$  м<sup>2</sup>;  $k_p = 80$  (м/с)/м;  $c = 0,19$  м;  $c_n = 0,8$ ;  $c_{na} = 3,45$ ;  $c_{nb} = -0,36$ ;  $c_r = 0,03$ ;  $c_{ra} = 0,3$ ;  $c_{ma} = -0,38$ ;  $c_{mo} = -3,6$ ;  $c_{mb} = -0,5$ ;  $\delta_{max} = \pi/3$ ;  $\delta_{pmax} = 0,04$  м;  $b_1 = \pi/3$  рад/рад;  $b_2 = \pi/60$  (рад·с)/рад;  $c_1 = 0,2$  рад/м;  $c_2 = 0,025$  рад/(м·с);  $k_1 = \delta_{pmax}/10$  (м·с)/м;  $k_2 = \delta_{pmax}/80$  м/м.

Программное и траекторное управления позволили стабилизировать высоту полета над полем с прямолинейным и волнистым рельефом, моделируемым уравнениями (6) (рис. 5).

В случае прямолинейного рельефа траектория центра масс МБЛА становится прямой линией, параллельной линии рельефа. Расчеты и моделирование показали, что программное управление обеспечило стабилизацию скорости и высоты полета над полем с любым рельефом. Изменение полетной массы при

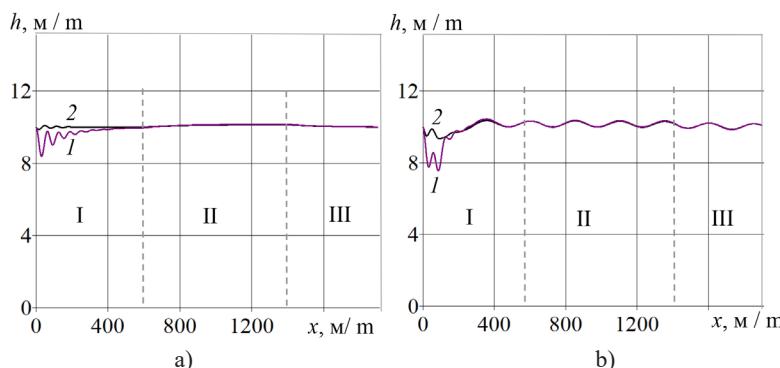
<sup>6</sup> Биард Р.У, Маклэйн Т.У. Малые беспилотные летательные аппараты: теория и практика.

траекторном управлении не изменило высоту полета, если к началу рабочего процесса, во время которого полетная масса начинала уменьшаться, высота стабилизировалась (рис. 6 а).



Р и с. 5. Зависимости от координаты  $x$  координаты  $z$  (высоты над уровнем моря) точек линии волнистого профиля поля  $I$  и центра масс малого беспилотного летательного аппарата при программном (а) и траекторном (б) управлении при полете с заданной скоростью:  
2 – 20 м/с; 3 – 25 м/с

F i g. 5. Depending on the  $x$  coordinate of the  $z$  coordinate (altitude above sea level) of the points of the wavy profile line of field  $I$  and the center of mass of a small unmanned aerial vehicle with software (a) and trajectory (b) control when flying at a set speed:  
2 – 20 m/s; 3 – 25 m/s



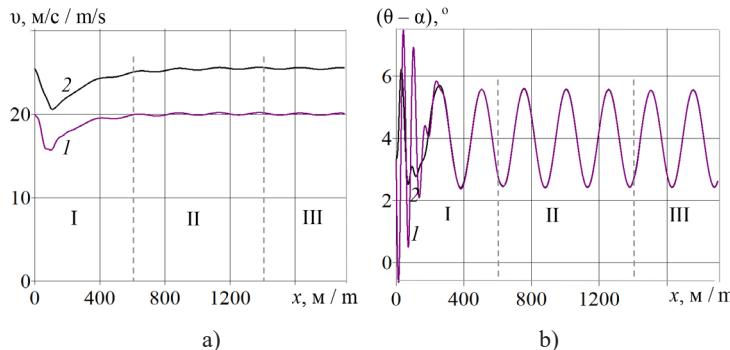
Р и с. 6. Зависимости высоты полета  $h$  над полем с прямолинейным наклонным профилем (а) и волнистым наклонным профилем (б) от координаты  $x$  при траекторном управлении и заданной скорости:  
1 – 20 м/с; 2 – 25 м/с

F i g. 6. Dependence of the flight altitude  $h$  above a field with a straight inclined profile (a) and a wavy inclined profile (b) on the coordinate  $x$  with trajectory control and a given speed:  
1 – 20 m/s; 2 – 25 m/s

*Примечания:* I – масса малого беспилотного летательного аппарата постоянна; II – масса малого беспилотного летательного аппарата уменьшается; III – масса малого беспилотного летательного аппарата постоянна.

*Note:* I – the mass of the small unmanned aerial vehicle is constant; II – the mass of the small unmanned aerial vehicle decreases; III – the mass of the small unmanned aerial vehicle is constant.

При прямолинейном наклонном профиле поля траекторное управление позволило стабилизировать высоту на заданном уровне. При волнистом профиле поля отклонения точек поля на расстояние 1 м от средней линии профиля привело к отклонению высоты от заданного значения не более чем на 20 см (рис. 6 б). Уменьшение полетной массы МБЛА на втором участке полета не повлияло на его скорость (рис. 7 а) и траекторный угол (рис. 7 б) при траекторном управлении высотой и скоростью полета.



Р и с. 7. Изменение скорости центра масс малого беспилотного летательного аппарата (а) и траекторного угла (б) с изменением перемещения  $x$  при траекторном управлении полетом над полем с волнистым наклонным профилем при заданной скорости:  
1 – 20 м/с; 2 – 25 м/с

F i g. 7. Change in the speed of the center of mass of the small unmanned aerial vehicle (a) and the trajectory angle (b) with a change in the displacement  $x$  at trajectory control over a field with a wavy inclined profile and a given speed:  
1 – 20 m/s; 2 – 25 m/s

*Примечание:* I – масса малого беспилотного летательного аппарата постоянна; II – масса малого беспилотного летательного аппарата уменьшается; III – масса малого беспилотного летательного аппарата постоянна.

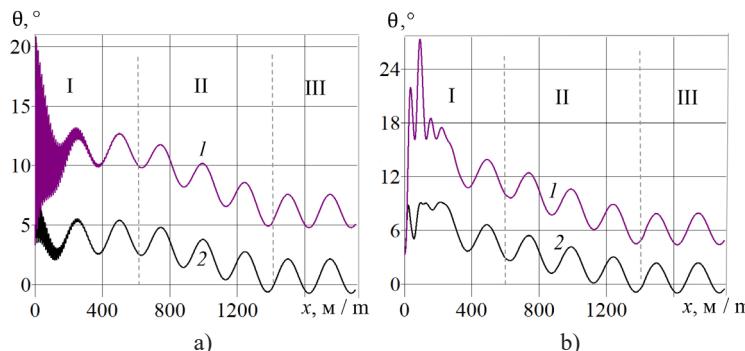
*Note:* I – the mass of the small unmanned aerial vehicle is constant; II – the mass of the small unmanned aerial vehicle decreases; III – the mass of the small unmanned aerial vehicle is constant.

Расчеты показали, что уменьшение полетной массы МБЛА на участке II приводило к значительному уменьшению угла тангажа (рис. 8).

Угол тангажа также трансформировался вместе с изменениями профиля поля относительно средней линии. Колебания уровня поля относительно средней линии приводят к колебаниям угла тангажа и тем самым угла поворота корпуса вокруг поперечной оси, амплитуда которых заметно не изменялась с уменьшением полетной массы МБЛА. При полете над участками I, III поля с прямым наклонным рельефом, на которых полетная масса МБЛА не изменялась, траекторное управление обеспечивало неизменный угол тангажа и неизменную скорость (рис. 9, линия 1).

Компьютерное моделирование позволило выявить опасные условия и режимы управления полетом на спусках с отрицательным углом наклона средней линии профиля поля: траекторное управление МБЛА при большой заданной скорости на участках (более 20 м/с) с уменьшением полетной массы привело к уменьшению угла тангажа до отрицательных значений с потерей управления (рис. 9, линия 2). При скорости 20 м/с и ниже траекторное управление обеспечивает стабилизацию скорости и высоты над полем с плоским рельефом без наклона вниз. При волнистом

профиле поля отклонения точек поля на расстояние 1 м от средней линии профиля приводит к отклонению высоты от заданного значения не более чем на 20 см.



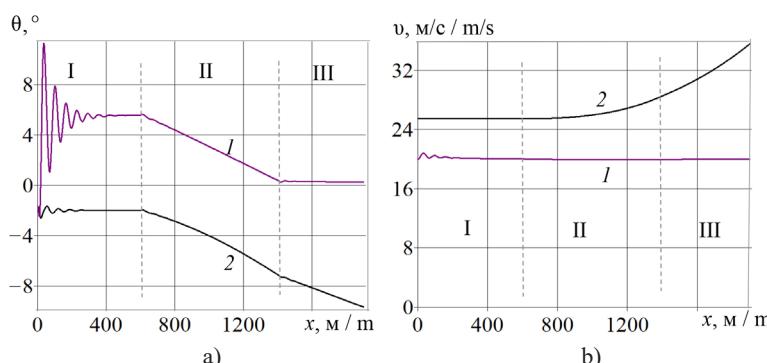
Р и с. 8. Зависимости угла тангажа  $\theta$  от перемещения  $x$  центра масс малого беспилотного летательного аппарата при программном управлении (а) и траекторном управлении (б) полетом над полем с волнистым наклонным профилем со скоростью:

1 – 20 м/с; 2 – 25 м/с

F i g. 8. Dependences of the pitch angle  $\theta$  on the displacement  $x$  of the center of mass of the small unmanned aerial vehicle with program control (a) and trajectory control (b) of flight over a field with a wavy inclined profile at a speed:  
1 – 20 m/s; 2 – 25 m/s

*Примечание:* I – масса малого беспилотного летательного аппарата постоянна; II – масса малого беспилотного летательного аппарата уменьшается; III – масса малого беспилотного летательного аппарата постоянна.

*Note:* I – the mass of the small unmanned aerial vehicle is constant; II – the mass of the small unmanned aerial vehicle decreases; III – the mass of the small unmanned aerial vehicle is constant.



Р и с. 9. Зависимости угла тангажа (а) и скорости (б) от перемещения  $x$  центра масс малого беспилотного летательного аппарата при траекторном управлении полетом над полем с прямым профилем под углом к горизонтальной плоскости  $2^\circ$  при заданной скорости:

1 – 20 м/с; 2 – 25 м/с

F i g. 9. Dependences of the pitch angle (a) and speed (b) on the displacement  $x$  of the center of mass of the small unmanned aerial vehicle with trajectory control of the flight over a field with a straight profile at an angle to the horizontal plane of  $2^\circ$  at a given speed:  
1 – 20 m/s; 2 – 25 m/s

*Примечание:* I – масса малого беспилотного летательного аппарата постоянна; II – масса малого беспилотного летательного аппарата уменьшается; III – масса малого беспилотного летательного аппарата постоянна.

*Note:* I – the mass of the small unmanned aerial vehicle is constant; II – the mass of the small unmanned aerial vehicle decreases; III – the mass of the small unmanned aerial vehicle is constant.

Решением проблемы потери управления при спуске над участком с уклоном может стать изменение курса полета таким образом, чтобы полет осуществлялся без спуска.

## ОБСУЖДЕНИЕ И ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Расчеты показали, что программное управление рулем высоты и тягой двигателя МБЛА позволяет стабилизировать высоту полета и скорость МБЛА с переменной массой при прямом и волнистом рельефе поля. Программное управление при его высокой точности требует значительных вычислительных ресурсов для решения уравнений и обработки информации с высоким быстродействием, которые препятствуют реализации такого управления из-за недостаточных вычислительных ресурсов микроконтроллеров. Точность расчетов высоты и скорости летательного аппарата связана с точностью математической модели, и без обратной связи с реальными данными полета нельзя оценить истинную точность расчетов высоты полета и скорости летательного аппарата. Поэтому траекторное управление с пропорционально-интегральным регулятором, позволяющее учитывать обратные связи, можно признать надежным способом поддержания высоты летательного аппарата на заданном уровне. Однако такой способ управления даже с рациональными коэффициентами усиления регулятора не позволяет «устранить» отклонение высоты полета от заданной, обусловленное инерцией летательного аппарата. Это наглядно проявилось при изучении траектории полета над полем с переменным рельефом, аппроксимируемым волнистой (синусоидальной) линией. При большой скорости такие отклонения приводят к потере устойчивости и падению летательного аппарата. Проведенные исследования показали, что при полетах над полем с переменным и наклонным рельефом важное значение имеет устойчивость полета. Как показали расчеты, уменьшение массы летательного аппарата во время полета над полем с плоским рельефом с уклоном вниз может привести к потере устойчивости и его падению. Уменьшение полетной массы беспилотного летательного аппарата необходимо учитывать при использовании таких аппаратов в сельском хозяйстве для обработки поля от вредителей. При выполнении работ на участках с уклоном не рекомендуется движение на заданной высоте в направлении понижения участка. Направление полета целесообразно выбирать таким, в котором участок не понижается. Поле с переменным рельефом содержит участки, на которых уровень понижается, служит источником некомфортного полета и потери устойчивости полета.

## СПИСОК ИСТОЧНИКОВ

1. Ударцева О.В. Исследование различных технологий внесения пестицидов, используемых на территории алтайского края. *Фундаментальные исследования*. 2011;(8):185–187. URL: <https://fundamental-research.ru/tu/article/view?id=26809> (дата обращения: 09.08.2025).
2. Салаев Б.К., Серёгин А.А., Эвиеев В.А., Мучаев А.Б., Глечикова Н.А., Юдаев И.В. Анализ применения беспилотных летательных аппаратов в сельском хозяйстве. *Вестник аграрной науки Дона*. 2022;15(4):29–44. [https://doi.org/10.55618/20756704\\_2022\\_15\\_4\\_29-44](https://doi.org/10.55618/20756704_2022_15_4_29-44)
3. Курченко Н.Ю., Даус Ю.В., Туфляк Е.В., Ильченко Я.А. Параметры применения беспилотных летательных аппаратов при обработке средствами защиты растений сельскохозяйственных культур. *Известия нижневолжского агрониверситетского комплекса*. 2023;(1):527–536. URL: <https://clck.ru/3QH2Bd> (дата обращения: 09.08.2025).

4. Кузнецов А.Г. Автоматизация процесса посадки малогабаритного беспилотного летательного аппарата в особых ситуациях. *Труды МАИ*. 2011;(45):25425. URL: <https://trudymai.ru/published.php/published.php?ID=25425> (дата обращения: 09.08.2025).
5. Архипов А.В., Тимошенков С.П. Применение адаптивных регуляторов в системах управления беспилотными летательными аппаратами. *Известия высших учебных заведений. Электроника*. 2022;27(5):652–663. <https://elibrary.ru/wdjbyi>
6. Ахрамович С.А., Баринов А.В., Малышев В.В., Старков А.В. Синтез системы управления беспилотного летательного аппарата по высоте методом бэкстеппинга. *Вестник Самарского университета. Аэрокосмическая техника, технологии и машиностроение*. 2018;17(2):7–22. <https://doi.org/10.18287/2541-7533-2018-17-2-7-22>
7. Усачов В.Е., Таргамадзе Р.Ч. Принципы и алгоритмы формирования системы математических моделей целевой миссии беспилотного ЛА. *Труды МАИ*. 2011;(49):28282. URL: <http://trudymai.ru/published.php?ID=28282> (дата обращения: 29.01.2025).
8. Карпунин А.А., Титков И.П. Упрощение и линеаризация математической модели движения беспилотных летательных аппаратов в пространстве и в вертикальной плоскости. *Современные научно-исследовательские технологии*. 2019;(2):69–77. URL: <https://top-technologies.ru/ru/article/view?id=37411> (дата обращения: 29.01.2025).
9. Потудинский А.В. Адаптивная конфигурация контроллера нечеткой логики динамики полета беспилотного летательного аппарата. *Моделирование, оптимизация и информационные технологии*. 2023;11(4):1466. <https://doi.org/10.26102/2310-6018/2023.43.4.021>
10. Anderson E.P., Beard R.W., McLain T.W. Real-Time Dynamic Trajectory Smoothing for Unmanned Air Vehicles. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*. 2005;13(3):471–477. <https://doi.org/10.1109/TCST.2004.839555>
11. Rauf M.N., Khan R.A., Ali Shah S.I., Naqvi M.A. Design and Analysis of Stability and Control for a Small Unmanned Aerial Vehicle. *International Journal of Dynamics and Control*. 2024;12:1801–1816. <https://doi.org/10.1007/s40435-023-01322-2>
12. Фам С.Ч., Суркова А.Д., Селезнева М.С. Исследование системы маршрутной коррекции бортовой навигационной системы беспилотного летательного аппарата по радиолокационным изображениям местности. *Автоматизация. Современные технологии*. 2020;74(3):129–134. <https://doi.org/10.36652/0869-4931-2020-74-3-129-134>
13. Лобатый А.А., Бумай А.Ю., Авсиеевич А.М. Формирование траектории беспилотного летательного аппарата при облете запретных зон. *Системный анализ и прикладная информатика*. 2021;(4):47–53. <https://doi.org/10.21122/2309-4923-2021-4-47-53>
14. Белов Н.В., Репинский В.Н. Моделирование полета беспилотного летательного аппарата в Matlab Simulink. *T-Comm: Телекоммуникации и транспорт*. 2023;17(6):37–47. <https://doi.org/10.36724/2072-8735-2023-17-6-37-47>
15. Velasco J., Garcia-Nieto S., Simarro R., Sanchis J. Control Strategies for Unmanned Aerial Vehicles under Parametric Uncertainty and Disturbances: A Comparative Study. *IFAC-PapersOnLine*. 2015;48(9):1–6. <https://doi.org/10.1016/j.ifacol.2015.08.050>
16. Trung V.A., Hong S.T., Dinh-dung N., Truong-thanh N., Trong-son P., Hong T.N. An Investigation of the Control Quality of the Automatic Control System for Fixed-wing UAVs During Landing Process. *International Journal of Aviation Science and Technology*. 2022;3(2):61–69. <https://doi.org/10.23890/IJAST.vm03is02.0201>
17. Admas Y.A., Mitiku H.M., Salau A.O., Omeje C.O., Braide S.L. Control of a Fixed Wing Unmanned Aerial Vehicle Using a Higher-Order Sliding Mode Controller and Non-Linear PID Controller. *Scientific Reports*. 2024;14(1):23139. URL: <https://d-nb.info/1351765469/34> (дата обращения: 02.02.2025).
18. Rominiyi O.L., Salau A.O., Adaramola B.A., Ogunlade M.A., Olanibi T.O., Akintoye F.A. Development of a Precision Agricultural Based Unmanned Aerial Vehicle for Pest Control. In: International Conference on Cyber Management and Engineering (CyMaEn). 2023. P. 439. <https://doi.org/10.1109/CyMaEn57228.2023.10051014>

## REFERENCES

1. Udartseva O.V. Investigation of Various Technologies of Pesticides Used in the Altai Territory. *Fundamental Research*. 2011;(8):185–187. (In Russ., abstract in Eng.) Available at: <https://fundamental-research.ru/ru/article/view?id=26809> (accessed 09.08.2025).
2. Salaev B.K., Seregin A.A., Eev V.A., Muchaev A.B., Glechikova N.A., Yudaev I.V. Analysis of Using Unmanned Aerial Vehicles in Agriculture. *Vestnik agrarnoy nauki Dona*. 2022;15(4):29–44. (In Russ., abstract in Eng.) [https://doi.org/10.55618/20756704\\_2022\\_15\\_4\\_29-44](https://doi.org/10.55618/20756704_2022_15_4_29-44)
3. Kurchenko N.Yu., Daus Yu.V., Truflyak E.V., Ilchenko Ya.A. Parameters of the Use of Unmanned Aerial Vehicles in the Processing of Crop Protection Products. *Izvestia of the Lower Volga Agro-University Complex*. 2023;(1):527–536. (In Russ., abstract in Eng.) Available at: <https://clck.ru/3QH2Bd> (accessed 09.08.2025).
4. Kuznecov A.G. [Automation of the Landing Process of a Small-Sized Unmanned Aerial Vehicle in Special Situations]. *Trudy MAI*. 2011;(45):25425. (In Russ.) Available at: <https://trudymai.ru/published.php/published.php?ID=25425> (accessed 09.08.2025).
5. Arhipov A.V., Timoshenkov S.P. Application of Adaptive Controllers in Control Systems for Unmanned Aerial Vehicles. *Proceedings of Universities. Electronics*. 2022;27(5):652–663. (In Russ., abstract in Eng.) <https://elibrary.ru/wdjbyi>
6. Akhramovich S.A., Barinov A.V., Malyshov V.V., Starkov A.V. Backstepping Synthesis of the Height Control System of an Unmanned Aerial Vehicle. *Vestnik of Samara University. Aerospace and Mechanical Engineering*. 2018;17(2):7–22. (In Russ., abstract in Eng.) <https://doi.org/10.18287/2541-7533-2018-17-2-7-22>
7. Usachov V.E., Targamadze R.C. [Principles and Algorithms for the Formation of a System of Mathematical Models for the Target Mission of an Unmanned Aerial Vehicle]. *Trudy MAI*. 2011;(49):28282. (In Russ.) Available at: <http://trudymai.ru/published.php?ID=28282> (accessed 29.01.2025).
8. Karpunin A.A., Titkov I.P. Simplification and Linearization of the Mathematical Model of the Motion of the Unlimited Aircraft in Space and in the Vertical Plane. *Modern High Technologies*. 2019;(2):69–77. (In Russ., abstract in Eng.) Available at: <https://top-technologies.ru/ru/article/view?id=37411> (accessed 29.01.2025).
9. Potudinskiy A.V. Adaptive Configuration of the Fuzzy Logic Controller of Unmanned Aerial Vehicle Flight Dynamics. *Modeling, Optimization and Information Technology*. 2023;11(4):1466. (In Russ., abstract in Eng.) <https://doi.org/10.26102/2310-6018/2023.43.4.021>
10. Anderson E.P., Beard R.W., McLain T.W. Real-Time Dynamic Trajectory Smoothing for Unmanned Air Vehicles. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*. 2005;13(3):471–477. <https://doi.org/10.1109/TCST.2004.839555>
11. Rauf M.N., Khan R.A., Ali Shah S.I., Naqvi M.A. Design and Analysis of Stability and Control for a Small Unmanned Aerial Vehicle. *International Journal of Dynamics and Control*. 2024;12:1801–1816. <https://doi.org/10.1007/s40435-023-01322-2>
12. Fam S.Ch., Surkova A.D., Selezneva M.S. Study of the Route Correction System for the On-Board Navigation System of an Unmanned Aerial Vehicle on the Grounds of Radar Images of the Terrain. *Automation. Modern Technologies*. 2020;74(3):129–134. (In Russ., abstract in Eng.) <https://doi.org/10.36652/0869-4931-2020-74-3-129-134>
13. Lobaty A.A., Bumai A.Y., Avsievich A.M. Formation of Unmanned Aircraft Trajectory when Flying Around Prohibited Areas. *System Analysis and Applied Information Science*. 2021;(4):47–53. (In Russ., abstract in Eng.) <https://doi.org/10.21122/2309-4923-2021-4-47-53>
14. Belov N.V., Repinsky V.N. Simulation of an Unmanned Aircraft Flight in Matlab Simulink. *T-Comm*. 2023;17(6):37–47. (In Russ., abstract in Eng.) <https://doi.org/10.36724/2072-8735-2023-17-6-37-47>
15. Velasco J., Garcia-Nieto S., Simarro R., Sanchis J. Control Strategies for Unmanned Aerial Vehicles under Parametric Uncertainty and Disturbances: A Comparative Study. *IFAC-PapersOnLine*. 2015;48(9):1–6. <https://doi.org/10.1016/j.ifacol.2015.08.050>
16. Trung V.A., Hong S.T., Dinh-dung N., Truong-thanh N., Trong-son P., Hong T.N. An Investigation of the Control Quality of the Automatic Control System for Fixed-wing UAVs During Landing Process.

- International Journal of Aviation Science and Technology.* 2022;3(2):61–69. <https://doi.org/10.23890/IJAST.vm03is02.0201>
17. Admas Y.A., Mitiku H.M., Salau A.O., Omeje C.O., Braide S.L. Control of a Fixed Wing Unmanned Aerial Vehicle Using a Higher-Order Sliding Mode Controller and Non-Linear PID Controller. *Scientific Reports.* 2024;14(1):23139. Available at: <https://d-nb.info/1351765469/34> (accessed 02.02.2025).
  18. Rominiiyi O.L., Salau A.O., Adaramola B.A., Ogunlade M.A., Olanibi T.O., Akintoye F.A. Development of a Precision Agricultural Based Unmanned Aerial Vehicle for Pest Control. In: International Conference on Cyber Management and Engineering (CyMaEn). 2023. P. 439. <https://doi.org/10.1109/CyMaEn57228.2023.10051014>

*Об авторах:*

**Белов Михаил Иванович**, доктор технических наук, профессор, профессор кафедры автоматизации и роботизации технологических процессов имени академика И. Ф. Бородина Института механики и энергетики Российского государственного аграрного университета – МСХА имени К. А. Тимирязева (127434, Российская Федерация, г. Москва, ул. Тимирязевская, д. 49), ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-9907-8825>, Researcher ID: [T-5622-2018](#), Scopus ID: [57212563127](#), SPIN-код: [4508-0008](#), belov@rgau-msha.ru

**Андреев Сергей Андреевич**, доктор технических наук, профессор кафедры автоматизации и роботизации технологических процессов имени академика И. Ф. Бородина Института механики и энергетики Российского государственного аграрного университета – МСХА имени К. А. Тимирязева (127434, Российская Федерация, г. Москва, ул. Тимирязевская, д. 49), ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-8608-9904>, Scopus ID: [57212200432](#), SPIN-код: [8453-6024](#), energo-andreev@rgau-msha.ru

**Шабаев Евгений Адимович**, кандидат технических наук, доцент, доцент кафедры автоматизации и роботизации технологических процессов имени академика И. Ф. Бородина Института механики и энергетики Российского государственного аграрного университета – МСХА имени К. А. Тимирязева (127434, Российская Федерация, г. Москва, ул. Тимирязевская, д. 49), ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-2675-0670>, Researcher ID: [LPQ-6601-2024](#), Scopus ID: [57222152508](#), SPIN-код: [8703-7961](#), e.shabaev@rgau-msha.ru

**Кабдин Николай Егорович**, кандидат технических наук, доцент, доцент кафедры автоматизации и роботизации технологических процессов имени академика И. Ф. Бородина Института механики и энергетики Российского государственного аграрного университета – МСХА имени К. А. Тимирязева (127434, Российская Федерация, г. Москва, ул. Тимирязевская, д. 49), ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-4104-4187>, Scopus ID: [57224401953](#), SPIN-код: [7014-5110](#), energo-nek@rgau-msha.ru

**Белов Дмитрий Владимирович**, ассистент кафедры автоматизации и роботизации технологических процессов имени академика И. Ф. Бородина Института механики и энергетики Российского государственного аграрного университета – МСХА имени К. А. Тимирязева (127434, Российская Федерация, г. Москва, ул. Тимирязевская, д. 49), ORCID: <https://orcid.org/0009-0005-8015-2067>, SPIN-код: [6722-9029](#), dmitri.belov@rgau-msha.ru

*Вклад авторов:*

М. И. Белов – формулирование идеи исследования, целей и задач; проектирование методологии исследования; создание математических и компьютерных моделей программного и траекторного управления; разработка алгоритмов и программ решения уравнений; создание и подготовка рукописи: критический анализ черновика рукописи, внесение замечаний и исправлений членами исследовательской группы, в том числе на этапах до и после публикации.

С. А. Андреев – формулирование идеи исследования, целей и задач; разработка модели траекторного управления; создание и подготовка рукописи: визуализация результатов исследования и полученных данных.

Е. А. Шабаев – анализ существующих систем управления малыми беспилотными летательными аппаратами; разработка модели траекторного управления.

Н. Е. Кабдин – разработка модели программного управления; создание и подготовка рукописи: визуализация результатов исследования и полученных данных.

Д. В. Белов – компьютерное моделирование в среде Scilab XCOS.

*Все авторы прочитали и одобрили окончательный вариант рукописи.*

*Поступила в редакцию 10.03.2025; поступила после рецензирования 02.09.2025;  
принята к публикации 18.09.2025*

*About the authors:*

**Mikhail I. Belov**, Dr.Sci. (Eng.), Professor, Professor of the Department of Automation and Robotization of Technological Processes named after Academician I. F. Borodin of the Institute of Mechanics and Power Engineering, Russian State Agrarian University – Moscow Timiryazev Agricultural Academy (49 Timiryazevskaya St., Moscow 127434, Russian Federation), ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-9907-8825>, Researcher ID: [T-5622-2018](#), Scopus ID: [57212563127](#), SPIN-code: 4508-0008, belov@rgau-msha.ru

**Sergey A. Andreev**, Dr.Sci. (Eng.), Professor of the Department of Automation and Robotization of Technological Processes named after Academician I. F. Borodin of the Institute of Mechanics and Power Engineering, Russian State Agrarian University – Moscow Timiryazev Agricultural Academy (49 Timiryazevskaya St., Moscow 127434, Russian Federation), ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-8608-9904>, Scopus ID: [57212200432](#), SPIN-code: [8453-6024](#), energo-andreev@rgau-msha.ru

**Evgeny A. Shabaev**, Cand.Sci. (Eng.), Associate Professor, Associate Professor of the Department of Automation and Robotization of Technological Processes named after Academician I. F. Borodin of the Institute of Mechanics and Power Engineering, Russian State Agrarian University – Moscow Timiryazev Agricultural Academy (49 Timiryazevskaya St., Moscow 127434, Russian Federation), ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-2675-0670>, Researcher ID: [LPQ-6601-2024](#), Scopus ID: [57222152508](#), SPIN-code: [8703-7961](#), e.shabaev@rgau-msha.ru

**Nickolai E. Kabdin**, Cand.Sci. (Eng.), Associate Professor of the Department of Automation and Robotization of Technological Processes named after Academician I. F. Borodin of the Institute of Mechanics and Power Engineering, Russian State Agrarian University – Moscow Timiryazev Agricultural Academy (49 Timiryazevskaya St., Moscow 127434, Russian Federation), ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-4104-4187>, Scopus ID: [57224401953](#), SPIN-code: [7014-5110](#), energo-nek@rgau-msha.ru

**Dmitry V. Belov**, Assistant Professor of the Department of Automation and Robotization of Technological Processes named after Academician I. F. Borodin of the Institute of Mechanics and Power Engineering, Russian State Agrarian University – Moscow Timiryazev Agricultural Academy (49 Timiryazevskaya St., Moscow 127434, Russian Federation), ORCID: <https://orcid.org/0009-0005-8015-2067>, SPIN-code: [6722-9029](#), dmitri.belov@rgau-msha.ru

*Authors contribution:*

M. I. Belov – formulating the study idea, goals and objectives; designing the study methodology; creating mathematical and computer models of software and trajectory control; developing algorithms and programs for solving equations; preparing the manuscript: critical analysis of the draft manuscript, comments and corrections by members of the research group, including at the stages before and after publication.

S. A. Andreev – formulating the study idea, goals and objectives; developing a trajectory management model; preparing a manuscript: visualization of research results and data obtained.

E. A. Shabaev – analyzing existing control systems for small unmanned aerial vehicles; developing a trajectory control model.

N. E. Kabdin – developing a software management model; preparing the manuscript: visualization of the study results and data obtained.

D. V. Belov – computer modeling in Scilab XCOS.

*All authors have read and approved the final manuscript.*

*Submitted 10.03.2025; revised 02.09.2025; accepted 18.09.2025*