

МЕТОДИКА ПРОЕКТНОЙ ОЦЕНКИ ЛИНЕЙНОГО РАЗРЕШЕНИЯ НА МЕСТНОСТИ КОСМИЧЕСКИХ АППАРАТОВ ОПТИКО-ЭЛЕКТРОННОГО НАБЛЮДЕНИЯ ПОВЕРХНОСТИ ЗЕМЛИ С УЧЁТОМ НЕОПРЕДЕЛЁННЫХ ФАКТОРОВ ЭКСПЛУАТАЦИИ

© 2025

В. И. Куренков доктор технических наук, профессор кафедры космического машиностроения;
Самарский национальный исследовательский университет
имени академика С.П. Королёва;
kvi.48@mail.ru

Е. А. Пупков старший преподаватель кафедры космического машиностроения;
Самарский национальный исследовательский университет
имени академика С.П. Королёва;
zuce@mail.ru

Проведены исследования влияния на линейное разрешение на местности космических аппаратов оптико-электронного наблюдения поверхности Земли следующих неопределённых факторов эксплуатации: отклонения от надира оптической оси аппаратуры наблюдения космического аппарата, длины волны в панхроматическом спектре и нормированной пространственной частоты оптических систем. Показано, что все эти факторы существенно влияют на показатель линейного разрешения на местности. Предложена методика проектной оценки линейного разрешения на местности с учётом неопределённых факторов эксплуатации, с помощью которой можно определять вероятностные показатели линейного разрешения на местности, а именно, вероятность получения линейного разрешения на местности не менее заданного значения, и значение линейного разрешения на местности с заданной вероятностной гарантией. Показано, что вид законов распределения входных величин существенно влияет на результирующие законы линейного разрешения на местности космического аппарата, полученные по расчётной зависимости. В области малых вероятностей худшие значения линейного разрешения на местности получаются при нормальных законах входных величин, а в области средних и больших вероятностей худшие значения – при равномерных распределениях. Показано, что значения линейного разрешения на местности у космических аппаратов с линзовой оптической системой лучше, чем с зеркальной оптической системой при прочих равных условиях. Для реальных оптических систем существуют ограничения по диапазону рабочих пространственных частот, пропускаемых оптической системой, которые приводят к тому, что линейное разрешение на местности не может быть лучше, чем пиксельное разрешение.

Космический аппарат; оптико-электронное наблюдение; линейное разрешение на местности; проектная оценка; неопределённые факторы эксплуатации; угол отклонения оптической оси от надира; длина волны панхроматического спектра; нормированная пространственная частота

Цитирование: Куренков В.И., Пупков Е.А. Методика проектной оценки линейного разрешения на местности космических аппаратов оптико-электронного наблюдения поверхности Земли с учётом неопределённых факторов эксплуатации // Вестник Самарского университета. Аэрокосмическая техника, технологии и машиностроение. 2025. Т. 24, № 2. С. 33-47. DOI: 10.18287/2541-7533-2025-24-2-33-47

Введение

В процессе проектирования космических аппаратов (КА) дистанционного зондирования Земли (ДЗЗ) основное внимание уделяется обеспечению заданных целевых показателей космической системы наблюдения. Одним из важнейших целевых показателей КА ДЗЗ является пространственное разрешение (линейное разрешение на местности – ЛРМ), которое зависит от характеристик самой аппаратуры наблюдения, от условий применения и от управления бортовыми системами КА.

К характеристикам аппаратуры наблюдения, существенно влияющим на ЛРМ, относятся тип оптической системы (линзовая, зеркальная), диаметр апертуры, фокусное расстояние, размер фотоприёмного элемента. К условиям применения относятся освещённость объектов наблюдения, их контрастные характеристики, балл облачности, степень прозрачности атмосферы, высота орбиты КА, угловое отклонение оптической оси от надира при съёмке. Важнейшими факторами управления бортовыми системами КА при проведении съёмок являются точность углового движения КА и его стабилизация для проведения съёмок без «смаза» изображения, степень расфокусировки, вибрация механических элементов и др.

В работах [1 – 8] представлены математические модели для проектной оценки ЛРМ КА ДЗЗ оптико-электронного наблюдения поверхности Земли. Расчётное значение ЛРМ, полученное по таким моделям, является детерминированной величиной, поскольку значение ЛРМ вычисляется, как правило, по средним или наилучшим значениям входных величин. Однако использование детерминированных моделей не может дать ответы на вопрос: «С какой вероятностью может быть обеспечено требуемое разрешение на местности?». Можно сформулировать вопрос иначе: «Какова вероятностная гарантия получения снимков с заданным линейным разрешением?». То есть возникает необходимость в определении линейного разрешения на местности КА ДЗЗ с учётом вероятностных характеристик отдельных параметров оптической системы и факторов эксплуатации.

На начальных этапах проектирования КА ДЗЗ рассматривают упрощённые модели для оценки ЛРМ. Влияние некоторых из упомянутых факторов учитывается с помощью коэффициента снижения ЛРМ (по аналогии с коэффициентом безопасности в расчётах на прочность), учитывающего снижение качества снимков в некоторых принятых (зачётных) условиях, причём, не самых благоприятных [6 – 8]. Этот коэффициент на практике принимается равным $k_{\text{ЛРМ}} = 1,3 \dots 1,5$ и характеризует ухудшение ЛРМ по сравнению с ЛРМ, полученным в идеальных условиях съёмок и при идеальном управлении угловым движением космическим аппаратом.

При проектировании КА ДЗЗ пользуются также и другой характеристикой детальности наблюдения – геометрической проекцией пикселя на земную поверхность $L_{\text{П}}$ (в английской транскрипции – *Ground Sampling Distance* – GSD) [6]. Отметим, что показатель GSD примерно равен ЛРМ, полученным в идеальных условиях съёмки и при идеальном управлении, а для получения ЛРМ в зачётных условиях следует показатель GSD умножить на коэффициент снижения ЛРМ $k_{\text{ЛРМ}}$.

В настоящее время большинство публикаций по ЛРМ посвящено исследованиям предельных возможности оптических систем КА ДЗЗ при съёмке в надира, тогда как большая часть снимков КА производится при отклонении оптической оси от надира, а это один из важнейших факторов, влияющих на ЛРМ. Другими важными факторами, влияющими на ЛРМ, является предельная частота, пропускаемая оптической системой на уровне порогового контраста, и связанная с ней нормированная пространственная частота, на которой и определяется расчётное значение ЛРМ. Ещё одним важным фактором, влияющими на ЛРМ, является длина световой волны, которая обычно усредняется для каждого спектрального диапазона фотоприёмных устройств, в то время как панхроматический спектр имеет довольно широкий диапазон частот. В общем случае все упомянутые выше факторы относятся к категории неопределённых, каждый из которых изменяется в своих пределах.

Цель данной статьи – разработка методики проектной оценки линейного разрешения на местности КА оптико-электронного наблюдения поверхности Земли с учётом неопределённых факторов эксплуатации, а именно, угла отклонения оптической оси

аппаратуры наблюдения от надира, среднего диапазона нормированной пространственной частоты оптической системы и длины волны панхроматического спектра.

Анализ неопределённых параметров в расчётной зависимости для оценки линейного разрешения на местности

В работах [3 – 8] представлена формула для проектной оценки линейного разрешения на местности $L_{\text{ЛРМ}}$ космических аппаратов оптико-электронного наблюдения поверхности Земли при съёмке в надир в зависимости от рабочей длины световой волны (λ), диаметра апертуры оптической системы ($D_{\text{ГЗ}}$), высоты полёта космического аппарата ($H_{\text{КА}}$) и нормированной пространственной частоты, пропускаемой оптической системой наблюдения (ν_0)

$$L_{\text{ЛРМ}} = \frac{\lambda H_{\text{КА}}}{2 \nu_0 D_{\text{ГЗ}}} . \quad (1)$$

Рабочую длину световой волны оптической системы наблюдения λ обычно определяют как среднюю для рассматриваемого спектрального диапазона фотоприёмной аппаратуры. Однако в процессе проведения съёмок в зону захвата оптической системы могут попасть объекты наблюдения с различными спектральными характеристиками, от ультрафиолетового до инфракрасного спектра 0,38...0,8 мкм и более. В общем случае длина волны λ входящего потока изображений будет неопределённой, крайние значения которой будем считать соответствующими рассматриваемому спектральному диапазону.

В настоящее время большинство КА ДЗЗ функционируют на круговых или околокруговых солнечно-синхронных орбитах. Поэтому высоту полёта КА можно считать детерминированной величиной, поскольку высоты перигея и апогея орбиты отличаются незначительно. Будем принимать высоту орбиты средней (между минимальной и максимальной).

Формула (1), как упоминалось выше, справедлива для съёмки в надир. В процессе же целевого функционирования КА ось аппаратуры наблюдения отклоняется от надира и вместо высоты $H_{\text{КА}}$ в формуле (1) надо использовать дальность $L_{\text{КА}}$ от КА до объекта наблюдения с учётом отклонения оптической оси от надира. Расчётные зависимости для определения этой дальности обсуждаются далее более подробно.

Перейдём к анализу нормированной пространственной частоты ν_0 , пропускаемой оптической системой. Здесь уместно вспомнить, что при нулевом значении ν_0 частотно-контрастная характеристика близка к идеальной (единице), однако линейные размеры изображения будут настолько велики, что всё изображение будет либо светлым, либо тёмным, то есть нельзя различить отдельные детали. Да и формально нулевую частоту нельзя использовать, так как в расчётных зависимостях она находится в знаменателе. При съёмке на предельной частоте наблюдения, казалось бы, можно различить мелкие детали, однако в этом случае значения частотно-контрастной характеристики низкие и близки к пороговому контрасту [2]. То есть, изображение становится неконтрастным с неразличимыми деталями.

Для линзовых оптических систем для расчёта ЛРМ по формуле (1) обычно принимается значение нормированной пространственной частоты равной $\nu_0 = 0,5$, что соответствует математическому ожиданию отрезка нормированной частоты от нуля до единицы [3; 7]. Это связано с тем, что в линзовых системах отсутствует центральное

экранирование и частотно-контрастная характеристика (ЧКХ) при возрастании частоты плавно снижается с единицы до порогового контраста. Для зеркальных же систем с центральным экранированием (вторичным зеркалом) наблюдается искажение ЧКХ в среднем участке нормированной частоты [1; 3; 4]. Линейный участок изменения ЧКХ смещается от средних частот в сторону меньших частот, на которых и проводится большая часть съёмов. Поэтому при расчёте ЛРМ нормированную пространственную частоту ν_0 также смещают в сторону уменьшения. Например, при показателе экранирования 0,3 принимают $\nu_0 = 0,3 \pm 0,03$ [3].

Однако в процессе съёмов встречаются объекты наблюдения, геометрические параметры которых соответствуют как малой, так и предельной частотам, пропускаемых оптической системой. Поэтому будем считать, что нормированная пространственная частота в процессе объектовой съёмки является неопределённой величиной. Границы диапазона значений нормированной пространственной частоты для зеркальных оптических систем в работе [3] предложено брать от 0,27 до 0,33, но это для оценки среднего значения ЛРМ. Мы же будем рассматривать расширенный диапазон и примем его от 0,2 до 0,4 с тем же математическим ожиданием 0,30. Для линзовых оптических систем будем считать, что нормированная пространственная частота изменяется в пределах от 0,3 до 0,7 с математическим ожиданием 0,50.

Диаметр апертуры оптической системы определяется на начальных этапах формирования проектного облика КА ДЗЗ (или КА проектируется под имеющуюся в отрасли аппаратуру наблюдения). В наших исследованиях этот диаметр будем рассматривать как детерминированную величину.

Оценка линейного разрешения на местности с учётом отклонения оптической оси аппаратуры наблюдения от надира

Дальность от КА до объекта наблюдения $L_{\text{КА}}$ зависит от высоты полёта $H_{\text{КА}}$ КА и от угла отклонения оптической оси от надира μ , который в процессе съёмов постоянно меняется. Формула для определения дальности $L_{\text{КА}}$ с учётом кривизны поверхности Земли получена в [9]:

$$L_{\text{КА}} = (R_3 + H_{\text{КА}}) \cos \mu \pm \sqrt{(R_3 + H_{\text{КА}})^2 \cos^2 \mu - H_{\text{КА}} (2R_3 + H_{\text{КА}})}, \quad (2)$$

где R_3 – среднее значение радиуса Земли (6 371 км).

В этой формуле содержатся два знака плюс и минус, что соответствует двум вариантам решения задачи по определению дальности. Дело в том, что линия оптической оси КА или аппаратуры наблюдения пересекается с окружностью поверхность Земли (в её сечении через центр) в двух точках – на входе в поверхность Земли и на выходе, как это показано на рис. 1 слева.

На рисунке введены следующие обозначения: A , B и C – оптические оси (лучи) при различных углах отклонения КА от надира μ ; 1 и 2 – точки пересечения луча A с поверхностью Земли; 3 – точка касания луча B с поверхностью Земли.

Нас интересует только входящий луч (с меньшим расстоянием от КА до поверхности Земли), поэтому будем использовать в формуле только знак минус. Отметим, что при возрастании угла отклонения оптической оси КА от надира до определённого значения подкоренное выражение становится отрицательным, что говорит о том, что оптическая ось не пересекает поверхность Земли (луч C).

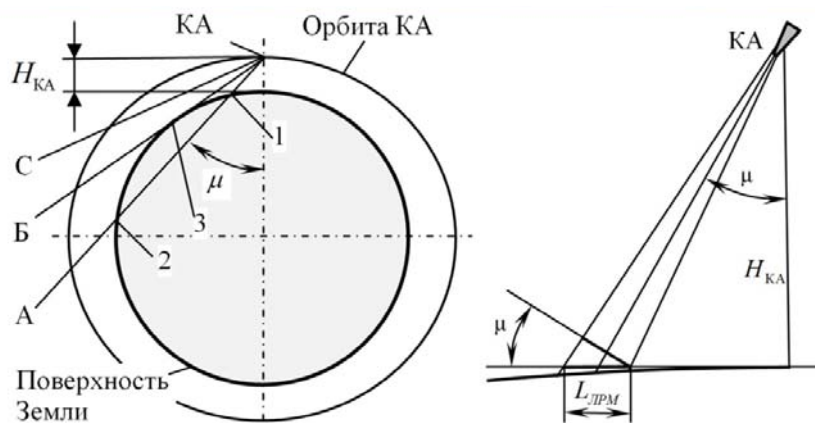


Рис. 1. Схемы для оценки дальности наблюдения и оценки линейного разрешения на местности с учётом отклонения оптической оси космического аппарата от надира

Кроме того, в расчётной зависимости для оценки ЛРМ надо учесть, что оптическая ось аппаратуры наблюдения наклонена к поверхности Земли под углом μ . Расчётная схема для оценки ЛРМ представлена на рис. 1 справа, где часть поверхности Земли в её сечении изображена утолщённой кривой линией. В первом приближении (без учёта влияния на ЛРМ члена второй малости от кривизны поверхности Земли) ЛРМ будет больше в $1/\cos \mu$, чем ЛРМ при съёмке в надир [9].

С учётом вышесказанного расчётная зависимость для оценки ЛРМ будет иметь следующий вид:

$$L_{\text{ЛРМ}} = \lambda \frac{(R_3 + H_{\text{КА}}) \cos \mu - \sqrt{(R_3 + H_{\text{КА}})^2 \cos^2 \mu - H_{\text{КА}} (2R_3 + H_{\text{КА}})}}{2 v_0 D_{\text{ГЗ}} \cos \mu}. \quad (3)$$

Угол отклонения оптической оси от надира μ постоянно меняется в процессе объектовой съёмки в зависимости от выбранного маршрута. На этапе же проектирования КА этот угол считается неопределённой величиной. Диапазон изменения этого угла примем от нуля до максимального μ_{max} , который для различных типов КА ДЗЗ составляет 40, 45, а иногда и 60 градусов. Направление же плоскости отклонения оптической оси КА от надира (угол азимута ω) также может быть произвольным по отношению к направлению орбитального движения КА, то есть этот фактор считается также неопределённым и изменяющимся по углу от 0 до 2π (или от минус π до плюс π). Однако угол азимута ω не влияет на значение ЛРМ и мы этот фактор исключим из дальнейшего анализа.

Постановка задачи оценки влияния неопределённых факторов на линейное разрешение на местности

В общем случае характеристики неопределённых факторов, которые обсуждались для анализа линейного разрешения на местности, мало изучены и, по-видимому, относятся к неопределённым факторам нестохастической природы. Однако исследовать такие факторы, не имея опытных данных, не представляется возможным. Поэтому в данном исследовании примем допущение, что рассматриваемые факторы вероятностные. Тем более, что методы обработки данных с вероятностными функциями и функциями принадлежности схожи.

Влияние неопределённых факторов на линейное разрешение на местности существенно зависит от вида функций плотности вероятности входных случайных величин. Поскольку функции распределения тех или иных факторов заранее неизвестны, то, как бы добавляется ещё и неопределённость видов функции распределения тех или иных факторов (равномерное, нормальное, экспоненциальное распределения и др.). На первый взгляд может показаться, что задача не имеет решения, однако задачу исследования можно сформулировать иначе.

Необходимо сначала исследовать влияние разных видов функций распределения случайных величин в соответствующих диапазонах изменения для отдельных факторов и при различных сочетания распределений по отдельным факторам. Затем необходимо выбрать такие сочетания функций распределения входных величин, при которых распределение ЛРМ было бы наихудшим. Тем самым мы будем оценивать ЛРМ как бы с некоторым запасом (из-за незнания видов функций распределения неопределённых факторов).

Для решения поставленной задачи необходимо использовать методы статистической динамики. Постановка задачи статистической динамики первого типа заключается в следующем. Даны функции распределения (или плотности распределения) входных параметров системы (μ , ν_0 , λ). Дана детерминированная функциональная зависимость выходных параметров системы от входных. В нашем случае это функция (3). Необходимо определить функцию распределения (или плотность распределения) выходного параметра системы ($L_{\text{ЛРМ}}$).

В частном случае может быть поставлена и решена более простая задача статистической динамики, а именно, даны математические ожидания и дисперсии входных величин, дана функция связи. Необходимо определить математическое ожидание и дисперсию линейного разрешения на местности.

Отметим, что аналитически определить закон распределения результирующей случайной величины по заданным законам входных величин не всегда просто, а иногда и невозможно. Если входные случайные величины подчиняются нормальному закону распределения, то закон распределения выходной величины будет нормальным только в случае, если оператор связи будет иметь простую структуру, например, в виде суммы или разности входных величин. Если же функциональная зависимость будет сложной, то выходная величина не будет подчиняться нормальному закону.

Для входных величин, подчиняющихся законам распределения, отличающимся от нормальных законов, ситуация с определением результирующего закона распределения будет ещё сложнее. Дело в том, что, с одной стороны, если входных случайных величин достаточно много и среди них нет преобладающих, то результирующий закон стремится к нормальному. Это объясняется одной из центральных предельных теорем теории вероятностей. С другой стороны, сложность оператора связи является причиной отклонения закона распределения выходной случайной величины от нормального закона.

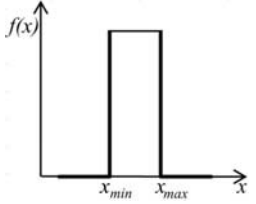
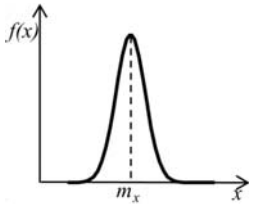
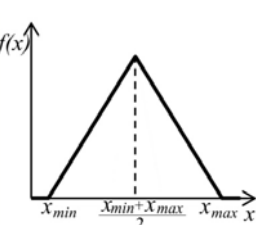
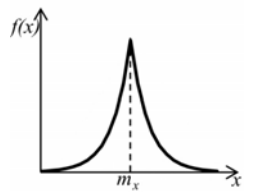
Для решения задач статистической динамики можно использовать как аналитические методы, например, метод линеаризации, так и метод статистических испытаний. Однако метод линеаризации приводит к ошибкам, связанным с отклонением исследуемой функции от линейной. В нашем случае зависимость (3) существенно отличается от линейной. Использование же нелинейных членов разложения в ряд функции для расчёта ЛРМ приводит к трудностям, связанным с появлением довольно сложных математических зависимостей. Поэтому в данном исследовании для решения задач статистической динамики будем использовать метод статистических испытаний, который применим как для простых, так и для сложных операторов связи между входными и выходной случайными величинами.

Оценка вероятностных характеристик линейного разрешения на местности методом статистических испытаний

Суть статистических испытаний заключается в том, что в компьютерную программу (в нашем случае в систему Mathcad) вводят числовые характеристики (математического ожидания и дисперсии) случайных величин входных параметров (λ , v_0 , μ), а также детерминированных величин, входящих в расчётную зависимость (3), и организуют цикл для определения случайных реализаций входных параметров с заданными законами распределения. С этими реализациями на каждом шаге цикла выполняют действия, предусмотренные функциональной зависимостью (3). В результате получают реализацию выходного параметра системы (ЛРМ). Набрав необходимое количество таких реализаций (согласно требуемой точности), строят функцию распределения (и плотности распределения) выходного параметра (ЛРМ). При необходимости определяют числовые характеристики (моменты) ЛРМ.

Используемые функции плотности распределения входных случайных величин. Для определения наихудшей оценки значений ЛРМ в рамках данной работы были рассмотрены четыре варианта распределений входных величин: равномерный, нормальный, Симпсона и Лапласа, графики и математические выражения которых представлены в табл. 1. Кроме того, исследовалось влияние сочетаний этих распределений для различных входных величин на величину ЛРМ.

Табл. 1. Функции плотностей распределения входных случайных величин

№ п/п	Наименование	График	Математическое описание
1.	Равномерный закон распределения		$f(x) = \begin{cases} 0, & \text{если } x < x_{\min}; \\ \frac{1}{x_{\max} - x_{\min}}, & \text{если } x_{\min} \leq x \leq x_{\max}; \\ 0, & \text{если } x > x_{\max}. \end{cases}$
2.	Нормальный закон распределения		$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{(x - m_x)^2}{2\sigma^2}\right)$
3.	Закон Симпсона		$f(x) = \begin{cases} 0, & \text{если } x < x_{\min}; \\ \frac{x - x_{\min}}{(x_{\max} - x_{\min})^2}, & \text{если } x_{\min} \leq x < \frac{x_{\min} + x_{\max}}{2}; \\ -\frac{x - x_{\max}}{(x_{\max} - x_{\min})^2}, & \text{если } \frac{x_{\min} + x_{\max}}{2} \leq x \leq x_{\max}; \\ 0, & \text{если } x > x_{\max}. \end{cases}$
4.	Закон Лапласа		$f(x) = \frac{\lambda}{2} \exp(-\lambda x - m_x)$

Методы моделирования случайных величин известны. Случайные реализации равномерного распределения и закона Симпсона моделируются в интервале от минимальных до максимальных значений. Для нормального закона и закона Лапласа необходимо использовать усечённые распределения случайных величин. Для этого надо ограничиться диапазоном изменения значений факторов таким образом, чтобы ошибка по условию нормировки не превышала заданного значения. Ошибка от усечения нормального закона была принята на уровне 0,3%, что соответствует доверительной вероятности 99,7% попадания значений случайной величины в диапазон плюс-минус трёх значений среднеквадратического отклонения.

Оценка потребного количества статистических испытаний. Точность моделирования определяется двумя составляющими. Первая составляющая точности определяется назначением границ варьирования и условиями нормировки. Этот вопрос был рассмотрен выше. Вторая составляющая точности зависит от количества статистических испытаний и от вида закона распределения (равномерный, экспоненциальный, нормальный и др.), а также и от того, какие числовые характеристики случайной величины моделируются (математическое ожидание, дисперсия, границы доверительных интервалов и др.).

Точность моделирования определяется доверительным интервалом (или его половиной со знаком плюс-минус) при заданной доверительной вероятности. Например, если моделируется математическое ожидание выходного параметра (в нашем случае ЛРМ), то при большом количестве статистических испытаний ($n > 30$) для оценки доверительного интервала (точности ε) используют выражение [10]:

$$\left| m_{\xi} - \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \xi_i \right| \leq u_{\frac{1+\gamma}{2}} \frac{\sigma_x}{\sqrt{n}}, \quad (4)$$

где m_{ξ} – математическое ожидание моделируемой случайной величины; ξ_i – реализация моделируемой случайной величины; σ_x – среднеквадратическое отклонение случайной величины; $u_{(1+\gamma)/2}$ – квантиль нормированного нормального распределения для доверительной вероятности γ .

Если доверительную вероятность принять исходя из правила «трёх сигм», что соответствует вероятности 0,997, то квантиль будет равным $u_{(1+0,997)/2} = 3,0$.

Из уравнения (4), заменяя среднеквадратическое отклонение случайной величины σ_x его статистической оценкой $\hat{\sigma}_x$, получаем выражение

$$n \geq \left(\frac{u_{(1+\gamma)/2} \hat{\sigma}_x}{\varepsilon} \right)^2 \quad \text{или} \quad n \geq \left(\frac{u_{(1+\gamma)/2}}{\bar{\varepsilon}} \right)^2, \quad (5)$$

где ε и $\bar{\varepsilon} = \varepsilon / \hat{\sigma}_x$ – ошибка и относительная ошибка соответственно.

По этой зависимости можно определить потребное количество статистических испытаний, уточняя параметр $\hat{\sigma}_x$ методом последовательных приближений.

В табл. 2 в качестве примера приведено необходимое количество статистических испытаний для обеспечения заданной относительной точности при доверительной вероятности 0,997 и оценке среднеквадратического отклонения ЛРМ, равной 0,001 м.

Табл. 2. Влияние заданной точности на количество статистических испытаний

Точность моделирования, $\bar{\epsilon}$	0,1	0,05	0,03	0,02	0,01	0,005
Количество испытаний, n	900	3600	10000	22500	90000	360000

Количество статистических испытаний по каждой входной величине, исходя из относительной ошибки в 5%, можно было бы выбрать равным 3 600. Но в нашем случае количество входных величин равно трём. Поэтому в настоящем исследовании было принято проводить не менее 10 000 статистических испытаний.

Существует и другой способ оценки точности моделирования, основанный непосредственно на обработке результатов статистических испытаний. Но этот способ будет рассмотрен ниже.

Этапы реализации методики оценки линейного разрешения на местности методом статистических испытаний представлены ниже.

1. Выбирается детерминированная математическая зависимость для расчёта ЛРМ исходя из входных параметров (в нашем случае зависимость (3)).

2. Проводится анализ этой зависимости на предмет выявления случайных входных параметров.

3. Выбираются виды и параметры распределения случайных факторов, определяются границы их варьирования и подсчитываются числовые характеристики (математическое ожидание и дисперсия) из условий нормировки и заданной точности расчётов.

4. Назначается необходимое количество статистических испытаний, исходя из требуемой точности оценок.

5. В какой-либо математической системе (или в среде программирования) организуются циклы статистических расчётов, включающие следующие действия:

5.1. Генерируется необходимое количество реализаций случайных значений входных параметров с заданными законами распределения.

5.2. Рассчитываются по зависимости (3) реализации значений линейного разрешения на местности для полученных в пункте 5.1 случайных реализаций входных параметров.

6. Полученные реализации значений ЛРМ накапливаются в массиве данных (формируется массив) для последующей статистической обработки.

7. Строятся функции распределения ЛРМ, определяются их числовые характеристики.

8. Проводится статистический анализ полученного закона распределения. При необходимости выбирается подходящий аналитический закон распределения ЛРМ и проверяется гипотеза о непротиворечивости этому закону. Если гипотеза не принимается, то делается вывод, что полученный эмпирический закон является оригинальным.

9. Поскольку функция распределения $F(x)$ представляет собой вероятность того, что случайная величина x примет значение меньшее, чем некоторое заданное значение X , то есть, $F(x) = P(x \leq X)$, то применительно к линейному разрешению на местности с помощью функции распределения можно определить два вероятностных показателя:

- вероятность получения линейного разрешения на местности не менее заданного;
- значение ЛРМ с заданной вероятностной гарантией.

10. Проводится анализ результатов и выработка предложений с целью выявления значимых и незначимых факторов (какие можно не учитывать) или с целью расширения ограничений по входным величинам.

Примеры вероятностных расчётов линейного разрешения на местности. Рассмотрим моделирование ЛРМ в системе Mathcad на примере трёх КА ДЗЗ.

КА ДЗЗ типа «Ресурс-П» (Россия) имеет линзовую оптическую систему с диаметром 0,5 м, высота круговой орбиты 483 км. Диапазоны варьирования параметров выбраны следующие: $\nu_0 = 0,30 \dots 0,70$; $\lambda = 0,38 \dots 0,80$ мкм; $\mu = 0 \dots 45^\circ$.

КА ДЗЗ типа «WorldView-4» (США) имеет зеркальную оптическую систему с центральным экранированием, диаметр главного зеркала 1,1 м. Средняя высота солнечно-синхронной орбиты составляет 617 км. Диапазоны варьирования параметров следующие: $\nu_0 = 0,20 \dots 0,40$; $\lambda = 0,38 \dots 0,80$ мкм; $\mu = 0 \dots 45^\circ$.

Модельный КА ДЗЗ с зеркальной оптической системой и центральным экранированием, диаметр главного зеркала 1,5 м. Средняя высота солнечно-синхронной орбиты составляет 730 км. Диапазоны варьирования параметров такие же, как и у КА ДЗЗ типа «WorldView-4»: $\nu_0 = 0,20 \dots 0,40$; $\lambda = 0,38 \dots 0,80$ мкм; $\mu = 0 \dots 45^\circ$.

В результате статистического моделирования были рассчитаны и построены функции плотности распределения и функции распределения ЛРМ для различных КА ДЗЗ и для различных законов распределения, а также для различных сочетаний законов распределения входных случайных величин. Некоторые результаты расчётов представлены на рис. 2 в виде графиков функции плотности распределения и функций распределения линейного разрешения на местности.

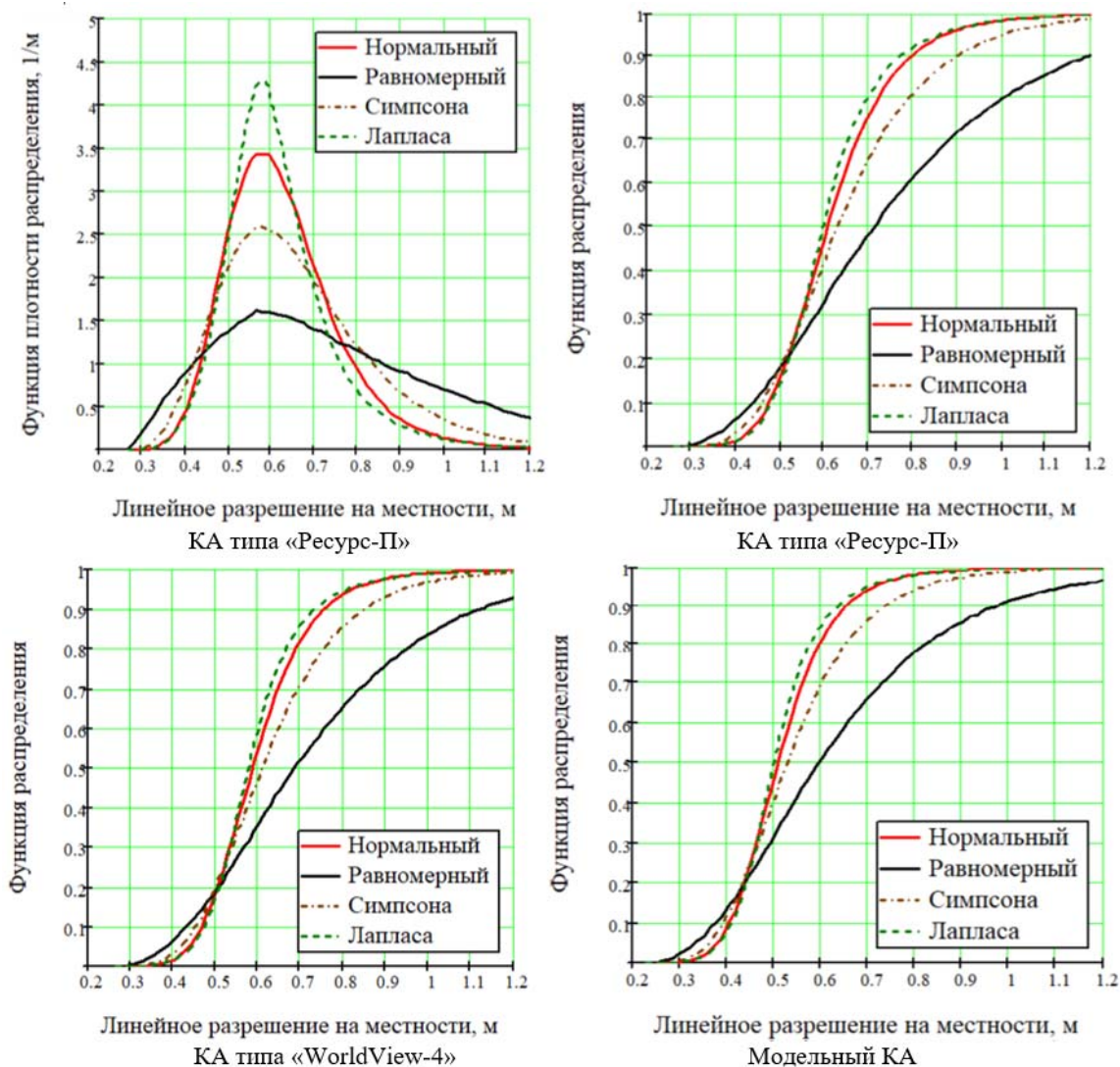


Рис. 2. Графики функции плотности распределения и функций распределения для различных законов распределения входных случайных величин

В верхней части рисунка представлены графики функций плотности распределения (слева) и функции распределения ЛРМ (справа), рассчитанные для КА типа «Ресурс-П». В нижней части рисунка представлены графики функций распределения, рассчитанные для КА типа «WorldView-4» (слева) и модельного КА (справа).

На графиках показаны результаты четырёх серий расчётов для различных законов распределения входных величин: нормального, равномерного, Симпсона и Лапласа. В каждой серии расчётов все входные величины подчинялись одному и тому же закону распределения.

Обсуждение результатов

Анализируя форму графиков плотности распределения ЛРМ для КА ДЗЗ типа «Ресурс-П», видим, что они несимметричны, что свидетельствует о том, что результирующие законы распределения отличаются от нормальных законов. Это утверждение справедливо и для функции плотности ЛРМ, входные величины которой подчиняются нормальным законам распределения. Последнее обстоятельство можно объяснить тем, что, как упоминалось, функциональная зависимость для оценки ЛРМ существенно отличается от линейной. Для других КА функции плотности распределения ЛРМ также отличаются от нормальных законов (на рисунке не показаны).

Анализ функций распределения ЛРМ для КА типа «Ресурс-П» без учёта ограничений показывает, что вероятность получения ЛРМ менее 0,7 м (заявленные значения) составляет от 0,66 до 0,95 для различных законов распределения входных величин. На уровне вероятности 0,5 линейное разрешение на местности могло бы составлять от 0,51 до 0,60 также для различных законов распределения входных величин. С небольшой вероятностью (0,1) существует теоретическая возможность получения ЛРМ на уровне 0,44...0,48 м.

Однако для реальных оптических систем существуют ограничения по диапазону рабочих пространственных частот, пропускаемых оптической системой, и соответственно, по нормированной частоте ν_0 . Эти ограничения определяются так называемой частотой Найквиста [1; 3; 5], в соответствии с которой выбираются размеры элементарных фотоприёмников изображения. Другими словами, ЛРМ не может быть лучше, чем пиксельное разрешение (GSD). Например, для КА типа «Ресурс-П» размер фотоприёмного элемента составляет 6 мкм при фокусном расстоянии 4 м, что с учётом высоты орбиты 483 км ограничивает ЛРМ пиксельным разрешением 0,712 м.

Заявленные значения ЛРМ (0,31 м) достигаются у КА типа «WorldView-4» при очень малой вероятности (порядка 0,01), по-видимому, в идеальных условиях при съёмке в надир. На уровне вероятности 0,5 линейное разрешение на местности составляет от 0,58 до 0,69 для различных законов распределения входных величин. Поскольку размер фотоприёмного элемента составляет 8 мкм при фокусном расстоянии 16 м, то ограничение ЛРМ соответствует пиксельному разрешению 0,308 м.

При сравнении графиков функций распределения ЛРМ КА типа «Ресурс-П» и КА типа WorldView-4» выявляются, казалось бы, парадоксальные результаты, а именно, линейное разрешение на местности у КА типа ДЗЗ «Ресурс-П» при вероятностях $> 0,5$ в среднем не на много хуже, чем ЛРМ у КА ДЗЗ типа «WorldView-4», несмотря на то, что диаметры апертур оптической системы отличаются более чем в два раза. Однако этому есть объяснение. Во-первых, высота орбиты КА ДЗЗ «Ресурс-П» примерно в 1,3 раза ниже, чем у КА ДЗЗ «WorldView-4». Во-вторых, среднее значение нормированной пространственной частоты у КА ДЗЗ «Ресурс-П» из-за отсутствия центрального экранирования примерно в 1,6 раза выше, чем у КА ДЗЗ «WorldView-4».

Средние значения ЛРМ у модельного КА ДЗЗ с диаметром главного зеркала (ГЗ) 1,5 м несколько выше, чем у КА «WorldView-4» с диаметром ГЗ 1,1 м. На уровне вероятности 0,5 у модельного КА ЛРМ составляет 0,50...0,60 м для различных законов распределения входных величин, а для КА ДЗЗ типа «WorldView-4» 0,57...0,70 м. Небольшое отличие в ЛРМ объясняется тем, что орбита модельного КА примерно в 1,18 раза выше орбиты КА ДЗЗ «WorldView-4». У модельного КА ЛРМ менее 0,3 м достигается с вероятностью 0,1, а у КА ДЗЗ «WorldView-4» – с вероятностью 0,01. Размер фотоприёмного элемента составляет 9 мкм, при фокусном расстоянии 20 м даёт ограничение ЛРМ, соответствующее пиксельному разрешению 0,328 м.

Перейдём к анализу влияния различных законов распределения входных величин на ЛРМ в различных вероятностных частях графиков функций распределений.

Анализируя функции распределения ЛРМ для всех КА, приходим к выводу, что вид законов распределения входных величин существенно влияет на результирующие законы ЛРМ для всех КА ДЗЗ. В области малых вероятностей ($< 0,2$) худшие значения ЛРМ получаются при нормальных законах и распределениях Лапласа входных величин, а в области средних и больших вероятностей ($> 0,2$) худшие значения ЛРМ получаются при входных случайных величинах, подчиняющихся равномерным распределениям. Таким образом, при моделировании рекомендуется в области малых вероятностей ($< 0,2$) функций распределения ЛРМ пользоваться нормальными законами распределения входных величин, а в области средних и больших вероятностей ($> 0,2$) – равномерными распределениями входных величин.

Анализ точности моделирования линейного разрешения на местности по результатам статистических испытаний. Наглядным инструментом анализа точности могут служить графики зависимости исследуемой случайной величины от количества статистических испытаний. На рис. 3 представлен график влияния числа статистических испытаний на точность оценки математического ожидания ЛРМ КА типа «Ресурс-П». Расчёты производились для заданных значений числа испытаний (100, 300, 1000, 3000, 10 000, 30 000 и 100 000). Причём при каждом новом варианте расчётов при случайных значениях входных величин получались значения ЛРМ, отличающиеся между собой. Из рисунка видно, что уже при количестве испытаний 10 000 получена требуемая точность математического ожидания.

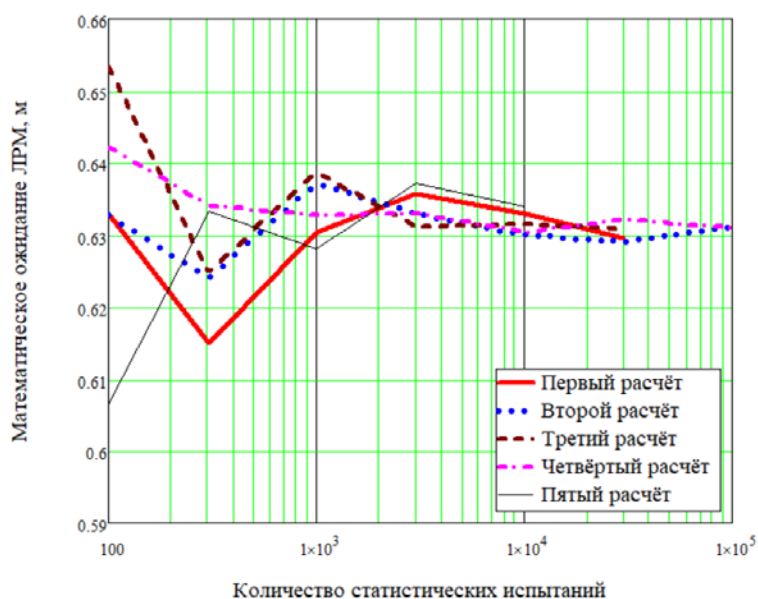


Рис. 3. Влияние количества и серии статистических испытаний на точность моделирования линейного разрешения на местности космического аппарата типа «Ресурс-П»

Заключение

Проведены исследования влияния на линейное разрешение на местности космических аппаратов оптико-электронного наблюдения поверхности Земли следующих неопределённых факторов эксплуатации: отклонения от надира оптической оси аппаратуры наблюдения КА, длины волны в панхроматическом спектре и нормированной пространственной частоты оптических систем. Показано, что все эти факторы существенно влияют на показатель линейного разрешения на местности.

Предложена методика проектной оценки линейного разрешения на местности КА оптико-электронного наблюдения поверхности Земли с учётом неопределённых факторов эксплуатации, с помощью которой можно определять вероятностные показатели ЛРМ, а именно, вероятность получения линейного разрешения на местности не менее заданного значения, и значение ЛРМ с заданной вероятностной гарантией. Для реальных оптических систем существуют ограничения по диапазону рабочих пространственных частот, пропускаемых оптической системой, которые приводят к тому, что ЛРМ не может быть лучше, чем пиксельное разрешение (GSD).

Показано, что вид законов распределения входных величин существенно влияет на результирующие законы ЛРМ для всех КА ДЗЗ. В области малых вероятностей худшие значения ЛРМ получаются при нормальных законах и распределениях Лапласа входных величин, а в области средних и больших вероятностей худшие значения ЛРМ получаются при входных случайных величинах, подчиняющихся равномерным распределениям.

Показано, что заявленные значения ЛРМ у КА типа «Ресурс-П» выполняются с большой вероятностной гарантией, а у КА ДЗЗ типа «WorldView-4» – с очень низкой. ЛРМ у КА типа «Ресурс-П» в среднем не на много хуже, чем ЛРМ у КА ДЗЗ «WorldView-4», несмотря на то, что апертуры оптических систем отличаются более чем в два раза. Это обстоятельство связано с различными типами оптических систем и высотами полёта КА.

Библиографический список

1. Проектирование оптических систем / под ред. Р. Шеннона, Дж. Вайанта. М.: Мир, 1983. 430 с.
2. Соллогуб А.В., Аншаков Г.П., Данилов В.В. Космические аппараты систем зондирования поверхности Земли: математические модели повышения эффективности КА. М.: Машиностроение, 1993. 368 с.
3. Маламед Е.Р. Конструирование оптических приборов космического базирования: уч. пособие. СПб: Санкт-Петербургский институт точной механики и оптики (технический ун-т), 2002. 291 с.
4. Занин К.А. Методы проектирования оптико-электронных комплексов космических аппаратов // В кн.: «Проектирование автоматических космических аппаратов для фундаментальных научных исследований». Т. 1. М.: МАИ-Принт, 2013. С. 261-335.
5. Бакланов А.И., Ключников М.В. Возможности модернизации космического комплекса на базе КА «Аист-2» // Сб. материалов IV Всероссийской научно-технической конференции «Актуальные проблемы ракетно-космической техники» (IV Козловские чтения) (14-18 сентября 2015 г., Самара). Т. 1. Самара: СамНЦ РАН, 2015. С. 303-310.
6. Замечания АО «РКЦ «Прогресс» к статье «О предельном инструментальном разрешении космического аппарата «Ресурс-П» (№№ 1, 2, 3)» автора К.Н. Свиридова (журнал «Ракетно-космическое приборостроение и информационные системы». 2017.

Т. 4, вып. 2. С. 20-28) // Ракетно-космическое приборостроение и информационные системы. 2018. Т. 5, № 1. С. 48-51. DOI: 10.30894/issn2409-0239.2018.5.1.48.51

7. Куренков В.И. Основы проектирования космических аппаратов оптико-электронного наблюдения поверхности Земли. Расчёт основных характеристик и формирование проектного облика: учеб. пособие. Самара: Издательство Самарского университета, 2020. 461 с.

8. Куренков В.И., Фёдоров В.М., Пупков Е.А., Каменский В.В. Методика оценки параметров оптико-электронных телескопических комплексов космического назначения по заданному пространственному разрешению // Сб. материалов VII Всероссийской научно-технической конференции «Актуальные проблемы ракетно-космической техники» (VII Козловские чтения) (31 сентября, 2021 г., Самара). Т. 1. Самара: СамНЦ РАН. 2021. С. 45-54.

9. Куренков В.И., Салмин В.В., Абрамов Б.А. Основы устройства и моделирования целевого функционирования космических аппаратов наблюдения: учеб. пособие. Самара: Изд-во Самарского государственного аэрокосмического университета, 2006. 296 с.

10. Ермаков С.М., Михайлов Г.А. Статистическое моделирование. М.: Наука, 1982. 296 с.

METHODOLOGY FOR DESIGN ASSESSMENT OF TERRAIN LINEAR RESOLUTION OF OPTICAL-ELECTRONIC EARTH SURFACE OBSERVATION SPACECRAFT TAKING INTO ACCOUNT UNCERTAIN OPERATIONAL FACTORS

© 2025

V. I. Kurenkov Doctor of Science (Engineering), Professor, Department of Space Engineering;
Samara National Research University, Samara, Russian Federation; kvi.48@mail.ru
E. A. Pupkov Senior Lecturer;
Samara National Research University, Samara, Russian Federation; zuce@mail.ru

Studies have been conducted on the influence of the following uncertain operational factors on the linear resolution of spacecraft for optical-electronic observation of the Earth's surface: deviations from the nadir of the optical axis of the spacecraft observation equipment, the wavelength in the panchromatic spectrum, and the normalized spatial frequency of optical systems. It is shown that all these factors significantly affect the terrain linear resolution index. A methodology is proposed for design assessment of terrain linear resolution, taking into account uncertain operational factors that can be used to determine the probabilistic indicators of terrain linear resolution, namely, the probability of obtaining terrain linear resolution of not less than a given value, and the value of terrain linear resolution with a given probabilistic guarantee. It is shown that the type of distribution laws of the input quantities significantly affects the resulting laws of spacecraft terrain linear resolution, obtained by calculated dependence. In the area of small probabilities, the worst values of terrain linear resolution are obtained under the normal laws of input values, and in the area of medium and high probabilities, the worst values are obtained with uniform distributions. It is shown that the values of terrain linear resolution for spacecraft with a lens optical system are better than those with a mirror optical system, all other things being equal. For real optical systems, there are limitations on the range of operating spatial frequencies transmitted by the optical system that lead to the fact that the terrain linear resolution cannot be better than pixel resolution.

Spacecraft; optoelectronic observation; terrain linear resolution; design assessment; uncertain operational factors; angle of deviation of the optical axis from the nadir; wavelength of the panchromatic spectrum; normalized spatial frequency

Citation: Kurenkov V.I., Pupkov E.A. Methodology for design assessment of terrain linear resolution of optical-electronic Earth surface observation spacecraft taking into account uncertain operational factors. *Vestnik of Samara University. Aerospace and Mechanical Engineering*. 2025. V. 24, no. 2. P. 33-47. DOI: 10.18287/2541-7533-2025-24-2-33-47

References

1. Applied optics and optical engineering / ed. by R. Shannon, J. Wyant. New York: Academic Press, 1980. 407 p.
2. Sollogub A.V., Anshakov G.P., Danilov V.V. *Kosmicheskie apparaty sistem zondirovaniya poverkhnosti Zemli: matematicheskie modeli povysheniya effektivnosti KA* [Spacecraft of Earth surface sensing systems: Mathematical models for increasing the efficiency of spacecraft]. Moscow: Mashinostroenie Publ., 1993. 368 p.
3. Malamed E.R. *Konstruirovaniye opticheskikh priborov kosmicheskogo bazirovaniya: uch. posobie* [Designing of space-based optical sensors]. Saint-Petersburg: ITMO University, 2002. 291 p.
4. Zanin K.A. Metody proektirovaniya optiko-elektronnykh kompleksov kosmicheskikh apparatov. *V kn.: «Proektirovaniye Avtomaticheskikh Kosmicheskikh Apparatov Dlya Fundamental'nykh Nauchnykh Issledovaniy»*. V. 1. Moscow: MAI-Print Publ., 2013. P. 260-335. (In Russ.)
5. Baklanov A.I., Klyushnikov M.V. Improvement possibilities of «AIST-2»-based space complex. *Proceedings of the IV Russian Scientific and Technical Conference «Actual Problems of Rocket and Space Engineering» (IV Kozlov Readings) (September, 14-18, 2015, Samara)*. V. 1. Samara: Samarskiy Nauchnyy Tsentr RAN Publ., 2015. P. 303-310. (In Russ.)
6. Comments of JSC SRC Progress to the article «Limiting instrumental resolution of the Resurs-P spacecraft (No. 1, 2, 3)» by K.N. Sviridov (journal «Rocket-Space Device Engineering and Information Systems», 2017, Vol. 4, Iss. 2, pp. 20-28). *Rocket and Space Instrumentation and Information Systems*. 2018. V. 5, no. 1. P. 48-51. (In Russ.). DOI: 10.30894/issn2409-0239.2018.5.1.48.51
7. Kurenkov V.I. *Osnovy proektirovaniya kosmicheskikh apparatov optiko-elektronnogo nablyudeniya poverkhnosti Zemli. Raschet osnovnykh kharakteristik i formirovaniye proektnogo oblika: ucheb. posobie* [Fundamentals of the design of spacecraft for optoelectronic observation of the Earth's surface. Calculation of the main characteristics and conceptual design: textbook]. Samara: Samara University Publ., 2020. 461 p.
8. Kurenkov V.I., Fedorov V.M., Pupkov Y.A., Kamensky A.V. The method of assessing the parameters of optical-electronic telescopic complexes of space use at a given spatial resolution. *Proceedings of the VII Russian Scientific and Technical Conference «Actual Problems of Rocket and Space Engineering» (VII Kozlov Readings) (August, 31, 2021, Samara)*. V. 1. Samara: Samarskiy Nauchnyy Tsentr RAN Publ., 2021. P. 45-54. (In Russ.)
9. Kurenkov V.I., Salmin V.V., Abramov B.A. *Osnovy ustroystva i modelirovaniya tselevogo funktsionirovaniya kosmicheskikh apparatov nablyudeniya: uch. posobie* [Basics of arrangement and modeling of target functioning of observation spacecraft]. Samara: Samara State Aerospace University Publ., 2006. 296 p.
10. Ermakov S.M., Mikhaylov G.A. *Statisticheskoe modelirovaniye* [Statistical modeling]. Moscow: Nauka Publ., 1982. 296 p.