

Метод формирования логико-событийных вычислительных моделей трансформирующихся социоинформационных процессов

Переварюха А.Ю. 

Санкт-Петербургский Федеральный исследовательский центр Российской академии наук,
г. Санкт-Петербург, Российская Федерация; madelf@rambler.ru; ORCID: 0000-0002-1049-0096 (А.Ю.);

Поступила: 23.02.2025

Рассмотрена: 26.03.2025

Принята: 07.04.2025

Научная статья



Аннотация. В статье развивается метод организации логико-событийной гибридной модели для анализа социоинформационных процессов при их стадийности, событийных трансформациях и стремительных возмущениях. Специфические ситуации с нестационарным временем жизни у череды непересекающихся поколений не описываются непрерывными уравнениями математической биофизики. Применение многопараметрических функциональных итераций с воздействием $x_{n+1} = \psi(r; x_n) \zeta(a; x_{n-i}) + \Theta[n], x_{max} = \max \psi(x) \neq \max \zeta(x)$ приводит к каскаду бифуркаций с сосуществованием устойчивых циклов и множества точек $\{\hat{r}, \hat{a}\}$ переходов "хаос $\leftrightarrow$ цикл", что выходит за рамки существенной интерпретации поведения траектории. Предложенный метод актуален для моделирования случаев, когда у поколений различается длина стадий ювенального онтогенеза. Модели важны для прогнозов инвазионных процессов у способных к массовым вспышкам размножения насекомых, где действует фактор зимовки поколений. Проводится построение гибридных структур уравнений, описывающих динамику поколений на смежных неравномерных отрезках онтогенеза в зависимости от изменения факторов смертности из-за конкуренции за ресурсы, регулируемой скоростью роста у организмов. Гибридная модель позволяет получить пульсирующую динамику численности, где переходы к состоянию избыточно многочисленных поколений "вспышек" взаимосвязаны с выживанием зимующего поколения и уровнем конкурентной смертности летнего поколения. Метод моделирования актуален для поддерживаемых искусственным воспроизводством популяций и для случаев, когда у разных социальных групп различается репродуктивная активность, что отражается в развитии демографических волн, нарушении социальных структур и нарушении традиционных взаимодействий при кризисе социальных структур.

Ключевые слова: гибридные вычислительные структуры; анализ вспышек численности; разрывные траектории; волнообразные социобиологические процессы; информационное общество; релаксационные циклы; пульсирующая траектория эволюции экодинамики.

Введение

В статье рассмотрим проблему методологии моделирования, связанную с тем аспектом, что непрерывное развитие в реальных биосистемах и социоинформационном пространстве — достаточно ограниченное во времени явление. Плавно протекающие процессы в экодинамике довольно редки и представляют скорее исключение, которое на самом деле нельзя считать общим случаем. Типичными при взаимодействии организмов и их среды являются процессы с изменениями: со стадийностью, пороговыми состояниями и событийными переходными режимами [1]. Стадийное развитие процессов с резкими переходами в системе взаимодействия социального, биофизического и информационного пространства, как, например, стадии выработки иммунного ответа при презентации антигенов мутировавшего вируса, требует изучения логики изменений. Для демографии характерны ступенчатые диаграммы смены поколений, так как в человеческом социуме отмечается явление периодов значительного роста рождаемости baby boom и социологи говорят про поколения "беби-бумеров". За беби-бумом часто следует

демографическая депрессия. Проходит старение населения эпохи взрыва рождаемости, живших в условиях высокой конкуренции начиная с переполненного родильного дома. В Японии такой пороговый эффект отмечен в 2007 г. как "выпуск детей Данкай"¹ — выхода на пенсию самого массового поколения. Как следствие смены трендов на графике², где отражаются текущая смертность и рождаемость новых поколений, мы видим "крест смерти когда кривая убыли вырывается выше, чем линия воспроизводства. Важный аспект проблемы прогнозирования в том, что подобные экстремальные явления эпизодические и скоро завершаются, как фронт скоро распадающейся популяционной волны при стремительной инвазии камчатского краба в Норвежском море. Другой наглядный пример — очередная весенняя волна активности COVID-19 в 2025 г. при появлении мутировавшего штамма *LB.8*. Даже длившиеся пять лет волны заражений коронавирусом оказываются не вечными, так как популяционный иммунитет медленно и неуклонно преодолевает кризис. Притом что новые штаммы возникают регулярно, они уже не столь заразны и вызывают только локальные вспышки — вирус SARS-CoV-2 вошел в состояние эволюционного цугцванга. Пандемия COVID-19 поставила перед математической биологией теоретическую проблему, так как известные эпидемические модели "SIRS-схемы" оказались несостоятельны в прогнозах завершения активности вируса и строились без учета многих событийных факторов, импульсной эволюции возбудителя и гетерогенности иммунного ответа.

1. Теоретическая проблема моделирования переходной экодинамики

Часто для ограниченного и регулируемого плотностью роста группы организмов используют "логистические уравнения", забывая, что это феноменологическое описание и справедливое для простых систем в условиях равновесия со средой колонии микроорганизмов при фиксированном поступлении питательных веществ. Описываемую гладкими кривыми динамику для любых начальных условий $\forall N(0) > 0$ могут демонстрировать простейшие размножающиеся делением организмы в лабораторных условиях. Если в колонию лабораторных бактерий внести вирус-бактериофаг, то будет запущен переходный и нестационарный режим существования эволюционирующих видов [2]. Возникший после инвазионного кризиса процесс развивается совсем не так, как предсказывает другая известная гладкая модель осцилляций Лотки — Вольтерра. В реальных экспериментах после кризиса и переходных колебаний будет с большой вероятностью достигнуто новое равновесие из-за событийного эффекта — действия возникшей у одной бактерии и переданной другим эволюционной адаптации. В альтернативном сценарии последует полная гибель колонии бактерий, если адаптации к вирусу вовремя не последует, так как успех выработки ответа имеет некоторую вероятностную составляющую. Исследования механизмов адаптации вирусов и бактерий в лабораторных опытах привели к открытию знаменитого метода геномного редактирования *CRISPR/Cas-9*. Эта эндонуклеаза изначально исполняла функцию настраиваемого по сигнатуре участка ДНК бактериального антивируса. Бактерии приобретали способность распознавать и разрывать чужеродную ДНК. Теперь ученые с помощью этого антивирусного механизма могут исправлять опасные генетические дефекты и создавать ГМО-популяции. Соответственно, бактериофаг должен накапливать мутации, уклоняясь от связывания с белком Cas-9 бактерий, либо вирус исчезнет в эксперименте, если вирус попал в эволюционный тупик, сравнимый с шахматным цугцвангом и все возможные мутации ухудшают его приспособленность. Именно поэтому казавшаяся когда-то перспективной терапия с бактериофагами имеет ограниченную эффективность. Проблема моделирования в том, что лабораторные системы противоборства бактерии — бактериофаг до и после возникновения опосредованной CRISPR-адаптации существенно отличаются и эти ситуации не описываются одними модельными уравнениями.

¹В Японии Dankai по Sedai называют родившихся в годы необычно высокой рождаемости 1947–1949 г.

²График демографической пирамиды Японии с двумя поколениями Dankai представлен в статье "Википедии". URL: https://en.wikipedia.org/wiki/Demographics_of_Japan.

Устойчивое циклическое поведение в реальных экспериментах с небыстро эволюционирующими антагонистами получить довольно проблематично, что было показано 1934 г. Г.Ф. Гаузе [3] в серии лабораторных экспериментов "хищник/жертва". Возникшие колебания у популяций двух видов были недолгими. Опыты заканчивались последовательной их гибелью и нулевым равновесием. Однако известно, что в тропических лесах, где в почве конкурируют сотни видов простых организмов, поддерживается стабильная ситуация. Масштабные всплески численности вредителей и знаменитые "циклы леммингов" характерны для северных широт, где биоразнообразие невелико, а лимитирующий фактор — низкая скорость восстановления растительности. В плотном тропическом сообществе ни один новый вид-хищник не может размножиться так быстро, чтобы уничтожить вид-жертву, так как его избыточная репродуктивная активность быстро компенсируется. У эффективных видов-паразитов появляются свои паразиты второго порядка. После начала инвазии в адаптивную среду изменяются не только параметры, но и форма регуляции процесса, где важную роль играет фактор запаздывания реакции. Так хрестоматийная модель приводит к противоречивому выводу, что в простой системе может сохраняться стабильный циклический режим. В реальности стабильность сообщества видов растёт с увеличением контуров обратных связей, но при увеличении фазового пространства вольтерровских моделей как раз возможно получение сложной неупорядоченной динамики и аperiodических колебаний.

При возникновении эпидемий и инвазий развиваются очень разнородные по своим динамическим признакам процессы, которые не описываются одним изначально заданным набором уравнений. Факторы противодействия волатильны и изменчивы, так как виды-агрессоры и среда их распространения претерпевают разнообразные эволюционные изменения. В результате конкурентной борьбы возникают специфические адаптации, которые необходимо учитывать при построении модели с алгоритмом переопределения структуры. Из описанных противоречий возник парадоксальный принцип управляемой экодинамики: чтобы получить более простое поведение саморегулируемой биосистемы, эту систему необходимо усложнить.

В статье мы продолжим развивать ранее предложенные в серии работ в журнале СГУ [4] методы гибридного моделирования для специфических биофизических явлений [5] и пороговых процессов экодинамики [6]. Для разных объектов и ситуаций автором использовались различные классы моделей, как дискретные, так и непрерывные. Для задач описания структуры взаимодействия процессов в Каспийском море в цепочках передачи воздействия [7] и установления роли факторов в деградации биоресурсов Каспия модифицирован формализм когнитивных графов [8]. Цель настоящей работы — разработка метода моделирования воспроизводства популяций в специфическом случае адаптации инвазионного вида при образовании смежных поколений с гетерогенным жизненным циклом. По опыту автора актуальная задача моделирования биосистем требует развития оригинального подхода, так как в противном случае не потребовалась бы прогностических расчетов. Понятие гибридности модели стало слишком широким, потому мы говорим о логико-событийном и динамически переопределяемом способе построения вычислительных структур.

2. Обоснованность трансформаций поведения дискретных моделей социобиологических систем

Рассмотрим теоретически важные свойства и нелинейные эффекты динамики траектории, возникавшие в заданных в форме итерационной динамики экодинамических моделях. Это популярный формализм, так как поведение [9] итераций значительно разнообразнее при малой размерности фазового пространства. Варианты фазовых портретов итерационных моделей обширны: точки равновесия, циклы, несколько типов аттракторов и репеллеров в форме канторовского множества — компактного, совершенного и вполне разрывного множества, где нет ни внутренних, ни изолированных точек. При этом есть несколько механизмов образования в итерационной динамике таких фрактальных объектов. Более того, фрактальные объекты как аттракторы $\Lambda : f(\Lambda) \in \Lambda, \partial\Lambda \notin \Lambda$ могут моментально терять свойство инвариантности

$\exists x_k \in \Lambda : f(x_k) \notin \Lambda$, соприкасаясь со своей границей, при этом инвариантная граница области притяжения $\forall x_0 \in \Omega : \lim_{n \rightarrow \infty} f^n(x_0) \in \Lambda$ сама тоже может быть канторовским множеством.

Для итераций $x_{n+1} = f(\underbrace{\dots}_n(x_0) \dots)$ установлены свойства хаотизации поведения, которые универсальны и относятся к целым классам отображений отрезка в себя. Проблема хаотизации в том, что если один из режимов поведения итераций получает трактовку, то с этим режимом ассоциирован ряд избыточных бифуркаций или кризисов хаотического аттрактора Λ . Хаотизация в имитационном сценарии может внезапно завершиться устойчивым циклом периода $p \neq 2^i, i = 0 \dots \infty$.

Метод моделирования поколений в итерациях с возмущением Ξ_n : $x_{n+1} = \psi(x_n) - \Xi_n$ выглядит нагляднее. В истории известны примеры неудачного применения для оптимизации промысла запасов рыб модели на основе нелинейной функции связи существующего запаса взрослых с нормой вылова q и производимого запасом пополнения, например $x_{n+1} = ax_n \exp(-bx_n)$, $a > 1$, $0 < b < 1$, если глобальная точка $x^* = \psi(x^*)$, $1 < a < \hat{a}$, $\forall x_0 > 0, \lim_{n \rightarrow \infty} \psi^n(x_0) = x^*$ теряет устойчивость при $a = e^2 + \epsilon$, $|\psi'(x^*)| > 1$. Именно в уже известных популяционных моделях была обнаружена цикличность и теоретически исследована хаотизация траектории, определяемая как сценарий каскада бифуркаций удвоения периода $p = 2^i, i \rightarrow \infty, a = a_\infty < \infty$ с общими для всех итераций константами М. Фейгенбаума [10]. В параметрических диапазонах $a > a_\infty$ наблюдаются переходы хаос $\rightarrow$ цикл, образующие бесконечное число "окон периодичности" в силу свойства существования n пар точек пересечения с прямой $\psi(x) = x$ у любой n раз вычисленной унимодальной функции $\psi^n(\dots \psi(x) \dots)$. Хаотизация — следствие возникшего замкнутого множества, не содержащего никаких внутренних и изолированных точек. В фазовой плоскости итераций такое множество образовано последовательной процедурой из-за несчетного числа неустойчивых точек всех 2^i -циклов и всех их прообразов: $\mathcal{F} = \bigcup_j^{2^n} \psi^{-n}(x_j^*)$. Образование нигде не плотного множества из-за исключения континуума периодических траекторий всех периодов — сугубо математическое явление. Для прогнозов эксплуатации популяций требуется расширить свойства модели. Актуально было бы получить у $\psi(x)$ две стационарные точки $0 < x_1^* < x_{\max} < x_2^*$ и ненулевую горизонтальную асимптоту, сделав поведение $\psi^n(x_0)$ менее разнообразным и, значит, нехаотическим. Целесообразно для моделирования реальности нарушить данные в работе [11] рамки условий сценария с $p = 2^i, i \rightarrow \infty$ с $\exists x, 0 < x < x_{\max} : \mathcal{H}_{\psi(x)} > 0$, избегая таким способом для унимодальных итераций с $f'(x) \neq 0, x \neq x_{\max}$ основного критерия неограниченности каскада удвоений — отрицательности шварциана:

$$\mathcal{H}_\psi = \frac{\psi'''(x)}{\psi'(x)} - \frac{3}{2} \left(\frac{\psi''(x)}{\psi'(x)} \right)^2 < 0.$$

Для популяционных циклов $x_i^* < x_{i+1}^*$ у видов с кратким онтогенезом характерен максимум при завершении периода, но циклы после бифуркаций удвоения $p = 2^{i+1}$ нужным расположением точек $x_1^* < x_{i+1}^* < x_p^*, \sum_{i=1}^{p-1} x_i^* < x_p^*$ обладать не могут. По обходу точек различают возникшие при разных значениях a циклы $p = 4 \times 2$ и $p = 2^4$. Согласно теореме Шарковского [12], в модели возможно получение циклов периодов $p \neq 2^i$, но в малых параметрических диапазонах из $a \in [1, \infty]$ и множестве: $\mathfrak{A} = \bigcup_{p=3}^{\infty} \{\mathcal{A}_p\}$ периодических окон при $\mathcal{A}_p = [a_p, a_{p*}] \rightarrow 0, p = 3 \dots \rightarrow \infty$. Границы параметрического окна $[a_p, a_{p*}]$ цикла периода p среди хаотических интервалов $[a_p, a_{p*}] \rightarrow \max$ при $p = 3$. Порядком чисел А.Н. Шарковского указано сосуществование периодов циклов, и нечетные периоды следуют после всех четных [13]. Порядок чисел сосуществующих циклов начинается со всех степеней числа 2, но заканчивается на цикле $p = 3$. В тот момент, когда получаем в имитационном эксперименте цикл длины три, то, значит, уже существуют циклические траектории всех периодов при данном значении параметров (но эти циклы в данной конфигурации параметров неустойчивые). В имитационном сценарии при любом возмущении коэффициентов траектория станет перемежающейся, так как сам цикл длины три в рамках периодического окна претерпевает удвоения с возникновением четных циклов, но не степеней двойки. Траектория будет практически ламинарной в окрестностях точек этих циклов, но внезапно покидающей их. Сущностный вывод в том, что модель

для регулируемого процесса с циклом нечетного периода при небольшом возмущении сможет демонстрировать любое поведение со спонтанными и резкими переходами между хаосом и циклами в "окнах периодичности" которые существуют для каждого периода. Для практических задач прогнозирования такой вариант поведения не является достоинством математического аппарата, и на самом деле более актуальны модели для описания пороговой эффективности воспроизводства смежных поколений промысловых популяций и нелинейного эффекта Олли, чем хаотических режимов. Согласно расширенным результатам о потере устойчивости возникающих циклов в работе "Период три приводит к хаосу" [15], популяция с нечетным циклом не будет существовать стабильно в волатильной среде, хотя число поколений $p \neq 2^i$ до пика активности встречается часто у мелких млекопитающих. Колеблющиеся популяции с циклом из трех поколений известны [14], но следует ли из этого вывод о нестабильности и хаотичности этой биосистемы? Многие популяции действительно демонстрируют переходные режимы, стадии повышенной активности, сменяющиеся депрессиями, но эти явления не подходят под признаки описанных качеств итерационной динамики.

Таким образом, некоторые из свойств у популярного математического аппарата в популяционной интерпретации избыточны, так как приводят к непредсказуемому увеличению сложности фазовых портретов и вариативной последовательности бифуркаций и кризисов аттрактора. В результате свойства моделей управляемых популяционных процессов при некоторых накладываемых на $f()$ условиях в сущностном рассмотрении проблемы оказываются противоречивыми. Решения и выводы при сопоставлении расчетов при возникновении каскада бифуркаций с реальностью выходят из критериев применимости и единицы составляющих биосистем всегда счетные множества, а популяция представляется как конечное множество различных объектов. Имитационное представление цикличности для реальных ситуаций экодинамики необходимо модифицировать с целью соблюдения действительно существующих популяционных ограничений.

3. Интерпретация свойств колебаний при включении запаздывания

Запаздывающая регуляция — важное свойство многих биофизических процессов, например выработки иммунного ответа. Включение запаздывания $x_{n+1} = \psi(x_n)\varphi(x_{n-i})$ или $x_{n+1} = ax_n \exp(-\sum_{i=0}^m b_i x_{n-i}) - qx_n$ нарушает важный критерий из теоремы Дж. Синджера о единственности ω -предельного множества траектории унимодальной $\psi^n(x_0)$, но появление альтернативных притягивающих циклов создает динамический эффект в тонком диапазоне параметров. Включение запаздывания — удобный способ описания цикличности в непрерывных моделях.

Флуктуации численности возникали у изолированных популяций в контролируемых условиях лабораторных опытов из-за конкуренции поколений за медленно возобновляющиеся ресурсы [16]. Сложные колебательные и аperiodические режимы возможно получить в одновидовых непрерывных моделях с включением нелинейной запаздывающей регуляции $dN/dt = rF(N(t-\tau)) - \mathfrak{F}(N(t-h), N(t))$. Логистическое уравнение $dN/dt = rN(t)(1 - N(t)/K)$ с монотонным приближением к порогу ниши $\forall t, r, N(0) < K : N(t) \leq K, \lim_{t \rightarrow \infty} N(r, t) = K$ актуально для обобщения с целью моделирования сценариев регулярных колебаний, но не для пульсирующих всплесков и агрессивных инвазий. Например, можно получить затухающий циклический режим в варианте уравнения Хатчинсона с зависящей от плотности популяции обратной связью:

$$\frac{dN}{dt} = rN(t) \frac{(1 - N(t - \tau))}{K} - \theta \frac{N(t)^2}{(E^2 + N(t - \tau_1)^2)}.$$

Для описания динамики нерегулярных колебаний лабораторных насекомых при сосуществовании имаго и всех стадий личинок предложено уравнение [17] со сосредоточенным запаздыванием h и с постоянной смертностью q :

$$\frac{dN}{dt} = rN(t-h) \exp(-bN(t-h)) - N(t)q, \quad r, b, q, \tau > 0. \quad (1)$$

Установлено [18], что в решении (1) с ростом rh появляется цикл релаксационной формы и при увеличении значений аperiodическая динамика большей амплитуды. Подобные (1) уравнения сохраняют важный недостаток для популяционных прогнозов: $\exists t, \lim_{t \rightarrow \infty} \min N_*(rh > B, t) = 0 + \epsilon$, так как если минимумы цикла $N_*(rh)$ стремятся к нулю, то длительный режим флуктуаций численности нереалистичен. При небольших rh в (1) можно получить временное перенасыщение со стабилизацией роста: $\exists t, r, h \forall N(0) : N(t, rh) > K : \lim_{t \rightarrow \infty} N(rh, t) = K$. Величина экологической ниши K нетождественна действующему уровню насыщения лабораторных условий K .

С целью моделирования ситуации появления адаптивного воздействия у атакуемой все-ленцем среды предложим модификацию модели (1) с $-F(N(t-h))$ и с действующим на биотическую среду порогом A :

$$\frac{dN}{dt} = rN(t-h) \exp(-bN(t-h)) - \frac{\theta N^2(t-h)}{(A - N(t-h))^2}. \quad (2)$$

Предложенная модификация (2) описывает актуальную для инвазий ситуацию — однократного прохождения состояния малой, приближающейся к критическому порогу выживания численности, так называемый экологический эффект "бутылочного горлышка". Кризисные явления при инвазиях связаны со стремительно адаптивно возникшим ростом активного биотического противодействия, что можно использовать для выработки мер подавления опасных видов. Форма нелинейности в разных экологических ситуациях должна быть разная. Для задач анализа инвазий логично подбирать соответствующие ситуации функции $\mathfrak{F}(N - l(h))$, чем менять и дополнять параметры модели. Свойства реальных вспышек трудно описать даже моделями с $F(N(t-h_1), \dots, (N(t-l(h_j))))$. Инвазионные процессы состоят из нескольких стадий и вариативны, потому целесообразно включать алгоритмически переопределяемые структуры в правых частях уравнений.

4. Метод непрерывно-событийного моделирования последовательности поколений

На основе проведенного анализа свойств и недостатков итераций и уравнений типа $dN/dt = rF(N(t-\tau)) - \mathfrak{F}(N(t-h), N(t))$ предложим вариант непрерывной вычислительной модели переходных популяционных режимов. Оригинальная гибридная структура должна включать аспекты с событийными трансформациями функций нелинейной регуляции воспроизводства поколений, а не только параметров в правых частях уравнений с $N(t-h)$. Практическая задача прогноза активности чужеродных насекомых в бореальных лесах определила альтернативный итерациям метод представления череды поколений — формализацию скорости убыли поколения от $t = 0$ на стадиях до полового созревания и нового размножения. Учтем естественные факторы жизни популяций и включим развитие каждого поколения непосредственно. Из-за долгой зимней диапаузы "спячки" длительность онтогенеза поколений различна (обозначим эти интервалы времени как τ или $\mathcal{T}$) в зависимости от сезона и, более того, бывает непостоянной между сезонами, так как зависит от погоды. Логично, что для сравнения сценариев инвазий и вспышек эта длительность послужит управляющим параметром. Событийные модели выделяют из пространства состояний предикативно по истинности набора условий точки трансформаций. Точки разрыва в расчетах правых частей легче задать алгоритмом с внешними воздействиями, но мы предлагаем рассчитывать моменты перехода из других связанных уравнений. Метод моделирования позволит разделить момент размножения и дальнейшую убыль полученного поколения $N_n(t_n = 0)$, которая замедляется к моменту размножения и появления другого сезонного поколения $N_{n+1}(t_{n+1} = 0)$. Меняя в сценарных экспериментах величины τ или $\mathcal{T}$, можно оценить влияние продолжительности зимовки находящихся в спячке

особей зимнего поколения из-за погодных условий на частоту появления генераций высокого уровня выживаемости и необычных всплесков численности летнего.

Традиционно у насекомых с полным циклом превращений поколения не перекрываются и имеют различные условия развития, что не выполнялось в упомянутых экспериментах Николсона. Соответственно, у них проявляются иные механизмы, контролирующие формирование итогового половозрелого поколения. Свойства различаются биофизически: так, самки зимних сезонных поколений часто обладают разной плодовитостью и миграционной активностью. Отложенные яйца, нимфы или куколки зимнего поколения находятся в долгом анабиозе до весны. Их поколения-сменщики развиваются в весенних условиях. Учтем, что интервал времени между появлением половозрелых генераций может не быть постоянным. Учет численности опасных насекомых проводят по вредящей стадии, обычно нимф или гусениц старших возрастов, но не по взрослой стадии. Статистикой фиксируется состояние поколения $N(\mathfrak{T})$ в определенный момент $\mathfrak{T}$ незавершенного цикла развития. Во время запуска всплесков численности вредителей состояние популяции оценивается мониторингом по размерам пораженных площадей леса. Предложенная методика расчетов сопряженных краевых задач на последовательности интервалов времени — это естественное предикативное описание для анализа развития насекомых, которые отличаются выраженной стадийностью развития, и их поколения строго последовательные. Например, у цикад поколения появляются на поверхности, размножаются не каждый год, и такой жизненный цикл позволяет уходить от атак специфических паразитов.

5. Структура уравнений разрывного жизненного цикла

Исследовать нелинейные особенности эффективности размножения можно, рассчитывая убыль численности каждого поколения $N(0)$ до его размножения на интервале времени, раздельно учтя факторы смертности в модели динамики плавной убыли:

$$\frac{dN}{dt} = -(\alpha N(0) + \beta)N(t), \quad t \in [0, \tau], \quad (3)$$

где α — компенсирующий избыток яиц параметр убыли; β — коэффициент независимой от плотности смертности.

Для весеннего поколения сильнее зависимость его убыли от начальной численности $N(0) = \lambda N(\mathcal{T})$ из-за действия негативных факторов активности естественных врагов. На развивающееся весной поколение оказывают давление массовые паразитические перепончатокрылые, избирательно атакующие ранние стадии развития. Действие паразитов становится эффективным при высокой плотности жертв, что характерно для планового выпуска паразитических наездников против бабочек-вредителей. Можно было подавить выпусками выращенных миниатюрных ос всех вредных для культурных растений чешуекрылых, но самих наездников при их высокой плотности атакуют еще более мелкие паразиты отряда веерокрылые — в природе системы регуляции многоуровневые.

Непосредственное интегрирование (3) даст унимодальную функцию, свойства итераций которой полностью рассмотрены нами в § 1:

$$\int_{N(0)}^{N(t)} \frac{dN}{-(\alpha N(0) + \beta)N(t)} = \int_0^t dt \ln \frac{N(0)}{N(t)} = t(\alpha N(0) + \beta), N(t) = \frac{N(0)}{\exp(t(\alpha N(0) + \beta))}.$$

Для сценариев рассчитаем $N(0)$ из плодовитости, а время определено длиной стадий. Важно, что непрерывную модель (3) легче целенаправленно модифицировать и избегать ее избыточного поведения.

Включим в модель то обстоятельство, что на выживаемость личинок насекомых влияет скорость развития из-за необходимости своевременного перехода на их следующую стадию онтогенеза. Учтем, что способность к избеганию атак доминирующего паразита сопровождается достижением стадии развития, переменами физиологии и поведения, и включим показатель размерного развития $w(t)$:

$$\frac{dN}{dt} = -(\alpha \mathfrak{F}[w(t)]N(0) + \beta)N(t), \quad t \in [0, \tau]. \quad (4)$$

Скорость роста $w(t) = l(N^{-k}(t)), k \notin \mathbb{Z}$ отражается на выживаемости поколения в благоприятных условиях и при меньшей продолжительности онтогенеза. Связь темпов роста личинок $\mathfrak{F}[w(t)]$ будет разной для поколений, потому выберем две формализации $\mathfrak{F}$.

Примем, что метаморфозы могут происходить только после накопления достаточного уровня весового роста $w(t_s)$. Средняя обеспеченность кормом группы особей, в свою очередь, зависит от $N(t)$ и часто предшествующего $N(t - \mathfrak{h})$, что определяет динамику темпов роста особей поколения. Обоснован метод взаимосвязанного описания скорости убыли поколения в зависимости от темпов роста. Для скорости роста $w(t)$ многих видов на периоде жизни после личинки известно балансовое уравнение активности анаболизма ζ и катаболизма σ :

$$\frac{dw}{dt} = \zeta \sqrt[3]{w(t)^2} - \sigma w(t), \quad w(0) = w_0.$$

Балансовое уравнение хорошо описывает рост ряда животных на асимптотике приближения к $w \rightarrow W_\infty$, но исключая период раннего онтогенеза для видов со стадиями жизни и метаморфозами. Для рыб или насекомых данное уравнение необходимо модифицировать. Достаточно сильно действует влияние скученности особей, и первые стадии развития проходят при эндогенном питании. При увеличении плотности возникает асимметричное распределение размерной структуры популяции, остаются либо очень крупные, либо слишком мелкие особи [20], что влияет на размножение.

6. Структура уравнений для динамики первой генерации

С целью алгоритмического описания структуры с переходами необходимо описание изменения поколений от момента его генерации до его единственного момента репродуктивной активности. Опишем динамику убыли численности поколения на интервале $t \in [0, \tau]$ объединенными в систему уравнениями с учетом оптимального роста $\hat{w}$:

$$\begin{cases} \frac{dN_1}{dt} = - \left(\alpha \sqrt{\frac{\hat{w}}{w(t)}} N(0) + \beta \right) N(t), \\ \frac{dw}{dt} = \zeta \frac{w(t)^{2/3}}{\sqrt{N(t)}} - \sigma w(t). \end{cases} \quad (5)$$

В сегменте модели (5) включение запаздывания из-за исчерпания пищевых ресурсов неактуально, так как темп пополнения ресурсов питания в этой фазе обычно компенсирует активное потребление [21]. В начале расчетов из-за включения $N(0)$ убыль в (5) очень стремительна.

7. Структура уравнений для динамики второй сезонной генерации

Смежное поколение испытывает другие факторы давления, что отразим в структуре. Синхронизированная с первичной численностью атака паразитов — короткое сезонное явление [22]. Опишем выживаемость второго поколения $t \in [0, \mathcal{T}]$ системой уравнений, связанной по начальным условиям с (5) и оптимальным значением размерного развития $\tilde{w}$ для зимующего поколения:

$$\begin{cases} \frac{dN_2}{dt} = - \left(\alpha \sqrt{(\tilde{w} - w(t))^2} N(t) + \beta \right) N(t - \mathfrak{h}), \\ \frac{dw}{dt} = \frac{Q}{\sqrt[3]{N^2 + \zeta}}. \end{cases} \quad (6)$$

В сегменте (6) $w(t)$ отражает уровень размерного развития поколения, влияющий на увеличение пищевых потребностей и действующий негативно при возможном исчерпании пищевых ресурсов. Q — параметр, учитывающий ограниченность количества доступных ресурсов; ζ — параметр, учитывающий ограничение темпов развития, не зависящее от численности, и отражающий уровень конкуренции за ресурсы [23]. α — аналогично коэффициент смертности от скученности, но при $N(t)$. β — коэффициент независимой смертности, учтем небольшое запаздывание η . Начальные условия: $N(0) = \lambda N(\tau)$, $w(0) = w_0$, λ — средняя плодовитость особей. Вспышку в форме краткого пика активности в предложенной модели запускает повышенная выживаемость зимующего поколения при сокращении времени зимовки на фоне сниженного конкурентного фактора для весеннего поколения при его высокой плодовитости, но исчерпание ресурсов прошлой генерацией снижает возможности массового размножения. Перспективным вариантом развития метода видится отдельная модель восстановления ресурсов после всплесков массовых размножений, за которые отвечает второе поколение.

Выводы

Таким образом, в данной работе нами проведен анализ интерпретируемости и границ биологической адекватности свойств бифуркационной динамики функциональных унимодальных итераций $x_{n+1} = \psi x_n$ и показаны пути развития противоречивых форм поведения траектории при смене циклических и хаотических режимов. Предложена методика построения сопряженных гибридных структур уравнений для расчетов численности смежных поколений на последовательных временных интервалах разной длительности. В вычислительной среде проводится стыковка решений на последовательных кадрах гибридного $T = [0, \tau] \cup [0, T]$ времени. Отрезками траекторий, эволюционирующих по разным законам, можно описывать нерегулярную смену сезонов с высокой и низкой численностью и пилообразные всплески активности. Организация гибридных структур естественно следует экологии зимующих видов со стадиями развития [24]. Метод представления модели с событийными переходами между вариантами правой части (5) $\leftrightarrow$ (6) формализует различия плотностной и паразитической регуляции. Факторы выживаемости всегда меняются при смене сезонов, в том числе играет роль плотность особей как зависящая или от $N^2(t)$ текущей, или от исходного обилия $N(0)$, как включено в уравнение для динамики выживаемости всегда более обильной летней генерации. Сформирована модель динамики выживаемости слабо конкурирующих поколений с различными условиями метаморфозов стадий и продолжительностью онтогенеза, разделяющая действие плотностной регуляции на выживаемость особей во взаимосвязи с темпами их развития. Предложенный метод актуален для моделирования динамики многих стадийных процессов и разрывных биофизических явлений как развития регулируемого цитокинами иммунного ответа, проходящего как стадии презентации антигена, активации и пролиферации лимфоцитов, так и фазу подавления выработки ответа и торможения воспалительных реакций средствами самой иммунной системы.

Финансирование. Исследование выполнено в рамках бюджетной темы СПб ФИЦ РАН FFZF-2025-0006 (руководитель д.т.н. А.С. Гейда).

Благодарность: автор выражает благодарность профессору Василию Юрьевичу Осипову.

Информация о конфликте интересов: автор и рецензенты заявляют об отсутствии конфликта интересов.

Цитирование. Переварюха А.Ю. Метод формирования логико-событийных вычислительных моделей трансформирующихся социоинформационных процессов // Вестник Самарского университета. Естественная серия / Vestnik of Samara University. Natural Science Series. 2025. Т. 31, № 1. С. 51–63. DOI: 10.18287/2541-7525-2025-31-1-51-63.

© Переварюха А.Ю., 2025

Андрей Юрьевич Переварюха (madelf@rambler.ru) – кандидат технических наук, старший научный сотрудник лаборатории прикладной информатики, Санкт-Петербургский Федеральный исследовательский центр Российской академии наук, 199178, Российская Федерация, г. Санкт-Петербург, 14-я Линия В.О., 39.

Литература

- [1] Borisova T.Yu. On the Physicochemical Method of Analysis of the Formation of Secondary Immunodeficiency as a Bioindicator of the State of Ecosystems Using the Example of Seabed Biota of the Caspian Sea // Technical Physics Letters. 2022. Vol. 48, issue 7. P. 251–257. DOI: <https://doi.org/10.1134/S1063785022090012>.
- [2] Mikhailov V.V., Trofimova I.V. Computational Modeling of the Nonlinear Metabolism Rate as a Trigger Mechanism of Extreme Dynamics of Invasion Processes // Technical Physics Letters. 2022. Vol. 48, issue 12. P. 301–304. DOI: <https://doi.org/10.1134/S1063785022110013>.
- [3] Gauze G.F. The struggle for existence. Baltimore: The Williams Wilkins, 1934. 129 p. URL: <https://www.gause-inst.ru/sites/default/files/2019-02/The%20Struggle%20for%20Existence.pdf>.
- [4] Переварюха А.Ю. Моделирование темпов роста чужеродных видов насекомых, дифференцированное по стадиям онтогенеза // Вестник Самарского университета. Естественная серия. 2019. Т. 25, № 2. С. 100–109. DOI: <https://doi.org/10.18287/2541-7525-2019-25-2-100-109>. EDN: <https://elibrary.ru/xfoxot>.
- [5] Переварюха А.Ю. Сценарная модель эффекта временного резкого сокращения численности популяции с большим репродуктивным параметром // Вестник Самарского университета. Естественная серия. 2021. Т. 27, № 2. С. 80–90. DOI: <https://doi.org/10.18287/2541-7525-2021-27-2-80-90>.
- [6] Переварюха А.Ю. Моделирование флуктуаций агрессивных чужеродных видов в непрерывных моделях с независимой регуляцией // Вестник Самарского университета. Естественная серия. 2018. Т. 24, № 4. С. 48–58. DOI: <https://doi.org/10.18287/2541-7525-2018-24-4-48-58>. EDN: <https://www.elibrary.ru/sqmnkh>.
- [7] Переварюха А.Ю. Нелинейная модель перелома волжских популяций на основе когнитивного графа взаимодействия экологических факторов // Вестник Самарского университета. Естественная серия. 2016. № 1–2. С. 92–106. URL: <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=29345221>. EDN: <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=29345221>.
- [8] Переварюха А.Ю. Графовая модель взаимодействия антропогенных и биотических факторов в продуктивности каспийского моря // Вестник Самарского государственного университета. Естественная серия. 2015. № 10 (132). С. 181–198. URL: <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=25377165>. EDN: <https://www.elibrary.ru/vjinwb>.
- [9] Hoang M. A generalized model for the population dynamics of a two stage species with recruitment and capture using a nonstandard finite difference scheme // Computational and Applied Mathematics. 2024. Vol. 43. Article number 54. P. 47–57. DOI: <https://doi.org/10.1007/s40314-023-02539-9>.
- [10] Feigenbaum M. Universal Behavior in Nonlinear Systems // Los Alamos Science. 1980. Vol. 1, no. 1. P. 4–27.
- [11] Singer D. Stable orbits and bifurcations of the maps on the interval // SIAM Journal of Applied Mathematics. 1978. Vol. 35, no. 2. P. 260–267. DOI: <http://doi.org/10.1137/0135020>.
- [12] Sharkovski A.N. Coexistence of cycles of a continuous map of the line into itself // International Journal of Bifurcation and Chaos in Applied Sciences and Engineering. 1995. Vol. 5, no. 5. P. 1263–1273. DOI: <http://doi.org/10.1142/s0218127495000934>.
- [13] Kloeden P. On Sharkovsky's cycle coexistence ordering // Bulletin of the Australian Mathematical Society. 1979. Vol. 20, issue 2. P. 171–177. DOI: <https://doi.org/10.1017/S0004972700010819>.
- [14] Andreassen H. Population cycles and outbreaks of small rodents: ten essential questions we still need to solve // Oecologia. 2021. Vol. 195. P. 601–622. DOI: <https://doi.org/10.1007/s00442-020-04810-w>.

- [15] Lee H., York J. Period three implies chaos // The American Mathematical Monthly. 1975. Vol. 82, no. 10. P. 985–992. Available at: <https://yorke.umd.edu/papers/Li-Yorke%20Period%20Three%20Implies%20Chaos.pdf>.
- [16] Shorrocks B. Population Fluctuations in the Fruit Fly (*Drosophila melanogaster*) Maintained in the Laboratory // Journal of Animal Ecology. 1970. Vol. 39, no. 1. P. 229–253. DOI: <http://doi.org/10.2307/2897>.
- [17] Brillinger D. The Nicholson blowfly experiments: some history and EDA // Journal of Time Series Analysis. 2012. Vol. 33, issue 5. P. 718–723. DOI: <https://doi.org/10.1111/j.1467-9892.2012.00787.x>.
- [18] Abbas S., Niezabitowski M., Grace S. Global existence and stability of Nicholson blowflies model with harvesting and random effect // Nonlinear Dynamics. 2021. Vol. 103. P. 2109–2123. DOI: <https://doi.org/10.1007/s11071-020-06196-z>.
- [19] Trofimova I.V., Manvelova A.B. Adequacy Of Interpretation Of Monitoring Data On Biophysical Processes In Terms Of The Theory Of Bifurcations And Chaotic Dynamics // Technical Physics Letters. 2022. Vol. 48. P. 305–310. DOI: <https://doi.org/10.1134/S1063785022110025>.
- [20] Переварюха А.Ю. Динамическая модель популяционной инвазии с эффектом депрессии // Информатика и автоматизация. 2022. Т. 21, № 3. С. 604–623. DOI: <https://doi.org/10.15622/ia.21.3.6>.
- [21] Дубровская В.А., Трофимова И.В. Модель динамики структурированных субпопуляций осетровых рыб Каспия с учетом отклонений в темпах развития молоди // Журнал Белорусского государственного университета. Биология. 2017. № 3. С. 76–86. URL: <https://elib.bsu.by/handle/123456789/193312>.
- [22] Михайлов В.В., Переварюха А.Ю., Решетников Ю.С. Модель динамики популяции рыб с расчетом темпов роста особей и сценариев гидрологической обстановки // Информационно-управляющие системы. 2018. № 4. С. 31–38. DOI: <https://doi.org/10.31799/1684-8853-2018-4-31-38>.
- [23] Mikhailov V.V., Trofimova I.V. Principles of simulation of invasion stages with allowance for solar cycles // Technical Physics Letters. 2023. Vol. 49, no. 9. P. 97–105. DOI: <https://doi.org/10.1134/S1063785023700049>.
- [24] Mikhailov V.V., Spesivtsev A.V., Perevaryukha A.Yu. Evaluation of the Dynamics of Phytomass in the Tundra Zone Using a Fuzzy-Opportunity Approach // Kotenko I., Badica C., Desnitsky V., El Baz D., Ivanovic M. (eds.) Intelligent Distributed Computing XIII. IDC 2019. Studies in Computational Intelligence. Vol. 868. Springer, Cham., 2019. P. 449–454. DOI: https://doi.org/10.1007/978-3-030-32258-8_53.

DOI: 10.18287/2541-7525-2025-31-1-51-63

Method of constructing logical-event computational models of transforming social information processes

Perevaryukha A. Yu. 

Saint Petersburg Federal Research Center of the Russian Academy of Sciences, Saint Petersburg, Russian Federation; madel@rambler.ru; ORCID: 0000-0002-1049-0096 (A. Yu.);

Received: 23.02.2025

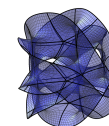
Revised: 26.03.2025

Accepted: 07.04.2025

Scientific article



Abstract. The article develops a method for organizing a logical-event hybrid model for analyzing socioinformational processes in their stages, event transformations and rapid disturbances. Specific situations with a non-stationary lifetime y of a series of non-overlapping generations are not described by continuous equations of mathematical biophysics. The use of multiparameter functional iterations with the effect of $x_{n+1} = \psi(r; x_n) \xi(a; x_{n-i}) + \Theta[n]$, $x_{max} = \max \psi(x) \neq \max \xi(x)$ leads to a cascade of bifurcations with the coexistence of stable cycles and a set of transition points $\{\hat{r}, \hat{a}\}$ "chaos $\leftrightarrow$ cycle", which goes beyond the essential interpretation of the trajectory behavior. The proposed method is relevant for modeling cases when y generations have different lengths of juvenile ontogenesis stages. The models are important for forecasting invasive processes of insects capable of mass outbreaks of



reproduction, where the factor of generation wintering is in effect. Hybrid structures of equations are constructed that describe the dynamics of generations on adjacent uneven segments of ontogenesis depending on changes in mortality factors due to competition for resources, regulated by the growth rate of organisms. The hybrid model allows one to obtain pulsating dynamics of numbers, where transitions to the state of excessively numerous generations of "outbreaks" are interconnected with the survival of the wintering generation and the level of competitive mortality of the summer generation. The modeling method is relevant for populations supported by artificial reproduction and for cases where different social groups exhibit varying reproductive activity, which is reflected in the development of demographic waves, the disruption of social structures and the disruption of traditional interactions during the crisis of social structures.

Key words: hybrid computing structures; population outbreak analysis; discontinuous trajectories; wave-like sociobiological processes; information society; relaxation cycles; pulsating trajectory of ecodynamics evolution.

Funding. The research was conducted within the framework of a budget-funded project FFZF-2025-0006 at the St. Petersburg Federal Research Center of the Russian Academy of Sciences (SPB FRC RAS) (supervised by A.S. Geyda).

Acknowledgements: The author are grateful to prof. Osipov V.Yu.

Information about the conflict of interests: author and reviewers declared no conflicts of interest.

Citation. Perevaryukha A.Yu. Method of constructing logical-event computational models of transforming social information processes. *Vestnik Samarskogo universiteta. Estestvennonauchnaya seriya / Vestnik of Samara University. Natural Science Series*, 2025, vol. 31, no. 1, pp. 51–63. DOI: 10.18287/2541-7525-2025-31-1-51-63. (In Russ.)

© Perevaryukha A.Yu., 2025

Andrey Yu. Perevaryukha (madelf@rambler.ru) – Candidate of Technical Sciences, senior research worker of the Laboratory of Applied Informatics, Saint Petersburg Federal Research Center of the Russian Academy of Sciences, 39, 14-Line of the Vasilyevsky Island, Saint Petersburg, 199178, Russian Federation.

References

- [1] Borisova T.Yu. On the Physicochemical Method of Analysis of the Formation of Secondary Immunodeficiency as a Bioindicator of the State of Ecosystems Using the Example of Seabed Biota of the Caspian Sea *Technical Physics Letters*, 2022, vol. 48, issue 7, pp. 251–257. DOI: <https://doi.org/10.1134/S1063785022090012>.
- [2] Mikhailov V.V., Trofimova I.V. Computational Modeling of the Nonlinear Metabolism Rate as a Trigger Mechanism of Extreme Dynamics of Invasion Processes. *Technical Physics Letters*, 2022, vol. 48, issue 12, pp. 301–304. DOI: <https://doi.org/10.1134/S1063785022110013>.
- [3] Gauze G.F. The struggle for existence. Baltimore: The Williams Wilkins, 1934, 129 p. Available at: <https://www.gause-inst.ru/sites/default/files/2019-02/The%20Struggle%20for%20Existence.pdf>.
- [4] Perevaryukha A.Yu. Modeling the growth rates of alien insect specified differentiated by stages of ontogenesis. *Vestnik Samarskogo universiteta. Estestvennonauchnaya seriya / Vestnik of Samara University. Natural Science Series*, 2019, vol. 25, no. 2, pp. 100–109. DOI: <https://doi.org/10.18287/2541-7525-2019-25-2-100-109>. EDN: <https://elibrary.ru/xfoxot>. (In Russ.)
- [5] Perevaryukha A.Yu. Scenarios model of the effect of a temporary sharp reduction of population with a large reproductive parameter. *Vestnik Samarskogo universiteta. Estestvennonauchnaya seriya / Vestnik of Samara University. Natural Science Series*, 2021, vol. 27, no. 2, pp. 80–90. DOI: <https://doi.org/10.18287/2541-7525-2021-27-2-80-90>. (In Russ.)
- [6] Perevaryukha A.Yu. Simulation of fluctuations of aggressive alien species in continuous models with independent regulation. *Vestnik Samarskogo universiteta. Estestvennonauchnaya seriya / Vestnik of Samara University. Natural Science Series*, 2018, vol. 24, no. 4, pp. 48–58. DOI: <https://doi.org/10.18287/2541-7525-2018-24-4-48-58>. EDN: <https://www.elibrary.ru/sqmnkh>. (In Russ.)

- [7] Perevaryukha A.Yu. Nonlinear model of overfishing for the Volga sturgeon based on cognitive graph of interaction of environmental factors. *Vestnik Samarskogo universiteta. Estestvennonauchnaya seriya / Vestnik of Samara University. Natural Science Series*, 2016, no. 1–2, pp. 92–106. Available at: <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=29345221>. EDN: <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=29345221>. (In Russ.)
- [8] Perevaryukha A.Yu. Graph model of interaction of anthropogenic and biotic factors in the productivity of the Caspian Sea. *Vestnik Samarskogo universiteta. Estestvennonauchnaya seriya / Vestnik of Samara University. Natural Science Series*, 2015, no. 10, pp. 181–198. Available at: <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=25377165>. EDN: <https://www.elibrary.ru/vjinwb>. (In Russ.)
- [9] Hoang M. A generalized model for the population dynamics of a two stage species with recruitment and capture using a nonstandard finite difference scheme. *Comp. Appl. Math.*, 2024, vol. 43, Article number 54, pp. 47–57. DOI: <https://doi.org/10.1007/s40314-023-02539-9>.
- [10] Feigenbaum M. Universal Behavior in Nonlinear Systems. *Los Alamos Science*, 1980, vol. 1, no. 1, pp. 4–27.
- [11] Singer D. Stable orbits and bifurcations of the maps on the interval. *SIAM Journal of Applied Mathematics*, 1978, vol. 35, no. 2, pp. 260–267. DOI: <http://doi.org/10.1137/0135020>.
- [12] Sharkovski A.N. Coexistence of cycles of a continuous map of the line into itself. *International Journal of Bifurcation and Chaos in Applied Sciences and Engineering*, 1995, vol. 5, no. 5, pp. 1263–1273. DOI: <http://doi.org/10.1142/s0218127495000934>.
- [13] Kloeden P. On Sharkovsky's cycle coexistence ordering. *Bulletin of the Australian Mathematical Society*, 1979, vol. 20, issue 2, pp. 171–177. DOI: <https://doi.org/10.1017/S0004972700010819>.
- [14] Andreassen H. Population cycles and outbreaks of small rodents: ten essential questions we still need to solve. *Oecologia*, 2021, vol. 195, pp. 601–622. DOI: <https://doi.org/10.1007/s00442-020-04810-w>.
- [15] Lee H., York J. Period three implies chaos. *The American Mathematical Monthly*, 1975, vol. 82, no. 10, pp. 985–992. Available at: <https://yorke.umd.edu/papers/Li-Yorke%20Period%20Three%20Implies%20Chaos.pdf>.
- [16] Shorrocks B. Population Fluctuations in the Fruit Fly (*Drosophila melanogaster*) Maintained in the Laboratory. *Journal of Animal Ecology*, 1970, vol. 39, no. 1, pp. 229–253. DOI: <http://doi.org/10.2307/2897>.
- [17] Brillinger D. The Nicholson blowfly experiments: some history and EDA. *Journal of Time Series Analysis*, 2012, vol. 33, issue 5, pp. 718–723. DOI: <https://doi.org/10.1111/j.1467-9892.2012.00787.x>.
- [18] Abbas S., Niezabitowski M., Grace S. Global existence and stability of Nicholson blowflies model with harvesting and random effect. *Nonlinear Dynamics*, 2021, vol. 103, pp. 2109–2123. DOI: <https://doi.org/10.1007/s11071-020-06196-z>.
- [19] Trofimova I.V., Manvelova A.B. Adequacy Of Interpretation Of Monitoring Data On Biophysical Processes In Terms Of The Theory Of Bifurcations And Chaotic Dynamics. *Technical Physics Letters*, 2022, vol. 48, pp. 305–310. DOI: <https://doi.org/10.1134/S1063785022110025>.
- [20] Perevaryukha A.Yu. Dynamic Model of Population Invasion with Depression Effect. *Informatics and Automation*, 2022, vol. 21, no. 3, pp. 604–623. DOI: <https://doi.org/10.15622/ia.21.3.6>. (In Russ.)
- [21] Dubrovskaya V.A., Trofimova I.V. Model of dynamics of structured subpopulations of sturgeon fish in the Caspian Sea takes into account deviations in the rate of development of immature fish. *Journal of the Belarusian State University. Biology*, 2017, no. 3, pp. 76–86. Available at: <https://elib.bsu.by/handle/123456789/193312?ysclid=m8zysw66cn860236954>. (In Russ.)
- [22] Mikhailov V.V., Perevaryukha A., Reshetnikov Yu.S. Model of Fish Population Dynamics with Calculation of Individual Growth Rate and Hydrological Situation Scenarios. *Information and control systems*, 2018, no. 4, pp. 31–38. DOI: <https://doi.org/10.31799/1684-8853-2018-4-31-38>. (In Russ.)
- [23] Mikhailov V.V., Trofimova I.V. Principles of simulation of invasion stages with allowance for solar cycles. *Technical Physics Letters*, 2023, vol. 49, no. 9, pp. 97–105. DOI: <https://doi.org/10.1134/S1063785023700049>.
- [24] Mikhailov V.V., Spesivtsev A.V., Perevaryukha A.Yu. Evaluation of the Dynamics of Phytomass in the Tundra Zone Using a Fuzzy-Opportunity Approach. In: *Kotenko I., Badica C., Desnitsky V., El Baz D., Ivanovic M. (eds.) Intelligent Distributed Computing XIII. IDC 2019. Studies in Computational Intelligence, vol. 868*. Springer, Cham., 2019, pp. 449–454. DOI: https://doi.org/10.1007/978-3-030-32258-8_53.