



Научная статья

DOI: 10.18287/2541-7525-2024-30-1-112-121

УДК 517.9; 519.7; 530.145.83

Дата: поступления статьи: 22.11.2023
после рецензирования: 28.12.2023
принятия статьи: 28.02.2024**А. Осман**Самарский национальный исследовательский университет
имени академика С.П. Королева, г. Самара, Российская Федерация
E-mail: ali.oth@yandex.ru. ORCID: <https://orcid.org/0009-0004-8811-2521>**Е.К. Башкиров**Самарский национальный исследовательский университет
имени академика С.П. Королева, г. Самара, Российская Федерация
E-mail: bashkirov.ek@ssau.ru. ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-8682-4956>

ДИНАМИКА АТОМ-АТОМНОГО ПЕРЕПУТЫВАНИЯ В ДВУХАТОМНОЙ МОДЕЛИ С ВЫРОЖДЕННЫМИ ДВУХФОТОННЫМИ ПЕРЕХОДАМИ РАМАНОВСКОГО ТИПА

АННОТАЦИЯ

Найдена точная динамика модели, состоящей из двух двухуровневых атомов, взаимодействующих с модой электромагнитного поля идеального резонатора посредством вырожденных рамановских переходов, для когерентного и теплового состояний поля. Точное решение использовано для расчета атом-атомной отрицательности. Показано, что для сепарабельных начальных состояний атомов их взаимодействие с полем резонатора не приводит к возникновению атом-атомного перепутывания. Найдено, что для белловских начальных состояний атомов в случае когерентного поля резонатора имеет место эффект мгновенной смерти перепутывания для больших средних значений числа фотонов, в то время как для теплового шума указанный эффект отсутствует для любых интенсивностей резонаторного поля.

Ключевые слова: двухуровневые атомы; вырожденные рамановские переходы; резонатор; перепутывание; отрицательность; мгновенная смерть перепутывания.

Цитирование. Осман А., Башкиров Е.К. Динамика атом-атомного перепутывания в двухатомной модели с вырожденными двухфотонными переходами рамановского типа // Вестник Самарского университета. Естественная серия / Vestnik of Samara University. Natural Science Series. 2024. Т. 30, № 1. С. 112–121. DOI: <http://doi.org/10.18287/2541-7525-2024-30-1-112-121>.

Информация о конфликте интересов: авторы и рецензенты заявляют об отсутствии конфликта интересов.

© Осман А., Башкиров Е.К., 2024

Али Осман — аспирант кафедры общей и теоретической физики, Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королева, 443086, Российская Федерация, г. Самара, Московское шоссе, 34.

Евгений Константинович Башкиров — доктор физико-математических наук, профессор кафедры общей и теоретической физики, Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королева, 443086, Российская Федерация, г. Самара, Московское шоссе, 34.

1. Предварительные сведения

Перепутывание, заключающееся в наличии нелокальных квантовых корреляций между частями многочастной квантовой системы, является одной из наиболее интересных особенностей квантовой механики, которая тесно связана с ее основами, в частности, с квантовой неразличимостью и нарушением неравенств Белла [1]. Перепутанные состояния в последнее время стали незаменимым ресурсом в квантовой информатике для реализации квантовых вычислений, квантовой связи, квантовой телепортации и др. [1; 2]. Для генерации, управления и контроля перепутанными состояниями естественных и искусственных атомов используют электромагнитные поля резонаторов. Недавние экспериментальные успехи в реализации сильных взаимодействий между фотонами и атомами в высокодобротных резонаторах открывают новые возможности в использовании перепутанных атомных состояний [3–8].

Для описания взаимодействия атомов с выделенными модами электромагнитных полей резонаторов используют модель Джейнса — Каммингса и ее обобщения. Модель Джейнса — Каммингса, как известно, представляет собой простейшую точно решаемую полностью квантовомеханическую модель, состоящую из двухуровневого атома, взаимодействующего с модой идеального резонатора, и позволяющую описать все известные квантовые эффекты взаимодействия излучения с веществом [9]. В последствие было приложено немало усилий для обобщении этой модели [10; 11]. В частности, была изучена динамика многоатомного обобщения модели Джейнса — Каммингса, модель Джейнса — Каммингса с зависящей от интенсивности поля константой атом-полевого взаимодействия, найдены точные решения для трехуровневой модели Джейнса — Каммингса с различными конфигурациями переходов и многие другие (см. ссылки в [10–18]). В случае больших расстройек между частотами переходов и частотами выделенных мод резонатора трехуровневые модели можно свести к эффективным двухуровневым моделям путем аппроксимации, адиабатического исключения либо оценки унитарного преобразования пертурбативно. Полученный таким образом эффективный двухуровневый гамильтониан имеет вид обычного гамильтониана Джейнса — Каммингса, но с заменой одномодовых операторов поля на произведение операторов поля той же моды или произведения операторов мод нескольких выделенных полей с некоторым эффективным параметром связи атом-полевой связи.

Один класс таких систем обсуждался Герри и Эберли [18]. Они рассмотрели трехуровневый атом с конфигурацией переходов Λ -типа, взаимодействующий с двумя выделенными модами полей резонаторов в предположении точного двухфотонного резонанса, как показано на рис. 1. Предполагалось, что уровень 3 находится далеко от резонанса и может быть адиабатически удален, так что этот высовозбужденный уровень играет роль виртуального переходного состояния. между уровнями 1 и 2. В результате полученная модель состоит из двух невырожденных «основных» состояний, связанных между собой бесфотонным процессом, в котором одновременно поглощается фотон одной моды и испускается фотон другой моды. При этом атом совершает переходы между уровнями 1 и 2 через виртуальное состояние. В этом случае модель можно интерпретировать как резонаторную версию комбинационного рассеяния света, в котором одна мода является полем накачки, а вторая мода соответствует стоксовому полю. Авторы называли такую модель двухмодовой невырожденной рамановской моделью. После адиабатического устранения третьего уровня эффективный гамильтониан взаимодействия имеет вид гамильтониана обычной модели Джейнса — Каммингса, но с заменой одномодовых полевых операторов произведениями операторов уничтожения фотонов одной моды и рождения фотонов другой моды.

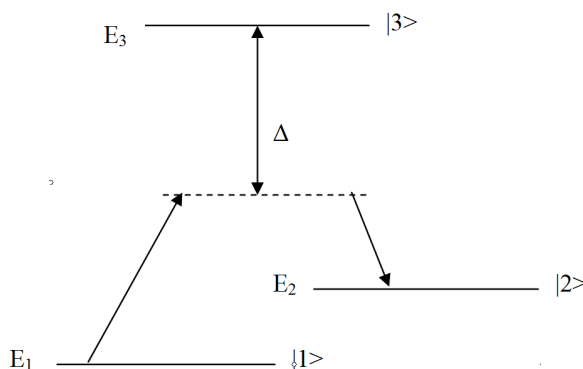


Рис. 1. Схема энергетических уровней и переходов в атоме с невырожденным двухфотонным рамановским взаимодействием

Fig. 1. Scheme of energy levels and transitions in atom with nondegenerate two-photon raman interaction

Двухатомное обобщение невырожденной двухмодовой рамановской модели исследовали Герри и Хуанг [19]. Возможность генерации в такой модели атом-атомного перепутывания, индуцированного тепловыми полями резонаторов, обсуждалась в работе [20]. Квантовая динамика невырожденной двухмодовой рамановской модели с зависящими от интенсивности константами атом-фотонной связи в резонаторе без потерь рассматривалась в [21]. В настоящее время рамановские процессы — стандартный инструмент для охлаждения атомов и манипулирования ими [6]. Вырожденная одномодовая модель с рамановскими переходами обсуждалась впервые в работе [22] в связи с исследованием коллапсов и возрождений осцилляций Раби и сжатия света. В этой модели, как показано на рис. 2, два вырожденных атомных уровня связаны через виртуальный уровень одномодовым переходом рамановского типа.

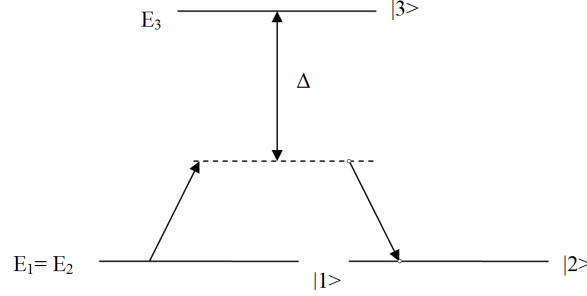


Рис. 2. Схема энергетических уровней и переходов в атоме с вырожденными двухфотонными рамановскими переходами

Fig. 2. Scheme of energy levels and transitions in atom with degenerate two-photon raman interaction

В работах [23; 24] рассмотрено двухатомное обобщение вырожденной одномодовой модели Дженейса — Каммингса с переходами рамановского типа. На основе точного решения уравнения эволюции в работах исследована динамика атом-полевого перепутывания с помощью концепции линейной атомной энтропии. Представляет значительный интерес исследовать динамику атом-атомного перепутывания для указанной модели.

В настоящей статье мы проанализировали динамику атом-атомного перепутывания для двухатомной вырожденной одномодовой модели Дженейса — Каммингса с переходами рамановского типа для произвольного начального состояния атомов и двух начальных состояний поля резонатора: когерентного и теплового. В качестве критерия перепутывания атомов использовалась отрицательность. В результате показано, что перепутывание атомов, индуцированное полем резонатора, не происходит для сепарабельных начальных состояний атомов, а для начальных перепутанных состояний атомов возможен эффект мгновенной смерти и рождения перепутывания.

2. Двухатомная модель с вырожденными двухфотонными переходами рамановского типа

Рассмотрим модель, содержащую два атома, каждый из которых имеет два вырожденных состояния $|+\rangle_i$ и $|-\rangle_i$ ($i = 1, 2$), связанных вырожденными двухфотонными рамановскими переходами с модой поля идеального резонатора. Переход осуществляется через виртуальный уровень [22]. Гамильтониан взаимодействия такой модели в дипольном приближении и приближении вращающейся волны имеет вид

$$H = \hbar g_1 a^+ a (\sigma_1^+ + \sigma_1^-) + \hbar g_2 a^+ a (\sigma_2^+ + \sigma_2^-). \quad (1)$$

Здесь $\sigma_i^+ = |-\rangle_i \langle +|$ и $\sigma_i^- = |+\rangle_i \langle -|$ — повышающий и понижающий операторы ($i = 1, 2$), $a(a^+)$ — оператор уничтожения (рождения) фотонов резонатора, а g_i — константа связи i -го атома с полем резонатора.

Предположим, что в начальный момент времени атомы находятся в произвольной суперпозиции чистых атомных состояний вида

$$|\Psi(0)\rangle_{A_1 A_2} = C_1(0)|+, +\rangle + C_2(0)|+, -\rangle + C_3(0)|-, +\rangle + C_4(0)|-, -\rangle, \quad (2)$$

где

$$|C_1(0)|^2 + |C_2(0)|^2 + |C_3(0)|^2 + |C_4(0)|^2 = 1.$$

В зависимости от выбора значений коэффициентов $C_i(0)$ мы можем получить различные начальные состояния подсистемы атомов. Если три из четырех коэффициентов $C_i(0)$ равны нулю, а оставшийся

коэффициент равен единице, то мы имеем из (2) начальные некогерентные сепарабельные состояния атомов вида $|+, +\rangle, |+, -\rangle, |-, +\rangle, |-, -\rangle$. В случае

$$C_1(0) = (\cos \theta_1 |+\rangle + \sin \theta_1 |-\rangle, C_2(0) = \cos \theta_1 \sin \theta_2, C_3(0) = \sin \theta_1 \cos \theta_2, C_4(0) = \sin \theta_1 \sin \theta_2$$

начальное состояние (2) представляет собой сепарабельное когерентное состояние атомов вида

$$|\Psi(0)\rangle_{A_1 A_2} = (\cos \theta_1 |+\rangle_1 + \sin \theta_1 |-\rangle_1) \otimes (\cos \theta_2 |+\rangle_2 + \sin \theta_2 |-\rangle_2),$$

где

$$-\pi \leq \theta_1 \leq \pi, \quad -\pi \leq \theta_2 \leq \pi.$$

Выбирая

$$C_1(0) = 0, \quad C_2(0) = \cos \theta, \quad C_3(0) = \sin \theta, \quad C_4(0) = 0 \quad (-\pi \leq \theta \leq \pi),$$

мы получаем из (2) белловское перепутанное состояние вида

$$|\Psi(0)\rangle_{A_1 A_2} = \cos \theta |+, -\rangle + \sin \theta |-, +\rangle, \quad (3)$$

а для

$$C_1(0) = \cos \theta, \quad C_2(0) = 0, \quad C_3(0) = 0, \quad C_4(0) = \sin \theta$$

мы получаем из (2) другое белловское перепутанное состояние вида

$$|\Psi(0)\rangle_{A_1 A_2} = \cos \theta |+, +\rangle + \sin \theta |-, -\rangle. \quad (4)$$

В качестве начального состояния поля резонатора выберем чистое одномодовое когерентное состояние с волновой функцией

$$|\Psi(0)\rangle_F = \sum_{n=0}^{\infty} F_n |n\rangle, \quad (5)$$

где $F_n = e^{-\bar{n}/2} \bar{n}^{n/2} / \sqrt{n!}$, $\bar{n}$ — среднее число фотонов в когерентном состоянии и $|n\rangle$ — одномодовое фоковское состояние,

либо смешанное одномодовое тепловое состояние с матрицей плотности

$$\rho_F(0) = \sum_n p_n |n\rangle \langle n|, \quad (6)$$

где вероятности p_n имеют вид

$$p_n = \frac{\bar{n}^n}{(1 + \bar{n})^{n+1}}.$$

В формуле (6) $\bar{n}$ — среднее число фотонов в тепловой моде

$$\bar{n} = \frac{1}{\exp[\hbar\omega/k_B T] - 1},$$

где k_B — постоянная Больцмана и T — равновесная температура стенок резонатора.

Для рассматриваемой модели с гамильтонианом взаимодействия (1) можно легко найти явный вид оператора эволюции $U(t) = \exp(-iHt/\hbar)$. В двухатомном базисе $|+, +\rangle, |+, -\rangle, |-, +\rangle, |-, -\rangle$ оператор эволюции $U(t)$ имеет вид

$$U(t) = \begin{pmatrix} U_{11} & \cdots & \cdots & U_{14} \\ U_{21} & \cdots & \cdots & U_{24} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ U_{41} & \cdots & \cdots & U_{44} \end{pmatrix}, \quad (7)$$

где

$$U_{11} = U_{22} = U_{33} = U_{44} = \cos(\Omega t) \cos(\alpha \Omega t), \quad U_{12} = U_{21} = U_{34} = U_{43} = -i \cos(\Omega t) \sin(\alpha \Omega t), \\ U_{13} = U_{31} = U_{24} = U_{42} = -i \sin(\Omega t) \cos(\alpha \Omega t), \quad U_{14} = U_{41} = U_{23} = U_{32} = -\sin(\Omega t) \sin(\alpha \Omega t)$$

и

$$\Omega = a^+ a, \quad \alpha = g_2/g_1.$$

Для случая $\alpha = 0$ мы имеем дело с одноатомной моделью, а для случая $\alpha = 1$ мы имеем дело с двумя идентичными атомами с одинаковыми константами связи. Ниже для удобства мы будем использовать обозначение $g_1 \equiv g$.

Используя явный вид оператора эволюции (7), мы можем получить временную волновую функцию системы для произвольного состояния атомов (2) и когерентного начального состояния поля резонатора (5) в виде

$$|\Psi(t)\rangle = U(t)|\Psi(0)\rangle_{A_1 A_2} |\Psi(0)\rangle_F = \sum_n^\infty F_n [C_{1n}(t)|+, +\rangle + C_{2n}(t)|+, -\rangle + C_{3n}(t)|-, +\rangle + C_{4n}(t)|-, -\rangle] |n\rangle. \quad (6)$$

Здесь

$$\begin{aligned} C_{1n}(t) &= \left[C_1(0) \cos(\Omega_n t) \cos(\tilde{\Omega}_n t) - \imath C_2(0) \cos(\Omega_n t) \sin(\tilde{\Omega}_n t) - \right. \\ &\quad \left. - \imath C_3(0) \sin(\Omega_n t) \cos(\tilde{\Omega}_n t) - C_4(0) \sin(\Omega_n t) \sin(\tilde{\Omega}_n t) \right], \\ C_{2n}(t) &= \left[-\imath C_1(0) \cos(\Omega_n t) \sin(\tilde{\Omega}_n t) + C_2(0) \cos(\Omega_n t) \cos(\tilde{\Omega}_n t) - \right. \\ &\quad \left. - C_3(0) \sin(\Omega_n t) \sin(\tilde{\Omega}_n t) - \imath C_4(0) \sin(\Omega_n t) \cos(\tilde{\Omega}_n t) \right], \\ C_{3n}(t) &= \left[-\imath C_1(0) \sin(\Omega_n t) \cos(\tilde{\Omega}_n t) - C_2(0) \sin(\Omega_n t) \sin(\tilde{\Omega}_n t) + \right. \\ &\quad \left. + C_3(0) \cos(\Omega_n t) \cos(\tilde{\Omega}_n t) - \imath C_4(0) \cos(\Omega_n t) \cos(\tilde{\Omega}_n t) \right], \\ C_{4n}(t) &= \left[-C_1(0) \sin(\Omega_n t) \sin(\tilde{\Omega}_n t) - \imath C_2(0) \sin(\Omega_n t) \cos(\tilde{\Omega}_n t) - \right. \\ &\quad \left. - \imath C_3(0) \cos(\Omega_n t) \sin(\tilde{\Omega}_n t) + C_4(0) \cos(\Omega_n t) \cos(\tilde{\Omega}_n t) \right], \end{aligned}$$

где $\Omega_n = n$ и $\tilde{\Omega}_n = \alpha n$.

Соответственно, для начального состояния атомов (2) и теплового состояния поля резонатора (6) временная матрица плотности может быть представлена в виде

$$\begin{aligned} \rho(t) &= U(t)\rho(0)U^{-1}(t) = \\ &= \sum_n^\infty p_n [C_{1n}(t)|+, +\rangle + C_{2n}(t)|+, -\rangle + C_{3n}(t)|-, +\rangle + C_{4n}(t)|-, -\rangle] \times \\ &\quad \times [C_{1n}^*(t)\langle+, +| + C_{2n}^*(t)\langle+, -| + C_{3n}^*(t)\langle-, +| + C_{4n}^*(t)\langle-, -|]. \end{aligned} \quad (8)$$

3. Расчет отрицательности

В настоящее время существуют два строгих количественных критерия атом-атомного перепутывания: отрицательность (критерий Переса — Хородецких) [25; 26] и согласованность (критерий Вуутерса) [27]. В настоящей работе для анализа динамики перепутывания двух атомов мы будем использовать отрицательность. Для вычисления отрицательности необходимо вычислить редуцированную двухатомную матрицу плотности, которая в двухатомном базисе

$$|+, +\rangle, |+, -\rangle, |-, +\rangle, |-, -\rangle$$

будет иметь вид

$$\rho_{A_1 A_2}(t) = \begin{pmatrix} \rho_{11}(t) & \rho_{12}(t) & \rho_{13}(t) & \rho_{14}(t) \\ \rho_{21}(t) & \rho_{22}(t) & \rho_{23}(t) & \rho_{24}(t) \\ \rho_{31}(t) & \rho_{32}(t) & \rho_{33}(t) & \rho_{34}(t) \\ \rho_{41}(t) & \rho_{42}(t) & \rho_{43}(t) & \rho_{44}(t) \end{pmatrix}, \quad (9)$$

где для начального когерентного состояния поля (5) матричные элементы (9) имеют вид

$$\rho_{ij}(t) = \sum_{n=0}^\infty |F_n|^2 C_{in}(t) C_{jn}^*(t) \quad (i, j = 1, 2, 3, 4),$$

а для начального теплового состояния поля (6) соответствующие матричные элементы есть

$$\rho_{ij}(t) = \sum_{n=0}^\infty p_n C_{in}(t) C_{jn}^*(t) \quad (i, j = 1, 2, 3, 4).$$

Для двухатомной системы, описываемой редуцированным атомным оператором плотности $\rho_{A_1 A_2}(t)$, отрицательности можно определить в виде

$$\varepsilon = -2 \sum \mu_i^- . \quad (10)$$

где μ_i^- – отрицательные собственные значения частично транспонированной по переменным одного кубита атомной матрицы плотности ($\rho_A^{T_1}$). Если $\varepsilon = 0$, то состояния атомов сепарабельны, если $\varepsilon > 0$, то состояния атомов перепутаны. Значение $\varepsilon = 1$ указывает на максимальную степень перепутывания атомов.

Частично транспонированная по переменным одного кубита атомная матрица плотности для (9) есть

$$\rho_{A_1 A_2}^{T_1}(t) = \begin{pmatrix} \rho_{11}(t) & \rho_{12}(t) & \rho_t(\tau) & \rho_{32}(t) \\ \rho_{21}(t) & \rho_{22}(t) & \rho_{41}(t) & \rho_{42}(t) \\ \rho_{13}(t) & \rho_{14}(t) & \rho_{33}(t) & \rho_{34}(t) \\ \rho_{23}(t) & \rho_{24}(t) & \rho_{43}(t) & \rho_{44}(t) \end{pmatrix} . \quad (11)$$

Собственные значения матрицы (11) слишком громоздки, поэтому в настоящей работе не приводятся.

4. Результаты и их обсуждение

Результаты численных расчетов отрицательности (11) показывают, что как для сепарабельных некогерентных, так и сепарабельных когерентных начальных состояний атомов перепутывание между ними не возникает в процессе эволюции системы. Аналогичный результат для невырожденной двухатомной модели с рамановскими переходами был ранее получен в статье [20]. Для практических приложений в области квантовой информатики наиболее интересным является исследование динамики атомов, приготовленных в белловских состояниях (3) и (4). При этом для одинаковых значений параметра θ временные зависимости отрицательностей для начальных состояний (3) и (4) совпадают, поэтому в настоящей работе мы остановились на исследовании динамики рассматриваемой модели для начального состояния (3). На рис. 3 представлена временная зависимость отрицательности для начального перепутанного состоя-

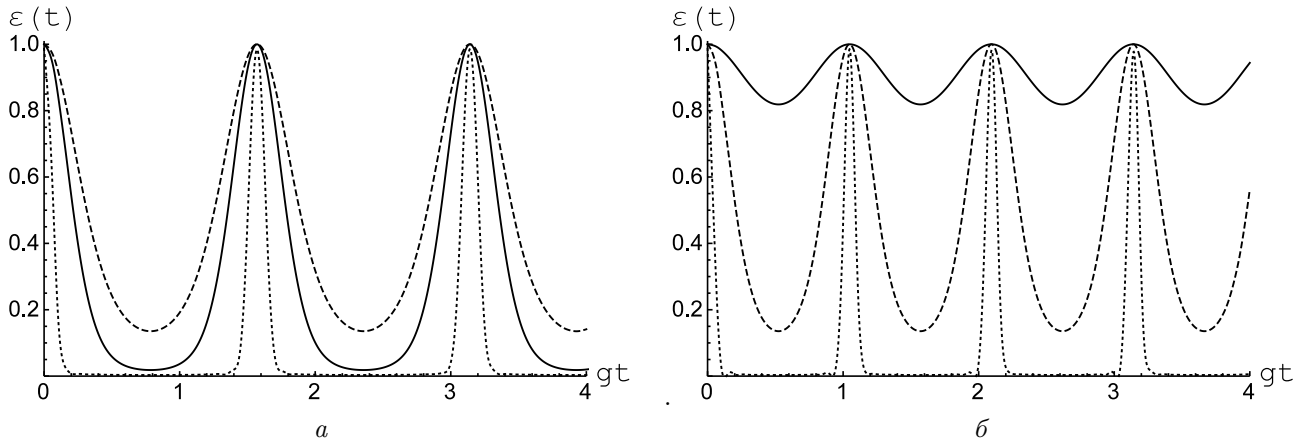


Рис. 3. Отрицательность $\varepsilon(t)$ как функция безразмерного времени gt для белловского начального атомного состояния (3) при $\theta = \pi/4$ для когерентного состояния поля резонатора. Среднее число фотонов $\bar{n} = 0.1$ (сплошная линия), $\bar{n} = 1$ (штриховая линия) и $\bar{n} = 20$ (точечная линия).

Соотношение констант атом-полевого взаимодействия $\alpha = 1$ (а) и $\alpha = 2$ (б)

Fig. 3. Negativity $\varepsilon(t)$ as a function of scaled time gt for Bell type atomic initial state (3) with $\theta = \pi/4$ for coherent state of resonator field. The mean photon number $\bar{n} = 0.1$ (solid), $\bar{n} = 1$ (dashed) and $\bar{n} = 20$ (dotted).

The relation between atom-field couplings $\alpha = 1$ (a) and $\alpha = 2$ (b)

ния атомов (3) и когерентного состояния поля резонатора. Интересной особенностью поведения отрицательности для модели с одинаковыми константами атом-фотонного взаимодействия (рис. 3, а) является отсутствие зависимости амплитуды колебаний параметра перепутывания от среднего числа фотонов в моде. Для любых значений интенсивности поля резонатора отрицательность меняется от максимального значения, равного единице, до практически нулевого значения. Для модели с разными значениями констант атом-полевого взаимодействия (рис. 3, б) амплитуда колебаний отрицательности увеличивается с

ростом интенсивности поля резонатора. Для второй модели в сравнении с первой уменьшается также период осцилляций отрицательности. Отметим также, что для обоих случаев для высоких интенсивностей поля резонатора имеет место эффект мгновенной смерти перепутывания.

На рис. 4 представлена временная зависимость отрицательности для начального перепутанного состояния кубитов (3) и теплового состояния поля резонатора. Для модели с одинаковыми константами атом-фотонного взаимодействия (рис. 3,а) амплитуда колебаний отрицательности слабо зависит от среднего числа фотонов в моде. Однако в отличие от модели с когерентным полем максимальное значение отрицательности существенно уменьшается с увеличением интенсивности теплового поля. Поведение модели с различными константами взаимодействия атомов с полем (рис. 4,б) качественно похоже на поведение модели с одинаковыми значениями констант взаимодействия. Отличие заключается лишь в увеличении периода осцилляций отрицательности для второй из рассматриваемых моделей.

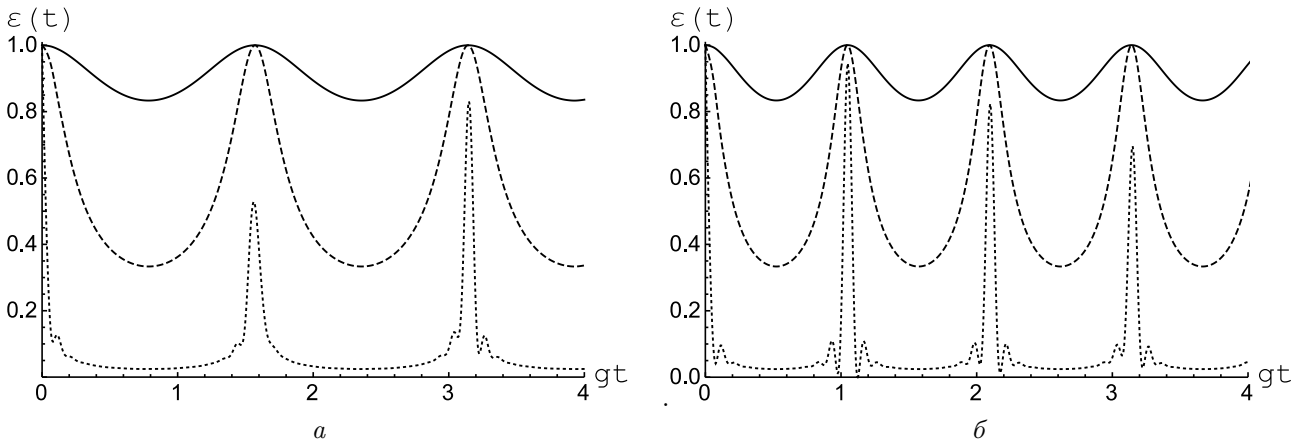


Рис. 4. Отрицательность $\varepsilon(t)$ как функция безразмерного времени gt для белловского начального атомного состояния (3) при $\theta = \pi/4$ для теплового состояния поля резонатора. Среднее число фотонов $\bar{n} = 0.1$ (сплошная линия), $\bar{n} = 1$ (штриховая линия) и $\bar{n} = 20$ (точечная линия).

Соотношение констант атом-полевого взаимодействия $\alpha = 1$ (а) и $\alpha = 2$ (б)

Fig. 4. Negativity $\varepsilon(t)$ as a function of scaled time gt for Bell type atomic initial state (3) with $\theta = \pi/4$ for thermal state of resonator field. The mean photon number $\bar{n} = 0.1$ (solid), $\bar{n} = 1$ (dashed) and $\bar{n} = 20$ (dotted).

The relation between atom-field couplings $\alpha = 1$ (a) and $\alpha = 2$ (b)

Наиболее интересной особенностью поведения отрицательности для теплового поля резонатора является отсутствие эффекта мгновенной смерти перепутывания атомов в процессе их эволюции для любых интенсивностей теплового поля резонатора. Полученные результаты могут быть использованы в области физики квантовых вычислений при выборе наиболее эффективных механизмов управления и контроля перепутанными состояниями атомов.

Заключение

Таким образом, в настоящей статье мы рассмотрели динамику атом-атомного перепутывания двух неидентичных двухуровневых атомов, взаимодействующих с когерентным или тепловым электромагнитным полем идеального резонатора посредством вырожденных переходов рамановского типа. Нами найдено точное решение рассматриваемой модели для любых начальных состояний атомов. На основе точного решения проведен расчет критерия перепутывания атомов – отрицательности. Показано, что для сепарабельных начальных состояний атомов перепутывания атомов за счет взаимодействия с полем резонатора не происходит. Наиболее интересным в поведении критерия перепутывания атомов для их белловских начальных перепутанных состояний является отсутствие эффекта мгновенной смерти перепутывания атомов для теплового поля резонатора и его наличие для когерентного состояния в случае высоких интенсивностей поля резонатора.

Литература

- [1] Gu X., Kockum A.F., Miranowicz A., Liu Y.X., Nori F. Microwave photonics with superconducting quantum circuits // Physics Reports. 2017. Vol. 718–719. Pp. 1–102. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.physrep.2017.10.002>.

- [2] Xiang Z.-L., Ashhab S., You J.Q., Nori F. Hybrid quantum circuits: Superconducting circuits interacting with other quantum systems // Review of Modern Physics. 2013. Vol. 85, Issue 2. Pp. 623–653. DOI: <https://doi.org/10.1103/RevModPhys.85.623>.
- [3] Kjaergaard M., Schwartz M.E., J. Braumuller J., Krantz P., Wang J.-I., Gustavsson S., Oliver W.D. Superconducting Qubits: Current State of Play // Annual Review of Condensed Matter Physics. 2020. Vol. 11, Issue 1. Pp. 369–395. DOI: <https://doi.org/10.1146/annurev-conmatphys-031119-050605>.
- [4] Souza A.M., Sarthour R.S., Oliveira I.S. Entanglement in many body systems // Physica B: Condensed Matter. 2023. Vol. 653. P. 414511. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.physb.2022.414511>.
- [5] Cole Daniel C., Erickson S.D., Wu J., Hou P., Wilson A., Leibfried D., Reiter F. Dissipative preparation of W states in trapped ion systems. // New Journal of Physics. 2021. Vol. 23. P. 073001. DOI: <https://doi.org/10.1088/1367-2630/ac09c8>.
- [6] Raimond J.M., Brune M., Haroche S. Manipulating quantum entanglement with atoms and photons in a cavity // Reviews of Modern Physics. 2001. Vol. 73, Issue 3. Pp. 565–582. DOI: <https://doi.org/10.1103/RevModPhys.73.565>.
- [7] Buluta I., Ashhab S., Nori F. Natural and artificial atoms for quantum computation // Reports of Progress in Physics. 2011. Vol. 74, Number 10. P. 104401. DOI: <https://doi.org/10.1088/0034-4885/74/10/104401>.
- [8] Georgescu I.M., Ashhab S., Nori F. Quantum simulation // Reviews of Modern Physics. 2014. Vol. 88, Issue 1. Pp. 153–185. DOI: <https://doi.org/10.1103/RevModPhys.86.153>.
- [9] Jaynes E.T., Cummings F.W. Comparison of quantum and semiclassical radiation theories with application to the beam maser // Proceedings of the IEEE. 1963. Vol. 51, Issue 1. Pp. 89–109. DOI: <https://doi.org/10.1109/PROC.1963.1664>.
- [10] Yoo H.Y., Eberly J.H. Dynamical theory of an atom with two and three levels interacting with quantized cavity fields // Physics Reports. 1985. Vol. 118, Issue 5. Pp. 239–337. DOI: [https://doi.org/10.1016/0370-1573\(85\)90015-8](https://doi.org/10.1016/0370-1573(85)90015-8).
- [11] Shore B.W., Knight P.L. The Jaynes-Cummings model // Journal of Modern Optics. 1995. Vol. 40, Issue 7. Pp. 1195–1238. DOI: <https://doi.org/10.1080/09500349314551321>.
- [12] Faraji E., Tavassoly M.K., Baghshahi H.R. Entanglement Evolution Between Various Subsystems of Two Three-level Atoms Interacting with a Two-mode Quantized Field in the Presence of Converter Terms // International Journal of Theoretical Physics. 2016. Vol. 55. Pp. 2573–2587. DOI: <https://doi.org/10.1007/s10773-015-2892-8>.
- [13] Pakniat R., Tavassoly M.K., Zandi M.H. Dynamics of Information Entropies of Atom-Field Entangled States Generated via the Jaynes-Cummings Model // Communications in Theoretical Physics. 2016. Vol. 65, Number 3. Pp. 266–272. DOI: <https://doi.org/10.1088/0253-6102/65/3/266>.
- [14] Alexanian M., Bose S.K. Unitary transformation and the dynamics of a three-level atom interacting with two quantized field modes // Physical Review A. 1995. Vol. 52, Issue 3. Pp. 2218–2224. DOI: <https://doi.org/10.1103/PhysRevA.52.2218>.
- [15] Wu Y. Effective Raman theory for a three-level atom in the Λ configuration // Physical Review A. 1996. Vol. 54, Issue 2. Pp. 1586–1592. DOI: <https://doi.org/10.1103/PhysRevA.54.1586>.
- [16] Wu Y., Yang X.X. Effective two-level model for a three-level atom in the Ξ configuration // Physical Review A. 1997. Vol. 56, Issue 3. Pp. 2443–2446. DOI: <https://doi.org/10.1103/PhysRevA.56.2443>.
- [17] Bashkirov E.K. Dynamics of the Two-Atom Jaynes-Cummings Model with Nondegenerate Two-Photon Transitions // Laser Physics. 2006. Vol. 16. Pp. 1218–1226. DOI: <https://doi.org/10.1134/S1054660X0608010X>.
- [18] Gerry C.C., Eberly J.H. Dynamics of a Raman coupled model interacting with two quantized cavity fields // Physical Review A. 1990. Vol. 42, Issue 11. Pp. 6805–6815. DOI: <https://doi.org/10.1103/PhysRevA.42.6805>.
- [19] Gerry C.C., Huang H. Dynamics of a two-atom Raman coupled model interacting with two quantized cavity fields // Physical Review A. 1992. Vol. 45, Issue 11. Pp. 8037–8044. DOI: <https://doi.org/10.1103/PhysRevA.45.8037>.
- [20] Bashkirov E.K. Entanglement induced by the two-mode thermal noise // Laser Physics Letters. 2006. Vol. 3, Issue 3. Pp. 145–150. DOI: <https://doi.org/10.1002/lapl.200510081>. EDN: <https://elibrary.ru/ljnxsz>.
- [21] Singh S., Gilhare K. Dynamics for a Two-Atom Two-Mode Intensity-Dependent Raman Coupled Model // Journal of Experimental and Theoretical Physics. 2016. Vol. 122. Pp. 984–994. DOI: <https://doi.org/10.1134/S1063776116050216>.
- [22] Gerry C.C. Degenerate Raman coupled model interacting with two quantized cavity fields // Physics Letters A. 1991. Vol. 161, Issue 1. Pp. 9–12. DOI: [https://doi.org/10.1016/0375-9601\(91\)90535-g](https://doi.org/10.1016/0375-9601(91)90535-g).
- [23] Song T.-Q., Feng J., Wang M.-Z., Xu J.-Z. Effects of the relative coupling constants on the dynamic properties of a two-atom system // Physical Review A. 1995. Vol. 51, Issue 3. Pp. 2648–2550. DOI: <https://doi.org/10.1103/PhysRevA.51.2648>.

- [24] Башкиров Е.К., Сочкова Е.Ю. Перепутывание в двухатомной модели с вырожденными рамановскими переходами // Вестник Самарского государственного технического университета. Сер.: Физико-математические науки. 2011. Вып. 2(23). С. 135–141. DOI: <https://doi.org/10.14498/vsgtu934>.
- [25] Peres A. Separability Criterion for Density Matrices // Physical Review Letters. 1996. Vol. 77, Issue 8. Pp. 1413–1415. DOI: <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.77.1413>.
- [26] Horodecki R., Horodecki M., Horodecki P. Separability of Mixed States: Necessary and Sufficient Condition // Physics Letters A. 1996. Vol. 223, Issues 1–2. Pp. 333–339. DOI: [https://doi.org/10.1016/S0375-9601\(96\)00706-2](https://doi.org/10.1016/S0375-9601(96)00706-2).
- [27] Wootters W.K. Entanglement of Formation of an Arbitrary State of Two Qubits // Physical Review Letters. 1998. Vol. 80, Issue 10. Pp. 2245–2248. DOI: <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.80.2245>.



Scientific article

DOI: 10.18287/2541-7525-2024-30-1-112-121

Submitted: 22.11.2023

Revised: 28.12.2023

Accepted: 28.02.2024

A. Othman

Samara National Research University, Samara, Russian Federation
 E-mail: oth@yandex.ru. ORCID: <https://orcid.org/0009-0004-8811-2521>

E.K. Bashkirov

Samara National Research University, Samara, Russian Federation
 E-mail: bashkirov.ek@ssau.ru. ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-8682-4956>

DYNAMICS OF ATOM-ATOM ENTANGLEMENT IN TWO-ATOM MODEL WITH DEGENERATE TWO-PHOTON RAMAN TRANSITIONS

ABSTRACT

The exact dynamics of a model consisting of two two-level atoms interacting with the electromagnetic field mode of an ideal resonator through degenerate Raman transitions are found for coherent and thermal field states. The exact solution is used to calculate atom-atom negativity. It is shown that for separable initial states of atoms, their interaction with the resonator field does not lead to the occurrence of atom-atom entanglement. It was found that for the Bell initial states of atoms in the case of a coherent resonator field, the effect of sudden death of entanglement takes place for large average values of the number of photons in the resonator, while in case of thermal noise, this effect is absent for any intensities of the resonator field.

Key words: two-level atoms; degenerate raman transitions; cavity; entanglement; negativity; sudden death of entanglement.

Citation. Othman A., Bashkirov E.K. Dynamics of atom-atom entanglement in two-atom model with degenerate two-photon raman transitions. *Vestnik Samarskogo universiteta. Estestvennonauchnaya seriya / Vestnik of Samara University. Natural Science Series*, 2024, vol. 30, no. 1, pp. 112–121. DOI: <https://doi.org/10.18287/2541-7525-2024-30-1-112-121>. (In Russ.)

Information about the conflict of interests: authors and reviewers declare no conflict of interests.

© Othman A., Bashkirov E.K., 2024

Ali Othman — graduate student of the Department of General and Theoretical Physics, Samara National Research University, 34, Moskovskoye shosse, Samara, 443086, Russian Federation.

Eugene K. Bashkirov — Doctor of Physical and Mathematical Sciences, professor of the Department of General and Theoretical Physics, Samara National Research University, 34, Moskovskoye shosse, Samara, 443086, Russian Federation.

References

- [1] Gu X., Kockum A.F., Miranowicz A., Liu Y.X., Nori F. Microwave photonics with superconducting quantum circuits. *Physics Reports*, 2017, vol. 718–719, pp. 1–102. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.physrep.2017.10.002>.
- [2] Xiang Z.-L., Ashhab S., You J.Q., Nori F. Hybrid quantum circuits: Superconducting circuits interacting with other quantum systems. *Review of Modern Physics*, 2013, vol. 85, issue 2, pp. 623–653. DOI: <https://doi.org/10.1103/RevModPhys.85.623>.

- [3] Kjaergaard M., Schwartz M.E., J. Braumuller J., Krantz P., Wang J.-I., Gustavsson S., Oliver W.D. Superconducting Qubits: Current State of Play. *Annual Review of Condensed Matter Physics*, 2020, vol. 11, issue 1, pp. 369–395. DOI: <https://doi.org/10.1146/annurev-conmatphys-031119-050605>.
- [4] Souza A.M., Sarthour R.S., Oliveira I.S. Entanglement in many body systems. *Physica B: Condensed Matter*, 2023, vol. 653, p. 414511. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.physb.2022.414511>.
- [5] Cole Daniel C., Erickson S.D., Wu J., Hou P., Wilson A., Leibfried D., Reiter F. Dissipative preparation of W states in trapped ion systems. *New Journal of Physics*, 2021, vol. 23, p. 073001. DOI: <https://doi.org/10.1088/1367-2630/ac09c8>.
- [6] Raimond J.M., Brune M., Haroche S. Manipulating quantum entanglement with atoms and photons in a cavity. *Review of Modern Physics*, 2001, vol. 73, issue 3, pp. 565–582. DOI: <https://doi.org/10.1103/RevModPhys.73.565>.
- [7] Buluta I., Ashhab S., Nori F. Natural and artificial atoms for quantum computation. *Reports on Progress in Physics*, 2011, volume 74, number 10, p. 104401. DOI: <https://doi.org/10.1088/0034-4885/74/10/104401>.
- [8] Georgescu I.M., Ashhab S., Nori F. Quantum simulation. *Reviews of Modern Physics*, 2014, vol. 88, issue 1, pp. 153–185. DOI: <https://doi.org/10.1103/RevModPhys.86.153>.
- [9] Jaynes E.T., Cummings F.W. Comparison of quantum and semiclassical radiation theories with application to the beam maser. *Proceedings of the IEEE*, 1963, vol. 51, pp. 89–109. DOI: <https://doi.org/10.1109/PROC.1963.1664>.
- [10] Yoo H.Y., Eberly J.H. Dynamical theory of an atom with two and three levels interacting with quantized cavity fields. *Physics Reports*, 1985, vol. 118, issue 5, pp. 239–337. DOI: [https://doi.org/10.1016/0370-1573\(85\)90015-8](https://doi.org/10.1016/0370-1573(85)90015-8).
- [11] Shore B.W., Knight P.L. The Jaynes-Cummings model. *Journal of Modern Optics*, 1995, vol. 40, issue 7, pp. 1195–1238. DOI: <https://doi.org/10.1080/09500349314551321>.
- [12] Faraji E., Tavassoly M.K., Baghshahi H.R. Entanglement Evolution Between Various Subsystems of Two Three-level Atoms Interacting with a Two-mode Quantized Field in the Presence of Converter Terms. *International Journal of Theoretical Physics*, 2016, vol. 55, pp. 2573–2587. DOI: <https://doi.org/10.1007/s10773-015-2892-8>.
- [13] Pakniat R., Tavassoly M.K., Zandi M.H. Dynamics of Information Entropies of Atom-Field Entangled States Generated via the Jaynes-Cummings Model. *Communications in Theoretical Physics*, 2016, vol. 65, number 3, pp. 266–272. DOI: <https://doi.org/10.1088/0253-6102/65/3/266>.
- [14] Alexanian M., Bose S.K. Unitary transformation and the dynamics of a three-level atom interacting with two quantized field modes. *Physical Review A*, 1995, vol. 52, pp. 2218–2224. DOI: <https://doi.org/10.1103/PhysRevA.52.2218>.
- [15] Wu Y. Effective Raman theory for a three-level atom in the Λ configuration. *Physical Review A*, 1996, vol. 54, issue 2, pp. 1586–1592. DOI: <https://doi.org/10.1103/PhysRevA.54.1586>.
- [16] Wu Y., Yang X.X. Effective two-level model for a three-level atom in the Ξ configuration. *Physical Review A*, 1997, vol. 56, pp. 2443–2446. DOI: <https://doi.org/10.1103/PhysRevA.56.2443>.
- [17] Bashkurov E.K. Dynamics of the Two-Atom Jaynes-Cummings Model with Nondegenerate Two-Photon Transitions. *Laser Physics*, 2006, vol. 16, pp. 1218–1226. DOI: <https://doi.org/10.1134/S1054660X0608010X>.
- [18] Gerry C.C., Eberly J.H. Dynamics of a Raman coupled model interacting with two quantized cavity fields. *Physical Review A*, 1990, vol. 42, issue 11, pp. 6805–6815. DOI: <https://doi.org/10.1103/PhysRevA.42.6805>.
- [19] Gerry C.C., Huang H. Dynamics of a two-atom Raman coupled model interacting with two quantized cavity fields. *Physical Review A*, 1992, vol. 45, issue 11, pp. 8037–8044. DOI: <https://doi.org/10.1103/PhysRevA.45.8037>.
- [20] Bashkurov E.K. Entanglement induced by the two-mode thermal noise. *Laser Physics Letters*, 2006, vol. 3, issue 3, pp. 145–150. DOI: <https://doi.org/10.1002/lapl.200510081>.
- [21] Singh S., Gilhare K. Dynamics for a Two-Atom Two-Mode Intensity-Dependent Raman Coupled Model. *Journal of Experimental and Theoretical Physics*, 2016, vol. 122, pp. 984–994. DOI: <https://doi.org/10.1134/S1063776116050216>.
- [22] Gerry C.C. Degenerate Raman coupled model interacting with two quantized cavity fields. *Physics Letters A*, 1991, vol. 161, issue 1, pp. 9–12. DOI: [https://doi.org/10.1016/0375-9601\(91\)90535-g](https://doi.org/10.1016/0375-9601(91)90535-g).
- [23] Song T.-Q., Feng J., Wang M.-Z., Xu J.-Z. Effects of the relative coupling constants on the dynamic properties of a two-atom system. *Physical Review A*, 1995, vol. 51, issue 3, pp. 2648–2550. DOI: <https://doi.org/10.1103/PhysRevA.51.2648>.
- [24] Bashkurov E.K., Sochkova E.Yu. Entanglement in two-atom model with degenerate Raman transitions. *Journal of Samara State Technical University, Ser. Physical and Mathematical Sciences*, 2011, issue 2 (23), pp. 135–141. DOI: <https://doi.org/10.14498/vsgtu934>. (In Russ.)
- [25] Peres A. Separability Criterion for Density Matrices. *Physical Review Letters*, 1996, vol. 77, issue 8, pp. 1413–1415. DOI: <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.77.1413>.
- [26] Horodecki R., Horodecki M., Horodecki P. Separability of Mixed States: Necessary and Sufficient Condition. *Physics Letters A*, 1996, vol. 223, issues 1–2, pp. 333–339. DOI: [https://doi.org/10.1016/S0375-9601\(96\)00706-2](https://doi.org/10.1016/S0375-9601(96)00706-2).
- [27] Wootters W.K. Entanglement of Formation of an Arbitrary State of Two Qubits. *Physical Review Letters*, 1998, vol. 80, issue 10, pp. 2245–2248. DOI: <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.80.2245>.