



Научная статья

DOI: 10.18287/2541-7525-2024-30-1-31-39

УДК 517.928

Дата: поступления статьи: 15.12.2023
после рецензирования: 17.01.2024
принятия статьи: 15.05.2024

А.С. Кирсанова

Самарский национальный исследовательский университет
имени академика С.П. Королева, г. Самара, Российская Федерация
E-mail: askirsanova99@gmail.com. ORCID: <https://orcid.org/0009-0005-1799-1423>

РЕЛАКСАЦИОННЫЕ КОЛЕБАНИЯ В МОДЕЛИ ВЕТРОЭНЕРГЕТИЧЕСКОЙ УСТАНОВКИ ДАРЬЕ

АННОТАЦИЯ

В статье рассматривается математическая модель малой ветроэнергетической установки Дарье. Данная установка представляет собой тип ветряной турбины с вертикальной осью, названной в честь ее изобретателя Жоржа Жана Мари Дарье. Конструкция представляет собой вертикально ориентированный вал с прикрепленными к нему изогнутыми лопастями или аэродинамическими профилями, образующими форму, похожую на венчик для яиц. В современном мире ветроэнергетика выступает как важнейший столп перехода к возобновляемым источникам энергии. Эта технология содействует снижению выбросов углерода и смягчению воздействия человечества на окружающую среду. В данном контексте ветроэнергетика превращается не только в средство снабжения электроэнергией, но и в мощный катализатор для построения более экологически устойчивого и энергоэффективного будущего. Исследуется уравнение стационарных режимов при значении внешнего сопротивления динамической модели, заданного простейшим уравнением. Найдены условия, при которых в системе наблюдаются релаксационные колебания.

Ключевые слова: математическое моделирование; динамические модели; ветроэнергетическая установка; аппроксимация функции; релаксационные колебания; сингулярные возмущения; инвариантные многообразия; дифференциальные уравнения.

Цитирование. Кирсанова А.С. Релаксационные колебания в модели ветроэнергетической установки Дарье // Вестник Самарского университета. Естественная серия / Vestnik of Samara University. Natural Science Series. 2024. Т. 30, № 1. С. 31–39. DOI: <http://doi.org/10.18287/2541-7525-2024-30-1-31-39>.

Информация о конфликте интересов: автор и рецензенты заявляют об отсутствии конфликта интересов.

© Кирсанова А.С., 2024

Алена Сергеевна Кирсанова — аспирант кафедры дифференциальных уравнений и теории управления, Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королева, 443086, Российская Федерация, г. Самара, Московское шоссе, 34.

1. Предварительные сведения

В данной статье проводится математическое моделирование колебаний ветроэнергетической установки Дарье (ВЭУ). В статьях [1–6] рассматривалась математическая модель ветрогенератора, состоящая из двух уравнений. В [1; 2] были предложены новые типы конструкции ветроэнергетической установки (рис 1.1.). Исследуются движения электромеханической системы, моделирующей стационарные режимы генератора с ветротурбинным движителем с помощью качественных методов теоретической механики в

статьях [3–5]. Рассмотрены вопросы существования и устойчивости установившихся режимов и описаны области их притяжения [3–5]. Анализ критических режимов, основанный на использовании техники траекторий уток, был проведен в [7]. В работе [6] исследовано уравнение стационарных режимов при различных значениях внешнего сопротивления динамической модели. Также описаны различные аспекты конструктивной теории малых ветроэлектростанций [8; 9]. Математическая модель малой ветроэнергетической установки Дарье представляет собой трехтемповую дифференциальную систему:

$$\begin{aligned} J\dot{\Omega} &= -kI + M(\Omega), \\ L\dot{I} &= k\Omega - (R + r)I, \\ \dot{R} &= \varepsilon F(\Omega, I, R), \end{aligned} \quad (1.1)$$

где J — момент инерции турбины, L — индуктивность якоря, I — сила тока в обмотке якоря, Ω — коэффициент быстроходности, R — внешнее сопротивление, M — относительный момент аэродинамических сил. Параметр k — коэффициент электромеханического взаимодействия, r — малое внутреннее сопротивление якоря. Точка означает производную по времени t . График экспериментальных данных на рис. 2.1 задает функцию $M(\Omega)$ [3]. Величины L и ε рассматриваются как малые параметры. Это означает, что в данной системе переменная I является самой быстрой, R — самой медленной из трех переменных.



Рис. 1.1. Ветрогенератор Дарье
 Fig. 1.1. Wind turbine Darrieus

2. Основные результаты

2.1. Аппроксимация функции $M(\Omega)$

Рассмотрим график экспериментальных данных $M(\Omega)$, изображенный на рис. 2.1. Относительный момент аэродинамических сил и коэффициент быстроходности на рис. 2.1 являются безразмерными ($M = \frac{M_a}{0.5\rho S b V^2}$, $\Omega = \frac{b\omega}{V}$, где ω — угловая скорость, b — расстояние от эффективного давления лопастей для оси вращения, V — скорость воздуха, M_a — момент аэродинамических сил, ρ — плотность воздуха, S — площадь лопастей) [3; 5; 7]. Для построения функции $M(\Omega)$ зададим ее как кусочно-линейную функцию по промежуткам:

$$\Omega \in [0; 0.86]; [0.86; 1.8]; [1.8; 4]; [4; 8.64]$$

и аппроксимируем на каждом из участков отдельно.

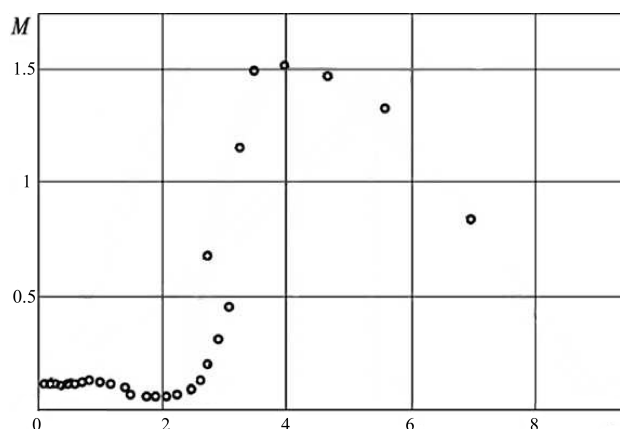


Рис. 2.1. Экспериментальные данные
Fig. 2.1. Experimental data

В результате получается следующее задание функции $M(\Omega)$:

$$M(\Omega) = \begin{cases} 0.02906976745 \Omega + 0.12, & \text{где } \Omega \in [0; 0.86]; \\ -0.0638297872 \Omega + 0.199893617, & \text{где } \Omega \in [0.86; 1.8]; \\ 0.643181818 \Omega - 1.0727272725, & \text{где } \Omega \in [1.8; 4]; \\ -0.28556034485 \Omega + 2.6422413795, & \text{где } \Omega \in [4; 8.64]. \end{cases} \quad (2.1)$$

Рисунок 2.2 показывает график функции $M(\Omega)$, заданной (2.1).

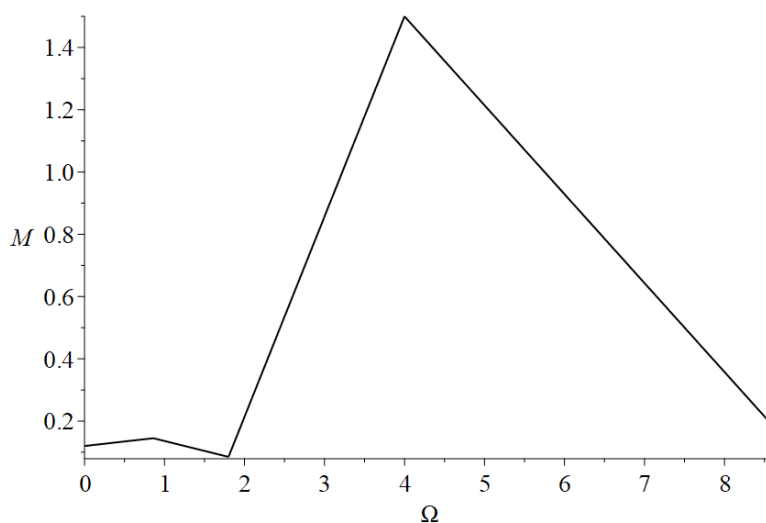


Рис. 2.2. График функции $M(\Omega)$, заданной (2.1)
Fig. 2.2. Graph of the function $M(\Omega)$, given by (2.1)

В данном случае применяется достаточно грубая аппроксимация, однако важно отметить, что более точная аппроксимация относительного момента аэродинамических сил не влияет существенным образом на качественное поведение решений дифференциальной системы.

2.2. Медленная кривая

Система (1.1) является сингулярно возмущенной, так как малый параметр L умножается на производную силы тока. Система (1.1) имеет двумерное инвариантное многообразие [7; 10; 11]

$$I = h(\Omega, I, R). \quad (2.2)$$

Функция h может быть найдена из уравнения инвариантности

$$L \frac{\partial h}{\partial R} \varepsilon F(\Omega, I, R) + L \frac{\partial h}{\partial \Omega} \frac{1}{J} (-kh + M(\Omega)) = k\Omega - (R + r)h. \quad (2.3)$$

Пренебрегая членами порядка $O(L)$, получается

$$h = \frac{k\Omega}{R + r}. \quad (2.4)$$

Движение по инвариантному многообразию описывается дифференциальной системой, где $k = 0.5, r = 0.1, J = 1$:

$$\begin{aligned} J\dot{\Omega} &= -\frac{k^2\Omega}{R+r} + M(\Omega), \\ \dot{R} &= \varepsilon F(\Omega, I, R). \end{aligned} \quad (2.5)$$

Полученная система является быстро-медленной, так как правая часть уравнения для медленной переменной R умножается на малый параметр ε . В связи с этим мы можем использовать аппарат теории релаксационных колебаний для анализа этой системы [12; 13]. Медленная кривая системы (2.5) задается уравнением:

$$-\frac{k^2\Omega}{R+r} + M(\Omega) = 0. \quad (2.6)$$

Из (2.6) получим уравнение медленной кривой в явной форме, для этого выразим $R(\Omega)$:

$$R = R(\Omega) = \frac{k^2\Omega}{M(\Omega)} - r. \quad (2.7)$$

График медленной кривой представлен на рис. 2.3, при $k = 0.5, r = 0.1, J = 1$.

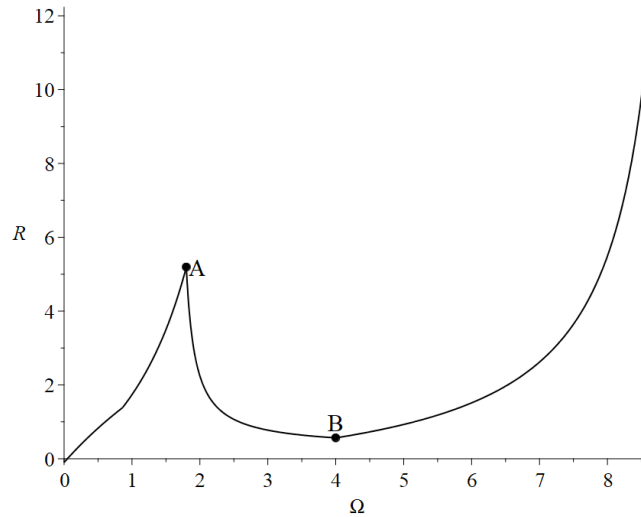


Рис. 2.3. Графики медленной кривой
 Fig. 2.3. Slow curve charts

Для исследования устойчивости медленной кривой (2.6) необходимо найти производную функции $R(\Omega)$ на каждом из промежутков отдельно:

$$\frac{\partial R(\Omega)}{\partial \Omega} = \frac{k^2 M(\Omega) - M'(\Omega) k^2 \Omega}{M^2(\Omega)}. \quad (2.8)$$

На первом участке медленной кривой при $\Omega \in [0; 0.86]$: пусть $\Omega = 0.5, R = 0.8291270529$, тогда $\frac{\partial R(\Omega)}{\partial \Omega}(0.5; 0.8291270529) = -0.2400000001 < 0$, следовательно, участок является устойчивым.

На втором участке медленной кривой при $\Omega \in [0.86; 1.8]$: пусть $\Omega = 1, R = 1.737373042$, тогда $\frac{\partial R(\Omega)}{\partial \Omega}(1; 1.737373042) = -0.1998936100 < 0$, следовательно, участок является устойчивым.

На третьем участке медленной кривой при $\Omega \in [1.8; 4]$: пусть $\Omega = 3, R = 0.77533156489$, тогда $\frac{\partial R(\Omega)}{\partial \Omega}(3; 0.7753315648) = 0.3575757572 > 0$, следовательно, участок является неустойчивым.

На четвертом участке медленной кривой при $\Omega \in [4; 8.64]$: пусть $\Omega = 6, R = 1.514849187$, тогда $\frac{\partial R(\Omega)}{\partial \Omega}(6; 1.514849187) = -0.4403735633 < 0$, следовательно, участок является устойчивым.

В результате устойчивыми участками медленной кривой являются промежутки:

$$\Omega \in [0; 0.86]; [0.86; 1.8]; [4; 8.64],$$

а неустойчивым участком:

$$\Omega \in [1.8; 4].$$

Точками срыва являются точки экстремумов медленной кривой, следовательно, исходя из рис. 2.3 имеются две точки срыва с координатами: $A(1.8; 5.194117653)$ и $B(4; 0.5666666669)$. Точки A и B являются точками смены устойчивости (рис. 2.3).

2.3. Релаксационные колебания

Пусть $F(\Omega, I, R) = \varepsilon(\alpha - \Omega)$. Тогда система уравнений (2.5) будет выглядеть следующим образом:

$$\begin{aligned} J\dot{\Omega} &= -\frac{k^2\Omega}{R+r} + M(\Omega), \\ \dot{R} &= \varepsilon(\alpha - \Omega). \end{aligned} \quad (2.9)$$

Зададим точку (Ω_*, R_*) как положение равновесия системы уравнений (2.9):

$$\begin{aligned} -\frac{k^2\Omega_*}{R_*+r} + M(\Omega_*) &= 0, \\ \varepsilon(\alpha - \Omega_*) &= 0. \end{aligned} \quad (2.10)$$

Выполнив преобразования, получим координаты положения равновесия:

$$\begin{aligned} \Omega_* &= \alpha, \\ R_* &= \frac{k^2\Omega_*}{M(\Omega_*)} - r. \end{aligned} \quad (2.11)$$

Исследуем на устойчивость положения равновесия при различных значениях параметра α .

Матрица Якоби системы (2.9) в общем виде будет выглядеть следующим образом:

$$A = \begin{pmatrix} \frac{\partial f}{\partial \Omega} & \frac{\partial f}{\partial R} \\ \frac{\partial g}{\partial \Omega} & \frac{\partial g}{\partial R} \end{pmatrix}. \quad (2.12)$$

Рассмотрим 3 случая, когда положение равновесия находится на:

- 1) на первом устойчивом участке медленной кривой при $\Omega \in [0; 1.8]$;
- 2) на втором устойчивом участке медленной кривой при $\Omega \in [4; 8.64]$;
- 3) на неустойчивом участке медленной кривой при $\Omega \in [1.8; 4]$.

Рассмотрим первый случай. Так как момент аэродинамических сил задается кусочно-линейным образом и $\Omega \in [0; 1.8]$, то возьмем уравнение момента аэродинамических сил для второго участка.

Матрица Якоби в точке $(\alpha, \frac{k^2\alpha}{\alpha} - r)$, при $\Omega \in [0.86; 1.8], k = 0.5, r = 0.1, J = 1$:

$$A|_{(\alpha, \frac{k^2\alpha}{\alpha} - r)} = \begin{pmatrix} -\frac{0.199893617 - 0.0638297872\alpha}{\alpha} - 0.0638297872 & \frac{(0.199893617 - 0.0638297872\alpha)^2}{k^2\alpha} \\ -1 & 0 \end{pmatrix}. \quad (2.13)$$

Характеристическое уравнение будет равно:

$$\lambda^2 + \left(\frac{0.19989361700}{\alpha}\right)\lambda + 0.016296966936\alpha - 0.10207333629 + \frac{0.15982983247}{\alpha} = 0. \quad (2.14)$$

Найдем дискриминант и корни уравнения (2.14) при $\alpha = 1$:

$$\begin{aligned} \lambda_1 &= -0.099946808500 - 0.25310886707i; \\ \lambda_2 &= -0.099946808500 + 0.25310886707i. \end{aligned} \quad (2.15)$$

При полученных собственных значениях положение равновесия является асимптотически устойчивым фокусом (рис. 2.4).

Рассмотрим второй случай. Так как момент аэродинамических сил задается кусочно-линейным образом и $\Omega \in [4; 8.64]$, то возьмем уравнение момента аэродинамических сил для четвертого участка.

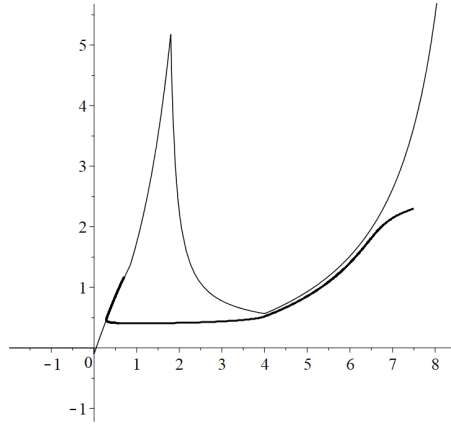


Рис. 2.4. Медленная кривая (тонкая линия) и траектория системы (жирная линия)

при $\varepsilon = 0.01; k = 0.5; r = 0.1; J = 1; \alpha = 1$; начальная точка: $\Omega(0) = 7.5, R(0) = 2.3$

Fig. 2.4. Slow curve (thin line) and system trajectory (thick line) at $\varepsilon = 0.01; k = 0.5; r = 0.1; J = 1; \alpha = 1$; starting point: $\Omega(0) = 7.5, R(0) = 2.3$

Действуя аналогичным образом, как и в предыдущем случае, находим корни характеристического уравнения при $\alpha = 4.5$:

$$\begin{aligned}\lambda_1 &= -0.29358237550 - 1.2454650976i; \\ \lambda_2 &= -0.29358237550 + 1.2454650976i.\end{aligned}\tag{2.16}$$

При полученных собственных значениях положение равновесия является асимптотически устойчивым фокусом (рис. 2.5).

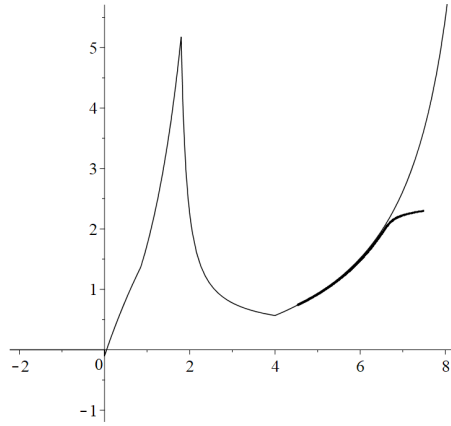


Рис. 2.5. Медленная кривая (тонкая линия) и траектория системы (жирная линия)

при $\varepsilon = 0.01; k = 0.5; r = 0.1; J = 1; \alpha = 4.5$; начальная точка: $\Omega(0) = 7.5, R(0) = 2.3$

Fig. 2.5. Slow curve (thin line) and system trajectory (thick line) at $\varepsilon = 0.01; k = 0.5; r = 0.1; J = 1; \alpha = 4.5$; starting point: $\Omega(0) = 7.5, R(0) = 2.3$

Наконец, рассмотрим третий случай. Так как момент аэродинамических сил задается кусочно-линейным образом и $\Omega \in [4; 8.64]$, то возьмем уравнение момента аэродинамических сил для третьего участка. Действуя аналогичным образом, находим корни характеристического уравнения при $\alpha = 3$:

$$\begin{aligned}\lambda_1 &= 0.17878787875 - 0.97308003575i; \\ \lambda_2 &= 0.17878787875 + 0.97308003575i.\end{aligned}\tag{2.17}$$

При полученных собственных значениях положение равновесия находится на неустойчивом участке медленной кривой и является неустойчивым фокусом. В этом случае в системе наблюдается релаксационный цикл (рис. 2.6). При этом траектория сначала движется вдоль устойчивого участка медленной кривой, далее особая точка проходит точку экстремума (точку срыва) и при этом теряет устойчивость, что соответствует бифуркации Андронова — Хопфа, т. е. при прохождении параметра α через бифуркационное значение устойчивое положение равновесия дифференциальной системы становится неустойчивым. Далее срывается и переходит в ε -окрестность другого устойчивого участка, следует вдоль него до второй точки срыва, после которого возвращается на первый устойчивый участок (рис. 2.6) [12].

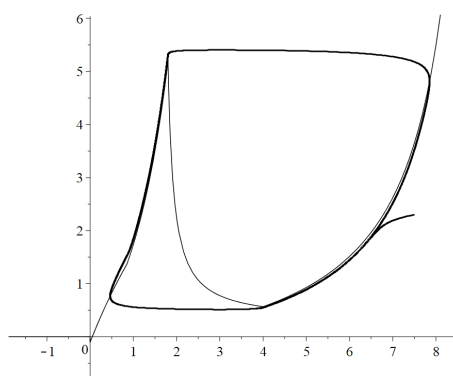


Рис. 2.6. Медленная кривая (тонкая линия) и предельный цикл (жирная линия) при $\varepsilon = 0.01$; $k = 0.5$; $r = 0.1$; $J = 1$; $\alpha = 3$; начальная точка: $\Omega(0) = 7.5$, $R(0) = 2.3$

Fig. 2.6. Slow curve (thin line) and limit cycle (thick line) at $\varepsilon = 0.01$; $k = 0.5$; $r = 0.1$; $J = 1$; $\alpha = 3$; starting point: $\Omega(0) = 7.5$, $R(0) = 2.3$

Суммируем вышесказанное. В зависимости от изменения значения параметра α особая точка меняет свое положение на медленной кривой. Если положение равновесия лежит на устойчивой части медленной кривой, то оно является асимптотически устойчивым. С физической точки зрения такая ситуация представляется предпочтительной, поскольку соответствует стационарному режиму работы системы. Случай, когда положение равновесия находится на неустойчивом участке и возникает релаксационный цикл, представляется неприемлемым с физической точки зрения, так как в системе возникают колебания с достаточно большой амплитудой.

Выводы

Рассмотрена трехмерная математическая модель ветрогенератора Дарье. При кусочно-линейной аппроксимации аэродинамического момента найдены условия возникновения режимов работы ветрогенератора, соответствующие релаксационным колебаниям.

Литература

- [1] Климина Л.А., Досаев М.З., Селюцкий Ю.Д. О динамике ветроэнергетической установки с рабочим элементом на основе механизма антипараллелограмма // Мехатроника, автоматизация, управление. 2016. Т. 17, № 8. С. 536–540. DOI: <https://doi.org/10.17587/mau.17.536-540>. EDN: <https://www.elibrary.ru/whtppl>.
- [2] Андронов П.Р., Досаев М.З., Дынникова Г.Я., Селюцкий Ю.Д., Стрекалов С.Д. Моделирование ветродвигателя колебательного типа // Проблема машиностроения и надёжности машин. 2009. № 4. С. 86–91. URL: <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=12806991>. EDN: <https://www.elibrary.ru/kugqnt>.
- [3] Досаев М.З., Линь Ч.Х., Лю В.Л., Самсонов В.А., Селюцкий Ю.Д. Качественный анализ стационарных режимов малых ветровых электростанций // Прикладная математика и механика. 2009. Т. 73, № 3. С. 368–374. URL: <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=12242530>. EDN: <https://www.elibrary.ru/khxmnnj>.
- [4] Досаев М.З., Самсонов В.А., Селюцкий Ю.Д. О динамике малой ветроэлектростанции // Доклады академии наук. 2007. Т. 416, № 1. С. 50–53. URL: <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=9533786>. EDN: <https://www.elibrary.ru/iaqiit>.
- [5] Досаев М.З., Самсонов В.А., Селюцкий Ю.Д., Лю В.Л., Линь Ч.Х. Бифуркации режима функционирования малых ветроэлектростанций и оптимизации их характеристик // Известия Российской академии наук. Сер.: Механика твердого тела. 2009. № 2. С. 59–66. URL: <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=13064268>. EDN: <https://www.elibrary.ru/kzxakl>.
- [6] Кирсанова А.С. Бифуркации стационарных режимов в модели ветроэнергетической установки // Вестник Самарского университета. Естественная серия / Vestnik of Samara University. Natural Science Series. 2021. Т. 27, № 4. С. 92–98. DOI: <http://doi.org/10.18287/2541-7525-2021-27-4-92-98>. EDN: <https://www.elibrary.ru/tcezeg>.
- [7] Kirsanova A. Critical Phenomena in the Darrieus Wind Turbine Model // 2023. 16th International Conference Management of large-scale system development (MLSD). Moscow, Russian Federation: IEEE, 2023, pp. 1–4. DOI: <http://doi.org/10.1109/MLSD58227.2023.10304042>.

- [8] Кобрин А.И., Досаев М.З., Локшин Б.Я., Самсонов В.А., Селюцкий С.Ю. Конструктивная теория МВЭУ. Ч. I (гл. I–II). Москва: Изд-во Московского университета, 2007. 76 с. URL: <https://istina.msu.ru/publications/book/228438/?ysclid=lsn6k87m4o63024992>.
- [9] Кобрин А.И., Досаев М.З., Локшин Б.Я., Самсонов В.А., Селюцкий С.Ю. Конструктивная теория МВЭУ. Ч. II (гл. III). Москва: Изд-во Московского университета, 2007. 88 с. URL: <https://istina.msu.ru/publications/book/7550412/?ysclid=lsn6q0my8q255403143>.
- [10] Воропаева Н.В., Соболев В.А. Геометрическая декомпозиция сингулярно возмущенных систем. Москва: ФИЗМАЛИТ, 2009. 256 с. URL: <https://reallib.org/reader?file=1500476&ysclid=lsn6tpqgi2824753463>; <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=15211477>. EDN: <https://www.elibrary.ru/muwrwb>.
- [11] Курина Г.А., Калашникова М.А. Сингулярно возмущенные задачи с разнотемповыми быстрыми переменными // Автоматика и телемеханика. 2022. № 11. С. 3–61. DOI: <https://doi.org/10.31857/S0005231022110010>. EDN: <https://www.elibrary.ru/kdwmlx>.
- [12] Мищенко Е.Ф., Розов Н.Х. Дифференциальные уравнения с малым параметром и релаксационные колебания. Москва: Наука, 1976. 248 с. URL: <https://ikfia.ysn.ru/wp-content/uploads/2018/01/MishchenkoRozov1975ru.pdf?ysclid=lsn760lz1a803139990>.
- [13] Соболев В.А., Щепкина Е.А. Редукция моделей и критические явления в макрокинетики. Москва: ФИЗМАЛИТ, 2010. 320 с. URL: <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=21326259>. EDN: <https://www.elibrary.ru/ryrtfh>.



Scientific article

DOI: 10.18287/2541-7525-2024-30-1-31-39

Submitted: 15.12.2023

Revised: 17.01.2024

Accepted: 15.05.2024

A.S. Kirsanova

Samara National Research University, Samara, Russian Federation

E-mail: askirsanova99@gmail.com. ORCID: <https://orcid.org/0009-0005-1799-1423>

RELAXATION OSCILLATIONS IN THE DARIE WIND POWER PLANT MODEL

ABSTRACT

The article discusses the mathematical model of the Daria small wind power plant. This installation is a type of vertical axis wind turbine named after its inventor, Georges Jean Marie Darrieux. The design consists of a vertically oriented shaft with curved blades or airfoils attached to it, forming a shape similar to an egg whisk. In today's world, against the backdrop of climate change and steadily increasing energy demand, wind energy acts as a critical pillar of the transition to renewable energy sources. This technology helps reduce carbon emissions and mitigate humanity's impact on the environment. In this context, wind energy is emerging not only as a means of supplying electricity, but also as a powerful catalyst for building a more sustainable and energy-efficient future. The equation of stationary modes is studied at the value of the external resistance of the dynamic model specified by the simplest equation. Conditions have been found under which relaxation oscillations are observed in the system.

Key words: mathematical modeling; dynamic models; wind power plant; function approximation; relaxation oscillations; singular perturbations; invariant manifolds; differential equations.

Citation. Kirsanova A.S. Relaxation oscillations in the Darie wind power plant model. *Vestnik Samarskogo universiteta. Estestvennonauchnaya seriya / Vestnik of Samara University. Natural Science Series*, 2024, vol. 30, no. 1, pp. 31–39. DOI: <http://doi.org/10.18287/2541-7525-2024-30-1-31-39>. (In Russ.)

Information about the conflict of interests: author and reviewers declare no conflict of interests.

© Kirsanova A.S., 2024

Alena S. Kirsanova — postgraduate student of the Department of Differential Equations and Control Theory, Samara National Research University, 34, Moskovskoye shosse, Samara, 443086, Russian Federation.

References

- [1] Klimina L.A., Dosayev M.Z., Selyutski Yu.D. Dynamics of a Wind Turbine with the Working Element Based on an Antiparallel Link Mechanism. *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2016, vol. 17, no. 8, pp. 536–540. DOI: <https://doi.org/10.17587/mau.17.536-540>. (In Russ.)
- [2] Andronov P.R., Dosaev M.Z., Dynnikova G.Y., Selyutskii Y.D., Strekalov S.D. Modeling of oscillating wind turbine. *Journal of Machinery Manufacture and Reliability*, 2009, vol. 38, no. 4, pp. 383–387. DOI: <https://doi.org/10.3103/S1052618809040153>. EDN: <https://www.elibrary.ru/wrsift>. (In English; original in Russian)
- [3] Dosaev M.Z., Lin C.H., Lu W.L., Samsonov V.A., Selyutskii Y.D. A qualitative analysis of the steady modes of operation of small wind power generators. *Journal of Applied Mathematics and Mechanics*, 2009, vol. 73, no. 3, pp. 259–263. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.jappmathmech.2009.07.015>. EDN: <https://www.elibrary.ru/ukvmqq>. (In English; original in Russian)
- [4] Dosaev M.Z., Samsonov V.A., Seliutski Yu.D. On the dynamics of a small-scale wind power generator. *Doklady Physics*, 2007, vol. 52, no. 9, pp. 493–495. DOI: <https://doi.org/10.1134/S1028335807090091>. EDN: <https://www.elibrary.ru/lkgtzn>. (In English; original in Russian)
- [5] Dosaev M.Z., Samsonov V.A., Selyutskii Y.D., Lu W.-L., Lin C.-H. Bifurcation of operation modes of small wind power stations and optimization of their characteristics. *Mechanics of Solids*, 2009, vol. 44, no. 2, pp. 214–221. DOI: <https://doi.org/10.3103/S002565440902006X>. EDN: <https://www.elibrary.ru/mwuwdp>. (In English; original in Russian)
- [6] Kirsanova A.S. Bifurcations of stationary regimes in the model of a wind power plant. *Vestnik Samarskogo universiteta. Estestvennonauchnaya seriya / Vestnik of Samara University. Natural Science Series*, 2021, vol. 27, no. 4, pp. 92–98. DOI: <http://doi.org/10.18287/2541-7525-2021-27-4-92-98>. EDN: <https://www.elibrary.ru/tcezeg>. (In Russ.)
- [7] Kirsanova A. Critical Phenomena in the Darrieus Wind Turbine Model. In: *2023 16th International Conference Management of large-scale system development (MLSD)*. Moscow, Russian Federation: IEEE, 2023, pp. 1–4. DOI: <http://doi.org/10.1109/MLSD58227.2023.10304042>.
- [8] Kobrin A.I., Dosaev M.Z., Lokshin B.Ya., Samsonov V.A., Selyutski S.Y. Constructive theory of small-scale wind power generators. Part I (Chapters I–II). Moscow: Izd-vo Moskovskogo Universiteta, 2007, 76 p. Available at: <https://istina.msu.ru/publications/book/228438/?ysclid=lsn6k87m4o63024992>. (In Russ.)
- [9] Kobrin A.I., Dosaev M.Z., Lokshin B.Ya., Samsonov V.A., Selyutski S.Y. Constructive theory of small-scale wind power generators. Part II (Chapter III). Moscow: Izd-vo Moskovskogo Universiteta, 2007, 88 p. Available at: <https://istina.msu.ru/publications/book/7550412/?ysclid=lsn6q0my8q255403143>. (In Russ.)
- [10] Voropaeva N.V., Sobolev V.A. Geometric decomposition of singularly perturbed systems. Moscow: FIZMATLIT, 2009, 256 p. Available at: <https://reallib.org/reader?file=1500476&ysclid=lsn6tpqgi2824753463>; <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=15211477>. EDN: <https://www.elibrary.ru/muwrwb>. (In Russ.)
- [11] Kurina G.A., Kalashnikova M.A. Singularly Perturbed Problems with Multi-Tempo Fast Variables. *Automation and Remote Control*, 2022, vol. 83, pp. 1679–1723. DOI: <https://doi.org/10.1134/S00051179220110017>. (In English; original in Russian)
- [12] Mishchenko E.F., Rozov N.H. Differential equations with small parameters and relaxation oscillations. Moscow: Nauka, 1976, 248 p. Available at: <https://ikfia.ysn.ru/wp-content/uploads/2018/01/MishchenkoRozov1975ru.pdf?ysclid=lsn760lz1a803139990>. (In Russ.)
- [13] Sobolev V.A., Shchepakina E.A. Reduction of models and critical phenomena in macrokinetics. Moscow: FIZMATLIT, 2010, 320 p. Available at: <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=21326259>. EDN: <https://www.elibrary.ru/ryrtfh>. (In Russ.)