Научно-исследовательский журнал «Modern Economy Success»
https://mes-journal.ru
2025, № 5 / 2025, Iss. 5 https://mes-journal.ru/archives/category/publications
Научная статья / Original article
Шифр научной специальности: 5.2.2. Математические, статистические и инструментальные методы в экономике (экономические науки)
УДК 330.4

[1] Скляр А.Я.,
[1] Российский технологический университет (МИРЭА)

Математическое моделирование динамики развития отрасли производства

Аннотация: *целью* исследования является разработка моделей и методов анализа и прогнозирования долговременной динамики развития отраслей производства.

Методы: в качестве методов в представленном исследовании используются методы регрессионного анализа временных рядов на основе декомпозиции наблюдаемых процессов на темпы их развития с выделением трендовых и колебательных составляющих.

Результаты (Findings): в исследовании представлена интегро-дифференциальная модель развития производства и предложена ее аппроксимация на основе представления темпов развития в виде колебательного процесса на фоне монотонно убывающего тренда. Проведена оценка уровня шума в исходных данных, вызываемая влиянием случайных непрогнозируемых внешних факторов, принципиально ограничивающих точность моделей и возможностей прогнозирования. Предложены алгоритмы получения аналитического представления динамики развития производства.

Выводы: проведен анализ фактических данных выявляют наличие почти периодических колебательных процессов темпов, которые можно представить суммой гармонических колебаний с разными периодами. Колебания по отдельным отраслям не синхронны, соответственно кризисные явления возникают при совпадении экстремальных темпов в различных отраслях, своеобразном «параде планет» и не имеют строгой периодичности. В частности, кризис 2008 года происходит на уровне нисходящей линии колебаний темпов роста различных отраслей, начиная с 2005-2006 годов, аналогичная картина характерна для конца 60-х годов XX века. Точность прогноза принципиально ограничена наличием шумовой непрогнозируемой составляющей и отсутствием строгой почти периодическими колебаний, что неизбежно дает погрешности в прогнозе как в значениях прогнозируемой величины, так и во времени наступления соответствующих событий.

Ключевые слова: математическое моделирование, экономическая динамика, временной ряд, стохастический процесс, инвестиции, экономические циклы, системы с запаздыванием, тренд, почти периодические колебания, зашумленные данные

Для цитирования: Скляр А.Я. Математическое моделирование динамики развития отрасли производства // Modern Economy Success. 2025. № 5. С. 406 – 415.

Поступила в редакцию: 25 июня 2025 г.; Одобрена после рецензирования: 22 августа 2025 г.; Принята к публикации: 23 сентября 2025 г.

[1] Sklyar A.Ya.,
[1] Russian Technological University (MIREA)

Mathematical modeling of the dynamics of the industry development

Abstract: *the purpose* of the research is to develop models and methods for analyzing and forecasting the long-term dynamics of the development of industries.

Methods: the methods used in the presented study are the methods of regression analysis of time series based on the decomposition of the observed processes into the rates of their development with the identification of trend and oscillatory components.

Findings: the study presents an integro-differential model of production development and proposes its approximation based on the representation of development rates in the form of an oscillatory process against the background of a monotonically decreasing trend. An assessment of the noise level in the initial data caused by the influence of random unpredictable external factors, which fundamentally limits the accuracy of models and forecasting capabilities, is carried out. Algorithms for obtaining an analytical representation of the dynamics of production development are proposed.

Conclusions: the analysis of actual data reveals the presence of almost periodic oscillatory processes of tempos, which can be represented by the sum of harmonic oscillations with different periods. Fluctuations in individual industries are not synchronous, respectively, crisis phenomena arise when extreme rates in different industries coincide, a kind of "parade of planets" and do not have a strict periodicity. In particular, the crisis of 2008 occurs at the level of a descending line of fluctuations in the growth rates of various industries, starting from 2005-2006, a similar picture is characteristic of the late 60s of the twentieth century. The accuracy of the forecast is fundamentally limited by the presence of an unpredictable noise component and the absence of strict almost periodic fluctuations, which inevitably leads to errors in the forecast both in the values of the predicted value and in the time of the occurrence of the corresponding events.

Keywords: mathematical modeling, economic dynamics, time series, stochastic process, investments, economic cycles, lagging systems, trend, almost periodic fluctuations, noisy data

For citation: Sklyar A.Ya. Mathematical modeling of the dynamics of the industry development. Modern Economy Success. 2025. 5. P. 406 – 415.

The article was submitted: June 25, 2025; Approved after reviewing: August 22, 2025; Accepted for publication: September 23, 2025.

Введение

Динамика развития производства представляет собой представляет собой принципиально нелинейный процесс. Начальный период, как правило, характеризуется экспоненциальным ростом. Примером может служить закон Мура (количество транзисторов, размещаемых на кристалле интегральной схемы, удваивается каждые 24 месяца) [1], характерный для многих природных процессов, так выглядит и весенний рост ряски на пруду. По мере развития процесса темп замедляется. Для экономических процессов самых разных отраслей характерна некоторая цикличность, которая явно проявляется в динамике темпов. Например, если рассматривать динамику развития компьютерной техники (закон Мура), то явно видна цикличность темпов, колеблющихся вокруг ненулевого значения что на уровне абсолютных характеристик воспринимается как экспоненциальный рост. Цикличность объемов производства, индуцируемая цикличностью темпов была уже давно замечена. Сами циклы не имеют строгих периодов и их значения носят в большей степени качественный период. Обычно выделят короткие периоды, продолжительностью 3-4 года (цикл Китчина [2]), среднепериодические продолжительностью 7-11 лет (цикл Жюгляра [3, 4]) и 15-25 (цикл Кузнеца [5]) и длиннопериодические 45-60 (цикл Кондратьева [6, 7]). При этом подобные колебания происходят на фоне долговременного тренда, определяемого общим технологическим прогрессом.

Вопросам динамики развития экономических систем самого различного масштаба и их моделированию посвящено множество работ [8].

К моделям долгосрочного трендового прогнозирования развития можно отнести модель Солоу, в основу которой положена производственная функции Кобба–Дугласа $Y(t)=A(t)K(t)^{\alpha}L(t)^{1-\alpha}$, учитывающая такие показатели, как физический капитал K(t), рабочую силы $L(t)$, технический прогресс $A(t)$. Задание зависимости между объемами производства, инвестиций и прибылью, позволяет получить дифференциальные уравнения динамики развития производства [9]. К сожалению модели показатели модели носят в целом качественный оценочный характер и их численная оценка в значительной мере субъективна.

Другая группа моделей основывается на идеях имитационного моделирования. Состояние системы описывается переменными – уровнями, изменения их производными – темпами [10]. Последнее порождает в общем случае систему дифференциальных уравнений огромной размерности. Для реализации ее, как правило, используются численные методы на основе соотношений вида $y_i(t+\Delta t)=F_i(y_1(t-h_1),\dots,y_n(t-h_n))\Delta t$, где $y_i(t+\Delta t)$ задают новое значение уровня Δt – шаг модели, F_i – описывают темп, а h_i – возможное запаздывание воздействия от текущего значения уровня (обычно. h_i=0). При таком подходе количество моделируемых показателей и наличие запаздываний не является критичным. К сожалению, сам вид функций

F_i может меняться во времени, без этого моделирование на длительный промежуток времени предсказывает катастрофические последствия.

Анализ циклической составляющей экономических циклов на основе моделей неравновесного экономического роста в условиях технологического развития предложен в работе Дубовского, в которой строится система дифференциальных уравнения для ВВП с привлечением гипотез о поведении темпов роста занятости и коэффициента выбытия производственных фондов [11].

В данной работе рассматривается модель, описывающая динамику развития производства в зависимости от ранее сделанных инвестиций вне зависимости от их назначения с учетом их старения и уменьшения уровня отдачи и выбытия производственных мощностей из-за их физического и морального износа и переходе от анализа динамики объемов производства к динамики темпов роста, позволяющем уйти от абсолютных величин к практически безразмерным, точнее имеющим размерности $1/t$. В этих условиях появляется возможность естественным образом сравнивать развитие самых разных отраслей производства.

Материалы и методы исследований

Интегро-дифференциального модель динамики развития производства

Объемы производства определяются имеющимися производственными мощностями, соответственно для увеличения производства необходимо наращивать и соответствующие мощности. Для этого требуются соответствующие вложения, причем между моментами инвестирования и получения результатов проходит некоторое, порой значительное время. Кроме того, оборудование и другие средства производства стареют и выходят из строя. Если их не обновлять, то неизбежно и падение объемов производства. В этих условиях модель прироста производства Δp за промежуток времени Δt можно представить в следующем виде [12].

$$\Delta p = \sum_i I_i(t_i)k_i(t-t_i)\Delta t - \lambda p \Delta t \qquad (1)$$

Функция $I_i(t_i)$ задает объем инвестиций, сделанных в момент времени t_i; $k_i(t- t_i)$ – коэффициент отдачи от сделанных инвестиций соответствующего вида через промежуток времени $t–t_i$; p – текущий объем производства; λ – норма вывода мощностей из действия, определяющая сроки амортизации.

Дискретная модель неудобна для качественного анализа. Предельный переход при $\Delta t \to 0$ позволяет перейти к скорости прироста производства (производная от объемов по времени) и от суммы к интегралу, тогда соотношение (1) примет вид интегро-дифференциального уравнения

$$p' = \int_{-\infty}^{t} I(p(\tau))K(t-\tau)d\tau - \lambda p \qquad (2)$$

Уравнений (2) допускает константное решение $p(t)=p_0$. В этих условиях $p'=0$ и уравнение (2) превращается в

$$I(p_0)\int_{-\infty}^{t} K(t-\tau)d\tau = \lambda p_0 \qquad (3)$$

Рассмотрим упрощенную модель. Пусть имеется m видов инвестиций. Отдача от инвестиции i начинается с момента T_i после вложения и экспоненциально убывает по времени.

$$K_i(u) = \begin{cases} 0 | u < T_i \\ A_i e^{-k_i(u-T_i)} | u > T_i \end{cases}$$

Тогда уравнение (2) приобретает вид

$$p' = \int_{-\infty}^{t} I(p(\tau))K(t-\tau)d\tau - \lambda p = \int_{-\infty}^{t} I(p(\tau)) \sum_{i=0}^{m} \alpha_i K_i(t-\tau)\, d\tau - \lambda p$$

Коэффициенты α_i задают долю инвестиций i вида в общем объеме ($\sum \alpha_1 = 1$) и $A_i = \alpha_i A$ и с учетом вида $K_i(u)$ получим

$$p' = \sum_{i=0}^{m} A_i \int_{-\infty}^{t-T_i} I(p(\tau)) e^{-k_i(t-\tau-T_i)} d\tau - \lambda p \qquad (4)$$

Введем обозначение

$$J_i(t) = \int_{-\infty}^{t-T_i} A_i I(p(\tau)) e^{-k_i(t-\tau-T_i)} d\tau \qquad (5)$$

$$\frac{d}{dt}J_i(t) = \frac{d}{dt}\int_{-\infty}^{t-T_i} A_i e^{-k_i(t-T_i-\tau)} I(p(\tau))d\tau = A_i I(p(t-T)) - k_i J_i(t)$$

Используя соотношения (4, 5) и m раз дифференцируя (2) получаем m уравнений, линейно содержащих интегральные члены $J_i(t)$. Исключая их получаем дифференциальное уравнение $m+1$ степени с запаздываниями T_1, T_2, ..., T_m. Необходимо, кроме того, смоделировать вид функций $I(p)$, обеспечивающий рост производства, если текущий объем производства ниже оптимального и его снижение в противном случае.

К сожалению для подобных уравнение при наличии запаздыванием трудно гарантировать устойчивость решений, особенно в условиях ненадежности оценка значений высших производных по зашумленным эмпирическим данным.

Модель динамики развития тренда и темпов производства

Говоря об экономических процессах необходимо помнить, что в условиях ограниченности ресурсов корректной представляется гипотеза о самом процессе, как почти колебательным на фоне ограниченного роста.

Рассмотрим, прежде всего динамику темпов развития $y(t)$. В приятых обозначениях $y(t)=p'(t)/p(t)$. Эта величина не зависит от единиц измерения производства продукции и ее масштабов, являясь практически безразмерной, точнее с размерностью $1/t$, одинаковой для любой продукции, что позволяет естественным образом сопоставлять динамику развития самых разнообразных продуктов. В то же время необходимо помнить, что необходимость вычисления производных налагает соответствующие требования на исходные данные. Сами данные, описывающие изучаемый процесс, подвержены влиянию случайных факторов самого разного характера. В этих условиях измеренный показатель процесса $y(t)$ можно представить в виде суммы невозмущенного значения $f(t)$ и «шума» $s(t)$, где $f(t)$ – гладкая функция от времени, а $s(t)$ – случайная величина с нулевым математическим ожиданием и дисперсией σ^2. Для любой гладкой k раз дифференцируемой функции при шаге h с периодом осцилляции заметно большим h справедливо соотношение для 5 точечной схемы $f(t-2h)-4f(t-h)+6f(t+h)-4f(t)+f(t+2h)=O(f^{iv}(t)h^4)\approx 0$ [13]. Это соотношение прямо связано с численным выражением 4 производной (аналогичные соотношения справедливы и для других производных, для расчетов удобны соотношения для трех и пятиточечных схем). С учетом приведенного соотношения можно оценить среднеквадратичное значение σ для s можно получить

$$\left(\sum_{i=-t}^{k+t-1} \lambda_i y_{m+i}\right)^2 \approx \left(\sum_{i=-t}^{k+t-1} \lambda_i s_{m+i}\right)^2 = \sigma^2 \sum_{i=-t}^{k+t-1} \lambda_i{}^2$$

Для k=3, 4, 5 получим наборы λ_i (1, -2, 1), (-1, 3, -3, 1), (1, -4, 6, -4, 1).

Определить значения s_i, а значит и f_i можно решением

$$F(s) = \sum_{m=3}^{n-2}\left(\sum_{k=-2}^{2} \lambda_{k,m}(y_{k+m} - s_{k+m})\right)^2 \to min \tag{6}$$

$$\sum_{k=1}^{n} s_i{}^2 = n\sigma^2$$

Полученное решение дает сглаженный ряд, представляющий максимально близкую к исходному гладкую функцию, что позволяет использовать не только входные данные, но и их производные.

Результаты и обсуждения

Результаты численного моделирования

Рассмотрим динамику развития различных, практически не связанных отраслей [14]. На рис. 1 и 2 представлены объемы производства (млн $) фактические и с удалением шума (шум определяется согласно (6)).

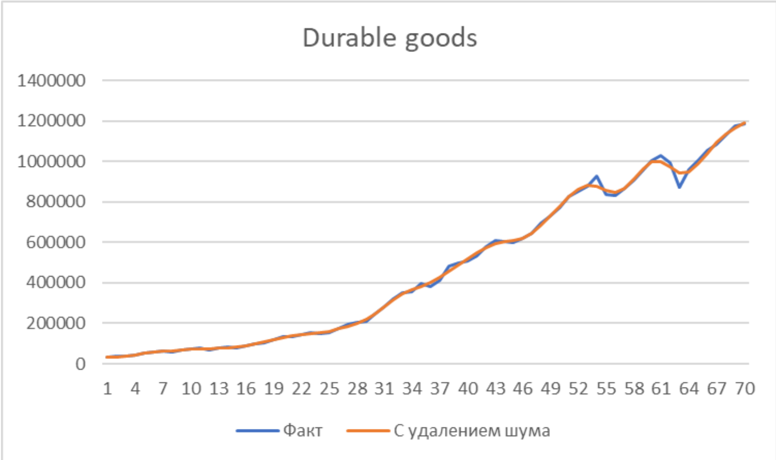


Рис. 1. Производство товаров длительного пользования 1947-2016 годы.
Fig. 1. Durable goods production 1947-2016.

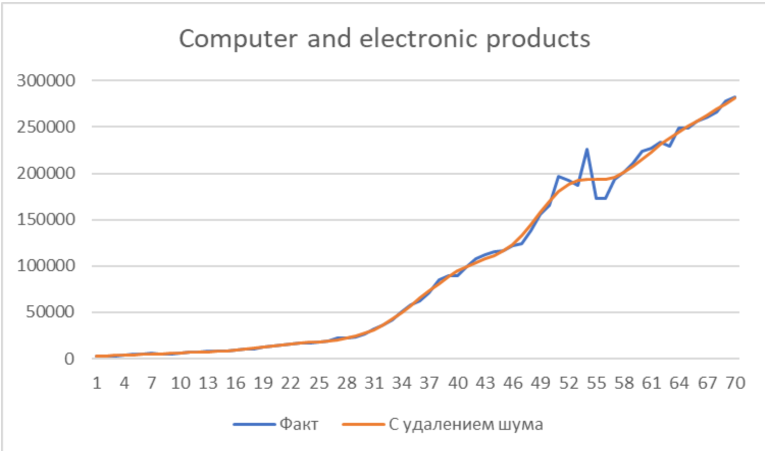


Рис. 2. Производство компьютеров и электронной продукции 1947-2016 годы.
Fig. 2. Production of computers and electronic products 1947-2016.

Рассмотрим теперь динамику темпов развития производства. Соответствующие графики представлены на рис. 3.

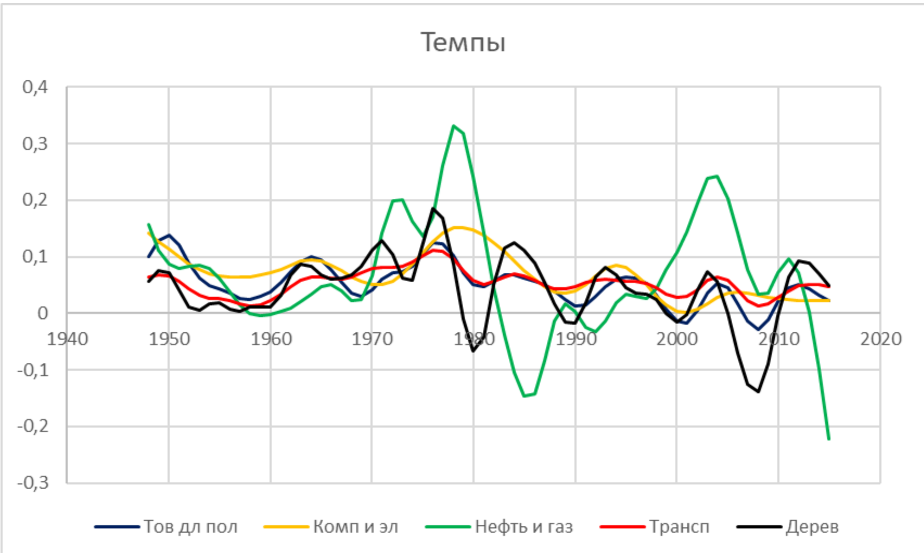


Рис. 3. Сравнительные темпы развития производство различных отраслей 1947-2016 годы.
Fig. 3. Comparative rates of development of production in various industries 1947-2016.

Темпы носят явно выраженный колебательный характер на фоне убывающего тренда.

Рассмотрим варианты развития процессов на фоне убывающего тренда.

Линейный убывающего тренд темпов *y=a-bx (a, b>0)*

$$p = p_0 e^{ax - bx^2/2}$$

В этом случае функция тренда дает Гауссовскую кривую. При таком тренде процесс имеет на начальных этапах возрастающий характер с последующим снижением до 0.

Константный тренд *y=-a (a>0)* соответствует экспоненциально убывающему процессу.

Тренд с убыванием $O(1/x)$ $(y=a/(x+h)$ $(a, h>0)$ соответствует процессу степенного роста.

$$p = p_0 (x+h)^a$$

Тренд с убыванием $O(1/x^m)$ $(y=a/(x+h)^m$ $(a, h>0; m>1)$ соответствует медленно замедляющемуся процессу ограниченного роста.

Тренд с убыванием $O(e^{-kx})$ $(y=ae^{-kx}$ $(a, k>0)$ соответствует классическому процессу ограниченного роста (модель Гомперца).

Рассмотрим тренды темпов производства товаров длительного пользования и производства компьютеров и электронной продукции.

Если нахождение линейного тренда не вызывает проблем, коэффициенты a и b находятся минимизацией

$$\int_{x=p}^{q} (y(x) - ax - b)^2 dx$$

Экспоненциальный тренд традиционно сводят к нахождению линейного тренда $\ln y(x)$, но последнее возможно только, если $y(x)>0$. Если это не так, то приходится следовать принципу «нормальные герои всегда идут в обход».

Для экспоненты имеем

$$y = be^{-kt} \ (t \subset [0, 1])$$

$$S_0 = \int_0^1 be^{-kt} dt = -\frac{b}{k} e^{-kt} \Big|_0^1 = \frac{b}{k}(1 - e^{-k})$$

$$S_1 = \int_0^1 bte^{-kt} dt = -b\left(\frac{x}{k} + \frac{1}{k^2}\right) e^{-kt} \Big|_0^1 = \frac{b}{k}\left(\frac{1}{k} - \left(1 + \frac{1}{k}\right) e^{-k}\right)$$

$$L = \frac{S_0}{S_1} = \frac{1 - e^{-k}}{\frac{1}{k} - \left(1 + \frac{1}{k}\right) e^{-k}}$$

Вычисляем, предварительно нормировав интервал изменения переменной к [0, 1].

$$S_0 = \int_0^1 y(t) dt \, ; \; S_1 = \int_0^1 y(t) te^{-kt} dt$$

По значению L можно определить коэффициент k и следовательно параметры экспоненты. В этом случае на функцию *y(x)* не накладывается никаких ограничений, кроме $S_0 = \int_0^1 y(t)dt \neq 0$.

На рис. 4 представлены графики динамики темпов развития производства товаров длительного пользования и компьютеров и электронной продукции на фоне экспоненциального тренда вида Ae^{-kt}. Трендовые линии рассчитаны в соответствии с описанной выше методикой. Для тренда темпов развития производства товаров длительного пользования k=0,0204; A=0,0951. Для тренда темпов развития производства товаров длительного пользования. Для тренда темпов развития компьютеров и электронной продукции k= 0,0176; A=0,1150.

Рис. 4. Темпы развития производства товаров длительного пользования и компьютеров и электронной продукции на фоне экспоненциального тренда 1947-2016 годы.
Fig. 4. The pace of development of the production of durable goods and computers and electronic products against the background of the exponential trend of 1947-2016.

Рассмотрим теперь колебания темпов развития производства *u(t)* от тренда. Эти колебания происходят относительно 0, что позволяет анализировать их как чисто колебательный процесс.

Колебания не являются строго периодическими. Для них будем использовать термин почти периодических колебаний. Во избежание неоднозначной трактовки введем определение почти периодических функций, которое будем использовать в дальнейшем [15].

Функцию *f(x)* будем называть *T-ε* почти периодической на интервале $[a,b]$ с периодом $T>0$ и константой $\varepsilon>0$, если для любого x, $x+T\in[a,b]$ $|f(x)-f(x+T)|<\varepsilon$.

Для выявление периодической составляющей используются самые различные методы. Наиболее популярны методы, основанные на преобразовании Фурье, для которого разработано большое количество программных средств. В то же время эти методы мало подходят для коротких выборок, особенно, когда периоды колебаний соизмеримы с объемом выборки.

В частности, для введенной выше *T-ε* почти периодической функции можно задать функцию Альтера – Джонсона [17, 18], преобразующую исходный временной ряд в спектр периодов *φ(T)*

$$\varphi(T)=\frac{1}{n-m}\sum_{i=1}^{n-m}\left\|f(x_i)-f(x_i+T)\right\|$$

В ряде случаев удобнее использовать нормированный спектр в виде

$$\varphi(T)=\frac{1}{n-m}\frac{1}{\max\limits_{k,m}(\left\|f(x_k)-f(x_{im})\right\|}\sum_{i=1}^{n-m}\left\|f(x_i)-f(x_i+T)\right\|$$

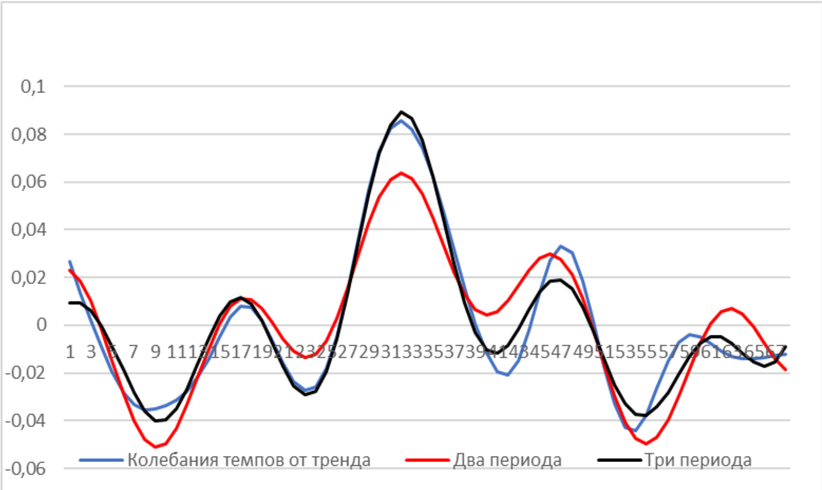
В последнем случае $\varphi(t)\in[0;1]$.

Для получения аналитического представления колебательных процессов предпочтительнее описывать процесс в виде суммы гармонических функций, несмотря на относительно высокие вычислительные затраты на подбор коэффициентов разложения. Именно этот подход реализуется в данной работе.

На рис. 5 и 6 представлены соответствующие графики и их

аппроксимация в виде суммы нескольких гармонических колебаний.

Рис. 5. Темпы развития производства товаров длительного пользования относительно тренда и его аппроксимация суммой нескольких гармонических колебаний за 1947-2016 годы.
Fig. 5. Rates of development of durable goods production relative to the trend and its approximation by the sum of several harmonic oscillations for 1947-2016.



Риу. 6. Темпы развития производства компьютеров и электронной продукции и его аппроксимация суммой нескольких гармонических колебаний за 1947-2016 годы.
Fig. 6. The rate of development of the production of computers and electronic products and its approximation by the sum of several harmonic oscillations for 1947-2016.

Отметим, что по выражение тренда темпа Ae^{-kt} и колебаний *u(t)* относительно него однозначно восстанавливается кривая динамики развития производства *y(t)* (с удаленным шумом). В рассмотренных случаях она имеет вид «испорченной дополнительными колебаниями» функции Гомперца – $y'/y=Ae^{-kt}$. В общем случае тренд динамики развития может описываться и иной функцией ограниченного роста.

$$y(t) = y_0 e^{\int_0^t (Ae^{-kx}+u(x))dx}$$

Функция *u(t)* может быть практически с любой точностью аппроксимирована в виде

$$u(t) = \sum_i (a_i \sin \omega_i t + b_i \cos \omega_i t)$$

При таком подходе обеспечивается возможность явного построения прогноза развития производства. В то же время необходимо понимать, что надежность такой аппроксимации невелика, поскольку и амплитуда, и периодичность колебаний нельзя считать постоянными. И еще одно соображение. Здесь говорится о прогнозе только сглаженной функции. Даже, если свершится чудо и удастся построить идеальную модель, то реальные данные все равно нельзя предсказать с точностью, превышающей уровень шума.

Выводы

В рамках статьи рассматриваются две модели процессов развития отраслей производства: качественная модель на основе интегро-дифференциального уравнения, описывающая зависимость объемов выпуска продукции от ранее сделанных инвестиций и интенсивности износа производственных мощностей, сводимая при дополнительных предположениях к дифференциальным уравнениям с запаздыванием, порождающая колебательные почти периодические процессы, и, основанная на ней аппроксимационная модель на основе декомпозиции фактических данных.

Проведен анализ фактических данных, основанный на поэтапной декомпозиции изучаемых данных.

- Выявление и удаление шумовой компоненты в данных с получением сглаженной дифференцируемой кривой *y(t)* описания процесса.
- Дифференцирование исходных данных для перехода к анализу не зависящих от единиц измерения данных *y'(t)/y(t)* темпов развития процесса.
- Выделение тренда темпов.
- Выделение колебаний относительно тренда темпов.
- Аппроксимация колебаний относительно тренда темпов в виде суммы нескольких гармонических колебаний с различными периодами.

Результаты анализа выявляют наличие почти периодических колебательных процессов темпов, которые можно представить суммой гармонических колебаний с разными периодами. Разнопериодичность этих колебаний можно связать как с разнохарактерностью проводимых инвестиций, так и с тем, что статистические данные агрегируют различные производственные процессы.

Колебания по отдельным отраслям не синхронны, соответственно кризисные явления возникают при совпадении экстремальных темпов в различных отраслях, своеобразном «параде планет» и не имеют строгой периодичности. В частности, кризис 2008 года происходит на уровне нисходящей линии колебаний темпов роста различных отраслей, прослеживаемых, как это видно на графиках рис. 3, начиная с 2005-2006 годов, аналогичная картина характерна для конца 60-х годов XX века.

Полученная модель на основе выявленного представления процесса, как суммы прогнозируемых гармонических колебаний позволяет проводить качественный прогноз развития производства во времени. При прогнозировании необходимо, конечно, помнить, что точность прогноза принципиально ограничена наличием шумовой непрогнозируемой составляющей и отсутствием строгой почти периодическими колебаний, что неизбежно дает погрешности в прогнозе как в значениях прогнозируемой величины, так и во времени наступления соответствующих событий.

Список источников

1. Moore G.E. Cramming More Components onto Integrated Circuits // Electronics Magazine. 1965. № 38. P. 114 – 117.
2. Joseph Kitchin. Cycles and Trends in Economic Factors // The Review of Economics and Statistics. Jan., 1923. Vol. 5. No. 1. P. 10 – 16.
3. Маркс К. Капитал. К. Маркс и Ф. Энгельс. Сочинения. Издание второе. Москва: Государственное издательство политической литературы, 1960. С. 464 – 466, 643 – 655.
4. Juglar C. Des Crises commerciales et leur retour périodique en France, en Angleterre et aux États-Unis. Paris: 1862. 259 p.
5. Kuznets S. Secular Movements in Production and Prices. Their Nature and their Bearing upon Cyclical Fluctuations. Boston: Houghton Mifflin, 1930, 536 p.
6. Кондратьев Н.Д. Большие циклы конъюнктуры и теория предвидения. М.: Академический проект, Альма Матер., 2015. 642 с.
7. Халтурина Д.А., Коротаев А.В. Кондратьевские волны в мировой экономической динамике. М.: Либроком / URSS, 2010. С. 189 – 229.
8. Садовничий В.А., Акаев А.А, Коротаев А.В., Малков С.Ю. Моделирование и прогнозирование мировой динамики. М.: ИСПИ РАН, 2012. (Экономика и социология знания). 359 с.
9. Нуреев Р.М. Экономика развития: модели становления и модернизации рыночной экономики. М.: Норма, 2008. 367 с.
10. Форрестер Дж. Мировая динамика. М.: АСТ, 2003. 384 с.
11. Дубовский С.В. Объект моделирования – цикл Кондратьева // Математическое моделирование. 1995. № 7/6. С. 65 – 74.
12. Скляр А.Я. Математическая модель динамики развития производства // Теоретическая и прикладная экономика. 2020. № 1. С. 18 – 34.
13. Скляр А.Я. Анализ и устранение шумовой компоненты во временных рядах // Успехи современной науки. 2017. № 11. С. 118 – 128.

14. Interactive Access to Industry Economic Accounts Data: GDP by Industry https://apps.bea.gov/iTable/iTable.cfm?ReqID=51&step=1

15. Скляр А.Я. Анализ временных рядов и выявление процессов с размытой периодичностью // Кибернетика и программирование. 2018. № 6. С. 56 – 64.

References

1. Moore G.E. Cramming More Components onto Integrated Circuits. Electronics Magazine, 1965. No. 38. P. 114 – 117.

2. Joseph Kitchin Cycles and Trends in Economic Factors. The Review of Economics and Statistics, January 1923. Vol. 5. No. 1. P. 10 – 16.

3. Marx, K., Capital. In K. Marx and F. Engels: Works. Second Edition. Moscow: State Publishing House of Political Literature, 1960. P. 464 – 466, 643 – 655.

4. Juglar C. Commercial Crises and Periodical Retour in France, in Angleterre and in the United States. Paris: 1862. 259 p.

5. Kuznets S. Secular Movements in Production and Prices. Their Nature and their Bearing upon Cyclical Fluctuations. Boston: Houghton Mifflin, 1930. 536 p.

6. Kondratiev N.D. Large Cycles of Economic Activity and the Theory of Foresight. Moscow: Academicheskii Proekt, Alma Mater, 2015. 642 p.

7. Khalturina D.A., Korotaev A.V. Kondratiev Waves in World Economic Dynamics. Moscow: Librokom. URSS, 2010. P. 189 – 229.

8. Sadovnichy V.A., Akaev A.A., Korotaev A.V., Malkov S.Yu. Modeling and Forecasting World Dynamics. Moscow: ISPI RAS, 2012. (Economics and Sociology of Knowledge). 359 p.

9. Nureyev, R.M. “Development Economics: Models of Market Economy Formation and Modernization.” Moscow: Norma, 2008. 367 p.

10. Forrester J. World Dynamics. Moscow: AST, 2003. 384 p.

11. Dubovsky S.V. Modeling Object: the Kondratiev Cycle. Mathematical Modeling. 1995. No. 7/6. P. 65 – 74.

12. Sklyar A.Ya. Mathematical Model of Production Development Dynamics. Theoretical and Applied Economics. 2020. No. 1. P. 18 – 34.

13. Sklyar A.Ya. Analysis and Elimination of Noise Components in Time Series. Advances in Modern Science. 2017. No. 11. P. 118 – 128.

14. Interactive Access to Industry Economic Accounts Data: GDP by Industry https://apps.bea.gov/iTable/iTable.cfm?ReqID=51&step=1

15. Sklyar A.Ya. Time Series Analysis and Identification of Processes with Blurred Periodicity. Cybernetics and Programming. 2018. No. 6. P. 56 – 64.

Информация об авторе

Скляр А.Я., кандидат технических наук, доцент, Российский технологический университет (МИРЭА), askliar@mail.ru