

Арктика и Антарктика

Правильная ссылка на статью:

Галкин А.Ф., Жирков А.Ф., Панков В.Ю. Ошибки линеаризации зависимости коэффициента теплопроводности снега от плотности // Арктика и Антарктика. 2025. № 2. DOI: 10.7256/2453-8922.2025.2.74710 EDN: RJJDIG URL: https://nbpublish.com/library_read_article.php?id=74710

Ошибки линеаризации зависимости коэффициента теплопроводности снега от плотности

Галкин Александр Фёдорович

ORCID: 0000-0002-5924-876X

доктор технических наук



Главный научный сотрудник; Институт мерзлотоведения им. П.И. Мельникова СО РАН

677010, Россия, г. Якутск, ул. Мерзлотная, 36, ИМЗ СО РАН. Лаборатория геотермии криолитозоны

✉ afgalkin@yandex.ru

Жирков Александр Федотович

кандидат технических наук

Ведущий научный сотрудник; лаборатория геотермии криолитозоны; Институт мерзлотоведения им.П.И.Мельникова СО РАН

677010, Россия, респ. Саха (Якутия), г. Якутск, ул. Мерзлотная, д. 36

✉ zhirkov_af@mail.ru



Панков Владимир Юрьевич

кандидат геолого-минералогических наук

доцент; кафедра Строительства дорог и аэродромов; Северо-Восточный федеральный университет им. М.К. Аммосова

677027, Россия, республика Саха(Якутия), г. Якутск, ул. Белинского, 58

✉ pankov1956@gmail.ru



[Статья из рубрики "Природные ресурсы Арктики и Антарктики"](#)

DOI:

10.7256/2453-8922.2025.2.74710

EDN:

RJJDIG

Дата направления статьи в редакцию:

05-06-2025

Аннотация: Предметом исследований является функциональная зависимость коэффициента теплопроводности снега от его плотности. Объектом исследований являлась линеаризация функции, выраженной полиномом произвольной степени, характерной для количественной зависимости коэффициента теплопроводности от плотности снега. Особое внимание уделено анализу ошибок, возникающих при замене полиномиальной функции линейной. Выполнен анализ существующих функциональных зависимостей коэффициента теплопроводности от плотности снега, которая является интегральным показателем сложных тепло- и массообменных процессов, происходящих при метаморфизме снежного покрова. В результате анализа основных расчетных формул для прогноза коэффициента теплопроводности от плотности снега все зависимости условно разделены на две группы: линейные и нелинейные (выраженные полиномами второй, третьей и четвертой степени). Для поиска точки, соответствующей максимальному значению ошибки линеаризации второй группы методов, построена и исследована соответствующая целевая функция в наиболее общем виде. При построении функции, определяющей возникающую при линеаризации абсолютную ошибку, в качестве исходных формул принят обобщающий полином производной степени, которым описываются известные экспериментальные и теоретические зависимости коэффициента теплопроводности снега от плотности. Полученная функция исследована на максимум классическим способом дифференцирования исходной зависимости по аргументу. Научная новизна заключается в том, что впервые получена зависимость между ошибкой, возникающей между линейным и нелинейным способом представления экспериментальных аппроксимирующих зависимостей коэффициента теплопроводности снега и плотности снега. Показано, что при линеаризации квадратичной зависимости (формулы Абельса, Кондратьевой, Брэхта, Штурма и др.) максимальная абсолютная ошибка находится в середине интервала усреднения. При этом значение её равно значению исходной функции в этой точке. С увеличением показателя степени максимальная ошибка смещается к верхней границе участка линеаризации, и изменяется, например для кубического полинома (формула Ван Дуссена) до значения, равного 0,58 величины диапазона линеаризации. А, для полинома четвертой степени (формула Янсона) до 0,63 величины диапазона. При снижении показателя степени меньше двух, (формула Йена, Швандера), наоборот, максимальная ошибка линеаризации смещается от середины интервала к нижней границе.

Ключевые слова:

снег, свойства, плотность, теплопроводность, коэффициент, формула, линеаризация, прогноз, ошибка, точность определения

Работа выполнена по государственному заданию по теме «Тепловое поле и криогенная толща Северо-Востока России. Особенности формирования и динамика» (№ 22011800062-5).

Введение

Исследованию физических свойств снега уделяется большое внимание в научном и инженерном сообществе. Снеговедение выделено в отдельный раздел науки гляциологии. Это объясняется важной ролью снежного покрова в формировании климата криолитозоны [1,2,3] и его ролью в урожайности сельскохозяйственных культур [4,5,6], а

также использовании в транспортной инфраструктуре Севера при возведении автозимников и ледовых переправ [7,8,9]. Особенностью снега является способность существенно изменять свои свойства в зависимости от температурного режима и времени. В справочной литературе [10] приведена классификация, включающая основные виды снега, физические свойства которых, например плотность, изменяется кратно при переходе от одного вида к другому. Одним из главных параметров снега является его теплопроводность, которая, по мнению большинства исследователей, может быть определена, как функция плотности. В то же время, известно, что в действительности, коэффициент теплопроводности снега (в отличие от твердых тел, для которых он собственно и вводился основоположном теории теплопроводности Фурье) является комплексной величиной, определяемой не только теплопроводностью, но и процессами тепло и массообмена, сопровождающиеся фазовыми переходами (испарения, плавления, конденсации) [11,12,3]. Этими же процессами объясняется и метаморфизм снежного покрова, где на одном и том же участке в вертикальном разрезе могут быть слои от свежевыпавшего (так называемого нового снега) до фирна или пузырчатого льда, физические свойства которых сильно различаются [14,15,16]. Поэтому часто коэффициент теплопроводности снега называют «эффективный коэффициент теплопроводности», подчеркивая его особенность. Одной из первых работ по определению коэффициента теплопроводности снега, является работа Г. Абельса [17], который предложил простую формулу для определения коэффициента теплопроводности снега как функции его плотности. В дальнейшем было получено множество подобных зависимостей, обзор которых и сравнительный анализ содержится, например, в следующих работах [11,18,19,20]. Знакомство с обзорными работами показало, что большинство формул с математической точки зрения, можно разделить на две части: в одной зависимость коэффициента теплопроводности снега от плотности считается линейной, например [21,22,23], а в другой нелинейной, например [17,24,25,26]. Как правило, в виде полного или усеченного полинома 2-3 (или, даже 4 – формула Янсона [26,27]) степени. Наиболее часто используется полином второй степени [11,18]. То есть, считается, что зависимость между теплопроводностью снега и его плотностью квадратичная. Причем, известно, что все нелинейные зависимости можно на отдельных интервалах изменения плотности линеаризовать. Найдя компромисс между формулами первой и второй группы, без особой потери в точности [18,23].

Целью работы было сравнение расчетных линейных и нелинейных формул по определению коэффициента теплопроводности снега в зависимости от плотности. В частности, оценка ошибок, которые возникают при линеаризации известных формул.

Метод

Для достижения цели построим и исследуем на максимум целевую функцию абсолютной ошибки линеаризации усеченного полинома, которым аппроксимируется зависимость коэффициента теплопроводности снега от плотности. Целевая функция абсолютной ошибки линеаризации « f » будет иметь вид

$$\lambda_n = c\rho^n \quad ; \quad \lambda_l = a + b\rho \quad ; \quad f = \lambda_n - \lambda_l = (c\rho^n) - (a + b\rho) \quad (1)$$

Здесь, a, b, c – коэффициенты, имеющие соответствующую размерность; ρ – плотность снега, $\text{кг}/\text{м}^3$; λ_n и λ_l – коэффициенты теплопроводности снега, вычисленные по нелинейной и линейной зависимости от плотности, соответственно, $\text{Вт}/\text{мК}$.

Для исследования этой функции на максимум необходимо приравнять ее первую производную нулю.

$$\frac{df}{d\rho} = [nc\rho^{n-1} - b] = 0$$

Откуда найдем выражение для определения плотности снега, соответствующей максимальной ошибке от замены исходной функциональной зависимости линейной

$$\tilde{\rho} = \sqrt[n-1]{(b/cn)} \quad (2)$$

Коэффициент «с» является известной величиной, определенной авторами формул теоретически или в результате обработки данных экспериментальных исследований. Например, для формулы Абельса он равен 2,85 [17]; для формулы Кондратьевой-3,56 [11]; Для формулы Брэхта - 2,05 [18]. Для определения коэффициентов «а» и «б» составим следующую систему двух уравнений

$$c\rho_a^n = a + b\rho_a \quad \text{и} \quad c\rho_b^n = a + b\rho_b, \quad (3)$$

откуда легко находятся искомые коэффициенты:

$$a = c\rho_a^n - b\rho_a; \quad b = c(\rho_b^n - \rho_a^n)/(\rho_b - \rho_a) \quad (4)$$

Используя второе уравнение в (4) из выражения (2) найдем

$$\tilde{\rho} = \left(\frac{F(\rho)}{n}\right)^{\frac{1}{n-1}}, \quad F(\rho) = (\rho_b^n - \rho_a^n)/(\rho_b - \rho_a) \quad (5)$$

Отсюда легко найти точки максимальной ошибки линеаризации в зависимости от вида функциональной зависимости коэффициента теплопроводности снега от его плотности. Для квадратичной зависимости имеем ($n = 2$):

$$F(\rho) = (\rho_b^2 - \rho_a^2)/(\rho_b - \rho_a) = (\rho_b + \rho_a); \quad \tilde{\rho} = (\rho_b + \rho_a)/2 \quad (6)$$

Данное выражение показывает, что максимальное значение расхождения результатов по линейной и нелинейной зависимости находится в середине интервала линеаризации.

Для кубической зависимости имеем ($n = 3$):

$$F(\rho) = (\rho_b^3 - \rho_a^3)/(\rho_b - \rho_a) = (\rho_b^2 + \rho_a^2 + \rho_b\rho_a); \quad \tilde{\rho} = \sqrt[3]{(\rho_b^2 + \rho_a^2 + \rho_b\rho_a)/3} \quad (7)$$

Из формулы (7) следует, что положение точки максимальной невязки двух функций (линейной и нелинейной) зависит от показателя степени. Если рассматривать линеаризацию на начальном участке ($\rho_a = 0$), то формула (5) упроститься и будет более наглядной для анализа. Что, кстати, не окажет влияния на получаемые выводы и проводимый анализ, так как всегда начало координат может быть сдвинуто введением новой переменной. Формула (5) преобразуется к виду

$$F(\rho) = \rho_b^{n-1}; \quad \tilde{\rho} = (\rho_b)/n^{\frac{1}{n-1}} \quad (8)$$

Результаты и обсуждение. Выражение (8) позволяет легко найти зависимость между точкой максимальной невязки функций (линейной и нелинейной) и показателем степени полинома:

$$n = 2 \sim \tilde{\rho} = \rho_b/2 ; \dots \dots \dots n = 3 \sim \tilde{\rho} = \rho_b/\sqrt{3} ; \dots \dots \dots n = 4 \sim \tilde{\rho} = \rho_b/\sqrt[4]{4} .$$

Полученные соотношения ясно показывают, что максимальная ошибка при линеаризации зависимости коэффициента теплопроводности от плотности снега при увеличении степени полинома приближается к правой границе интервала линеаризации. Для наглядности анализа и объективности выводов по полученным формулам были проведены многовариантные расчеты, результаты которых представлены на рис. 1-3. На рисунке 1 приведен график положения точки максимальной ошибки расчетов при линеаризации в зависимости от показателя степени полинома аппроксимирующей функции

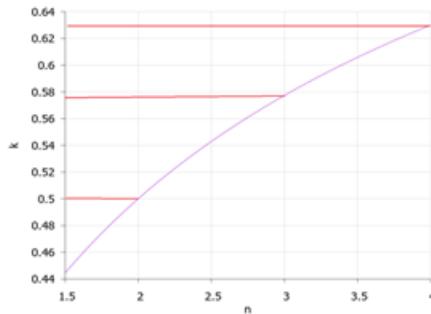


Рис. 1. Изменение параметра « k » в зависимости от показателя степени « n » линеаризуемой функции

В данном случае, для наглядности введен новый параметр, который равен $k = \frac{\tilde{\rho}}{\rho_b}$. Как видно из рисунка с ростом показателя степени линеаризуемой степенной функции точка максимальной ошибки смещается в сторону правой границы. Причем, при увеличении показателя степени «темп» приближения уменьшается. Так, с увеличением показателя степени с 2 до 3 коэффициент k изменяется в 1,16 раза, а с 3 до 4 в 1,09 раза. При показателе степени меньше двух, точка максимальной ошибки смещается в сторону левой (нижней) границы интервала линеаризации. Для квадратичной зависимости (наиболее часто встречающаяся при установлении функциональной связи между теплопроводностью и плотностью снега) точка максимальной ошибки находится в середине интервала линеаризации. На рис. 2 приведены графики результатов расчета коэффициента теплопроводности по линейной и нелинейной (формула Абельса) расчетным формулам и функции « f », которая характеризует зависимость ошибки от интервала усреднения и аргумента функции (плотности снега)

А) В)

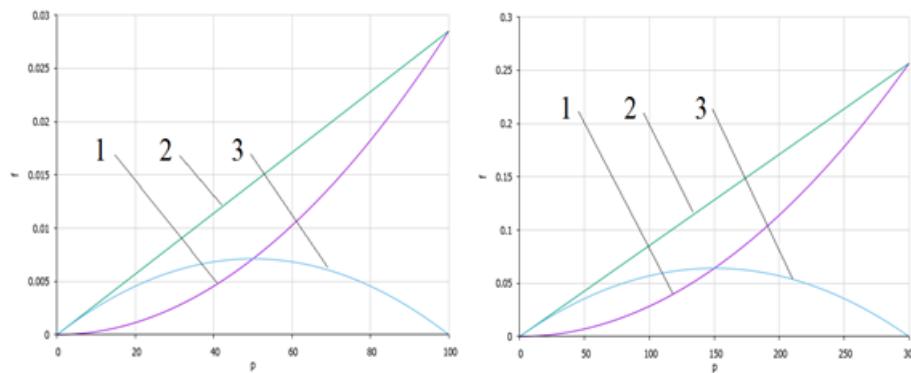


Рис. 2. Изменение функций теплопроводности снега от плотности при линеаризации формулы Абельса: интервал линеаризации А) 0-100 кг/м³; В) 0-300 кг/м³;

1 - формула Абельса; 2 - линейная функция; 3 - абсолютная ошибка линеаризации «f»

Из графиков следует важный вывод, что при линеаризации квадратичной зависимости точки, соответствующая максимальной ошибки линеаризации находится в середине участка линеаризации, а значение максимальной ошибки равно значению первичной функции в этой точке. Фактически это означает, что относительная ошибка линеаризации в точке максимума всегда равна 100%.

На рис. 3 приведен обобщающий 3-Д график функции «f» характеризующий изменение абсолютной ошибки линеаризации в зависимости от длины интервала и изменения аргумента (плотности снега) внутри. Для изменения показателя аргумента внутри интервала введен параметр «m», который изменяется в пределах $0 \leq m \leq 1$ и численно равен отношению $m = \rho/\rho_b$.

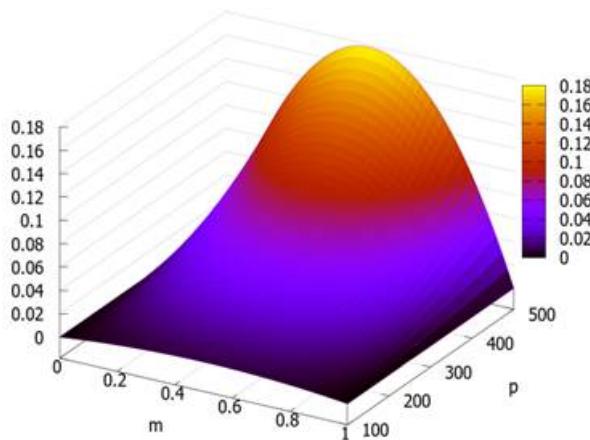


Рис. 3. Абсолютная ошибка в определении коэффициента теплопроводности снега при линеаризации формулы Абельса на разных участках интервала изменения плотности в пределах верхней границы отрезка линеаризации

График построен для квадратичной формулы Абельса^[17]. Выбор формулы продиктован её известностью и широким применением мировым научным сообществом уже более века. Все другие подобные формулы отличаются только величиной коэффициента «C», который изменяется от 2,05 (формула Брэхта) до 3,56 (формула Кондратьевой). Интересно отметить, что Г.Абельс вывел (на основе натурных исследований) и опубликовал свою формулу в 1893 г. А, в 2023 г. сотрудники МГТУ им. Н.Э.Баумана^[26] на основании комплексных лабораторных исследований пришли к выводу, что, полученная ими зависимость коэффициента теплопроводности от плотности снега практически идентична формуле Абельса в диапазоне изменения плотности снега $\leq 350 \text{ кг}/\text{м}^3$. Этот факт, также послужил основанием для использования нами формулы Абельса в качестве примеров количественных расчетов при линеаризации функции коэффициента теплопроводности от плотности снега.

Заключение

Выполнен краткий анализ основных функциональных зависимостей для теоретического определения коэффициента теплопроводности от плотности снега. Наиболее известными являются линейные и квадратичные зависимости. Проведен анализ возможности линеаризации нелинейных зависимостей, описываемых усеченными полиномами различной степени. Получена в обобщенной форме целевая функция абсолютной ошибки линеаризации, исследование которой на максимум позволило сделать несколько важных выводов. В частности, установлено, что при линеаризации квадратичной зависимости

(формулы Абельса, Кондратьевой, Брэхта, Штурма и др.) максимальная абсолютная ошибка находится в середине интервала усреднения. При этом значение её равно значению исходной функции в этой точке. С увеличением показателя степени максимальная ошибка смещается к верхней границе участка линеаризации, и изменяется, например для кубического полинома (формула Ван Дуссена) до значения, равного 0,58 величины диапазона линеаризации. А, для полинома четвертой степени (формула Янсона) до 0,63 величины диапазона. При снижении показателя степени <2,0 (формула Йена, Швандера), наоборот, максимальная ошибка линеаризации смещается от середины интервала к нижней границе. Статья имеет как научное значение, так и методическое значение и будет полезна для студентов и аспирантов, обучающихся по различным специальностям направления «Науки о Земле». Дальнейшие исследования в данной области целесообразно направить на получение универсальной формулы определения теплофизических характеристик всех видов снега (от нового до фирна), в широком диапазоне изменения плотности. Такая формула необходима для исследования формирования свойств снежного покрова при искусственном уплотнении (снежной мелиорации) и обоснования новых способов и средств управлением состояния снежного покрова. В частности, при борьбе с термоэррозией почв в криолитозоне и строительстве автозимников.

Библиография

1. Рихтер Г.Д. Роль снежного покрова в физико-географическом процессе. М.-Л.: Изд-во АН СССР, 1948. 171 с.
2. Park H., Fedorov A.N., Zheleznyak M.N., Konstantinov P.N., Walsh J.E. Effect of snow cover on pan-Arctic permafrost thermal regimes // Climate Dynamics. 2015. Vol. 44. P. 2873-2895. doi: 10.1007/s00382-014-2356-5.
3. Fedorov A.N., Novopriyazhaya V.A., Fedorov N.A., Konstantinov P.Y., Samsonova V.V. Retrospective Analysis of Permafrost Landscape Evolution in Yakutia during the Holocene Warm Intervals // Land. 2020. Vol. 9. P. 463. doi:10.3390/land9110463.
4. Кузьмин П.П. Процесс таяния снежного покрова. Л.: Гидрометеоиздат, 1961. 346 с.
5. Шульгин А.М. Снежная мелиорация и климат почвы. Л.: Гидрометеоиздат, 1986. 70 с.
6. Шульгин А.М. Снежный покров и его использование в сельском хозяйстве. Л.: Гидрометеоиздат, 1962. 84 с.
7. Кручинин И.Н. Формирование снежного наката с заданными свойствами на лесовозных автомобильных дорогах // Известия высших учебных заведений. Лесной журнал. 2012. № 1 (325). С. 38-41.
8. Аникин А.А., Барахтанов Л.В., Донато И.О. Физико-механические свойства снега как полотна пути для движения машин // Наука и образование. МГТУ им. Н. Э. Баумана: Электронный журнал. 2010. № 10. С. 1-8.
9. Морозов В.С. Расчёт однослойных зимних автомобильных дорог на прочность // Инновационная наука. 2015. № 11-2. С. 84-88.
10. Fierz C., Armstrong R.L., Durand Y., Etchevers P., Green E., McClung D.M., Nishimura K., Satyawali P.K., Sokratov S.A. The International Classification for Seasonal Snow on the Ground (IHP-VII Technical Documents in Hydrology № 83; IACS Contribution № 1). Paris: UNESCO-IHP, 2009. 80 p.
11. Yen Y.-C. Review of the thermal properties of snow, ice and sea ice. Tech. Rep. No. 81-10. Hanover, NH: Cold Regions Research and Engineering Laboratory, 1981.
12. Calonne N., Flin F., Morin S., Lesaffre B., du Roscoat S.R., Geindreau C. Numerical and experimental investigations of the effective thermal conductivity of snow // Geophysical Research Letters. 2011. Vol. 38. L23501. doi:10.1029/2011GL049234.
13. Fukusako S. Thermophysical properties of ice, snow, and sea ice // International Journal

- of Thermophysics. 1990. Vol. 11. No. 2. P. 353-372. doi:10.1007/bf01133567.
14. Кириллин А.Р., Железняк М.Н., Жирков А.Ф., Мисайлов И.Е., Верхотуров А.Г., Сивцев М.А. Особенности снегонакопления и параметры снежного покрова на Эльконском горном массиве // Вестник Забайкальского государственного университета. 2020. Т. 26. № 7. С. 62-76. doi:10.21209/2227-9245-2020-26-7-62-76.
15. Осокин Н.И., Сосновский А.В. Экспериментальные исследования коэффициента эффективной теплопроводности снежного покрова на Западном Шпицбергене // Лед и снег. 2014. Т. 54. № 3. С. 50-58.
16. Осокин Н.И., Сосновский А.В. Пространственная и временная изменчивость толщины и плотности снежного покрова на территории России // Лёд и снег. 2014. № 4 (54). С. 72-80. doi:10.15356/2076-6734-2014-4-72-80.
17. Abels G. Daily variation of temperature in snow and the relation between the thermal conductivity of snow and its density // Meteorol. Vestnik. 1893. Vol. 3.
18. Calonne N., Milliancourt L., Burr A., Philip A., Martin C.L., Flin F., Geindreau C. Thermal conductivity of snow, firn, and porous ice from 3-D image-based computations // Geophysical Research Letters. 2019. Vol. 46. P. 13,079-13,089. doi:10.1029/2019GL085228.
19. Поздняков С.П., Гриневский С.О., Дедюлина Е.А., Кореко Е.С. Чувствительность результатов моделирования сезонного промерзания к выбору параметризации теплопроводности снежного покрова // Лед и снег. 2019. Т. 59. № 1. С. 67-80. doi:10.15356/2076-6734-2019-1-67-80.
20. Sturm M., Holmgren J., König M., Morris K. The thermal conductivity of seasonal snow // Journal of Glaciology. 1997. Vol. 43. No. 143. P. 26-41.
21. Sulakvelidze G.K. Thermo-conductivity equation for vapor diffusivity of naturally compacted snow // Bulletin of the Academy of Sciences USSR, Geophysical Series. 1959. P. 186-188.
22. Павлов А.В. Мониторинг криолитозоны. Новосибирск: "Гео", 2008. 229 с.
23. Галкин А.Ф., Плотников Н.А. Расчет коэффициента теплопроводности снежного покрова // Арктика и Антарктика. 2023. № 3. С. 16-23. DOI: 10.7256/2453-8922.2023.3.43733 EDN: VMDOVA URL: https://nbpublish.com/library_read_article.php?id=43733
24. Yen Y.-C. Effective thermal conductivity and water vapor diffusivity of naturally compacted snow // Journal of Geophysical Research. 1965. Vol. 70. P. 1821-1825.
25. Чернов Р.А. Экспериментальное определение теплопроводности глубинной изморози // Лёд и снег. 2013. № 3 (123). С. 71-77.
26. Борисов В.А., Акинин Д.В., Гасилина М.А., Романова А.Р. Теплопроводность снежного покрова и физические процессы, происходящие в нём под влиянием температурного градиента // Resources and Technology. 2023. Т. 20. № 4. С. 45-73. doi:10.15393/j2.art.2023.7243.
27. Веркин Б.И., Янсон И.К., Суходуб Л.Ф., Теплицкий А.Б. Взаимодействия биомолекул: новые экспериментальные подходы и методы. Киев: Наукова Думка, 1985. 163 с.

Результаты процедуры рецензирования статьи

В связи с политикой двойного слепого рецензирования личность рецензента не раскрывается.

Со списком рецензентов издательства можно ознакомиться [здесь](#).

Предметом изучения является изучение ошибки линеаризации зависимости коэффициента теплопроводности снега от плотности.

Тема исследований достаточно актуальна, поскольку снежный покров играет важную роль в формировании климата криолитозоны. Снежный покров имеет способность

существенно изменять свои свойства в зависимости от температурного режима и времени. Одним из главных параметров снега является его теплопроводность, которая, по мнению большинства исследователей, может быть определена, как функция плотности. Поэтому актуальным является изучение зависимости теплопроводности снега от его плотности, а также изучение ошибки линеаризации этой зависимости. Целью данной работы было сравнение расчетных линейных и нелинейных формул по определению коэффициента теплопроводности снега в зависимости от плотности. В частности, оценка ошибок, которые возникают при линеаризации известных формул.

Методология исследования основана на применении метода целевой функции абсолютной ошибки линеаризации усеченного полинома, которым аппроксимируется зависимость коэффициента теплопроводности снега от его плотности.

Научная новизна исследований в статье заключается в использовании оригинального метода целевой функции абсолютной ошибки линеаризации усеченного полинома которым аппроксимируется зависимость изучаемых показателей.

Стиль статьи – научный, с элементами доказательной математики. Авторами статьи представлен собственный расчетный материал по изучению ошибок линеаризации зависимости коэффициента теплопроводности снега от его плотности. Автором показано, что максимальная ошибка при линеаризации зависимости коэффициента теплопроводности от плотности снега при увеличении степени полинома приближается к правой границе интервала линеаризации. Из графического материала следует, что при линеаризации квадратичной зависимости точки, соответствующая максимальной ошибки линеаризации находится в середине участка линеаризации, а значение максимальной ошибки равно значению первичной функции в этой точке. Фактически это означает, что относительная ошибка линеаризации в точке максимума всегда равна 100%. В статье авторами даны все расчетные формулы, представлены графические доказательства полученных данных.

Структура статьи соответствует требованиям журнала «Арктика и Антарктика».

Однако, следует высказать пожелание по увеличению текстового объема статьи еще на 3-4 тыс. знаков, согласно требованиям журнала.

Библиография статьи включает в себя 27 литературных источника, в том числе 10 - на иностранном языке. Апелляция к оппонентам состоит в ссылках на литературные источники.

Выводы в статье обоснованы и отражают результаты проведенных исследований. Автором установлено, что при линеаризации квадратичной зависимости (формулы Абельса, Кондратьевой, Брэхта, Штурма и др.) максимальная абсолютная ошибка находится в середине интервала усреднения. При этом значение её равно значению исходной функции в этой точке. С увеличением показателя степени максимальная ошибка смещается к верхней границе участка линеаризации, и изменяется, например для кубического полинома (формула Ван Дуссена) до значения, равного 0,58 величины диапазона линеаризации.

Статья имеет как научное значение, так и методическое значение и будет полезна для студентов и аспирантов, обучающихся по различным специальностям направления «Науки о Земле». Дальнейшие исследования в данной области целесообразно направить на получение универсальной формулы определения теплофизических характеристик всех видов снега.

Рецензируемая статья рекомендуется к опубликованию в журнале «Арктика и Антарктика». Существенных замечаний по статье не отмечено, по тексту имеются незначительные ошибки и пропущенные буквы в словах, которые необходимо исправить.