

Теоретическая и прикладная экономика

Правильная ссылка на статью:

Росс Г.В., Гатауллин Т.М., Плешакова Е.С., Гатауллин С.Т. Применение математического аппарата синергии к описанию экономических моделей поведения // Теоретическая и прикладная экономика. 2025. № 3. DOI: 10.25136/2409-8647.2025.3.75028 EDN: AWVNCY URL: https://nbpublish.com/library_read_article.php?id=75028

Применение математического аппарата синергии к описанию экономических моделей поведения

Росс Геннадий Викторович

ORCID: 0000-0003-4923-6228

доктор экономических наук, доктор технических наук

профессор; Научная лаборатория семантического анализа и интеграции г.н.с.; Российский экономический Университет имени Г.В. Плеханова

115054, Россия, г. Москва, р-н Замоскворечье, Стремянный пер., д. 36

✉ ross-49@mail.ru

Гатауллин Тимур Малютович

ORCID: 0000-0002-9597-2894

доктор экономических наук, кандидат физико-математических наук

профессор; Новая экономическая ассоциация

117218, Россия, г. Москва, Академический р-н, Нахимовский пр-кт, д. 32

✉ gataullin@inbox.ru

Плешакова Екатерина Сергеевна

ORCID: 0000-0002-8806-1478

кандидат технических наук

доцент; кафедра Индустриального программирования ; МИРЭА - Российский технологический университет

125167, Россия, г. Москва, пр-т Вернадского, д. 78

✉ pleshakova_es@mail.ru

Гатауллин Сергей Тимурович

ORCID: 0000-0002-0446-0552

кандидат экономических наук

Ведущий научный сотрудник; Лаборатория социального моделирования; Центральный экономико-математический институт Российской академии наук

117418 Москва, Нахимовский проспект, 47

✉ sgataullin@cemi-ras.ru

Статья из рубрики "Экономическая теория и история экономической мысли"

DOI:

10.25136/2409-8647.2025.3.75028

EDN:

AWVNCY

Дата направления статьи в редакцию:

30-06-2025

Дата публикации:

20-07-2025

Аннотация: Предметом исследования является математический аппарат синергии и возможные приложения в экономике данных Российской Федерации в целях повышения эффективности, устойчивости и безопасности национальной экономической системы в условиях санкционного давления западных стран. Авторы уделяют внимание вопросам эффективного взаимодействия экономических агентов в теоретико-случайных условиях, в финансах и при объединении фирм. Рассмотрены ключевые математические аспекты синергии во взаимосвязи с функцией полезности, способствующие необходимым структурным изменениям российской экономики данных на пути к экономике знаний. На этапе обзора современной научной литературы авторы рассматривают вопросы адаптации зарубежного опыта, что позволяет выявить преимущества и ограничения предлагаемых подходов. Исследование направлено на формирование системного и дата-ориентированного подхода к оценке эффективности взаимодействия экономических агентов и лиц, принимающих решения на уровне государственного управления. В исследовании используются методы экономико-математического моделирования, математический инструментарий теории игр, двухфакторная производственная функция Кобба-Дугласа, экономическая модель Курно, утверждения теоремы Дебре и принципы новой экономической парадигмы достаточности, сформулированные авторами в предыдущих работах. Научная новизна исследования заключается в переходе от вербальных описаний синергии и ее свойств к математическим, в том числе в контексте асимптотических методов, и нахождение количественного выражения этих понятий для некоторых частных случаев. Основными результатами проведенного исследования являются: математическое описание свойств синергии в теоретико-случайных условиях, в финансах и при объединении фирм; синергии семейной функции полезности, синергии финансовых операций; формулирование общего замечания о синергетическом эффекте и возможности перехода от принципов конкуренции к синергии. Практическая значимость результатов исследования заключается в возможности их применения органами государственной власти для совершенствования экономической политики и формирования эффективной системы оценки результативности деятельности экономических акторов в целях обеспечения национальной безопасности. Особую актуальность исследование приобретает в условиях санкционного давления на российскую экономику, когда задача повышения эффективности становится первоочередной. Также синергия может быть использована в качестве нового индикатора социально-экономического развития, определяющего качество жизни и эффективность государственного управления в пространстве характеристик обеспечения устойчивого развития России и устранения возможных угроз.

Ключевые слова:

экономика данных, математическое моделирование, национальная безопасность, экономика знаний, волновая функция, уравнение Шредингера, лептонная теория, асимптотические методы, синергия, теория игр

Работа выполнена при поддержке Министерства науки и высшего образования Российской Федерации в рамках проекта № 075-15-2024-525 от 23.04.2024

Введение

В работе представлены точные математические описания синергии, фундаментального свойства экономики и, в более широком смысле, всей человеческой цивилизации. Вероятно, первым надо считать понимание синергии, введенное в работе Хакена «Синергетика» [1]. Согласно предложенной теории, смысл термина «синергия» состоит в том, что сложные нелинейные системы способны к самоорганизации и самосовершенствованию [2]. Однако, можно найти и более ранние работы, посвященные изучению свойств синергии Шеррингтоном [3]. Второе понимание синергии опирается на то, что часто объединение частей в единое целое дает больший эффект, чем их механическая сумма. Среди наиболее известных исследований синергизма можно выделить работу Ансоффа [4], в которой предложена фундаментальная концепция, имеющая практическое значение. Такое понимание синергии также получило распространение в работе Портера [5]. Последующие работы по изучению свойств синергии, дополненные авторами некоторыми численными примерами, в теории игр [6], математических аспектов синергии [7], синергии на транспорте [8], получили широкое распространение в научном сообществе. Представляет интерес и эволюция подходов к изучению синергии от вербальных описаний к математическим, во взаимосвязи с волновыми функциями, уравнением Шредингера и лептонной теорией [9], чему авторами будет уделено внимание в дискуссионном разделе. Отдельного внимания заслуживает возможность получения синергетических эффектов в контексте больших языковых моделей [10]; агент-ориентированного подхода при моделировании сложных социально-экономических процессов, предложенного академиком РАН Макаровым В.Л. и член-корреспондентом РАН Бахтизином А.Р. [11, 12]; применения технологий искусственного интеллекта в приоритетных отраслях цифровой экономики [13-16] и более общий взгляд на синергию и ее проявления [17, 18]. Особую актуальность исследование приобретает в условиях санкционного давления на российскую экономику, когда задача повышения эффективности становится первоочередной. Сценарный анализ эффективности управления информационной поддержкой процессов предупреждения и урегулирования конфликтных ситуаций в условиях активного противостояния геополитических противников произведен российскими учеными в работах [19, 20].

Методология исследований использует методы экономико-математического моделирования, математический инструментарий теории игр, двухфакторную производственную функцию Кобба-Дугласа, экономическую модель Курно, утверждения теоремы Дебре и принципы новой экономической парадигмы достаточности, сформулированные авторами в предыдущих работах.

Предметом исследования является математический аппарат синергии, рассматриваемый авторами применительно к описанию экономических моделей поведения. В ходе

исследования подтверждается гипотеза о возможности адаптации математического аппарата к особенностям экономических моделей и систем отношений. Распространенные в современной экономике поведенческие модели, подобны тем, которые дают синергетический эффект, поскольку отдельные субъекты или единицы отношений объединяются в системы, иные связанные образования и демонстрируют более высокую эффективность (холдинги, глобальные торговые сети и т.д.). В связи с этим, подбор точного аппарата описания и оценки таких моделей является важной научной проблемой. Актуальность работы обусловлена необходимостью улучшения управления сложными социально-экономическими системами в условиях санкционного давления на экономику России, развития цифровой экономики, где синергия играет ключевую роль, и переходом к экономике знаний. Научная новизна работы заключается в математической формализации синергии с использованием строгих определений и теорем, применению теории вероятностей к анализу стохастической синергии. Предлагаемый математический инструментарий может быть использован для повышения эффективности и безопасности российской экономической системы в условиях санкционного давления западных стран.

Обозначения и используемый математический аппарат

Во всей работе область определения функции - это выпуклое подмножество S n -мерного евклидового пространства R^n , в качестве множества S может быть взято все пространство R^n , либо его положительный ортант. Говорят, что множество S выпукло, если

$$\lambda X + (1 - \lambda)Y \in S \quad (1)$$

для любых $X, Y \in S$ и $0 \leq \lambda \leq 1$. Так как точки

$$\lambda X + (1 - \lambda)Y, 0 \leq \lambda \leq 1 \quad (2)$$

являются точками отрезка прямой, соединяющего X и Y , то множество выпукло, если оно содержит каждую точку отрезка, соединяющего две любые точки этого множества.

Если x_1, x_2, \dots, x_n являются координатами точки или вектора $X \in R^n$, то пишут $X = (x_1, x_2, \dots, x_n)$. Будем обозначать символом \tilde{O} вектор, все координаты которого равны нулю, а через R_+^n - положительный ортант пространства R , состоящий из векторов $X \geq \tilde{O}$. Графиком функции $g(X)$ по переменным называется множество точек

$$(x_1, x_2, \dots, x_n, g(x_1, x_2, \dots, x_n)) \quad (n+1) \quad (3)$$

мерного пространства R^{n+1} . Хордой, соединяющей две любые несовпадающие точки графика функции, называется отрезок прямой, который их соединяет, а множество точек графика функции, которое соответствует этому отрезку называется дугой графика функции.

Функция $g(X)$, определенная на выпуклом множестве M называется вогнутой, если для любых двух точек X и Y из множества M и для любого числа $t: 0 \leq t \leq 1$ справедливо неравенство

$$g((1 - t)X + tY) \geq (1 - t)g(X) + tg(Y) \quad (4)$$

Таким образом, функция называется вогнутой, если любая хорда, соединяющая две точки графика этой функции лежит не выше дуги графика.

Как известно [21] для вогнутости непрерывной функции $g(X)$ необходимо и достаточно,

чтобы

$$\frac{g(y)+g(s)}{2} \leq g\left(\frac{y+s}{2}\right) \text{ для любых точек } Y, S \text{ из области определения функции } g(X).$$

Пусть R_+^n - положительный ортант n -мерного пространства, каждый вектор $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ которого интерпретируется как вектор затрат производственных ресурсов в некотором производственном процессе (в стоимостном или натуральном выражении) и пусть имеется единственная количественная оценка y результатов производства. Тогда производственной функцией g этого производственного процесса называется функция переменных: $y = g(x_1, x_2, \dots, x_n)$. Основными требованиями к производственной функции являются непрерывность, неубывание и вогнутость [\[22\]](#).

В качестве примера производственной функции рассмотрим одну из наиболее известных и распространенных - двухфакторную функцию Кобба-Дугласа. Американский математик и экономист Чарльз Кобб и американский экономист и политик Пол Дуглас впервые предложили эту функцию в работе 1928 года для моделирования обрабатывающей промышленности США [\[23\]](#).

Эта производственная функция имеет вид $Y = AK^\alpha L^\beta$, где Y - объем выпущенной продукции в стоимостном или натуральном выражении; K - объем основного капитала, L - затраты труда, $A > 0$ - константа,

$$0 \leq \alpha \leq 1, 0 \leq \beta \leq 1, \alpha + \beta = 1 \quad (5)$$

Пусть на множестве R_+^n - всевозможных неотрицательных векторах-наборов товаров, которое называется пространством товаров, задана функция $u(X)$, называемая функцией полезности. Под товаром понимается некоторое благо или услуга, поступившие в продажу в определенное время и в определенном месте. Функция полезности приписывает каждому набору товаров некоторое число - его полезность с точки зрения отдельного индивидуума (или домовладения, которое выступает как единое целое некоторой группы индивидуумов). Главное требование к функции полезности состоит в том, что она должна отражать отношение предпочтения на пространстве товаров. Представляется естественным, что каждый человек может сделать выбор между двумя любыми наборами товаров. В этом случае говорят, что в пространстве товаров задается отношение предпочтения, которое должно удовлетворять трем основным аксиомам и ряду других ограничений, основными из которых являются непрерывность и ненасыщаемость [\[22\]](#).

В 1954 году Жерар Дебре сформулировал в своей теореме условия, при которых существует функция полезности. Теорема Дебре: если система предпочтений совершенна и непрерывна, то существует функция полезности [\[24\]](#).

Отметим, что функция полезности не определяется единственным образом, таких функций много. Например, если $u(x)$ - функция полезности, то $ku(x) + b$, где k больше нуля, также есть функция полезности. Отметим также, что аксиоматический подход к построению функции полезности обладает крупным недостатком, связанным с трудностью проверки всех предположений в реальных условиях. Поэтому в экономических исследованиях часто используют конкретные виды функций полезности, при этом нужная функция подбирается исходя из соответствия реальным фактам и наблюдениям. В работе мы требуем от функции полезности (также как от производственной функции) непрерывности, неубывания и вогнутости.

Материалы и методы

В более ранних работах авторами были приведены точные математические описания синергии производства в теории фирмы, синергетического эффекта в теории потребления, синергии в фискальной политике, синергии в управлении [7], синергии в теории игр [6]. В данной работе продолжено изучение математического аппарата синергии в теоретико-случайных условиях, в финансах и при объединении фирм.

1.1. Объединение фирм и эффект синергии

В этом пункте мы подробнее остановимся на одном из важнейших синергетических эффектов - эффекте объединения, но рассмотрим этот эффект с математической точки зрения. Сначала - несколько математических утверждений.

Математические утверждения

Теорема 1. Пусть $g_i, i=1, \dots, m$ неубывающие непрерывные вогнутые функции, тогда

$$f(Y) = \max\left\{\sum_i g_i(v_i Y) : v_i \geq 0, \sum_i v_i = 1\right\} \quad (6)$$

также неубывающая вогнутая функция.

Доказательство. Докажем вогнутость, неубывание и непрерывность функции f очевидны. Напомним, для вогнутости непрерывной функции r необходимо и достаточно, чтобы

$$\frac{r(Y) + r(S)}{2} \leq r\left(\frac{Y + S}{2}\right) \quad (7)$$

Имеем

$$\frac{\max_{0 \leq X \leq Y} \{g_1(X) + g_2(Y - X)\} + \max_{0 \leq T \leq S} \{g_1(T) + g_2(S - T)\}}{2} \leq \max_{0 \leq K \leq \frac{Y+S}{2}} \{g_1(K) + g_2(\frac{Y+S}{2} - K)\} \quad (8)$$

При

$$K = \frac{X + T}{2} \quad \text{имеем} \quad \frac{g_1(X) + g_1(T)}{2} \leq g_1(K) \quad (9)$$

из-за вогнутости g_1 и

$$\frac{g_2(Y - X) + g_2(S - T)}{2} \leq g_2\left(\frac{Y + S}{2} - K\right) \quad (10)$$

из-за вогнутости g_2 . Отсюда и вытекает требуемое.

Далее продолжим доказательство теоремы 1 по индукции, по числу m функций g_i . Ограничимся тремя функциями. Имеем

$$f_3(Y) = \max\{g_1(v_1 Y) + g_2(v_2 Y) + g_3(v_3 Y) : v_1, v_2, v_3 \geq 0, \sum_i v_i = 1\} =$$

$$\max\{g_1(v_1 Y) + \max\{g_2(v_2 Y) + g_3(v_3 Y) : \dots\} : 0 \leq v_1 \leq 1\} \quad (11)$$

Докажем, что

$$\left(\frac{f_3(Y) + f_3(S)}{2} \right) \leq f_3\left(\frac{Y + S}{2} \right) \quad (12)$$

Имеем

$$\begin{aligned} & \frac{\max\{g_1(v_1 Y) + \max\{g_2(v_2(1-v_1)Y/(1-v_1) + g_3(v_3(1-v_1)Y/(1-v_1): \\ & \quad \frac{v_2, v_3 \geq 0, v_2 + v_3 = 1 - v_1: 0 \leq v_1 \leq 1\}} + \\ & \quad \frac{\max\{g_1(v_1' S) + \max\{g_2(v_2'(1-v_1')S/(1-v_1') + g_3(v_3'(1-v_1')S/(1-v_1'): \\ & \quad \frac{v_2, v_3 \geq 0, v_2 + v_3 = 1 - v_1: 0 \leq v_1 \leq 1\}}}{2} \quad (13) \end{aligned}$$

Обозначим

$$\max\left\{g_2\left(\frac{v_2}{1-v_1}(1-v_1)Y + g_3\left(\frac{v_3}{1-v_1}(1-v_1)Y: v_2, v_3 \geq 0, v_2 + v_3 = 1 - v_1\right)\right)\right\} \quad (14)$$

через $f_{23}((1-v_1)Y)$,

тогда получим

$$\frac{\max\{g_1(v_1 Y) + g_1(v_1' S) + f_{23}((1-v_1)Y) + f_{23}((1-v_1')S): 0 \leq v_1, v_1' \leq 1\}}{2} \quad (15)$$

Но уже доказано, что f_{23} - вогнутая функция, так что

$$f_{23}((1-v_1)Y) + f_{23}((1-v_1')S) \leq f_{23}\left(\frac{Y(1-v_1) + S(1-v_1')}{2}\right) \quad (16)$$

Теперь окончательно имеем

$$\begin{aligned} & \max\left\{\frac{g_1(v_1 Y) + g_1(v_1' S)}{2} + f_{23}\left(\frac{Y + S}{2} - \frac{v_1 Y + v_1' S}{2}\right): 0 \leq v_1, v_1' \leq 1\right\} \leq \\ & \max\left\{g_1\left(\frac{v_1 Y + v_1' S}{2}\right) + f_{23}\left(\frac{Y + S}{2} - \frac{v_1 Y + v_1' S}{2}\right): 0 \leq v_1, v_1' \leq 1\right\} = f_3\left(\frac{Y + S}{2}\right) \quad (17) \end{aligned}$$

Рассмотрим объединение произвольного числа m фирм, операционную деятельность которых можно описать производственной функцией. Пусть $g_i, X_i, i=1, \dots, m$ - производственные функции этих фирм и объемы перерабатываемых ресурсов. Фирма-объединение может свободно перераспределять ресурсы между фирмами-членами, следовательно, только за счет этого выпуск фирмы-объединения может достигнуть величины

$$G(Y = \sum_i X_i) = \max\left\{\sum_i g_i(\lambda_i Y): \lambda_i \geq 0, \sum_i \lambda_i = 1\right\} \quad (18)$$

и, понятно, что

$$G(Y) \geq \sum_i g_i(X_i) \quad (19)$$

Между тем, при чисто «механическом» объединении фирм выпуск фирмы объединения составит

$$A(Y = \sum_i X_i) = \sum_i g_i(X_i) \quad (20)$$

Определение 1. Разность

$$R(X_1, \dots, X_m) = G(Y) - A(Y) \quad (21)$$

называется *ресурсной синергией*.

Для проявления этого вида синергии требуется всего лишь рациональное отношение к ресурсам. Достигение такого эффекта как бы само собой подразумевается.

Посмотрим, что можно получить еще кроме этого эффекта.

Из теоремы 1 вытекает, что

$$G(Y) = \max \left\{ \sum_i g_i(v_i Y) : v_i \geq 0, \sum_i v_i = 1 \right\} \quad (22)$$

вполне правомерно считать производственной функцией фирмы, являющейся объединением нескольких фирм, причем фирмы уже использовали ресурсный синергизм. Все же, что «сверх этого» и есть (положительный) эффект других видов синергии, ну а «меньше этого» - отрицательный эффект этих видов синергии, т.е. эффект скученности. Вообще-то фирма-объединение имеет свою производственную функцию, которую обозначим t .

Определение 2. Величина

$$Cin(Y) = t(Y) - G(Y) \quad (23)$$

где t - производственная функция фирмы-объединения, называется *синергией фирмы-объединения в состоянии Y* .

1.2. Семейная функция полезности и эффект синергии

Функция полезности u является возрастающей вогнутой функцией вектора количеств потребляемых товаров X . Рассмотрим несколько потребителей с функциями полезности u_1, \dots, u_m , и векторами X_1, \dots, X_m потребляемых товаров. Рассмотрим объединение этих m потребителей. Если они объединились чисто «механически», то функция полезности такого объединения есть

$$A(Y = \sum_i X_i) = \sum_i u(X_i) \quad (24)$$

при семейном объединении можно потребляемые товары перераспределять внутри семьи и тогда функция полезности семьи есть

$$G(Y) = \max \left\{ \sum_i u_i(v_i Y) : v_i \geq 0, \sum_i v_i = 1 \right\} \quad (25)$$

где v_i - доля i -го члена семьи в общем семейном потреблении

$$Y = \sum_i X_i \quad (26)$$

Определение 3. Разность

$$R(X_1, \dots, X_n) = G(Y) - A(Y) \quad (27)$$

называется семейной синергией.

Из теоремы 1 вытекает, что

$$G(Y) = \max \left\{ \sum_i u_i(v_i Y) : v_i \geq 0, \sum_i v_i = 1 \right\} \quad (28)$$

вполне правомерно считать семейной функцией полезности, причем семья уже использовала семейный синергизм. Все же, что «сверх этого» и есть (положительный) эффект других видов синергии, ну а «меньше этого» - отрицательный эффект этих видов синергии, т.е. эффект скученности. Вообще-то семья имеет свою функцию полезности, которую обозначим s .

Определение 4. Величина

$$Cin(Y) = s(Y) - G(Y) \quad (29)$$

где s - функция полезности семьи, называется синергией семьи при векторе потребления Y .

Приложение. Объединение двух фирм с производственными функциями Кобба-Дугласа [26]. Пусть эти функции есть

$$y_i = A_i K_i^{\alpha_i} L_i^{\beta_i}, i = 1, 2$$

$$\text{Пусть } K = K_1 + K_2, L = L_1 + L_2 \quad (30)$$

$$\text{тогда } y_2 = A_2 (K - K_1)^{\alpha_2} (L - L_1)^{\beta_2} \quad (31)$$

Теперь для нахождения максимума суммы

$y = y_1 + y_2$ надо перераспределить фонды и трудовые ресурсы в пределах их суммарных значений, соответственно, K, L , для чего найдем частные производные

$$\frac{\partial y}{\partial K_1}, \frac{\partial y}{\partial L_1} \quad (32)$$

Имеем

$$\frac{\partial y}{\partial K_1} = \alpha_1 A_1 K_1^{\alpha_1-1} L_1^{\beta_1} - \alpha_2 A_2 (K - K_1)^{\alpha_2-1} L_2^{\beta_2} = \alpha_1 A_1 K_1^{\alpha_1-1} L_1^{\beta_1} - \alpha_2 A_2 K_2^{\alpha_2-1} L_2^{\beta_2} \quad (33)$$

аналогично,

$$\frac{\partial y}{\partial L_1} = \beta_1 A_1 K_1^{\alpha_1} L_1^{\beta_1-1} - \beta_2 A_2 K_2^{\alpha_2} L_2^{\beta_2-1} = \beta_1 A_1 K_1^{\alpha_1} L_1^{\beta_1-1} - \beta_2 A_2 K_2^{\alpha_2} L_2^{\beta_2-1} \quad (34)$$

Приравняем эти частные производные к 0, получим

$$\alpha_1 A_1 K_1^{\alpha_1-1} L_1^{\beta_1} = \alpha_2 A_2 K_2^{\alpha_2-1} L_2^{\beta_2}, \beta_1 A_1 K_1^{\alpha_1} L_1^{\beta_1-1} = \beta_2 A_2 K_2^{\alpha_2} L_2^{\beta_2-1} \quad (35)$$

Поделим эти два уравнения почленно: левую часть на левую, правую часть – на правую, получим

$$\frac{\alpha_1 L_1}{\beta_1 K_1} = \frac{\alpha_2 L_2}{\beta_2 K_2} \quad (36)$$

Это и есть условие перераспределения ресурсов при объединении этих фирм.

1.3. Синергия в теоретико-случайных условиях

Опишем сначала постановку задачи. Мы уже неоднократно описывали основные положения теории фирмы. Рассмотрим объединение двух фирм. Пусть $g_i, i=1,2$ – производственные функции этих фирм и f – производственная функция фирмы-объединения. Эффект синергии положителен, если

$$f > g_1 + g_2 \quad (37)$$

Однако в силу различных случайных причин значения функций g_1, g_2, f случайны, так что разность $\varphi(X) = f(X) - (g_1(X) + g_2(X))$ (38)

может быть даже отрицательной, так что в этой разности должно быть «достаточно много» положительных значений и «не так много» отрицательных значений. Если вдуматься в это, то приходим к следующему эквивалентному утверждению:

« $\varphi > 0$ » означает, что « $M[\varphi] > 0$ »

Предлагается следующим образом решать, когда $M[\varphi] > 0$.

Пусть W – генеральная совокупность со случайным признаком W . Обозначим через \bar{W} среднее выборочное $\sum_i w_i / n$, s^2 – выборочную дисперсию, т.е. величину $\sum_i (w_i - \bar{W})^2 / n$, подсчитанные по выборке $\{w_i : i=1, \dots, n\}$. Напомним, что s^2 – состоятельная, но смещенная оценка дисперсии генеральной совокупности. Пусть a – среднее этой совокупности. Известно, что статистика

$$t(n) = \frac{\bar{w} - a}{s / \sqrt{n}} \quad (39)$$

имеет распределение Стьюдента (t -распределение) с $(n-1)$ -й степенью свободы.

Поэтому вопрос, положительна ли синергия объединения двух фирм, решается так:

По имеющейся выборке

$\{w_i = f_i - (g_{1i} + g_{2i}) : i=1, \dots, n\}$ находим статистику $t(n)$, строим доверительный интервал (α_n, β_n) с доверительной вероятностью γ_n , стараясь чтобы $0 < \alpha_n < \beta_n$; если это удается, то следует

Вывод. С доверительной вероятностью γ_n синергия объединения двух фирм положительна.

1.4. Синергия финансовых операций (ф.о.)

В данном пункте исследуем синергетические эффекты в финансах. В самом общем смысле, можно сказать, что синергия объединения положительна, если показатели объединения, хотя бы некоторые, лучше показателей механической суммы слагаемых, а остальные показатели – не хуже.

1.4.1. Сумма финансовых операций

Напомним, что операция (о) называется финансовой (ϕ), если ее начало и конец имеют денежную оценку и цель. Ф.о. почти всегда проводятся в условиях неопределенности: даже если начало имеет определенную оценку, конец такой определенной оценки почти никогда не имеет, например, из-за неопределенности оценки инфляции. Поэтому с абстрактной точки зрения ф. о. можно отождествить со случайной (с.) величиной (в) (например, со с. в. приносимого ею дохода). Для нас самыми важными характеристиками ф.о. или, что то же самое, с.в. X являются средний ожидаемый доход или математическое ожидание $M[X]$ и риск или среднее квадратическое отклонение $\sigma[X] = \sigma_x$. Другие обозначения и терминология общеприняты. Изучим сначала, каковы доход и риск суммы двух операций.

Предложение 1. Всегда $M[X + Y] = M[X] + M[Y]$; если с.в. X, Y не связаны прямой пропорциональной зависимостью, то $\sigma[X + Y] < \sigma[X] + \sigma[Y]$.

Доказательство. Первая формула хорошо известна, относительно второй заметим, что $D[X + Y] = D[X] + 2\sigma[X] \cdot \sigma[Y] \cdot k_{xy} + D[Y]$, т.е. $\sigma^2[X + Y] = \sigma^2[X] + 2\sigma[X] \cdot \sigma[Y] \cdot k_{xy} + \sigma^2[Y]$ и если X, Y не связаны прямой пропорциональной зависимостью, то $k_{xy} < 1$ и тогда $\sigma^2[X + Y] < \sigma^2[X] + 2\sigma[X] \cdot \sigma[Y] + \sigma^2[Y]$, а отсюда уже следует, что $\sigma[X + Y] < \sigma[X] + \sigma[Y]$, что и требовалось доказать.

Напомним, что наиболее адекватным отражением системы предпочтений индивида к доходу и риску операций является взвешивающая формула $\varphi(Q) = \varphi(\bar{Q}, r)$, которая приписывает операции Q число $\varphi(Q)$. В роли аргументов функции обычно выступают средний ожидаемый доход \bar{Q} , который для краткости будем обозначать q , и риск r операции. При этом, исходя из того, что средний ожидаемый доход приветствуется, а риск нормальный индивид недолюбливает, имеем следующие свойства взвешивающей формулы:

1) φ непрерывна;

$$2) \frac{\partial \varphi}{\partial q} > 0, \frac{\partial \varphi}{\partial r} < 0 \quad (40)$$

Предположим, что затраты на проведение обеих операций равны, доход же от каждой операции есть случайная величина Q_i и средний доход для обеих операций одинаков, но риск разный. Средств хватит только на одну операцию, но операции можно проводить и частично. Если на i -ю операцию выделить x -ую часть нужных средств то операция Q_i пройдет с интенсивностью x и результат тоже умножится на x . Попробуем подобрать x (попросту говоря, распределим средства, выделяемые на проведение обеих операций) так чтобы взвешивающая формула φ на сумме операций $Q_x = xQ_1 + (1-x)Q_2$ приняла бы максимальное значение, тем самым будем решать задачу

$$\varphi(q, r) \xrightarrow{x} \max$$

$$q = x\bar{Q}_1 + (1-x)\bar{Q}_2 = \text{Const}, r = \sigma[\mathcal{Q}_x] \quad (41)$$

Так как q постоянно, а φ по r убывает, то надо найти такое x , при котором $\sigma[\mathcal{Q}_x]$ минимально, т.е. решить задачу

$$D[\mathcal{Q}_x] \xrightarrow{x} \min \quad (42)$$

Однако

$$D[\mathcal{Q}_x] = x^2 D[\mathcal{Q}_1] + 2K_{x12} + (1-x)^2 D[\mathcal{Q}_2] = x^2 D_1 + 2K_{x12} + (1-x)^2 D_2 \quad (43)$$

где D_1, D_2 - дисперсии с.в. $\mathcal{Q}_1, \mathcal{Q}_2$, а K_{x12} есть корреляционный момент с.в. $x\mathcal{Q}_1, (1-x)\mathcal{Q}_2$. Этот корреляционный момент легко вычислить $K_{x12} = x(1-x)K_{12}$, где K_{12} - корреляционный момент с.в. $\mathcal{Q}_1, \mathcal{Q}_2$. Итак, имеем

$$D[\mathcal{Q}_x] = x^2 D_1 + 2x(1-x)K_{12} + (1-x)^2 D_2 \quad (44)$$

где $D[\mathcal{Q}_1], D[\mathcal{Q}_2], K_{12}$ - константы, не зависящие от x . Для нахождения минимума найдем производную по x и приравняем ее к нулю:

$$\frac{dD[\mathcal{Q}_x]}{dx} = 0$$

, получаем

$$2x D_1 + (2 - 4x) K_{12} - 2(1-x) D_2 = 0 \quad (45)$$

откуда находим

$$x^* = \frac{D_2 - K_{12}}{D_1 - 2K_{12} + D_2} \quad (46)$$

Далее,

$$1 - x^* = \frac{D_1 - K_{12}}{D_1 - 2K_{12} + D_2} \quad (47)$$

Само минимальное значение $D[\mathcal{Q}_x]$ равно

$$D_{\min} = \frac{D_1 D_2^2 + D_1^2 D_2 - 2D_1 D_2 K_{12} + K_{12}^3}{(D_1 - 2K_{12} + D_2)^2} \quad (48)$$

Какими получатся x^* и D_{\min} в случае некоррелированности с.в. $\mathcal{Q}_1, \mathcal{Q}_2$? В этом случае $K_{12} = 0$. Получим

$$x^* = \frac{D_2}{D_1 + D_2}, 1 - x^* = \frac{D_1}{D_1 + D_2}, D_{\min} = \frac{D_1 D_2}{D_1 + D_2} \quad (49)$$

1.5. Объединение двух поставщиков товара

Рассмотрим работу идеального склада. Такой склад отпускает своим клиентам запасенный товар (сырье, полуфабрикаты т.п.) равномерно, с постоянной скоростью M ед. товара за ед. времени. Издержки хранения ед. запасов в течение ед. времени

обозначим h . Склад работает циклами. В начале цикла на склад привозят запасы объемом Q . При этом склад несет так называемые накладные расходы K , не зависящие от объема Q (эти расходы состоят из коммуникационных расходов, командировочных, затрат на аренду транспортного средства и оплату труда и т.п.). По мере уменьшения запасов, в нужный момент, начинается организация новой поставки запасов на склад. Очередная партия запасов прибывает в момент полного исчерпания запасов. Но считается, что разгрузка этой партии происходит практически мгновенно.

Задача состоит в минимизации средних расходов склада за ед. времени. При объеме партии поставки Q длительность цикла равна Q/M , значит средние за ед. времени накладные расходы равны KM/Q . Учтем, что средняя величина запаса на складе равна $Q/2$, следовательно средние издержки хранения за ед. времени равны $hQ/2$. Таким образом, суммарные средние издержки склада за ед. времени равны $G = KM/Q + hQ/2$. Для нахождения минимума найдем производную и приравняем ее нулю: $G' = -KM/Q^2 + h/2 = 0$. Получим $Q = \sqrt{2KM/h}$. При этом значении 2-я производная $G'' = 2KM/Q^3 > 0$, так что это действительно минимум.

Формула $Q_{opt} = \sqrt{2KM/h}$ называется формулой Уилсона. Минимальные издержки средние издержки за ед. времени равны $G_{min} = \sqrt{2KMh}$.

Предположим теперь, что два склада с различными параметрами работы решили объединиться, h у них одно и то же, $M = M_1 + M_2$. Минимальные издержки для объединенного склада равны $G_{min} = \sqrt{2KMh}$, однако мы не можем указать, каковы будут накладные издержки K для объединенного склада. Найдем верхнюю границу для K , ниже которой синергетический эффект от объединения будет положителен. Эта граница находится из уравнения $\sqrt{2K(M_1 + M_2)} = \sqrt{2K_1M_1} + \sqrt{2K_2M_2}$ или эквивалентно из уравнения $K(M_1 + M_2) = K_1M_1 + 2\sqrt{K_1M_1K_2M_2} + K_2M_2$. Таким образом, положительный синергетический эффект от объединения будет если $K < (K_1M_1 + 2\sqrt{K_1M_1K_2M_2} + K_2M_2)/(M_1 + M_2)$. В частности, если склады одинаковы, то правая часть неравенства есть $(2\bar{K}M + 2\bar{K}M)/2\bar{M} = 2\bar{K}$, где \bar{K}, \bar{M} - одинаковое значение накладных расходов и количество отпускаемого товара в единицу времени для обеих складов. Результат совершенно прозрачный.

1.6. Изучение автосинергизма в теории фирмы

Решим задачу

$$Y = f(x_1, \dots, x_n) \rightarrow \max$$

$$\sum_i p_i x_i = B$$

с помощью множителей Лагранжа.

Составим функцию Лагранжа

$$L(X, z) = f(x_1, \dots, x_n) + z(B - \sum_i p_i x_i) \quad (50)$$

Далее найдем частные производные и приравняем их к нулю

$$\begin{aligned}\frac{\partial L}{\partial x_i} &= 0 \quad i = 1, \dots, n \\ \frac{\partial L}{\partial z} &= 0\end{aligned}\quad (51)$$

Получаем систему уравнений

$$\begin{cases} \frac{\partial f}{\partial x_i} - z p_i = 0 \quad i = 1, \dots, n \\ B - \sum_i p_i x_i = 0 \end{cases}\quad (52)$$

Решение этой системы будем снабжать знаком \star - так что z^\star - оптимальное значение z . Умножим i -е уравнение на x_i и все уравнения 1-й части системы сложим, получим

$$\sum_i x_i \frac{\partial f}{\partial x_i} = z^\star \sum_i p_i x_i = z^\star B \quad (53)$$

Так как линейная комбинация вогнутых функций сама вогнута, то вышеуказанная система уравнений дает точку максимума и, следовательно, получаем следующий

Вывод 1. Максимальное значение величины

$$S(X) = \sum_i x_i \frac{\partial f}{\partial x_i} \quad (54)$$

равно $z^\star B$, где B - суммарная стоимость ресурсов.

Будем предполагать, что все используемые ресурсы закупаются на деньги по ценам p_i (в том числе и основные фонды, цена которых выражена через нормы амортизации).

Будем считать, что фирма закупает ресурсы на постоянную сумму $\sum_i p_i x_i = B$. В данном случае мы перераспределяем расходы на закупку ресурсов в пределах этой суммы для достижения максимального выпуска Y .

1.7. Изучение поведения многоресурсной фирмы, имитирующей одноресурсность

Во-первых, следует покороче выразить условие оптимальности распределения суммы B на закупку ресурсов. Мы должны найти такое распределение ресурсов $X^\star = (x_1^\star, \dots, x_n^\star)$,

при котором каждая частная производная $\frac{\partial f}{\partial x_i}$ пропорциональна цене соответствующего ресурса: $\frac{\partial f}{\partial x_i} = \lambda p_i$ с одним и тем же коэффициентом пропорциональности. Поиск такого распределения весьма похож на нахождение точки спроса потребителя с какой-то функцией полезности. Как это делать, покажем на примере. Пусть $f(x_1, x_2) = x_1^{1/2} x_2^{1/3}$. Имеем систему уравнений

$$\begin{cases} \frac{\partial f}{\partial x_1} = \frac{1}{2} x_1^{-1/2} x_2^{1/3} = \lambda p_1 \\ \frac{\partial f}{\partial x_2} = \frac{1}{3} x_1^{1/2} x_2^{-2/3} = \lambda p_2 \end{cases}\quad (55)$$

деля 1-е уравнение на 2-е, получим

$$\frac{3x_2}{2x_1} = \frac{p_1}{p_2} \quad \frac{x_2}{x_1} = \frac{2p_1}{3p_2}$$

Окончательно получаем, что это и есть пропорции, в которых надо

закупать ресурсы. Умножая обе части на $\frac{p_1}{p_1}$, получим $\frac{x_2p_2}{x_1p_1} = 2/3$. Т.е. на закупку 2-го ресурса надо отвести 2 части бюджета, а на закупку 1-го ресурса – 3 части.

Нахождение оптимального распределения бюджета фирмы на закупку ресурсов не просто похоже на нахождение точки спроса для потребителя, но фактически таковым является. Ведь функции полезности и производственные функции математически неразличимы: оба класса состоят из возрастающих вогнутых функций (матрица Гессе у которых отрицательно определена).

Введем новую функцию φ_f , ассоциированную с производственной функцией f , определив ее так: $\varphi_f(B) = \max\{f(X) : PX = B\}$. Так как функция φ_f является возрастающей вогнутой, поэтому она имеет свойства, позволяющие считать ее производственной функцией той самой одноресурсной фирмы, которая ее имитирует.

1.8. Общее замечание о синергетических эффектах

Эти эффекты весьма разнообразны. Мы выдвигаем общее утверждение об управлении такими эффектами, об их обнаружении и поддержании.

Предположим, что исследуемую задачу можно расщепить на две, а может быть и больше (см. пример ниже). Тогда, среди специалистов, работающих с этой задачей тоже надо выделить соответствующее число подгрупп и поставить перед ними соответствующие задачи. В своей работе эти специалисты должны очень постараться, используя более узкую специализацию найти, обнаружить синергетические эффекты. Эта часть работы естественно может быть названа анализом. Далее наступает синтез. Найденные эффекты нужно постараться не только не потерять, но даже усилить при последующей работе по объединению задач снова в исходную задачу. Рассмотренные ранее вопросы о расщеплении и слиянии финансовых операций подсказывают именно такой путь: одна группа специалистов работает с постоянными операциями, а другая с операциями с изменчивыми результатами. Эти идеи можно использовать, например, при анализе объединения различных бизнес единиц.

Вначале идет анализ. Две (или более, если это необходимо) группы специалистов анализируют работу двух организаций, которые предполагается объединить. Эти группы должны постараться «выжать» все в объединяемых организациях, в том числе подметить какие-то синергетические эффекты. На стадии синтеза эти эффекты надо не потерять, а сохранить и даже усилить.

Приведем следующий пример. В работе [8], авторы рассмотрели перечень потоков, связанных с эксплуатацией транспортного средства. Все эти потоки происходят в течение "жизни" транспортного средства. Для их современной оценки - для нахождения современной величины этих денежных потоков, необходимо уметь дисконтировать их к современному моменту. В контексте нашего рассмотрения, выделение и анализ каждого из этих потоков - не что иное, как первая часть поиска и обнаружения синергетических эффектов. Приемы подобного анализа довольно хорошо известны и апробированы. Остался второй этап - синтез. На этом этапе нужно объединить довольно разнородные

приемы в одно целое и главное, найти и сохранить обнаруженные синергетические эффекты.

2. Обсуждение результатов

Переход к экономике знаний потребует новой экономической теории и новых подходов к моделированию сложных социально-экономических процессов. За более чем столетнюю историю изучения синергии и ее свойств произошел переход от вербальных описаний к математическим, в том числе в контексте асимптотических методов, однако количественное выражение этого понятия найдено пока лишь в некоторых частных случаях. В работах авторов по исследованию модели Курно удалось установить, что синергетические эффекты во многих случаях сравнимы, дополняют или заменяют действия конкурирующих сил. И такая постановка вопроса актуальна для экономики знаний. Принцип достаточности, сформулированный авторами в работе [\[18\]](#), требует замены конкуренции, и синергия может стать полноценной альтернативой. Также синергия может быть использована в качестве нового индикатора социально-экономического развития, определяющего качество жизни и эффективность государственного управления в пространстве характеристик обеспечения устойчивого развития России и устранения возможных угроз.

Так как целое обладает большей реальностью, чем его части - слагаемые, то это приводит к еще более общему взгляду на синергию и ее проявлениям, о чем было упомянуто во введении. Этот, более общий подход к изучению свойств синергии до настоящего времени не реализован в полной мере, и требует дальнейшего изучения с использованием математического инструментария асимптотических методов.

3 . Дискуссия о применении предложенного математического инструментария синергии в экономических исследованиях

Настоящее исследование направлено на расширение теоретической основы применения математического инструментария синергии в экономических исследованиях и описании моделей поведения. Предыдущие работы авторов по изучению свойств синергии в теории игр [\[6\]](#), математических аспектов синергии [\[7\]](#), синергии на транспорте [\[8\]](#), семейной синергии в сложных социально-экономических системах [\[25\]](#), дополнены некоторыми конкретными практическими примерами, подготовленными на основании реальных числовых данных, характеризующих экономические процессы в России и за рубежом. Известные работы российских ученых по изучению свойств синергии сфокусированы на системном рассмотрении синергии и анализе определений понятия на основе российских и зарубежных источников 1960-2010 гг., видах синергии и их классификации [\[26\]](#), синергетическом эффекте как важном элементе создания стоимости [\[27\]](#), синергии в кластерах [\[28, 29\]](#), специфике синергии российских региональных инновационных систем [\[30\]](#), синергии при переходе к высокотехнологичным производствам с высокой добавленной стоимостью [\[31\]](#), синергии управления [\[32, 33\]](#), синергии транспортно-логистического бизнеса [\[34\]](#), синергии инвестиционно-строительной отрасли [\[35\]](#). Научная новизна настоящего исследования заключается в переходе от вербальных описаний синергии и ее свойств к математическим, в том числе во взаимосвязи с асимптотическими методами, и нахождение количественного выражения этих понятий для некоторых частных случаев. Основными результатами проведенного исследования являются расширение математических описаний свойств синергии в теоретико-случайных условиях, в финансах и при объединении фирм;

синергии семейной функции полезности, синергии финансовых операций; формулировании общего замечания о синергетическом эффекте и возможности перехода от принципов конкуренции к синергии в экономике данных. Определение специфики использования предложенного математического аппарата в контексте выявления социально-экономических зависимостей и на разных этапах экономического цикла может быть направлением будущей работы по построению экономико-математических моделей, учитывающих российский и зарубежный опыт финансово-хозяйственной деятельности. По результатам такого моделирования возможно дополнение исследования графическими объектами и визуализацией.

Заключение

Исключительная простота свойства синергии, широкое разнообразие областей ее применения, сопряжение этого свойства с самыми фундаментальными экономическими понятиями – все это свидетельствует об очень важном месте, занимаемом синергией не только в экономике, но и всей человеческой цивилизации. Однако не следует сводить все богатство современного мира науки к синергетике. В этой работе авторы продолжили изучение свойств синергии в теоретико-случайных условиях, в финансах и при объединении фирм. Приведено математическое описание синергии семейной функции полезности, синергии финансовых операций, и сформулировано общее замечание о синергетическом эффекте. Предлагаемый математический инструментарий может быть использован для повышения эффективности и безопасности российской экономической системы в условиях санкционного давления западных стран. Исследование направлено на формирование системного и data-ориентированного подхода к оценке эффективности взаимодействия экономических агентов и лиц, принимающих решения на уровне государственного управления. Практическая значимость результатов исследования заключается в возможности их применения органами государственной власти для совершенствования экономической политики и формирования эффективной системы оценки результативности

Библиография

1. Hermann Haken, *Synergetics, An Introduction Nonequilibrium Phase Transitions and Self-Organization in Physics, Chemistry and Biology, Second Enlarged Edition With 152 Figures*, Springer-Verlag Berlin Heidelberg New York, 1978
2. Haken, H. *Information and self-organization: A macroscopic approach to complex systems*. Springer, 2006
3. Sherrington, Charles Scott. "The integrative action of the nervous system." *Scientific and Medical Knowledge Production, 1796-1918*. Routledge, 2023. 217-253.
4. Ansoff, Henry. *Strategic management*. Springer, 2007.
5. Porter, Michael E. *Competitive advantage: Creating and sustaining superior performance*. simon and schuster, 2008.
6. Gataullin, T. M., S. T. Gataullin, and K. V. Ivanova. "Synergetic effects in game theory." *2020 13th International Conference" Management of large-scale system development"* (MLSD). IEEE, 2020.
7. Yerznkyan, Bagrat H., Timur M. Gataullin, and Sergey T. Gataullin. "Mathematical aspects of synergy." *Montenegrin Journal of Economics* 18.3 (2022): 197-207.
8. Gataullin, Timur, and Sergey Gataullin. "Management of financial flows on transport." *2019 Twelfth International Conference" Management of large-scale system development"* (MLSD). IEEE, 2019.
9. Haken, H.; Portugali, J. *Information and Self-Organization II: Steady State and Phase Transition*. Entropy 2021, 23, 707. <https://doi.org/10.3390/e23060707>.

10. Pleshakova, Ekaterina, et al. "Next gen cybersecurity paradigm towards artificial general intelligence: Russian market challenges and future global technological trends." *Journal of Computer Virology and Hacking Techniques* (2024): 1-12.
11. Makarov, V. L., et al. "Long-Term Demographic Forecasting." *Herald of the Russian Academy of Sciences* 93.5 (2023): 294-307.
12. Makarov, V. L., et al. "Problems of Standardizing Agent-Based Model Description and Possible Ways to Solve Them." *Herald of the Russian Academy of Sciences* 93.4 (2023): 239-248
13. Ivanyuk, V. Forecasting of digital financial crimes in Russia based on machine learning methods. *J Comput Virol Hack Tech* (2023). <https://doi.org/10.1007/s11416-023-00480-3>.
14. Ivanyuk, Vera. "The method of residual-based bootstrap averaging of the forecast ensemble." *Financial Innovation* 9.1 (2023): 37..
15. Boltachev, E. Potential cyber threats of adversarial attacks on autonomous driving models. *J Comput Virol Hack Tech* (2023). <https://doi.org/10.1007/s11416-023-00486-x>.
16. Efanov, D., Aleksandrov, P. & Mironov, I. Comparison of the effectiveness of cepstral coefficients for Russian speech synthesis detection. *J Comput Virol Hack Tech* (2023). <https://doi.org/10.1007/s11416-023-00491-0>.
17. Гатаулин, С. Т., and Т. М. Гатаулин. "To the Problem of a Point Source in an Inhomogeneous Medium." *Mathematical Notes* 114.5 (2023): 1212-1216.
18. Yerznyan, Bagrat, et al. "The sufficiency principle as the ideas quintessence of the club of Rome." *Montenegrin Journal of Economics* 15.1 (2019): 21-29.
19. Кульба, В. В., Шульц, В. Л., Шелков, А. Б., Чернов, И. В. Сценарный анализ в управлении информационной поддержкой процессов предупреждения и урегулирования конфликтных ситуаций в Арктике. *Национальная безопасность*. 2013. № 1. С. 62-152. EDN: PUHBGF.
20. Кульба, В. В., Шульц, В. Л., Шелков, А. Б. Управление безопасностью и живучестью объектов инфраструктуры железнодорожного транспорта на основе индикаторного подхода. *Экономика, тренды и управление*. 2013. № 2. С. 1-107. EDN: PHVYHL.
21. Карлин, С. Математические методы в теории игр, программировании и экономике. 1964.
22. Ашманов, С. А. Введение в математическую экономику. М.: Наука, 1984.
23. Cobb, Charles W., and Paul H. Douglas. "A theory of production." (1928)
24. Debreu, Gerard. "Representation of a preference ordering by a numerical function." *Decision processes* 3 (1954): 159-165
25. Гатауллин, Т. М., Гайноченко, Т. М. Сложные экономические системы и синергетические эффекты. Теория и практика институциональных преобразований в России. Сборник научных трудов под ред. Б. А. Ерзнякяна. 2015. Вып. 33. С. 155-161.
26. Касьяненко, Т. Г., Иванов, Д. А. Синергия в современной экономике: определение и типология. *Экономика и управление: проблемы, решения*. 2017. Т. 4, № 6. С. 18-25. EDN: YZMOIV.
27. Хасанова, Г. Ф., Буренина, И. В. Синергия как метод повышения эффективности деятельности компании. *Электронный научный журнал Нефтегазовое дело*. 2011. № 6. С. 188-196. EDN: RPFNBN.
28. Бушуева, М. А. Синергия в кластере. *Вестник евразийской науки*. 2012. Вып. 4 (13). С. 11.
29. Дубовикова Е.Ю. Научные подходы к реализации кластерного метода в экономике // Теоретическая и прикладная экономика. 2019. № 3. С. 43-54. DOI: 10.25136/2409-8647.2019.3.30415 URL: https://nbpublish.com/library_read_article.php?id=30415
30. Суслов, В. И. Синергия региональных инновационных систем. *Инновации*. 2012. № 1. С. 11-14. EDN: RDUHPR.

31. Минакова, Т. Е., Минаков, В. Ф. Синергия энергосбережения при высокой добавленной стоимости продукции. Современные проблемы науки и образования. 2013. № 4. С. 26-26. EDN: ROFRWJ.
32. Ларионов, И., Овчинников, В., Гуреева, М. Синергия управления безопасностью и прогрессом в социально-экономическом развитии России. ЛитРес, 2022.
33. Дегтярев А.Н., Галиуллина С.Д. Поощрительная политика государства как инструмент привлекательности попечительской, меценатской и благотворительной деятельности в России // Теоретическая и прикладная экономика. 2014. № 4. С. 58-71. DOI: 10.7256/2306-4595.2014.4.13013 URL: https://nbpublish.com/library_read_article.php?id=13013
34. Щербаков, В. В. Синергия коммерции и логистики в цифровой экономике контрактного типа. Известия Санкт-Петербургского государственного экономического университета. 2020. № 2 (122). С. 78-85. EDN: OWFIOX.
35. Яськова, Н., Москвичев, Д. Синергия инвестиций: проблемы, поиски, решения. ЛитРес, 2022. ""

Результаты процедуры рецензирования статьи

В связи с политикой двойного слепого рецензирования личность рецензента не раскрывается.

Со списком рецензентов издательства можно ознакомиться [здесь](#).

Предметом исследования в рецензируемой статье выступает математический аппарат синергии, рассматриваемый авторами применительно к описанию экономических моделей поведения.

Методология исследования базируется на применении экономико-математического моделирования с использованием аппарата вогнутых функций, теории игр, производственные функции (в частности, Кобба-Дугласа) и вероятностных методов для количественной оценки синергетических эффектов.

Актуальность работы обусловлена необходимостью улучшения управления сложными социально-экономическими системами в условиях санкционного давления на экономику России, развития цифровой экономики, где синергия играет ключевую роль, и переходом к экономике знаний.

Научная новизна работы: авторами предложена математическая формализация синергии с использованием строгих определений и теорем, а также применена теория вероятностей к анализу стохастической синергии.

В работе выделены следующие озаглавленные разделы и подразделы: Введение, Обозначения и используемый математический аппарат, Материалы и методы, Объединение фирм и эффект синергии, Семейная функция полезности и эффект синергии, Синергия в теоретико-случайных условиях, Синергия финансовых операций, Сумма финансовых операций, Объединение двух поставщиков товара, Изучение автосинергизма в теории фирмы, Изучение поведения многоресурсной фирмы, имитирующей одноресурсность, Общее замечание о синергетических эффектах, Обсуждение результатов, Заключение и Библиография.

Библиографический список включает 24 источника – зарубежные и российские публикации по рассматриваемой теме на русском и иностранных языках. В тексте публикации имеются адресные ссылки к списку литературы, подтверждающие наличие апелляции к оппонентам.

Из недостатков рецензируемой статьи стоит отметить следующие. Во-первых, статья соответствует Паспорту научной специальности 5.2.2. «Математические, статистические и инструментальные методы в экономике», по которой принимаются публикации в

журнал «Национальная безопасность / nota bene», однако, представляется уместным отразить связь между математическим описанием синергии в экономике и национальной безопасностью, чтобы снять возможные вопросы о соответствии темы публикации направлению журнала, в котором она публикуется. В статье «безопасность» упоминается лишь в заключительном предложении Заключения, но в работе не показано, как конкретно предлагаемый математический инструментарий может быть использован для повышения эффективности и безопасности российской экономической системы. Во-вторых, в работе не отражены такие важные элементы методологического аппарата любого научного исследования как цель и задачи, предмет и объект исследования, не сформулирована рабочая гипотеза. В-третьих, в публикации отсутствуют численные примеры, что затрудняет интерпретацию полученных авторами теоретических положений, не позволяет количественно оценить синергетические эффекты. В-четвертых, последние пять формул в разделе 1.7, представленные в виде изображений, не отображаются – такая техническая ошибка оформления делает невозможными их восприятие и оценку. Кроме этого в статье отсутствует нумерация формул.

Тема статьи актуальна, может вызвать интерес у читателей, однако до опубликования материала необходимо доработать в соответствии с высказанными выше замечаниями

Результаты процедуры повторного рецензирования статьи

В связи с политикой двойного слепого рецензирования личность рецензента не раскрывается.

Со списком рецензентов издательства можно ознакомиться [здесь](#).

Предмет исследования. С учётом сформированного заголовка представляется возможным заключить о том, что статья должна быть посвящена применению математического аппарата синергии к описанию экономических моделей поведения. Ознакомление со статьёй показало, что автор сосредоточился исключительно на математическом аспекте без экономической интерпретации. Крайне важно при доработке статьи, планируемой к публикации в журнале «Теоретическая и прикладная экономика», описать экономические аспекты рассматриваемых вопросов.

Методология исследования базируется на описании важности применения математического инструментария к описанию экономических моделей поведения. Это положительно характеризует научную статью. При этом очень важно математический аппарат в рамках заявленной темы применить к описанию конкретных экономических процессов и сделать соответствующие выводы, направленные на идентификацию существующих проблем и обоснование рекомендаций по их решению. Более того, будет ценно также подготовить графические объекты, наглядно демонстрирующие конкретные эффекты от применения приведённых формул. Есть ли специфика их использования в зависимости от каких-либо социально-экономических и иных параметров? Однаковыми ли будут формулы в России и за рубежом? Однаковыми ли будут формулы на разных этапах экономического цикла? Ответы на эти вопросы крайне интересны читателям.

Актуальность исследования вопросов, связанных с изучением экономических моделей поведения, не вызывает сомнения. При этом потенциальную читательскую аудиторию интересуют обоснованные предложения по решению существующих проблем, в т.ч. с учётом большого числа идентифицируемых рисков.

Научная новизна в представленном на рецензирование материале содержится, она связана с формированием набора математического аппарата, связанного с оценкой

синергии. При доработке статьи и описанием на конкретных примерах практики применения данного инструментария статья станет широко востребованной у большого числа лиц, так как полезность будет не только для теории математической науки, но и для теории и практики экономической науки.

Стиль, структура, содержание. Стиль изложения является научным. Структура статьи автором выстроена, но не хватает разделов, связанных с применением приведённого математического инструментария в экономических исследованиях. Содержание статьи показало сосредоточенность автора на изложении математических формул без сопровождения их конкретными практическими примерами, подготовленными на основании реальных числовых данных, характеризующих экономические процессы в России и за рубежом.

Библиография. Библиографический список, подготовленный автором, состоит из 24 наименований. Обращает на себя внимание, что преимущественно в данном списке находятся публикации зарубежных авторов. При доработке статьи следует расширить список отечественных научных публикаций на 10-15 наименований, так как крайне важно учесть и российскую научную мысль по поднимаемым вопросам.

Апелляция к оппонентам. Несмотря на сформированный список источников, научной дискуссии в тексте не удалось обнаружить. При доработке статьи и наполнения её содержания конкретными экономическими выводами рекомендуется сравнить их с теми, что содержатся в источниках из сформированного списка публикаций.

Выводы, интерес читательской аудитории. С учётом вышеизложенного заключаем о том, что статья выполнена на крайне интересную тему. Ценно, что автор приводит математический аппарат, при этом следует показать практику его применения на конкретных экономических процессах в России и за рубежом. В случае устранения указанных в тексте рецензии замечаний статья будет иметь востребованность у широкой читательской аудитории.

Результаты процедуры окончательного рецензирования статьи

В связи с политикой двойного слепого рецензирования личность рецензента не раскрывается.

Со списком рецензентов издательства можно ознакомиться [здесь](#).

Предметом исследования статьи является математический аппарат синергии, рассматриваемый авторами применительно к описанию экономических моделей поведения, в том числе финансовых операций.

Методология исследования состоит не только из комплекса различных научных методов, которые часто применяются в исследованиях в подобного рода, но и широкого спектра математических методов, таких как методы экономико-математического моделирования, математический инструментарий теории игр, была применена двухфакторная производственная функция Кобба-Дугласа, экономическая модель Курно, утверждения теоремы Дебре и принципы новой экономической парадигмы достаточности.

Актуальность темы обусловлена обусловлена необходимостью улучшения управления экономическими процессами сложными социально-экономическими системами в условиях санкционного давления на экономику России, развития цифровой экономики, где синергия играет ключевую роль, и переходом к экономике знаний. Научная новизна работы заключается в математической формализации синергии с использованием

строгих определений и теорем, применению теории вероятностей к анализу стохастической синергии

Научная новизна состоит в разработанном авторами в расширении математических описаний свойств синергии в теоретико-случайных условиях, в финансах и при объединении фирм; синергии семейной функции полезности, синергии финансовых операций; формулировании общего замечания о синергетическом эффекте и возможности перехода от принципов конкуренции к синергии в экономике данных, направлении- которое сейчас активно развивается.

Стиль, структура, содержание. Стиль статьи выдержан как научный, а структура работы логична и последовательна, хотя несколько перегружена формулами. Содержание статьи представляет собой результаты довольно большой исследовательской работы.

Библиография подтверждает масштаб исследования авторов, включает труды российских и зарубежных ученых и состоит из более чем 30 источников.

Апелляция к оппонентам. Хотелось бы увидеть более точные расчеты и определения касательно синергии финансовых операций, так как не вполне ясно какие именно операции учитывались авторами в исследовании, ввиду большого разнообразия финансовых операций. В связи с этим возникает вопрос о возможном применении эффекта синергии к абсолютно всем финансовым операциям, а также не указаны нюансы и возможно необходимые корректировки в зависимости от виды финансовых операций.

Выводы, интерес читательской аудитории. Тем не менее, работа новизна которой состоит в предложении авторов перейти от вербальных описаний синергии и ее свойств к математическим, в том числе во взаимосвязи с асимптотическими методами, и нахождение количественного выражения этих понятий для некоторых частных случаев может послужить толчком к новым более частным и конкретным исследованиям и может представлять научный интерес.

Статья отвечает требованиям, предъявляемым к научным статьям, и может быть рекомендована к публикации.