



Моделирование автоматизированной системы коррекции перемещений инструментального центра промышленного робота-манипулятора при выполнении технологических операций по сложному криволинейному контуру

- | | |
|--------------------------|--|
| Н. А. Сазонникова | доктор технических наук, профессор кафедры автоматических систем энергетических установок имени академика РАН Владимира Павловича Шорина;
Самарский национальный исследовательский университет имени академика С. П. Королёва, г. Самара;
email: nasazonnikova@yandex.ru |
| В. Н. Илюхин | кандидат технических наук, доцент кафедры автоматических систем энергетических установок имени академика РАН Владимира Павловича Шорина;
Самарский национальный исследовательский университет имени академика С. П. Королёва, г. Самара;
email: iwnik@yandex.ru |
| Е. К. Ермаков | аспирант кафедры автоматических систем энергетических установок имени академика РАН Владимира Павловича Шорина;
Самарский национальный исследовательский университет имени академика С. П. Королёва, г. Самара;
email: ermk.egor@yandex.ru |
| Д. А. Мезенцев | инженер-электроник электронного отдела инжинирингового центра СамГМУ;
Самарский государственный медицинский университет, г. Самара;
email: cururum@mail.ru |

Внедрение робототехнических комплексов значительно увеличивает производительность и безопасность производственных процессов. Однако роботы-манипуляторы не всегда обеспечивают высокую точность выполнения технологических операций из-за кинематической погрешности. Разработка системы корректировки должна учитывать специфику выполняемых операций для обеспечения необходимой точности. В данной работе представлено численное моделирование системы для инкрементального формообразования на базе робота манипулятора KUKA KR90 R2700 и лазерного трекера API Radian R-20, включённого в комплекс для повышения точности позиционирования инструментального центра робота манипулятора. Предложена методика моделирования системы коррекции перемещений роботом и проведена оценка эффективности выбранной методики.

Ключевые слова: лазерный трекер; инкрементальное формообразование; MATLAB; промышленный робот; моделирование; роботизированная обработка

Цитирование: Сазонникова, Н. А. Моделирование автоматизированной системы коррекции перемещений инструментального центра промышленного робота-манипулятора при выполнении технологических операций по сложному криволинейному контуру / Н. А. Сазонникова, В. Н. Илюхин, Е. К. Ермаков, Д. А. Мезенцев // Динамика и виброакустика. – 2025. – Т. 11, №1. – С. 14-26. DOI: 10.18287/2409-4579-2025-11-1-14-26

Введение

Задача повышения точности позиционирования промышленных роботов сегодня остаётся актуальной для таких технологических процессов, как сборочные операции, фрезерование, сверление, клёпка, инкрементальное формообразование и др. Данной теме посвящено несколько работ [1, 2, 3], и все они отличаются в используемом оборудовании и рассматриваемом технологическом процессе. Кроме того, достигаемые диапазоны значения точности также зависят от выполняемой задачи, криволинейного или прямолинейного движения манипулятора в порядках от нескольких мкм до 1 мм. Также не стоит забывать об ограничениях, которые накладывают определённые факторы, такие как параметры обрабатываемого материала, его геометрия или особенности технологической оснастки, что ограничивает выбор метода повышения точности позиционирования робота, поэтому придётся делать выбор между быстротой выполнения выбранного процесса и получением требуемой геометрии изделия с необходимой точностью в рамках подходящего решения.

Сложность геометрии и непостоянство факторов, таких как жёсткость оснастки в различных осях и неоднородность металла во время инкрементального формообразования, обязывают проводить измерения положения инструментального центра в реальном времени. Лазерный трекер – это измерительный прибор, использующий принцип бесконтактного слежения за отражателем с помощью лазерного луча для определения его положения в пространстве. Данный принцип слежения и возможность работы на частоте до 1 кГц можно считать важными преимуществами данного способа измерений, так как они позволяют применять трекер в тех случаях, где контактные способы просто невозможно использовать, что расширяет универсальность установок, использующих лазерные трекеры, и позволяет адаптировать их под разнообразные задачи меньшими усилиями. Целесообразность его применения также подтверждается научными трудами других авторов [4].

Имитационное моделирование является эффективным методом оценки точности перемещений инструментального центра робота-манипулятора [5, 6]. Такой подход позволяет провести оценку погрешности корректировки кинематической ошибки робота-манипулятора при заданных допущениях без проведения затратного эксперимента с использованием реальной установки. Для построения модели необходимо задаться реальными значениями геометрии, массы, точности и других характеристик элементов системы, чтобы получить примерное представление о поведении системы в процессе работы. Имитационное моделирование широко применяется в различных областях: бизнес-процессы, химико-биологические исследования, производственные линии, космические процессы, предсказывание погоды и т. д.

В патенте [7] «Способ повышения точности позиционирования промышленного робота», посвящённом системе повышения точности численным методом, можно рассмотреть проблему повышения точности позиционирования с точки зрения улучшения программного обеспечения, использующегося для управления роботом. Авторы предлагают ввести коррекцию положения, предварительно откалибровав систему корректировки. С помощью энкодеров лазерный трекер способен определить реальное положение робота манипулятора в процессе выполнения задачи. Затем, имея разницу реального и заданного положения, рассчитать ошибку позиционирования и в дальнейшем, при выполнении уже реальной задачи, учитывать её. Такой метод близок к применяемому в настоящей работе, однако реализация отличается. Вместо предварительной калибровки системы, она настраивается и тестируется с помощью математической модели под кинематические и массовые характеристики определённого робота, а затем применяется для коррекции возникающих ошибок позиционирования в реальном времени. Кроме того, данная работа также фокусируется на применяемых методах

расчёта ошибки позиционирования и ставит целью оценку эффективности используемых аналитических и программных решений.

Также существуют работы, в которых рассматриваются несколько основных подходов моделирования: системная динамика, дискретно-событийный, агентное моделирование и динамическое моделирование [8]. Также выделяют метод Монте-Карло – метод статистических испытаний [8]. Он используется, когда на процесс в системе оказывают влияние случайные факторы, закон распределения вероятности которых считается известным [9]. В настоящей работе на систему оказывали влияние две случайные величины: неопределённость измерений лазерного трекера и стабильность повторяемости позиции робота манипулятора. Обе величины считались нормально распределёнными в диапазонах, которые были взяты из паспортов устройств.

Учитывая вышесказанное, цель и задачи исследования могут быть сформулированы следующим образом.

Цель – провести имитационное моделирование системы коррекции с учётом кинематики робота-манипулятора для оценки возможной погрешности компенсации.

Для этого необходимо выполнить следующие задачи:

1. Рассмотреть технологический процесс инкрементального формообразования;
2. Составить алгоритм системы управления с компенсацией ошибки позиционирования;
3. Разработать математическую модель, описывающую работу системы коррекции ошибки;
4. Провести в программном пакете Matlab численное моделирование системы управления с компенсацией ошибки позиционирования.

1 Технологический процесс инкрементального формообразования.

Состав автоматизированного технологического комплекса

Инкрементальное формообразование – современный технологический процесс обработки листового материала, в котором заготовка локально деформируется пуансоном со сферическим торцом путём перемещения одного или нескольких инструментов вдоль заданного направления. В технологический комплекс (рисунок 1), рассматриваемый для выполнения данного процесса, входят следующие элементы: промышленный робот KUKA KR90 R2700, лазерный трекер API Radian R-20, контроллер робота Kuka KRC4, программное обеспечение WorkVisual для управления установкой. Данная работа рассматривает задачу повышения точности при выполнении технологической операции по криволинейному контуру. Это позволяет наложить ряд допущений при построении модели. Например, контакта инструмента и заготовки условно нет (не учитывается усилие контакта).

Весьма существенными факторами, оказывающими влияние на точность работы системы корректировки, являются погрешность измерений самого лазерного трекера и погрешность позиционирования робота, которая в свою очередь зависит от стабильности повторяемости позиции робота и массы переносимого груза, который представлен самим инструментом.



Рисунок 1 – Схема автоматизированного технологического комплекса

2 Порядок моделирования системы управления с компенсацией ошибки позиционирования

Процесс моделирования, который был реализован в данной работе, начинается с задания начальной и конечной точки криволинейной траектории, после чего она дискретизируется по времени на N точек, причём частота дискретизации равна частоте опроса лазерного трекера, в данном случае 1кГц, то есть 1000 точек в секунду. Далее происходит смещение i -той точки в пространстве на случайную величину в диапазоне погрешности робота, после чего выполняется решение обратной задачи кинематики для данной точки, вычисляются первая и вторая производные обобщённых координат, за счёт которых осуществляется управление роботом и перемещение его в i -тую точку. Теперь необходимо определить координаты инструментального центра робота для данной точки и сместить их на случайную величину в диапазоне неточности трекера, благодаря этому возможно рассчитать ошибку позиционирования в i -той точке и сформировать сигнал коррекции положения для следующей. Описанный выше процесс повторяется для каждой точки.

3 Численное моделирование системы управления с компенсацией ошибки позиционирования

Построение модели отталкивается от трёхмерной модели робота-манипулятора KUKA KR90 R2700, представленной на рисунке 2. Модель была взята из электронной базы трёхмерных моделей роботов KUKA.

После импорта в Matlab модель автоматически представляется в виде дерева твёрдых тел и связей между ними.

Для проведения численного моделирования потребуется решение [10] прямой задачи кинематики для представленного робота.

На рисунке 3 представлены размеры из паспорта робота [11], согласно им были представлены координаты A_i и D_i :

- 1) $L_1 = 0,2156$ м;
- 2) $L_2 = 0,4594$ м, $A_2 = 0,35$ м;
- 3) $L_3 = 1,15$ м;
- 4) $L_{x4} = 0,762$ м, $L_{z4} = 0,041$ м;
- 5) $L_5 = 0,438$ м;
- 6) $L_6 = 0,207$ м.

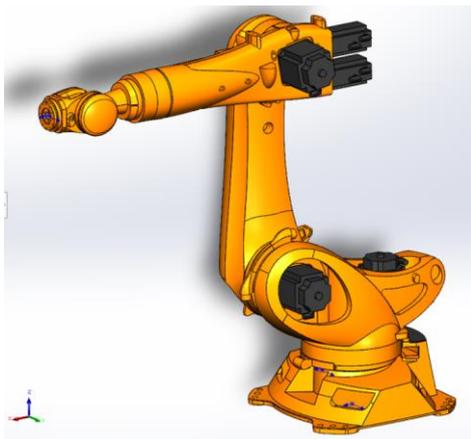


Рисунок 2 – Трёхмерная модель робота манипулятора KUKA KR90 R2700

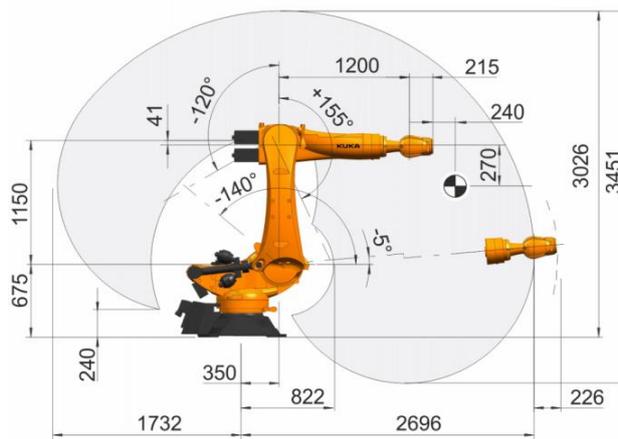


Рисунок 3 – Размеры робота манипулятора

Затем с помощью программного пакета Matlab Simulink была решена задача обратной кинематики, произведена компенсация ошибки позиционирования робота [11].

На рисунке 4 представлена общая схема программы компенсации ошибки позиционирования для дуговой траектории. Для линейной траектории отличие будет в блоке компенсации перемещений, который в случае с дуговыми траекториями имеет вид, представленный на рисунке 5, а в случае линейных – на рисунке 6. Сложность компенсации ошибки при работе по дуговой траектории заключается в двух моментах:

1. Неоднородность траектории. Дуговая траектория может быть неоднородной из-за изменяющихся радиусов кривизны или других факторов;
2. Динамические эффекты. При движении по дуговой траектории возникают динамические эффекты, такие как инерция и силы, которые влияют на точность движения робота.

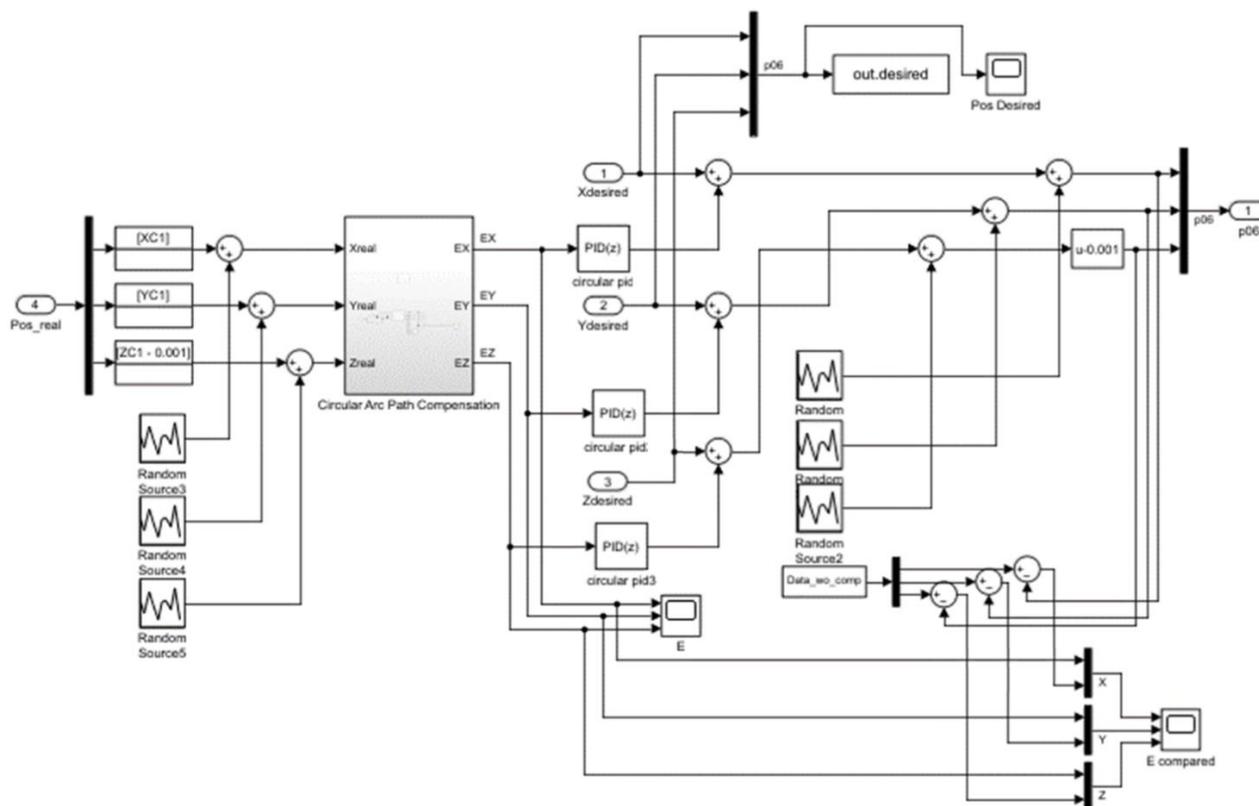


Рисунок 4 – Общая схема компенсации перемещений

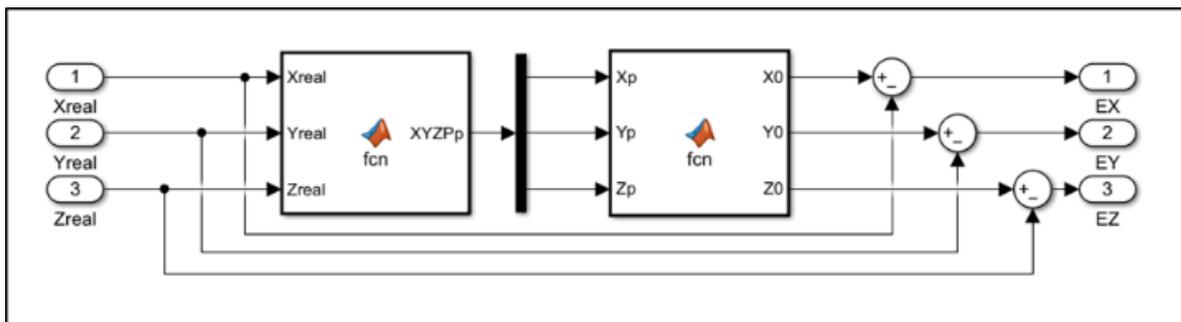


Рисунок 5 – Расчёт ошибки позиционирования для дуговых траекторий

В левом функциональном блоке на рисунке 5 осуществляется расчёт координат точки проекции, а в правом функциональном блоке рассчитываются координаты точки заданной траектории, от которой в конкретный момент будет определена величина ошибки позиционирования.

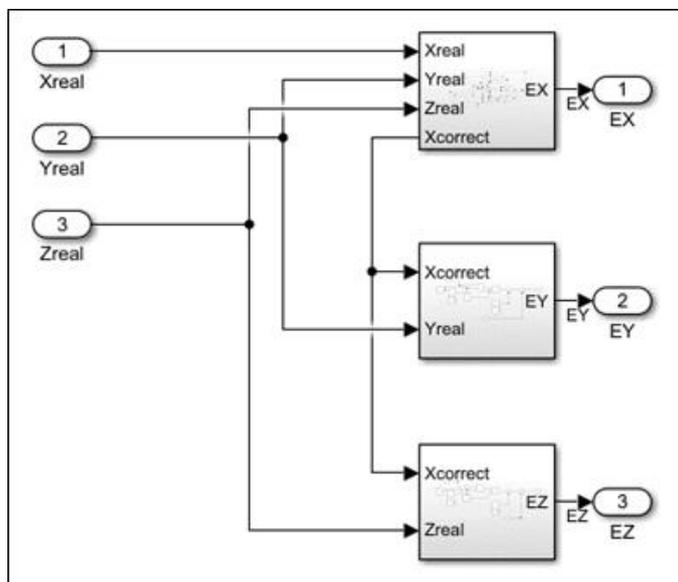


Рисунок 6 – Расчет ошибки позиционирования для линейных траекторий

В верхнем функциональном блоке на рисунке 6 рассчитывается требуемая точка в конкретный момент времени и определяется её координата X, а затем и ошибка позиционирования по этой оси, после чего в центральном и нижнем функциональных блоках рассчитывается ошибка по осям Y и Z соответственно.

Модель, представленная на рисунке 5, имитирует неопределённость измерения лазерного трекера по каждой из осей при обеспечении обратной связи по положению. Блоки генерируют выборку случайных чисел, соответствующих неопределённости измерений координат лазерным трекером, распределённых по нормальному закону с математическим ожиданием, равным 0, и разбросом, соответствующим диапазону ± 5 мкм/м для лазерного трекера API Radian R-20 в режиме интерферометра [13]. Кроме того, это значение меняется в зависимости от режима работы трекера, их может быть два: режим интерферометра и режим дальногомера. В данном случае для обеспечения максимальной эффективности для работы в режиме реального времени выбран режим интерферометра. В модели полагается, что расстояние от трекера до отражателя в процессе работы никогда не превышает 10 м, т.е. наибольшая по-

грешность может составить по величине ± 5 мкм, а средняя ожидаемая неопределённость – 3 мкм [13].

Блоки на рисунке 6 имитируют погрешность траектории робота, что, согласно паспорту, составляет ± 60 мкм [11]. Однако в отношении робота учитывается и статическая погрешность по оси Z (по оси действия силы тяжести), связанная с прогибом конструкции при удержании груза – в нашем случае инструмента, осуществляющего движение по сложному криволинейному контуру. Эта погрешность меняется в зависимости от конфигурации робота, но, поскольку точную зависимость теоретически определить сложно, так как масса груза не известна, а также не известны параметры жёсткости робота, траектории моделировались в небольшой области пространства, где погрешность считалась условно постоянной.

Структурная схема модели изображена на рисунке 7.

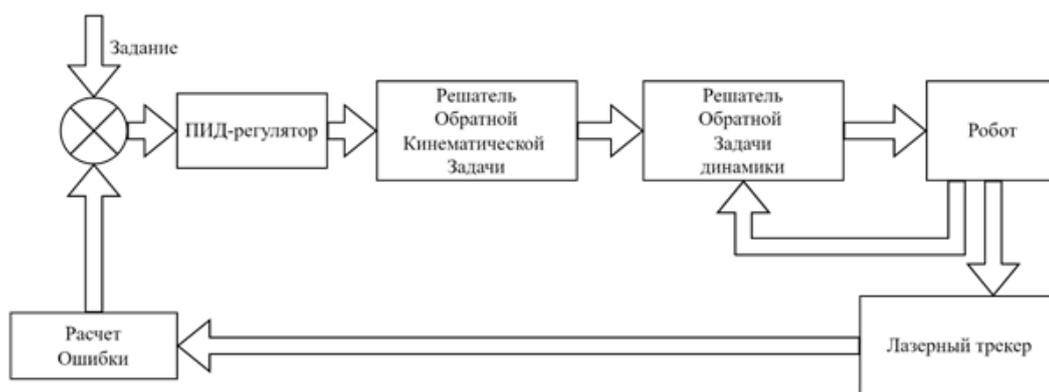


Рисунок 7 – Общая структурная схема модели

Решатель обратной динамики в модели присутствует неявно за счёт встроенных в Matlab Simulink Simscape возможностей. Так, в модели расчёт моментов происходит автоматически, а управление осуществляется по обобщённым скорости, ускорению и перемещению. Таким образом, в свёрнутом виде модель в Matlab Simulink выглядит следующим образом.

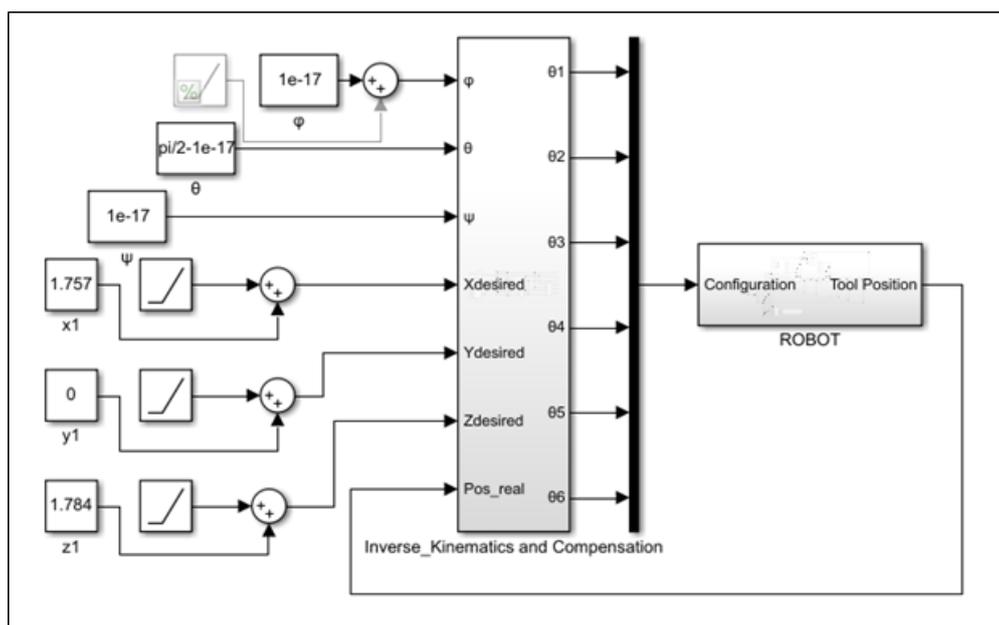


Рисунок 8 – Общий вид модели компенсации ошибки позиционирования в Matlab Simulink

4 Результаты моделирования

После построения модели был проведён эксперимент с целью определить соотношение времени перерегулирования к точности прохождения траектории исследуемой методики повышения точности путём сравнения ошибки позиционирования манипулятора без компенсации и с ней.

Перед исследованием случайных траекторий система предварительно была настроена, что включает в себя подбор коэффициентов ПИД-регуляторов. Подбор коэффициентов осуществлялся на одной траектории, пока не были получены желаемые значения точности. После чего были случайно сгенерированы ещё несколько траекторий, на которых исследовались зависимости точности позиционирования инструментального центра робота-манипулятора от времени, коэффициенты ПИД-регуляторов при этом уже не изменялись. Проекция перемещения Р инструмента по траектории представлены на рисунке 9.

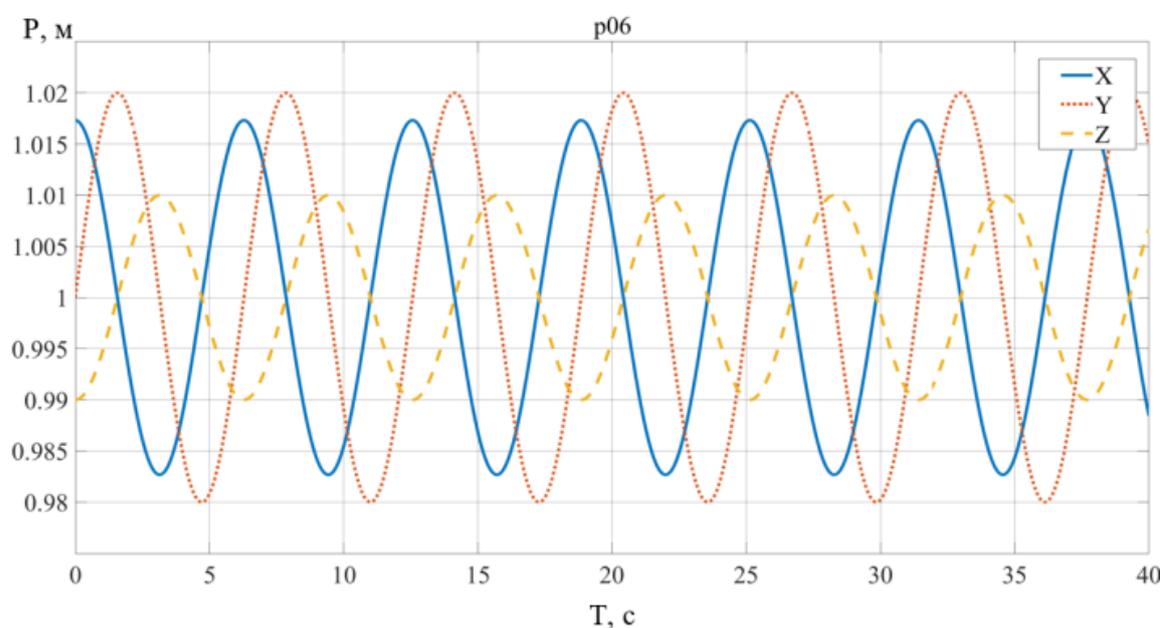


Рисунок 9 – Проекция тестовой дуговой траектории

Параметрическое задание данной траектории выглядит следующим образом:

$$\begin{cases} x(t) = \frac{R}{\sqrt{2}} \cos(t) + x_{c0} \\ y(t) = R \sin(t) + y_{c0} \\ z(t) = -\frac{R}{\sqrt{2}} \cos(t) + z_{c0} \end{cases} \quad \#(1)$$

В таблице 1 приведены значения коэффициентов ПИД-регуляторов по каждой оси.

Таблица 1 – Значения коэффициентов ПИД-регуляторов

	K_p	K_i	K_d
X	2,2	0,5	0,73
Y	1	0	0,1
Z	2,2	1	1

На рисунках 10, 11, 12 показаны зависимости ошибки позиционирования инструментального центра робота от времени по каждой оси X, Y, Z соответственно в масштабе с ошибкой позиционирования при прохождении траектории без компенсации и с компенсацией.

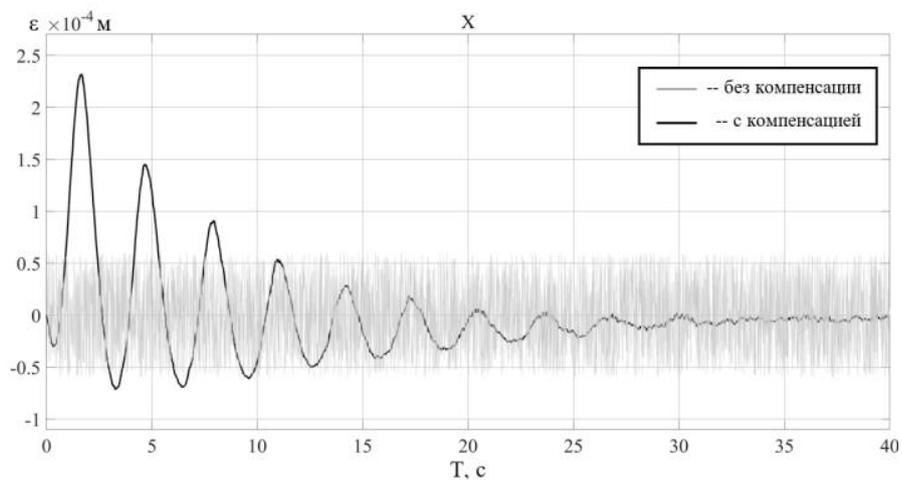


Рисунок 10 – Сравнительное изображение ошибки позиционирования по оси X

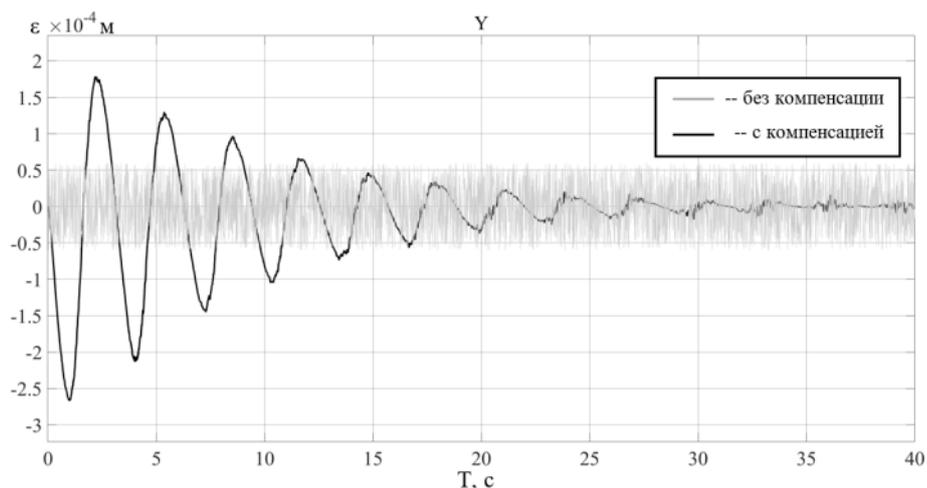


Рисунок 11 – Сравнительное изображение ошибки позиционирования по оси Y

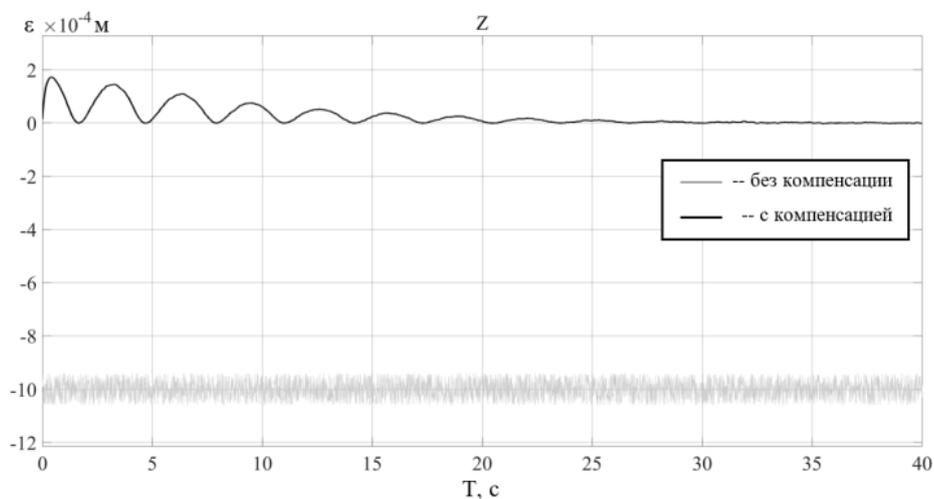


Рисунок 12 – Сравнительное изображение ошибки позиционирования по оси Z

Сравнительное повышение точности по трём осям составляет более 50 мкм. Для сравнения количественных параметров ниже приведена таблица с результатами моделирования (таблица 2).

Таблица 2 – Результаты моделирования настроечной траектории

	Длина временного отрезка, [с]	Величина заброса, [мкм]	Макс. величина отклонения в уст. режиме, [мкм]		Сравнительное повышение точности, [мкм]
			Верхнее	Нижнее	
X	40	232	+1,1	-8,3	+48
Y		270	+16	-10	+48
Z		173	+2,7	-2,4	+51,6

В случае дуговых траекторий максимальное отклонение позиции инструментального центра в установившемся режиме работы также попало в пределы ± 20 мкм. Максимальная величина отклонения по верхней границе составила +16 мкм, по нижней границе -10 мкм. Максимальный период стабилизации системы был равен 40 с.

Заключение

Поставленная в данной работе цель достигнута, результаты имитационного моделирования системы коррекции с учётом кинематики робота-манипулятора показали, что компенсация дуговых траекторий является более сложной задачей, чем линейных, так как оказывают влияние как динамические эффекты, так и неоднородность траектории. Начальный заброс при компенсации по осям X и Y превышает исходную точность робота, так как величина компенсации по оси Y и Z зависит от рассчитанной компенсации по оси X. Это значит, что при компенсации ошибки по одной из осей неотвратно будет корректироваться и компенсация по другим осям, что усложняет задачу регулирования, но по оси Z, где была введена статическая погрешность, установившаяся точность всё равно оказывается лучше точности без компенсации, происходит повышение точности позиционирования инструментального центра в установившемся режиме.

При рассмотрении технологического процесса инкрементального формообразования выявлено, что существенными факторами, оказывающими влияние на точность работы системы корректировки, являются погрешность измерений самого лазерного трекера, погрешность позиционирования робота, которая в свою очередь зависит от стабильности повторяемости позиции робота и массы переносимого груза, который представлен самим инструментом.

При разработке системы коррекции следует закладывать в траекторию дополнительное расстояние сближения, при прохождении которого система управления придёт в установившийся режим. Для рассматриваемого технологического процесса инкрементального формообразования составлена схема моделируемой установки, в которую входят: промышленный робот KUKA KR90 R2700, лазерный трекер API Radian R-20, контроллер робота Kuka, программное обеспечение для управления установкой.

Весьма существенными факторами, оказывающими влияние на погрешность работы системы корректировки, являются погрешность измерений самого лазерного трекера, погрешность робота, которая в свою очередь зависит от стабильности повторяемости позиции робота и массы переносимого груза, который представлен самим инструментом.

Составленный алгоритм, предполагающий процессы от моделирования и дискретизации по времени на 1000 точек в секунду до формирования сигнала коррекции положения для каждой точки, был использован для численного моделирования в программном пакете Matlab. В процессе моделирования получены зависимости времени от величины перерегулирования и соотношение времени работы к точности прохождения траектории исследуемой методики, реализована модель компенсации ошибки позиционирования инструментального центра робота манипулятора. В установившемся режиме работы ошибка попала в пределы ± 20 мкм, максимальная величина отклонения по верхней границе составила +16 мкм, по нижней границе -10 мкм, максимальный период стабилизации системы был равен 40 с.

Список использованных источников

1. Zhang, J. Accuracy improvement of a 3D passive laser tracker for the calibration of industrial robots / J. Zhang, Z. Lou, K.-C. Fan // *Robotics and Computer-Integrated Manufacturing*. – 2023. – Vol. 81. – P. 102487.
2. Hollerbach, J. M. The Calibration Index and Taxonomy for Robot Kinematic Calibration Methods / J. M. Hollerbach, C. W. Wampler // *The International Journal of Robotics Research*. – 1996. – Vol. 15. – P. 573.
3. Jung, K.-S. Tool Path Design of the Counter Single Point Incremental Forming Process to Decrease Shape Error / K.-S. Jung, J.-H. Yu, W.-J. Chung, C.-W. Lee // *Materials*. – 22 October 2020.
4. Ferrarini, S. A method for the assessment and compensation of positioning errors in industrial robots / S. Ferrarini, P. Bilancia, R. Raffaelli, M. Peruzzini, M. Pellicciari // *Robotics and Computer-Integrated Manufacturing*. – 2024. – Т. 85. – С. 102622.
5. Нгуен, В. Ш. Математическое моделирование робота при работе манипулятора / В. Ш. Нгуен // *Известия ТулГУ. Технические науки*. – 2015. – Вып. 7, ч. 1. – С. 250-256.
6. Zhang, J. Accuracy improvement of a 3D passive laser tracker for the calibration of industrial robots / J. Zhang, Z. Lou, K.-C. Fan // *Robotics and Computer-Integrated Manufacturing*. – 2023. – Т. 81. – С. 102487.
7. Патент 2671787 С1 Российская Федерация, МПК В25J 9/16. Способ повышения точности позиционирования промышленного робота [Текст] : №2017124571 : заявлено 10.07.2017 : опубликовано 06.11.2018 / Андрияшин В. А., Смехов А. Н., Орлов В. О., Андрияшин И. А., Сурьянинов А. Е., Хачатурян Ж. Г., Николаев Д. Н. ; заявитель и патентообладатель: ООО "Эйдос – Робототехника" . – 13 с.
8. Журавлев, С. С. Краткий обзор методов и средств имитационного моделирования производственных систем / С. С. Журавлев // *Проблемы информатики*. – 2009. – № 3. – С. 47-53.
9. Metropolis, N. The Monte Carlo Method / N. Metropolis, S. Ulam // *Journal of the American Statistical Association*. – 1949. – 44(247). – P. 335-341.
10. Зенкевич, С. Л. Управление роботами. Основы управления манипуляционными роботами: Учеб. для вузов / С. Л. Зенкевич, А. С. Юценко. – Москва : Изд-во МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2000. – 400 с.
11. KUKA KR90 R2700 pro datasheet [Электронный ресурс] // KUKA Deutschland GmbH Zugspitzstrasse. – 2021. – URL: https://www.kuka.com/-/media/kuka-downloads/imported/6b77e6cacf542d3b736af377562e6aa/0000182738_en.pdf (дата обращения: 12.10.2023).
12. Хомченко, В. Г. Робототехнические системы: Учебное пособие / В. Г. Хомченко. – Омск: Изд-во ОмГТУ, 2016. – 195 с.
13. API Radian 3D Laser Tracker Systems [Электронный ресурс] // *Apimetrology*. – 2018. – URL: <https://apimetrology.com/wp-content/uploads/2018/09/2018-API-Radian-3D-Laser-Tracker-Systems-Brochure.pdf> (дата обращения: 12.10.2023).

Modeling of an automated system for correction of the tool center point displacement of an industrial robotic manipulator during the execution of technological operations along a complex curved contour

- N. A. Sazonnikova** | Doctor of Science (Engineering), Professor of the Department of Automatic Systems of Power Plants named after Academician of the RAS Vladimir Pavlovich Shorin;
Samara National Research University, Samara, Russian Federation;
email: nasazonnikova@yandex.ru
- V. N. Ilyukhin** | Candidate of Science (Engineering), Associate Professor of the Department of Automatic Systems of Power Plants named after Academician of the RAS Vladimir Pavlovich Shorin;
Samara National Research University, Samara, Russian Federation;
email: iwnik@yandex.ru
- E. K. Ermakov** | Postgraduate Student of the Department of Automatic Systems of Power Plants named after Academician of the RAS Vladimir Pavlovich Shorin;
Samara National Research University, Samara, Russian Federation;
email: erm.k.egor@yandex.ru
- D. A. Mezentsev** | Electronics engineer of the electronic department of the engineering center of SamSMU;
Samara State Medical University (SamSMU), Samara, Russian Federation;
email: curucum@mail.ru

The implementation of robotic systems significantly increases the productivity and safety of manufacturing processes. However, robotic manipulators do not always provide high precision in performing technological operations due to kinematic errors. The development of a correction system should take into account the specifics of the performed operations to ensure the required accuracy. This paper presents numerical modeling of a system for incremental forming based on the KUKA KR90 R2700 manipulator robot and the API Radian R-20 laser tracker integrated into the complex to improve the accuracy of positioning the tool center point of the manipulator robot. Additionally, a methodology for improving the positioning accuracy of the robot is proposed, a mathematical model of the robot control system is constructed, and the effectiveness of the selected methodology is evaluated.

Keywords: laser tracker; incremental shaping; MATLAB; industrial robot; modeling; robotic processing

Citation: Sazonnikova, N. A., Ilyukhin, V. N., Ermakov, E. K. and Mezentsev, D. A. (2025), "Modeling of an automated system for correction of the tool center point displacement of an industrial robotic manipulator during the execution of technological operations along a complex curved contour", *Journal of Dynamics and Vibroacoustics*, vol. 11, no. 1, pp. 14-26. DOI: 10.18287/2409-4579-2025-11-1-14-26. (In Russian; abstract in English)

References

1. Zhang, J., Lou, Z. and Fan, K.-C. (2023), "Accuracy improvement of a 3D passive laser tracker for the calibration of industrial robots", *Robotics and Computer-Integrated Manufacturing*, vol. 81, pp. 102487.
2. Hollerbach, J. M. and Wampler, C. W. (1996), "The Calibration Index and Taxonomy for Robot Kinematic Calibration Methods", *The International Journal of Robotics Research*, vol. 15, pp. 573.

3. Jung, K.-S., Yu, J.-H., Chung, W.-J. and Lee, C.-W. (2020), “Tool Path Design of the Counter Single Point Incremental Forming Process to Decrease Shape Error”, *Materials*, 22 October 2020.
4. Ferrarini, S., Bilancia, P., Raffaelli, R., Peruzzini, M. and Pellicciari, M. (2024), “A method for the assessment and compensation of positioning errors in industrial robots”, *Robotics and Computer-Integrated Manufacturing*, vol. 85, pp. 102622.
5. Nguyen, V. Sean (2015), “Mathematical modeling of a robot during operation of a manipulator”, *News of Tula State University. Technical science*, Issue 7, part 1, pp. 250-256.
6. Zhang, J., Lou, Z. and Fan, K.-C. (2023), “Accuracy improvement of a 3D passive laser tracker for the calibration of industrial robots”, *Robotics and Computer-Integrated Manufacturing*, vol. 81, pp. 102487.
7. Andryashin, V. A., Smekhov, A. N., Orlov, V. O., Andryashin, I. A., Suryaninov, A. E., Khachatryan, Zh. G. and Nikolaev, D. N. (2018), *A method for increasing the positioning accuracy of an industrial robot* [Text], Russian Federation, Pat. 2671787 C1. (In Russian)
8. Zhuravlev, S. S. (2009), “A brief overview of methods and means of simulation modeling of production systems”, *Problems of Informatics*, no. 3, pp. 47-53. (In Russian)
9. Metropolis, N. and Ulam, S. (1949), “The Monte Carlo Method”, *Journal of the American Statistical Association*, 44 (247), pp. 335-341.
10. Zenkevich, S. L. and Yushchenko, A. S. (2000), *Control of robots. Fundamentals of control of manipulation robots: Textbook for universities*, Publishing house of MSTU named after N. E. Bauman, Moscow, 400 p. (In Russian)
11. KUKA KR90 R2700 pro datasheet [Electronic resource]// KUKA Deutschland GmbH Zugspitzstrasse. – 2021. URL: https://www.kuka.com/-/media/kuka-downloads/imported/6b77eecacfe542d3b736af377562ecaa/0000182738_en.pdf (date of access: 12.10.2023).
12. Khomchenko, V. G. (2016), *Robotic systems: Textbook*, Omsk State Technical University Publishing House, Omsk, 195 p. (In Russian)
13. API Radian 3D Laser Tracker Systems [Electronic resource] (2018), *Apimetrology*, URL: <https://apimetrology.com/wp-content/uploads/2018/09/2018-API-Radian-3D-Laser-Tracker-Systems-Brochure.pdf> (date of access: 12.10.2023).