



**ВЕСТНИК РОССИЙСКОГО УНИВЕРСИТЕТА ДРУЖБЫ НАРОДОВ.
СЕРИЯ: ИНЖЕНЕРНЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ**

2024 Том 25 № 3

DOI: 10.22363/2312-8143-2024-25-3

<http://journals.rudn.ru/engineering-researches>

Научный журнал

Издается с 2000 г.

Издание зарегистрировано Федеральной службой по надзору в сфере связи,
информационных технологий и массовых коммуникаций (Роскомнадзор)

Свидетельство о регистрации ПИ № ФС 77-61174 от 30.03.2015 г.

Учредитель: Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования
«Российский университет дружбы народов имени Патриса Лумумбы»

Главный редактор

Разумный Юрий Николаевич — доктор технических наук, профессор, директор инженерной академии, заведующий кафедрой механики и процессов управления инженерной академии, Российский университет дружбы народов, Москва, Россия

Заместитель главного редактора

Резник Сергей Васильевич — доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой СМ-13 «Ракетно-космические композитные конструкции», факультет «Специальное машиностроение», Московский государственный технический университет имени Н.Э. Баумана, Москва, Россия

Ответственный секретарь

Агасиева Светлана Викторовна — кандидат технических наук, доцент кафедры нанотехнологий и микросистемной техники, инженерная академия, Российский университет дружбы народов, Москва, Россия

Члены редакционной коллегии

Агравал Бридж — профессор, Военно-морская школа, Монтерей, США

Алифанов Олег Михайлович — академик РАН, доктор технических наук, профессор, Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет), Москва, Россия

Варатараджу Ренугант — профессор, Университет Путра Малайзия, Серданг, Малайзия

Василе Массимилиано Л. — профессор, Университет Стратклайда, Глазго, Великобритания

Вивiani Антонио — профессор, Университет Кампани «Луиджи Ванвители», Неаполь, Италия

Гасбарри Паоло — профессор, Римский университет «Ла Сапиенца», Рим, Италия

Герман Анна — профессор, Университет Бейра-Интернор, Ковильян, Португалия

Гитас Иоаннис Зоис — профессор, Университет Аристотеля в Салониках, Салоники, Греция

Грациани Филиппо — почетный профессор, Римский университет «Ла Сапиенца», Рим, Италия

Гурфил Пини — почетный профессор, Израильский технологический институт, Хайфа, Израиль

Джеа Мориба — доцент, Техасский университет в Остине, Остин, США

Джесента Джанкарло — профессор, Туринский политехнический институт, Турин, Италия

Кавагути Дзюньитиро — профессор, Японское агентство аэрокосмических исследований, Токио, Япония

Калугин Владимир Тимофеевич — доктор технических наук, профессор, Московский государственный технический университет имени Н.Э. Баумана, Москва, Россия

Капустин Владимир Михайлович — доктор технических наук, профессор, Российский государственный университет нефти и газа имени И.М. Губкина, Москва, Россия

Кузнецов Николай Борисович — профессор, Геологический институт РАН, Москва, Россия

Линарес Ричард — профессор, Массачусетский технологический институт, Кембридж, США

Матюшин Максим Михайлович — доктор технических наук, Центр управления полетами ЦНИИмаш, ГК «Роскосмос», Королев, Россия

Медведев Андрей Всеволодович — доктор физико-математических наук, член-корреспондент СО РАН, Институт солнечно-земной физики СО РАН, Иркутск, Россия

Мисра Арун — профессор, Университет Макгилла, Монреаль, Канада

Мортари Даниэле — профессор, Техасский университет А&М, Колледж-Стейшн, США

Мохаммед Сейду О. — профессор, Национальное агентство по космическим исследованиям и развитию, Абуджа, Нигерия

Палмерини Джованни — профессор, Римский университет «Ла Сапиенца», Рим, Италия

Петухов Вячеслав Георгиевич — доктор технических наук, член-корреспондент РАН, Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет), Москва, Россия

Попков Юрий Соломонович — академик РАН, доктор технических наук, профессор, Институт системного анализа, ФИЦ «Информатика и управление» РАН, Москва, Россия

Попов Гарри Алексеевич — академик РАН, доктор технических наук, профессор, директор Научно-исследовательского института прикладной механики и электродинамики, Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет), Москва, Россия

Прадо Антонио — профессор, Национальный институт космических исследований, Сан-Жозе-дус-Кампус, Бразилия

Редько Иван Яковлевич — доктор технических наук, профессор, Энергетический институт имени Г.М. Кржижановского, Москва, Россия

Спенсер В. Дэвид — профессор, Университет штата Пенсильвания, Юниверсити-Парк, США

Фурфаро Роберто — профессор, Университет Аризоны, Тусон, США

Челани Фабио — профессор, Римский университет «Ла Сапиенца», Рим, Италия

Черн Рок Ченг-Шинг — профессор, Университет Райерсона, Торонто, Канада

Ясака Тэцуо — почетный профессор, Университет Кюсю, Фукуока, Япония

**ВЕСТНИК РОССИЙСКОГО УНИВЕРСИТЕТА ДРУЖБЫ НАРОДОВ.
СЕРИЯ: ИНЖЕНЕРНЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ**

ISSN 2312-8143 (Print); ISSN 2312-8151 (Online)

Периодичность: 4 выпуска в год (ежеквартально).

Сайт журнала: <http://journals.rudn.ru/engineering-researches> (открытый доступ).

Языки: русский, английский.

Журнал индексируют: РИНЦ, DOAJ, Ulrich's Periodicals Directory, Cyberleninka, Google Scholar, WorldCat, East View, Dimensions, ResearchBib, Lens, Research4Life, JournalTOCs, British Library, Bodleian Libraries (University of Oxford), Ghent University Library.

Цель и тематика

Журнал «Вестник Российского университета дружбы народов. Серия: Инженерные исследования» — периодическое международное рецензируемое научное издание в области авиационной и ракетно-космической техники, машиностроения. Журнал является международным по составу редакционной коллегии, авторам и тематике публикаций. В журнале публикуются результаты оригинальных научных исследований российских и зарубежных ученых.

Цели журнала:

- содействие развитию российских и зарубежных инженерных школ;
- продвижение и внедрение в практику современных перспективных разработок в указанных областях;
- научный обмен и сотрудничество между учеными.

Журнал входит в перечень изданий, публикации которых учитываются Высшей аттестационной комиссией России (ВАК РФ) при защите диссертаций на соискание ученых степеней кандидата и доктора наук по специальностям:

- 2.3.1. Системный анализ, управление и обработка информации (технические науки);
- 2.3.4. Управление в организационных системах (технические науки);
- 2.5.6. Технология машиностроения (технические науки);
- 2.5.13. Проектирование, конструкция и производство летательных аппаратов (технические науки);
- 2.5.14. Прочность и тепловые режимы летательных аппаратов (технические науки);
- 2.5.16. Динамика, баллистика, управление движением летательных аппаратов (технические науки).

Журнал адресован научным работникам, инженерам, аспирантам.

Выпуски журнала в полнотекстовом виде, правила оформления статей и дополнительная информация размещены на сайте <http://journals.rudn.ru/engineering-researches>

Редколлегия журнала строго придерживается международных стандартов публикационной этики, сформулированных в документе COPE (Committee on Publication Ethics): <http://publicationethics.org>

Редактор *И.Л. Панкратова*
Редактор англоязычных текстов *А.С. Корзин*
Компьютерная верстка *Н.В. Маркеловой*

Адрес редакции:

Российская Федерация, 115419, Москва, ул. Орджоникидзе, д. 3
Тел.: +7 (495) 955-07-16; e-mail: publishing@rudn.ru

Адрес редакционной коллегии журнала

«Вестник Российского университета дружбы народов. Серия: Инженерные исследования»:

Российская Федерация, 115419, Москва, ул. Орджоникидзе, д. 3
Тел.: +7 (495) 955-07-92; e-mail: engi@rudn.ru

Подписано в печать 19.09.2024. Выход в свет 30.09.2024. Формат 60×84/8.

Бумага офсетная. Печать офсетная. Гарнитура «Times New Roman».

Усл. печ. л. 15,58. Тираж 500 экз. Заказ № 1052. Цена свободная.

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования

«Российский университет дружбы народов имени Патриса Лумумбы»

Российская Федерация, 117198, Москва, ул. Миклухо-Маклая, д. 6

Отпечатано в типографии ИПК РУДН им. Патриса Лумумбы

Российская Федерация, 115419, Москва, ул. Орджоникидзе, д. 3

Тел.: +7 (495) 955-08-61; e-mail: publishing@rudn.ru



RUDN JOURNAL OF ENGINEERING RESEARCH

2024 Volume 25 Number 3

DOI: 10.22363/2312-8143-2024-25-3

<http://journals.rudn.ru/engineering-researches>

Founded in 2000

Founder: Peoples' Friendship University of Russia named after Patrice Lumumba

Editor-in-Chief

Yury N. Razoumny — Dr. (Technical Sciences), Professor, Director of the Academy of Engineering, Head of the Department of Mechanics and Control Processes of the Academy of Engineering, RUDN University, Moscow, Russia

Associate Editor-in-Chief

Sergey V. Reznik — Dr. (Technical Sciences), Professor, Head of the Department SM-13 "Composite Materials for Aerospace", Special Machinery Faculty, Bauman Moscow State Technical University, Moscow, Russia

Assistant to the Editor-in-Chief

Svetlana V. Agasieva — Ph.D. (Technical Sciences), Associate Professor of the Department of Nanotechnology and Microsystem Engineering, Academy of Engineering, RUDN University, Moscow, Russia

Editorial Board

Brij Agrawal — Professor, Naval Postgraduate School, Monterey, USA

Oleg M. Alifanov — Academician of the Russian Academy of Sciences, Dr. (Technical Sciences), Professor, Moscow Aviation Institute (National Research University), Moscow, Russia

Fabio Celani — Professor, Sapienza University of Rome, Rome, Italia

Rock Jeng-Shing Chern — Professor, Ryerson University, Toronto, Canada

Roberto Furfaro — Professor, University of Arizona, Tucson, USA

Paolo Gasbarri — Professor, Sapienza University of Rome, Rome, Italia

Giancarlo Genta — Professor, Polytechnic University of Turin, Turin, Italia

Ioannis Zois Gitis — Professor, Aristotle University of Thessaloniki, Thessaloniki, Greece

Filippo Graziani — Full Professor, Sapienza University of Rome, Rome, Italia

Anna Guerman — Professor, University of Beira Interior, Covilhã, Portugal

Pini Gurfil — Full Professor, Israel Institute of Technology, Haifa, Israel

Moriba Jah — Associate Professor, University of Texas at Austin, Austin, USA

Vladimir T. Kalugin — Dr. (Technical Sciences), Professor, Bauman Moscow State Technical University, Moscow, Russia

Vladimir M. Kapustin — Dr. (Technical Sciences), Professor, National University of Oil and Gas "Gubkin University" (Gubkin University), Moscow, Russia

Junichiro Kawaguchi — Professor, Japan Aerospace Exploration Agency, Tokyo, Japan

Nikolay B. Kuznetsov — Professor, Geological Institute of the Russian Academy of Sciences, Moscow, Russia

Richard Linares — Professor, Massachusetts Institute of Technology, Cambridge, USA

Maxim M. Matyushin — Dr. (Technical Sciences), Mission Control Center (TSUP), Central Research Institute for Machine Building (TsNIMash), State Space Corporation "Roscosmos", Korolev, Russia

Andrey V. Medvedev — Dr. (Physical and Mathematical Sciences), corresponding member of Siberian Branch of the Russian Academy of Sciences, Institute of Solar-Terrestrial Physics of the Siberian Branch of the Russian Academy of Sciences, Irkutsk, Russia

Arun Misra — Professor, McGill University, Montreal, Canada

Seidu O. Mohammed — Professor, National Space Research and Development Agency, Abuja, Nigeria

Daniele Mortari — Professor, Texas A&M University, College Station, USA

Giovanni Palmerini — Professor, Sapienza University of Rome, Rome, Italia

Vyacheslav G. Petukhov — Dr. (Technical Sciences), corresponding member of the Russian Academy of Sciences, Moscow Aviation Institute (National Research University), Moscow, Russia

Yury S. Popkov — Academician of the Russian Academy of Sciences, Dr. (Technical Sciences), Professor, Institute for Systems Analysis, Federal Research Center "Computer Science and Control" of the Russian Academy of Sciences, Moscow, Russia

Harri A. Popov — Academician of the Russian Academy of Sciences, Dr. (Technical Sciences), Professor, Director of the Research Institute of Applied Mechanics and Electrodynamics, Moscow Aviation Institute (National Research University), Moscow, Russia

Antonio Prado — Professor, National Institute for Space Research, Sao Jose dos Campos, Brazil

Ivan Y. Redko — Dr. (Technical Sciences), Professor, Krzhizhanovsky Energy Institute, Moscow, Russia

David B. Spencer — Professor, Pennsylvania State University, University Park, USA

Renuganth Varatharajoo — Professor, University Putra Malaysia, Seri Kembangan, Malaysia

Massimiliano L. Vasile — Professor, University of Strathclyde, Glasgow, United Kingdom

Antonio Viviani — Professor, University of Campania "Luigi Vanvitelli", Naples, Italy

Tetsuo Yasaka — Professor Emeritus, Kyushu University, Fukuoka, Japan

RUDN JOURNAL OF ENGINEERING RESEARCH

Published by the Peoples' Friendship University of Russia named after Patrice Lumumba (RUDN University)

ISSN 2312-8143 (Print); ISSN 2312-8151 (Online)

Publication frequency: quarterly.

Journal homepage: <http://journals.rudn.ru/engineering-researches> (Open Access).

Languages: Russian, English.

Indexed by Russian Index of Science Citation, DOAJ, Ulrich's Periodicals Directory, Cyberleninka, Google Scholar, WorldCat, East View, Dimensions, ResearchBib, Lens, Research4Life, JournalTOCs, British Library, Bodleian Libraries (University of Oxford), Ghent University Library.

Aims and Scope

The RUDN Journal of Engineering Research — is a peer-reviewed international academic journal publishing research in the field of aviation and space technology, mechanical engineering. The journal is international in terms of the composition of the editorial board, authors and topics of publications. The journal publishes the results of original scientific research by Russian and foreign scientists.

The aims of the journal:

- assistance in the development of Russian and foreign engineering schools;
- promotion and implementation into practice of modern advanced technologies in these areas;
- scientific exchange and collaboration between scientists.

The journal is addressed to researchers, engineers, graduate students. Included in the List of the Leading Scientific Journals and Editions of the Highest Certification Committee of the Ministry of Education and Science of Russian Federation in which the basic results of PhD and Doctoral theses are to be published.

The journal website operates on the Portal of RUDN University scientific journals <http://journals.rudn.ru/engineering-researches> and contains full information about the journal, editorial policy and ethics, requirements for the preparation and publication of the articles, as well as full-text issues of the journal since 2008 (Open Access).

Editorial Board strictly adheres to the international standards of publication ethics of the COPE:

<http://publicationethics.org>

Copy Editor *I.L. Pankratova*
English Texts' Editor *A.S. Korzin*
Layout Designer *N.V. Markelova*

Address of the editorial board:

3 Ordzhonikidze St, Moscow, 115419, Russian Federation
Ph.: +7 (495) 955-07-16; e-mail: publishing@rudn.ru

Address of the editorial board of RUDN Journal of Engineering Research:

3 Ordzhonikidze St, Moscow, 115419, Russian Federation
Ph.: +7 (495) 955-07-92; e-mail: engj@rudn.ru

Printing run 500 copies. Open price.

Peoples' Friendship University of Russia named after Patrice Lumumba
6 Miklukho-Maklaya St, Moscow, 117198, Russian Federation

Printed at RUDN Publishing House:

3 Ordzhonikidze St, Moscow, 115419, Russian Federation
Ph.: +7 (495) 955-08-61; e-mail: publishing@rudn.ru

СОДЕРЖАНИЕ

Korsun O.N., Om M.H., Goro S. Analysis of the Effects of Numerical Differentiation Methods on the Estimation of Longitudinal Stability and Control Derivatives of the Aircraft Mathematical Model (Анализ влияния методов численного дифференцирования на оценку производных продольной устойчивости и управляемости математической модели летательного аппарата)	203
Сидоров И.Г. μ робастная устойчивая экстраполяция стационарного случайного процесса с интервально-ограниченной дисперсией	216
Насибулин М.Ш., Рудаков В.Б. Математическая модель и алгоритм оптимального приемочного контроля надежности иерархических систем космической техники в условиях единичного и мелкосерийного производства	237
Hatamiafkoueih J. Analysis of Land Displacement Utilizing Sentinel-1 Satellite Imagery and InSAR Technique: A Case Study in Kern County, California (Анализ активности земной коры с использованием спутниковых изображений Sentinel-1 и технологии InSAR: исследование конкретного случая в округе Керн, Калифорния)	251
Толманова В.В., Андриков Д.А. Интеллектуальные методы обработки	263
Демидов А.С., Кочуров А.С. Минимизация оплаты по тарифу за сетевую энергию в условиях заданной динамики ее потребления при наличии аккумулятора	280
Перепелкина Ю.В. Точные и частные решения в форме выпуклых четырехугольников, взаимодействующих по закону четырех тел	288
Кушнир И.С., Адылина А.П., Левина Т.А. Оценка применимости и шаги внедрения метода «Шесть сигм» в систему менеджмента качества аддитивного производства	296
Sereke T.E., Tesfay T., Bratkov V.V., Mohamed E.S., Quyen D.T. Dynamics of Land Use, Land Cover Changes and Their Impacts on Land Surface Temperature Using Satellite Imagery (Динамика землепользования, изменения растительного покрова и их влияние на температуру поверхности суши с использованием спутниковых снимков)	308
Merkulov A.A., Razoumny Yu.N., Saltykova O.A., Stepanyan I.V. Statement of the Problem of Determining the Technical Appearance and Design Characteristics of Multi-Apartment Residential Buildings Based on the Expert Systems Method (Постановка задачи определения технического облика и конструктивных характеристик многоквартирных жилых зданий на основе метода экспертных систем) ...	319

CONTENTS

Korsun O.N., Om M.H., Goro S. Analysis of the Effects of Numerical Differentiation Methods on the Estimation of Longitudinal Stability and Control Derivatives of the Aircraft Mathematical Model	203
Sidorov I.G. μ Robust Stable Extrapolation of a Stationary Random Process with Interval Limited Variance	216
Nasibulin M.Sh., Rudakov V.B. A Mathematical Model and Algorithm for Optimal Acceptance Control of the Reliability of Hierarchical Space Technology Systems in Conditions of Single and Small-scale Production	237
Hatamiafkoueih J. Analysis of Land Displacement Utilizing Sentinel-1 Satellite Imagery and InSAR Technique: A Case Study in Kern County, California	251
Tolmanova V.V., Andrikov D.A. Intelligent Processing Methods	263
Demidov A.S., Kochurov A.S. Mains Electricity Base Rate Minimization Under Specified Conditions of Power Consumption with the use of Capacitors	280
Perepelkina Yu.V. Exact Partial Solution in a Form of Convex Tetragons Interacting According to the Arbitrary Law for Four Bodies	288
Kushnir I.S., Adylina A.P., Levina T.A. Assessment of the Applicability and Steps of Implementing the Six Sigma Method in the Quality Management System of Additive Manufacturing	296
Sereke T.E., Tesfay T., Bratkov V.V., Mohamed E.S., Quyen D.T. Dynamics of Land Use, Land Cover Changes and Their Impacts on Land Surface Temperature Using Satellite Imagery	308
Merkulov A.A., Razoumny Yu.N., Saltykova O.A., Stepanyan I.V. Statement of the Problem of Determining the Technical Appearance and Design Characteristics of Multi-Apartment Residential Buildings Based on the Expert Systems Method	319



DOI: 10.22363/2312-8143-2024-25-3-203-215

UDC 629.7.01

EDN: VOAIZM

Research article / Научная статья

Analysis of the Effects of Numerical Differentiation Methods on the Estimation of Longitudinal Stability and Control Derivatives of the Aircraft Mathematical Model

Oleg N. Korsun^{a,b}✉, Moungh Htang Om^b, Sekou Goro^b

^a State Scientific Research Institute of Aviation Systems, *Moscow, Russia*

^b Moscow Aviation Institute (National Research University), *Moscow, Russia*

✉ marmotto@rambler.ru

Article history

Received: May 20, 2024

Revised: July 13, 2024

Accepted: July 20, 2024

Conflicts of interest

The authors declare that there is no conflict of interest.

Authors' contribution

The authors have made an equal contribution to data collection and analysis.

Abstract. The estimation of the longitudinal stability and control derivatives of aircraft mathematical model was performed using the least square method, which requires the use of numerical differentiation. For the purpose of approximating the derivatives of pitch rate, the numerical differentiation methods such as: forward difference method, backward difference method, central difference method, combination of three finite difference methods “gradient” and Poplavsky method are applied. Based on the results that demonstrate the advantages and disadvantages of each of these methods, two approaches are proposed to ensure the improvement of the accuracy of the parameters estimation. The approach proposed in this paper combines the results obtained by separately using three finite difference methods to enhance of the accuracy of parameter estimation. This approach strengthens efficiency and compensates for weaknesses due to the nature and properties of finite difference methods.

Keywords: longitudinal control derivatives, parameters estimation, finite difference methods, Poplavsky method, combination of methods, combination of results

Funding

This work is partially supported by Russian Foundation for Fundamental Research, project 20-08-00449-a.

Acknowledgements

The authors express their deep appreciation to their teammates for passionate contributions that ensure the completion of this research work. The authors also gratefully acknowledge the helpful comments and suggestions of the reviewers, which improve the presentation of the research work.

For citation

Korsun ON, Om MH, Goro S. Analysis of the effects of numerical differentiation methods on the estimation of longitudinal stability and control derivatives of the aircraft mathematical model. *RUDN Journal of Engineering Research*. 2024;25(3):203–215. <http://doi.org/10.22363/2312-8143-2024-25-3-203-215>



Анализ влияния методов численного дифференцирования на оценку производных продольной устойчивости и управляемости математической модели летательного аппарата

О.Н. Корсун^{a,b}, М.Х. Ом^b, С. Горо^b

^a Государственный научно-исследовательский институт авиационных систем, Москва, Россия

^b Московский авиационный институт (Национальный исследовательский университет), Москва, Россия

✉ marmotto@rambler.ru

История статьи

Поступила в редакцию: 20 мая 2024 г.

Доработана: 13 июля 2024 г.

Принята к публикации: 20 июля 2024 г.

Заявление о конфликте интересов

Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

Вклад авторов

Авторы внесли равноценный вклад в сбор и анализ данных.

Аннотация. Оценка производных продольной устойчивости и управляемости математической модели летательного аппарата проводилась методом наименьших квадратов, применение которого требует использования численного дифференцирования. В целях аппроксимации производных угловой скорости тангажа применены методы численного дифференцирования, такие как метод левосторонней разности, метод правосторонней разности, метод двусторонней разности, комбинация трех методов конечных разностей «gradient» и метод Поплавского. На основании результатов, демонстрирующих преимущества и недостатки каждого из этих методов, разработано два подхода для обеспечения повышения точности оценивания коэффициентов. Предложенный в исследовании подход, путем комбинации результатов, полученных при раздельном использовании трех методов конечных разностей, обеспечивает повышение точности оценивания коэффициентов за счет увеличения эффективности и компенсации недостатков, обусловленных особенностями и свойствами методов конечных разностей.

Ключевые слова: производные продольной управляемости, оценка параметров, методы конечных разностей, метод Поплавского, комбинация методов, комбинация результатов

Финансирование

Исследование частично поддержано Российским фондом фундаментальных исследований, проект 20-08-00449-а.

Благодарности

Авторы выражают глубокую признательность своим коллегам по команде за посильный вклад, обеспечивший завершение исследовательской работы. Авторы также выражают признательность рецензентам за полезные комментарии и предложения, которые повысили качество исследовательской работы.

Для цитирования

Korsun O.N., Om M.H., Goro S. Analysis of the effects of numerical differentiation methods on the estimation of longitudinal stability and control derivatives of the aircraft mathematical model // Вестник Российского университета дружбы народов. Серия: Инженерные исследования. 2024. Т. 25. № 3. С. 203–215. <http://doi.org/10.22363/2312-8143-2024-25-3-203-215>

Introduction

Estimating aircraft stability and control derivatives is relevant in aircraft engineering because these parameters provide crucial information regarding aircraft performance, stability, and control [1; 2]. Stability and control derivatives estimation also plays a significant role in flight testing, aircraft simulation, and control system design. It helps in predicting aircraft behavior during various flight conditions, such as takeoff, landing, and maneuvering. Methods for the estimation of these parameters are important in flight control system design, optimization of aircraft design, improvements in fuel efficiency, enhancement of flight safety, and help ensure the stability and maneuverability of aircraft, and these methods have been proposed in real time in some papers [3–5]. Moreover, aircraft stability and control derivative estimation is essential for simulation, aircraft performance analysis, and optimization, whereas it helps in the determination of the aircraft's maximum speed, range, payload capacity, and fuel consumption [6]. By understanding these parameters, aircraft operators can make informed decisions on flight planning, route selection, and operational efficiency. To estimate the dynamic stability derivatives, a computational fluid dynamics (CFD)-based force oscillation method was also applied by engineers [7]. Therefore, the accurate estimation of the aerodynamic parameters, aircraft stability, and control derivatives is relevant in the field of aircraft engineering. It is evident that measurement errors affect the accuracy of aerodynamic coefficient estimation [8]. There are various forms of input signals, i.e. the control organs' deflections, which also have a significant influence on the estimation accuracy [9–11]. It was observed that the application of appropriate methods for signal filtering can ensure an improvement in the accuracy of the estimation of the aerodynamic coefficients depending on the nature of the signals [12–14].

The main purpose of this study is to propose an approach for enhancing the accuracy of parameters estimation by analyzing the effects of numerical differentiation methods on the accuracy

of estimation performed by the least-squares method without the application of any methods for filtering noisy signals. The derivative of the pitch rate is used as the output variable or the dependent variable in the least-squares method. Because the output vector represents the actual output values, its range and variations can influence parameter estimation accuracy.

1. Problem statement

In aircraft dynamics, the short-period mode of aircraft motion refers to the pitch motion, in which the aircraft rotates around its lateral axis. This motion includes changes in the pitch angle, pitch rate, and airspeed. In this short-period mode, the aircraft experiences rapid pitch angle fluctuations owing to interference such as turbulence or pilot actions. The stability and controllability characteristics of the aircraft in this mode are crucial for flight safety and efficiency. Therefore, to estimate the longitudinal stability and control derivatives of the aircraft mathematical model, the mathematical simulation of the short-period mode of the aircraft motion in a longitudinal channel is performed by applying the aircraft dynamic equations [15]. Because the problem under the current research focuses on the longitudinal stability and control derivatives, only the equations for the angle of attack and pitch rate are used. The elevator deflection was mathematically simulated, as shown in Figure 1. The necessary aerodynamic coefficients are determined to perform a mathematical simulation of the aircraft spatial motion, and they are estimated after the measurements.

In this study, the normally distributed random variables with a zero mean and different standard deviation values characterize the measurement noise.

The ordinary least-squares method (LSM) was used to estimate the aerodynamic coefficients. The derivative of the pitch rate was used to form the LSM output vector. It is very important to choose the correct numerical differentiation methods so that the accuracy of the estimation can be assured, whereas every numerical differentiation method has its own distinct effectiveness depending on the intensity of the measurement noise.

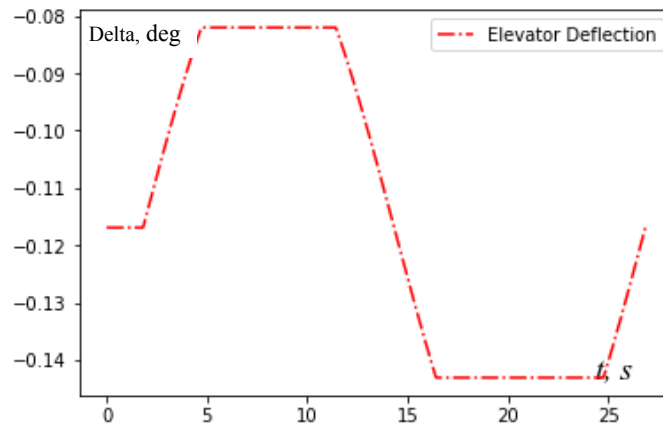


Figure 1. Angle of elevator deflection
Source: made by O.N. Korsun, M.H. Om, S. Goro

For the simulation, it was necessary to form the object model and determine the output signals. To form the object model, the angle of attack and pitch rate of the aircraft were simulated using mathematical equations. In this study, integration was performed by applying simpler Euler methods for the angle of attack and pitch rate. Usually, it is convenient and easy to perform simulation and identification in a discrete form; for this reason, the simulation of all the necessary signals is performed in a discrete form. The mathematical formulas in discrete form for the angle of attack (1) and pitch rate (2) are as follows:

$$\alpha(t_{i+1}) = \alpha(t_i) + \Delta t [-Y^\alpha \alpha(t_i) + \omega_z(t_i) + (-Y^\delta \delta(t_i))]; \quad (1)$$

$$\omega_z(t_{i+1}) = \omega_z(t_i) + \Delta t [M_z^\alpha \alpha(t_i) + M_z^{\omega_z} \omega_z(t_i) + M_z^\delta \delta(t_i)], \quad (2)$$

where $\alpha(t_{i+1})$ is the angle of attack for time instant (t_{i+1}) (rad), $\omega_z(t_{i+1})$ is the pitch rate for time instant (t_{i+1}) (rad/s), $\alpha(t_i)$ is the angle of attack for time instant (t_i) , $\omega_z(t_i)$ is the pitch rate for time instant (t_i) , and Y^α , Y^ϕ , M_z^α , $M_z^{\omega_z}$, M_z^δ are the aerodynamic parameters.

After the simulation of the short-period mode of the aircraft motion in longitudinal motion was performed, it was necessary to proceed with the measurement of the signals (Figure 2) used in the process of parameter estimation.

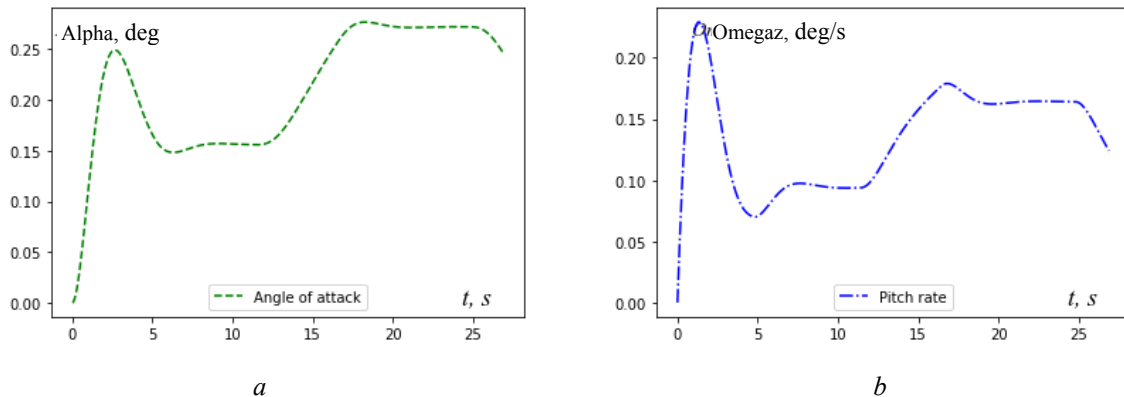


Figure 2. Measurement of signals: *a* is the simulated angle of attack; *b* is the pitch rate
Source: made by O.N. Korsun, M.H. Om, S. Goro

To imitate the measurement mathematically, the normally distributed random variables with zero mean and different standard deviation values were subjected to the measurement noise for every signal. The values of the standard deviations of the measurements are listed in Table 1. It is assumed that the measurements took place under various

intensities of measurement noise (Figure 3); therefore, the effectiveness of the estimation will be analyzed based on the numerical methods applied to approximate the derivatives of the pitch rate under the influence of various levels of noise intensity. In Table 1, Std represents the values of the standard deviations in degrees subjected to measurement noise.

Table 1

The values of standard deviations subjected to measurement noise

Signal, deg	Std, deg	Std, deg	Std, deg	Std, deg	Std, deg
Angle of attack	0.02	0.08	0.2	0.4	0.8
Pitch rate	0.02	0.08	0.2	0.4	0.8
Elevator deflection	0.02	0.08	0.2	0.4	0.8

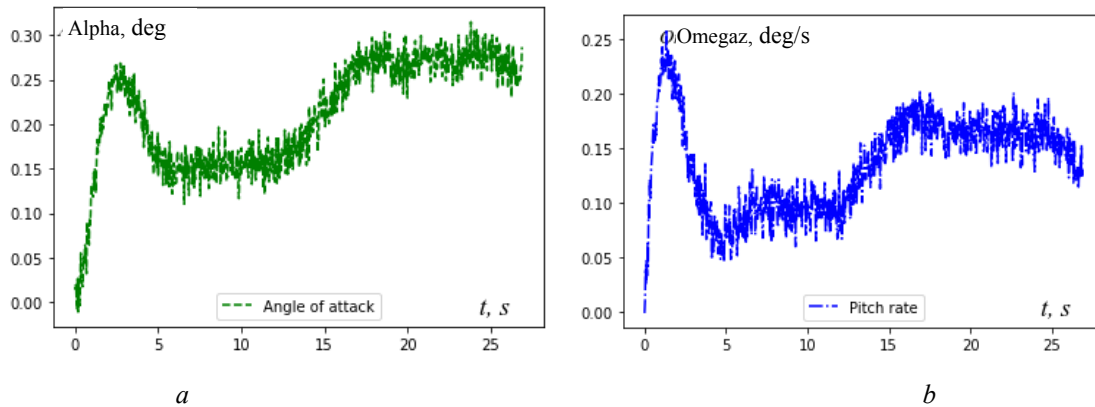


Figure 3. Measurement of signals under the influence of measurement noise:

a — Angle of attack; *b* — Pitch rate

Source: made by O.N. Korsun, M.H. Om, S. Goro

2. Estimation of stability and control derivatives

There are many distinct methods for parametric system identification, and each method has its advantages and disadvantages depending on the system itself [16; 17]. These parametric identification methods are also applicable for detecting dynamic errors in on-board measurements of aircraft based on flight data [18].

The least-squares method (1) was used in this study to estimate the aerodynamic coefficients. Evidently, the least-squares method is more effective for linear systems. The mathematical model of an object can be described as:

$$y_{(t)} = \hat{a}^T x_{(t)}, \quad (3)$$

where $y_{(t)}$ is the vector of the output signal, $x_{(t)}$ is the vector of the regressors, and $\hat{a}$ is the vector of unknown parameters.

The observation model for N number of observations can be expressed as

$$z_{(t)} = y_{(t)} + \varepsilon_{(t)}, \quad (4)$$

where $\varepsilon_{(t)}$ denotes the measurement noise.

Therefore, for each of the N discrete time points at which the measurements are available, it can be described in matrix notation as:

$$Y = X\hat{a} + \varepsilon, \quad (5)$$

where $Y = [y_1 y_2 y_3 \dots y_N]^T$, $\varepsilon = [\varepsilon_1 \varepsilon_2 \varepsilon_3 \dots \varepsilon_N]^T$ are $N \times 1$ size vectors and X is the $N \times p$ $N \times p$ matrix of the independent variables:

$$X = \begin{bmatrix} 1 & x_{1t(1)} & x_{2t(1)} & x_{3t(1)} \\ 1 & x_{1t(2)} & x_{2t(2)} & x_{3t(2)} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & x_{1t(N)} & x_{2t(N)} & x_{3t(N)} \end{bmatrix}.$$

Unlike the maximum likelihood, in the least-squares method (6), the parameters to be estimated must arise in the expressions for the means of the observations. When the parameters appear linearly in these expressions, the least-squares estimation problem can be solved in closed form, and it is relatively straightforward to derive the statistical properties for the resulting parameter estimates. The least-squares method is given by

$$\hat{a} = (X^T X)^{-1} X^T Y, \quad (6)$$

where $\hat{a}$ is the vector of unknown parameters to be estimated, X is the matrix of the object model, and Y is the vector of the output signal.

Only three moment coefficients involved in the angle of attack and pitch rate were estimated, whereas the present study focused on analyzing the effect of numerical differentiation methods on the estimation. The estimation of three moment coefficients using LSM requires the derivative of the pitch rate $\dot{\omega}_z$ for the formation of the output signal vector Y . The object model matrix X is formed by the angle of attack α , pitch rate ω_z and elevator deflection δ . Then, the object model matrix, output signal vector and vector of unknown parameters take the following form:

$$X = \begin{bmatrix} 1 & \alpha_{t(1)} & \omega_{zt(1)} & \delta_{t(1)} \\ 1 & \alpha_{t(2)} & \omega_{zt(2)} & \delta_{t(2)} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & \alpha_{t(N)} & \omega_{zt(N)} & \delta_{t(N)} \end{bmatrix},$$

$$Y = \begin{bmatrix} \frac{d\omega_{z(1)}}{dt} \\ \frac{d\omega_{z(2)}}{dt} \\ \dots \\ \frac{d\omega_{z(N)}}{dt} \end{bmatrix}, \quad \hat{a} = [M_z^\alpha \quad M_z^{\omega_z} \quad M_z^\delta]^T.$$

3. Numerical differentiation methods for the approximation of derivatives

The aerodynamic moments acting on the aircraft in flight are proportional to the derivatives of the corresponding angular velocities of the aircraft, which are usually obtained from the onboard measurements. Therefore, the numerical differentiation methods that ensure the accurate approximation of the derivatives are crucial in aircraft engineering [19].

Generally, differential equations can be solved analytically; however, significant effort and effective mathematical theory are often required, and the closed form of the solution may be too confusing to be useful. When an analytical solution to a differential equation is not available, it is too difficult to deduce, or it takes on a sophisticated form that is unhelpful to apply, an approximate solution can be considered. There are two approaches to this purpose. The first approach is a semi-analytical methods that consider the use of series, that is, integral equations, perturbation methods, or asymptotic methods for obtaining an approximate solution expressed in terms of simpler functions. The second one is numerical solutions. Discrete numeric values can represent solutions with a certain precision. Currently, these numerical arrays (and their associated tables or graphs) are obtained using computers to provide effective solutions to many problems that were previously impossible to obtain [20].

In this study, to approximate the derivative of the pitch rate, forward difference, backward difference, and central difference methods were applied. The finite difference methods — forward difference, backward difference, and central difference —

are used for the numerical approximation of the derivatives of a certain function. The forward difference method approximates the derivative of a function at a particular point by considering the function values at the very point and a nearby point ahead of it. This can be expressed mathematically as follows:

$$f'(x) = \frac{f_{(x+h)} - f_{(x)}}{h}. \quad (7)$$

The backward difference method considers the function values at that point and the nearby point behind it to approximate the derivatives of a function at a particular point. This can be expressed mathematically as follows:

$$f'(x) = \frac{f_{(x)} - f_{(x-h)}}{h}. \quad (8)$$

The central difference method takes the function values at two nearby points, one ahead and one behind it to approximate the derivative of a function at a particular point. This can be expressed mathematically as follows:

$$f'(x) = \frac{f_{(x+h)} - f_{(x-h)}}{2h}, \quad (9)$$

where $f'_{(x)}$ is the derivative of a function, $f_{(x)}$ is the function that is differentiated, and h is the step size.

Moreover, the combination of these three methods “gradient” that is implemented in Python is also utilized for the approximation of the derivative of pitch rate. This combination method “gradient” uses the forward/backward difference methods for approximating the boundary points (first and last points) of the signal and the central difference method is used to calculate the derivatives of interior points of the signal.

Poplavsky method was also applied in this study to approximate the derivatives [19].

The approximation polynomials of k degrees were used to estimate the first derivative. This is expressed as follows:

$$S = \sum_{j=-m}^m b_j y(t_i), \quad (10)$$

$$b_j = \frac{5[5(3m^4 + 6m^3 - 3m + 1)j - 7(3m^2 + 3m - 1)j^3]}{h(m^2 - 1)m(m + 2)(4m^2 - 1)(2m + 3)}, \quad (11)$$

where h is the sampling interval, and m is the sliding interval size.

First, the estimation of aerodynamic parameters using LSM was performed under noise-free conditions to clarify how the method functions without noise. Table 2 presents the results. The estimation was repeatedly executed 15 times and the average of the relative errors of the estimates was calculated.

Table 2

Relative errors of estimates given by numerical differentiation methods under noise-free condition

Method	Relative error M_z^a , %	Relative error $M_z^{\omega_z}$, %	Relative error M_z^δ , %
Forward Difference	1.90588286e ⁻¹²	8.38218384e ⁻¹²	3.89965837e ⁻¹²
Backward Difference	56.54558069	167.07475111	90.06760292
Central Difference	28.27279035	83.53737555	45.03380146
Combination of Methods	1.89378435	1.36827312	0.96303547
Combination of Results	1.89414061	1.36895486	0.96301928
Poplavsky Method_1	8.40614113	28.35047731	14.42287996
Poplavsky Method_2	1.89026931	1.33060582	0.97035183

After obtaining the results calculated by the forward difference method, backward difference method, central difference method, and Poplavsky method, two approaches are proposed considering the efficiency and weaknesses of these methods. The first one is Poplavsky methods-2, where the sample points are cut off along the left and right edges of the dataset in accordance with the size of the sliding window used in the Poplavsky method. The second approach considered a combination of the results obtained by separately using three finite difference methods.

As shown in Table 2, the forward difference method demonstrated superior performance compared to the other methods under noise-free conditions. Combination of methods “gradient”, Combination of results and Poplavsky method also demonstrate their effectiveness in providing satisfactory estimates. The backward difference method is generally less accurate, and when it is used for the output vector, which is crucial in estimating parameters, it provides less favorable estimates. The results provided by the central

difference method are less favorable because this method does not accurately approximate the derivatives at the boundary points. The results show that Poplavsky method also provides gratifying accuracy in the estimation of the parameters under noise-free conditions.

4. Results and discussion

For better accuracy and reliability of the estimates of the stability and control derivatives, the estimation was performed 15 times. For each execution of the program, whereas the normally distributed random variables with zero mean and several values of standard deviation characterized the measurement noise, the relative errors of the estimates were calculated. Subsequently, the average values of the relative errors of the estimates according to the repeated execution of the estimation are obtained. The results obtained by the five methods and two approaches are presented in Tables 3–9 and their graphical presentation is shown in Figures (4–6).

Table 3

Relative errors of estimates given by forward difference method

Std, deg	Relative error M_z^a , %	Relative error $M_z^{\omega_z}$, %	Relative error M_z^δ , %
0.02	0.15205137	0.86688247	0.29560156
0.08	0.66371885	11.94143302	3.2670063
0.2	3.55255766	69.70950238	18.22990503
0.4	19.66459307	258.66536699	63.01107033
0.8	116.90595768	724.5247589	132.21844664

Table 4

Relative errors of estimates given by backward difference method

Std, deg	Relative error M_z^a , %	Relative error $M_z^{\omega_z}$, %	Relative error M_z^δ , %
0.02	56.46582798	167.64983046	90.18434052
0.08	57.33883809	181.78023716	95.01045211
0.2	58.34679468	250.40740951	116.16826948
0.4	54.42187212	459.89022414	175.76298856
0.8	18.73253971	960.14423628	275.98508977

Table 5

Relative errors of estimates given by central difference method

Std, deg	Relative error M_z^a , %	Relative error $M_z^{\omega_z}$, %	Relative error M_z^{δ} , %
0.02	28.30462418	83.64873361	45.08821755
0.08	28.66114439	83.85506646	45.40073055
0.2	30.98583624	89.82494974	48.79572234
0.4	37.10499183	104.01791904	57.41742689
0.8	48.81781812	117.835604	69.74591019

Table 6

Relative errors of estimates given by combination of three methods “gradient”

Std, deg	Relative error M_z^a , %	Relative error $M_z^{\omega_z}$, %	Relative error M_z^{δ} , %
0.02	1.7906732	1.53301677	0.83952767
0.08	1.37399282	3.27782994	1.37076629
0.2	3.40201398	15.52870946	6.96162448
0.4	13.13329098	39.18691594	20.89832966
0.8	36.63975232	85.35310955	51.29733977

Table 7

Relative errors of estimates given by combination of results given by finite difference methods

Std, deg	Relative error M_z^a , %	Relative error $M_z^{\omega_z}$, %	Relative error M_z^{δ} , %
0.02	1.84662819	1.36845403	0.93535781
0.08	1.44177607	3.93460101	1.52677994
0.2	2.89059324	14.78572012	6.41968791
0.4	11.46850026	35.22754859	18.59589663
0.8	35.05152409	87.77718717	51.02816458

Table 8

Relative errors of estimates given by Poplavsky method_1

Std, deg	Relative error M_z^a , %	Relative error $M_z^{\omega_z}$, %	Relative error M_z^{δ} , %
0.02	8.44056384	28.78966508	14.56942007
0.08	8.18407016	29.35411495	14.57706342
0.2	11.86598703	39.18062433	19.97106469
0.4	22.38493718	65.62501345	35.51506445
0.8	41.11094292	101.28620295	59.36737503

Table 9**Relative errors of estimates given by Poplavsky method_2**

Std, deg	Relative error M_z^α , %	Relative error $M_z^{\omega_z}$, %	Relative error M_z^δ , %
0.02	1.76466215	1.89400133	0.71172912
0.08	1.73815893	7.24275427	3.36221295
0.2	12.51837471	27.97205869	17.2391036
0.4	49.55022288	65.28447612	54.77609201
0.8	79.72952628	90.19302059	83.77492038

In the presented Tables 3–9, the notation “Std” stands for the values of the standard deviations that characterized the measurement noise for the simulation of the measurement of the aircraft performance signals using the mathematical equations of flight dynamics. The relative errors in the estimates of the pitch moment coefficient with respect to the angle of attack, which is a static longitudinal stability derivative, are shown in Figure 4.

The relative errors in the estimates of the pitch moment coefficient with respect to the pitch rate, which is a dynamic longitudinal stability derivative, are shown in Figure 5.

The relative errors in the estimates of the pitch moment coefficient with respect to the elevator deflection, which is the longitudinal control derivative, are shown in Figure 6.

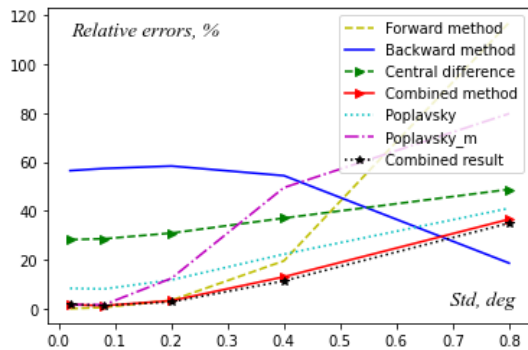


Figure 4. Relative errors of the estimates of pitch moment coefficient with respect to angle of attack M_z^α
Source: made by O.N. Korsun, M.H. Om, S. Goro

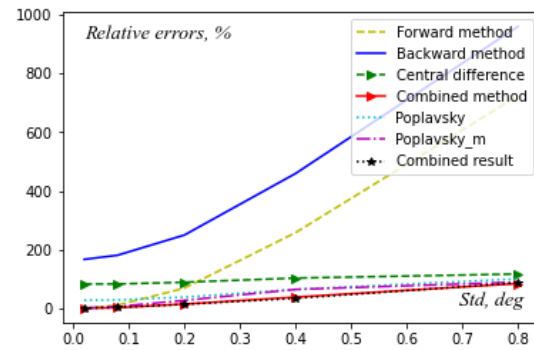


Figure 5. Relative errors of the estimates of pitch moment coefficient with respect to pitch rate $M_z^{\omega_z}$
Source: made by O.N. Korsun, M.H. Om, S. Goro

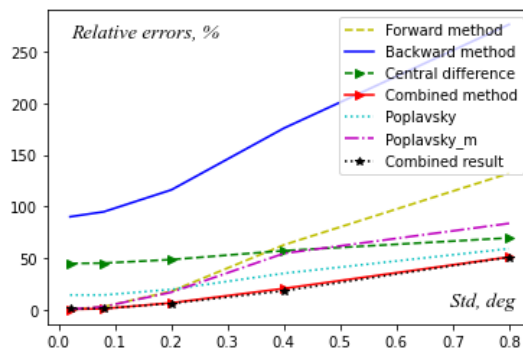


Figure 6. Relative errors of the estimates of pitch moment coefficient with respect to elevator deflection M_z^δ
Source: made by O.N. Korsun, M.H. Om, S. Goro

In Figures 4–6, the X axes of each figure represent the values of standard deviations in degrees that characterize the measurement noise, while the Y axes represent the relative errors of the estimates of the longitudinal stability and control derivatives calculated by the least-squares method, which requires the derivatives of the pitch rate.

According to the results presented in Tables 3–9 and Figures 4–6, it can be observed that the backward difference method is less effective for estimating coefficients. The forward difference method ensures a good and satisfactory result when the noise intensity is relatively low; however, its ability deteriorates with an increase in the noise intensity. The central difference method provides moderate and stable accuracy of the estimation at every level of noise intensity, but it provides a less accurate approximation of the derivatives at the boundary points, resulting in a significant deterioration in the accuracy of the estimation. Poplavsky method also provides a good accuracy of the estimates, and it can be observed that this method is robust and stable despite changes in the noise intensity. The combination of three finite difference methods “gradient” ensures gratifying and stable accuracy for every level of noise intensity.

The forward difference method is efficient for approximating derivatives at the left boundary, and the backward difference method is effective at the right boundary. The central difference method provides better results than the other two methods, but it is observed that this method is much more suitable for finding the derivatives of the interior points. Based on these advantages and disadvantages, a combination of three finite-difference methods was proposed. The three combined methods were observed to be more efficient in handling different levels of noise intensity throughout the entire dataset, as they approximated the derivatives at the boundary points using the forward and backward difference methods, which are generally effective at the boundary points. It also potentially allows for a more accurate approximation of the derivative considering the specific characteristics of noise in different locations.

Nevertheless, in the combination of the three methods, the central difference method still struggles at the second and second last points of the processing time because these two points become the first and last points at the left and right boundaries, where the method has weakness.

The combination of the results obtained by separately approximating the derivatives using three finite-difference methods compensates for this weakness and ensures the enhancement of the accuracy of parameter estimation. Poplavsky method also struggles at the left and right boundaries, but after cutting off the edges according to the size of the sliding window, it becomes more efficient under a low intensity of noise. However, the efficiency of this approach deteriorates with an increase in the intensity of the measurement noise.

Conclusion

This study comprehensively analyzed the effects of numerical differentiation methods: the forward difference method, backward difference method, central difference method, combination of finite difference methods, and Poplavsky method on the estimation of the longitudinal stability and control derivatives of the mathematical model of the motion of the aircraft. Moreover, two proposed approaches take into account the combination of the results separately obtained by three finite difference methods and Poplavsky method-2, where the unnecessary edges of the dataset at the boundaries are cut off.

The numerical differentiation methods are used to approximate the derivatives of the pitch rate that is necessary for forming the output vector in the least-squares method. It is important to note that the choice of method depends on specific tasks and requirements. All of these numerical differentiation methods may have advantages depending on the task. The combination of the results separately obtained by the three finite difference methods can be especially useful in practical applications where noise is present, for example, in scientific experiments, data analysis, or signal processing. This method also has the ability to reduce the

effects of noise and provides reliable estimates of derivatives, even at high noise levels.

Based on the results obtained in this work, it can also be noted that every single point of the dataset is crucial for the parameter estimation, as the first and last points, that is, boundary points, significantly affect the accuracy of estimation. This advantage of the proposed approach enhances the accuracy and reliability of numerical differentiation methods in various scientific research fields.

References / Список литературы

1. Anderson JD. *Introduction to Flight*. 8th edition. USA: McGraw-Hill Publ.; 2016.
2. Lutskiĭ V, Galashev E. *Aerodynamics, stability and controllability of supersonic aircraft*. Moscow: Nauka Publ.; 1998. (In Russ.)
3. Vepa R. *Flight Dynamics, Simulation, and Control, For Rigid and Flexible Aircraft*. Boca Raton: CRC Press; 2014. <https://doi.org/10.1201/b17346>
4. Korsun ON, Poplavsky BK. Technology for identification of aerodynamic coefficients of aircraft based on flight test data. *Modeling of aviation systems*. Moscow: GosNIIAS Publ.; 2011. P. 444–451. (In Russ.) EDN: RROKCT
5. Корсун О.Н., Поплавский Б.К. Технология идентификации аэродинамических коэффициентов летательных аппаратов по данным летных испытаний // Моделирование авиационных систем. М.: Изд-во ГосНИИАС, 2011. С. 444–451. EDN: RROKCT
6. Korsun ON, Om MH, Latt KZ, Stulovskii AV. Real-time aerodynamic parameter identification for the purpose of aircraft intelligent technical state monitoring. *Procedia Computer Science*. 2017;103:67–74. <https://doi.org/10.1016/j.procs.2017.01.014>
7. Anton N, Botez RM, Popescu D. New Methods and Code for Aircraft Stability Derivatives Calculations from its Geometrical Data. *Canadian Aeronautical Society Institute CASI Aircraft Design and Development Symposium*. Kanata, Ont., Canada; 2009:6046.
8. Juliawan N, Chung HS, Lee JW, Kim S. Estimation and Separation of Longitudinal Dynamic Stability Derivatives with Forced Oscillation Method Using Computational Fluid Dynamics. *Aerospace*. 2021;8(11):354. <https://doi.org/10.3390/aerospace8110354>
9. Om MH, Latt KZ, Karapetyan TS. Estimation of aerodynamic parameters in conditions of measurement. *ITM Web of Conferences*. 2017;10:01007. <https://doi.org/10.1051/itmconf/20171001007>
10. Ovcharenko VN. *Identification of aerodynamic characteristics of aircraft by flight data*. MAI Publishing House, Moscow; 2017. (In Russ.)
11. Овчаренко В.Н. Идентификация аэродинамических характеристик воздушных судов по полетным данным. М.: Изд-во МАИ, 2017. 182 с. ISBN 978-5-4316-0403-4
12. Om MH, Latt KZ. Analysis of the influence of input signal forms on the accuracy of identification of aerodynamic parameters in the longitudinal motion of an aircraft. *Cloud of Science*. 2017;4(4):636–649. EDN: YSCXKM
13. Nikolaev SV, Om MH, Latt KZ. Determination of aerodynamic parameters in various conditions of input signal. *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering. 2019 Workshop on Materials and Engineering in Aeronautics*. Moscow; 2020;714(1):012021. <https://doi.org/10.1088/1757-899X/714/1/012021>
14. Morelli EA, Klein V. Accuracy of Aerodynamic Model Parameters Estimated from Flight Test Data. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*. 1997;20(1):74–80. Available from: <https://ntrs.nasa.gov/api/citations/19980048414/downloads/19980048414.pdf> (accessed: 11.01.2024).
15. Maine RE, Iliff KW. *The Theory and Practice of Estimating the Accuracy of Dynamic Flight-Determined Coefficients*. NASA Reference Publication 1077, 1981. Available from: <https://ntrs.nasa.gov/api/citations/19810019327/downloads/19810019327.pdf> (accessed: 11.01.2024).
16. Korsun ON, Om MH. The practical rules for aircraft parameters identification based on flight test data. *Metascience in Aerospace*. 2024;1(1):53–65. <https://doi.org/10.3934/mina.2024003>
17. Efremov AV, Zakharchenko VF, Ovcharenko VN, Sukhanov VL. *Flight dynamics*. Byushgens GS (ed.). Moscow: Mashinostroenie Publ.; 2017. (In Russ.)
18. Ефремов А.В., Захарченко В.Ф., Овчаренко В.Н., Суханов В.Л. Динамика полета / под ред. академика РАН Г.С. Бюшгенса. М.: Изд-во Машиностроение, 2017. 776 p.
19. Korsun ON. *Methods of parametric identification of technical systems*. Moscow: Bauman Moscow State Technical University Publ.; 2011. (In Russ.) EDN: VQLLUZ
20. Корсун О.Н. Методы параметрической идентификации технических систем. М.: Изд-во: МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2011. 69 с. EDN: VQLLUZ
21. Jategaonkar RV. *Flight vehicle system identification: A time domain methodology*. USA, Reston: AIAA Publ.; 2006. <https://doi.org/10.2514/4.866852>
22. Korsun ON, Nikolaev SV, Om M.H. Detection of dynamic errors in aircraft flight data. *IOP Conf. Series: Materials Science and Engineering*. Moscow; 2021;1027:012011. <https://doi.org/10.1088/1757-899X/1027/1/012011>

19. Vasilchenko KK, Kochetkov YuA, Leonov VA, Poplavskii BK. *Aircraft Flight Tests*. Moscow: Mashinostroenie Publ.; 1996. (In Russ.) ISBN 5-217-02574-3

Васильченко К.К., Леонов В.А., Пашковский И.М., Поплавский Б.К. Летные испытания самолетов. 2-е изд.,

перераб. и доп. М.: Машиностроение, 1996. 719 с. ISBN 5-217-02574-3

20. Li Z, Qiao Z, Tang T. *Numerical Solution of Differential Equations*. Cambridge University Press; 2017. <https://doi.org/10.1017/9781316678725>

About the authors

Oleg N. Korsun, Doctor of Technical Sciences, Head of the Scientific and Educational Center, State Scientific Research Institute of Aviation Systems (GosNIIAS), Moscow, Russia; Professor, Department of Design and Certification of Aircraft Engineering, Moscow Aviation Institute (National Research University), Moscow, Russia; eLIBRARY SPIN-code: 2472-6853, ORCID: 0000-0003-3926-1024; e-mail: marmotto@rambler.ru

Moung Htang Om, Ph.D., Post-doctoral Candidate, Department of Design and Certification of Aircraft Engineering, Moscow Aviation Institute (National Research University), Moscow, Russia; ORCID: 0000-0002-7770-2962; e-mail: mounhtangom50@gmail.com

Sekou Goro, Postgraduate Student, Department of Design and Certification of Aircraft Engineering, Moscow Aviation Institute (National Research University), Moscow, Russia; ORCID: 0000-0002-4397-9429; e-mail: gorosekoi@gmail.com

Сведения об авторах

Корсун Олег Николаевич, доктор технических наук, руководитель научно-образовательного центра, Государственный научно-исследовательский институт авиационных систем (ГосНИИАС), Москва, Россия; профессор кафедры проектирования и сертификации авиационной техники, Московский авиационный институт (Национальный исследовательский университет), Москва, Россия; eLIBRARY SPIN-код: 2472-6853, ORCID: 0000-0003-3926-1024; e-mail: marmotto@rambler.ru

Ом Моунг Хтанг, кандидат технических наук, докторант кафедры проектирования и сертификации авиационной техники, Московский авиационный институт (Национальный исследовательский университет), Москва, Россия; ORCID: 0000-0002-7770-2962; e-mail: mounhtangom50@gmail.com

Горо Секу, аспирант кафедры проектирования и сертификации авиационной техники, Московский авиационный институт (Национальный исследовательский университет), Москва, Россия; ORCID: 0000-0002-4397-9429; e-mail: gorosekoi@gmail.com



DOI: 10.22363/2312-8143-2024-25-3-216-236

УДК 671.372.542

EDN: WRWGCN

Научная статья / Research article

μ-робастная устойчивая экстраполяция стационарного случайного процесса с интервально-ограниченной дисперсией

И.Г. Сидоров

Московский политехнический университет, Москва, Россия

✉ igor8i2016@ya.ru

История статьи

Поступила в редакцию: 12 января 2024 г.

Доработана: 21 апреля 2024 г.

Принята к публикации: 14 мая 2024 г.

Заявление о конфликте интересов

Автор заявляет об отсутствии конфликта интересов.

Аннотация. Представлен метод синтеза μ -робастно-устойчивого линейного минимаксного экстраполятора стационарного случайного процесса в условиях интервальной неопределенности параметров измеряемого сигнала. Показана в конструктивном виде μ -робастно-устойчивая минимаксная экстраполяция как по результату, так и по решению. Сформулированы и доказаны теоремы детерминизации и редукции существования и единственности согласованной интервальной седловой точки в задаче экстраполяции с малыми нечетко-интервальными отклонениями в правых частях ограничений на спектральную плотность мощности возмущения измеряемого сигнала в форме согласованной интервальной функции Лагранжа. В конструктивной форме предложен 4-шаговый алгоритм детерминизации поиска оптимума неполностью определенного функционала дисперсии ошибки оценивания к нахождению одноименного оптимума двух полностью определенных (детерминированных) функционалов. Этот подход, в отличие от других (например, вероятностного), всегда обеспечивает существование устойчивого по результату и решению единственного оптимума в задаче интервальной минимаксной экстраполяции за счет регуляризации по малому параметру при производной от собственной функции сингулярно-возмущенного интегро-дифференциального уравнения первого порядка с интегральным оператором типа Вольтера второго рода, определяемым симметрическим, замкнутым вещественным ядром. В отличие от классических методов прогнозирования и оценивания предложенный метод позволяет получить гарантированные интервально устойчивые робастные оценки состояния при некоторых отклонениях действительных вероятностных характеристик исходных данных от гипотетических.

Ключевые слова: седловая точка, некоррелированный, спектральная плотность, робастная устойчивость, регуляризация, минимакс, экстраполяция



Для цитирования

Сидоров И.Г. μ робастная устойчивая экстраполяция стационарного случайного процесса с интервально-ограниченной дисперсией // Вестник Российского университета дружбы народов. Серия: Инженерные исследования. 2024. Т. 25. № 3. С. 216–236. <http://doi.org/10.22363/2312-8143-2024-25-3-216-236>

μ Robust Stable Extrapolation of a Stationary Random Process with Interval Limited Variance

Igor G. Sidorov 

Moscow Polytechnic University, Moscow, Russia

✉ igor8i2016@ya.ru

Article history

Received: January 12, 2024

Revised: April 21, 2024

Accepted: May 14, 2024

Conflicts of interest

The author declares that there is no conflict of interest.

Abstract. A method for synthesizing μ robust stable linear minimax extrapolator of a stationary random process under conditions of interval uncertainty of the parameters of the measured signal is presented. A robust and stable minimax extrapolation is shown in a constructive form of μ , both in terms of the result and the solution. The theorems of determinization and reduction on the existence and uniqueness of a consistent interval saddle point in the problem of extrapolation with small indistinct interval deviations in the right parts of the restrictions on the spectral power density of the perturbation of the measured signal in the form of a consistent interval Lagrange function are formulated and proved. In a constructive form, a 4-step algorithm is proposed for determinizing the search for the optimum of an imperfectly defined functional of the variance of the estimation error to find the optimum of the same name for two fully defined (deterministic) functionals. This approach, unlike others (for example, probabilistic), always ensures the existence of a stable result and solution of a single optimum in the problem of interval minimax extrapolation due to regularization by a small parameter with a derivative of the eigenfunction of a singularly perturbed integro-differential equation of the first order with an integral operator of the Voltaire type of the second kind, defined by a symmetric, closed real the core. Unlike classical forecasting and estimation methods, the proposed method allows us to obtain guaranteed interval-stable robust estimates of the state with some deviations of the actual probabilistic characteristics of the initial data from the hypothetical ones.

Keywords: saddle point, uncorrelated, spectral density, μ robust-stable, regularization, minimax, extrapolation

For citation

Sidorov IG. μ robust stable extrapolation of a stationary random process with interval limited variance. *RUDN Journal of Engineering Research*. 2024;25(3):216–236. (In Russ.) <http://doi.org/10.22363/2312-8143-2024-25-3-216-236>

Введение

Большинство современных задач оптимизации решается в предположении детерминированных параметров оптимизируемой системы. Однако на практике системы в технике, экономике, социологии и т. д. имеют, как правило,

недетерминированные параметры, в частности, ими могут быть интервально неопределенные параметры, такие как спектральные интервальные плотности ошибок измерения полезного сигнала и/или неизвестного интервально-нечеткого возмущения, присутствующего в измерениях полезного сигнала. В этих условиях

получить аналитическое решение оптимальной задачи экстраполяции или фильтрации не представляется возможным. Достаточно часто математическая модель системы управления учитывает лишь допустимые области изменения наблюдаемых параметров управляемой системы и характеристик ее отдельных элементов без конкретизации самих этих параметров и характеристик. Указанные области могут определяться, например, интервальными ограничениями, соответствующими заданным техническим допускам на систему. Решение таких задач требует специальных методов, отличных от методов обычных детерминированных уравнений. В ряде работ группы авторов [1–4] предложили несколько фундаментальных подходов к решению задач линейной минимаксной экстраполяции для стационарного случайного процесса, получивших распространение в научной литературе в период 1991–2017-х гг. Среди них была рассмотрена задача минимаксной экстраполяции стационарного случайного процесса с непрерывным и дискретным временем поставлена и решена О.М. Куркиным [1]. Задача синтеза экстраполяции временных стационарных в широком смысле временных последовательностей на интервале времени исследовалась в [2]. Несколько результатов было получено М. Moklyachuk и А. Yu. Masyutka в [3], в которой была решена задача линейной минимаксно-робастной экстраполяции линейных функционалов для пропущенных значений стандартной векторной стационарной случайной последовательности с ортогональными значениями конечного ранга. Ими было показано, что максимальную среднеквадратическую ошибку в оценке линейных функционалов дает модель скользящего среднего первого порядка. Рассмотрена задача линейной экстраполяции процесса, когда спектральные интервальные плотности ошибок измерения сигнала удовлетворяют моментным условиям и известным априорным ограничениям в форме вещественно неотрицательно-определенных симметричных интервалов по отношению к ожидаемым незадаанным границам своих ограничений требуемой

ширины. Рассматривается μ робастно-устойчивая интервальная гарантирующая оценка, под которой понимается наилучшая оценка параметров полезного сигнала в смысле минимума ошибок измерений и возмущений с интервальными спектральными плотностями, принадлежащими множеству неотрицательно определенных плотностей. μ Робастно-устойчивая минимаксная экстраполяция понимается по параметру μ как множителю при производной от искомой собственной функции в интегральном уравнении Гренандера, определяющем оптимальный минимаксный экстраполятор, как регуляризация задачи, обеспечивающая устойчивость ее как по решению, так и по ее результату. Решение проблемы сводится к решению двух полностью определенных задач условной оптимизации того же вида [4]. При этом используется математическая теория сравнений интервалов, позволяющая заменить сравнение интервалов сравнением их нижних и верхних границ и выделить максимальный и минимальный интервал в рамках сохранения μ робастной устойчивости задачи экстраполяции. В исследовании показано, что линейный минимаксный μ робастно-устойчивый интервальный экстраполятор совпадает с оптимальным линейным экстраполятором для объединенных множеств всех нижних (верхних) значений игры, которые образованы нижними (верхними) значениями детерминированных «точечных» игр с интервальными стратегиями игроков и их функциями выигрыша. Показано, что оптимальный интервальный экстраполятор совпадает с минимаксным детерминированным экстраполятором в форме согласованной интервальной функции Лагранжа по ее первой компоненте искомого экстраполятора и второй, спектральной, компоненте наихудшего возмущения с регулярной областью допустимых ее нижней (верхней) граничной задачи. Указанный подход позволяет в конструктивной форме построить 4-шаговый μ робастно-устойчивый алгоритм решения интервальной задачи минимаксной экстраполяции, который реализует метод детерминизации.

1. Постановка задачи минимаксной экстраполяции при отсутствии ошибок измерений в непрерывном времени

Предположим, что фактическая составляющая измеренного сигнала была сформирована из определенного возмущения с помощью динамической системы управления

$$\dot{\tilde{\mathbf{x}}}(t) = \mathbf{A}\tilde{\mathbf{x}}(t) + \mathbf{b}\tilde{u}(t). \quad (1)$$

Здесь постоянная матрица $\mathbf{A}$ размерности $n \times n$, $t \in (-\infty, +\infty)$, $\tilde{\mathbf{x}}(t) \in R^n$ является вектором состояния системы; $\mathbf{b}$ — постоянный вектор; $\tilde{u}(t)$ — неизвестное интервально-нечеткое возмущение или управление, представляющее скалярный стационарный случайный процесс с нулевым средним значением с единственной информацией о его интервально-нечеткой корреляционной функции об ограничении на его интервально-нечеткую дисперсию, которая удовлетворяет неравенству

$$E \tilde{u}^2(t) \leq \tilde{a},$$

где $E(\bullet)$ обозначает математическое ожидание, $\tilde{u}^2(t)$; $\tilde{a} < \infty$ — фиксированная интервально-нечеткая мощность возмущения и, возможно, ограничение на область концентрации его спектральной плотности — $h_{\tilde{u}}(\lambda)$ в точке $\lambda \in \Lambda$; Λ — заданное подмножество частотной оси. Измеренный сигнал $\tilde{\mathbf{y}}(t)$ по результатам наблюдений на временном интервале $t \in (-\infty, t_0)$ представим в виде

$$\tilde{\mathbf{y}}(t) = \mathbf{C}^T \tilde{\mathbf{x}}(t). \quad (2)$$

Сделаем следующие предположения относительно матриц $\mathbf{A}$, $\mathbf{b}$, и $\mathbf{C}$:

1) система «измеритель — объект» (1), (2) является наблюдаемой системой

$$\text{rank} \left(\mathbf{C}, \mathbf{A}^T \mathbf{C}, \dots, (\mathbf{A}^{n-1})^T \mathbf{C} \right) = n.$$

На протяжении всей статьи rank будет матричным оператором принятия ранга над соответствующей составной матрицей:

$$\mathbf{C}, \mathbf{A}^T \mathbf{C}, \dots, (\mathbf{A}^{n-1})^T \mathbf{C}.$$

Это означает, что если хотя бы один из его миноров порядка n отличается от нуля, при этом каждый минор порядка $(n+1)$ равен нулю;

2) система «измеритель — объект» (1), (2) является «маскируемой» возмущением, т.е. любое ее состояние можно всегда выразить в виде

$$\tilde{\mathbf{x}}(t) = \int_{-\infty}^t e^{\mathbf{A}(t-\tau)} \mathbf{b} \tilde{u}(\tau) d\tau \quad (3)$$

или эквивалентное условие

$$\text{rank}(\mathbf{b}, \mathbf{A}\mathbf{b}, \dots, \mathbf{A}^{n-1}\mathbf{b}) = n.$$

Так как $y(t)$ — гауссовский случайный процесс, то наилучшей экстраполяцией является линейная экстраполяция, которая в данном случае имеет вид

$$\hat{s}(t+T) = \int_{-\infty}^t g(t+T-\tau) y(\tau) d\tau,$$

чтобы найти переходную функцию $g(t)$ физически реализованного фильтра, который оценивает процесс

$$s(t+T) = \int_{-\infty}^t q^T(t+T-\tau) x(\tau) d\tau$$

в момент времени $t+T$, $T > 0$.

Здесь $q(t)$ — заданная функция «вектор-строка» размера n линейного преобразования, которое задается строкой частотных характеристик $Q(\lambda)$ полезного сигнала $\mathbf{x}=\mathbf{x}(t)$ стационарного n -мерного процесса.

Критерием качества является дисперсия ошибки прогнозирования с периодом времени экстраполяции T :

$$\min_g \max_{\tilde{u}} \mathbb{E} [\hat{s}(t_0+T) - s(t_0+T)]^2 =$$

$$= \min_{G \in K^{ext}} \sup_{\tilde{h} \in \tilde{\Xi}} D(G, \tilde{h}), \quad (4)$$

где G — передаточная функция, связанная с функцией $g(t)$, $\tilde{h}$ — параметрический спектр неизвестного интервально-нечеткого возмущения $\tilde{u}(t)$, K^{ext} — класс комплекснозначных линейных экстраполяторов, $\tilde{\Xi}$ — класс спектра возмущений $\tilde{\Xi} \subseteq L_1(\Lambda)$, где $L_1(\Lambda)$ — класс абсолютно интегрированных вещественных функций на Λ , определяемый как

$$\tilde{\Xi} = \{ \tilde{h}(\lambda, q) \in L_1 : \tilde{I}(\tilde{h}) =$$

$$= \frac{1}{2\pi} \int_{\Lambda} \tilde{h}(\lambda, q) \Psi(\lambda) d\lambda \leq \tilde{D}_u \}. \quad (4a)$$

Для фиксированной спектральной плотности $\tilde{h} \in \tilde{\Xi}$ оптимальный линейный экстраполятор $G^{ext}(\lambda)$ находится путем решения экстремальной задачи

$$\min_{G \in K^{ext}} \sup_{\tilde{h} \in \tilde{\Xi}} D(G, \tilde{h}). \quad (5)$$

Таким образом, задача сводится к нахождению частотных характеристик по минимаксному критерию (4). Представляет интерес рассмотрение ситуаций, в которых известна точная форма спектральной плотности мощности сигнала, но форма спектральной плотности мощности возмущения неизвестна. Относительно неизвестной компоненты $\tilde{h}(\lambda, q)$ известно лишь, что она удовлетворяет условию параметрической интервальной нечеткости:

$$\tilde{h}(\lambda, q) = (1-q) \underline{h}(\lambda) + q \bar{h}(\lambda), \quad (5a)$$

где $\underline{h}(\lambda)$ — неизвестная ожидаемая нижняя граничная реализация, $\bar{h}(\lambda)$ — неизвестная ожи-

даемая верхняя граничная неизвестных параметрических составляющих спектральных плотностей $\tilde{h}(\lambda, q)$, которые слабо меняются при изменении параметра q , $q \in [0, 1]$ — параметр, задающий возможную степень девиации реализации $\tilde{h}(\lambda, q)$, на ее интервале нечеткости $\tilde{\Xi} = [\underline{h}(\lambda), \bar{h}(\lambda)]$, $\tilde{h}(\lambda, q) \in \tilde{\Xi}$ от ее ожидаемых граничных реализаций, $\tilde{h}(\lambda, q)$ сосредоточена на ожидаемой полосе частот Λ_1 :

$$\tilde{h}(\lambda, q) = 0, \text{ если } \lambda \notin \Lambda_1$$

положительной меры $mes \Lambda_1 > 0$ (возможна и бесконечная мера), интервальный параметр $\tilde{D}_u$ в правых частях ограничений (4.a) представлен в виде симметричного интервала

$$\tilde{D}_u = [D_u - \delta, D_u + \delta]$$

с малыми неотрицательными отклонениями δ , где $\tilde{D}_u < \infty$ — фиксированная мощность возмущения, $\Psi(\lambda)$ — неотрицательная заданная четная функция по частоте λ , удовлетворяющая условию Пейли — Винера:

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{|\ln \Psi(\omega)|}{1 + \omega^2} d\omega < \infty. \quad (6)$$

Мы будем рассматривать $\tilde{\Xi}$ в дальнейшем как подпространство $L_2(\lambda)$ гильбертова пространства комплекснозначных функций, заданных на частотной оси $[-\infty, \infty]$, интегрируемых по квадрату относительно меры Лебега с плотностью $\tilde{h}(\lambda, q)$, неравной нулю. Будем считать далее, что множество спектральных плотностей, заданных в виде (5a) и удовлетворяющих ограничениям (4a), принадлежит выпуклому слабому компакт $\tilde{\Xi}$ допустимых неотрицательно определенных спектральных плотностей возмущений помехи. В [5] впервые предложен такой подход к задаче интерполяции для стационарных процессов. Аналогичный при-

чинный случай был рассмотрен для интервальной нечеткости линейной динамической системы с параметрической неопределенностью спецификации только в матрице состояний в рамках формы Н-устойчивости с ограниченной дисперсией случайного возмущения в полезной составляющей модели сигнала в [6]. Для этой задачи теперь мы можем сформулировать следующую теорему без очевидного доказательства, которая дает методику поиска наименее благоприятных спектров в определенных случаях.

Теорема 1. *Данная задача имеет седловую точку в силу того, что критерий оценивания $D(G, \tilde{h})$ является линейным функционалом по $\tilde{h}$ и множество всех $\tilde{h}(\lambda, q)$ с ограниченной интервальной дисперсией*

$$\frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{h}(\lambda, q) \Psi(\lambda) \leq \tilde{D}_u$$

является выпуклым, слабо компактным и функционал выигрыша $\tilde{D}(\tilde{G}, \tilde{h})$ является квадратичным по $\tilde{G}$ и линейным по $\tilde{h}$. Условия выпуклости-вогнутости, которые требуются при использовании известных теорем из теории игр [7], выполняется классическое условие существования седловой точки и мы имеем соответствующее соотношение, определяющее седловую точку:

$$\begin{aligned} \min_{G \in K^{ext}} \max_{\tilde{h} \in \tilde{\Xi}} D(\tilde{G}, \tilde{h}) &= \\ &= \max_{\tilde{h} \in \tilde{\Xi}} \min_{G \in K^{ext}} D(\tilde{G}, \tilde{h}) = \tilde{D}_{opt}. \end{aligned} \quad (7)$$

Таким образом, проблему следует интерпретировать как антагонистическую игру $\Gamma(D, \tilde{\Xi}, K^{ext})$, где функционал выигрыша $\tilde{D}(\tilde{G}, \tilde{h})$ связан с соответствующими стратегическими пространствами двух игроков: пространство первого игрока, названного природой, стремящегося максимизировать $\tilde{D}(\tilde{G}, \tilde{h})$, и пространство второго K^{ext} игрока, названного исследователем, стремящегося минимизировать $\tilde{D}(\tilde{G}, \tilde{h})$. Отметим, что в данной математической поста-

новке алгоритма гарантированного решения интервальной задачи μ робастно-устойчивой линейной минимаксной экстраполяции соблюдаются все требования по обеспечению его возможности широкого применения на практике [8] — по оптимальности, однозначности, несмещенности и сходимости. Однозначность и несмещенность алгоритма гарантированного интервального μ робастно-устойчивого прогноза очевидна. Указанный алгоритм также и оптимален в том смысле, что экстремальные полиномы на интервале прогноза T выделяют из всего множества реализаций $y(t)$, $t \in (-\infty, t_0 + T)$ область, содержащую только такие реализации, которые могли бы наблюдаться на интервале $t \in (-\infty, t_0)$ при условии, что ошибка измерений $\varepsilon(t)$ лежит в некоторых пределах $\varepsilon(t) \in [\Delta_1(t), \Delta_2(t)]$, т. е. область, ограниченная экстремальными полиномами на интервале T , является наименьшей из возможных, в которой находится гарантированно истинная реализация $y(t)$. Оптимальная оценка, характеризующая точность гарантированного прогноза, может быть записана как

$$\ell^*(t) = \min_{y_\alpha, y_\beta \in N} \max_{\forall t \in T} |y(t)_\alpha - y(t)_\beta|, \quad (7a)$$

где N — множество, содержащее на интервале T только такие реализации $y(t)$, которые лежат в интервале измерений $[z(t) - \Delta_1(t), z(t) + \Delta_2(t)]$, где $z(t)$ — результаты наблюдений реализации случайного процесса $y(t)$. Асимптотическая сходимость рассматриваемых алгоритмов прогноза вытекает из свойств экстремальных полиномов, например полиномов Карлина [7], и может быть доказана с использованием теоремы 2.4 [7] в смысле критерия (7a).

Система соотношений, определяющих седловую точку в задаче минимаксной экстраполяции

Теорема 1 может быть применена для нахождения решений задачи экстраполяции для стационарного случайного процесса в случае спек-

тральной неопределенности, когда спектральная плотность возмущения точно неизвестна.

Спектральная плотность сигнала из (2) может быть представлена в виде

$$X_u(\lambda, q) = T(\lambda) + \tilde{h}(\lambda, q), \quad (7б)$$

где известна неотрицательная составляющая $T(\lambda)$, удовлетворяющая условию Пейли — Винера (6) и $\tilde{h}(\lambda, q) \in K^{ext}$ является неизвестной составляющей в спектре сигнала. Решение задачи (5) можно найти для этого случая, применив результаты [1] относительно связи задачи минимаксной фильтрации с решением проблемы марковских моментов [9].

Пусть $T(\lambda) = 0$, тогда система соотношений, определяющих седловую точку в этом случае, определяется формулами

$$\Psi(\lambda) = |\varphi(\lambda)|^2; \quad (8)$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{[Q(\lambda)X_u^+(\lambda, q)]_-^2}{\tilde{\alpha}\Psi(\lambda)} d\lambda; \quad (9)$$

$$\sqrt{\tilde{\alpha}}X_u(t, q) = \int_0^T K(t, \xi)X_u(\xi, q)d\xi;$$

$$K(t, \xi) = \int_{-\infty}^{\min[t; T-\xi]} P(t-\tau)a(t+\xi)d\tau. \quad (9а)$$

$$\tilde{G}^{ext}(\lambda, q) = \frac{[Q(\lambda)X_u^+(\lambda, q)]_-}{X_u^+(\lambda, q)} =$$

$$= Q(\lambda) - \tilde{\mu}_{\max} \frac{X_u^-(\lambda, q)}{X_u^+(\lambda, q)} \varphi^*(\lambda), \quad (10)$$

где $\tilde{\alpha}$ — интервальный коэффициент Лагранжа, удовлетворяющий системе соотношений, определяющий седловую точку минимаксного экстраполятора [1, пункт 3. 6. 1] $X_u(t, q)$ — функция оригинал изображения $X_u^+(\lambda, q)$, $P(t)$ — оригинал изображения $1/\varphi(\lambda)$; $a(t)$ — ори-

гинал изображения $Q(\lambda)$ на отрезке времени $0 \leq t \leq T$; $\varphi(\lambda)$ — результат факторизации

$$\Psi(\lambda) = \varphi^+(\lambda)\varphi^-(\lambda), \quad \varphi^*(\lambda) = \varphi^-(\lambda); \quad \tilde{\lambda}_{\max} —$$

максимальное нечетко интервальное собственное значение, соответствующее собственной функции $X_u^-(\lambda, q)$ в однородном интегральном уравнении Гренандера [10]. Дисперсию ошибки экстраполяции с периодом времени экстраполяции можно в этом случае представить в виде

$$\tilde{D}^{ext}(\lambda, q) =$$

$$= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} |G(\lambda, q) - Q(\lambda)|^2 \tilde{h}(\lambda, q) d\lambda = \tilde{\alpha} \tilde{\lambda}_{\max}^2. \quad (11)$$

В соотношениях (9), (10) и далее подразумевается использование α -уровневого принципа обобщения с интервальной арифметикой для выполнения алгебраических и арифметических операций с нечеткими числами или функциями [10], символы в уравнениях (9), (10) для функций и символы $A_+(\lambda)$ и $A_-(\lambda)$ были введены как соответствующие операции разделения функции $A(\lambda)$ в нижней и верхней аналитической полуплоскости, соответственно $A^+(\lambda)$, $A^-(\lambda)$ и являются причинной и не причинной частями удовлетворяющей факторизации функции $A(\lambda) = A^+(\lambda)A^-(\lambda)$, при фиксированной $G(\lambda, q)$, $\tilde{h}(\lambda, q)$ является решением задачи проблемы моментов Маркова [9], касающейся возмущения спектральной плотности (точно неизвестной), связанной с критерием минимаксной среднеквадратичной ошибки (4).

2. μ робастно-устойчивая минимаксная экстраполяция по результату и решению

Для того чтобы продемонстрировать разработку методики, мы предлагаем рассмотреть переход от интегрального уравнения (9.1) к эквивалентному сингулярно возмущенному

интегро-дифференциальному уравнению [12] первого порядка с интегральным оператором типа Вольтера второго рода, определяемым симметрическим, замкнутым вещественным ядром $K(t, \xi)$, содержащим малый параметр μ как множитель при производной от собственной функции $X_{\tilde{u}}(t, q)$. Такая процедура вполне корректна и целесообразна при наличии незначительных малых возмущений, неизбежно возникающих, например, при появлении небольших изменений в границах изменения параметров модели для данной задачи в верхней оценке $\tilde{a}$ дисперсии возмущения $\tilde{u}(t)$ в уравнении объекта (1). Решение интегрального уравнения второго рода (в отличие от уравнения первого рода) — корректная задача. В результате такого перехода мы получим эквивалентное в указанном выше смысле равносильное интегро-дифференциальное уравнение в нечетко-интервальном виде

$$\mu \dot{X}_{\tilde{u}}(t, q) = -\sqrt{\tilde{a}} X_{\tilde{u}}(t, q) + \int_0^T K(t, \xi) X_{\tilde{u}}(\xi, q) d\xi + f(t), \quad (12)$$

$$X_{\tilde{u}}(0, q, \mu) = X_{\tilde{u}}^0, \quad (13)$$

где функцию $f(t) \in L_2$, согласно лемме 1, будем считать ортогональной всем собственным функциям союзного ядра $K(\xi, t)$ уравнения (12), отвечающим тому же собственному числу $\tilde{\lambda} = \sqrt{\tilde{a}}$. Лемма 1 «о возможном выборе ортогональной функции $f(t)$ к собственным функциям ядра $K(\xi, t)$ » приведена в приложении. В этом случае, как известно [12, теорема 6.7]), существует регуляризируемое решение уравнения (12). При малом параметре регуляризации μ связь между решением уравнения (12) и союзным, однородным к нему уравнением устанавливается альтернативой Фредгольма (разрешимость при любой $f(t)$ из гильбертова пространства) [13]. Ядро $K(\xi, t)$ в уравнении (12) обладает свойством $K(\xi, t) = 0$

при $t > \xi$, то есть уравнение (12) является уравнением типа Вольтерра, поэтому в силу теоремы [13, с. 461] для него всегда имеет место первый случай альтернативы Фредгольма. Для уравнения (12) справедлива теория, развитая в [14].

Докажем теорему об устойчивости задачи экстраполяции относительно ошибок вычисления функций $X_{\tilde{u}}(t, q)$ и результата задачи

$\tilde{D}^{ext}(\lambda, q)$, которая указывает соотношение между параметром регуляризации μ и вычислительной погрешностью $\tilde{\epsilon}$, обеспечивающее сходимость вычисленного гарантированного результата к истинному.

В дальнейшем задачу экстраполяции (5) будем называть задачей (E) , а задачу экстраполяции (5) с малыми нечетко-интервальными отклонениями в правых частях ограничений на спектральную плотность мощности возмущения в классе (5а) задач $(E_{\tilde{\epsilon}})$. Число $\tilde{\epsilon}$ будем интерпретировать как интервальную погрешность определения параметра в задаче $(E_{\tilde{\epsilon}})$ и считать, что справедливо в нечетко-интервальном смысле неравенство $|\tilde{D}_{\tilde{u}} - \tilde{D}_{\tilde{u}}^{\tilde{\epsilon}}| \leq \tilde{\epsilon}$.

Введем определения робастной устойчивости задачи $(E_{\tilde{\epsilon}})$ по результату и по решению.

Определение 1. Задача $(E_{\tilde{\epsilon}})$ называется робастно-устойчивой по результату, если найдется такое интервально-нечеткое число $\tilde{\epsilon}_0 > 0$, что при всех $\tilde{\epsilon} \leq \tilde{\epsilon}_0$ задача $(E_{\tilde{\epsilon}})$ разрешима и для любой последовательности $\{\tilde{\epsilon}_k\} \rightarrow 0$ существует предел $\lim_{k \rightarrow \infty} \tilde{D}_{opt}^{\tilde{\epsilon}_k} = \tilde{D}_{opt}$.

Определение 2. Задача $(E_{\tilde{\epsilon}})$ называется робастно-устойчивой по решению, если для любого интервально-нечеткого числа $\tilde{\delta} > 0$ найдется такое $\tilde{\epsilon}_0 > 0$, что при всех $\tilde{\epsilon} \leq \tilde{\epsilon}_0$ задача $(E_{\tilde{\epsilon}})$ разрешима и множество ее решений

принадлежит интервально-нечеткой окрестности множества решений P задачи (E) .

Теорема 2. Для робастной устойчивости задачи $(E_{\tilde{\varepsilon}})$ по результату необходимо и достаточно, чтобы она была робастно-устойчивой по решению.

Доказательство:

1) *Достаточность.* Зададим произвольное интервально-нечеткое $\tilde{\omega} > 0$. Пусть $\tilde{\varepsilon}_0$ таково, что при всех $\tilde{\varepsilon} \leq \tilde{\varepsilon}_0 \leq \tilde{\omega}$ решения $X_{\tilde{u}}^{\tilde{\varepsilon}}(t)$ принадлежат $\tilde{\omega}$ — окрестности множества решений P задачи (E) . Тогда согласно уравнению (11)

$$\begin{aligned} |D_{opt} - D_{opt}^{\tilde{\varepsilon}_k}| &= |\tilde{a}\tilde{\lambda}_{\max}^2 - \\ &- (\tilde{a} + \tilde{\varepsilon}_k)\tilde{\lambda}_{\max}^2| = \tilde{\varepsilon}_k \tilde{\lambda}_{\max}^2 \rightarrow 0 \end{aligned}$$

при $\{\varepsilon_k\} \rightarrow 0$, поскольку ядро $K(t, \xi)$ уравнения (12) в этих условиях не изменилось, не изменилось и максимальное интервально-нечеткое собственное значение $\tilde{\lambda}_{\max}$ ядра $K(t, \xi)$.

Замечание 1. Отметим без доказательства, что в условиях небольшого изменения ядра $K(t, \xi)$ по малому возмущению $f(t)$ уравнения (12), достаточное условие теоремы 2 также верно.

2) *Необходимость.* Пусть задача $(E_{\tilde{\varepsilon}})$ робастно устойчива по результату, по определению 2 имеем $\tilde{\varepsilon}_0 > 0$ такое, что при всех $\tilde{\varepsilon} \leq \tilde{\varepsilon}_0$ выполнимо условие

$$|\tilde{D}_{opt} - \tilde{D}_{\tilde{\varepsilon}_k}| \leq \tilde{\varepsilon}$$

Определим необходимое число $\tilde{\varepsilon}(\tilde{\delta})$ по произвольному числу $\tilde{\delta}$, для которого должно соблюдаться условие

$$|X_{\tilde{u}}^{opt}(t, q) - X_{\tilde{u}}^{\tilde{\varepsilon}}(t, q)| \leq \tilde{\delta}(\tilde{\varepsilon}).$$

Из уравнения (11) имеем

$$\begin{aligned} |\tilde{D}_{opt}(\lambda, q) - \tilde{D}^{\tilde{\varepsilon}}(\lambda, q)| &= \\ &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} |G(\lambda, q) - Q(\lambda)|^2 (|\tilde{h}(\lambda, q) - \\ &- \tilde{h}^{\tilde{\delta}(\tilde{\varepsilon})}(\lambda, q)|) d\lambda \leq \tilde{\varepsilon}. \end{aligned} \quad (14)$$

Вынесем за знак интеграла в (14) максимум функции $|\tilde{h}(\lambda, q) - \tilde{h}^{\tilde{\delta}(\tilde{\varepsilon}_k)}(\lambda, q)|$, последний достигается в силу принадлежности функции $\tilde{h}(\lambda, q)$ классу положительных функций, интегрируемых по Лебегу вместе с квадратом модуля функций $L_2(\Lambda)$, заданных на измеримом подмножестве Λ действительной прямой, и обозначим значение интеграла $\frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} |G(\lambda, q) - Q(\lambda)|^2 d\lambda$ через $M(q)$ при фиксированной частотной характеристике фильтра-экстраполятора $G(\lambda, q)$, тогда получим оценку сверху для абсолютного изменения искомой функции $\tilde{h}(\lambda, q)$ в виде

$$\sup_{-\infty < \lambda < \infty} |\tilde{h}(\lambda, q) - \tilde{h}^{\tilde{\delta}(\tilde{\varepsilon}_k)}(\lambda, q)| \leq \frac{1}{M(q)} \tilde{\varepsilon}_k.$$

Выбирая $\tilde{\delta}(\tilde{\varepsilon}_k)$ равным $\frac{1}{M(q)} \tilde{\varepsilon}_k$,

будем иметь устойчивость задачи (E) по решению при $\{\tilde{\varepsilon}_k\} \rightarrow 0$ и в оригинале $X_{\tilde{u}}^{opt}(t, q)$, поскольку выполнимо равенство Парсеваля [13], связывающее малые изменения функции $\tilde{h}(\lambda, q)$ с малыми изменениями ее оригинала $X_{\tilde{u}}^{opt}(t, q)$, выполнимыми не только в пространстве функций с суммируемым квадратом $L_2[-\pi, \pi]$ на отрезке $[-\pi, \pi]$ или в пространстве функций с суммируемым квадратом $L_2(-\infty, +\infty)$ на всей прямой $(-\infty, +\infty)$, но и для пространства обобщенных функций S_{∞}^* ,

соответствующего пространству функций S_∞ , бесконечно дифференцируемых и убывающих на бесконечности вместе со своими производными быстрее, чем любая степень [13], включающего и обобщенную функцию путем введения понятия преобразования Фурье для обобщенных функций с сохранением равенства Планшереля:

$$\begin{aligned} \int_{-\infty}^{+\infty} |\tilde{h}(\lambda, q) - \tilde{h}^{\tilde{\delta}(\tilde{\epsilon}_k)}(\lambda, q)|^2 d\lambda &= \\ &= \int_{-\infty}^{+\infty} |X_u^{opt}(t, q) - X_u^{\tilde{\delta}(\tilde{\epsilon}_k)}(t, q)|^2 dt, \end{aligned}$$

следовательно, число $\tilde{\delta}(\tilde{\epsilon}_k) = \frac{1}{M(q)} \tilde{\epsilon}_k$ — также приемлемо и для искомой функции $X_u^{opt}(t, q)$. Теорема доказана.

Пример 1. Рассмотрим экстраполяцию на один шаг вперед в дискретном времени в соответствии с уравнением (12). Дисперсия ошибки экстраполяции в этом случае имеет выражение, аналогичное выражению для этой величины, полученному в [1]

$$D_{ext} = 2\pi e^{2\beta_0},$$

а наименее благоприятная спектральная плотность полезного сигнала реализует решение задачи

$$\begin{aligned} \beta_0 &= \beta_0(\tilde{h}, q) = \\ &= \frac{1}{4\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \ln[\tilde{h}(\lambda, q) + T(\lambda)] d\lambda \rightarrow \\ &\rightarrow \max; \tilde{h}(\lambda, q) \in \tilde{\Xi}. \end{aligned}$$

В частности, когда $T(\lambda) = 0$,

$$\beta_0(\tilde{h}) = \frac{1}{4\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \ln[\tilde{h}(\lambda, q)] d\lambda.$$

Отметим, что β_0 с точностью до постоянного множителя совпадает с функционалом удельной энтропии наблюдаемого процесса, поэтому в случае $Q(\lambda) = 1; e^{i\lambda}$ наименее благоприятная спектральная плотность полезного сигнала должна максимизировать функционал удельной энтропии наблюдаемого процесса [15].

Покажем, что задача робастно устойчива по результату. Зададим произвольное $\tilde{\epsilon} > 0$. Пусть $\tilde{h}^{\tilde{\epsilon}}(\lambda, q)$ принадлежит $\tilde{\epsilon}$ -окрестности решения задачи экстраполяции функции $\tilde{h}(\lambda, q) > 0$:

$$|\tilde{h}^{\tilde{\epsilon}}(\lambda, q) - \tilde{h}(\lambda, q)| \leq \tilde{\epsilon},$$

в силу неравенства $\ln(1+x) < x$, $x > 0$, получим верхнюю оценку границы в изменении результата задачи $\tilde{\delta}(\tilde{\epsilon})$ в зависимости от заданного малого положительного числа $\tilde{\epsilon}$:

$$\begin{aligned} \left| \ln \tilde{h}^{\tilde{\epsilon}}(\lambda, q) - \ln \tilde{h}(\lambda, q) \right| &\leq \\ &\leq \left| \ln(\tilde{h}(\lambda, q) + \tilde{\epsilon}) - \ln \tilde{h}(\lambda, q) \right| = \\ &= \left| \ln \frac{\tilde{h}(\lambda, q) + \tilde{\epsilon}}{\tilde{h}(\lambda, q)} \right| = \\ &= \left| \ln \left(1 + \frac{\tilde{\epsilon}}{\tilde{h}(\lambda, q)} \right) \right| \leq \frac{\tilde{\epsilon}}{\tilde{h}(\lambda, q)} = \tilde{\delta}(\tilde{\epsilon}) = \tilde{\epsilon}. \end{aligned}$$

Случай обращения в ноль функции $\tilde{h}(\lambda, q)$ при $|\lambda| \rightarrow \infty$ учитывается с учетом абсолютной интегрируемости функции $\tilde{h}(\lambda, q)$, а значит, и функции $\tilde{h}^{\tilde{\epsilon}}(\lambda, q)$ на устойчивость по результату в силу выполнимого выше указанного логарифмического неравенства для малых значений положительной функции $\tilde{h}(\lambda, q) \rightarrow 0$ при $\lambda \geq \lambda_0, \lambda \rightarrow \infty$, поскольку крайние интегралы

$$\int_{-\infty}^{-\lambda_0} \ln[\tilde{h}(\lambda, q)] d\lambda, \int_{\lambda_0}^{+\infty} \ln[\tilde{h}(\lambda, q)] d\lambda$$

при $|\lambda| \rightarrow \infty$ в разложении исходного интеграла в параметре $\beta_0(\tilde{h})$

$$\begin{aligned} \int_{-\infty}^{+\infty} \ln[\tilde{h}(\lambda, q)] d\lambda &= \int_{-\infty}^{-\lambda_0} \ln[\tilde{h}(\lambda, q)] d\lambda + \\ &+ \int_{-\lambda_0}^{+\lambda_0} \ln[\tilde{h}(\lambda, q)] d\lambda + \\ &+ \int_{+\lambda_0}^{+\infty} \ln[\tilde{h}(\lambda, q)] d\lambda \end{aligned}$$

будут в этом случае стремиться к 0, а средний интеграл $\int_{-\lambda_0}^{+\lambda_0} \ln[\tilde{h}(\lambda, q)] d\lambda$ оценивается по

рассмотренному выше способу оценки изменения результата задачи в зависимости от малого положительного числа $\tilde{\varepsilon}$, задающего малые изменения решения задачи.

Следовательно, задача экстраполяции на один шаг вперед в непрерывном времени робастно устойчива по результату, а значит, как было показано выше, и по решению. Можно показать, что аналогичный результат имеет место и при произвольном числе шагов вперед как в дискретном, так и в непрерывном времени, что очень важно при решении практических задач прогнозирования на кратко- или среднесрочную перспективу, в частности в различных сферах управления экономикой и физико-технических задачах, в присутствии неизбежных малых возмущений в системе «измеритель — объект» (1), (2) исследуемой модели.

3. Статистическая робастная устойчивость задачи экстраполяции ($E_{\tilde{\varepsilon}}$) по малому параметру регуляризации μ

Теорема 3. При достаточно малых $\mu \leq \mu_0$

для решения $X_{\tilde{u}}^{opt}(t, q, \mu)$ задачи ($E_{\tilde{\varepsilon}}$) на сегменте $-\pi \leq t \leq \pi$ справедливо представление (аналог четкого представления из [13])

$$X_{\tilde{u}}(t, q, \mu) = \bar{X}_{\tilde{u}}(t, q) + \Pi_0 + R_1(t, q, \mu), \quad (15)$$

где $|R_1| \leq C_\mu$ (C — не зависящая от μ постоянная).

Доказательство. Подставим выражение для $X_{\tilde{u}}(t, q, \mu)$ в виде (15) в (12) и (13). Для построения асимптотической формулы, которая дает равномерное приближение, нужно к решению вырожденной системы прибавить так называемую пограничную функцию, которая определяется дифференциальным уравнением

$$\frac{d\Pi_0}{dt} = -\sqrt{\tilde{\alpha}}\Pi_0 \quad \left(\xi = \frac{x}{\mu}\right) \quad (16)$$

при условии

$$\Pi_0|_{\xi=0} = X_{\tilde{u}}^0 - \bar{X}_{\tilde{u}}(0).$$

В явном виде выражение имеет вид

$$\Pi_0 = [X_{\tilde{u}}^0 - \bar{X}_{\tilde{u}}(0)]e^{-\sqrt{\tilde{\alpha}}\frac{x}{\mu}}. \quad (17)$$

Отметим, что необходимое условие устойчивости для предельного перехода

$$X_{\tilde{u}}(t, q, \mu) \rightarrow \bar{X}_{\tilde{u}}(t, q)$$

при $0 \leq t \leq T$, которое в данном случае имеет вид $-\sqrt{\tilde{\alpha}} < 0$, выполнено. Свойства R_1 пока неизвестны, мы просто перешли к новой неизвестной функции R_1 . Учитывая определение $\bar{X}_{\tilde{u}}(t, q)$ и Π_0 , получим для R_1 уравнение

$$\begin{aligned} \mu \frac{dR_1}{dt} &= -\sqrt{\tilde{\alpha}}R_1(t, q, \mu) + \\ &+ \int_0^T K(t, \xi)R_1(s, q, \mu)ds + F(t, q, \mu), \quad (18) \end{aligned}$$

где

$$F(t, q, \mu) = \int_0^T K(t, s)\Pi_0\left(\frac{t}{\mu}, q\right)ds - \mu \frac{d\bar{X}_{\tilde{u}}}{dt}.$$

Пользуясь (17), нетрудно получить при достаточно малых $\mu \leq \mu_0$ оценку

$$|F(t, q, \mu)| < C_1 \mu, \quad (19)$$

где C_1 некоторая не зависящая от μ постоянной. Начальное условие для $R_1(t, q, \mu)$ следующее:

$$R_1(0, q, \mu) = 0. \quad (20)$$

Из (18), (20), интегрируя уравнение (18) как дифференциальное с неоднородностью

$$\int_0^T (\dots) ds + F,$$

имеем

$$R_1(t, q, \mu) = \int_0^T e^{\frac{\sqrt{\alpha}}{\mu}(T-\xi)} d\xi \frac{1}{2} \int_0^\xi K(\xi, s) R_1(s, q, \mu) ds + \int_0^T e^{\frac{\sqrt{\alpha}}{\mu}(T-\xi)} \frac{t}{\mu} F(\xi, q, \mu) d\xi.$$

Изменяя в полученном выражении в первом слагаемом порядок интегрирования, получим

$$R_1(T, q, \mu) = \int_0^T \tilde{K}(T, s, \mu) R_1(s, q, \mu) ds + \tilde{F}(T, q, \mu),$$

где

$$\tilde{K} = \int_0^T e^{\frac{\sqrt{\alpha}}{\mu}(T-\xi)} d\xi \frac{1}{\mu} \int_0^\xi K(\xi, s),$$

$$\tilde{F} = \int_0^T e^{\frac{\sqrt{\alpha}}{\mu}(T-\xi)} \frac{1}{\mu} F(\xi, q, \mu) d\xi.$$

Пользуясь условием устойчивости $-\sqrt{\alpha} < 0$ решения уравнения (12) и оценкой (19), нетрудно получить неравенства

$$|\tilde{K}(T, s, \mu)| \leq \bar{K} = const, |\tilde{F}(T, q, \mu)| < C_2 \mu.$$

Отсюда оценка $|R_1| \leq C_2 \mu$ получается точно таким же способом, как и в [13, с. 202]. Доказанная теорема свидетельствует о том, что выражение

$$\bar{X}_a(t, q) + \Pi_0\left(\frac{t}{\mu}, q\right)$$

является асимптотической формулой для решения задачи (12), (13) с остаточным членом. Можно получить более точную асимптотическую формулу с остаточным членом $R_n(t, \mu) = O(\mu^n)$, $n \geq 1$.

Доказанная выше теорема 1 показывает устойчивость решения уравнения (12) по Ляпунову и асимптотическую устойчивость по малым изменениям параметра $\mu \leq \mu_0$ в задаче $E_{\tilde{\varepsilon}}$.

Существование и единственность согласованной интервальной седловой точки в задаче $(E_{\tilde{\varepsilon}})$ минимаксной экстраполяции

Следуя [17], можно доказать теорему, аналогичную теореме детерминизации для решения интервальной задачи интерполяции.

Теорема 4 (детерминизации). Для того чтобы выпуклая интервальная задача экстраполяции $E_{\tilde{\varepsilon}}$ с регулярной областью допустимых решений граничных задач линейной минимаксной экстраполяции (4а), (5) имела решение $\tilde{G}^0$, $\tilde{h}^0$, $\tilde{\alpha}^0$ необходимо и достаточно, чтобы ее нижняя и верхняя граничные задачи имели согласованные функции Лагранжа с согласованной парой седловых точек [18–23] вида $\tilde{G}^0$, $\tilde{h}^0$, $\underline{\alpha}^0$; $\tilde{G}^0$, $\tilde{h}^0$, $\bar{\alpha}^0$ с интервальным множителем Лагранжа $\tilde{\alpha}^0$, соответствующим ограничению (4а). Справедлива также теорема (о редукации) о сведении оптимальной задачи интервальной минимаксной робастной экстраполяции $E_{\tilde{\varepsilon}}$ с ограничениями к задаче E без ограничений.

Теорема 5 (о редукции). В выпуклой интервальной минимаксной задаче экстраполяции (4а), (5) с регулярной областью допустимых решений согласованных граничных задач точка $\tilde{G}^0$, $\tilde{h}^0$, $\tilde{\alpha}^0$ является решением тогда и только тогда, когда существует множитель Лагранжа $\tilde{\alpha}^0 \geq 0$ такой, что $\tilde{G}^0$, $\tilde{h}^0$, $\tilde{\alpha}^0$ — согласованная интервальная седловая точка интервальной функции Лагранжа задачи (4а), (5).

Отметим, что множители Лагранжа $\underline{\alpha}^0$ ($\bar{\alpha}^0$) в нижних и верхних граничных задачах робастной экстраполяции $E_{\tilde{\varepsilon}}$ определяют седловые граничные точки. В силу слабой линейной зависимости от параметра q спектральной плотности возмущения (5а) интервальный линейно зависящий от нее целевой функционал выигрыша $\tilde{D}$ и связанная с ним интервальная функция Лагранжа представимы в виде линейной комбинации их границ в зависимости от q . Как известно, в этом случае утверждение из § 4. 3. 2 в [24] решения нижней и верхней граничных задач оптимизации граничных функций (экстремальных функций) целевого функционала выигрыша задачи оптимизации и связанной с ним функции Лагранжа $\tilde{F}(\tilde{G}, \tilde{h}, \tilde{\alpha})$ неразличимы, если их интервальные оценки вложены друг в друга. Очевидно, что это условие соблюдается в задаче (4а), (5), так как в предельном случае, когда $\tilde{\delta} \rightarrow 0$, решение нижней и верхней граничных задач совпадают. Таким образом справедлива следующая теорема.

Теорема 6. Решение интервальной задачи робастной экстраполяции $E_{\tilde{\varepsilon}}$ всегда существует в предельном случае, когда параметры в правых частях моментных ограничений задачи робастной экстраполяции (4а) $\tilde{\delta} \rightarrow 0$, и представляется в виде пересечения решений ее нижней $\{M_n(G^0, \tilde{h}^0, \underline{\alpha})\}$ и верхней $\{M_e(G^0, \tilde{h}^0, \bar{\alpha})\}$ граничных задач

$$(G^0, \tilde{h}^0) = \{M_n(G^0, \tilde{h}^0, \underline{\alpha})\} \cap \{M_e(G^0, \tilde{h}^0, \bar{\alpha})\}, \quad (21)$$

$$\tilde{Y}_{\min}(\tilde{\alpha}) = \left[\min_{\underline{\alpha}} Y(\underline{\alpha}), \min_{\bar{\alpha}} Y(\bar{\alpha}) \right],$$

$$\sup_{\tilde{h} \in \tilde{\Xi}} \underline{D}(\tilde{G}, \tilde{h}) = Y(\underline{\alpha}), \sup_{\tilde{h} \in \tilde{\Xi}} \bar{D}(\tilde{G}, \tilde{h}) = Y(\bar{\alpha}).$$

4. Алгоритм детерминизации

Для решения интервальной задачи (4а), (5) методом детерминизации [23–30] необходимо действовать по следующему алгоритму.

Шаг 1. Используя формулы интервальной арифметики, выражающие элементарные преобразования интервалов [21–30], представляем целевой функционал нашей задачи в интервальной форме

$$\tilde{D}(\tilde{G}^0, \tilde{h}) = [\underline{D}(\tilde{G}^0, \tilde{h}), \bar{D}(\tilde{G}^0, \tilde{h})],$$

а линейные функционалы в левых частях ограничений (5а) и параметры в правых частях в виде интервалов

$$\tilde{I} = [\underline{I}(\tilde{h}), \bar{I}(\tilde{h})],$$

$$(\tilde{G}^0, \tilde{h}^0) = M_n(G^0, \underline{h}^0, \underline{\alpha} - \delta) \cap M_e(G^0, \bar{h}^0, \bar{\alpha} + \delta).$$

Шаг 2. Используя полученные на шаге 1 представления, формируем нижнюю граничную и верхнюю граничную задачи решаемой нами интервальной задачи условной оптимизации — линейной минимаксной экстраполяции (5), (5а):

$$D(\tilde{G}^0, \underline{h}(\lambda)) = \minsup,$$

$$D(\tilde{G}^0, \bar{h}(\lambda)) = \minsup;$$

$$\frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \underline{h}(\lambda) \psi(\lambda) d\lambda \leq a - \delta;$$

$$\frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \bar{h}(\lambda) \psi(\lambda) d\lambda \leq a + \delta;$$

$$\forall \tilde{G} \in K^{ext}, \underline{h} = \underline{h}(\lambda) \in \tilde{\Xi}, \bar{h} = \bar{h}(\lambda) \in \tilde{\Xi}.$$

Шаг 3. Решаем нижнюю и верхнюю граничную задачи интервальной задачи экстраполяции, сформированные на предыдущем шаге программирования, получаем решения нижней и верхней граничных задач. При этом множество точек решения нижней граничной задачи, на котором ее целевой функционал выигрыша достигает своего нижнего оптимума, и множество точек решения верхней граничной задачи, в которых ее целевой функционал выигрыша достигает своего верхнего оптимума имеет вид

$$(\tilde{G}^0, \tilde{h}^0) = M_H(\tilde{G}^0, \underline{h}^0, \underline{a}-\delta) \cap M_B(\tilde{G}^0, \bar{h}^0, \bar{a}+\delta). \quad (22)$$

При этом в качестве оптимального значения целевого функционала берем интервал $\tilde{D}(\tilde{G}^0, \tilde{h}^0) = [\underline{D}(\tilde{G}^0, \tilde{h}^0), \bar{D}(\tilde{G}^0, \tilde{h}^0)]$ от оптимума целевого функционала нижней граничной задачи $\underline{D}^0$ до оптимума целевого функционала верхней граничной задачи $\bar{D}^0$, переход к предельному случаю, когда $\delta \rightarrow 0$, дает представление искомого решения в виде

$$(\tilde{G}^0, \tilde{h}^0) = (\tilde{G}^0, \underline{h}^0) = (\tilde{G}^0, \bar{h}^0).$$

Пример 2. Рассмотрим объект 2-го порядка

$$\begin{aligned} x_1(n) &= x_1(n-1) + x_2(n); \\ x_2(n) &= x_2(n-1) + \tilde{u}(n); \\ M\tilde{u}^2(n) &\leq \tilde{a}; \\ \tilde{a} &= [a - \delta, a + \delta]. \end{aligned} \quad (23)$$

Пусть

$$s(n) = x_1(n) + \xi(n), n \leq N, M\xi^2 = \sigma^2.$$

Тогда

$$\psi(\lambda) = |(1 - e^{-i\lambda})^2|^2 = 16 \sin^4(\lambda/2).$$

По результатам наблюдения $s(n)$, $n \leq N$, требуется оценить $s(N+2)$, $Q(\lambda) = e^{2i\lambda}$.

В обозначениях теоремы 3.8 [6, с. 140]

$$T(\lambda) = 0, \Lambda = [-\pi, \pi], n = 1.$$

Зададим произвольное малое число $\varepsilon > 0$, на которое могут отличаться граничные оценки спектральной плотности $\tilde{h}^0(\lambda, q)$:

$$\bar{h}^0(\lambda) = \underline{h}^0(\lambda) + \varepsilon, \quad (24)$$

тогда с учетом полученного изменения границ спектральной плотности возмущения $\tilde{u}(n)$ получим верхние оценки в изменившихся параметрах оптимизации минимаксной экстраполяции задачи $E_{\tilde{\varepsilon}} — \tilde{d}_0, \tilde{d}_1, \tilde{\beta}_0, \tilde{\beta}_1$:

$$\tilde{d}_0 = e^{-\tilde{\beta}_0}; \quad \tilde{d}_1 = -e^{\tilde{\beta}_0} \tilde{\beta}_1;$$

$$\tilde{\beta}_0 = \frac{1}{4\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \ln[\tilde{h}(\lambda, q)] d\lambda \leq$$

$$\leq \frac{1}{4\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \ln[\underline{h}(\lambda) + \varepsilon] d\lambda;$$

$$\tilde{\beta}_1 = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \ln \tilde{h}(\lambda, q) \cos \lambda d\lambda \leq$$

$$\leq \bar{\beta}_1 = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \ln[\underline{h}(\lambda, q) + \varepsilon] \cos \lambda d\lambda. \quad (25)$$

При оценивании $S(N+2)$, $Q(\lambda) = e^{2i\lambda}$ в интервальной задаче $E_{\tilde{\varepsilon}}$, согласно [1, с. 140] система соотношений, определяющих седловую точку в игре экстраполяции, принимает верхний (нижний) граничный вид

$$\tau^2 \int_{-\infty}^{+\infty} \left\{ \max \left[0; \frac{\bar{d}_0^2 + \bar{d}_1^2 + 2\bar{d}_1\bar{d}_0 \cos \lambda}{\underline{a}} - 16 \sin^4 \frac{\lambda}{2} \right] d\lambda = (a + \delta); \right.$$

$$\left. \tau^2 \int_{-\infty}^{+\infty} \left\{ \max \left[0; \frac{d_0^2 + d_1^2 + 2d_1d_0 \cos \lambda}{\bar{a}} - 16 \sin^4 \frac{\lambda}{2} \right] d\lambda = (a - \delta). \right. \right.$$

Выражения для значений множителя Лагранжа $\tilde{\alpha}^0 = [\underline{\alpha}^0, \bar{\alpha}^0]$ в нижних и верхних граничных задачах экстраполяции будут определяться из выражения для спектра возмущения $\tilde{u}(n)$:

$$\tilde{h}(\lambda, q) = \begin{cases} 0, & |\lambda| > \pi \\ \tau^2 \left[\tilde{c} (1 + \tilde{\beta}_1^2 - 2\tilde{\beta}_1 \cos \lambda) - 16 \sin^4(\lambda/2) \right], & |\lambda| \leq \lambda_\Gamma, \end{cases}$$

где константа $\tilde{c}$ имеет вид $\tilde{c} = e^{-2\tilde{\beta}_0} / \tilde{\alpha}_0$.

Отсюда находим оптимальную нижнюю и верхнюю границы для множителя Лагранжа:

$$\begin{aligned} \underline{\alpha}^0 &= \frac{\underline{h}(\lambda)}{\tau^2 \left[(1 + \tilde{\beta}_1^2 - 2\tilde{\beta}_1 \cos \lambda) - 16 \sin^4(\lambda/2) \right]}, \\ \bar{\alpha}^0 &= \frac{\bar{h}(\lambda) + \varepsilon}{\tau^2 \left[(1 + \tilde{\beta}_1^2 - 2\tilde{\beta}_1 \cos \lambda) - 16 \sin^4(\lambda/2) \right]}. \end{aligned} \quad (26)$$

Как видно из выражения (26), в пределе при $\delta \rightarrow 0$ множители Лагранжа сколь угодно близки при любом заданном малом числе ε . Следовательно, при $\delta \rightarrow 0$ согласно (24) выполнимо и соотношение

$$\bar{h}(\lambda) = \underline{h}(\lambda) = h^0(\lambda)$$

и предельная оценка искомого функционала в точке $\tilde{\alpha}^0 = \bar{\alpha}^0 = \underline{\alpha}^0$ при наихудшем возмущении $\tilde{u}(n) = \text{const}$ будет равна

$$\underline{D}(\tilde{G}^0, \tilde{h}^0) = \bar{D}(\tilde{G}^0, \tilde{h}^0) = \tilde{\alpha}^0 (1 + \sqrt{2})^2,$$

где $\tilde{\alpha}^0$ определяется из соотношения (28), поскольку пересечение множеств решений нижней $\{M_H(\tilde{G}^0, \underline{h}^0, \underline{\alpha})\}$ и верхней $\{M_B(\tilde{G}^0, \bar{h}^0, \bar{\alpha})\}$ граничных задач в этом случае непусто, в соответствии с теоремой 7 решение интервальной задачи существует и принимает вид

$$\tilde{G}^0(\lambda) = \frac{3 + 2 / \sqrt{\tilde{\alpha}^0} - z \left(2 + 1 / \sqrt{\tilde{\alpha}^0} \right)}{1 + z / \sqrt{\tilde{\alpha}^0}}, \quad z = e^{-i\lambda};$$

$$\lambda \in [-\pi, \pi];$$

$$\tilde{h}^0(\lambda, q) = \begin{cases} 0, & |\lambda| > \pi \\ \tau^2 \left[\tilde{c} (1 + \tilde{\beta}_1^2 - 2\tilde{\beta}_1 \cos \lambda) - 16 \sin^4(\lambda/2) \right], & |\lambda| \leq \lambda_\Gamma, \end{cases}$$

$$|\lambda| \leq \lambda_\Gamma;$$

$$\tilde{\alpha}^0 = \frac{\tilde{h}^0(\lambda, q)}{\tau^2 \left[(1 + \tilde{\beta}_1^2 - 2\tilde{\beta}_1 \cos \lambda) - 16 \sin^4(\lambda/2) \right]}.$$

Выигрыш в точности оценки прогноза наблюдения составляет

$$\left[3 / (1 + \sqrt{2}) - 1 \right] * 100 \% \approx 25 \%.$$

На рис. 1. приведены графики весовых функций $\tilde{g}_s(n)$ экстраполяции при $k = \frac{\sigma^2}{a} = 1,05$; $0,95$; $k = 1$ и $\delta = 0,05$.

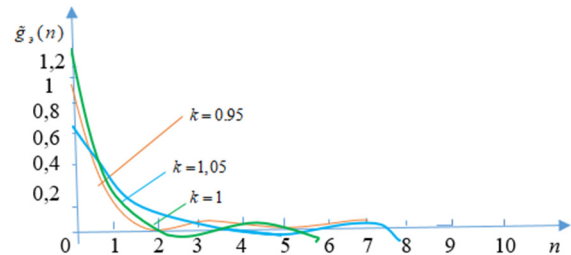


Рис. 1. Графики весовых функций $\tilde{g}_s(n)$ экстраполяции при разных значениях параметра k
Источник: выполнено И.Г. Сидоровым

Figure 1. Graphs of $\tilde{g}_s(n)$ extrapolation weight functions for different values of the k parameter
Source: made by I.G. Sidorov

Пример 3. Покажем возможность практического применения данной методики робастной экстраполяции на примере прогнозирования сезонного спроса в задачах с экономичес-

ким содержанием при экстраполяции на $N \leq N_0$ шагов, где N_0 — период сезонных колебаний спроса. Пусть полезная составляющая

$$\tilde{s}(n) = \tilde{x}_1(n) + \tilde{z}(n),$$

где $\tilde{x}_1(n)$ — «регулярная» составляющая, относительно медленно изменяющаяся во времени (инерционная); $\tilde{z}(n)$ — «сезонная» составляющая, относительно быстро изменяющаяся во времени. Пусть $\tilde{x}_1(n)$ описывается уравнениями объекта 2-го порядка:

$$\tilde{x}_1(n) = \tilde{x}_1(n-1) + \tilde{x}_2(n-1);$$

$$\tilde{x}_2(n) = \tilde{x}_2(n) + \tilde{u}(n);$$

$$M\tilde{u}(n) = \tilde{0}.$$

$\tilde{z}(n)$ описывается уравнением объекта 1-го порядка, учитывающим сезонность,

$$\tilde{z}(n) = \tilde{z}(n-2) + \tilde{v}(n);$$

$$M\tilde{v}(n) = 0.$$

Здесь $\tilde{u}(n)$, $\tilde{v}(n)$ — нечетко-интервальные возмущения, дисперсии которых могут быть оценены сверху:

$$M\tilde{u}^2(n) \leq \tilde{a}_1; M\tilde{v}^2(n) \leq \tilde{a}_2;$$

$$\tilde{a}_1 = [a_1 - \delta, a_1 + \delta],$$

$$\tilde{a}_2 = [a_2 - \delta, a_2 + \delta].$$

Требуется оценить значение $\tilde{s}(N+1)$ по результатам наблюдения процесса $\tilde{s}(n)$ на интервале времени $(-\infty, N]$. Для синтеза робастного минимаксного устойчивого фильтра воспользуемся системой соотношений [1, с. 157–158]. По этим соотношениям найдем $\tilde{\lambda}_r$ из уравнения

$$tg^2\left(\frac{\tilde{\lambda}_r}{2}\right) \frac{\tilde{\lambda}_r}{\pi - \tilde{\lambda}_r} = \frac{\tilde{a}_1}{\tilde{a}_2}.$$

Решив это нечетко-интервальное уравнение, получим

$$\tilde{\Lambda}_1(\tilde{a}_1, \tilde{a}_2) = [-\tilde{\lambda}_r, \tilde{\lambda}_r],$$

$$\tilde{\Lambda}_2(\tilde{a}_1, \tilde{a}_2) = [-\pi, -\tilde{\lambda}_r) \cup (\tilde{\lambda}_r, \pi],$$

$$\tilde{\alpha}_1 = 2\tilde{\lambda}_r / \tilde{a}_1,$$

$$\tilde{\alpha}_2 = 2(\pi - \tilde{\lambda}_r) / \tilde{a}_2;$$

$$h_{\tilde{u}}(\lambda) = \begin{cases} 2\tilde{\lambda}_r / \tilde{a}_1 & \text{при } |\lambda| \leq \tilde{\lambda}_r \\ \tilde{0} & \text{при } |\lambda| > \tilde{\lambda}_r \end{cases} \quad \text{—}$$

спектр процесса $\tilde{u}(n)$;

$$h_{\tilde{v}}(\lambda) = \begin{cases} \tilde{0} & \text{при } |\lambda| < \tilde{\lambda}_r \\ 2(\pi - \lambda) / \tilde{a}_2 & \text{при } |\lambda| \geq \tilde{\lambda}_r \end{cases} \quad \text{—}$$

спектр процесса $\tilde{v}(n)$.

Частотная характеристика минимаксного нечетко-интервального робастного устойчивого фильтра имеет вид при любом заданном малом числе нечеткости $\delta \rightarrow 0$ в дисперсиях нечетко-интервальных возмущений

$$G(\lambda) = [e^{i\lambda} - e^{\tilde{\beta}_0} e^{i\lambda} / \tilde{X}^+(\lambda)];$$

$$\tilde{\beta}_0 = \frac{1}{4\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \ln \tilde{X}^+(\lambda) d\lambda;$$

$$\tilde{X}^+(\lambda) = h_{\tilde{u}}(\lambda) + h_{\tilde{v}}(\lambda);$$

$$(\tilde{X}^+(\lambda))^{-1} = \sum_{n=0}^{\infty} \tilde{b}_n e^{-i\lambda n}.$$

Отсюда значения интервально нечеткой весовой функции фильтра

$$\tilde{g}(n) = -\frac{\tilde{b}_{n+1}}{\tilde{b}_0}.$$

Для дисперсии ошибки оценивания справедливо соотношение [1, (3.167), с. 157]

$$\tilde{D} = 2\pi e^{2\tilde{\beta}_0}.$$

Характерно, что наибольшее значение весовая функция $\tilde{g}(n)$ достигает при $n = 1$, т. е. интервальный прогноз

$$\tilde{s}(n+1) = \sum_{k=0}^{\infty} \tilde{g}(k) \tilde{y}(n-k)$$

процесса $\tilde{s}(n)$ с наибольшим весом входит не «измерение» $\tilde{y}(n)$, а $\tilde{y}(n-1)$ — «измерение» процесса $\tilde{s}(n)$ за предыдущий «сезон». На рис. 2. показаны графики весовой функции $\tilde{g}_s(n)$ экстраполяции для случая влияния только возмущения $\tilde{u}$ и для случая одновременного влияния обоих возмущений $\tilde{u}$ и $\tilde{v}$.

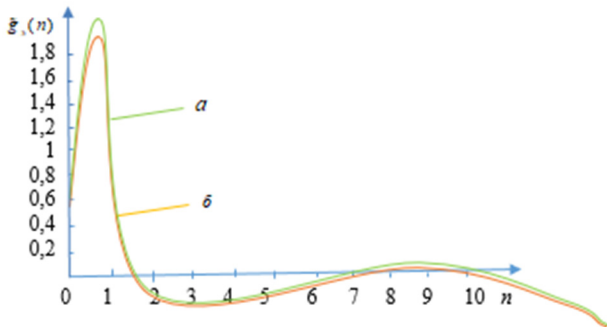


Рис. 2. Графики весовой функции $\tilde{g}_s(n)$ экстраполяции:

a — для случая влияния только возмущения $\tilde{u}$;

b — для случая одновременного влияния
обоих возмущений $\tilde{u}$ и $\tilde{v}$

Источник: выполнено И.Г. Сидоровым

Figure 2. Graphs of the $\tilde{g}_s(n)$ extrapolation weight function:

a — for the case of influence only $\tilde{u}$ perturbations;

b — for the case of simultaneous influence

of both $\tilde{u}$ and $\tilde{v}$ perturbations

Source: made by I.G. Sidorov

Заключение

В исследовании показано, что проблема интервальной μ -робастной нечеткой линейной минимаксной экстраполяции в условиях интер-

вальной неопределенности параметров достаточно просто разрешима, если использовать конструктивную теорию сравнения интервальных величин, которая сводит указанное сравнение к сравнению одноименных неизвестных границ этих интервалов с использованием μ -робастной регуляризации в задаче экстраполяции стационарного случайного процесса с учетом интервальных моментных ограничений, которым удовлетворяют неизвестные параметрические составляющие спектральных плотностей полезной составляющей и помехи. Тем самым поиск оптимума неполностью определенного функционала дисперсии ошибки оценивания можно свести к нахождению одноименного оптимума двух полностью определенных (детерминированных) функционалов. Наш детерминизационный подход примечателен тем, что позволяет вполне строго свести оптимизацию неполностью определенных согласованных функций Лагранжа к хорошо известным и эффективным методам оптимизации уже полностью определенных согласованных функций Лагранжа. Этот подход, в отличие от других (например, вероятностного), всегда обеспечивает существование устойчивого по результату и решению единственного оптимума в задаче интервальной минимаксной экстраполяции за счет регуляризации по малому параметру μ при производной от собственной функции сингулярно-возмущенного интегро-дифференциального уравнения первого порядка с интегральным оператором типа Вольтерры второго рода, определяемым симметрическим, замкнутым вещественным ядром. Предлагаемый подход можно обобщить и на нестационарную — слабо стационарную динамическую линейную систему с медленно изменяющимися коэффициентами линейной системы «объект — измеритель», в предположении выполнимости аналогов слабой робастной теоремы В.Л. Харитонova для непрерывного случая и дискретного случаев. Рассмотренный минимаксный подход к решению робастно устойчивой линейной экстраполяции процесса по результату и решению по малому параметру регуляризации μ является

крайне актуальным в своем применении в областях автоматического управления, радиотехники, радиолокации, в математических моделях обработки слабоструктурированной информации о состоянии параметров движения воздушного судна и их оперативного мониторинга, разработки и эксплуатации систем автоматизированного контроля и диагностирования, в экономике в отсутствие достоверных статистических моделей сигналов и помех в очень многих стохастических измерительных системах, необходимых для использования байесовских алгоритмов типа Винера — Колмогорова, Калмана.

Приложение

Лемма 1 (о возможном выборе ортогональной функции $f(t)$ к собственным функциям $X_{\tilde{u}}(t, q)$ ядра $K(\xi, t)$ в уравнении (12) в задаче $(E_{\tilde{\varepsilon}})$).

Функция $f(t)$ будет ортогональна к собственным функциям $X_{\tilde{u}}(t, q)$ в том случае, если Фурье-изображение этой функции $\tilde{\xi}_0(\lambda) = \xi_0(\lambda) / X_{\tilde{u}}^-(\lambda, q)$ является аналитической в верхней полуплоскости функцией, такой что в соответствии с теоремой 1.1 (см. [1, с. 21]) выполняется условие оптимальности фильтра-экстраполятора, которое можно записать в случае возможной факторизации функции $X_{\tilde{u}}(\lambda)$ в виде

$$X_{\tilde{u}}^+(\lambda)(G^{ext}(\lambda, q) - Q(\lambda)) = \xi_0(\lambda) / X_{\tilde{u}}^-(\lambda),$$

$X_{\tilde{u}}(\lambda, q) = \tilde{h}(\lambda, q)$ или в случае невозможности факторизации функции $X_{\tilde{u}}(\lambda, q)$ в виде

$$X_{\tilde{u}}(\lambda, q)(G^{ext}(\lambda, q) - Q(\lambda)) = \xi_0(\lambda),$$

где $\xi_0(\lambda)$ — некоторая аналитическая в верхней полуплоскости функция.

Доказательство. Поскольку никаких дополнительных условий аналитичности на функцию $P(\lambda) = 1 / \varphi(\lambda)$ в задаче $E_{\tilde{\varepsilon}}$ не накладывается, то условия оптимальности экстраполятора в соответствии с теоремой 1.1 [1, с. 21] заключаются в выполнении соотношения (с учетом ограничения $T(\lambda) = 0$ в задаче $E_{\tilde{\varepsilon}}$):

$$X_{\tilde{u}}(\lambda, q)(G^{ext}(\lambda, q) - Q(\lambda)) = \xi_0(\lambda)$$

или с учетом факторизации функции $X_{\tilde{u}}(\lambda, q) = X_{\tilde{u}}^+(\lambda, q)X_{\tilde{u}}^-(\lambda, q)$ это соотношение можно переписать в виде

$$X_{\tilde{u}}^+(\lambda, q)(G^{ext}(\lambda, q) - Q(\lambda)) = \xi_0(\lambda) / X_{\tilde{u}}^-(\lambda, q),$$

при этом скалярное произведение функции $\tilde{\xi}_0(\lambda) = \xi_0(\lambda) / X_{\tilde{u}}^-(\lambda, q)$ и собственной функции $X_{\tilde{u}}^+(\lambda, q)$ будет равно нулю:

$$\begin{aligned} \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} (\xi_0(\lambda) / X_{\tilde{u}}^-(\lambda, q)) X_{\tilde{u}}^+(\lambda, q) d\lambda = \\ = \int_{-\infty}^{+\infty} f(t) X_{\tilde{u}}(t, q) dt = 0. \end{aligned}$$

Это следует из теоремы Планшереля [15, с. 431], что и требовалось доказать. Лемма 1 доказана.

Список литературы

1. Куркин О.М., Коробочкин Ю.Б., Шаталов С.А. Минимаксная обработка информации. М.: Энергоатомиздат, 1990. 212 с.
2. Голубев Г.К., Пинскер М.С. Минимаксная экстраполяция последовательностей // Проблемы передачи информации. 1983. Т. 19. № 4. С. 31–42. URL: <https://www.mathnet.ru/rus/ppi1200> (дата обращения: 21.03.2024).
3. Сидоров И.Г., Левин В.И. Линейная минимаксная стационарного случайного процесса с интервальными параметрами // Системы управления, связи и безопасности. 2021. № 1. С. 215–242. <https://doi.org/10.24411/2410-9916-2021-10109>

4. Kurkin O.M. Guaranteed Estimation Algorithms for Prediction and Interpolation of Random Processes // Automation and Remote Control. 2001. Vol. 62. P. 568–579. <https://doi.org/10.1023/A:1010229411351>
5. Sidorov I.G. Linear minimax filtering of a stationary random process under the condition of the interval fuzziness in the state matrix of the system with a restricted variance // Journal of Communications Technology and Electronics. 2018. Vol. 63. No. 8. P. 902–907. <https://doi.org/10.1134/S106422691807015X>
6. Карлин С. Математические методы в теории игр, программировании и экономике. М.: Мир, 1954. 835 с
7. Абрамов О.В., Розенбаум А.Н. Прогнозирование состояния технических систем. М.: Наука, 1990. 125 с. ISBN 5-02-006720-2
8. Крейн М.Г., Нудельман А.А. Проблема моментов Маркова и экстремальные задачи. М.: Наука, 1968.
9. Гренандер У. Об одной проблеме предсказания в связи с теорией игр // Бесконечные антагонистические игры / под ред. Н.Н. Воробьева. М.: Физматгиз, 1963. С. 403–413.
10. Левин В.И. Интервальная математика и изучение неопределенных систем // Информационные технологии. 1998. № 6. С. 27–33.
11. Васильева А.Б., Бутузов В.Ф. Асимптотические разложения решений сингулярно возмущенных уравнений. М.: Наука, 1973
12. Колмогоров А.Н., Фомин С.В. Элементы теории функций и функционального анализа. М.: Наука, 1968.
13. Васильев А.Б., Тихонов Н.А. Интегральные уравнения. Санкт-Петербург: Лань, 2009. 159 с. ISBN 978-5-8114-0911-2
14. Стратонович Р.Л. Теория информации интерполяция. М.: Советское радио, 1975.
15. Левин В.И. Интервальная модель общей задачи линейного программирования // Вестник Тамбовского университета. Серия: Естественные и технические науки. 1998. Т. 3. № 4. С. 401–407. EDN: NUWAVD
16. Левин В.И. Интервальный подход к оптимизации в условиях неопределенности // Информационные технологии. 1999. № 1. С. 7–12.
17. Левин В.И. Интервальные методы оптимизации систем в условиях неопределенности Пенза: Изд-во Пенз. технол. ин-та, 1999. 215 с.
18. Левин В.И. Сравнение интервальных величин и оптимизация неопределенных систем // Информационные технологии. 1998. № 7. С. 22–32.
19. Левин В.И. Антагонистические игры с интервальными параметрами // Кибернетика и системный анализ. 1999. № 4. С. 149–159. EDN: VUFLJN
20. Левин В.И. Интервальный подход к оптимизации в условиях неопределенности // Системы управления, связи и безопасности. 2015. № 4. С. 123–141. EDN: VBLVEL
21. Левин В.И. Дискретная оптимизация в условиях интервальной неопределенности // Автоматика и телемеханика. 1992. № 7. С. 97–107. EDN: VUFLOD
22. Левин В.И. Нелинейная оптимизация в условиях интервальной неопределенности // Кибернетика и системный анализ. 1999. Т. 35. № 2. 138–147.
23. Нейман Д., Моргенштерн О. Теория игр и экономическое поведение. М.: Наука, 1970. 708 с.
24. Moklyachuk M.P., Masyutka A.Yu. Minimax-robust estimation technique: For stationary stochastic processes. Saarbrücken: LAP LAMBERT Academic Publ.; 2012. 289 p.
25. Moklyachuk M.P., Sidei M.I. Extrapolation Problem for Stationary Sequences with missing observations // Statistics, optimization and information computing. 2017. Vol. 5. No. 3. P. 212–233. <https://doi.org/10.19139/soic.v5i3.284>
26. Taniguchi M. Robust regression and interpolation for time series // Journal of Time Series Analysis. 1981. Vol. 2. Iss. 1. P. 53–62. <https://doi.org/10.1111/J.1467-9892.1981.TB00311.X>
27. Kazakos D., Makki K.S. Robust Time Series Estimation // Proceedings of the 5th WSEAS Int. Conf. on System Science and Simulation in Engineering. Tenerife, Canary Islands, Spain, December 16–18. 2006. P. 284–287. URL: <http://wseas.us/e-library/conferences/2006tenerife/papers/541-366.pdf> (accessed: 21. 03.2024)
28. Kassam S.A., Poor H.V. Robust Techniques for Signal Processing: A survey // Proceedings of the IEEE. 1985. Vol. 73. No. 3. P. 433–481.
29. Franke J. On the prediction and interpolation of time series in the presence of correlated noise // Journal of Time Series Analysis. 1984. Vol. 5. Iss. 4. P. 227–244. <https://doi.org/10.1111/j.1467-9892.1984.tb00389.x>
30. Ohm K., Ahlen A., Sternad M. A probabilistic approach to multivariable robust filtering and open-loop control // IEEE Transactions on Automatic Control. 1995. Vol. 40. P. 405–418. <https://doi.org/10.1109/9.376052>
31. Mangoubi R. Robust Estimation and Failure Detection, A Concise Treatment. Springer – Verlag, Berlin, Germany, 1998. <https://doi.org/10.1007/978-1-4471-1586-1>
32. Xie L., Soh Y.C. Robust Kalman filtering for uncertain systems // Systems and Control Letters. 1994. Vol. 22. Iss. 2. P. 123–129. [https://doi.org/10.1016/0167-6911\(94\)90106-6](https://doi.org/10.1016/0167-6911(94)90106-6)
33. Kaucher E. Interval analysis in the extended interval space IR // Computing Supplement. 1980. Vol. 2. P. 33–49. https://doi.org/10.1007/978-3-7091-8577-3_3
34. Пек Дж. Э.Л., Далмидж А.Л. Игры на компактных множествах // Бесконечные антагонистические игры. М.: Физматгиз, 1963. С. 85–97.

35. Воицинин А.П., Сотиров Г.Р. Оптимизация в условиях неопределенности. М.: Изд-во МЭИ, 1989. 224 с.

36. Ащепков Л.Т., Давыдов Д.В. Универсальные решения интервальных задач оптимизации и управления. М.: Наука, 2006. 285 с.

References

1. Kurkin OM, Korobochkin JuB, Shatalov SA. *Minimax information processing*. Moscow: Energoatomizdat Publ.; 1990. (In Russ.)

2. Golubev GK, Pinsker MC. Minimax extrapolation of sequences. *Problems Inform. Transmission*. 1983;19(4): 275–283. Available from: <https://www.mathnet.ru/rus/ppi1200> (accessed: 22.03.2024).

3. Sidorov IG, Levin VI. Linear Minimax Interpolation of a Stationary Random Process with Interval Parameters. *Systems of Control, Communication and Security*. 2021;(1):215–241. (In Russ.) <https://doi.org/10.24411/2410-9916-2021-10109>

4. Kurkin OM. Guaranteed Estimation Algorithms for Prediction and Interpolation of Random Processes. *Automation and Remote Control*. 2001;62:568–579. <https://doi.org/10.1023/A:10102294113516>

5. Sidorov IG. Linear minimax filtering of a stationary random process under the condition of the interval fuzziness in the state matrix of the system with a restricted variance. *Journal of Communications Technology and Electronics*. 2018;63(8):902–907. <https://doi.org/10.1134/S106422691807015X7>.

6. Karlin S. *Mathematical methods and theory in games, programming, and economic*. Moscow: Mir Publ; 1954. (In Russ.)

7. Abramov OV, Rozenbaum AN. *Forecasting the state of technical systems*. Moscow: Nauka Publ.; 1990. (In Russ.) ISBN 5-02-006720-2

8. Krejn MG, Nudel'man AA. *The problem of Markov moments and extreme problems*. Moscow: Nauka Publ.; 1968. (In Russ.)

9. Grenander U. A prediction problem in game theory. *Endless antagonistic games*. Moscow: Fizmatgiz Publ.; 1963. p. 403–413. (In Russ.)

10. Levin VI. Interval mathematics and the study of indefinite systems. *Information technologies*. 1998;(6): 27–33. (In Russ.)

11. Vasil'eva AB, Butuzov VF. Asymptotic expansions of solutions of singularly perturbed equations. Moscow: Nauka Publ.; 1973. (In Russ.)

12. Kolmogorov AN, Fomin SV. *Elements of the theory of functions and functional analysis*. Moscow: Nauka Publ.; 1968. (In Russ.)

13. Vasil'ev AB, Tihonov NA. *Integral equations*. Saint Petersburg: Lan Publ.; 2009. (In Russ.) ISBN 978-5-8114-0911-2

14. Stratonovich RL. *Theory of information interpolation*. Moscow: Sovetskoe radio Publ.; 1975. (In Russ.)

15. Levin VI. The interval model for the general problem of linear programming: a uniform case. *Tambov University Reports. Series Natural and Technical Sciences*. 1998;3(4):401–407. EDN: NUWAVD

16. Levin VI. Interval approach to optimization in conditions of uncertainty. *Information technologies*. 1999;(1):7–12. (In Russ.)

17. Levin VI. *Interval methods of optimization of systems in conditions of uncertainty*. Penza; 1999. (In Russ.)

18. Levin VI. Comparison of interval values and optimization of uncertain systems. *Information technologies*. 1998;(7):22–32. (In Russ.)

19. Levin VI. Antagonistic games with interval parameters. *Cybernetics and Systems Analysis*. 1999;35(3): 149–160. (In Russ.) EDN: VUFLJN

20. Levin VI. Interval approach to optimization with uncertainty. *Systems of control, communication and security*. 2015;(4):123–141. (In Russ.) EDN: VBLVEL

21. Levin VI. Discrete optimization under conditions of interval uncertainty. *Automation and telemechanics*. 1992;(7):97–106. (In Russ.) EDN: VUFLOD

22. Levin VI. Nonlinear optimization under conditions of interval uncertainty. *Cybernetics and system analysis*. 1999;35(2):138–147. (In Russ.)

23. Neiman D, Morgenstern O. *Game theory and economic behavior*. Moscow: Nauka Publ.; 1970. (In Russ.)

24. Moklyachuk MP, Masyutka AYU. *Minimax-robust estimation technique: For stationary stochastic processes*. Saarbrücken: LAP LAMBERT Academic Publ.; 2012.

25. Moklyachuk MP, Sidei MI. Extrapolation Problem for Stationary Sequences with missing Observations. *Statistics, optimization and information computing*. 2017; 5(3):212–233. <https://doi.org/10.19139/soic.v5i3.284>

26. Taniguchi M. Robust regression and interpolation for time series. *Journal of Time Series Analysis*. 1981; 2(1):53–62. <https://doi.org/10.1111/J.1467-9892.1981.TB00311.X>

27. Kazakos D, Makki KS. Robust Time Series Estimation. *Proceedings of the 5th WSEAS Int. Conf. on System Science and Simulation in Engineering*. Tenerife, Canary Islands, Spain, December 16–18. 2006. p. 284–287. Available from: <http://wseas.us/e-library/conferences/2006tenerife/papers/541-366.pdf> (accessed: 21. 03.2024).

28. Kassam SA, Poor HV. Robust Techniques for Signal Processing: A survey. *Proceedings of the IEEE*. 1985;73(3):433–481. <https://doi.org/10.1109/PROC.1985.13167>

29. Franke J. On the robust prediction and interpolation of time series in the presence of correlated noise. *Journal of Time Series Analysis*. 1984;5(4):227–244. <https://doi.org/10.1111/j.1467-9892.1984.tb00389.x>

30. Ohn K, Ahlen A, Sternad M. A probabilistic approach to multivariable robust filtering and open-loop control. *IEEE Transactions on Automatic Control*. 1995; 40(3):405–418. <https://doi.org/10.1109/9.376052>
31. Mangoubi R. *Robust Estimation and Failure Detection, A Concise Treatment*. Springer — Verlag, Berlin, Germany; 1998. <https://doi.org/10.1007/978-1-4471-1586-1>
32. Xie L, Soh YC. Robust Kalman filtering for uncertain systems. *Systems and Control Letters*. 1994;22(2): 123–129. [https://doi.org/10.1016/0167-6911\(94\)90106-6](https://doi.org/10.1016/0167-6911(94)90106-6)
33. Kaucher E. Interval analysis in the extended interval space IR. *Computing Supplement*. 1980;2:33–49. https://doi.org/10.1007/978-3-7091-8577-3_3
34. Pek Dzh EL, Dalmidzh AL. Games on compact sets. *Infinite antagonistic games*. Moscow: Fizmatgiz Publ.; 1963. p. 85–97. (In Russ.)
35. Voshchinin AP, Sotirov GR. Optimization under uncertainty. Moscow: MEI Publ.; 1989. (In Russ.)
36. Ashchepkov LT, Davydov DV. *Universal solutions to interval optimization and management problems*. Moscow: Nauka Publ.; 2006. (In Russ.)

Сведения об авторе:

Сидоров Игорь Геннадиевич, кандидат технических наук, доцент департамента программного обеспечения и математических методов, Московский политехнический университет, Москва, Россия; eLIBRARY SPIN-код: 1676-7269, ORCID: 0000-0003-4691-4855; e-mail: igor8i2016@ya.ru

About the author

Igor G. Sidorov, Candidate of Technical Sciences, Associate Professor of the Department of Automation and Control Processes, Moscow Polytechnic University, Moscow, Russia; eLIBRARY SPIN code: 1676-7269, ORCID: 0000-0003-4691-4855; e-mail: igor8i2016@ya.ru



DOI: 10.22363/2312-8143-2024-25-3-237-250

УДК 629.7

EDN: WUHEQL

Научная статья / Research article

Математическая модель и алгоритм оптимального приемочного контроля надежности иерархических систем космической техники в условиях единичного и мелкосерийного производства

М.Ш. Насибулин^{ID}, В.Б. Рудаков^{ID}✉

Научно-исследовательский институт космических систем им. А.А. Максимова —
филиал АО «Государственный космический научно-производственный центр им. М.В. Хруничева»,
Московская область, г. Королев, Россия
✉ info.niiks@khrunichev.ru

История статьи

Поступила в редакцию: 3 июня 2024 г.

Доработана: 11 августа 2024 г.

Принята к публикации: 22 августа 2024 г.

Заявление о конфликте интересов

Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

Вклад авторов

Нераздельное соавторство.

Аннотация. Рассматривается задача статистического приемочного контроля надежности сложных систем космической техники (КТ) в двухуровневой иерархической структуре: при производстве изделий КТ, составляющих иерархическую систему КТ, и производстве системы в целом. Разработана математическая модель и алгоритм определения оптимальных планов контроля надежности в этой структуре. Планы контроля взаимосвязаны и оптимальны с точки зрения минимума целевых функций экономических затрат на контроль и потерь, связанных с рисками принятия ошибочных решений, которые являются усеченными. Модель и алгоритм позволяют учесть результаты контроля надежности изделий, составляющих систему, при планировании оптимального контроля надежности системы в целом, что обеспечит снижение экономических затрат на контроль и потерь при подтверждении высоких требований, предъявляемых к надежности сложных систем КТ в условиях недостатка статистической информации.

Ключевые слова: космическая техника (КТ), система КТ, производство КТ, контроль параметров системы КТ, надежность системы КТ, риски 1-го и 2-го рода, экономические затраты, экономические потери

Для цитирования

Насибулин М.Ш., Рудаков В.Б. Математическая модель и алгоритм оптимального приемочного контроля надежности иерархических систем космической техники в условиях единичного и мелкосерийного производства // Вестник Российского университета дружбы народов. Серия: Инженерные исследования. 2024. Т. 25. № 3. С. 237–250. <http://doi.org/10.22363/2312-8143-2024-25-3-237-250>



A Mathematical Model and algorithm for Optimal Acceptance Control of the Reliability of Hierarchical Space Technology Systems in Conditions of Single and Small-Scale Production

Marat Sh. Nasibulin[✉], Valery B. Rudakov[✉]

A.A. Maksimov Space Systems Research Institute — branch of Khrunichev State Research and Production Space Center, *Korolev, Moscow region, Russia*

✉ info.niiks@khrunichev.ru

Article history

Received: June 3, 2024

Revised: August 11, 2024

Accepted: August 22, 2024

Conflicts of interest

The authors declare that there is no conflict of interest.

Authors' contribution

Undivided co-authorship.

Abstract. The problem of statistical acceptance control of reliability of complex space technology systems in a two-level hierarchical structure is considered: in the production of space technology products that make up the hierarchical system of space technology, and in the production of the system as a whole. A mathematical model and algorithm for determining optimal reliability control plans in this structure have been developed. Control plans are interrelated and optimal in terms of minimizing the target functions of the economic costs of control and losses associated with the risks of making erroneous decisions, which are truncated. The model and algorithm make it possible to take into account the results of reliability control of the products that make up the system when planning optimal reliability control of the system as a whole, which will reduce the economic costs of control and losses when confirming the high requirements for reliability of complex space technology systems in conditions of lack of statistical information.

Keywords: space technology (ST), ST system, ST production, ST system parameter control, ST system reliability, risks of the 1st and 2nd kinds, economic costs, economic losses

For citation

Nasibulin MSh, Rudakov VB. A mathematical model and algorithm for optimal acceptance control of the reliability of hierarchical space technology systems in conditions of single and small-scale production. *RUDN Journal of Engineering Research*. 2024;25(3):237–250. (In Russ.) <http://doi.org/10.22363/2312-8143-2024-25-3-237-250>

Введение

Как известно, этап производства является важнейшим этапом создания космической техники (КТ). При этом особенностью производства систем КТ является его мелкосерийность, а системы, которые изготавливаются по коммерческим заказам, вообще не имеют серийности, то есть изготавливаются в единичных экземплярах. Кроме того, требования, предъявляемые в технической документации к надежности систем КТ, очень высокие, что влечет за собой значительные экономические затраты на контроль выполнения этих требований [1]. При этом отказ

от проведения каких-либо видов приемочного контроля с целью экономии денежных средств вызывает опасения возникновения отказов в космическом пространстве, аварий в полете и т.д., которые приносят существенные финансовые и престижные потери для России.

Более того, современное состояние и перспективы развития КТ характеризуются следующими особенностями:

- возрастанием спектра задач, выполняемых в космосе за счет внедрения новых технологий;
- увеличением конструктивной и функциональной сложности систем КТ;

- дальнейшим повышением требований, предъявляемых к надежности систем КТ;
- увеличением экономических затрат на производство и контроль заданных требований;
- увеличением потерь, связанных с рисками принятия ошибочных решений при контроле выполнения заданных требований в условиях мелкосерийного производства.

Все эти особенности и тенденции приводят к еще большему увеличению стоимостных затрат на создание КТ.

Проведенный анализ [2] показал, что производство систем КТ идет по уровням иерархии, его следует рассматривать как единый процесс и учитывать постоянное изменение и накопление статистической информации о результатах приемочного контроля надежности на каждом уровне иерархии для повышения достоверности контроля выполнения заданных требований.

Анализ практики и особенностей приемочного контроля надежности таких систем также показал:

- контроль в общем случае носит выборочный характер;
- приемочный контроль низших уровней иерархии, то есть изделий, составляющих систему, на их заводах-изготовителях, предшествует контролю системы в целом после ее изготовления на сборочном предприятии-изготовителе;
- результаты контроля низших уровней системы свидетельствуют не только о состоянии данного уровня, но и несут определенную долю информации о надежности системы в целом. В условиях единичного и мелкосерийного производства систем КТ, которое характеризуется недостатком статистической информации для достоверного подтверждения заданных требований, это должно учитываться при

планировании и проведении контроля более высоких уровней. То есть статистические планы контроля этих технических объектов должны быть взаимосвязаны.

Актуальность и важность проблемы контроля качества и надежности КТ нашли отражение в трудах многих российских ученых, например: С.Н. Шевченко [3–6], Ю.В. Богданова, С.В. Ульянова, Д.А. Пузаня [7], В.Я. Гечи, Р.Н. Барбула, Н.И. Сидняева, Ю.И. Бутенко [8], Ю.Н. Дорохина, И.А. Круглова, Ю.В. Кругловой [9], А.Ю. Колобова, Ю.А. Петрова [10], Д.М. Кривопалова, А.Е. Давыдова, Р.Н. Барбула [11], С.В. Кудрявцева В.М. Розовенко [12], В.В. Ламзин, В.А. Ламзин [13], В.М. Макарова [14; 15], В.А. Милованова [16], И.А. Соцков [17]. За рубежом вопросу контроля надежности КТ также уделяется пристальное внимание как учеными [18; 19], так и практическими специалистами [20].

Основные требования, а также порядок и правила обеспечения контроля надежности и безопасности космических систем, комплексов и автоматических космических аппаратов единичного (мелкосерийного) изготовления с длительными сроками активного существования регламентированы Национальными стандартами Российской Федерации ГОСТ Р 56516-2015¹ и ГОСТ Р 56526-2015².

1. Материалы и методы

В то же время проведенный анализ основных существующих методов статистического выборочного контроля, например [1], показал, что они основаны на использовании статистических планов контроля вида $(n, \alpha, \beta, c = 0)$. Здесь n — объем контроля, α и β — безусловные риски 1-го и 2-го рода (забраковать годное изделие и принять дефектное, с точки зрения

¹ ГОСТ Р 56516–2015. Порядок и правила обеспечения контроля надежности и безопасности космических систем, комплексов и автоматических космических аппаратов единичного(мелкосерийного) изготовления с длительными сроками активного существования. М.: Стандартинформ, 2016. 32 с.

² ГОСТ Р 56526–2015. Требования надежности и безопасности космических систем, комплексов и автоматических космических аппаратов единичного (мелкосерийного) изготовления с длительными сроками активного существования. М.: Стандартинформ, 2016. 50 с.

выполнения заданных требований), $c=0$ — приемочное число плана контроля. Эти методы не учитывают виды контроля по иерархии изготовления систем КТ в производстве, используют различные целевые функции для учета экономических составляющих контроля, ориентированы на значительные объемы статистических данных, которые при производстве отсутствуют.

Кроме того, использование вероятностно-статистических методов теории надежности, основанных на определении оценок вероятностей безотказной работы изделий и системы в целом, также затруднительно, поскольку оценки, полученные по ограниченному объему статистических данных, являются случайными величинами, обладают недостаточной достоверностью, что может привести к ошибочным результатам.

Таким образом, в современных условиях весьма актуальной является задача подтверждения постоянно возрастающих требований к надежности сложных систем КТ, в условиях недостатка статистической информации, характерных для единичного и мелкосерийного производства, обеспечивая при этом минимум затрат на контроль и потерь, связанных с рисками принятия ошибочных решений о выполнении этих требований.

2. Обсуждение

Для решения поставленной задачи рассмотрим систему КТ, которая состоит из совокупности S независимых изделий (подсистем). Каждое изделие изготавливается на собственном предприятии-изготовителе. Далее готовые изделия поступают на головное сборочное предприятие, где из них изготавливается система в целом.

Контроль заданных требований к надежности в процессе производства систем КТ осуществляется по уровням иерархии их создания и проводится при следующих видах контроля [1]:

– при заводских испытаниях на предприятиях-изготовителях после изготовления каждого

j -го изделия, $j = \overline{1, S}$, из которых состоит система;

– при приемо-сдаточных испытаниях системы в целом после ее изготовления на головном сборочном предприятии.

Реализация этих видов контроля позволяет оценить взаимодействие и взаимовлияние отдельных изделий на надежность системы в целом.

Вместе с тем, как отмечалось, поскольку готовая система КТ имеет определенную структуру построения из изделий и контроль их надежности предшествует контролю надежности системы в целом, то результаты этого предшествующего контроля будут нести не только информацию о надежности самих изделий, но и долю информации о надежности системы в целом. Исследования показали, что аналитически эту информацию при планировании контроля готовой системы можно учесть на уровне вероятностей, то есть рисков 1-го и 2-го рода, входящих в статистический план контроля надежности системы. То есть риски 1-го и 2-го рода, возникающие при контроле надежности готовой системы, будут функциями рисков 1-го и 2-го рода, возникающих при предшествующем контроле надежности изделий, из которых состоит система. Физически это означает, что риски принятия ошибочных решений при контроле надежности готовой системы КТ являются не только функциями заданных требований к ее надежности и объема контроля этой системы. Они также являются функциями соответствующих рисков 1-го и 2-го рода, которые возникают при предшествующем контроле изделий с учетом результатов этого контроля. А поскольку контроль надежности изделий как составных частей иерархической системы КТ предшествует контролю ее надежности после изготовления, эту информацию необходимо учитывать при планировании контроля готовой системы. То есть план контроля надежности готовой системы должен быть связан со статистическими планами предшествующего контроля и результатами контроля надежности изделий, составляющих систему, что особенно

важно в условиях недостатка статистической информации для достоверного подтверждения заданных требований.

В работах [1; 2] для оптимизации планов контроля иерархических систем КТ были использованы планы контроля, основанные на минимизации целевых функций затрат на контроль и потерь, связанных с рисками принятия ошибочных решений. Эти целевые функции теоретически обоснованы с использованием аппарата алгебры событий и теории принятия решений и вытекают из самой статистической структуры контроля. Они имеют следующий вид:

– для контроля надежности изделий при заводских испытаниях на предприятиях-изготовителях после изготовления каждого j -го изделия, $j = \overline{1, S}$, из которых состоит система:

$$C_j = C_{1j}\alpha_j + C_{2j}\beta_j + C_{1Kj}n_j, \quad (1)$$

– для контроля надежности при приемосдаточных испытаниях системы в целом после ее изготовления на головном сборочном предприятии:

$$C_c = C_{1c}\alpha_c + C_{2c}\beta_c + C_{1Kc}n_c, \quad (2)$$

где $C_{1\alpha}$ — математическое ожидание экономических потерь (индексы опущены) за счет браковки годного изделия или системы, т.е. удовлетворяющих заданным требованиям к надежности (α — безусловная вероятность забраковать годное изделие (систему), т.е. риск 1-го рода); $C_{2\beta}$ — математическое ожидание экономических потерь за счет приемки дефектного изделия (системы), т.е. не удовлетворяющих заданным требованиям к надежности (β — безусловная вероятность принять дефектное изделие (систему), т.е. риск 2-го рода); C_1, C_2, C_{1K} — средние потери и затраты (математические ожидания) на контроль надежности изделия (системы) в течение времени испытаний; n — объем контроля, подлежащий определению (количество циклов контроля, связанное с временем испытаний и т.д.).

При этом риски 1-го и 2-го рода определяют достоверность контроля надежности.

Рассмотрена наиболее общая биномиальная схема контроля, и в работах [21] были получены математические зависимости для оценки рисков 1-го и 2-го рода, которые определяются на основе использования априорного распределения, сопряженного биномиальному плану контроля [22], следующим образом:

$$\alpha = \int_{P_{\text{тр}}}^1 (1 - P^n) f(P) dP = \frac{\Gamma(a+b)}{\Gamma(a)\Gamma(b)} \int_{P_{\text{тр}}}^1 (1 - P^n) P^{b-1} (1 - P)^{a-1} dP, \quad (3)$$

$$\beta = \int_0^{P_{\text{тр}}} P^n f(P) dP = \frac{\Gamma(a+b)}{\Gamma(a)\Gamma(b)} \int_0^{P_{\text{тр}}} P^{n+b-1} (1 - P)^{a-1} dP, \quad (4)$$

где $\Gamma(\dots)$ — полная гамма-функция или интеграл Эйлера второго рода; $P_{\text{тр}}$ — заданное значение вероятности безотказной работы изделия; P — истинное значение показателя надежности изделия, трактуется как случайная величина (в байесовском смысле), имеющая плотность бета-распределения

$$f(P) = \frac{\Gamma(a+b)}{\Gamma(a)\Gamma(b)} P^{b-1} (1 - P)^{a-1}. \quad (5)$$

Здесь использован известный результат [22], что сопряженным распределением по отношению к биномиальному плану контроля является априорное бета-распределение (5).

Параметры a и b априорного бета-распределения определяются по накопленной статистической информации о надежности по формулам [23]:

$$a = N_{\Sigma}(1 - \hat{P}) + 1, \quad (6)$$

$$b = (N_{\Sigma}\hat{P} + 1), \quad (7)$$

где $\hat{P}$ — реализовавшаяся оценка максимального правдоподобия показателя надежности изделия $\hat{P} = 1 - \frac{m_{\Sigma}}{N_{\Sigma}}$; m_{Σ} — количество отказав-

ших изделий, определенное по предварительной накопленной информации о результатах контроля и испытаний совокупности N_{Σ} изделий-аналогов на предшествующих этапах контроля (или количество отказов одного изделия при N_{Σ} испытаниях).

При этом если накопленная информация о надежности статистически неоднородна, то привлекаются методы обработки такой информации, изложенные, например, в [21]. Поэтому значения m_{Σ} и N_{Σ} в общем случае могут быть нецелочисленными. Для их определения, наряду с самой оценкой максимального правдоподобия, используется и среднее квадратическое отклонение случайной величины P относительно реализовавшейся оценки $\hat{P}$:

$$\sigma_{\hat{P}}[P] = \frac{1}{N_{\Sigma} + 2} \sqrt{\frac{(1 + N_{\Sigma}\hat{P})(1 + N_{\Sigma} - N_{\Sigma}\hat{P})}{N_{\Sigma} + 3}} + (2\hat{P} - 1)^2. \quad (8)$$

Таким образом, целевая функция (1) для контроля надежности изделий при заводских испытаниях на предприятиях-изготовителях и целевая функция (2) для контроля надежности при приемо-сдаточных испытаниях системы в целом после ее изготовления на головном сборочном предприятии содержат в качестве составляющих выражения (3)–(8). При этом в работах [24; 25] показано, что риски принятия ошибочных решений о выполнении заданных требований к надежности (3) и (4) с увеличением объема контроля изменяются в противоположных направлениях: риск 1-го рода возрастает, а риск 2-го рода убывает, а затраты на контроль линейно возрастают. То есть целевые функции (1) и (2) должны иметь минимум, которому соответствует оптимальный план контроля. Кроме того, функции (1) и (2) могут быть возрастающими и убывающими.

Если функции являются возрастающими, то контроль надежности проводить нецелесообразно, поскольку это приведет к увеличению экономических затрат и потерь, связанных с рисками принятия ошибочных решений. Если функции являются убывающими, то необходим стопроцентный контроль всех изделий партии (если рассматривается партия изделий) или контроль надежности изделий и системы КТ в пределах заданной наработки. И, наконец, если функции имеют минимум, то контроль следует проводить по оптимальным планам. То есть сама целевая функция является как бы индикатором необходимости проведения испытаний и контроля [2].

Теперь перейдем к рассмотрению априорных рисков 1-го и 2-го рода (3) и (4). Как видно из этих выражений, риски учитывают априорную информацию о надежности с учетом ее статистической неоднородности не напрямую, а только через параметры a и b бета-распределения (5). То есть областью определения возможных значений показателя надежности P является область $0 < P < 1$. Такая область определения представляет собой наиболее общий случай и ограничивает использование данного подхода.

В то же время практика показывает, что используемые в настоящее время изделия и системы КТ обладают достаточной степенью приемственности и по ним накоплена достаточная априорная информация о надежности на различных этапах жизненного цикла (проектирование, отработка). С учетом указанных обстоятельств были проведены исследования и конкретизированы границы области возможных значений показателя надежности P , который трактуется как случайная величина в байесовском смысле, в виде $P_1 < P < P_2$ [24; 26].

Исследование основано [27] на представлении гипотетического множества изделий (гипотетическая генеральная совокупность), которое условно было разделено на два подмножества:

- подмножество изделий, удовлетворяющих требованиям к надежности $P_2 \geq P_{\text{тр}}$ (годное подмножество);

– подмножество изделий, не удовлетворяющих требованиям к надежности $P_1 < P_{\text{тр}}$ (дефектное подмножество).

В качестве границ P_1 и P_2 были приняты их оценки, выраженные через математические ожидания показателя надежности P изделий соответственно первого и второго подмножества. Механизм перехода бета-распределения от области $0 < P < 1$ к области $P_1 < P < P_2$ связан с усечением априорной плотности распределения (5) по этой области. Используя общую процедуру усечения плотности распределения [28] и выражения (3) и (4), получены следующие формулы для определения усеченных рисков 1-го и 2-го рода:

$$\alpha = \int_{P_{\text{тр}}}^2 (1 - P^n) f(P) dP = \frac{\Gamma(a+b)}{\Gamma(a)\Gamma(b)} \int_{P_{\text{тр}}}^2 (1 - P^n) P^{b-1} (1-P)^{a-1} dP, \quad (9)$$

$$\beta = \int_1^{P_{\text{тр}}} P^n f(P) dP = \frac{\Gamma(a+b)}{\Gamma(a)\Gamma(b)} \int_1^{P_{\text{тр}}} P^{n+b-1} (1-P)^{a-1} dP, \quad (10)$$

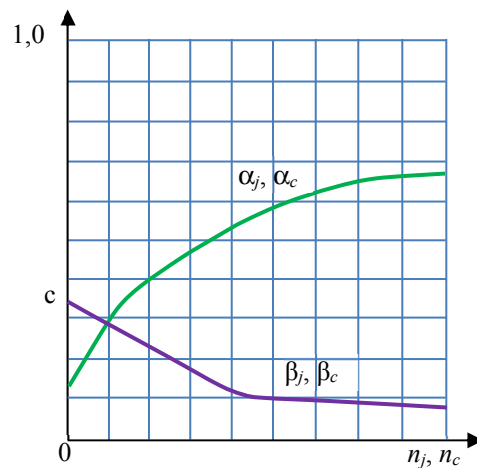
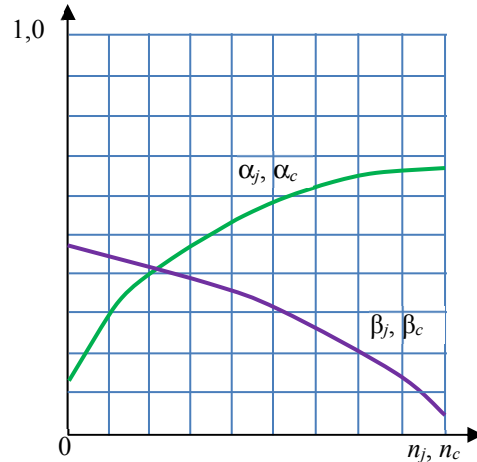
где P_1 и P_2 определяются следующим образом:

$$P_1 = m[P_1] = \frac{b}{b+a} \frac{I_{P_{\text{тр}}}(b+1, a)}{I_{P_{\text{тр}}}(b, a)}, \quad (11)$$

$$P_2 = m[P_2] = \frac{b}{b+a} \frac{[1 - I_{P_{\text{тр}}}(b+1, a)]}{[1 - I_{P_{\text{тр}}}(b, a)]}, \quad (12)$$

где $m[P_1]$ и $m[P_2]$ — математические ожидания; плотность бета-распределения усечена по области $[P_1, P_2]$, а $I_{P_{\text{тр}}}(\dots)$ — неполная бета-функция [21; 29; 30].

Усеченные риски, входящие в целевые функции, в зависимости от объемов контроля монотонно изменяются в противоположных направлениях (рис.).



Характер изменения усеченных рисков 1-го и 2-го рода α_j, α_c и β_j, β_c в зависимости от объема контроля j -го изделия и системы в целом
Источник: выполнено М.Ш. Насибулиным, В.Б. Рудаковым

The nature of the change in the truncated risks of the 1st and 2nd kind α_j, α_c and β_j, β_c depending on the scope of control of the j -th product and the system as a whole
Source: completed by M.Sh. Nasibulin, V.B. Rudakov

Проведены исследования системы целевых функций (1) и (2) на наличие глобального минимума. Исследование основано на использовании способа минимизации функций с помощью частных производных по переменным n_c и n_j , полагая их непрерывными переменными, и использовании обобщенной теоремы о среднем определенном интеграла [29]. При этом установлено, что глобального минимума не существует, а существует условный мини-

мум системы целевых функций, то есть условный вектор решений, координаты которого можно определить следующим образом. Сначала необходимо определить оптимальный объем контроля надежности каждого j -го изделия n_j^* , $j = \overline{1, S}$, исходя из $\min C_j$, и соответствующие риски α_j^* и β_j^* , входящие в целевую функцию (1). Затем следует определить оптимальный объем контроля надежности системы в целом n_c^* и риски α_c^* и β_c^* , которые доставляет условный минимум целевой функции C_c (2) при фиксированных оптимальных n_j^* , $j = \overline{1, S}$. Эти результаты подтверждаются практикой проведения контроля.

Однако при таком подходе взаимосвязь планов контроля изделий и системы в целом обеспечивается только структурой построения иерархической системы КТ из изделий. В то же время, как отмечалось, контроль надежности изделий предшествует контролю надежности системы в целом, и результаты этого предшествующего контроля необходимо учитывать при планировании контроля надежности системы в целом.

В работах [1; 27] установлено следующее свойство рисков 1-го и 2-го рода, которое позволяет учесть эти результаты. Если контроль надежности j -го изделия не проводится или контроль уже проведен и изделие принято для дальнейшего использования, то риск 1-го рода α_j в выражении (1) становится равным нулю, а апостериорный риск 2-го рода β_j^A совпадает с вероятностью того, что изделие является дефектным, то есть не удовлетворяет заданным требованиям к надежности. То есть априорные риски 1-го и 2-го рода α_c и β_c , входящие в целевую функцию (2) для оптимального планирования контроля надежности системы КТ в целом, будут зависеть только от реализовавшихся апостериорных рисков β_j^A для всех изделий $j = \overline{1, S}$, составляющих систему, то есть $\alpha_c = \alpha_c(\beta_j^A)$ и $\beta_c = \beta_c(\beta_j^A)$.

На основе использования аппарата алгебры событий и изложенного свойства рисков получены математические зависимости для определения априорных рисков 1-го и 2-го рода для оптимального планирования контроля надежности системы КТ в целом с учетом результатов предшествующего контроля надежности изделий КТ, которые определяются по формулам:

$$\alpha_c = \prod_{j=1}^S [1 - \beta_j^A] \int_{P_{TP}}^{P_2} (1 - P^{n_c}) f(P) dP, \quad (13)$$

$$\beta_c = \left\{ 1 - \prod_{j=1}^S [1 - \beta_j^A] \right\} \int_{P_1}^{P_{TP}} P^{n_c} f(P) dP, \quad (14)$$

где $f(P)$ — определяется выражением (5); β_j^A — апостериорные риски 2-го рода, с которыми принято каждое j -е изделие по результатам испытаний на их предприятиях-изготовителях, $j = \overline{1, S}$ определяются на основе выражения (10) с учетом результатов контроля их надежности при заводских испытаниях:

$$\beta_j^A = \int_{P_{1j}}^{P_{TPj}} P_j^{n_j} f(P_j) dP_j. \quad (15)$$

Обобщая все изложенное, а также учитывая выражения (1), (2), (5)–(15), математическую модель оптимального контроля надежности иерархических систем КТ в условиях единичного и мелкосерийного производства можно записать в следующем виде:

– найти условный вектор

$$\vec{Y} = \{ \min C_j, \min C_c \}, \quad (16)$$

$$(n_j, \alpha_j, \beta_j) \dots [n_c, \alpha_c(\beta_j^A), \beta_c(\beta_j^A)],$$

где по-прежнему

$$C_j = C_{1j} \alpha_j + C_{2j} \beta_j + C_{1Kj} n_j, \quad (17)$$

$$C_c = C_{1c} \alpha_c(\beta_j^A) + C_{2c} \beta_c(\beta_j^A) + C_{1Kc} n_c; \quad (18)$$

– риски 1-го и 2-го рода α_j и β_j определить на основе формул (9)–(12) с учетом их усечения и формулы (15);

– β_j^A — апостериорные риски 2-го рода, с которыми принято каждое j -е изделие по результатам испытаний на их предприятиях-изготовителях, $j = \overline{1, S}$, определяются на основе (15) или (10), (11) с учетом полученных результатов контроля надежности;

– риски 1-го и 2-го рода для планирования контроля надежности системы в целом после ее изготовления на сборочном предприятии с учетом результатов предшествующего контроля надежности изделий вычисляются на основе (13) и (14) в области, которая определяется неравенствами:

$$\begin{aligned} 0 \leq n_j \leq N_j, \quad 0 \leq x \leq S, \quad 0 \leq n_c \leq N_c, \\ \alpha_j \geq 0, \beta_j > 0, \alpha_s \geq 0, \beta_s > 0, \\ \alpha_c \geq 0, \beta_c > 0, \\ j = \overline{1, S}. \end{aligned} \quad (19)$$

Для практического использования формализованной постановки задачи (16)–(19) необходимо разработать алгоритм, который обеспечит реализацию оптимального планирования контроля надежности иерархических систем КТ с учетом результатов предшествующего контроля надежности входящих в них изделий. Чтобы решить этот важный вопрос, поступим следующим образом.

Рассмотрим целевую функцию (17) с учетом входящих в нее рисков 1-го и 2-го рода. Все, что будет изложено ниже, относится и к целевой функции (2):

$$\begin{aligned} C_j = C_{1j} \int_{P_{1j}}^{P_{2j}} (1 - P_j^{n_j}) f(P_j) dP_j + \\ + C_{2j} \int_{P_{1j}}^{P_{2j}} P_j^{n_j} f(P_j) dP_j + C_{1K_j} n_j, \end{aligned} \quad (20)$$

где плотность бета-распределения $f(P_j)$ определяется на основе формулы (5) в усеченной области $P_{1j} < P_{1j} < P_{2j}$, а параметры распределения вычисляются на основе (6)–(8) в случае однородной статистической информации о на-

дежности либо по формулам [21] в случае статистически неоднородной информации.

Как отмечалось выше, при различных значениях величин $P_{1j}, \alpha_j, \beta_j, C_{1j}, C_{2j}, C_{1K_j}$ целевая функция C_j в зависимости от переменной n_j может быть убывающей, возрастающей функцией этого аргумента или иметь минимум.

Если функция имеют минимум, то контроль следует проводить по оптимальным планам [24].

3. Результаты

Исследования показали, что аналитически определить минимум этой целевой функции $C_j = C_j^*$, соответствующий оптимальному плану контроля $(n_j^*, \alpha_j^*, \beta_j^*, c = 0)$, не удастся, что связано с наличием многих параметров и сложных связей между ними. Однако данную задачу можно решить численно, поскольку величина n_j является дискретной и принимают значения 0, 1, 2, ..., то есть изменяется целочисленно.

Определим условия, необходимые для существования минимума целевой функции (20), опуская индексы.

Поскольку функция является выпуклой, очевидно, что в любой точке $n > 0$, она должна иметь хотя бы одно значение меньше, чем ее значения в точках $n = 0$, и быть достаточно удаленной от нуля точкой $n = N$ (величина N определяется из практических соображений, например, из заданного количества циклов контроля для подтверждения требований к надежности в течение заданного времени). Поэтому сначала следует определить значения функции (20) в точках $n = 0$ и $n = N$. Затем определить значения функции в точках, близких к $n = 0$, и в точках, близких к $n = N$, т.е., например, в точке $n = 1, C(1)$, и в точке $n = N - 1, C(N - 1)$. Если при этом будет выполняться система неравенств

$$\begin{cases} C(0) > C(1) \\ C(N-1) < C(N) \end{cases} \quad (21)$$

то функция (20) имеет минимум внутри интервала $0 < n < N$.

Если (21) не выполняется, то существует два результата:

1. Если значение целевой функции $C(0)$, меньше, чем ее значение $C(N)$, то контроль надежности проводить нецелесообразно, поскольку это приведет к увеличению экономических затрат на контроль и потерь, связанных с принятием неправильных решений. В этом случае достаточно контролировать стабильность производства.

2. Если значение целевой функции $C(0)$ больше, чем ее значение $C(N)$, то целесообразно провести весь объем контроля в течение заданного в документации времени испытаний, поскольку потери уменьшаются.

Проведенные исследования позволили разработать алгоритм оптимального планирования и проведения контроля надежности иерархических систем КТ. Основное его содержание состоит в следующем.

Шаг 1. Оптимальное планирование и проведение контроля надежности каждого j -го изделия по результатам заводских испытаний на предприятиях-изготовителях, $j = \overline{1, S}$.

Для этого используется целевая функция (20).

1.1. При выполнении условий (21) задаемся первым значением объема контроля $n_j = \Delta n_j$ (Δn_j — шаг изменения n_j). Для выбранного объема $n_j = \Delta n_j$ (обычно $\Delta n_j = 1$) рассчитываем величины усеченных рисков 1-го и 2-го рода α и β по формулам (9)–(12) и рассчитываем также величину потерь по целевой функции (20).

1.2. Задаемся вторым значением объема $n_j = 2\Delta n_j$ и проводим расчеты по тем же формулам.

1.3. Аналогичные вычисления (с величиной шага Δn_j) ведутся до тех пор, пока величина C_j не начнет возрастать. Соответствующее минимуму C_j^* значение объема контроля изделия n_j^* , а также значения усеченных рисков 1-го и 2-го рода при приемочном числе $c = 0$ представляют собой оптимальные характеристики планов контроля надежности j -го изделия.

1.4. Проводится контроль надежности каждого изделия в соответствии с оптимальными планами контроля $(n_j^*, \alpha_j^*, \beta_j^*, c = 0)$.

1.5. По результатам контроля после принятия каждого изделия на их предприятиях-изготовителях определяются апостериорные риски 2-го рода β_j^A , с которыми принято каждое изделие, с учетом информации, полученной по результатам контроля. Для этого в качестве основы используется формула (15) с учетом усечения.

Шаг 2. Оптимальное планирование контроля надежности системы в целом после ее изготовления на сборочном предприятии с учетом результатов контроля, полученных на шаге 1.

2.1. Определяется оптимальный план контроля надежности системы в целом при приемодаточных испытаниях. Для этого применяется целевая функция (17), а также риски 1-го и 2-го рода α_c и β_c , которые вычисляются с учетом их усечения по формулам (13)–(14), а также с учетом реализовавшихся значений апостериорных рисков 2-го рода β_j^A , с которыми приняты изделия по результатам предшествующего контроля их надежности при заводских испытаниях на предприятиях-изготовителях.

2.2. Проводится минимизация целевой функции потерь (17) в соответствии с изложенной выше процедурой, пункты 1.1–1.3. Результатом является оптимальный план контроля надежности $(n_c^*, \alpha_c^*, \beta_c^*, c = 0)$ системы КТ в целом после ее изготовления на сборочном предприятии.

Заключение

Таким образом, разработанная модель и алгоритм обеспечивают оптимальное планирование и реализацию интегрированного контроля систем КТ в иерархической структуре: «контроль надежности изделий, составляющих иерархическую систему КТ — контроль надежности системы в целом».

Их практическое использование позволяет последовательно учитывать результаты контроля нижних уровней при определении оптимальных планов контроля более высоких уровней иерархических систем КТ, что обеспечит снижение экономических затрат на контроль и потерь, связанных с принятием ошибочных решений, при подтверждении высоких требований, предъявляемых к надежности сложных систем КТ.

Список литературы

1. Насибулин М.Ш., Рудаков В.Б. Анализ статистических структур контроля технических параметров и надежности для оптимизации планов выборочного контроля космической техники в условиях мелкосерийного производства // Информационно-технологический вестник. 2023. № 3 (37). С. 103–117. EDN: BKXGRO
2. Рудаков В.Б. Статистический контроль надежности систем ракетно-космической техники с последовательной структурой на этапе наземной отработки // Информационно-технологический вестник. 2021. № 4 (30). С. 49–61. EDN: CQJHHN
3. Шевченко С.Н. Интервальное оценивание надежности космических аппаратов в процессе наземной экспериментальной отработки // Вестник НПО им. С.А. Лавочкина. 2021. № 1. С. 21–23. EDN: BSDDZP
4. Шевченко С.Н. Метод оценки и прогнозирования надежности ракет в условиях совмещения этапов их экспериментальной отработки // Космонавтика и ракетостроение. 2021. № 4. С. 61–65. EDN: FFWEBJ
5. Шевченко С.Н. Методы оптимального планирования экспериментальной отработки межконтинентальных баллистических ракет и ракет космического назначения. Москва: ПСТМ, 2022. 47 с. ISBN 978-5-00166-726-1
6. Шевченко С.Н. Методы оценки и подтверждения показателей надежности систем ракетной и ракетно-космической техники по результатам ускоренных и форсированных испытаний. М.: ПСТМ, 2019. 75 с. ISBN 978-5-00077-923-1
7. Богданов Ю.В., Ульянов С.В., Пузань Д.А. Способ оценки вероятностей аварий изделий ракетно-космической техники с использованием стохастических сетевых моделей возникновения и развития аварийных ситуаций. Патент № RU2723575C1_20200616, СПК: B64F5/00 B64G1/22 G06F17/40, МПК: B64F5/00 B64G1/22. Публикация: 2020-06-16.
8. Геча В.Я., Барбул Р.Н., Сидняев Н.И., Бутенко Ю.И. Методология оценки надежности космических аппаратов при проектной и конструкторской проработке // Надежность. 2019. Т. 19. № 2. С. 3–8. EDN: HGXOQN
9. Дорохин Ю.Н., Круглов И.А., Круглова Ю.В. Обеспечение качества изделий ракетно-космической техники. Проблемные вопросы организации входного контроля и предложения по их решению // Вестник НПО Техномаш. 2021. № 4 (17). С. 24–27. EDN: VOGYFG
10. Колобов А.Ю., Петров Ю.А. Методика оценки вероятности безотказной работы разгонных блоков по результатам эксплуатации с использованием предварительной информации // Вестник НПО им. С.А. Лавочкина. 2023. № 4 (62). С. 75–79. <https://doi.org/10.26162/LS.2023.62.4.010>
11. Кривопапов Д.М., Давыдов А.Е., Барбул Р.Н. Методика оценки показателей надежности по результатам летных испытаний и эксплуатации // Вопросы электромеханики. Труды ВНИИЭМ. 2023. Т. 193. № 2. С. 7–13. EDN: WPIENA
12. Кудрявцев С.В., Розовенко В.М. К вопросу создания информационно-диагностической системы контроля технического состояния образцов космической техники // Вестник НПО им. С.А. Лавочкина. 2023. № 1. С. 74–79. EDN: ITRWJQ
13. Ламзин В.В., Ламзин В.А. Методика комплексной оценки рациональных параметров и программы развития космических аппаратов дистанционного зондирования Земли // Вестник Московского авиационного института. 2021. Т. 28. № 4. С. 62–77. <https://doi.org/10.34759/vst-2021-4-62-77>
14. Макаров В.М. Модель и алгоритм иерархического контроля технических параметров автоматических космических аппаратов при автономных и комплексных испытаниях // Информационно-технологический вестник. 2019. № 2 (20). С. 34–49. EDN: XNJGM
15. Макаров В.М. Рациональные статистические планы контроля надежности изделий ракетно-космической техники при их отработке // Космонавтика и ракетостроение. 2019. № 2 (107). С. 104–117. EDN: KBUUZL
16. Милованов В.А. Проведение расчетов надежности космических аппаратов с использованием статистических закономерностей проявления отказов

приборов, блоков и узлов в процессе эксплуатации // Космическая техника и технологии. 2021. № 4 (35). С. 53–65. <https://doi.org/10.33950/spacetech-2308-7625-2021-4-53-65>

17. Соцков И.А. Выбор проектных параметров разгонного блока при его экспериментальной отработке // Вестник Московского авиационного института. 2023. Т. 30. № 2. С. 62–69. <https://doi.org/10.34759/vst-2023-2-62-69>

18. Фортескью П., Старка Дж., Суинерда Г. Разработка систем космических аппаратов. М.: Альпина Паблишер, 2015. 764 с. ISBN 978-5-9614-2263-4

19. Ramgopal K.R. Reliability and Quality Assurance of Space Systems. (Рамгонал К.Р. Надежность и обеспечение качества космических систем) // IETE Technical Review. 2015. No. 10 (5). P. 515–516. <https://doi.org/10.1080/02564602.1993.11437379>

20. NASA Reliability Preferred Practices for Design & Test. A scientific study of the problems of digital engineering for space flight systems, with a view to their practical solution. NASA Office of Logic Design. URL: https://klabs.org/DEI/References/design_guidelines/nasa_reliability_preferred_practices.htm (Дата обращения: 02.05.2024).

21. Волков Л.И., Рудаков В.Б. Статистический контроль иерархических систем. Монография. М.: СИП РИА, 2002. 355 с. ISBN 5-89354-153-7

22. Райфа Г., Шлейфер Р. Прикладная теория статистических решений / под ред. и с предисл. Ю.Н. Благовещенского. М.: Статистика, 1977. 359 с.

23. Рудаков В.Б., Макаров М.И. Интегрированный контроль систем ракетно-космической техники с изменяющейся структурой // Двойные технологии. 2016. № 3 (76). С. 11–18. EDN: UDBNHL

24. Мироничев В.А., Рудаков В.Б. Планирование контроля надежности бортового оборудования космических аппаратов с использованием усеченных рисков // Ракетно-космическое приборостроение и информационные системы. 2018. Т. 5. № 3. С. 70–77. <https://doi.org/10.30894/issn2409-0239.2018.5.3.70.77>

25. Мироничев В.А., Макаров М.И., Рудаков В.Б. Математическая модель иерархического контроля надежности бортовых систем космических аппаратов с изменяющейся структурой при их наземной отработке // Ракетно-космическое приборостроение и информационные системы. 2019. Т. 6. № 3. С. 66–75. <https://doi.org/10.30894/issn2409-0239.2019.6.3.66.75>

26. Макаров М.И., Рудаков В.Б., Макаров В.М., Мироничев В.А. Рациональное планирование контроля надежности элементов и бортовых систем космических аппаратов на этапе наземной отработки // Двойные технологии. 2018. № 4 (85). С. 35–43. EDN: GVOWIG

27. Макаров М.И., Рудаков В.Б., Макаров В.М., Мироничев В.А. Статистический контроль надежности электронных изделий ракетно-космической техники с использованием усеченных рисков // Информационно-технологический вестник. 2019. № 4 (22). С. 24–37. EDN: YEWDAB

28. Шор Я.Б. Статистические методы анализа и контроля качества и надежности. М.: Советское Радио, 1962. 552 с.

29. Бронштейн И.Н., Семендяев К.А. Справочник по математике. М.: Физматгиз, 1959. 606 с.

30. Большев Л.Н., Смирнов Н.В. Таблицы математической статистики. М.: Наука, 1983. 415 с.

References

1. Nasibulin MSh, Rudakov VB. Analysis of statistical structures of control of technical parameters and reliability for optimization of plans for selective control of space technology in conditions of small-scale production. *Information Technology Bulletin*. 2023;3(37):103–117. (In Russ.) EDN: BKXGRO

2. Rudakov VB. Statistical control of reliability of rocket and space technology systems with a consistent structure at the stage of ground testing. *Information Technology Bulletin*. 2021;4(30):49–61. (In Russ.) EDN: CQJHHH

3. Shevchenko SN. Interval estimation of spacecraft reliability in the process of ground-based experimental testing. *Vestnik NPO imeni S.A. Lavochkina*. 2021;(1):21–23. (In Russ.) EDN: BSDDZP.

4. Shevchenko SN. Method of evaluating and predicting the reliability of rockets in conditions of combining the stages of their experimental development. *Cosmonautics and rocket engineering*. 2021;(4):61–65. (In Russ.) EDN: FFWEBJ.

5. Shevchenko SN. *Methods of optimal planning of experimental testing of intercontinental ballistic missiles and space rockets*. Moscow: PSTM Publ.; 2022. (In Russ.) ISBN 978-5-00166-726-1.

6. Shevchenko SN. *Methods for evaluating and confirming reliability indicators of rocket and rocket and space technology systems based on the results of accelerated and accelerated tests*. Moscow: PSTM Publ.; 2019. (In Russ.) ISBN 978-5-00077-923-1.

7. Bogdanov YuV, Ulyanov SV, Puzan DA. *A method for assessing the probability of accidents of rocket and space technology products using stochastic network models of the occurrence and development of emergency situations*. Patent RU2723575C1_20200616, SEC: B64F5/00 B64G1/22 G06F17/40, IPC: B64F5/00 B64G1/22. Publication: 2020-06-16. Patent holder: FSBI “4 Central Research Institute” of the Ministry of Defense of the Russian Federation. (In Russ.)

8. Gecha VYa, Barbul RN, Sidnyaev NI, Butenko YuI. Methodology for assessing the reliability of spacecraft during design and design work. *Reliability*. 2019;2(19): 3–8. (In Russ.) EDN: HGXOQN
9. Dorokhin YuN, Kruglov IA, Kruglova YuV. Quality assurance for the aerospace equipment products. problem areas in the organization of input control and suggestions for their solution. *JSC NPO Technomash*. 2021;4(17):24–27. EDN: VOGYFG
10. Kolobov AYu, Petrov YuA. Estimation procedure for probability of upper stages non-failure operation considering flight operation results and a priori information. *Journal “Vestnik “NPO im. S.A. Lavochkina.”* 2023;4(62): 75–79. (In Russ.) <https://doi.org/10.26162/LS.2023.62.4.010>
11. Krivopalov DM, Davydov AE, Barbul RN. Methods of assessment of reliability indices based on the results of flight tests and operation. *Questions of electro-mechanics. Proceedings of VNIIEM*. 2023;193(2):7–13. (In Russ.) EDN: WPIENA
12. Kudryavtsev SV, Rozovenko VM. On the issue of creating an information and diagnostic system for monitoring the technical condition of space technology samples. *Vestnik NPO imeni S.A. Lavochkina*. 2023;(1): 74–79. (In Russ.) EDN: ITRWJQ.
13. Lamzin VV, Lamzin VA. Methodology for the integrated assessment of rational parameters and the program for the development of spacecraft for remote sensing of the Earth. *Aerospace MAI Journal*. 2021;4(28):62–77. (In Russ.) <https://doi.org/10.34759/vst-2021-4-62-77>
14. Makarov VM. Model and algorithm of hierarchical control of technical parameters of automatic spacecraft during autonomous and complex tests. *Information Technology Bulletin*. 2019;2(20):34–49. (In Russ.) EDN: XNJIGM
15. Makarov VM. Rational statistical plans for reliability control of rocket and space technology products during their development. *Cosmonautics and rocket engineering*. 2019;2(107):104–117. (In Russ.) EDN: KBUUZL
16. Milovanov VA. Spacecraft reliability calculations using statistical regularities in occurrences of failures in devices, units and assemblies during their operation. *Space technology and technologies*. 2021;4(35):53–65. (In Russ.) <https://doi.org/10.33950/spacetech-2308-7625-2021-4-53-65>
17. Sotskov IA. The choice of design parameters of the upper stage during its experimental development. *Aerospace MAI Journal*. 2023;2(30):62–69. (In Russ.) <https://doi.org/10.34759/vst-2023-2-62-69>
18. Fortescue P, Stark J, Swinerd G. *Development of spacecraft systems*. Moscow: Alpina Publisher LLC; 2015. (In Russ.) ISBN 978-5-9614-2263-4
19. Ramgopal KR. Reliability and Quality Assurance of Space Systems *IETE Technical Review*. 2015;10(5): 515–516. <https://doi.org/10.1080/02564602.1993.11437379>
20. *NASA Reliability Preferred Practices for Design & Test*. A scientific study of the problems of digital engineering for space flight systems, with a view to their practical solution. NASA Office of Logic Design. Available from: https://klabs.org/DEI/References/design_guidelines/nasa_reliability_preferred_practices.htm (accessed: 02.05.2024).
21. Volkov LI, Rudakov VB. *Statistical control of hierarchical systems*. Moscow: SIP RIA Publ.; 2002. (In Russ.) ISBN 5-89354-153-7
22. Raifa G, Shleifer R. *Applied theory of statistical solutions*. Ed. and with a preface by Y.N. Blagoveshchensky. Moscow: Statistika Publ.; 1977. (In Russ.)
23. Rudakov VB, Makarov MI. Integrated control of rocket and space technology systems with a changing structure. *Dual technologies*. 2016;3(76):11–18. (In Russ.) EDN: UDBNHL
24. Mironichev VA, Rudakov VB. Planning onboard equipment reliability control by using truncated risks. *Rocket and space instrumentation and information systems*. 2018;5(3):70–77. (In Russ.) <https://doi.org/10.30894/issn2409-0239.2018.5.3.70.77>
25. Mironichev VA, Makarov MI, Rudakov VB. Mathematical model of hierarchical control of reliability of the spacecraft onboard systems with changing structure in their ground testing. *Rocket and space instrumentation and information systems*. 2019;6(3):66–75. (In Russ.) <https://doi.org/10.30894/issn2409-0239.2019.6.3.66.75>
26. Makarov MI, Rudakov VB, Makarov VM, Mironichev VA. Rational planning of spacecrafts components and onboard systems engineering reliability control at the ground verification tests stage. *Dual technologies*. 2018;4(85):35–43. (In Russ.) EDN: GVOWIG
27. Makarov MI, Rudakov VB, Makarov VM, Mironichev VA. Statistical control of reliability of electronic products of rocket and space technology using truncated risks. *Information Technology Bulletin*. 2019;4(22):24–37. (In Russ.) EDN: YEWDAB
28. Shor YaB. *Statistical methods of analysis and control of quality and reliability*. Moscow: Sovetskoe Radio Publ.; 1962. (In Russ.)
29. Bronstein IN, Semendyaev KA. *Handbook of Mathematics*. Moscow: Fizmatgiz Publ.; 1959. (In Russ.)
30. Bolshhev LN, Smirnov NV. *Tables of mathematical statistics*. Moscow: Nauka Publ.; 1983. (In Russ.)

Сведения об авторах

Насибулин Марат Шамильевич, кандидат технических наук, руководитель филиала АО «ГКНПЦ им. М.В. Хруничева» в городе Королев — директор «НИИ КС им. А.А. Максимова», «НИИ КС им. А.А. Максимова» — филиал АО «ГКНПЦ им. М.В. Хруничева», Московская область, г. Королев, Россия; AuthorID: 1262375, ORCID: 0009-0009-1503-3095; e-mail: info.niiks@khrunichev.ru

Рудаков Валерий Борисович, доктор технических наук, профессор, главный научный эксперт по надежности РКТ и НКИ, «НИИ КС им. А.А. Максимова» — филиал АО «ГКНПЦ им. М.В. Хруничева», Московская область, г. Королев, Россия; AuthorID: 583676, ORCID: 0009-0003-5094-0113; e-mail: info.niiks@khrunichev.ru

About the authors

Marat Sh. Nasibulin, Candidate of Technical Sciences, Head of branch of Khrunichev State Research and Production Space Center in the city of Korolev — Director of A.A. Maksimov Space Systems Research Institute, A.A. Maksimov Space Systems Research Institute — Branch of Khrunichev State Research and Production Space Center, Korolev, Moscow region, Russia; AuthorID: 1262375, ORCID: 0009-0009-1503-3095; e-mail: info.niiks@khrunichev.ru

Valery B. Rudakov, Doctor of Technical Sciences, Professor, Chief Scientific Expert on the Reliability of RCT and NCI, A.A. Maksimov Space Systems Research Institute — branch of Khrunichev State Research and Production Space Center, Korolev, Moscow region, Russia; AuthorID: 583676, ORCID: 0009-0003-5094-0113; e-mail info.niiks@khrunichev.ru



DOI: 10.22363/2312-8143-2024-25-3-251-262

UDC 004.852

EDN: WUQTNV

Research article / Научная статья

Analysis of Land Displacement Utilizing Sentinel-1 Satellite Imagery and InSAR Technique: A Case Study in Kern County, California

Javad Hatamiafkoueih 

RUDN University, Moscow, Russia

✉ khatamiafkueikh_d@rudn.ru

Article history

Received: May 10, 2024

Revised: July 27, 2024

Accepted: August 12, 2024

Conflicts of interest

The author declares that there is no conflict of interest.

Abstract. This study investigates patterns of land displacement in Kern County, California, using Sentinel-1 satellite imagery and the Interferometric Synthetic Aperture Radar (InSAR) technique. A time-series analysis was performed to examine the temporal evolution of land displacement using the Small Baseline Subset (SBAS-InSAR) approach. The LicSAR (Comet Portal) and Liscbas toolbox were employed to analyze Sentinel-1 satellite data collected between 2014 and 2022. For the ascending orbit, the observation period spanned approximately 6.6 years, encompassing 256 images and 1,499 interferograms. The descending orbit covered around 7 years, with a network of 266 images and 954 interferograms. The data were decomposed into ascending and descending paths to identify both vertical and horizontal displacement patterns. An accuracy evaluation was conducted using 85 GPS stations in central California, revealing an RMSE of 1.89 and an R -squared value of 0.9 for the horizontal direction, and an RMSE of 2.4 with an R -squared value of 0.94 for the vertical direction, indicating a high level of accuracy. These results demonstrate the effectiveness of InSAR in capturing detailed land displacement patterns. This study also discusses the advantages and limitations of using InSAR for tracking land deformation and provides recommendations for future research.

Keywords: land displacement, Interferometric Synthetic Aperture Radar (InSAR), Sentinel-1, Kern County

Acknowledgments

The author would like to express sincere gratitude to all the institutions and individuals who contributed to the completion of this research. Special thanks go to the team at the LicSAR (Comet Portal) and Liscbas toolbox for providing the necessary data and technical support for the analysis. Additionally, appreciation is extended to the California Department of Water Resources and the United States Geological Survey (USGS) for their valuable insights and access to GPS data used in this study.

For citation

Hatamiafkoueih J. Analysis of land displacement utilizing Sentinel-1 satellite imagery and InSAR technique: a case study in Kern County, California. *RUDN Journal of Engineering Research*. 2024;25(3):251–262. <http://doi.org/10.22363/2312-8143-2024-25-3-251-262>



Анализ активности земной коры с использованием спутниковых изображений Sentinel-1 и технологии InSAR: исследование конкретного случая в округе Керн, Калифорния

Д. Хатамиафкуних^{ORCID}

Российский университет дружбы народов, Москва, Россия

✉ khatamiafkueikh_d@rudn.ru

История статьи

Поступила в редакцию: 10 мая 2024 г.

Доработана: 27 июля 2024 г.

Принята к публикации: 12 августа 2024 г.

Заявление о конфликте интересов

Автор заявляет об отсутствии конфликта интересов.

Аннотация. Изучены закономерности смещения грунта в округе Керн, Калифорния с использованием спутниковых снимков Sentinel-1 и техники интерферометрического радара с синтезированной апертурой (InSAR). Для изучения динамики смещения грунта с применением подхода Small Baseline Subset (SBAS-InSAR) был выполнен анализ временных рядов. Для анализа спутниковых данных Sentinel-1, собранных в период с 2014 по 2022 г., использовалось программное обеспечение LicSAR (Comet Portal) и набор библиотек Liscbas. Для восходящей орбиты период наблюдения составил приблизительно 6,6 года. Набор данных для исследования включает 256 изображений и 1499 интерферограмм. Нисходящая орбита охватывала семилетний период, включала в себя 266 изображений и 954 интерферограммы. Данные были разложены на восходящие и нисходящие орбиты для определения как вертикальных, так и горизонтальных моделей смещения. Оценка точности была проведена с использованием 85 станций GPS в Центральной Калифорнии. Для горизонтальных моделей смещения RMSE составила 1,89 и значение R -квадрата 0,9, для вертикальных моделей смещения RMSE 2,4, R -квадрат 0,94, что указывает на высокий уровень точности. Эти результаты демонстрируют эффективность InSAR в составлении моделей активности земной коры. В представленном исследовании также обсуждаются преимущества и ограничения использования InSAR для отслеживания активности земной коры и даются рекомендации для будущих исследований в данной предметной области.

Ключевые слова: смещение Земли, интерферометрический синтезированный радиолокатор (InSAR), Sentinel-1, округ Керн.

Благодарности

Автор выражает искреннюю благодарность всем учреждениям и частным лицам, которые внесли свой вклад в завершение этого исследования. Особая благодарность команде LicSAR (портала Comet) и Liscbas toolbox за предоставление необходимых данных и техническую поддержку для анализа. Также выражает признательность департаменту водных ресурсов Калифорнии и Геологической службе США (USGS) за их ценную информацию и доступ к данным GPS, использованным в этом исследовании.

Для цитирования

Hatamiafkoueih J. Analysis of land displacement utilizing Sentinel-1 satellite imagery and InSAR technique: A case study in Kern county, California // Вестник Российского университета дружбы народов. Серия: Инженерные исследования. 2024. Т. 25. № 3. С. 251–262. <http://doi.org/10.22363/2312-8143-2024-25-3-251-262>

Introduction

Land displacement and ground deformation present significant risks to infrastructure, natural resources, and communities, particularly in regions with extensive industrial activities such as oil and gas extraction [1]. The extraction of subsurface resources can lead to changes in land elevation, causing subsidence or uplift that may result in damage to roads, pipelines, buildings, and natural habitats [2]. Monitoring these patterns of displacement is crucial for understanding the impacts of industrial activities on the environment and for developing effective mitigation strategies to protect infrastructure and local communities [3].

Traditionally, ground-based monitoring techniques, such as leveling and GPS, have been used to measure land displacement. While these methods can provide accurate data, they are often limited in spatial coverage, labor-intensive, and costly when applied to large areas [4]. The advent of satellite-based Interferometric Synthetic Aperture Radar (InSAR) technology has significantly improved the ability to monitor land displacement over wide geographic regions with high precision [5]. InSAR uses radar signals to detect changes in the Earth's surface, as shown in Figure 1, making it an effective tool for identifying even subtle shifts in terrain that would otherwise be difficult to detect with ground-based methods [6].

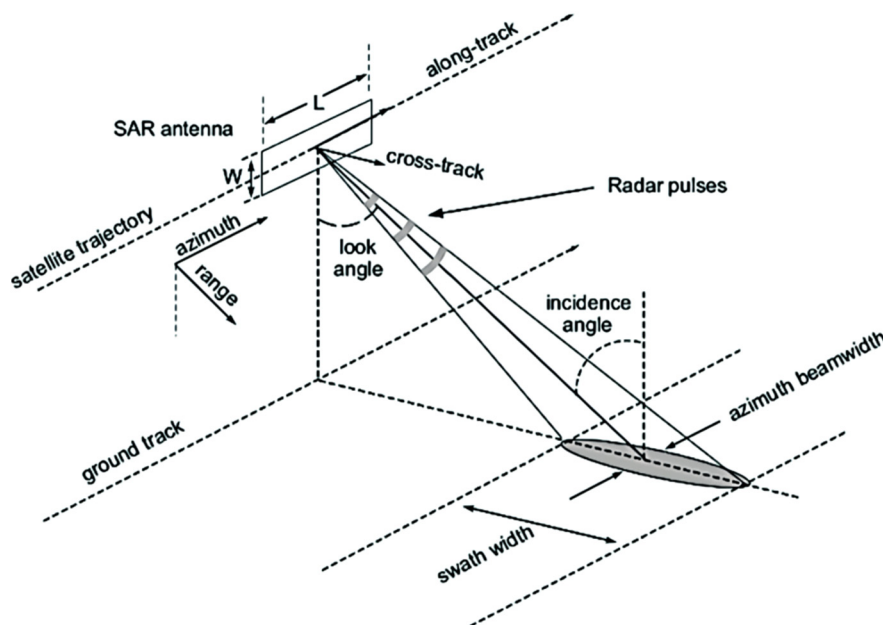


Figure 1. Geometry of Synthetic aperture radar
Source: made by A. Ferretti et al. [6]

Sentinel-1 satellite imagery, when combined with the Small Baseline Subset (SBAS-InSAR) approach, provides a robust solution for capturing both temporal and spatial variations in land displacement [7]. This study utilized Sentinel-1 satellite data and the SBAS-InSAR technique to investigate land displacement patterns in Kern County over an 8-year period from 2014 to 2022. By analyzing data from ascending and descending

orbits, the study aimed to identify both vertical and East-West horizontal displacement components, providing a comprehensive view of ground deformation across the region. Figure 1 depicts the geometry of real aperture radar, which serves as the foundation for the InSAR technique. This research aims to demonstrate the effectiveness of InSAR technology for monitoring land displacement and to provide valuable insights into the impacts of

such displacement on infrastructure and natural resources in Kern County. The findings contribute to a better understanding of ground deformation processes and offer data-driven guidance for managing and mitigating the effects of land displacement in affected areas.

1. Methodology

The Sentinel-1 satellite imagery, combined with the SBAS-InSAR approach, was employed to monitor land displacement in Kern County, California [7]. This technique enables continuous tracking of ground deformation, allowing for the analysis of long-term trends and sudden changes in the landscape. Sentinel-1 data were processed using the LiCSAR (Comet Portal) and LISCBAS toolbox to investigate land displacement over the 8-year observation period. The data were decomposed into ascending and descending orbits to identify both vertical and East-West horizontal displacement components, providing a detailed picture of ground deformation across the region.

1.1. Case Study Kern County

Kern County is situated in the southern portion of the Great Valley in California, bordered by the Coast Ranges, Sierra Nevada, and Transverse Ranges [8]. This unique geographic setting contributes to the complexity of land displacement observed in the region. The study area is depicted in Figure 2, which illustrates the monitored regions.

1.2. GPS

To ensure the accuracy and validation of the InSAR measurements, GPS stations were utilized. These GPS stations provided critical ground-based data that allowed for the comparison and validation of the displacement measurements obtained through the Sentinel-1 satellite data. This integration of GPS data is vital for confirming the reliability and precision of satellite-based displacement monitoring.

The GPS stations shown in Figure 3 cover a broad area across central California, including Kern County. They served as a key reference for

evaluating the accuracy of the InSAR-derived displacement data, ensuring the robustness of the study's findings.

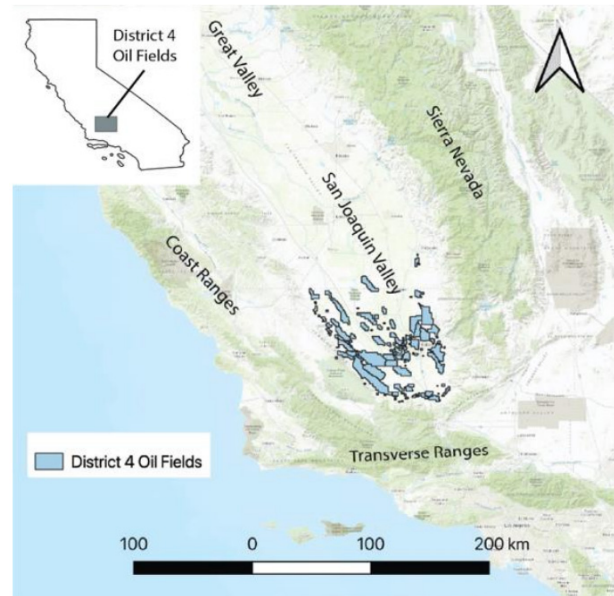


Figure 2. Kern County oil and gas fields
Source: made by K. Okamura, A. Quandt [8]

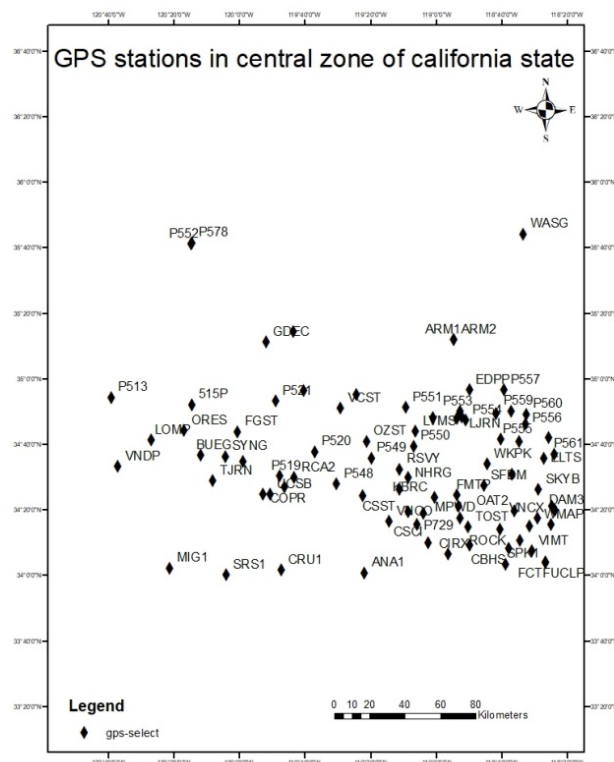


Figure 3. GPS stations in central zone of California
Source: made by J. Hatamiafkoueih

1.3. Data Acquisition and Processing

The Sentinel-1 satellite imagery, combined with the SBAS-InSAR approach, was employed to monitor land displacement in Kern County, California [7]. This technique enables continuous tracking of ground deformation, allowing for the analysis of long-term trends and sudden changes in the landscape. Sentinel-1 data were processed using the LiCSAR (Comet Portal) and LISCAS toolbox to investigate land displacement over the 8-year observation period. The data were decomposed into ascending and descending orbits to identify both vertical and East-West horizontal displacement components, providing a detailed picture of ground deformation across the region.

1.4. Sentinel-1 Satellite Data Analysis

The Sentinel-1 satellite data were collected and processed using the SBAS-InSAR technique

to monitor land displacement in Kern County, California, from 2014 to 2022. The LiCSAR (Comet Portal) and Liscbas toolbox were employed to analyze the data. The ascending orbit (LiCSAR frame ID 137A_05534_131822) covered an observation period from January 31, 2015, to August 15, 2021, consisting of 256 images and 1,499 interferograms over approximately 6.6 years, as shown in Figure 4. The descending orbit (LiCSAR frame ID 144D_05501_131413) covered the period from November 8, 2014, to November 7, 2021, with 266 images and 954 interferograms over 7 years, as shown in Figure 5.

The acquisition interval was primarily 24 days before February 18, 2017, and reduced to 12 days afterward due to the increased observational capacity from the availability of Sentinel-1B, even though all the data were acquired by Sentinel-1A. It is worth noting that the acquisition start dates are not consistent for all frames because of the non-uniform observation strategy of Sentinel-1.

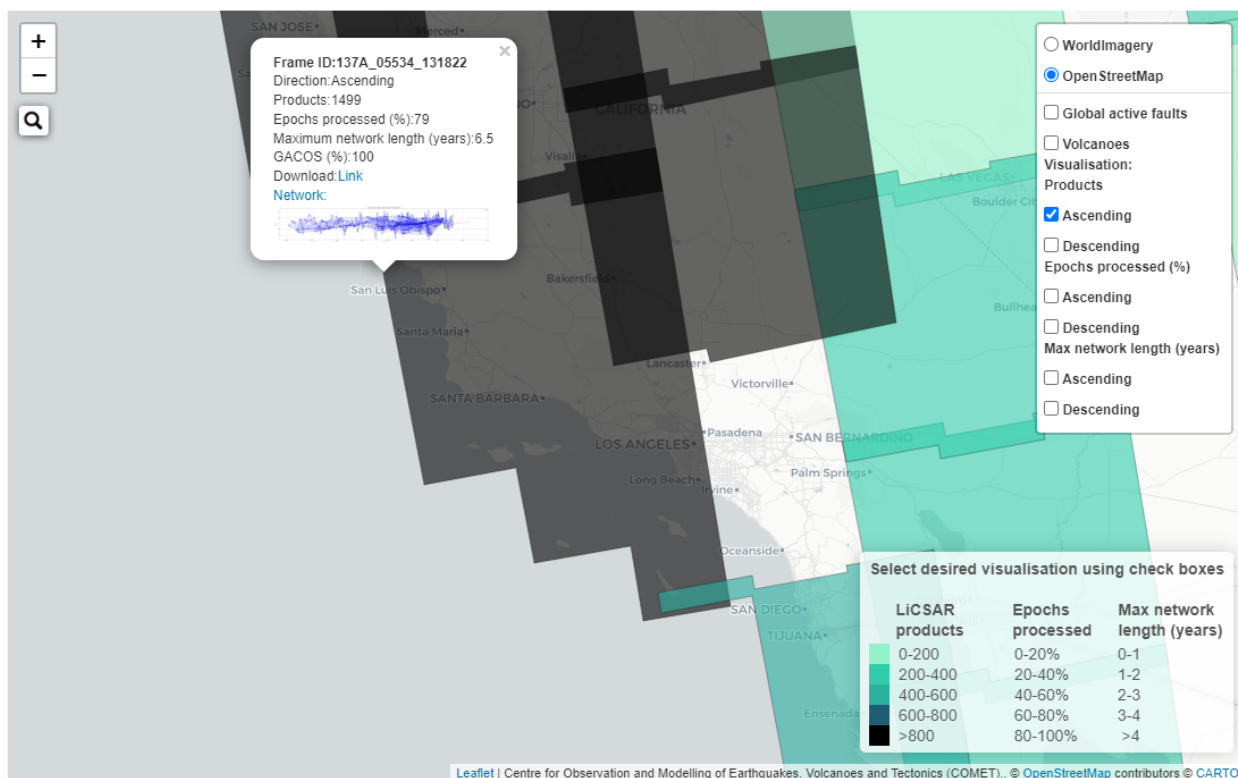


Figure 4. Ascending Orbit Frame Id 137a_05534_131822
 Source: made by J. Hatamiafkuueieh

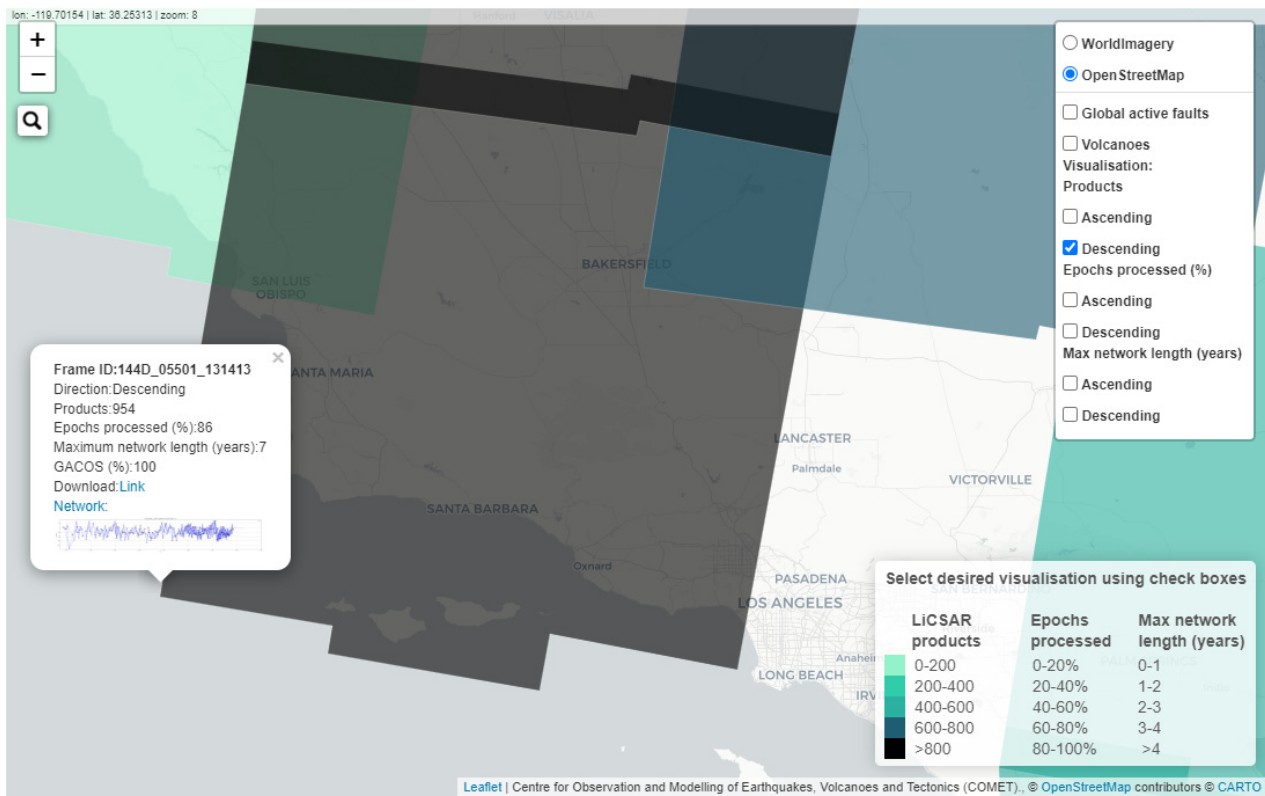


Figure 5. 131822 Descending Orbit Frame Id 144d_05501_131413
 Source: made by J. Hatamiafkoueih

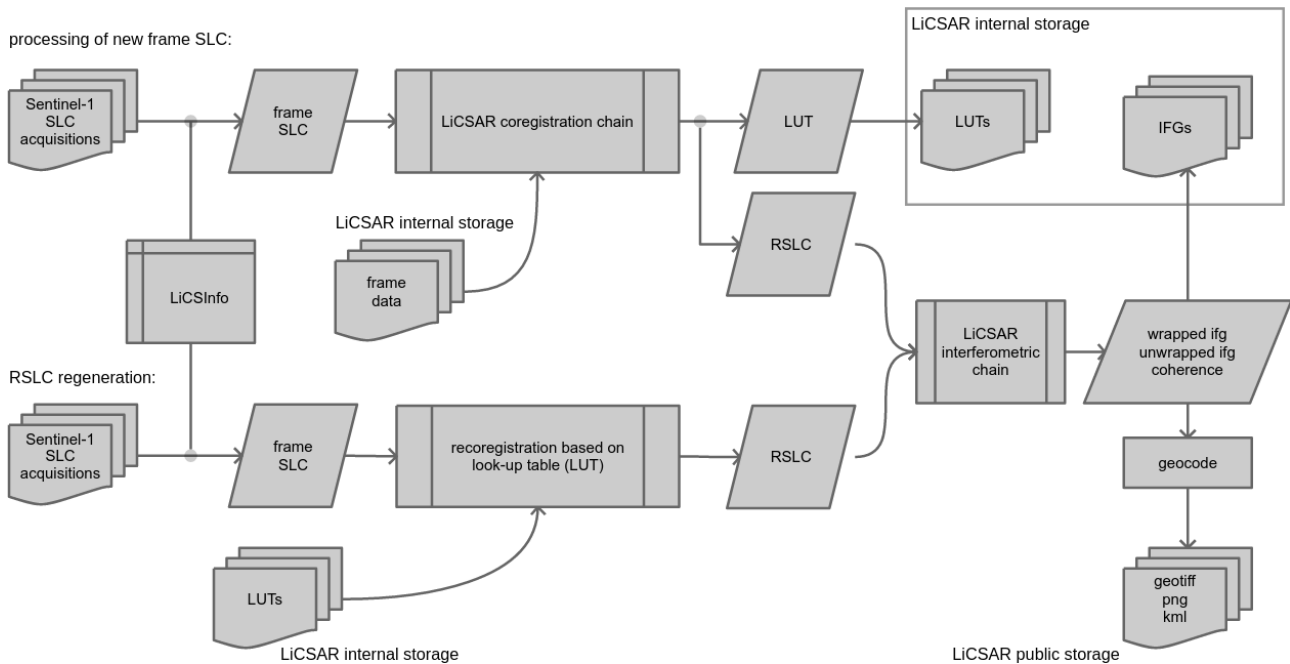


Figure 6. General flowchart of the LiCSAR processing chain
 Source: made by Y. Morishita et al. [9]

1.5. The LiCSAR Processing Chain

The LiCSAR (Lithuania's SAR) Processing Chain was utilized for the processing of Sentinel-1 data¹ [9]. This automated workflow extracts and merges bursts covering a frame into Single Look Complex (SLC) mosaics for each acquisition epoch. The SLC mosaics are then coregistered and resampled to match the geometry of a primary SLC acquisition, which is determined during the

initialization of the frame. The resampled SLC data are subsequently used to form interferometric products, including wrapped and unwrapped interferograms and coherence maps, by combining the new Resampled SLC (RSLC) with, by default, four preceding RSLCs. This process is designed for efficient batch processing in computer clusters, ensuring that large datasets are handled effectively [9]. Figure 6 shows the general flowchart of the LiCSAR processing chain.

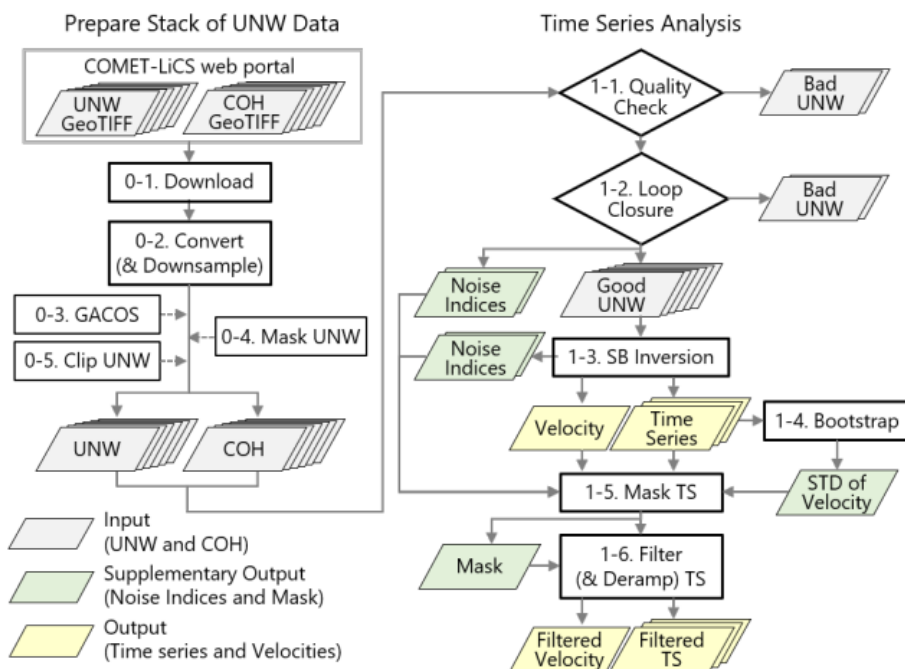


Figure 7. Workflow of LiCSBAS
Source: made by J. Hatamiafkoueih

1.6. The LISCBAS toolbox

The LISCBAS (LiCS Basic Analysis Software) toolbox is another essential tool used for processing Sentinel-1 data and for monitoring ground displacement [10]. The toolbox provides a comprehensive workflow for InSAR data processing, facilitating the generation of high-quality displacement maps and time series. It is designed to manage the complexity of InSAR data process-

ing, ensuring accurate and reliable results for ground deformation studies. The workflow of the LISCBAS toolbox is illustrated in Figure 7.

The data were decomposed into ascending and descending orbits to identify vertical and East-West horizontal displacement patterns. An accuracy evaluation was conducted using measurements from 85 GPS stations across central California [11]. The SBAS-InSAR technique, as processed through the LiCSAR and LISCBAS tools, proved

¹ LiCSAR Project Team. LiCSAR Processing Chain Documentation. 2018. Available from: <https://comet.nerc.ac.uk/COMET-LiCSAR> (accessed: 30.05.2024).

to be a robust method for detecting ground deformation, utilizing multiple satellite images taken over time to identify subtle changes in the Earth's surface. The dual-approach allowed for the decomposition of displacement vectors into vertical and East-West components, providing a more accurate representation of the deformation process.

2. Results and analysis

The SBAS-InSAR technique was instrumental in providing a comprehensive analysis of land displacement patterns in Kern County, identifying regions with significant deformation rates that

required further investigation. This approach allowed for the detection of both subsidence and uplift trends across various areas, offering a clearer understanding of the deformation dynamics at play. To enhance the analysis, the SBAS-InSAR method was used to construct detailed connection networks for both the ascending and descending orbits. The connection network for the ascending orbit, as shown in Figure 8, illustrates the relationships between interferometric pairs generated during the observation period in a similar fashion, the connection network for the descending orbit, depicted in Figure 9, provides a complementary viewpoint.

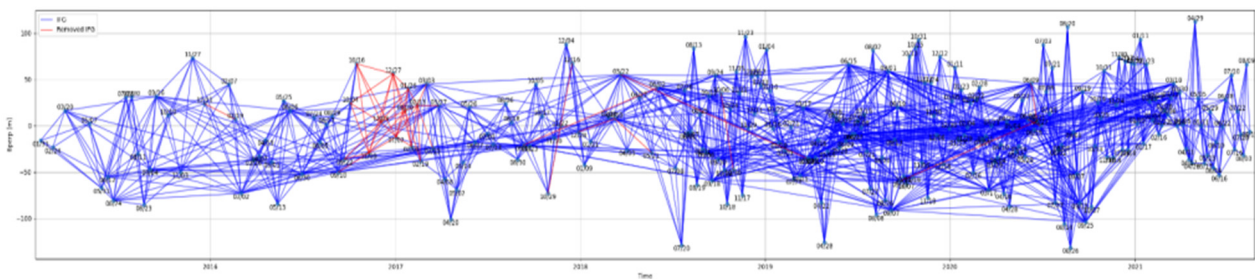


Figure 8. SBAS connection network of the Ascending
Source: made by J. Hatamiafkoueih

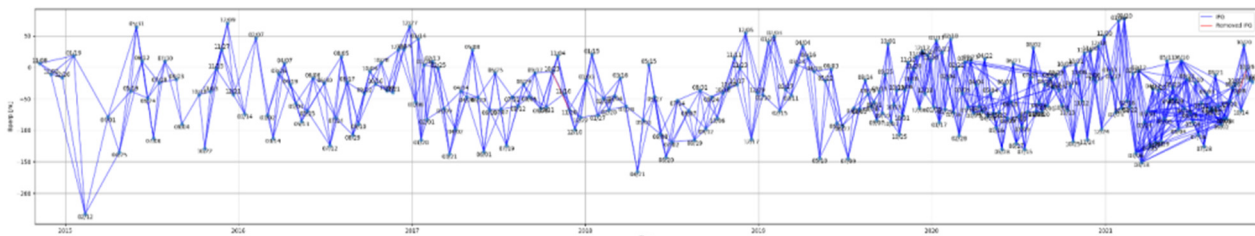


Figure 9. SBAS connection network of the Descending
Source: made by J. Hatamiafkoueih

The decomposition of ascending and descending orbit data allowed for the separation of different deformation components occurring on the Earth's surface. Generally, ascending data is more sensitive to vertical deformation, while descending data better captures horizontal deformation. By analyzing both components, this study effectively identified the distinct types of deformation affecting the region, revealing displacement patterns in two primary directions: vertical, as shown in

Figure 10 and horizontal (east-west), as shown in Figure 11.

The analysis revealed significant and varied patterns of land subsidence across multiple areas within Kern County, providing a comprehensive understanding of the spatial and temporal dynamics of ground displacement in the region. The most pronounced subsidence was detected in the South Belridge area, where ground displacement rates reached up to 20 mm per year, indicating severe

subsurface deformation likely linked to intensive extraction activities and groundwater depletion. This high rate of subsidence suggests that the underlying geological structures in this region are

particularly susceptible to changes resulting from human activities, such as oil and gas extraction, which can lead to the compaction of sediment layers and subsequent ground lowering.

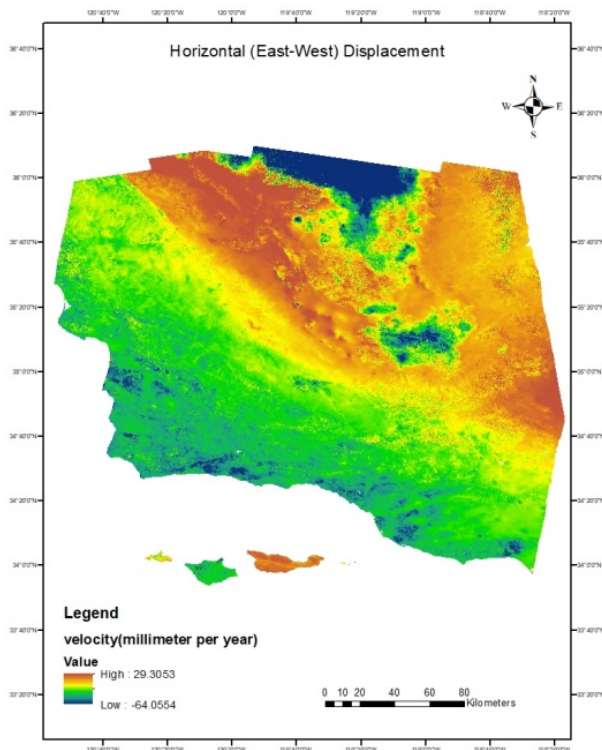


Figure 10. Descending Horizontal (East-West) Displacement Velocity Map
Source: made by J. Hatamiafkoueieh

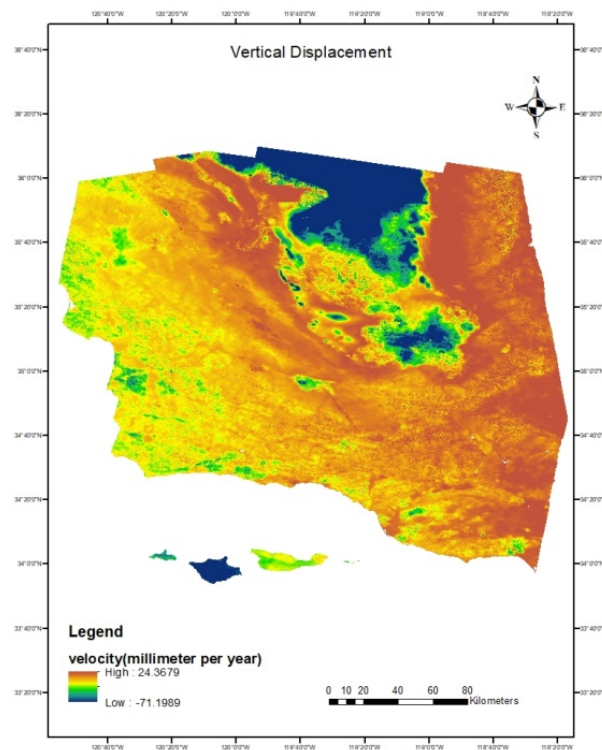


Figure 11. Vertical Displacement Velocity Map
Source: made by J. Hatamiafkoueieh

In contrast, the North Belridge and Lost Hills regions displayed subsidence rates ranging from 10-15 mm per year, which, although lower than the rates observed in South Belridge, still represent significant ground displacement over time. These rates of subsidence indicate that while the extraction activities in these areas may be less intensive or distributed differently, they still contribute to noticeable ground deformation. The continuous monitoring of these areas is essential, as even moderate subsidence can have long-term impacts on infrastructure, water resources, and overall land stability.

The Midway-Sunset region exhibited a more complex pattern of land subsidence, with moderate deformation rates that fluctuated throughout the

observation period. These variations suggest that subsidence in this area might be influenced by a combination of factors, including variable extraction rates, groundwater management practices, and natural geological processes. The presence of fluctuating subsidence rates underscores the importance of long-term monitoring to capture the full extent of deformation dynamics and to understand the interplay between human activities and natural environmental factors.

Interestingly, the study also identified areas experiencing uplift, which is the opposite of subsidence. This phenomenon is likely attributed to natural aquifer recharge following periods of drought, causing the ground to rise as water is reintroduced into the subsurface layers. Such uplift

suggests that the region's hydrogeological system is dynamic and responds to changes in water availability, highlighting the potential for land recovery in areas where extraction pressures are reduced or managed more sustainably.

Accuracy assessment

The accuracy evaluation of the InSAR data using GPS measurements demonstrated a strong correlation between the two data sets. The Root Mean Square Error (RMSE) and R -squared values for the east-west direction were 1.89 and 0.9, respectively, indicating a strong agreement between

the SBAS-InSAR and GPS measurements. The results suggest that approximately 90% of the variation in the GPS data in the east-west direction can be explained by the SBAS-InSAR data, as shown in Figure 12, *a* — East-West Direction displacement and East-West Direction movement in GPS, where y represents the linear regression of the displacement data, and R^2 denotes the coefficient of determination, and in Figure 12, *b* — Vertical Direction displacement and vertical movement in GPS, where y represents the linear regression of the displacement data, and R^2 denotes the coefficient of determination.

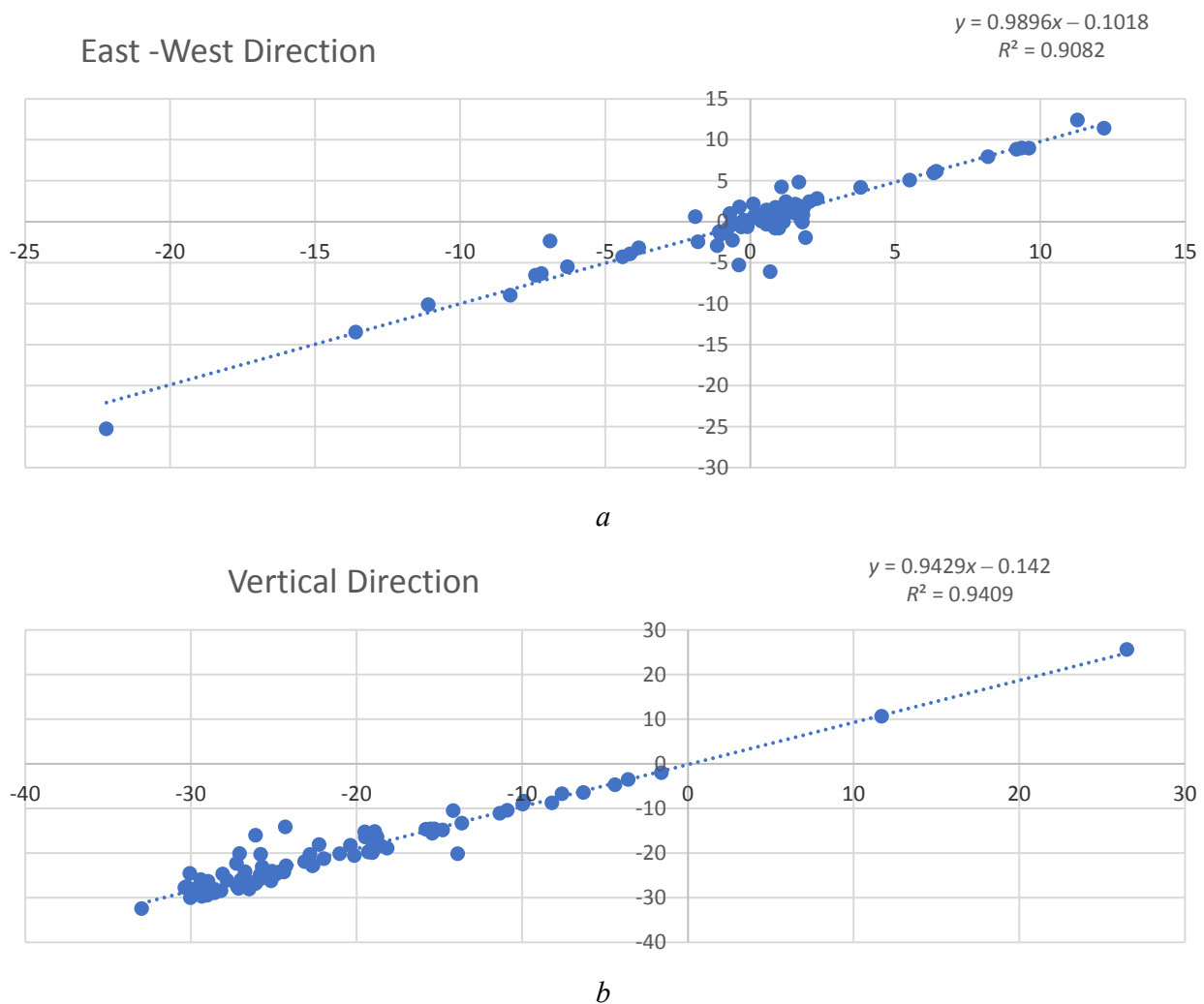


Figure 12. Chart of Registration Between SBAS INSAR And GPS:
a — East-West Direction; *b* — Vertical Direction
 Source: made by J. Hatamiafkoueih

In the vertical direction, the RMSE was 2.4, and the R -squared value was 0.94, signifying a high degree of accuracy in the InSAR data when compared to the GPS measurements. This means that around 94% of the variations in the GPS data in the vertical direction were captured by the SBAS-InSAR data. Together, the RMSE and R -squared values suggest that the InSAR technique is a reliable method for measuring ground deformation in both horizontal and vertical directions.

Conclusion

The findings of this study underscore the significant role of oil and gas extraction, groundwater pumping, and natural sedimentary compaction in contributing to land displacement in Kern County, particularly in the oil fields. The South Belridge region exhibited the highest rates of subsidence, reaching up to 20 mm per year, highlighting the critical impact of resource extraction activities on ground stability. These results are consistent with previous studies conducted in other oil-producing regions, where similar subsidence patterns have been linked to intense extraction activities, indicating that the extraction processes are a primary driver of land deformation. The integration of Sentinel-1 satellite imagery and the SBAS-InSAR technique proved highly effective in detecting land displacement at a high spatial resolution, allowing for a detailed analysis of subsidence patterns over time. By decomposing the displacement vectors into vertical and east-west components through the dual-orbit (ascending and descending) approach, this study offered a more accurate representation of the deformation processes occurring in Kern County. This method enabled the identification of not only subsidence but also uplift in certain areas, likely due to natural aquifer recharge following periods of drought, suggesting that natural geological processes also play a role in the observed deformation patterns. The study revealed a strong correlation between the spatial distribution of subsidence and the locations of active oil extraction wells, indicating that subsurface pressure changes from oil and gas production activities significantly influence land deformation.

Groundwater extraction, which often accompanies oil production, also contributed to the observed subsidence rates. The North Belridge and Lost Hills fields experienced subsidence rates of 10–15 mm per year, while the Midway-Sunset field displayed more moderate and fluctuating displacement rates, further demonstrating the complex interplay between human activities and natural processes in influencing ground deformation.

References

1. Galloway DL, Jones DR, Ingebritsen SE. *Land Subsidence in the United States*. Report. USGS Circular 1182. 2000. <https://doi.org/10.3133/cir1182>
2. Holzer TL. Ground failure induced by groundwater withdrawal from unconsolidated sediment. *Reviews in Engineering Geology*. 1984;6:67–105. <https://doi.org/10.1130/REG6-p67>
3. Burbey TJ. The influence of faults in basin-fill deposits on land subsidence, Las Vegas Valley, Nevada, USA. *Hydrogeology Journal*. 2002;10:525–538. <https://doi.org/10.1007/s10040-002-0215-7>
4. Bürgmann R, Rosen PA, Fielding EJ. Synthetic aperture radar interferometry to measure Earth's surface topography and its deformation. *Annual Review of Earth and Planetary Sciences*. 2000;28(1):169–209. <https://doi.org/10.1146/annurev.earth.28.1.169>
5. Massonnet D, Feigl KL. Radar interferometry and its application to changes in the Earth's surface. *Reviews of Geophysics*. 1998;36(4):441–500. <https://doi.org/10.1029/97RG03139>
6. Ferretti A, Prati C, Rocca F. Permanent scatterers in SAR interferometry. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*. 2001;39(1):8–20. <https://doi.org/10.1109/36.898661>
7. Osmanoğlu B, Sunar F, Wdowinski S, Cabral-Cano E. Time series analysis of InSAR data: Methods and trends. *ISPRS Journal of Photogrammetry and Remote Sensing*. 2016;115:90–102. <https://doi.org/10.1016/j.isprsjprs.2015.10.003>
8. Okamura K, Quandt A. Groundwater Sustainability Planning in California: Recommendations for Strengthening the Kern Groundwater Sustainability Plan. *Water*. 2024;16(17):2442. <https://doi.org/10.3390/w16172442>
9. Morishita Y, Lazecky M, Wright TJ, Weiss JR, Elliott JR, Hooper A. LiCSBAS: An open-source InSAR time series analysis package integrated with the LiCSAR automated Sentinel-1 InSAR processor. *Remote Sensing*. 2020;12(3):424. <https://doi.org/10.3390/rs12030424>
10. Lazecky M, Spaans K., Maghsoudi Y, González PJ, Morishita Y, Albino F, Wright TJ. LiCSAR: An automatic InSAR tool for measuring and monitoring

tectonic and volcanic activity. *Remote Sensing*. 2020;12(15):2430. <https://doi.org/10.3390/rs12152430>

11. Morgan J, Raval S, Macdonald B, Falorni G, Iannacone J. Application of advanced InSAR techniques to detect vertical and horizontal displacements. In: Dight PM.

(ed.). *Slope Stability 2013: Proceedings of the 2013 International Symposium on Slope Stability in Open Pit Mining and Civil Engineering*. Australian Centre for Geomechanics, Perth, 2013. p. 829–840. https://doi.org/10.36487/ACG_rep/1308_57_Falorni

About the author

Javad Hatamiafkoueih, Assistant of the Department of Mechanics and Control Processes, RUDN University, Moscow, Russia; ORCID: 0000-0003-1237-4467; e-mail: khatamiafkueikh_d@rudn.ru

Сведения об авторе

Хатамиафкуиех Джавад, ассистент кафедры механики и процессов управления, инженерная академия, Российский университет дружбы народов, Москва, Россия; ORCID: 0000-0003-1237-4467; e-mail: khatamiafkueikh_d@rudn.ru



DOI: 10.22363/2312-8143-2024-25-3-263-279

УДК 681.5

EDN: TGXUHO

Научная статья / Research article

Интеллектуальные методы обработки

В.В. Толманова^{id}, Д.А. Андриков^{id}✉

Российский университет дружбы народов, Москва, Россия

✉ andrikovdenis@mail.ru

История статьи

Поступила в редакцию: 12 мая 2024 г.

Доработана: 21 июля 2024 г.

Принята к публикации: 25 июля 2024 г.

Заявление о конфликте интересов

Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

Аннотация. В настоящее время, в эру информационных технологий, интеллектуальные методы обработки данных занимают важное место в различных сферах жизни. Эти методы, совместно с современными алгоритмами и компьютерными моделями, позволяют извлекать ценную информацию из огромных объемов сырых данных, а также анализировать и прогнозировать различные явления и тренды. Рассмотрены ключевые концепции и принципы работы вейвлет-преобразования и стохастических методов, а также их взаимосвязь и возможности комбинированного применения в решении задач по обработке данных. Исследованы интеллектуальные методы обработки данных, сосредоточенные на вейвлет-преобразовании и стохастических методах, которые стали неотъемлемой частью современных бизнес-процессов, предоставляя прогнозы, существенные для взвешенных решений. В исследовании использовалось вейвлет-преобразование и стохастические методы, позволяющие обнаруживать скрытые паттерны и тенденции в данных. Эти методы предоставили возможность анализировать данные различной структуры и масштаба, включая тексты, изображения, звук и видео. Вейвлет-преобразование обеспечило эффективное представление данных и многомасштабный анализ, в то время как стохастические методы использовались для моделирования неопределенности и проведения вероятностного анализа. Продemonстрировано, что применение вейвлет-преобразования способствовало выявлению значимых особенностей в анализируемых данных, тогда как стохастические методы обеспечивают надежные прогнозы на основе статистических моделей. Практическое применение этих методов на примерах из различных областей показало их высокую эффективность и значимость в научных и прикладных приложениях, что подтверждало актуальность и перспективность дальнейшего изучения и развития интеллектуальных методов обработки данных. Подтверждена важность вейвлет-преобразования и стохастических методов в контексте анализа больших объемов данных и предсказания различных явлений.

Ключевые слова: вейвлет-преобразование, вейвлеты, стохастические методы, статистический анализ, электроэнцефалограмма



Вклад авторов

Толманова В.В. — участие в разработке программ и их реализации; написание и доработка текста; Андриков Д.А. — научное руководство, концепция исследования; развитие методологии.

Для цитирования

Толманова В.В., Андриков Д.А. Интеллектуальные методы обработки // Вестник Российского университета дружбы народов. Серия: Инженерные исследования. 2024. Т. 25. № 3. С. 263–279. <http://doi.org/10.22363/2312-8143-2024-25-3-263-279>

Intelligent Processing Methods

Veronika V. Tolmanova^{id}, Denis A. Andrikov^{id}✉

RUDN University, Moscow, Russia

✉ andrikovdenis@mail.ru

Article history

Received: May 12, 2024

Revised: July 21, 2024

Accepted: July 25, 2024

Conflicts of interest

The authors declare that there is no conflict of interest

Abstract. Nowadays, in the era of information technology, intelligent data processing methods play an important role in various spheres of life. These methods, together with modern algorithms and computer models, allow extracting valuable information from huge volumes of raw data, as well as analyzing and forecasting various phenomena and trends. The key concepts and principles of operation of the wavelet transform and stochastic methods, as well as their interrelation and possibilities of combined application in solving data processing problems are considered. Intelligent data processing methods focused on the wavelet transform and stochastic methods, which have become an integral part of modern business processes, providing forecasts essential for informed decisions, are investigated. The study used the wavelet transform and stochastic methods to detect hidden patterns and trends in data. These methods provided an opportunity to analyze data of various structures and scales, including texts, images, sound and video. The wavelet transform provided efficient data representation and multiscale analysis, while stochastic methods were used to model uncertainty and perform probabilistic analysis. It was demonstrated that the use of the wavelet transform contributed to the identification of significant features in the analyzed data, while stochastic methods provided reliable forecasts based on statistical models. Practical application of these methods on examples from various fields showed their high efficiency and significance in scientific and applied applications, which confirmed the relevance and prospects of further study and development of intelligent data processing methods. The importance of the wavelet transform and stochastic methods in the context of analyzing large amounts of data and predicting various phenomena was confirmed.

Keywords: wavelet transformation, wavelets, stochastic methods, statistical analysis, electroencephalogram

Authors' contribution

Tolmanova V.V. — participation in the development of programs and their implementation; writing and revision of the text; Andrikov D.A. — scientific management; research concept; methodology development.

For citation

Tolmanova VV, Andrikov DA. Intelligent processing methods. *RUDN Journal of Engineering Research*. 2024;25(3): 263–279. (In Russ.) <http://doi.org/10.22363/2312-8143-2024-25-3-263-279>

Введение

В современном информационном обществе процессы обработки данных и анализа информации становятся все более важными и актуальными. В этом контексте большое значение приобретают интеллектуальные методы обработки данных, такие как вейвлет-преобразование и стохастические методы. Эти методы позволяют эффективно обрабатывать и анализировать разнообразные данные, что имеет прямое отношение ко многим областям науки и практической деятельности.

Одной из важнейших задач, стоящих перед современной наукой, является разработка эффективных методов обработки и анализа больших объемов данных. С развитием информационных технологий объемы данных постоянно растут, и возникает необходимость в создании инновационных подходов для их анализа. Вейвлет-преобразование и стохастические методы представляют собой мощные инструменты, способные эффективно работать с разнообразными типами данных и выявлять в них скрытые закономерности и структуры.

Сочетание вейвлет-преобразования, стохастических методов и ключевых научных и практических задач заключается в их способности проводить анализ данных на различных уровнях детализации. Это позволяет выявлять как сложные закономерности, так и мелкие особенности, которые могут быть упущены при использовании традиционных методов анализа, что делает данные методы востребованными в различных областях науки, начиная от обработки сигналов и изображений до анализа биомедицинских данных.

В данном исследовании представлены анализ ключевых методов вейвлет-преобразования и стохастических методов, их взаимосвязь, а также значимость их применения в различных областях науки и практики. Приведены практические примеры их применения для демонстрации важности и результативности этих методов.

1. Методы

Вейвлет-преобразование является одним из наиболее широко применяемых методов обработки данных. Данный метод основан на идеологии разложения сигнала на набор элементарных вейвлет-функций разных размеров и частот. Этот метод позволяет обнаруживать и анализировать частотные компоненты сигнала с различной разрешающей способностью. Он нашел применение во многих областях, включая медицину, финансы, обработку изображений и звука [1].

Стохастические методы, или методы статистического анализа, представляют собой важный класс интеллектуальных методов обработки данных. Они основаны на применении статистических моделей для описания и анализа данных. Эти методы позволяют изучать случайные процессы, выявлять зависимости и прогнозировать будущие значения данных. Они широко используются в финансовых анализах, прогнозировании экономических показателей, анализе временных рядов и других областях [2].

2. Моделирование

Начнем с вейвлет-преобразования. Это метод анализа сигналов, который базируется на использовании специальных функций, называемых вейвлетами. Вейвлеты представляют собой функции, которые могут быть адаптированы к различным масштабам и сдвигам сигнала для обнаружения его локальных особенностей [3].

Одним из популярных типов вейвлетов является вейвлет-функция Мексиканская шляпа (Mexican Hat), получившая название из-за своего внешнего вида, который напоминает шляпу с широкими полями и узкой вершиной Вейвлет. Мексиканская шляпа широко применяется в обработке сигналов и изображений, особенно в задачах детекции краев и шумоподавления. Ее форма позволяет эффективно обнаруживать резкие перепады и края в сигнале.

Еще одним распространенным типом вейвлета является вейвлет Морле (Morlet). Вейвлет Морле является комплексным вейвлетом, который сочетает модуляцию гармонической функции с гауссовым огибающим. Это делает его особо полезным для анализа сигналов, содержащих периодические компоненты, такие как временные ряды или электроэнцефалограммы (ЭЭГ). Вейвлет Морле обладает хорошим временным и частотным разрешением, что делает его предпочтительным вариантом для анализа сигналов, включая оконный анализ и долгосрочную спектральную оценку.

Вейвлет-преобразование с вейвлетами, такими как Мексиканская шляпа или Морле, позволяет анализировать сигналы на разных временных и частотных масштабах. Это дает воз-

можность обнаруживать локальные особенности сигнала, такие как перепады, края, переходы между состояниями, а также выявлять периодические компоненты. Вейвлет-преобразование нашло применение во многих областях, включая обработку изображений, аудио-анализ, биомедицинскую диагностику и многое другое [4].

Для дальнейшей работы потребовалось загрузить файл формата EDF. Это реальная запись пациента, полученная с помощью системы Nihon Kohden и преобразованная в EDF-формат. Запись взята с сайта профессионального инженера по электронике с опытом работы в области проектирования медицинских устройств для ЭЭГ и ЭКГ¹. Запись содержит 37 униполярных сигналов. На рис. 1 выведено изображение этих сигналов.

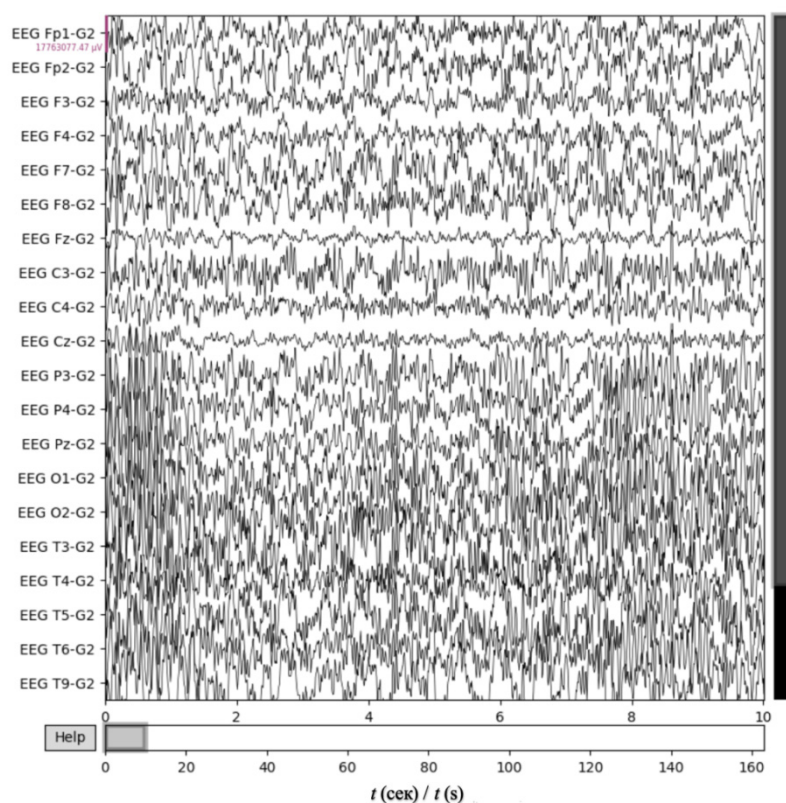


Рис. 1. Изображение многоканальной записи ЭЭГ, содержащейся в EDF-файле
Источник: выполнено В.В. Толмановой на языке программирования Python

Figure 1. An image of a multichannel EEG recording contained in an EDF file
Source: made by V.V. Tolmanova in Python programming language

¹ Some EDF/BDF testfiles. URL: https://teuniz.net/edf_bdf_testfiles/ (accessed: 10.03.2024).

На данном изображении сверху видно перечисление всех каналов. В данном случае число отчетов по временному ряду равно 363 620. Выбрав интервал чтения с 1500 до 200.000, задав время, количество сигналов и взяв пятый канал, смотрим, как выглядит наш график (рис. 2).

Преобразование Фурье используется для представления сигнала в частотной области.

Оно разлагает сигнал на синусоидальные компоненты разных частот, а также дает информацию о том, какие частоты присутствуют в сигнале, но не дает информацию о временной или пространственной структуре сигнала. Это подходит для анализа периодических или стационарных сигналов. На рис. 3 представлен график, полученный с помощью преобразования Фурье.

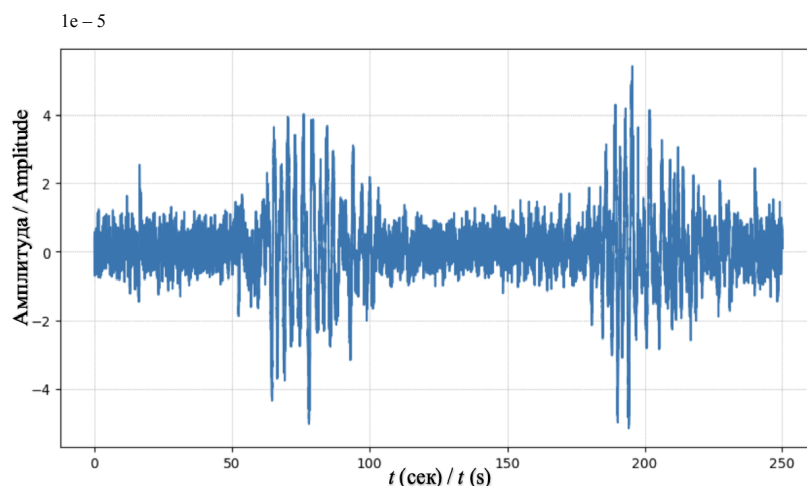


Рис. 2. График сигнала во времени

Источник: выполнено В.В. Толмановой на языке программирования Python

Figure 2. Graph of the signal in time

Source: made by V.V. Tolmanova in Python programming language

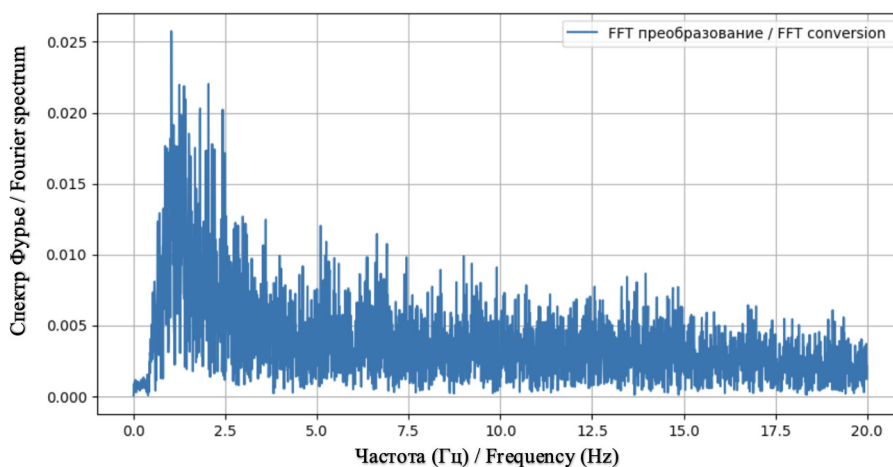


Рис. 3. Результат преобразования Фурье

Источник: выполнено В.В. Толмановой на языке программирования Python

Figure 3. The result of the Fourier transform

Source: made by V.V. Tolmanova in Python programming language

Построение спектра плотности мощности. Спектр плотности мощности — это графическое представление распределения мощности сигнала по его частотам. Он позволяет наглядно увидеть, какие частоты вносят наибольший вклад в общую мощность сигнала. Чтобы вычислить спектр плотности мощности, обычно используют методы, основанные на преобразовании Фурье.

Построен график, показывающий, какого ритма на данной записи ЭЭГ больше всего. Для этого необходимо было посчитать энергию для

каждого ритма, что является важной задачей для изучения активности мозга и характеристик его состояния. Каждый ритм соответствует определенному диапазону частот и имеет свои особенности [5; 6].

Ранее применено преобразование Фурье к сигналу ЭЭГ, чтобы перевести его в частотную область, что позволило разложить сигнал на частотные компоненты [7]. Теперь можно оценить энергию каждого ритма, используя различные методы, например вычисление спектральной плотности мощности (рис. 4).

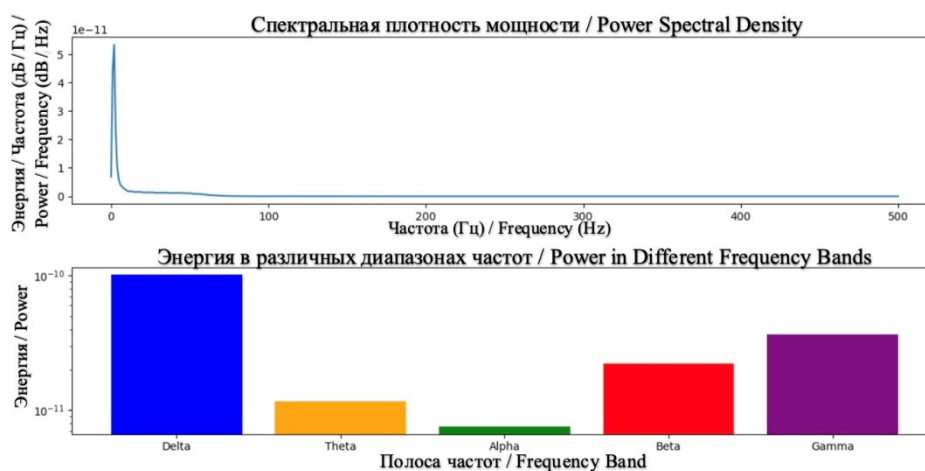


Рис. 4. Построение энергии в различных частотных диапазонах
Источник: выполнено В.В. Толмановой на языке программирования Python

Figure 4. Construction of energy in various frequency ranges
Source: made by V.V. Tolmanova in Python programming language

Прописан перечень вейвлетов, установлено максимальное значение сдвига и построено вейвлет-преобразование относительно масштаба материнского вейвлета [8]. Вейвлет-преобразование — это метод анализа сигнала, основанный на использовании вейвлетов. Вейвлеты представляют собой функции, которые описывают как локальные, так и глобальные особенности сигнала.

Масштабирование материнского вейвлета является важным аспектом вейвлет-преобразования. Материнский вейвлет — это основная функция, которая используется для рассмотрения различных масштабов сигнала. Масштабирование материнского вейвлета позволяет адап-

тировать его к различным частотным компонентам сигнала.

При построении вейвлет-преобразования используется масштабирование материнского вейвлета относительно его ширины. Это позволяет изменять размер вейвлета, чтобы лучше анализировать различные частоты сигнала. Масштабирование может происходить путем увеличения или уменьшения масштаба вейвлета [8].

Масштабирование вейвлета дает возможность получить информацию о частотных свойствах сигнала на разных масштабах. При анализе сигнала с использованием вейвлет-преобразования можно обнаружить регионы с высокой или низкой энергией на разных частотах

и масштабах, что полезно для исследования различных особенностей сигнала [10].

Вейвлет-преобразование с масштабированием материнского вейвлета позволяет анализировать сигналы на разных уровнях детализации, что делает его мощным инструментом для обработки и анализа сигналов во многих обла-

стях, таких как обработка изображений, аудио-анализ и т.д. (рис. 5) [11].

Получен график, который строит связку частоты и масштаба. С помощью полученного графика можно сразу увидеть на какой частоте и в какое время возникает всплеск активности (рис. 6) [12].

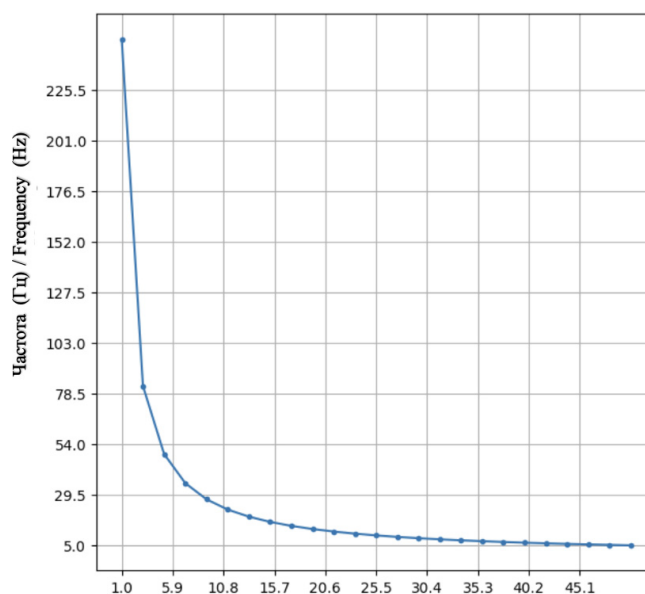


Рис. 5. Масштаб в вейвлет-преобразовании

Источник: выполнено В.В. Толмановой на языке программирования Python

Figure 5. Scale to wavelet transform

Source: made by V.V. Tolmanova in Python programming language

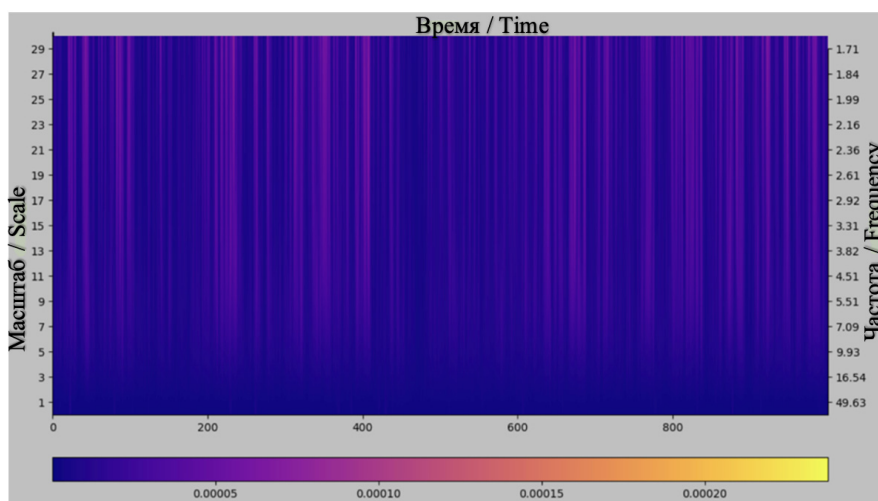


Рис. 6. Вейвлет-преобразование

Источник: выполнено В.В. Толмановой на языке программирования Python

Figure 6. The wavelet transform

Source: made by V.V. Tolmanova in Python programming language

Классические методы обработки сигналов [13]. Это набор алгоритмов и техник, которые были разработаны перед появлением современных методов на основе машинного обучения и искусственного интеллекта. Эти методы широко применялись в обработке сигналов на протяжении десятилетий и остаются значимыми до сих пор. Примерами классических методов обработки сигналов являются фильтрация, корреляция, спектральный анализ и стохастический анализ [14].

Фильтрация — процесс обработки сигнала для удаления нежелательных шумовых компонент, усиления сигнала или преобразования его спектральной характеристики. Это может быть достигнуто с помощью различных фильтров, таких как низкочастотный фильтр, высокочастотный фильтр, полосовой фильтр и фильтр с откликом на импульс.

Корреляция — метод анализа сигналов для определения степени связи между двумя сигналами или для обнаружения паттернов и периодичностей в сигналах. Корреляция может быть использована, например, для обнаружения синхронизации сигналов, распознавания образов или коммуникаций.

Спектральный анализ — метод анализа спектральных характеристик сигнала, таких как

частоты и амплитуды. Он позволяет определить спектральные свойства сигнала, такие как гармонические компоненты, пики или шумовые искажения. Спектральный анализ может быть достигнут, например, с помощью преобразования Фурье или вейвлет-преобразования.

Стохастический анализ — метод анализа сигналов, основанный на статистических свойствах. Он позволяет моделировать и анализировать случайные сигналы или сигналы, которые можно представить в виде случайного процесса. Стохастический анализ используется в различных областях, включая статистику, теорию информации, обработку сигналов и машинное обучение [15].

Применение стохастического анализа в обработке сигналов может включать моделирование случайных шумовых искажений, анализ случайных сигналов, таких как электроэнцефалограммы (ЭЭГ), или предсказание будущих значений сигнала на основе предыдущих наблюдений. Стохастический анализ также может включать использование вероятностных моделей для описания и предсказания поведения сигналов в случайных условиях [16].

Используя тот же файл EDF, изобразим наш сигнал с помощью графика (рис. 7).

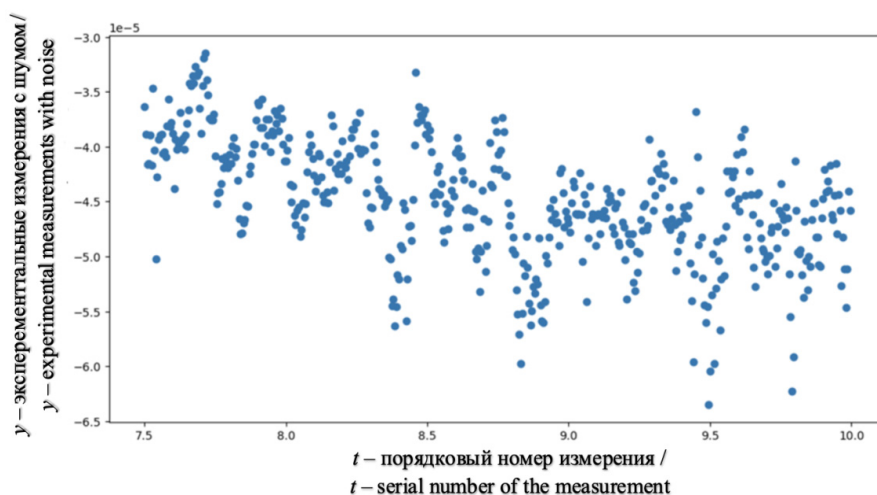


Рис. 7. Изображение сигнала

Источник : выполнено В.В. Толмановой, программа Python

Figure 7. Signal image

Source : made by V.V. Tolmanova in Python programming language

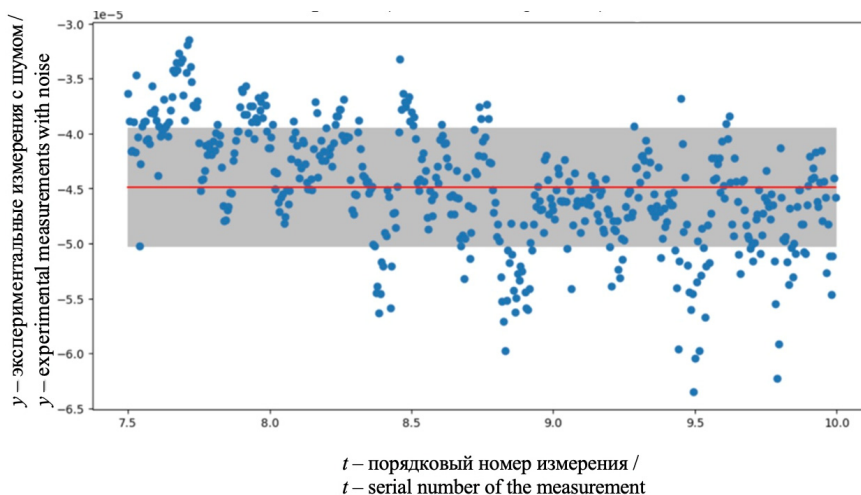
Математическое ожидание	=	-4.486130228055224e-05
Среднеквадратическое отклонение	=	0.000
Mathematical expectation	=	-4.486130228055224e-05
Standard deviation	=	0.000

Рис. 8. Результаты расчетов

Источник: выполнено В.В. Толмановой на языке программирования Python

Figure 8. Calculation results

Source: made by V.V. Tolmanova in the Python program

**Рис. 9.** Изображение среднего значения на графике

Источник: выполнено В.В. Толмановой на языке программирования Python

Figure 9. Shows the average value on the graph

Source: made by V.V. Tolmanova in Python programming language

Рассчитано математическое ожидание и среднеквадратическое отклонение (рис. 8).

Математическое ожидание на графике.

Внесем некоторые уточнения: красной (сплошной) линией на графике изображена средняя линия, серым цветом среднеквадратическое отклонение (рис. 9).

Автокорреляция. Ранее давалось определение понятия «корреляция», однако в данном случае будем использовать именно автокорреляцию. Эти два понятия связаны с измерением степени взаимосвязи между двумя или более переменными. Разница между ними заключается в том, что корреляция используется для измерения связи между двумя разными переменными, в то время как автокорреляция используется для измерения связи между различными значениями одной и той же переменной в разные моменты времени.

Корреляция — это статистическая мера, показывающая степень линейной связи между двумя переменными. Она позволяет определить, насколько одна переменная изменяется при изменении другой. Коэффициент корреляции может принимать значения от -1 до 1 . Значение 1 означает положительную линейную связь, значение -1 — отрицательную линейную связь, а значение 0 — отсутствие линейной связи.

Автокорреляция, с другой стороны, изучает связь между различными значениями одной и той же переменной в разные моменты времени. Она служит для определения наличия систематических зависимостей значениями переменной в прошлом и настоящем. Отрицательная автокорреляция, равная 1 , свидетельствует о том, что связь между сигналами линейная. Автокорреляция, равная 0 , свидетельствует о том, что взаимосвязи нет. Отрицательная автокорреляция

свидетельствует о том, что связь обратно пропорциональная. Другими словами, автокорреляция показывает линейную взаимосвязь.

Таким образом, корреляция изучает связь между двумя переменными, в то время как автокорреляция изучает связь между различными значениями одной переменной в разные моменты времени. На рис. 10 показан график автокорреляции.

Скользящее среднее. Это метод анализа временных рядов, который используется для сгла-

живания данных и выявления трендов. Он представляет собой вычисление среднего значения с определенным окном или интервалом, которое «скользит» по временному ряду.

Процесс вычисления скользящего среднего начинается с выбора размера окна, которое определяет количество наблюдений, участвующих в расчете среднего значения. Затем окно передвигается по временному ряду, применяя операцию среднего значения к каждому поднабору данных, охватываемому окном.

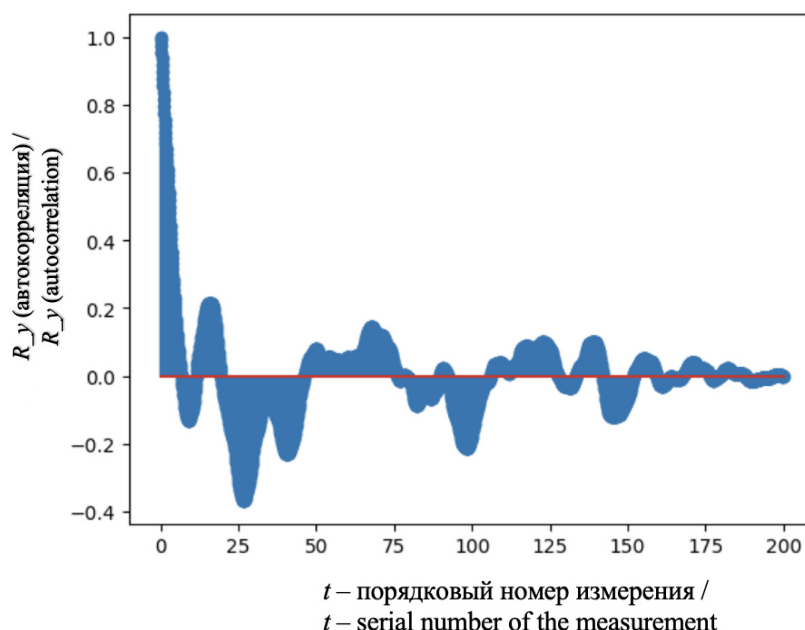


Рис. 10. Автокорреляция

Источник: выполнено В.В. Толмановой на языке программирования Python

Figure 10. Autocorrelation

Source: made by V.V. Tolmanova in Python programming language

Скользящее среднее имеет несколько применений. Во-первых, оно помогает сгладить шумы и выбросы в данных, позволяя сосредоточиться на общих трендах и паттернах. Во-вторых, оно может использоваться для обнаружения и анализа долгосрочных и краткосрочных трендов в данных. Скользящее среднее также может быть полезным для прогнозирования будущих значений на основе прошлых данных.

Существуют различные виды скользящего среднего, включая простое скользящее среднее (Simple Moving Average), взвешенное ско-

льзящее среднее (Weighted Moving Average) и экспоненциальное скользящее среднее (Exponential Moving Average). Каждое из них имеет свои преимущества и подходит для различных ситуаций.

В целом скользящее среднее является мощным инструментом для анализа временных рядов и предоставляет понятную и плавную версию данных, облегчая выявление трендов и паттернов.

Для заданных параметров скользящее среднее представлено на рис. 11.

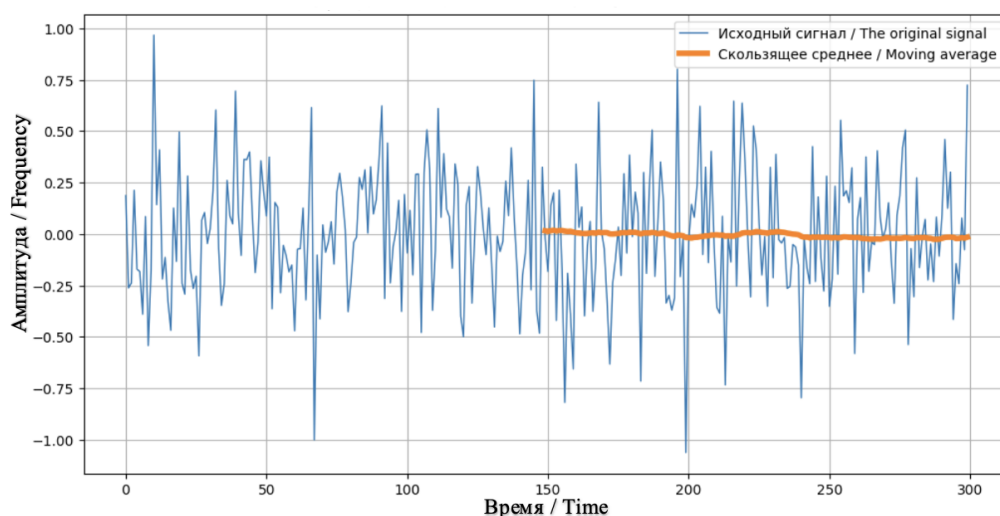


Рис. 11. График сигнала скользящего среднего
 Источник: выполнено В.В. Толмановой на языке программирования Python
Figure 11. The graph of signal and moving average
 Source: made by V.V. Tolmanova in Python programming language

Показатель Хёрста. Основан на теории долговременной памяти, которая утверждает, что временные ряды могут выражать структурную зависимость в различных временных масштабах. Получил свое название в честь инженера Гарольда Хёрста. Впервые это понятие использовалось в гидрологии в практических целях для определения размеров плотины на реке Нил в условиях непредсказуемых дождей и засух, наблюдаемых в течение длительного времени.

Ключевая идея показателя Хёрста заключается в изучении масштабирующих свойств временного ряда. Он анализирует, как изменения во временном ряде распространяются на разных уровнях детализации. С помощью этого анализа можно оценить наличие корреляции или самоподобия временного ряда.

Для вычисления показателя Хёрста используется методика, называемая анализом размаха-резкости. Первоначально временной ряд разбивается на различные временные масштабы. Затем для каждого масштаба оценивается изменчивость ряда. Это делается с помощью вычисления разности между выборками на текущем масштабе и их средним значением, а затем

нахождения среднеквадратичного отклонения полученных разностей. В результате получается набор значений, которые представляют изменчивость временного ряда на различных масштабах [17].

Затем показатель Хёрста вычисляется путем логарифмирования значения изменчивости и логарифмирования соответствующего масштаба. Затем производится линейная регрессия полученных логарифмических данных и показатель Хёрста определяется как наклон прямой, полученной в результате регрессии.

Значение показателя Хёрста можно интерпретировать следующим образом:

- значение меньше 0,5 указывает на то, что уровень подобию, то есть хаотичность, увеличивается;
- значение 0,5 указывает на то, что мы имеем дело с броуновским движением;
- значение больше 0,5 указывает на то, что присутствует тренд, то есть зависимость от предыдущих значений.

Таким образом, показатель Хёрста позволяет оценить степень зависимости во временном ряде и предсказать его долгосрочные тренды. Это очень полезный инструмент для прогно-

зирования и анализа временных рядов в различных областях исследований. Следуя вышеперечисленным шагам, сделана попытка высчитать показатель Хёрста. Для этого сначала построен график «Среднее значение (математическое ожидание)».

На графике сплошная прямая линия — это математическое ожидание; серым цветом

показано среднее квадратическое отклонение; синим цветом — сама зависимость (рис. 12). На этой же зависимости выделено пять участков. Для каждого из этих участков высчитано математическое ожидание и среднее квадратическое отклонение. Из этого графика становится понятно, что в зависимости от участка среднее значение меняется (рис. 13).

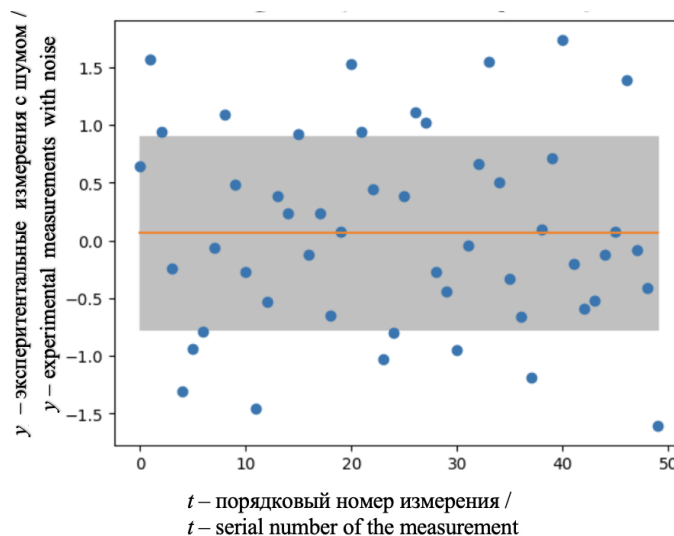


Рис. 12. Среднее значение (математическое ожидание)

Источник: выполнено В.В. Толмановой на языке программирования Python

Figure 12. The average value (mathematical expectation)

Source: made by V.V. Tolmanova in Python programming language

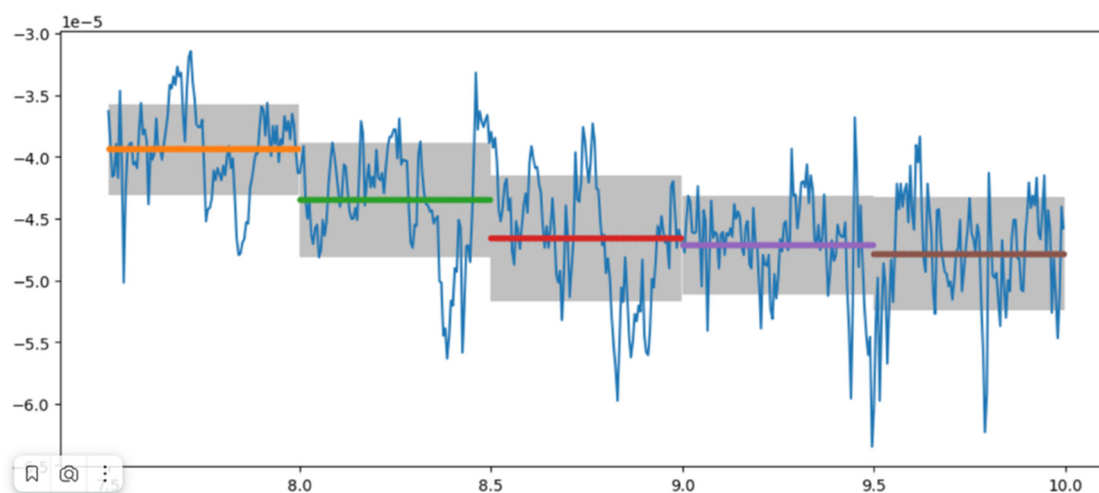


Рис. 13. Среднее значение (математическое ожидание) на каждом из 5 участков

Источник: выполнено В.В. Толмановой на языке программирования Python

Figure 13. The average value (mathematical expectation) for each of the 5 plots

Source: made by V.V. Tolmanova in Python programming language

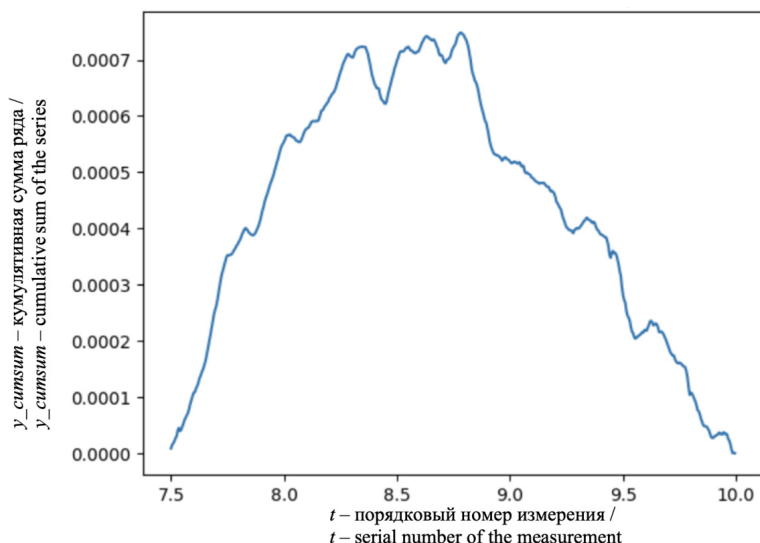


Рис. 14. Очищенный от среднего значения ряд

И с т о ч н и к: выполнено В.В. Толмановой на языке программирования Python

Figure 14. Cleared from the average value of the series

S o u r c e: made by V.V. Tolmanova in Python programming language

Далее получен очищенный от среднего значения ряд. Для этого выполнены следующие действия: взят сигнал y , от него отнимается средняя величина, в результате чего получен сигнал с нулевым математическим ожиданием. Далее сложено каждое следующее значение с предыдущим. Смотрим, какой получится очищенный от среднего значения ряд, если будет складываться каждое значение (рис. 14).

Далее построен график среднеквадратического отклонения в зависимости от значения порядкового номера измерения. Принцип подсчета аналогичен предыдущему: сначала считается среднеквадратическое отклонение для одного числа; далее берется второе значение и считается среднеквадратическое отклонение для ряда, состоящего из первого и второго значений и так далее (рис. 15).

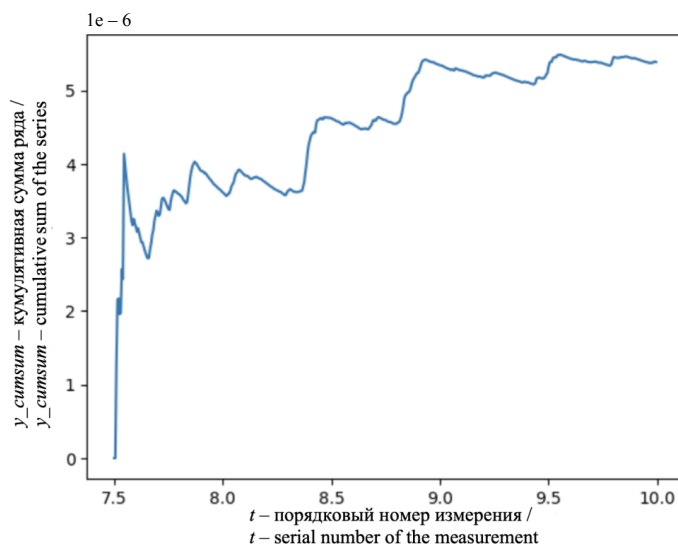


Рис. 15. Среднеквадратическое отклонение от очищенного от среднего значения ряда

И с т о ч н и к: выполнено В.В. Толмановой на языке программирования Python

Figure 15. The standard deviation from the cleared average value of the series

S o u r c e: made by V.V. Tolmanova in Python programming language

В результате получилось два временных ряда. Перейдем к расчету следующей величины. Размах является важной характеристикой временного ряда, используемой для оценки его степени изменчивости на разных временных масштабах. Размах определяет разность между максимальным и минимальным значениями ряда в заданном интервале.

При анализе размаха для показателя Хёрста временной ряд разбивается на разные масштабы, то есть на различные временные интервалы. Затем для каждого интервала вычисляется размах путем нахождения разности между максимальным и минимальным значениями ряда в данном интервале. Полученные значения размаха представляют собой меру изменчивости ряда на соответствующем масштабе [18].

Анализ размаха на различных масштабах позволяет выявить наличие или отсутствие структурной зависимости в ряду на разных временных уровнях. В контексте показателя Хёрста размах используется для определения масштабирующих свойств временного ряда и оценки его самоподобия.

Чтобы вычислить размах в рамках показателя Хёрста, предварительно необходимо разделить временной ряд на интервалы разной длины. Затем для каждого интервала находят минимальное и максимальное значения ряда.

Разность между максимальным и минимальным значениями для каждого интервала и является размахом на соответствующем масштабе.

Анализ размаха ряда на разных масштабах позволяет увидеть, как изменения в ряде распространяются на различных уровнях детализации и выявить наличие корреляции или самоподобия в ряде. Показатель Хёрста используется для систематического изучения этих масштабирующих свойств временного ряда и может быть полезным инструментом для прогнозирования и анализа различных видов данных (рис. 16).

Теперь берется размах и делится на среднеквадратическое отклонение. Полученные значения изображены в логарифмическом масштабе и получено следующее (рис. 17).

На данном графике оранжевая линия — показатель Хёрста. Под графиком высчитано его значение ($H = 0,966$).

Значение показателя Хёрста можно интерпретировать следующим образом:

- значение меньше 0,5 указывает на отрицательную корреляцию или антипериодичность ряда;
- значение 0,5 указывает на случайность или отсутствие корреляции в ряде;
- значение больше 0,5 указывает на положительную корреляцию или периодичность ряда.

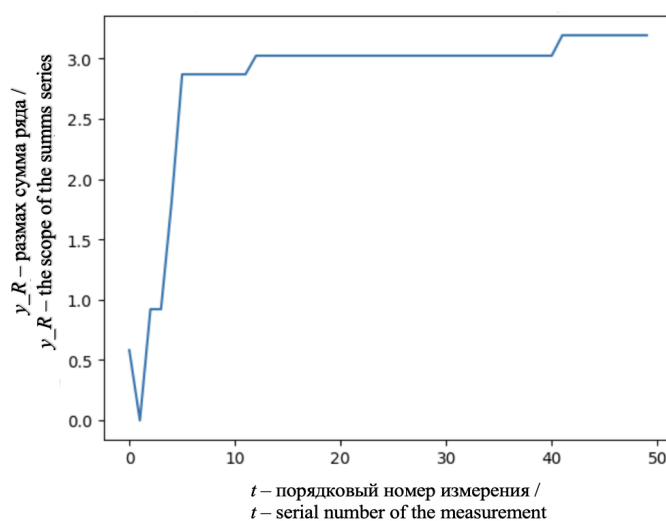
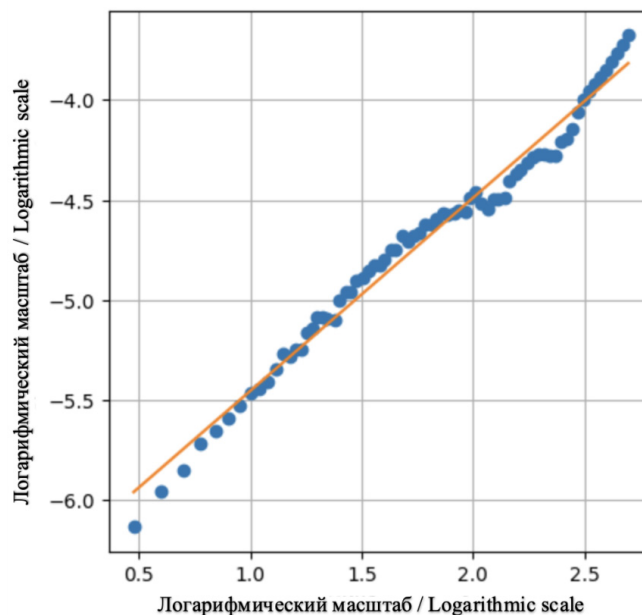


Рис. 16. Размах от очищенного от среднего значения ряда
 Источник: выполнено В.В. Толмановой на языке программирования Python
Figure 16. The span of the row cleared from the average value
 Source: made by V.V. Tolmanova in Python programming language

**Рис. 17.** Показатель Хёрста

Источник: выполнено В.В. Толмановой на языке программирования Python

Figure 17. Hearst indicator

Source: made by V.V. Tolmanova in Python programming language

Применение этих интеллектуальных методов обработки данных способствует получению более точных результатов в анализе и прогнозировании данных. Они помогают выявлять скрытые закономерности, определять важные компоненты сигнала, улучшать качество данных и облегчать принятие решений на основе полученных результатов [19].

Заключение

Исследовано два интеллектуальных метода обработки данных: вейвлет-преобразование и стохастические методы, которые представляют собой эффективные методы, применяемые для анализа сигналов и временных рядов, а также для обработки различных типов данных.

Вейвлет-преобразование — это метод анализа сигналов, который основан на декомпозиции их на сумму базисных функций, называемых вейвлетами, и предоставляет информацию о частотных составляющих сигнала в зависимости от времени. Этот метод позволяет извлекать значимые частотные компоненты сигнала

и определять их временные положения. Вейвлет-преобразование широко применяется в области обработки изображений, сжатия данных, обнаружения аномалий и других задач.

Стохастические методы, в свою очередь, базируются на статистическом анализе данных и моделировании случайных процессов. Они позволяют моделировать и прогнозировать временные ряды с использованием вероятностных моделей. Стохастические методы широко применяются в финансовой аналитике, прогнозировании рынка, управлении рисками и других областях, где важно моделирование случайных явлений.

Однако следует отметить, что выбор подходящего метода обработки данных зависит от конкретной задачи и характеристик данных. В некоторых случаях может быть полезно комбинировать различные методы для достижения оптимальных результатов.

Таким образом, интеллектуальные методы обработки данных, такие как вейвлет-преобразование и стохастические методы, представляют собой эффективные средства для анализа

и прогнозирования различных типов данных. Их использование может повысить эффективность и точность анализа, что является важным в условиях современных информационных технологий и огромного объема данных.

References / Список литературы

1. Grubov VV, Ovchinnikov AA, Sitnikova EYu, Koronovskii AA, Hramov AE. Wavelet analysis of sleep spindles on EEG and development of method for their automatic diagnostic. *Izvestiya VUZ. Applied Nonlinear Dynamics*. 2011;19(4):91–108. (In Russ.) <https://doi.org/10.18500/0869-6632-2011-19-4-91-108>
- Грубов В.В., Овчинников А.А., Ситникова Е.Ю., Короновский А.А., Храмов А.Е. Вейвлетный анализ сонных веретен на ЭЭГ и разработка метода их автоматической диагностики // Известия высших учебных заведений. Прикладная нелинейная динамика. 2011. Т. 19. № 4. С. 91–108. <https://doi.org/10.18500/0869-6632-2011-19-4-91-108>
2. Gardiner C. *Stochastic Methods: A Handbook for the Natural and Social Sciences*. Springer Berlin Heidelberg; 2009.
3. Debnath L. *Wavelet Transforms and Their Applications*. Birkhauser Boston; 2012. <https://doi.org/10.1007/978-1-4612-0097-0>
4. Donald B. Percival; Andrew T. Walden. *Wavelet Methods for Time Series Analysis*. Cambridge University Press; 2000. <https://doi.org/10.1017/CBO9780511841040>
5. Meenakshi D, Singh A, Singh A. Frequency analysis of healthy & epileptic seizure in EEG using fast fourier transform. *International Journal of Engineering Research and General Science*. 2014;2(4):683–691. <https://oaji.net/articles/2014/786-1406216595.pdf>
6. Luders H, Noachtar S. (eds.) *Atlas and Classification of Electroencephalography*. Philadelphia: WB Saunders; 2000.
7. Hilarov VL. Epileptic seizures regularities, revealed from encephalograms time series by nonlinear mechanics methods. *Journal of Physics: Conference Series*. 2019; 1400(3):033011. <https://doi.org/10.1088/1742-6596/1400/3/033011>
8. Qian T, Vai MI, Xu Y. *Wavelet Analysis and Applications*. Springer Science & Business Media. 2007. <https://doi.org/10.1007/978-3-7643-7778-6>
9. Hramov AE, Koronovskii A, Makarov VA, Makarov A, Sitnikova E. *Wavelets in neuroscience*. Springer Publ.; 2015.
10. Nason GP. *Wavelet Methods in Statistics with R*. Springer Science & Business Media; 2008. <https://doi.org/10.1007/978-0-387-75961-6>
11. Kemp B, Zwinderman AH, Tuk B, Kamphuisen HAC, Obery J. Analysis of a sleep-dependent neuronal feedback loop: the slow-wave microcontinuity of the EEG. *IEEE Transactions on Biomedical Engineering*. 2000; 47(9):1185–1194. <https://doi.org/10.1109/10.867928>
12. Kuchin AS, Grubov VV, Maximenko VA, Utyashev NP. Software implementation of the algorithm for searching for epileptic seizures. *Medical doctor and it*. 2021;(3):62–73. (In Russ.) https://doi.org/10.25881/18110193_2021_3_62
- Кучин А.С., Грубов В.В., Максименко В.А., Утяшев Н.П. Автоматизированное рабочее место врача эпилептолога с возможностью автоматического поиска приступов эпилепсии // Врач и информационные технологии. 2021. № 3. С. 62–73. https://doi.org/10.25881/18110193_2021_3_62
13. Hramov AE, Koronovskii AA, Makarov VA, Pavlov AN, Sitnikova E. Automatic Diagnostics and Processing of EEG. In: *Wavelets in Neuroscience. Springer Series in Synergetics*. Springer, Berlin, Heidelberg; 2015. p. 253–312. https://doi.org/10.1007/978-3-662-43850-3_7
14. Siebert J, Joeckel L, Heidrich J, Trendowicz A. Construction of a quality model for machine learning systems. *Software Quality Journal*. 2022;30(2):1–29. <https://doi.org/10.1007/s11219-021-09557-y>
15. Stirzaker D. *Stochastic Processes and Models*. Oxford University Press; 2005. <http://doi.org/10.1112/blms/bdl020>
16. Dobrow RP. *Introduction to Stochastic Processes with R*. John Wiley & Sons Publ.; 2016. <https://doi.org/10.1002/9781118740712>
17. Zhirmunskaya EA, Losev VS. *Systems of description and classification of human electroencephalograms*. Moscow: Nauka Publ.; 1984. (In Russ.)
- Жирмунская Е.А., Лосев В.С. Системы описания и классификации электроэнцефалограмм человека. М.: Наука, 1984. 78 с.
18. Kemp B, Zwinderman AH, Tuk B, Kamphuisen HAC, Obery J. Analysis of a sleep-dependent neuronal feedback loop: the slow-wave microcontinuity of the EEG. *IEEE Transactions on Biomedical Engineering*. 2000;47(9):1185–1194. <https://doi.org/10.1109/10.867928>
19. Usman SM, Khalid S, Bashir Z. Epileptic seizure prediction using scalp electroencephalogram signals. *Biocybernetics and Biomedical Engineering*. 2021;41(1): 211–220. <https://doi.org/10.1016/j.bbe.2021.01.001>

Сведения об авторах:

Толманова Вероника Вячеславовна, аспирант кафедры механики и процессов управления, инженерная академия, Российский университет дружбы народов, Москва, Россия; ORCID: 0000-0001-9433-7859; e-mail: 1042210065@pfur.ru

Андриков Денис Анатольевич, кандидат технических наук, доцент департамента механики и процессов управления, инженерная академия, Российский университет дружбы народов, Москва, Россия; eLIBRARY SPIN-код: 8247-7310; ORCID: 0000-0003-0359-0897; e-mail: andrikovdenis@mail.ru

About the author

Veronika V. Tolmanova, Postgraduate student of the Department of Mechanics and Control Processes, Academy of Engineering, RUDN University, Moscow, Russia; ORCID: 0000-0001-9433-7859; e-mail: 1042210065@pfur.ru

Denis A. Andrikov, Candidate of Technical Sciences, Associate Professor of the Department of Mechanics and Control Processes, Academy of Engineering, RUDN University, Moscow, Russia; eLIBRARY SPIN-code: 8247-7310; ORCID: 0000-0003-0359-0897; e-mail: andrikovdenis@mail.ru



DOI: 10.22363/2312-8143-2024-25-3-280-287

УДК 519.86. 658

EDN: URFQYA

Научная статья / Research article

Минимизация оплаты по тарифу за сетевую энергию в условиях заданной динамики ее потребления при наличии аккумулятора

А.С. Демидов^{a,b}✉, А.С. Кочуров^a

^aМосковский государственный университет им. М.В. Ломоносова, Москва, Россия

^bРоссийский университет дружбы народов, Москва, Россия

✉ demidov.alexandre@gmail.com

История статьи

Поступила в редакцию: 30 апреля 2024 г.

Доработана: 17 июля 2024 г.

Принята к публикации: 23 июля 2024 г.

Заявление о конфликте интересов

Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

Вклад авторов

Нераздельное соавторство

Аннотация. Негативные последствия пикового отбора сетевого продукта: электроэнергии, водных, газовых и других ресурсов, включая распределение времени в компьютерных программах, заставляют поставщика вводить тарифную повременную оплату. Как минимизировать оплату при заданном режиме потребления продукта при наличии системы его накопления для потребителя, проще говоря накопителя (аккумулятора, хранилища), восполняя или расходуя его запасы соответственно в моменты низкой и высокой тарифной цены? Для этого необходимо попытаться разумно использовать накопители (хранилища) ресурсов, из которых можно черпать ресурсы в периоды высоких тарифов оплаты, а тогда, когда потребность в них снижается и, соответственно, низки тарифы оплаты, пополнять хранилища ресурсами. С этой целью формулируется соответствующая математическая задача, относящаяся к вопросу минимизации оплаты за потребление электрической энергии и учитывающая эксплуатационные характеристики накопителя и различные режимы потребления энергии. Показано, что эта математическая задача на минимум может быть решена с помощью стандартного линейного программирования. Приведены результаты численных расчетов оплаты для конкретного предприятия как без накопителя, так и с использованием накопителя. Выигрыш в оплате составляет порядка 20 %.

Ключевые слова: повременной тариф, минимизация оплаты, накопитель, линейное программирование

Благодарности

Авторы выражают благодарность кандидату технических наук Е.С. Яценко за полезные обсуждения.

Для цитирования

Демидов А.С., Кочуров А.С. Минимизация оплаты по тарифу за сетевую энергию в условиях заданной динамики ее потребления при наличии аккумулятора // Вестник Российского университета дружбы народов. Серия: Инженерные исследования. 2024. Т. 25. № 3. С. 280–287. <http://doi.org/10.22363/2312-8143-2024-25-3-280-287>

© Демидов А.С., Кочуров А.С., 2024



This work is licensed under a Creative Commons Attribution 4.0 International License
<https://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/legalcode>

Mains Electricity Base Rate Minimization Under Specified Conditions of Power Consumption with the use of Capacitors

Alexander S. Demidov^{a,b}✉, Alexander S. Kochurov^a 

^aLomonosov Moscow State University, Moscow, Russia

^bRUDN University, Moscow, Russia

✉ demidov.alexandre@gmail.com

Article history

Received: April 30, 2024

Revised: July 17, 2024

Accepted: July 23, 2024

Conflicts of interest

The authors declare that there is no conflict of interest.

Authors' contribution

Undivided co-authorship

Abstract. The negative consequences of the peak selection of network products (electricity, water, gas, and other resources, including time distribution in computer programs) force the supplier to introduce tariff-based time payments. Thus, the question arises as to whether the consumer's payment can indeed be minimized at a specific mode of product consumption if there is a system of its accumulation, that is, capacitor or storage, which replenishes or consumes its reserves at times of low and high tariff prices. To achieve this objective, it is necessary to make optimal use of accumulator resources, which can be drawn upon during periods of high tariffs and replenished when the need for them is less urgent and tariffs are lower. To achieve this, an appropriate mathematical problem is formulated (for the purposes of concretization, relating to the question of minimizing the payment for electricity consumption) that considers the operational characteristics of the storage and the different modes of energy consumption. This mathematical problem for the minimum can be solved using standard linear programming. The results of the numerical calculations of payments for a particular enterprise both without storage and with the use of capacitor are presented. The gain in payment was approximately 20 per cent.

Keywords: Time-based payment, energy charge minimization, capacitor, linear programming

Acknowledgments

The authors express their gratitude to E.S. Yatsenko for useful discussions.

For citation

Demidov AS, Kochurov AS. Mains electricity base rate minimization under specified conditions of power consumption with the use of capacitors. *RUDN Journal of Engineering Research*. 2024;25(3):280–287. (In Russ.) <http://doi.org/10.22363/2312-8143-2024-25-3-280-287>

Введение

Сетевой поставщик энергии, например, электрической, заинтересован в том, чтобы потребители, прежде всего крупные промышленные предприятия, не создавали пикового отбора. В связи с этим поставщик энергии обычно взимает плату с потребителя в зависимости от динамики $Q:t \rightarrow Q(t)$ отбора энергии из сети за тот или иной временной период T . Этот период подразделяется на N равных интервалов длительности τ , разделенных моментами времени $t_n = n\tau$, $n = 0, 1, 2, \dots, N$. Интервал τ также может быть разделен на одинаковые подынтер-

валы и т.д. Но чтобы не загромождать изложение многоуровневым разбиением временного периода T (год, месяц, сутки, минуты, секунды), ограничимся здесь лишь разбиением T на три уровня (сутки, часы, минуты). Этого обычно достаточно даже в наиболее типичной ситуации, когда плата за отбираемую энергию берется ежемесячно, поскольку функционирование имеющейся у предприятия системы накопления (накопителя энергии, газа, воды и др.), как правило, одинаково и в дальнейшем (для конкретизации постановки задачи и простоты изложения) будем считать, что $T = N\tau$ — это одни сутки, а τ — это один час, т.е. $N = 24$.

Одной из возможных формул оплаты в течение периода T (одни сутки) за отбираемую из сети энергию является следующая¹ [1–9]:

$$S = S_1 + S_2 + S_3, \quad (1)$$

$$S_1 = K_1 \int_{t_{17}}^{t_{18}} Q(t) dt,$$

$$S_2 = K_2 \int_{t_0}^{t_{24}} Q(t) dt, \quad (2)$$

$$S_3 = K_3 \max_{8 \leq n \leq 19} \int_{t_n}^{t_{n+1}} Q(t) dt,$$

где $K_j, j = 1, 2, 3$, — тарифные коэффициенты, а функция $Q: t \rightarrow Q(t)$, характеризующая *почасовой* отбор энергии из сети, является ступенчатой (иначе говоря, кусочно-постоянной): она принимает некоторое постоянное значение

$$Q(t) = u_n \quad \text{при} \quad t \in [t_n, t_{n+1}), \quad (3)$$

$$n = 0, 1, 2, \dots, N-1.$$

Через $t_{n,m}$ будем обозначать момент времени n часов и m минут, считая, что $t_{n,M} = t_{n+1,0}$, где $n = 0, 1, \dots, N-1, N = 24$ и $m = 0, 1, 2, \dots, M, M = 60$.

Фиксированная для данного предприятия функция *поминутного* потребления энергии $P: t \rightarrow P(t)$ тоже является ступенчатой с интер-

валами постоянства, определяемыми *узлами*

$$t_{n,m} = n + \frac{m}{M}.$$

Замечание 1. Очевидно, что зарядка/разрядка накопителя, характеризуемая функцией Q , не должна происходить чаще минимального интервала изменения функции потребления P . Поэтому шкала разбиения временного периода T (год, месяц, сутки, часы, минуты, секунды) для функции потребления P может либо совпадать, либо быть более мелкой, чем у функции отбора Q . Для большей общности рассмотрения здесь выбран второй вариант: для P трехуровневый (сутки, часы, минуты), а для Q двухуровневый (сутки, часы). Впрочем, в расчетах был взят двухуровневый (сутки, часы) как для P , так и для Q , что соответствует реальной ситуации по данным потребления электроэнергии на конкретном промышленном производстве.

Если предприятие имеет накопитель² [10–12], то при *заданной динамике* потребления энергии $P: t \rightarrow P(t)$ предприятие может снизить плату за отбираемую из сети энергию за счет снижения отбора сетевой энергии в каждый период $[t_n, t_{n+1}]$ ($0 \leq n \leq N-1$) до некоторого *искомого* уровня u_n , компенсируя ее недобор $\max\{P(t) - u_n, 0\}$ в период $[t_n, t_{n+1})$ энергией из системы накопления, запасенной ранее, когда максимум $P(t)$ был меньше u_n . Таким образом,

¹ См.: Арктик-энерго. Плановые часы пиковой нагрузки по месяцам 2022 г. URL: <http://www/arctic-energo.ru> (дата обращения: 22.03.2024); ЭНКОСТ. Я энергетик. Как перейти на более выгодный тариф по электроэнергии. URL: <https://encost.com/publikacii/cenovye-kategorii/> (дата обращения: 22.03.2024); Об установлении единых (котловых) тарифов на услуги по передаче электрической энергии по сетям г. Москвы на 2022 г. URL: <https://www.mos.ru/depr/documents/tarifnaia-politika/pa-v-sfere-gosudarstvennogo-regulirovaniya-tarifov/view/263421220/> (дата обращения: 22.03.2024); Предельные уровни нерегулируемых цен на электрическую энергию (мощность), поставляемую АО «Мосэнергосбыт» потребителям. С. 2, 30. URL: <https://www.mosenergosbyt.ru/legals/tariffs-n-prices/between-670kW-10MW.php> (дата обращения: 22.03.2024); Ценовые категории. URL: <https://encost.com/publikacii/cenovye-kategorii/> (дата обращения: 15.03.2024); Насколько вырастут тарифы на электроэнергию для предприятий в 2024 году? URL: <https://encost.com/publikacii/na-skolko-vyrastut-tarify-na-elektroenergiju-dlya-predpriyatij-v-2024-godu/> (дата обращения: 22.03.2024).

² Сетевые накопители энергии Лиотех // Сетевые накопители энергии. Характеристики. URL: <https://www.liotech.ru/products/nakopiteli-i-ibp/setevye-nakopiteli-energii-01/> (дата обращения: 23.03.2024);

Li-ion для предприятий — NEOSUN Energy // Аккумуляторные батареи NEOSUN — NS48112-S и NS48112-P. www.so-ups.ru <https://neosun.com/ru/industrial-ess/> (дата обращения: 12.03.2024).

надо найти значения u_n , при которых величина S , определяемая формулой (1), будет минимальна. Как можно это сделать, изложено ниже.

1. Математическая постановка задачи

Заметим, что поиск минимума требуемой величины

$$S^{(1)-(2)} = K_1 u_{17} + K_2 \sum_{n=0}^{23} u_n + K_3 \max_{8 \leq n \leq 19} u_n$$

эквивалентен поиску минимума функции, линейно зависящей от компонент вектора

$$u = (u_0, u_1, u_2, \dots, u_{24}),$$

а именно функции

$$u \rightarrow S(u) = K_1 u_{17} + K_2 \sum_{n=0}^{23} u_n + K_3 u_{24} \quad (4)$$

при ограничениях, задаваемых линейными неравенствами

$$u_n \leq u_{24} \stackrel{\text{def}}{=} \max_{8 \leq s \leq 19} u_s, \quad n = 8, 9, \dots, 19,$$

т.е. неравенствами

$$\begin{aligned} u_8 \leq u_{24}, u_9 \leq u_{24}, u_{10} \leq u_{24}, \dots, u_{18} \leq \\ \leq u_{24}, u_{19} \leq u_{24}. \end{aligned} \quad (5)$$

При этом необходимо учитывать, что суммарное потребление энергии не может превышать отбираемую из сети энергию, т.е. должно быть выполнено неравенство

$$\sum_{n=0}^{N-1} \sum_{m=0}^{M-1} P(t_{n,m}) \frac{1}{M} \leq \sum_{n=0}^{N-1} u_n. \quad (6)$$

Кроме того, при эксплуатации накопителя должно быть выполнено ограничение

$$W^- \leq W(t) \leq W^+ \quad (7)$$

на емкость накопителя $W(t_{n,m})$ в момент

$t_{n,m} = n + \frac{m}{M}$ (n часов и m минут), представленную формулой

$$W(t_{n,m}) = W(0) + \int_0^{t_{n,m}} Q(t) dt - \int_0^{t_{n,m}} P(t) dt, \quad (8)$$

где константы $W^\pm$ заданы изготовителем, а $W(0)$ потребителем.

При этом $0 \leq n \leq N-1$, $N = 24$, и $0 \leq m \leq M-1$, $M = 60$.

Поскольку кусочно-постоянная функция потребления P задана *по минутно* значениями $P(t_{n,m})$, а искомый *почасовой* отбор энергии

определяется значениями $Q(t) = u_k$ при

$$t_k \leq t \leq t_{k+1} = t_k + \tau,$$

где $\tau = T / N = 1$ (ибо в рассматриваемом временном периоде T ровно N часов), то

$$\begin{aligned} \int_0^{t_{n,m}} P(t) dt &= \int_0^n P(t) dt + \int_n^{t_{n,m}} P(t) dt = \\ &= \sum_{k=0}^{n-1} \sum_{j=0}^{M-1} P(t_{k,j}) \frac{1}{M} + \sum_{j=0}^{m-1} P(t_{n,j}) \frac{1}{M}, \end{aligned}$$

а

$$\begin{aligned} \int_0^{t_{n,m}} Q(t) dt &= \int_0^n Q(t) dt + \int_n^{t_{n,m}} Q(t) dt = \\ &= \sum_{k=0}^{n-1} u_k + u_n \frac{m}{M}. \end{aligned}$$

Поэтому условие $W(t_{n,m}) \in [W^-, W^+]$ на емкость накопителя принимает вид

$$\begin{aligned} W^- \leq W(0) + \sum_{k=0}^{n-1} u_k + u_n \frac{m}{M} - \\ - \sum_{k=0}^{n-1} \sum_{j=0}^{M-1} P(t_{k,j}) \frac{1}{M} - \sum_{j=0}^{m-1} P(t_{n,j}) \frac{1}{M} \leq W^+, \end{aligned} \quad (9)$$

где для $n = 0$ опускаются суммы $\sum_{k=0}^{n-1} = \sum_{k=0}^{-1}$.

Кроме того, в каждый момент времени $t = t_{n,m}$ (n часов и m минут) скорость изменения емкости накопителя лимитируется параметром $P_* > 0$, а именно

$$\begin{aligned}
 -P_* &\leq u_n - P(t_{n,m}) \leq P_*, \\
 n &= 0, 1, \dots, N-1, \\
 m &= 0, 1, \dots, M-1,
 \end{aligned}
 \quad (10)$$

где параметр P_* задается требованиями к эксплуатации накопителя, а $N = 24$ (в сутках 24 часа) и $M = 60$ (в одном часе 60 минут).

Таким образом, получаем задачу линейного программирования [13] о минимизации функции

$$S: u \rightarrow S(u) = K_1 u_{17} + K_2 \sum_{n=0}^{23} u_n + K_3 u_{24},$$

линейно зависящей от компонент вектора

$$u = (u_0, u_1, u_2, \dots, u_{23}, u_{24}),$$

которые подчинены линейным неравенствам (5), (6), (9) и (10). Эти неравенства задают в 25-мерном пространстве R^{25} векторов u выпуклый многогранник, в одной из вершин которого линейная функция достигает искомого минимального значения. Оно может быть найдено, например, с помощью программного пакета³.

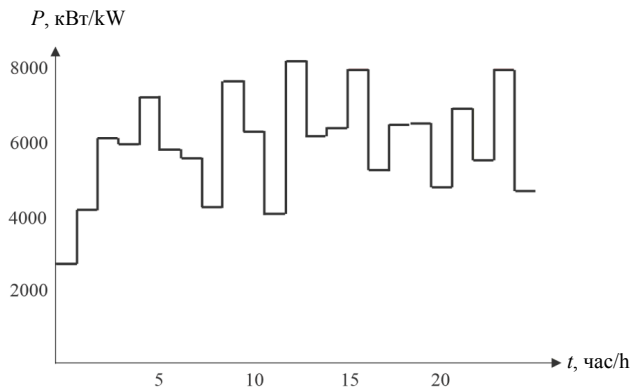


Рис. 1. Почасовое потребление
Источник: выполнено
А.С. Демидовым, А.С. Кочуровым
Figure 1. Hourly consumption
Source: made by A.S. Demidov, A.S. Kochurov

2. Численные результаты

На рис. 1 представлены *почасовые* данные $P(t_n)$ динамики потребления одного из предприятий. Диаграмма почасовой оплаты за отбираемую из сети энергию по тарифу (рис. 2), соответствующему коэффициентам [5; 6]

$$K_1 = 45 \text{ у.е./кВт/ч},$$

$$K_2 = 2 \text{ у.е./кВт/ч},$$

$$K_3 = 45,8 \text{ у.е./кВт/ч}$$

позволяет нам предположить, что с наступлением стабилизации оплаты за отбираемую из сети энергию после завершения активной фазы ее потребления должна начаться фаза подзарядки системы накопления. Это «физической строгости» предположение в целом соответствует строго математически обоснованным численно полученным значениям функции $Q: t \rightarrow Q(t)$ *почасового* отбора сетевой энергии, которые представлены на рис. 3 для следующих числовых значений [3; 4]:

$$W^- = 229,2 \text{ кВт/ч}, P_* = 2292 \text{ кВт},$$

$$W^+ = 2292 \text{ кВт/ч}, W(0) = 229,2 \text{ кВт/ч}.$$

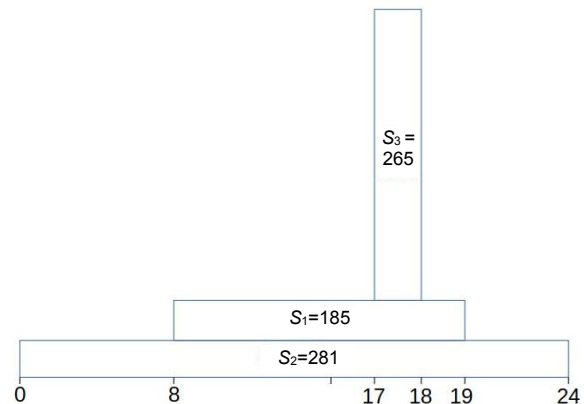


Рис. 2. Диаграмма почасовой оплаты $S_1 + S_2 + S_3$
Источник: выполнено
А.С. Демидовым, А.С. Кочуровым
Figure 2. Hourly payment diagram $S_1 + S_2 + S_3$
Source: made by A.S. Demidov, A.S. Kochurov

³ Linear Program Solver (LIPS) — бесплатный оптимизационный пакет, предназначенный для решения задач линейного, целочисленного и целевого программирования. URL: <https://linexp.ru/mathematic-modeling-algorithms/lipside.html> (дата обращения: 12.03.2024).

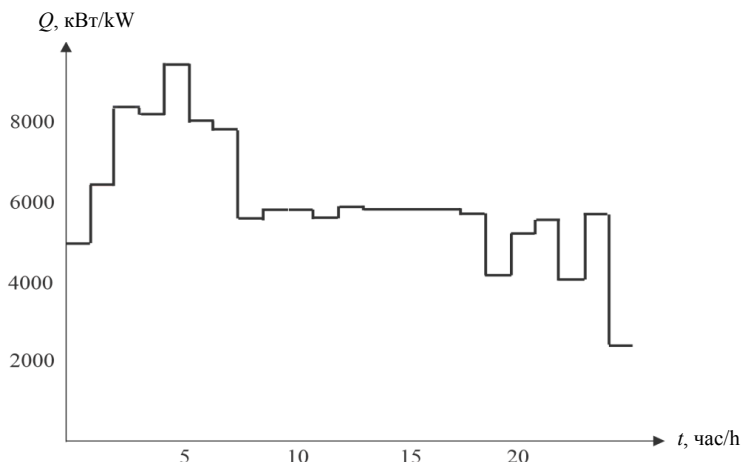


Рис. 3. Почасовой отбор энергии из сети при наличии накопителя
И с т о ч н и к: выполнено А.С. Демидовым, А.С. Кочуровым

Figure 3. Hourly extraction of energy from the network in the presence of a battery
S o u r c e: made by A.S. Demidov, A.S. Kochurov

Суммы

$$SB_1 = 288336, SB_2 = 281181, B_3 = 370583,$$

$$SB = SB_1 + SB_2 + SB_3 = 940\,100$$

в условных единицах, соответствующие режиму потребления без аккумулятора, ощутимо выше (на 22 %) сумм

$$S_1 = 185\,196, S_2 = SB_2 = 281\,181,$$

$$S_3 = 265\,609, S = S_1 + S_2 + S_3 = 731\,986,$$

соответствующих режиму потребления с использованием накопителя.

Замечание 2. Изложенный алгоритм решения исходной задачи предполагает, что априори известна функция P для данного временного периода T , в качестве которого выше были взяты 24 часа. Если такая априорная информация отсутствует, то можно, как и в случае с прогнозом погоды, сделать ориентировочные оценки на следующий день, используя данные «метеостанций» в виде случайных ε -возмущений, добавляющих случайным образом к функции P одно из трех значений $-\varepsilon, 0, +\varepsilon$. Если при этом функция Q , соответствующая этому ε -возмущению, будет «мало» отличаться от невозмущенной, то можно предполагать, что на следующий день функция Q почти не изменится.

В качестве примера были взяты «метеостанции» на двух временных участках с априори наиболее непредсказуемой «погодой» потребления энергии. В итоге были просчитаны $9 = 3^2$ случайных изменений потребления энергии, таких, что $|P_\varepsilon^j - P|/P \leq 0,05, j = 1, 2$. Если считать, что такими наиболее непредсказуемыми временными участками являются $t_1 = 8$ и $t_2 = 12$, то, как оказалось, соответствующие суммы незначительно изменились от приведенной выше $S = 731\,986$. А именно они для просчитанных $9 = 3^2$ случаев были таковы:

$$736\,266, 738\,471,$$

$$\max = 756\,249, 752\,379, 728\,867,$$

$$\min = 708\,296, 733\,733, 720\,571, 740\,248.$$

Заключение

1. Вполне очевидной является идея снизить плату за потребляемые ресурсы в условиях повышенной тарифной платы в периоды пиковых потреблений. Для этого необходимо попытаться разумно использовать накопители (хранилища) ресурсов, из которых можно черпать ресурсы в периоды высоких тарифов оплаты, а тогда, когда потребность в них снижается и, соответственно, низки тарифы оплаты, пополнять хра-

нилища ресурсами. В работе доказана возможность минимизации оплаты и представлен простой метод реализации этой возможности. Показано, как такая задача минимизации сводится к стандартной задаче линейного программирования.

2. Хотя в работе проблема минимизации иллюстрируется лишь на примере промышленного потребления сетевой электроэнергии, однако предложенный метод минимизации может быть применен во многих других областях, где имеются пиковые нагрузки как различных материальных, так и временных ресурсов, например при распределении времени в суперкомпьютерах.

Список литературы

1. Богдан Е.В., Карницкий Н.Б. Структурно-экономический подход при выборе пиковых регулирующих мощностей на тепловых электростанциях // Энергетика. Известия высших учебных заведений и энергетических объединений СНГ. 2023. Т. 66. № 6. С. 497–508. <https://doi.org/10.21122/1029-7448-2023-66-6-497-508>
2. Crew M.A., Fernando C.S., Kleindorfer P.R. The theory of peak-load pricing: A survey // *Journal of Regulatory Economics*. 1995. Vol. 8. P. 215–248. <https://doi.org/10.1007/BF01070807>
3. Arnott R., de Palma A., Lindsey R. A Structural Model of Peak-Period Congestion: A Traffic Bottleneck with Elastic Demand // *The American Economic Review*. 1993. Vol. 83. No. 1. P. 161–179. URL: <http://www.jstor.org/stable/2117502> (accessed: 15.03.2024).
4. Andersson R., Taylor L. The Social Cost of Un-supplied Electricity: A Critical Review // *Energy Economic*. 1986. Vol. 8. No. 3. P. 139–146. [https://doi.org/10.1016/0140-9883\(86\)90012-5](https://doi.org/10.1016/0140-9883(86)90012-5)
5. Ault R.W., Ekelund R.B. The Problem of Unnecessary Originality in Economics // *Southern Economic Journal*. 1987. Vol. 53. No. 3. P. 650–661. URL: <https://www.jstor.org/stable/1058761?origin=crossref> (accessed: 15.03.2024).
6. Berry L. A Review of the Market Penetration of U.S. Residential and Commercial Demand Side Management Programmes // *Energy Policy*. 1993. Vol. 21. No. 1. P. 53–67. [https://doi.org/10.1016/0301-4215\(93\)90208-W](https://doi.org/10.1016/0301-4215(93)90208-W)
7. Bös D. Pricing and Price Regulation: An Economic Theory for Public Enterprises and Public utilities. Amsterdam: North-Holland Publ.; 1994. ISBN 10: 0444884785. ISBN 13: 9780444884787

8. Borenstein S., Nancy L.R. Competition and Price Dispersion in the U.S. Airline Industry // *Journal of Political Economy*. 1994. Vol. 4. No. 4. P. 653–83. <https://doi.org/10.1086/261950>

9. Brookshire D.S., Coursey D.L. Measuring the Value of a Public Good: An Empirical Comparison of Elicitation Procedures. *American Economic Review*. 1987. Vol. 77. No. 4. P. 554–566. URL: <http://library.wrds.uwyo.edu/wrp/87-04/87-04.pdf> (accessed: 15.03.2024).

10. Добрего К.В., Козначеев И.А. Моделирование функционального взаимодействия блоков гибридного накопителя электроэнергии // Энергетика. Известия высших учебных заведений и энергетических объединений СНГ. 2023. Т. 66. № 5. С. 405–422. <https://doi.org/10.21122/1029-7448-2023-66-5-405-422>

11. Молочко А.Ф., Привалов А.С., Жученко Е.А., Иващенко Е.В. Концепция применения систем накопления энергии на базе литий ионных аккумуляторов в Белорусской энергосистеме // Отчет о НИР заключительный. ГПО «Белэнерго» РУП «БелТЭИ». Минск, 2022. Т. 1, 2. № Б 22-3/4. 189 с.

12. Бельский А.А., Скамьин А.Н., Васильков О.С. Применение гибридных накопителей электроэнергии для выравнивания графика нагрузки предприятий. Энергетика // Известия высших учебных заведений и энергетических объединений СНГ. 2020. Т. 63. № 3. С. 212–222. <https://doi.org/10.21122/1029-7448-2020-63-3-212-222>

13. Кормен Т., Лейзерсон Ч., Ривест П., Шмай К. Алгоритмы: построение и анализ. 2-е изд. М.: Вильямс, 2006. С. 1296. ISBN 5-8459-0857-4

References

1. Bogdan EB, Karnitsky NB. Structural and economic approach to the selection of peak regulating capacities at thermal power plants. *Energetika. Proceedings of CIS higher education institutions and power engineering associations*. 2023;66(6):497–508. (In Russ.) <https://doi.org/10.21122/1029-7448-2023-66-6-497-508>
2. Crew MA, Fernando CS, Kleindorfer PR. The theory of peak-load pricing: A survey. *Journal of Regulatory Economics*. 1995;8:215–248. <https://doi.org/10.1007/BF01070807>
3. Arnott R, de Palma A, Lindsey R. A Structural Model of Peak-Period Congestion: A Traffic Bottleneck with Elastic Demand. *The American Economic Review*. 1993;83(1):161–179. Available from: <http://www.jstor.org/stable/2117502> (accessed: 15. 03.2024)
4. Andersson R, Taylor L. The Social Cost of Un-supplied Electricity: A Critical Review. *Energy Economic*. 1986;8(3):139–46. [https://doi.org/10.1016/0140-9883\(86\)90012-5](https://doi.org/10.1016/0140-9883(86)90012-5)

5. Ault RW, Ekelund RB. The Problem of Unnecessary Originality in Economics. *Southern Economic Journal*. 1987;53(3):650–661. Available from: <https://www.jstor.org/stable/1058761?origin=crossref> (accessed: 15. 03.2024)
6. Berry L. A Review of the Market Penetration of U.S. Residential and Commercial Demand Side Management Programmes. *Energy Policy*. 1993;21(1):53–67. [https://doi.org/10.1016/0301-4215\(93\)90208-W](https://doi.org/10.1016/0301-4215(93)90208-W)
7. Bös D. *Pricing and Price Regulation: An Economic Theory for Public Enterprises and Public utilities*. Amsterdam: North-Holland Publ.; 1994. ISBN 10: 0444884785 ISBN 13: 9780444884787
8. Borenstein S, Nancy LR. Competition and Price Dispersion in the U.S. Airline Industry, *Journal of Political Economy*. 1994;102(4):653–683. <https://doi.org/10.1086/261950>
9. Brookshire DS, Coursey DL. Measuring the Value of a Public Good: An Empirical Comparison of Elicitation Procedures. *American Economic Review*. 1987;77(4):554–566. Available from: <http://library.wrds.uwyo.edu/wrp/87-04/87-04.pdf> (accessed: 15. 03.2024).
10. Dobrego KV, Koznacheev IA. Modeling the functional interaction of hybrid energy storage units. *Energetika. Proceedings of CIS higher education institutions and power engineering associations*. 2023;66(5):405–422. (In Russ.) <https://doi.org/10.21122/1029-7448-2023-66-5-405-422>
11. Molochko AF, Privalov AS, Zhuchenko EA, Ivashko EV. The concept of using energy storage systems (ESS) based on lithiumion batteries in the Belarusian energy system. *Research report (Stage 2)*, RUE “BELTEI”. Minsk, 2022. No. B 22-4/3.
12. Belsky AA, Skamin AN, Vasilkov OS. The use of hybrid energy storage devices to level the load curve of enterprises. *Energetika. Proceedings of CIS higher education institutions and power engineering associations*. 2020;63(3):212–222. (In Russ.) <https://doi.org/10.21122/1029-7448-2020-63-3-212-222>
13. Cormen T, Leiserson C, Rivest R, Stein K. *Algorithms: construction and analysis*. 2nd ed. Moscow: Williams Publ.; 2006. (In Russ.) ISBN 5-8459-0857-4

Сведения об авторах:

Демидов Александр Сергеевич, доктор физико-математических наук, профессор кафедры общих проблем управления, Механико-математический факультет, Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова, Москва, Россия; доцент кафедры механики и процессов управления, инженерная академия, Российский университет дружбы народов, Москва, Россия; AuthorID: 7693, ORCID: 0000-0002-0245-233X; e-mail: demidov.alexandre@gmail.com

Кочуров Александр Савельевич, кандидат физико-математических наук, доцент кафедры общих проблем управления, Механико-математический факультет; старший научный сотрудник, Московский центр фундаментальной и прикладной математики, Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова, Москва, Россия; AuthorID: 6978; ORCID: 0009-0002-6307-8609; e-mail: kchrvas@yandex.ru

About the authors

Alexander S. Demidov, Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor of the Department of General Problems of Management, Faculty of Mechanics and Mathematics, Lomonosov Moscow State University, Moscow, Russia; Associate Professor of the Department of Mechanics and Control Processes, Engineering Academy, RUDN University, Moscow, Russia; AuthorID: 7693, ORCID: 0000-0002-0245-233X; e-mail: demidov.alexandre@gmail.com

Alexander S. Kochurov, Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Associate Professor of the Department of General Problems of Management, Faculty of Mechanics and Mathematics; Senior Researcher, Moscow Center for Fundamental and Applied Mathematics, Lomonosov Moscow State University, Moscow, Russia; AuthorID: 6978, ORCID: 0009-0002-6307-8609; e-mail: kchrvas@yandex.ru



DOI: 10.22363/2312-8143-2024-25-3-288-295

УДК 51-7

EDN: YNNOZA

Научная статья / Research article

Точные и частные решения в форме выпуклых четырехугольников, взаимодействующих по закону четырех тел

Ю.В. Перепелкина 

Всероссийский институт научной и технической информации РАН, Москва, Россия
 amadeycity@yandex.com

История статьи

Поступила в редакцию: 22 марта 2024 г.

Доработана: 8 июня 2024 г.

Принята к публикации: 22 июня 2024 г.

Заявление о конфликте интересов

Автор заявляет об отсутствии конфликта интересов.

Аннотация. Доказано существование точных частных решений в форме выпуклых четырехугольников в общей задаче четырех тел, взаимодействующих по произвольному закону $\sim 1/r^k$, где $k \geq 2$. Для каждого фиксированного $k \geq 2$ найдены расстояния между телами и соответствующие им совокупности четырех масс, определяющих частные решения в форме квадрата, ромба, дельтоида и трапеции. На основе методологии работ классиков выведены уравнения движения в переменных Рауса — Ляпунова в общей задаче четырех тел, взаимодействующих по совершенно произвольному закону, как это имело место при доказательстве Лапласом существования точных частных треугольных решений общей задачи трех тел с произвольными массами. Приведено объяснение проблемы существования данного типа решений, обусловленной, в частности, более сложной геометрией четырехугольных решений по сравнению с треугольными, существование которых доказано в общей задаче трех тел классиками небесной механики. Высказывается предположение, что если произвольность закона взаимодействия несколько ограничить, можно численными методами доказать существование точных частных решений при различных фиксированных значениях $k \geq 2$ и неравных значениях масс четырех тел.

Ключевые слова: небесная механика, задача четырех тел, переменные Рауса — Ляпунова, частные решения, законы взаимодействия, ограниченные задачи

Для цитирования

Перепелкина Ю.В. Точные и частные решения в форме выпуклых четырехугольников, взаимодействующих по закону четырех тел // Вестник Российского университета дружбы народов. Серия: Инженерные исследования. 2024. Т. 25. № 3. С. 288–295. <http://doi.org/10.22363/2312-8143-2024-25-3-288-295>



Exact Partial Solution in a Form of Convex Tetragons Interacting According to the Arbitrary Law for Four Bodies

Yulianna V. Perepelkina  

Russian Institute for Scientific and Technical Information of Russian Academy of Sciences, Moscow, Russia

 amadeycity@yandex.com

Article history

Received: March 22, 2024

Revised: June 8, 2024

Accepted: June 22, 2024

Conflicts of interest

The author declares that there is no conflict of interest.

Abstract. We prove the existence of exact partial solutions in the form of convex quadrilaterals in the general problem of four bodies mutually acting according to an arbitrary law $\sim 1/r^k$, where $k \geq 2$. For each fixed $k \geq 2$ the distances between the bodies and their corresponding sets of four masses are found, which determine private solutions in the form of square, rhombus, deltoid and trapezoid. On the basis of the methodology of classical works the equations of motion in Raus — Lyapunov variables in the general problem of four bodies interacting according to a completely arbitrary law are derived, as it took place when Laplace proved the existence of exact partial triangular solutions of the general problem of three bodies with arbitrary masses. An explanation of the problem of existence of this type of solutions is given, due, in particular, to the more complicated geometry of quadrangular solutions in comparison with triangular ones, the existence of which is proved in the general three-body problem by the classics of celestial mechanics. It is suggested that if the arbitrariness of the interaction law is somewhat restricted, it is possible to prove by numerical methods the existence of exact partial solutions at different fixed values $k \geq 2$ and unequal values of the masses of the four bodies.

Keywords: celestial mechanics, four-body problem, Raus — Lyapunov variables, particular solutions, laws of interaction, bounded problems

For citation

Perepelkina YuV. Exact partial solution in a form of convex tetragons interacting according to the arbitrary law for four bodies. *RUDN Journal of Engineering Research*. 2024;25(3):288–295. (In Russ.) <http://doi.org/10.22363/2312-8143-2024-25-3-288-295>

Введение

Классики небесной механики, в частности Л. Эйлер¹ и Дж. Лагранж², доказали существование в неинтегрируемой общей задаче трех взаимодействующих по закону притяжения Ньютона тел-точек (то есть в ее классическом варианте) точных частных решений — треугольных

(лагранжевых) и прямолинейных (эйлеровых). Позже Лаплас³ доказал, что и прямоугольные и треугольные решения в этой задаче существуют не только в классическом случае ньютоновского притяжения, но и при произвольном законе взаимодействия, зависящем кроме масс тел лишь от расстояний между телами (точками). Поэтому треугольные решения задачи трех тел в случае отличия закона взаимодей-

¹ *Evlero L. Formvlae Generales Pro Translatione Qvacvnque Corporvm Rigidorvm // Novi Commentarii Academiae Scientiarum Imperialis Petropolitanae pro Anno MDCCLXXV. 1760. Vol. XX. P. 189–207. URL: <http://www.17century-maths.com/contents/euler/e478tr.pdf> (accessed: 12.03.2024).*

² *Lagrange J.-L. Essai sur le problème des trois corps // Oeuvres de Lagrange. Gauthier-Villars. 1772. Vol. 6 (II). P. 229–334. URL: <https://gallica.bnf.fr/ark:/12148/bpt6k229225j/f231.image.r=Oeuvres+de+Lagrange.langFR> (accessed: 12.03.2024).*

³ *Laplas P.S. Traite de Mecanique celeste. Paris, 1805. Vol. 4. P. 307–313. URL: <https://archive.org/details/traitdemcani01lapl/page/n7/mode/2up> (accessed: 15.03.2024).*

ствия от ньютоновского называются также лапласовыми.

Что касается проблемы устойчивости вышеупомянутых решений, то ее решением занимался не только сам Лаплас, но и несколько последователей этой теории, наиболее известными из которых были Лиувилль [1] и Раус [2]. Последний внес в теорию наибольший вклад с точки зрения математической формализации задачи, обобщив критерий устойчивости треугольных решений в задаче трех тел M, m, m' , для закона притяжения пропорционального $1/r^2$, рассмотренного ранее на случай закона взаимодействия, пропорционального $1/r^\kappa$. Затем, при упрощающих предположениях, что рассматриваемый треугольник можно принять как равносторонний и угол между его сторонами близок к $\pi/3$, а также считая массу $M=1$ неподвижной, Раус вывел уравнения движения двух остальных тел m, m' относительно тела M . В трудах было отмечено, что предложенные переменные и система уравнений задачи трех тел имеют заметные преимущества перед системой уравнений движения, записываемой относительно центра масс системы.

Далее А.М. Ляпунов [3] развил метод Рауса, сняв упомянутые упрощающие предположения, но сохранив подход к выводу системы уравнений движения и основную часть обозначений. Переменные и форма уравнений движения оказались весьма удобными, многими использовались и получили название уравнений и переменных Ляпунова или Рауса — Ляпунова.

В 1960–1970 гг. к проблеме обобщения классических задач небесной механики, под которыми здесь будут пониматься варианты, в которых не предполагается выполнение третьей аксиомы механики (действие в системе взаимодействующих тел не равно противодействию), обратился Г.Н. Дубошин [4]. Сначала им рассмотрен случай, когда каждые две точки взаимодействуют по особому закону и предполагается, что третья аксиома механики выполнена. Доказано, что лагранжевы решения в задаче трех тел существуют только в случае единого

для всех трех тел (однако произвольного) закона взаимодействия, в то время как эйлеровы решения могут существовать и в случае трех различных законов взаимодействия.

Далее Г.Н. Дубошин рассмотрел наиболее общий случай, при котором действующие между тремя телами силы определяются шестью произвольными функциями и, таким образом, третья аксиома динамики не считалась выполненной. Проанализированы различные варианты действующих сил и случаи, когда системы соответствующих уравнений допускают частные решения.

Однако с конца XIX в. начались поиски новых частных решений, подобных упомянутым эйлеровым, лагранжевым и лапласовым решениям в общей задаче трех тел [5–7], а именно в общих задачах 4-х [8], 5-ти [9–11], ..., n тел [12–14]. Были найдены строгие частные решения центральных конфигураций [15–17]. В перечисленных публикациях использовались уравнения движения в барицентрических или гелиоцентрических относительных вращающихся системах координат, что являлось вполне естественным, и в большинстве из перечисленных публикаций рассматривался лишь закон притяжения Ньютона.

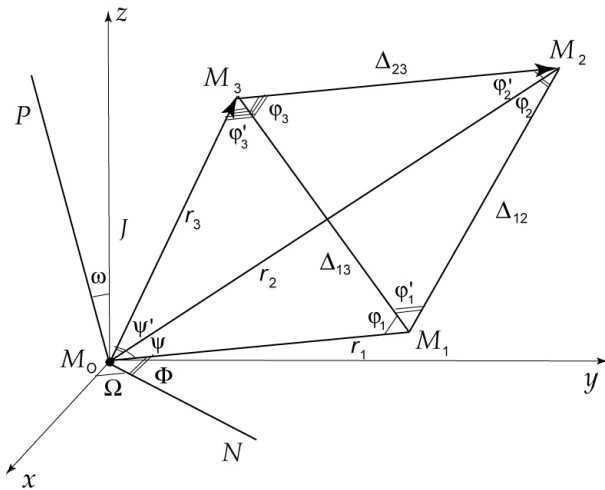
1. Уравнения движения в общей задаче четырех тел в форме Рауса — Ляпунова

Воспользуемся подходом и уравнениями Рауса — Ляпунова, использованными ими в общей задаче трех тел [2; 3]. Уравнения и переменные Ляпунова были введены последним в его работе по исследованию устойчивости лапласовых решений в общей задаче трех тел (по его собственному утверждению они подобны уравнениям и переменным Рауса) и оказались достаточно удобными так, что они используются многими исследователями по сей день.

Рисунка в работах Рауса Е.Дж. и А.М. Ляпунова не было, равно как и в последовавших затем исследованиях Г.Н. Дубошина в задаче трех тел [4]. Это, по-видимому, объясняется простотой соответствующей геометрии — треугольник вращается относительно одной из его

вершин (три расстояния и три угла). Рисунок появился позже в работе Г.Н. Дубошина по обобщенной задаче трех тел.

Мы обобщили упомянутый рисунок на случай общей задачи четырех тел для доказательства тем же методом существования уже четырехугольных решений (см. рис.). Необходимость такого рисунка очевидна: для описания геометрии четырехугольника требуется уже 6 расстояний и 8 углов.



Графическая интерпретация задачи 4 тел
И с т о ч н и к: выполнено Ю.В. Перепелкиной
Graphic visualization of the 4-body problem
S o u r c e: compiled by Yu.V. Perepelkina

Введем следующие обозначения для внутренних углов четырехугольника $M_0M_1M_2M_3$:

$$\begin{aligned}\psi &= \angle(r_1, r_2), & \psi' &= \angle(r_2, r_3), \\ \phi_1 &= \angle(\Delta_{13}, r_1), & \phi_1' &= \angle(\Delta_{12}, \Delta_{13}); \\ \phi_2 &= \angle(\Delta_{12}, r_2), & \phi_2' &= \angle(\Delta_{23}, r_2), \\ \phi_3 &= \angle(\Delta_{23}, \Delta_{13}), & \phi_3' &= \angle(\Delta_{13}, r_3).\end{aligned}$$

Запишем систему дифференциальных уравнений движения общей задачи четырех тел в форме Рауса — Ляпунова.

Вместо часто используемых в небесной механике координат $r_1, r_2, \psi, \Omega, I, \Phi$ (Ω — узел восходящего узла плоскости орбит, I — наклон плоскости орбит и Φ — угол собственного вращения соответственно), определяю-

щих положение плоскости фигуры (треугольника) в неподвижных осях и положение фигуры (треугольника) в ее плоскости, А.М. Ляпунов предложил другую систему переменных, а именно $r_1, r_2, \psi, \omega_1, \omega_2, \omega_3$, в которой $\vec{\omega} = (\omega_1, \omega_2, \omega_3)$ — вектор угловой скорости вращения триэдра $M_0\xi\eta\zeta$ и его проекции: ω_1 — на ось $M_0\xi$; ω_2 — на ось $M_0\eta$; ω_3 — на ось $M_0\zeta$.

Такая замена вполне объяснима, поскольку ключевыми уравнениями в доказательстве существования тех или иных частных решений (стационарных решений или центральных конфигураций в другой терминологии) являются уравнения, содержащие помимо геометрических параметров соответствующих фигур квадраты угловых скоростей вращения радиус-векторов тел.

Выпишем координаты тел M_1, M_2, M_3 в двух системах координат:

$$M_1: \quad \xi_1 = r_1, \quad \eta_1 = 0, \quad \zeta_1 = 0;$$

$$M_2: \quad \xi_2 = r_2 \cos \psi, \quad \eta_2 = r_2 \sin \psi, \\ \zeta_2 = 0;$$

$$M_3: \quad \xi_3 = r_3 \cos(\psi + \psi'), \\ \eta_3 = r_3 \sin(\psi + \psi'), \quad \zeta_3 = 0; \quad (1)$$

$$M_1: \quad x_1 = a_{11}r_1, \quad y_1 = a_{21}r_1, \quad z_1 = a_{31}r_1;$$

$$M_2: \quad x_2 = a_{11}r_2 \cos \psi + a_{12}r_2 \sin \psi, \\ y_2 = a_{21}r_2 \cos \psi + a_{22}r_2 \sin \psi, \\ z_2 = a_{31}r_2 \cos \psi + a_{32}r_2 \sin \psi;$$

$$M_3: \quad x_3 = a_{11}r_3 \cos(\psi + \psi') + \\ + a_{12}r_3 \sin(\psi + \psi'), \\ y_3 = a_{21}r_3 \cos(\psi + \psi') + \\ + a_{22}r_3 \sin(\psi + \psi'), \\ z_3 = a_{31}r_3 \cos(\psi + \psi') + \\ + a_{32}r_3 \sin(\psi + \psi'). \quad (2)$$

Уравнения движения четырех тел в гелиоцентрической системе координат (относительно тела M_0 с массой m_0) берутся из работ [18; 19]. Преобразуем их с учетом явных значений координат тел и геометрии (рис. 1). Имеют место следующие соотношения:

$$\begin{aligned} x_1\ddot{x}_1 + y_1\ddot{y}_1 + z_1\ddot{z}_1 + \frac{f(m_0 + m_1)}{r_1} = \\ = -fm_2r_1 \left[\frac{1}{\Delta_{12}^2} \cos(\varphi_1 + \varphi'_1) + \frac{1}{r_2^2} \cos \psi \right] - \\ - fm_3r_1 \left[\frac{1}{\Delta_{13}^2} \cos \varphi_1 + \frac{1}{r_3^2} \cos(\psi + \psi') \right]; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x_2\ddot{x}_2 + y_2\ddot{y}_2 + z_2\ddot{z}_2 + \frac{f(m_0 + m_2)}{r_2} = \\ = -fm_1r_2 \left[\frac{1}{\Delta_{12}^2} \cos \varphi'_2 + \frac{1}{r_1^2} \cos \psi \right] - \\ - fm_3r_2 \left[\frac{1}{\Delta_{13}^2} \cos \varphi_2 + \frac{1}{r_3^2} \cos \psi' \right]; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x_3\ddot{x}_3 + y_3\ddot{y}_3 + z_3\ddot{z}_3 + \frac{f(m_0 + m_3)}{r_3} = \\ = -fm_1r_3 \left[\frac{1}{\Delta_{13}^2} \cos \varphi'_3 + \frac{1}{r_1^2} \cos(\psi + \psi') \right] - \\ - fm_2r_3 \left[\frac{1}{\Delta_{23}^2} \cos(\varphi_3 + \varphi'_3) + \frac{1}{r_2^2} \cos \psi' \right], \end{aligned}$$

из которых получим первые три дифференциальных уравнения из девяти, описывающих движение четырех тел:

$$\begin{aligned} \frac{d^2r_1}{dt^2} - r_1(\omega_2^2 + \omega_3^2) = -\frac{f(m_0 + m_1)}{r_1^2} - \\ - fm_2 \left[\frac{1}{\Delta_{12}^2} \cos(\varphi_1 + \varphi'_1) + \frac{1}{r_2^2} \cos \psi \right] - \\ - fm_3 \left[\frac{1}{\Delta_{13}^2} \cos \varphi_1 + \frac{1}{r_3^2} \cos(\psi + \psi') \right]; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{d^2r_2}{dt^2} - r_2(\omega_2'^2 + \omega_3'^2) = -\frac{f(m_0 + m_2)}{r_2^2} - \\ - fm_1 \left[\frac{1}{\Delta_{12}^2} \cos \varphi'_2 + \frac{1}{r_1^2} \cos \psi \right] - \\ - fm_3 \left[\frac{1}{\Delta_{23}^2} \cos(\varphi_1 + \psi) + \frac{1}{r_3^2} \cos \psi' \right]; \\ \frac{d^2r_3}{dt^2} - r_3(\omega_2''^2 + \omega_3''^2) = -\frac{f(m_0 + m_3)}{r_3^2} - \\ - fm_1 \left[\frac{1}{\Delta_{13}^2} \cos \varphi'_3 + \frac{1}{r_1^2} \cos(\psi + \psi') \right] - \\ - fm_2 \left[\frac{1}{\Delta_{23}^2} \cos(\varphi_3 + \varphi'_3) + \frac{1}{r_2^2} \cos \psi' \right], \end{aligned} \quad (3)$$

где $\vec{\omega} = (\omega_1, \omega_2, \omega_3)$ — угловая скорость вращения неизменяемой системы, определяемой, прежде всего, точкой M_0 , направлением $\overrightarrow{M_0M_1}$, плоскостью четырехугольника $(M_0M_1M_2M_3)$ и проекцией, соответственно на направление $\overrightarrow{M_0M_1}$, на направление перпендикуляра к $\overrightarrow{M_0M_1}$ в плоскости $(M_0M_1M_2M_3)$, составляющее острый угол с направлением $\overrightarrow{M_0M_2}$, и на направление перпендикуляра к плоскости четырехугольника.

Для двух других угловых скоростей, а именно $\vec{\omega}' = (\omega'_1, \omega'_2, \omega'_3)$ и $\vec{\omega}'' = (\omega''_1, \omega''_2, \omega''_3)$, имеют место аналогичные геометрические описания для направлений $\overrightarrow{M_0M_2}$, $\overrightarrow{M_0M_3}$ соответственно, которые мы не приводим. Отметим лишь, что ось $\overrightarrow{M_0M_2}$ второй системы координат повернута в направлении против часовой стрелки на угол ψ относительно оси $\overrightarrow{M_0M_1}$ первой системы координат, а ось $\overrightarrow{M_0M_3}$ третьей — на угол ψ' относительно оси $\overrightarrow{M_0M_2}$ второй системы координат. Связь между компонентами трех угловых скоростей $\vec{\omega}$, $\vec{\omega}'$, $\vec{\omega}''$ задается следующими известными формулами:

$$\begin{aligned}
 \omega_1 &= \sin \Phi \sin J \cdot \dot{\Omega} + \cos \Phi \cdot \dot{J}; \\
 \omega'_1 &= \omega_1 \cos \psi + \omega_2 \sin \psi; \\
 \omega''_1 &= \omega'_1 \cos \psi' + \omega'_2 \sin \psi'; \\
 \omega_2 &= \cos \Phi \sin J \cdot \dot{\Omega} - \sin \Phi \cdot \dot{J}; \\
 \omega'_2 &= -\omega_1 \sin \psi + \omega_2 \cos \psi; \\
 \omega''_2 &= -\omega'_1 \sin \psi' + \omega'_2 \cos \psi'; \\
 \omega_3 &= \cos J \cdot \dot{\Omega} + \dot{\Phi}; \\
 \omega'_3 &= \omega_3 + \dot{\psi}; \\
 \omega''_3 &= \omega'_3 + \dot{\psi}'.
 \end{aligned} \tag{4}$$

Далее получаем еще шесть дифференциальных уравнений:

$$\begin{aligned}
 \frac{1}{r_1} \frac{d(\omega_3 r_1^2)}{dt} + r_1 \omega_1 \omega_2 &= - \\
 &- fm_2 \left[\frac{1}{r_2^2} \sin \psi - \frac{1}{\Delta_{12}^2} \sin(\varphi_1 + \varphi'_1) \right] - \\
 &- fm_3 \left[\frac{1}{r_3^2} \sin(\psi + \psi') - \frac{1}{\Delta_{13}^2} \sin \varphi_1 \right]; \\
 \frac{1}{r_1} \frac{d(\omega_2 r_1^2)}{dt} - r_1 \omega_1 \omega_3 &= 0; \\
 \frac{1}{r_2} \frac{d(\omega'_3 r_2^2)}{dt} + r_2 \omega'_1 \omega'_2 &= \\
 &- fm_1 \left[\frac{1}{r_1^2} \sin \psi - \frac{1}{\Delta_{12}^2} \sin(\varphi_2 + \varphi') \right] - \\
 &- fm_3 \left[\frac{1}{r_3^2} \sin \psi' - \frac{1}{\Delta_{23}^2} \sin \varphi_1 \right]; \\
 \frac{1}{r_2} \frac{d(\omega'_2 r_2^2)}{dt} - r_2 \omega'_1 \omega'_3 &= 0; \\
 \frac{1}{r_3} \frac{d(\omega''_3 r_3^2)}{dt} + r_3 \omega''_1 \omega''_2 &= \\
 &- fm_1 \left[\frac{1}{r_1^2} \sin(\psi + \psi') - \frac{1}{\Delta_{13}^2} \sin \varphi'_3 \right] - \\
 &- fm_2 \left[\frac{1}{r_2^2} \sin \psi' - \frac{1}{\Delta_{23}^2} \sin(\varphi_3 + \varphi'_3) \right]; \\
 \frac{1}{r_3} \frac{d(\omega''_2 r_3^2)}{dt} - r_3 \omega''_1 \omega''_3 &= 0.
 \end{aligned} \tag{5}$$

Объединение уравнений (3) и (5) дает систему из девяти обыкновенных дифференциальных уравнений, описывающих движение в рамках общей задачи четырех тел, взаимодействующих, вообще говоря, по закону обратных квадратов. Для обобщения уравнений движения на случай взаимодействия тел по произвольному закону, зависящему лишь от расстояний между телами, необходимо разбить компоненты сил в правых частях уравнений на две подкомпоненты каждую. Например, если

$$fm_2 \frac{1}{r_2^2} \rightarrow fm_2(F_{12}(r_2) \pm F_{21}(r_2)),$$

тогда

$$\begin{aligned}
 \frac{d^2 r_1}{dt^2} - r_1(\omega_2^2 + \omega_3^2) + m_0[F_{10}(r_1) + F_{20}(r_2) \cos \psi + F_{30}(r_3) \cos(\psi + \psi')] + \\
 + m_1[F_{01}(r_1) - F_{21}(\Delta_{21}) \cos(\varphi_1 + \varphi'_1) - F_{31}(\Delta_{31}) \cos \varphi_1] + \\
 + m_2[F_{02}(r_2) \cos \psi - F_{12}(\Delta_{12}) \cos(\varphi_1 + \varphi'_1) + F_{32}(\Delta_{23}) \cos(\varphi_2 - \psi)] + \\
 + m_3[F_{03}(r_3) \cos(\psi + \psi') - F_{13}(\Delta_{13}) \cos \varphi_1 - F_{23}(\Delta_{23}) \cos(\varphi_2 - \psi)] = 0,
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \frac{1}{r_1} \frac{d}{dt}(r_1^2 \omega_3) + r_1 \omega_1 \omega_2 + m_2 F_{02}(r_2) \sin \psi - \\
 - F_{12}(\Delta_{12}) \sin(\varphi_1 + \varphi'_1) + m_3 F_{13}(\Delta_{13}) \sin \varphi_1 = 0,
 \end{aligned}$$

$$\frac{1}{r_1} \frac{d}{dt}(r_1^2 \omega_2) - r_1 \omega_1 \omega_3 = 0,$$

$$\begin{aligned}
 \frac{d^2 r_2}{dt^2} - r_2(\omega_2'^2 + \omega_3'^2) + m_0[F_{20}(r_2) + F_{01}(r_1) \cos \psi + F_{30}(r_3) \cos \psi'] + \\
 + m_1[F_{01}(r_1) \cos \psi + F_{21}(\Delta_{12}) \cos(\varphi'_2 + \psi) - F_{31}(\Delta_{31}) \cos(\varphi_1 + \psi)] + \\
 + m_2[F_{02}(r_2) + F_{12}(\Delta_{12}) \cos(\varphi'_2 + \psi) - F_{32}(\Delta_{23}) \cos \varphi_2] + \\
 + m_3[F_{03}(r_3) \cos \psi' - F_{13}(\Delta_{13}) \cos(\varphi_1 + \psi) - F_{23}(\Delta_{23}) \cos \varphi_2] = 0,
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \frac{1}{r_2} \frac{d(\omega'_3 r_2^2)}{dt} + r_2 \omega'_1 \omega'_2 - fm_1 \frac{1}{r_1^2} \sin \psi + \\
 + fm_1 \frac{1}{\Delta_{12}^2} \sin(\varphi_2 + \varphi'_2) - \\
 - fm_3 \frac{1}{r_3^2} \sin \psi' + fm_3 \frac{1}{\Delta_{13}^2} \sin \varphi_1 = 0,
 \end{aligned}$$

$$\frac{1}{r_1} \frac{d(\omega'_2 r_2^2)}{dt} - r_2 \omega'_1 \omega'_3 = 0,$$

$$\begin{aligned}
 \frac{d^2 r_3}{dt^2} - r_3(\omega_2''^2 + \omega_3''^2) + m_0[F_{30}(r_3) + m_1 F_{01}(r_1) \cos(\psi + \psi') + F_{20}(r_2) \cos \psi] + \\
 + m_1[F_{01}(r_1) \cos(\psi + \psi') - F_{21}(\Delta_{12}) \cos(\varphi_2 + \psi') - F_{31}(\Delta_{13}) \cos \varphi'_3] + \\
 + m_2[F_{02}(r_2) \cos \psi'_2 + F_{12}(\Delta_{12}) \cos(\varphi'_2 + \psi') - F_{32}(\Delta_{23}) \cos(\varphi_3 + \varphi'_3)] + \\
 + m_3[F_{03}(r_3) + F_{13}(\Delta_{13}) \cos \varphi'_3 + F_{23}(\Delta_{23}) \cos(\varphi_3 + \varphi'_3)] = 0,
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{r_3} \frac{d}{dt} (r_3^2 \omega_3'') - r_3 \omega_1'' \omega_3'' = 0, \\ \frac{1}{r_3} \frac{d(\omega_3'' r_3^2)}{dt} + r_3 \omega_1'' \omega_2'' - f m_1 \frac{1}{r_1^2} \sin(\psi + \psi') + \\ + f m_1 \frac{1}{\Delta_{13}^2} \sin \varphi_1 - f m_2 \frac{1}{r_2^2} \sin(\varphi_2 - \psi) - \\ - f m_2 \frac{1}{\Delta_{23}^2} \sin \varphi_2 = 0. \end{aligned} \quad (6)$$

В случае $\omega_1 = \omega_2 = 0$, $\omega_3 = \omega + \dot{\psi}$ (из соотношений (5) следует

$$\begin{aligned} \omega_1' = \omega_2' = \omega_1'' = \omega_2'' = 0, \\ \omega_3' = \omega_3'' = \omega + \dot{\psi} \end{aligned}$$

и вращение осуществляется лишь в плоскости фигуры) система уравнений (6) упрощается:

$$\begin{aligned} \frac{d^2 r_1}{dt^2} - r_1 \omega^2 + m_0 [F_{10}(r_1) + F_{20}(r_2) \cos \psi + F_{30}(r_3) \cos(\psi + \psi')] + \\ + m_1 [F_{01}(r_1) - F_{21}(\Delta_{21}) \cos(\varphi_1 + \varphi_1') - F_{31}(\Delta_{31}) \cos \varphi_1] + \\ + m_2 [F_{02}(r_2) \cos \psi - F_{12}(\Delta_{12}) \cos(\varphi_1 + \varphi_1') + F_{32}(\Delta_{23}) \cos(\varphi_2 - \psi)] + \\ + m_3 [F_{03}(r_3) \cos(\psi + \psi') - F_{13}(\Delta_{13}) \cos \varphi_1 - F_{23}(\Delta_{23}) \cos(\varphi_2' - \psi)] = 0, \\ \frac{1}{r_1} \frac{d}{dt} (r_1^2 \omega) + m_2 F_{02}(r_2) \sin \psi - \\ - F_{12}(\Delta_{12}) \sin(\varphi_1 + \varphi_1') + m_3 F_{13}(\Delta_{13}) \sin \varphi_1 = 0, \\ \frac{d^2 r_2}{dt^2} - r_2 \omega^2 + m_0 [F_{20}(r_2) + F_{01}(r_1) \cos \psi + F_{30}(r_3) \cos \psi'] + \\ + m_1 [F_{01}(r_1) \cos \psi + F_{21}(\Delta_{12}) \cos(\varphi_2' + \psi) - F_{31}(\Delta_{31}) \cos(\varphi_1 + \psi)] + \\ + m_2 [F_{02}(r_2) + F_{12}(\Delta_{12}) \cos(\varphi_2' + \psi) - F_{32}(\Delta_{23}) \cos \varphi_2] + \\ + m_3 [F_{03}(r_3) \cos \psi' - F_{13}(\Delta_{13}) \cos(\varphi_1 + \psi) - F_{23}(\Delta_{23}) \cos \varphi_2] = 0, \\ \frac{1}{r_2} \frac{d}{dt} (r_2^2 \omega) - m_1 F_{01}(r_1) \sin \psi - \\ - m_1 F_{12}(\Delta_{12}) \sin(\varphi_1 + \varphi_1') + \\ + m_3 F_{32}(\Delta_{32}) \sin \varphi_1 - m_3 F_{03}(r_3) \sin \psi' = 0. \end{aligned} \quad (7)$$

На основании аналитических расчетов можно предполагать, что если произвольность закона взаимодействия несколько ограничить, например, вместо произвольной функции рас-

стояний $F(r)$ взять функцию $F(r) \sim 1/r^k$, $k \geq 2$, то можно численными методами доказать существование точных частных решений при различных фиксированных значениях $k \geq 2$ и фиксированных неравных значениях масс четырех тел.

Заключение

Сформулирована общая задача четырех тел в переменных Рауса — Ляпунова. Выведены одноименные уравнения движения в предположении взаимодействия тел по совершенно произвольному зависящему, кроме масс тел, лишь от расстояний между телами закону. Получен общий вид уравнений движения четырех тел, расположенных в вершинах выпуклого четырехугольника, и их частный вид, выведенный для случая квадратной конфигурации.

References / Список литературы

1. Liouville J. Sur un cas particulier du problème de trois corps (Extrait). *Comptes Rendus Acad. Sci.* 1842; 14(14):503–506. Available from: http://www.numdam.org/item/JMPA_1842_1_7_110_0/ (accessed: 18.01.2024).
2. Routh EJ. On Laplace's three particles, with a supplement on the stability of steady motion. *Proc. Lond. Math. Soc.* 1875;6:86–97. Available from: <https://archive.org/details/stabilityofmotio0000rout> (accessed: 18.01.2024).
3. Lyapunov AM. *The general problem of the stability of motion*, translated by A.T. Fuller. London: Taylor & Francis Publ.; 1992. Available from: <https://archive.org/details/stabilityofmotio0030amli/page/n7/mode/2up> (accessed: 18.01.2024).
4. Doubochine GN. Sur les solutions Lagrangiennes et Euleriennes du problème généralisé de trois corps en axes absolus. *Celestial Mechanics*. 1979;19:243–262. <https://doi.org/10.1007/BF01230217>
5. Butikov E. *Motions of Celestial Bodies: Computer simulations*. Bristol, UK, IOP Publ.; 2014.
6. Llibre J, Moeckel R, Sim C. Central Configurations, Periodic Orbits, and Hamiltonian Systems. *Advanced Courses in Mathematics*. CRM Barcelona. Birkhäuser, Basel; 2015. p. 105–167. https://doi.org/10.1007/978-3-0348-0933-7_2
7. Moeckel R. Central configurations. *Scholarpedia*. 2014;9(4):10667. <https://doi.org/10.4249/scholarpedia.10667>
8. Shoaib M, Kashif AR, Szücs-Csillik I. On the planar central configurations of rhomboidal and triangular

four- and five-body problems. *Astrophysics and Space Science*. 2017;362:182. <https://doi.org/10.1007/s10509-017-3161-5>

9. Marchesin M, Vidal C. Spatial restricted rhomboidal five-body problem and horizontal stability of its periodic solutions. *Celestial Mechanics and Dynamical Astronomy*. 2013;115(3):261–279. <https://doi.org/10.1007/s10569-012-9462-7>

10. Kashif A, Shoaib M, Sivasankaran A. Central configurations of an isosceles trapezoidal five-body problem. In: Corbera M., Cors J., Llibre J., Korobeinikov A. (eds.). Extended Abstracts Spring 2014. *Trends in Mathematics, Birkhäuser, Cham*. 2015;4:71–76. https://doi.org/10.1007/978-3-319-22129-8_13

11. Fernandes AC, Mello LF. On Stacked Planar Central Configurations with Five Bodies when One Body is Removed. *Qualitative Theory of Dynamical Systems*. 2013;12:293–303. <https://doi.org/10.1007/s12346-012-0084-y>

12. Beltritti G, Mazzone F, Oviedo M. The Sitnikov problem for several primary bodies configurations. *Celestial Mechanics and Dynamical Astronomy*. 2018;30:45. <https://doi.org/10.1007/s10569-018-9838-4>

13. Hampton M. Planar N -body central configurations with a homogeneous potential. *Celestial Mechanics and Dynamical Astronomy*. 2019;131:20. <https://doi.org/10.1007/s10569-019-9898-0>

14. Moczurad M, Zgliczyński P. Central configurations in planar n -body problem with equal masses for $n = 5, 6, 7$. *Celestial Mechanics and Dynamical Astronomy*. 2019;131:46. <https://doi.org/10.1007/s10569-019-9920-6>

15. Montaldi J. Existence of symmetric central configurations. *Celestial Mechanics and Dynamical Astronomy*. 2015;122:405–418. <https://doi.org/10.1007/s10569-015-9625-4>

16. Doicu A, Zhao L, Doicu A. A stochastic optimization algorithm for analyzing planar central and balanced configurations in the n -body problem. *Celestial Mechanics and Dynamical Astronomy*. 2022;134:29. <https://doi.org/10.1007/s10569-022-10075-7>

17. Marchesin M. A family of three nested regular polygon central configurations. *Astrophysics and Space Science*. 2019;364:160. <https://doi.org/10.1007/s10509-019-3648-3>

18. Perepelkina YuV. An unified approach to the linear stability investigation of some classic and generalized planar central configurations of celestial mechanics. Part 2: Numeric investigations. *International Journal on Pure and Applied Mathematics, Classical and Celestial Mechanics, Cosmodynamics*. 2013;2(3):5–34. (In Russ.) EDN: WJGIQD

Перепелкина Ю.В. Унифицированный подход к исследованию линейной устойчивости некоторых классических и обобщенных плоских центральных конфигураций // Международный журнал по теоретической и прикладной математике, классической и небесной механике и космодинамике. 2013. Вып. 2 (3). С. 5–34. EDN: WJGIQD

19. Perepelkina YV, Zadiranov AN. The hierarchical approach to proving the existence of generalized planar nested central configurations on some versions of the general $(pn+1)$ -body problem. *RUDN Journal of Engineering Research*. 2023;24(1):40–49. (In Russ.) <http://doi.org/10.22363/2312-8143-2023-24-1-40-49>

Перепелкина Ю.В., Задиранов А.Н. Иерархический подход к доказательству существования обобщенных плоских гнездовидных центральных конфигураций в некоторых вариантах общей задачи $(pn+1)$ -тел // Вестник Российского университета дружбы народов. Серия: Инженерные исследования. 2023. Т. 24. № 1. С. 40–49. <http://doi.org/10.22363/2312-8143-2023-24-1-40-49>

Сведения об авторе

Перепелкина Юлианна Вячеславовна, кандидат физико-математических наук, заведующая ОНИ по механике, Всероссийский институт научной и технической информации РАН, Москва, Россия; eLIBRARY SPIN-код: 5157-4093; ORCID: 0000-0001-8115-8253; e-mail: amadeycity@yandex.com

Bio note

Yulianna V. Perepelkina, Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Head of Scientific Information Department of Mechanics, Russian Institute for Scientific and Technical Information of Russian Academy of Sciences, Moscow, Russia; eLIBRARY SPIN-code: 5157-4093; ORCID: 0000-0001-8115-8253; e-mail: amadeycity@yandex.com



DOI: 10.22363/2312-8143-2024-25-3-296-307

УДК 005.6

EDN: YYJYVM

Научная статья / Research article

Оценка применимости и шаги внедрения метода «Шесть сигм» в систему менеджмента качества аддитивного производства

И.С. Кушнир^{ID}, А.П. Адылина^{ID}, Т.А. Левина^{ID}

Московский политехнический университет, Москва, Россия

✉ kushnir_ivan@mail.ru

История статьи

Поступила в редакцию: 6 марта 2024 г.

Доработана: 23 июня 2024 г.

Принята к публикации: 30 июня 2024 г.

Заявление о конфликте интересов

Авторы заявляют об отсутствии
конфликта интересов.

Аннотация. Несмотря на повсеместное внедрение 3D-печати на машиностроительных производствах в рамках Индустрии 4.0, качество изготовленной продукции на данный момент требует регламентации и усовершенствования. Для уменьшения объемов брака и повышения отказоустойчивости продукта, улучшения состояния рабочего места, удобства труда, учета готовых изделий и других немаловажных факторов качественного производственного цикла существует достаточное число методов и практик, применяемых во многих сферах (автомобильная, машиностроение, энергетика и т.д.). Один из этих методов — DMAIC (ОИАСК), предполагающий внедрение в технологическую сферу управления качеством продукции аддитивного производства метода 6 сигм с целью повышения ее качества на данных предприятиях. Цикл «определить — измерить — анализировать — улучшить — контроль» используется автором в контексте данного исследования для проведения анализа возможной оптимизации производственных процедур на предприятиях аддитивного производства методом селективного лазерного плавления (SLM). Анализ производственных практик и предложений по улучшению качества изготовленной продукции, основанные на методе ОИАСК, позволяют усовершенствовать нынешние процессы аддитивного производства на крупных технологических предприятиях и смогут положительно повлиять на качественные характеристики изделий. С помощью технологического подхода на основании цикла DFSS, благодаря применению последовательно каждого из шагов, возможно эффективное изменение в положительную сторону качества как самого процесса производства: вырастает точность изготовления на каждом этапе, процесс модернизируется с каждым новым циклом на основе предыдущих результатов, так и готовой продукции: уменьшается количество брака, улучшаются механические характеристики изделий.

Ключевые слова: аддитивные технологии, управление качеством, искусственный интеллект, имитационное моделирование



Вклад авторов

Кушнир И.С. — анализ научных источников, написание текста рукописи, обобщение результатов исследования, подготовка графических материалов, визуализация; Адылина А.П. — разработка методологии исследования; Левина Т.А. — работа с текстом рукописи, формулирование выводов

Для цитирования

Кушнир И.С., Адылина А.П., Левина Т.А. Оценка применимости и шаги внедрения метода «Шесть сигм» в систему менеджмента качества аддитивного производства // Вестник Российского университета дружбы народов. Серия: Инженерные исследования. 2024. Т. 25. № 3. С. 296–307. <http://doi.org/10.22363/2312-8143-2024-25-3-296-307>

Assessment of the Applicability and Steps of Implementing the Six Sigma Method in the Quality Management System of Additive Manufacturing

Ivan S. Kushnir^{ID}✉, Anna P. Adylina^{ID}, Tatyana A. Levina^{ID}

Moscow Polytechnic University, Moscow, Russia

✉ kushnir_ivan@mail.ru

Article history

Received: March 6, 2024

Revised: June 23, 2024

Accepted: June 30, 2024

Conflicts of interest

The authors declare that there is no conflict of interest.

Abstract. Despite the widespread introduction of 3D printing in machine-building industries within the framework of Industry 4.0, the quality of manufactured products currently requires regulation and improvement. To reduce the volume of defects and increase the fault tolerance of the product, improve the condition of the workplace, work convenience, accounting for finished products and other important factors of the high-quality production cycle, there are a sufficient number of methods and practices used in many fields (automotive, mechanical engineering, energy, etc.). One of these methods is DMAIC, which involves the introduction of the 6 sigma method into the technological sphere of additive manufacturing product quality management in order to improve its quality at these enterprises. The “define-measure-analyze-improve-control” cycle is used by the author in the context of this study to analyze the possible optimization of production procedures at additive manufacturing enterprises by selective laser melting (SLM). The analysis of production practices and suggestions for improving the quality of manufactured products, based on the DMAIC, method, will improve the current additive manufacturing processes at large technological enterprises and will be able to positively affect the quality characteristics of products. With the help of a technological approach based on the DFSS cycle, through the application of each step sequentially, an effective change in the positive side of quality as the production process itself is possible: the manufacturing accuracy increases at each stage, the process is modernized with each new cycle, based on previous results; as well as finished products: the number of defects decreases, the mechanical characteristics of products improve.

Keywords: additive technologies, quality management, artificial intelligence, simulation modeling

Authors' contribution

Kushnir I.S. — analysis of scientific sources, writing the text of the manuscript, generalization of research results, preparation of graphic materials, visualization; Adylina A.P. — development of research methodology; Levina T.A. — work with the text of the manuscript, formulation of conclusions.

For citation

Kushnir IS, Adylina AP, Levina TA. Assessment of the applicability and steps of implementing the Six Sigma Method in the quality management system of additive manufacturing. *RUDN Journal of Engineering Research*. 2024;25(3): 296–307. (In Russ.) <http://doi.org/10.22363/2312-8143-2024-25-3-296-307>

Введение

Внедрение аддитивного производства (АП) как процесса в нашу жизнь произвело революцию во многих системах производства как в предприятиях, так и при создании мелкосерийных деталей для фундаментальных отраслей. Создание новых продуктов, систем и процессов на производствах подразумевает управление их качеством как ключевой фактор для формирования регламентации для выходного изделия, а также работы предприятия — от производства до цепочки поставок. Основная особенность, которую предлагает АП, заключается в высокой гибкости дизайна и расширенной функциональности, при условии сокращенного времени выполнения работы над деталью. Широкое применение аддитивного производства ограничено из-за технических проблем, связанных с управлением качеством процесса. Для изменений в отрасли АП мы предлагаем использование метода шести сигм (6S), который продемонстрировал прорывной эффект в традиционных производственных отраслях, например в полупроводниковой и автомобильной промышленности [1], благодаря пяти шагам методологии DMAIC, включающего в себя определение, измерение, анализ, улучшение и контроль, которое и является основой для 6S. По мнению *Giovanni Condé* и др. [2], «...концепция бережливого производства „шесть сигм“ считается одним из наиболее эффективных подходов к трансформации. В проекте, описанном в этом исследовании, использовалась методология DMAIC для изучения первопричин дефектов, а также предлагались решения по их устранению для достижения цели проекта, ориентированной на сокращение дефектов в процессах литья под давлением алюминиевых автомобильных деталей и механической обработки. Используя методологию DMAIC, команда разработчиков достигла цели проекта...». В контексте аддитивного производства сосредоточенное использование данной методологии из всевозможных систем управления качеством отсутствует, несмотря успешное внедрение метода в устояв-

шихся отраслях (производство, здравоохранение, логистика и т. д.). Одними из первых, кто описал пример внедрения 6 сигм качества, были R.R. Delgadillo, K. Medini, T. Wuest [3]. Были приведены структура и шаги реализации метода на основе аддитивного производства и описана практика применения на примере, показавшем, что для создания подобных решений необходима команда аналитиков и сотрудников высшего звена. На основании анализа этих и многих других источников в данной статье постараемся описать основные шаги внедрения метода 6 сигм в 3D-печати, руководствуясь также опытом иностранных компаний из других сфер производства.

1. Метод «Шесть сигм» и его применение в аддитивных технологиях

Препятствием для широкого применения технологии АП в промышленности являются технические проблемы в управлении качеством. Например, сложные и трудно моделируемые технологические явления, такие как термические эффекты и остаточные напряжения, влияют на микроструктуру и механические свойства сборок АП. В результате возникают скрытые внутренние дефекты, которые ухудшают качество деталей и приводят к высокому уровню брака, особенно в случае единичного производства [4]. Реальные примеры показывают, что детали, создаваемые одновременно на одном аддитивном станке с одной и той же CAD-моделью, могут иметь разные результаты качества. На рис. 1 показан пример, где из семи деталей, произведенных одновременно на одном коммерческом аддитивном станке с использованием одной CAD-модели, только две из них не имеют дефектов. Высокий процент отказов в процессе производства деталей АП и связанные с этим затраты препятствуют более широкому использованию данной технологии.

Метод шести сигм (6S) — практика, широко применяемая в традиционных производственных отраслях, таких как полупроводниковая промышленность, планирование качества, обеспечения качества, контроля качества и неп-

рерывных улучшений [5; 6]. Для этого 6S включает методологию DMAIC, основанную на данных, которая состоит из этапов определения, измерения, анализа, улучшения и контроля.

Этап «определение» заключается в формулировке проблемы качества на основе технического задания клиентов. На этапе «измерение» производится сбор данных об основных переменных процесса из производственных систем.

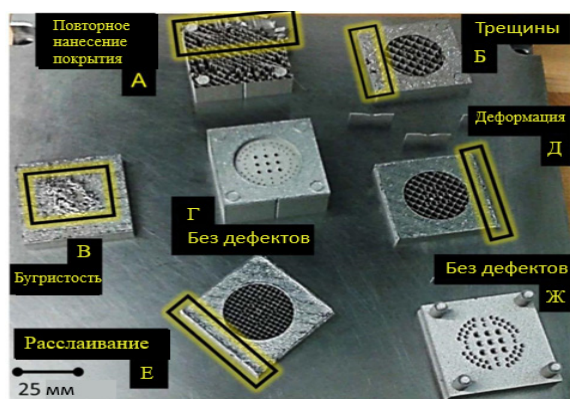


Рис. 1. Семь деталей из нержавеющей стали, построенных на коммерческой системе АП, условия процесса которых идентичны
И с т о ч н и к: выполнено И.С. Кушниром

«Анализ» — это этап извлечения полезной информации из процесса, связанной с факторами, влияющими на дефекты. «Улучшение» — разработка проектных решений и методов для увеличения качества производственной системы. И на этапе «контроль» создаются планы управления процессами и оптимальной стратегии контроля в случае его потери над производственной системой.

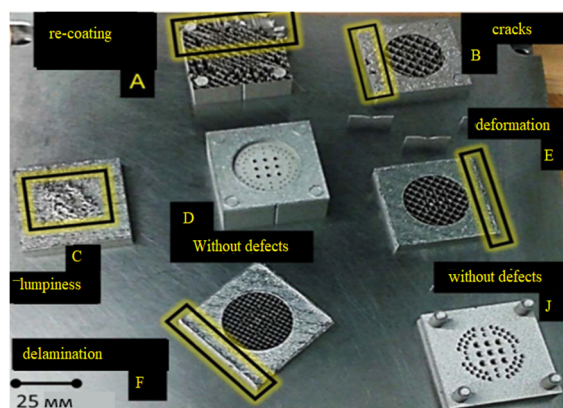


Figure 1. Seven stainless steel parts built on a commercial AP system, the process conditions of which are identical
S o u r c e: made by I.S. Kushnir

Данные шаги направлены на выявление и устранение основных причин дефектов с целью повышения качества конечной продукции. Хотя эта методология добилась значительных успехов во множестве областей, начиная от производства, здравоохранения и логистики, необходимо провести дополнительные исследования, чтобы инициировать практику управления качеством 6S в конкретном контексте АП.

Методы 6S были разработаны для обнаружения и устранения основных причин дефектов с целью улучшения качества конечной продукции. Несмотря на успехи этой методологии в различных областях, включая производство, здравоохранение и логистику, требуется проведение дополнительных исследований для внедрения практики управления качеством 6S в конкретных условиях АП.

Постепенный подход к АП создает серьезные проблемы для обеспечения и контроля ка-

чества. В частности, при использовании металлической пудры ее механические и физические параметры (форма и размер частиц) могут варьироваться от партии к партии, различия в интенсивности и диаметре лазерных и электронных лучей даже внутри одной производственной машины могут создавать детали с различными отклонениями от первоначально спроектированной CAD-модели. Поэтому каждый параметр, влияющий на итоговый результат процесса, должен быть адаптирован к используемым материалам [7].

Кроме того, система аддитивного производства может использовать различную толщину слоя при создании деталей. Например, объект высотой 5 см, созданный с использованием слоя толщиной 100 мкм, потребует 500 слоев. Если толщина слоя составляет 50 мкм, то количество слоев будет составлять 1000. Каждый из этих слоев может иметь свои дефекты. Даже если у

одного слоя есть маленькая вероятность наличия дефекта, для общей сборки высока вероятность иметь по крайней мере один дефект. Чтобы проиллюстрировать эффекты и проблемы многослойного производства, рассмотрим следующий пример.

1. Если вероятность наличия дефектов в слое равна 0,0114, то какова вероятность того, что этот слой не будет иметь дефектов?

$$1 - 0,0114 = 98,86 \%;$$

2. Какова вероятность отсутствия дефектов для сборки со 100 слоями?

$$(1 - 0,0114)^{100} = 31,77 \%;$$

3. Какова вероятность наличия хотя бы одного дефекта для сборки со 100 слоями?

$$1 - (1 - 0,0114)^{100} = 68,23 \%;$$

4. Если вероятность того, что сборка будет содержать дефекты, указана как менее 10 %, то какова должна быть вероятность того, что слой будет иметь дефекты?

$$1 - (1 - x)^{100} = 10 \% \Rightarrow x = 0,0011.$$

Важно отметить, что в данном примере предполагается, что каждый слой является независимым от остальных. Однако аддитивное производство имеет сильную корреляцию между уровнями, т.е. дефекты, образованные в одном слое, могут быть исправлены при обработке последующего слоя либо могут негативно сказаться на верхних уровнях и оказывать влияние на все последующие слои. Это аналогично многоступенчатой сборочной линии в традиционной производственной парадигме. В автомобильной промышленности сборка кузова автомобиля часто включает в себя последовательность сборочных операций. Вариации на одном этапе сборки потенциально могут привести к потоку вариаций на следующих этапах [8]. Однако физика операций многоступенчатой сборки отличается от многослойного АП с НДФ в каждом слое.

2. Этапы и внедрение метода DMAIC

На этапе «измерение» производится сбор данных по ключевым переменным, связанным с процессом аддитивного производства. Входные переменные процесса: физические и химические характеристики металлических порошков и параметры конструкции модели CAD. Ситуативные переменные: настройки машины, отображение слоев. Выходные переменные процесса: контрольные точки после сборки. Для устранения высокого уровня сложности в мониторинге качества на протяжении всего процесса на предприятиях АП, а также повышения прозрачности и актуальности информации о ключевых переменных современные производственные отрасли активно инвестируют в передовые системы измерений.

Из-за доступности обширных данных на этапе «Измерение» по аддитивному производству на этапе «Анализ» становится возможным разработать более глубокое понимание текущего состояния и производительности процесса. Эти данные могут быть собраны либо в процессе послойного изготовления, либо в автономном режиме — характеристики материала перед сборкой или компьютерная томография после сборки. Автономные измерения позволяют проводить проверку качества, но имеют ограниченные возможности для исправления или ремонта в процессе, поскольку дефекты часто уже встроены в сборку.

Данные, собранные на этапе «Измерение», могут быть визуализированы различными способами для предоставления наглядной информации о процессе аддитивного производства. Примерами таких визуализаций могут быть стеки изображений, трехмерные облака точек, гистограммы, сетевые представления, а также преобразования Фурье или вейвлет-преобразования. Эффективная визуализация также помогает на этапе «Анализ» оценить и выделить существенные особенности изменчивости процесса или дефектов продукта. Последовательность шагов для реализации этой системы показана на рис. 2.

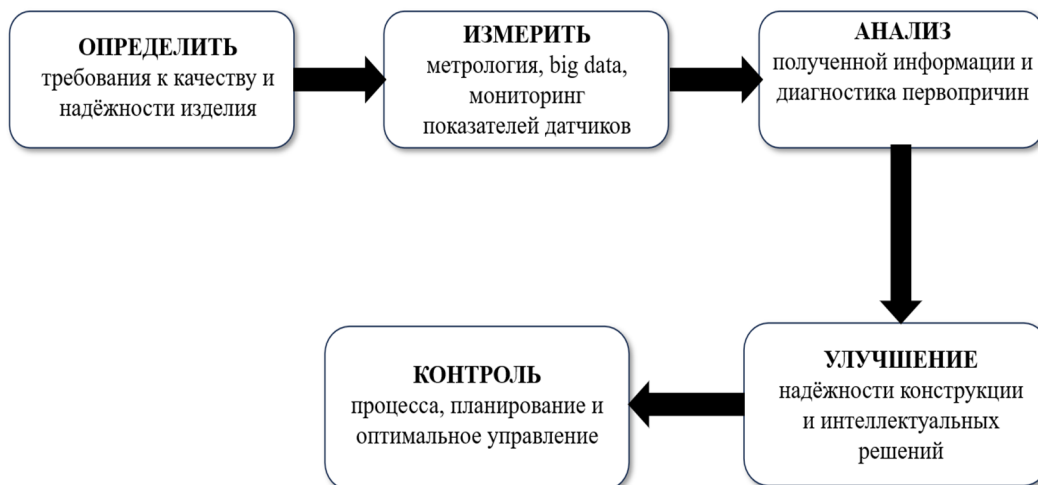


Рис. 2. Шаги по управлению качеством методом 6 сигм
И с т о ч н и к: выполнено И.С. Кушниром

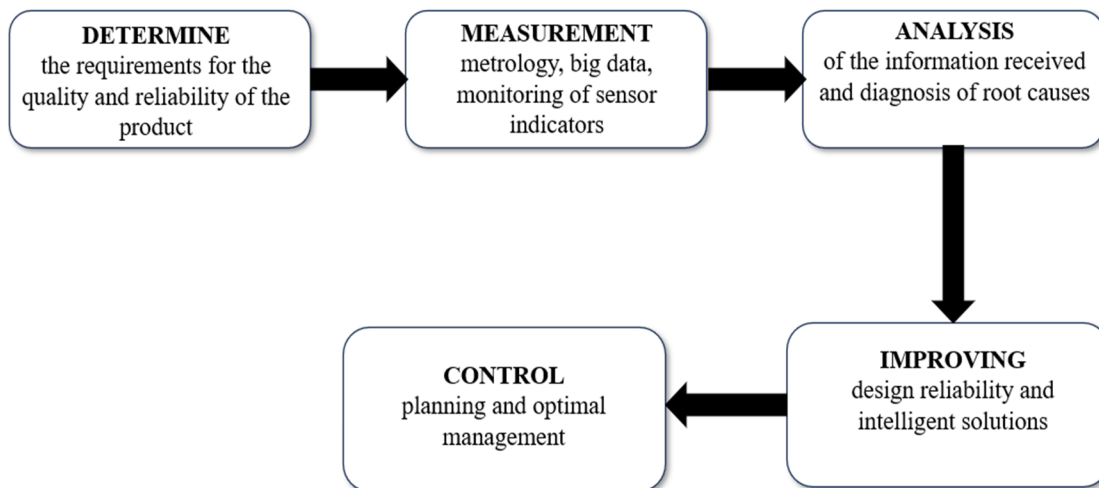


Figure 2. Steps for quality management using the 6 sigma method
S o u r c e: made by I.S. Kushnir

Извлеченная полезная информация из процесса (онлайн- и/или офлайн-данные с датчиков) на этапе «измерение» полномасштабно используется на этапе «анализ». Основная цель данного этапа заключается в исследовании взаимосвязей между ключевыми переменными в процессе (т.е. входными данными процесса, выходными данными и внутрипроцессными переменными), моделировании причинно-следственных связей между этими переменными и проблемами качества, а также разработке нового понимания их влияния на изменчивость

процесса и дефекты продукта. Анализ помогает определить случайные и определяемые причины проблем с качеством в процессе моделирования. Если в процессе присутствуют только случайные причины (т.е. неопределяемые факторы, неидентифицируемые), то распределение должно быть нормальным. Однако если есть определяемые причины, то инструменты анализа помогают отследить, когда и как они влияют на производительность процесса, и выявить возможные причины для их устранения, чтобы вернуться к нормальному производству.

Конечные результаты производственного процесса АП, такие как внешний вид и качество сборки, часто зависят от настроек машины, таких как пространство для штриховки, мощность лазера и скорость сканирования. В АП всё чаще используются расширенные датчики для повышения наглядности информации и борьбы со сложностью взаимодействия машины и процесса, что в результате приводит к генерации больших объемов данных, таких как оптические изображения и КТ после сборки. Однако для реализации всего потенциала этих данных датчиков необходимы новые методы статистического контроля качества (Statistical Quality Control — SQC).

Существующие методы SQC, разработанные для традиционных производственных процессов, больше ориентированы на контроль ключевых характеристик готовой продукции, таких как точность размеров и профили, а не на многомерные данные датчиков. Исследования, проводимые в области аддитивной технологии, включают в себя сенсорную метрологию для контроля качества на месте. Также используются традиционные методы, такие как геометрическая метрология поверхности и определение размеров и допусков (GD&T), в основном ориентированные на евклидовы характеристики готовых изделий, а не на контроль внутренних дефектов в деталях АП со сложной геометрией [7].

Статистическое управление качеством для АП — текущие подходы к мониторингу качества являются автономными, основанными ис-

ключительно на методах, управляемых данными (нейронные сети, смешанное гауссовское моделирование и статистический анализ), или формулировках с сосредоточенными массами [9]. Изучение управления качеством АП с использованием аналитических моделей на основе датчиков и многоуровневых стратегий АП QA/QC в данный момент всё еще является темой долгих и глубоких исследований. Местный мониторинг предоставляет возможность устранения дефектов АП в процессе, т.е. незаменим для производственных отраслей, требующих строгих стандартов качества и эстетики продукции.

Следовательно, первым шагом является извлечение полезной информации из данных датчиков АП, а затем оценка уровней дефектов детали. На рис. 3 показан верхний слой детали АП в разных масштабах, где в некоторой степени можно наблюдать многомасштабное самоподобие. Другими словами, детализированные изображения построений АП часто могут отображать мультифрактальные характеристики в различных масштабах. Ограниченные возможности обработки фракталов с присутствием нелинейности и нерегулярных узоров на изображениях при традиционных линейных методах являются главным подводным камнем данного способа. При анализе фракталов извлекается лишь одно фрактальное измерение, которое описывает масштабно-инвариантное поведение фрактальных объектов, но не может полностью охарактеризовать мультифрактальные паттерны, которые часто проявляются в объектах реального мира [10].

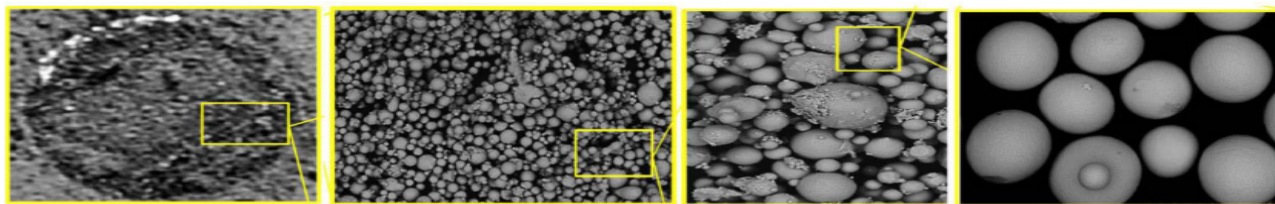


Рис. 3. Мультифрактальные паттерны в профилях изображений детали АП
Источник: выполнено И.С. Кушниром

Figure 3. Multifractal patterns in the image profiles of the AP part
Source: made by I.S. Kushnir

Шаг «улучшить» использует знания, основанные на данных, для поиска изменений или параметров, которые можно внести в процесс производства, для улучшения производительности. На этапе «Измерения» создается база обширных данных о главных переменных для повышения наглядности информации в процессе производства. На этапе «анализа» из данных извлекается полезная информация и выполняется причинно-следственный анализ между этими ключевыми переменными процесса.

Для изучения и понимания взаимосвязей параметров, элементов и переменных в процессе АП создается единая высокоуровневая карта — онтология. Для описания входных и выходных параметров прожигающего лазера, механических, тепловых и иных микроструктурных свойств деталей аддитивного производства могут быть использованы десятки терминов-наименований внутри этой онтологии. Данные онтологические модели используются для перепроектирования процесса, выбора датчиков и улучшения качества, также они применяются для связи характеристик материалов и параметров процесса.

Для наглядного примера в процессе производства лазер влияет на тепловое поведение и эволюцию микроструктуры детали [11], а тепловое распределение источника оказывает воздействие на поведение ее микроструктуры и механические свойства [12]. Случайные или назначаемые причины изменчивости в процессе производства определяются на этапе «анализа». На этапе «улучшения» появляется возможность экспериментировать с использованием разных уровней факторов с помощью статистических планов (например, случайный план блоков, факторный план и дизайн поверхности отклика), исследовать влияние этих факторов на качество процесса производства деталей. Самое главное, можно определить оптимальные настройки факторов, чтобы гарантировать достижение желаемой производительности процесса АП, который устойчив к неконтролируемым факторам и/или случайным шумам.

Для улучшения производительности процессов и качества деталей приведенные выше эксперименты могут проводиться на физических машинах АП, а также на моделях компьютерного моделирования. Анализ моделирования включает разработку компьютерных экспериментов, которые часто выполняются быстрее и дешевле, чем физические эксперименты. Перед проведением дорогостоящих экспериментов на машинах аддитивного моделирования анализ с помощью моделирования может помочь проверить переменные процесса, уменьшить количество факторов и разработать более экономически эффективные эксперименты на этапе «улучшения». Если процесс АП не соответствует желаемому уровню производительности и приводит к большому количеству дефектных сборок, может потребоваться отказ от старого процесса и перепроектирование нового процесса АП. Таким образом, в подходе DMAIC этап «улучшения» превращается в этап «проектирования».

И на заключительном шаге «контроль» производится изучение и оптимизация стратегий действий для аддитивного моделирования (АМ), когда состояние сборки динамически меняется от одного уровня к другому. Поскольку отделка каждого слоя будет влиять на следующий и все последующие слои, это типичная программа последовательного принятия решений в условиях реальной неопределенности (например, случайных вариаций, возмущений или ошибок измерений, настроек машины, условий окружающей среды и статистических данных).

Крайне важно, чтобы машины АП могли устранять зарождающиеся дефекты. Гибридные машины как с аддитивными, так и с субтрактивными производственными возможностями позволяют предпринимать корректирующие действия и выполнять послойный ремонт, тем самым реализуя новую парадигму бездефектного АП. Например, аналитические методы на основе датчиков помогают охарактеризовать и оценить состояние дефектов в каждом слое сборки АП. Если слой оценивается как имеющий небольшую вероятность содержать дефек-

ты, процесс производства будет продолжаться и не будет предпринимать никаких корректирующих действий. Вместе с тем если слой имеет высокую вероятность, чтобы иметь встроенные дефекты, процесс АП приостановится и предпримет действие по удалению этого дефектного слоя. Количество доступных действий во многом зависит от технологического прогресса гибридных машин. Если после построения каждого слоя доступно больше действий, то динамические переходы между парами состояние–действие станут более сложными. В основном это связано с тем фактом, что уровни аддитивного моделирования не являются независимыми, а скорее сильно взаимосвязаны друг с другом. Кроме того, существуют погрешности в измерениях датчиков, настройках машины, окружающей среде, оценке дефектов и переходах от слоя к слою. Новая структура последовательной оптимизации должна учитывать неопределенность в процессах аддитивного доступа и реализовывать аддитивное управление без дефектов путем минимизации ожидаемых совокупных затрат в конце, когда все уровни будут завершены.

Структура последовательного принятия решений для интеллектуального АП сформулирована как модель марковского процесса принятия решений (Markov decision process — MDP). Метод MDP широко используется и доказал свою эффективность в управлении инженерными системами, однако необходимы соответствующие исследования и эксперименты для проверки работы данного процесса для реализации интеллектуального АП с использованием MDP.

3. Результаты и обсуждение

Существует достаточное количество примеров применения методов шести сигм во многих сферах производства. P.B. Ranade, G. Reddy в своей работе представили показатели, получившиеся в результате применения системы DMAIC к песчаному литью [13]. Исследования проводились в литейном цехе на основе подхода Тагути для оптимизации параметров

процесса литья в песчаные формы. Структурированный подход сигм качества помог решить проблему снижения количества дефектов с помощью таких инструментов качества, как гистограмма, диаграмма Парето, контрольная карта, диаграмма причин и следствий. Результат, полученный в ходе проверочных экспериментов с использованием оптимальной комбинации параметров, показал отличное согласие с прогнозируемыми результатами при проектировке процесса методом шести сигм.

Важно понимать, что не все организации, имеют возможность внедрить метод шести сигм. Нехватка средств, времени и опыта может стать препятствием для внедрения этой методологии. Реальность такова, что интеграция шести сигм не является распространенным явлением среди производств и МСП (малое и среднее предпринимательство) [14]. Вероятно, что нехватка ресурсов является причиной невозможности внедрения метода шести сигм. Тем не менее, некоторые МСП добились успеха в последовательном внедрении данного метода [15]. Фактически S.S. Chakravorty показал, что шесть сигм могут быть успешными, если дополнительно внедряется «бережливое производство» [16]. Однако, как заявили М. Kumar и др. [17], руководство относительно того, с какой методологии начинать и как изначально внедрять методологию, неясно и не содержит подробностей. Неясно, является ли подходящей отправной точкой бережливое производство или шесть сигм, или интегрированная версия того и другого. Это важно, поскольку некоторые организации не уверены в том, какие практики улучшения совместимы с бизнесом и средой организации [18].

Также следует отметить, что существует малое количество исследований, иллюстрирующих успех внедрения шести сигм в систему менеджмента качества аддитивного производства. Следовательно, предприятия, на которых изготавливается продукт способом селективного лазерного сплавления, должны оценить свои ресурсы и критические факторы для выбора данной методологии, эффективного и ответственного внедрения в процесс производства,

основываясь на результатах исследователей в смежных отраслях производства.

Необходимо провести планирование качества, чтобы определить потребности клиентов в точности готового изделия, оценить количество дефектов, эстетическую и геометрическую точность продукта, и необходимость проведения планирования качества, основываясь на предпочтениях конечного заказчика.

Заключение

Таким образом, основываясь на вышесказанном, мы делаем вывод, что эффективное управление качеством АП требует реализации ряда мероприятий, ориентированных на качество.

Необходимо провести планирование качества, чтобы определить потребности клиентов в продуктах, оценить количество дефектов, эстетическую и геометрическую точность продукта. Учитывая ресурсы, критические факторы и мнение клиентов, производители продукции в сфере аддитивного производства смогут разработать правильный стратегический план для улучшения качества выпускаемой продукции. Обратная связь поможет сэкономить время и снизить затраты на обработку возвратов продукции, гарантийные платежи и жалобы покупателей, а также сфокусироваться на уменьшении изменчивости процесса и гарантировать соответствие качества конечных сборок стандартам и спецификациям.



Рис. 4. Широкое представление потока квалификации АП о материале, процессе и продукте
И с т о ч н и к: выполнено И.С. Кушниром

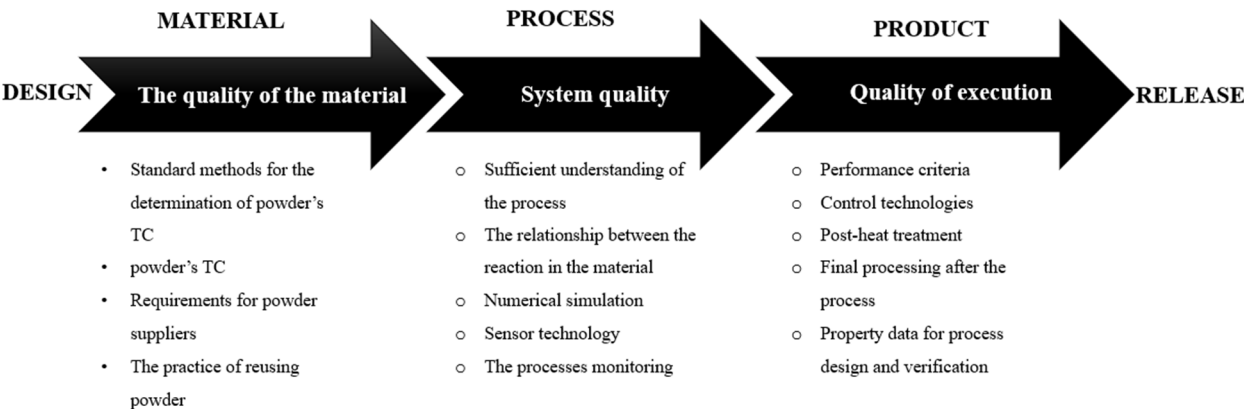


Figure 4. A broad representation of the AP qualification flow about the material, process and product
S o u r c e: made by I.S. Kushnir

Нерешенные проблемы, связанные с качеством АП, приведут к сохранению применения традиционных и хорошо зарекомендовавших себя методов производства. Однако с учетом важности импортозамещения, стратегической выгоды и экономической эффективности возникает всё большая потребность в решении проблемы качества в аддитивном производстве, а также в уменьшении изменчивости процесса и повышении его воспроизводимости. Схематичное представление потока данных при внедрении DMAIC в аддитивное производство представлено на рис. 4.

Подход DMAIC позволяет компании определить факты текущей проблемы и предложить решение, основанное на фактах, а не на предположениях, что последовательно приведет к повышению показателей качества, значительному улучшению перспективы АП в масштабах производства и даст возможность эффективно использовать эту технологию в нашей стране.

Кроме того, структура была изучена только в производственном секторе. Будущие исследования могут также рассмотреть методы интеграции механизмов и моделей DMAIC в существующую структуру для повышения производительности сотрудников на предприятиях АП, вовлечения клиентов и стремления к инвестициям в сообщество для получения качественной и количественной оценки улучшений. Наконец, исследователи и практики могут изучить включение данного метода в структуру в целях улучшения управления рабочей силой и лучшего контроля/мониторинга процессов безопасности рабочих кадров на производстве.

References / Список литературы

1. Gerger A, Firuzan AR. Taguchi based Case study in the automotive industry: nonconformity decreasing with use of Six Sigma methodology. *Journal of Applied Statistics*. 2021;48(13–15):1837086. <http://doi.org/10.1080/02664763.2020.1837086>
2. Condé GCP, Oprime PC, Pimenta ML, Sordan JE, Bueno CR. Defect reduction using DMAIC and Lean Six Sigma: a case study in a manufacturing car parts supplier. *International Journal of Quality & Reliability Management*. 2023;40(9):2184–2204. <https://doi.org/10.1108/IJQRM-05-2022-0157>
3. Delgadillo RR, Medini K, Wuest T. A DMAIC Framework to Improve Quality and Sustainability in Additive Manufacturing — A Case Study. *Sustainability*. 2022;14(1):581. <https://doi.org/10.3390/su14010581>
4. Levina TA, Safonov EV, To MH. Analysis of methods and means for assessing the quality of the surface layer of products obtained by the ODS method from heat-resistant alloys. *PROM-ENGINEERING proceedings of the VII All-Russian Scientific and Technical conference*. Chelyabinsk; 2021. p. 90–96. (In Russ.) EDN: ZSDJQV
Левина Т.А., Сафонов Е.В., То М.Х. Анализ методов и средств оценки качества поверхностного слоя изделий, получаемых slm-методом из жаропрочных сплавов // Труды VII Всероссийской научно-технической конференции ПРОМ-ИНЖИНИРИНГ. Челябинск, 2021. С. 90–96. EDN: ZSDJQV
5. Bauereiss A, Scharowsky T, Körner C. Defect generation and propagation mechanism during additive manufacturing by selective beam melting. *Journal of Materials Processing Technology*. 2014;214(11):2522–2528. <http://doi.org/10.1016/J.JMATPROTEC.2014.05.002>
6. Box GEP, Woodall WH. Innovation, quality engineering, and statistics. *Quality Engineering*. 2012;24(1):20–29. <http://doi.org/10.1080/08982112.2012.627003>
7. Brandl E, Leyens C, Palm F. Mechanical properties of an additive made from Ti–6Al–4V using wire and powder-based processes. *IOP Conference Series Materials Science and Engineering*. Sheffield, UK, 2011;26(1):012004. <http://doi.org/10.1088/1757-899X/26/1/012004>
8. Dasgupta T. Using the six-sigma metric to measure and improve the performance of a supply chain. *Total Quality Management & Business Excellence*. 2003;14(3):355–366. <http://doi.org/10.1080/1478336032000046652>
9. Qian L, Mei J, Liang J, Wu X. Influence of position and laser power on thermal history and microstructure of direct laser fabricated Ti–6Al–4V samples. *Materials Science and Technology*. 2005;21(5):597–605. <http://doi.org/10.1179/174328405X21003>
10. Savio E, De Chiffre L, Schmitt R. Metrology of freeform shaped parts. *CIRP Annals*. 2007;56(2):810–835. <http://doi.org/10.1016/j.cirp.2007.10.008>
11. Shi J, Zhou S. Quality control and improvement for multistage systems: A survey. *IIE Transactions*. 2009;41(9):744. <http://doi.org/10.1080/07408170902966344>
12. Tofail S, Koumoulos EP, Bandyopadhyay A, Bose S, O'Donoghue L, Charitidis C. Additive manufacturing: Scientific and technological challenges, market uptake and opportunities. *Materials Today*. 2018;21(1):23–38. <http://doi.org/10.1016/j.mat.2017.07.001>
13. Ranade PB, Reddy G. Implementation of DMAIC methodology in green sand-casting process. *Material Today: Proceedings*. 2021;42(2):500–507. <https://doi.org/10.1016/j.matpr.2020.10.475>

14. Alhuraish I, Robledo C, Kobi A. A comparative exploration of lean manufacturing and six sigma in terms of their critical success factors. *Journal of Cleaner Production*. 2017;164(15):325–337. <https://doi.org/10.1016/j.jclepro.2017.06.146>

15. Dora M, Kumar M. Operational performance and critical success factors of lean manufacturing in European food processing SMEs. *Trends in Food Science & Technology*. 2013;31(2):156–164. <https://doi.org/10.1016/j.tifs.2013.03.002>

16. Chakravorty SS. Six sigma programs: an implementation model. *International Journal of Production Economics*. 2009;119(1):1–16 <https://doi.org/10.1016/j.ijpe.2009.01.003>

17. Kumar M, Khurshid KK, Manoj KD, Timas W, Anton J. Lean/six sigma implementation in SMEs: key findings from international research. *4th Joint World Conference on Production & Operations Management/ 19th International Annual European OMA Conference*. Amsterdam; 2012. p. 1–5.

Сведения об авторах

Кушнир Иван Сергеевич, магистрант факультета машиностроения, Московский политехнический университет, Москва, Россия; ORCID: 0009-0002-5032-468X; e-mail: kushn1r_ivan@mail.ru

Адылина Анна Петровна, кандидат технических наук, доцент кафедры стандартизации, метрологии и сертификации факультета машиностроения, Московский политехнический университет, Москва, Россия; eLIBRARY SPIN-код: 4076-9283, ORCID: 0009-0008-6763-9278; e-mail: annaadylina@mail.ru

Левина Татьяна Анатольевна, кандидат экономических наук, заведующая кафедрой стандартизации, метрологии и сертификации, факультет машиностроения, Московский политехнический университет, Москва, Россия; eLIBRARY SPIN-код: 6554-6019, ORCID: 0000-0001-5471-5632; e-mail: t.a.levina@mospolytech

About the authors

Ivan S. Kushnir, Master's student of the Faculty of Mechanical Engineering of the Moscow Polytechnic University, Moscow, Russia; ORCID: 0009-0002-5032-468X; e-mail: kushn1r_ivan@mail.ru

Anna P. Adylina, Candidate of Technical Sciences, Associate Professor of the Department of Standardization, Metrology and Certification of the Faculty of Mechanical Engineering, Moscow Polytechnic University, Moscow, Russia; eLIBRARY SPIN-code: 4076-9283, ORCID: 0009-0008-6763-9278; e-mail: annaadylina@mail.ru

Tatyana A. Levina, PhD in Economics, Head of the Department of Standardization, Metrology and Certification of the Faculty of Mechanical Engineering, Moscow Polytechnic University, Moscow, Russia; eLIBRARY SPIN-code: 6554-6019, ORCID: 0000-0001-5471-5632; e-mail: t.a.levina@mospolytech



DOI: 10.22363/2312-8143-2024-25-3-308-318

UDC 528.8:528.7

EDN: ZMCNKM

Research article / Научная статья

Dynamics of Land Use, Land Cover Changes and Their Impacts on Land Surface Temperature Using Satellite Imagery

Temesghen E. Sereke^{a,b}, Tumuzghi Tesfay^{c,d}, Vitaly V. Bratkov^a,
Elsayed S. Mohamed^{c,e}, Dinh T. Quyen^a

^a Moscow State University of Geodesy and Cartography, Moscow, Russia

^b College of Business and Social Sciences, Adi Keih, Eritrea;

^c RUDN University, Moscow, Russia

^d Hamelmalo Agricultural College, Keren, Eritrea

^e National Authority for Remote Sensing and Space Sciences, Cairo, Egypt

✉ temesghensereke@gmail.com

Article history

Received: March 12, 2024

Revised: June 21, 2024

Accepted: July 3, 2024

Conflicts of interest

The authors declare that there is no conflict of interest.

Abstract. Population growth and urbanization have resulted in land use/land cover (LULC) changes and affect land surface temperature (LST), which contributes to global warming. The study aimed to detect the LULC changes across Mendefera, Eritrea, from 2002 to 2022, and examine their impacts on LST. Two Landsat-7 ETM and One Landsat OLI TRI-8 images from 2002, 2012 and 2022 were utilized. A supervised vector machine algorithm was used to classify LULC. Overall accuracy and Kappa coefficient were calculated. Linear regression was performed to show the relationship between Normalized Difference Vegetation Index (NDVI) and LST. The study found remarkable LULC changes in the study area 2002–2022. Built-up and agricultural areas increased by 113.5 and 64.4% respectively, whereas natural vegetation and open areas decreased by 77.6 and 24.8%, respectively. The highest and lowest mean LST were recorded in built-up (35°C) and natural vegetation (29.7°C) areas, respectively. Generally, mean LST decreased by 3.3°C in the study area from 2002 to 2022, and a negative correlation was observed between NDVI and LST. Thus, the study concludes that urbanization causes vegetation degradation, abrupt built-up growth and urban heat islands. The study will help planners and decisions-makers in planning appropriate mechanisms in land use planning and climate change mitigation.

Keywords: land use/land cover, land surface temperature, overall accuracy, Kappa coefficient

Authors' contribution

Seredke T.E. — development of a research plan, methodology, map creation; Tesfay T. — introductory part, revision of the results, development of graphics; Quyen D.T. — formula verification, accuracy assessment for land use maps; Bratkov V.V., Mohamed E.S. — editing of the manuscript, revision of the manuscript according to the comments of experts.



For citation

Sereke TE, Tesfay T, Bratkov VV, Mohamed ES, Quyen DT. Dynamics of land use, land cover changes and their impacts on land surface temperature using satellite imagery. *RUDN Journal of Engineering Research*. 2024;25(3):308–318. <http://doi.org/10.22363/2312-8143-2024-25-3-308-318>

Мониторинг влияния на температуру поверхности суши динамики землепользования, изменения растительного покрова

Т.Э. Сереке^{a,b}✉, Т. Тесфай^{c,d}, В.В. Братков^a, Э.С. Мохамед^{c,e}, Д.Т. Куин^a

^aМосковский государственный университет геодезии и картографии, Москва, Россия

^bКолледж бизнеса и социальных наук, Адис-Абеба, Эфиопия

^cРоссийский университет дружбы народов, Москва, Россия

^dСельскохозяйственный колледж Дамельмало, Керен, Эфиопия

^eНациональное управление по дистанционному зондированию и космическим наукам, Каир, Египет

✉ temesghensereke@gmail.com

История статьи

Поступила в редакцию: 12 марта 2024 г.

Доработана: 21 июня 2024 г.

Принята к публикации: 3 июля 2024 г.

Заявление о конфликте интересов

Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

Аннотация. Рост населения и урбанизация привели к изменениям в растительном покрове, которые влияют на температуру поверхности суши, что способствует глобальному потеплению. Цель исследования — выявление изменений в растительном покрове в Мендере, Эфиопия, за период с 2002 по 2022 г. и изучение их влияние на температуру поверхности суши. Были использованы два снимка Landsat-7 ETM и один снимок Landsat OLI-TIRS, сделанные в 2002, 2012 и 2022 гг. Для классификации изменений в растительном покрове применен алгоритм управляемой векторной обработки. Рассчитаны коэффициенты достоверности и коэффициент Каппа. Для отображения взаимосвязи между нормализованным вегетационным индексом и температурой поверхности суши сгенерирована линейная регрессия. В ходе исследования отмечены значительные изменения растительного покрова в исследуемой области в 2002–2022 гг. Площадь застройки и сельскохозяйственных угодий увеличилась на 113,5 и 64,4 % соответственно, в то время как естественная растительность и открытые пространства сократились на 77,6 и 24,8 % соответственно. Самый высокий и самый низкий средние значения изменений в растительном покрове отмечены в населенных пунктах (35 °C) и естественной растительности (29,7 °C) соответственно, но в целом средние значения изменений в растительном покрове снизились на 3,3 °C в исследуемой области с 2002 по 2022 г., и наблюдалась отрицательная корреляция между нормализованным вегетационным индексом и изменениями в растительном покрове. Таким образом, сделан вывод о том, что урбанизация приводит к деградации растительности, резкому росту застройки и появлению городских островов тепла. Исследование поможет специалистам по планированию и лицам, принимающим решения, разработать соответствующие механизмы для планирования землепользования и смягчения последствий изменения климата.

Ключевые слова: землепользование, температура поверхности Земли, общая точность, коэффициент Каппа

Вклад авторов

Сереке Т.Э. — разработка плана исследования, методологии, создание карт; Тесфай Т. — вводная часть, доработка результатов, разработка графики; Куин Д.Т. — проверка формул, оценка точности для карт землепользования; Братков В.В., Мохамед Э.С. — редакция рукописи, доработка рукописи по замечаниям экспертов.

Для цитирования

Sereke T.E., Tesfay T., Bratkov V.V., Mohamed E.S., Quyen D.T. Dynamics of land use, land cover changes and their impacts on land surface temperature using satellite imagery // Вестник Российского университета дружбы народов. Серия: Инженерные исследования. 2024. Т. 25. № 3. С. 308–318. <http://doi.org/10.22363/2312-8143-2024-25-3-308-318>

Introduction

Since the second half of the 20th century, the world population has shown rapid increase from 2.6 billion to 7.7 billion and likely to reach around 9.9 billion by the year 2050 [1]. Different studies revealed that about 66% of the global population is expected to be stacked in urban areas in 2050 [2; 3]. Population growth and urbanization are among the prominent factors that affect land surface. The major driving forces for the changes that happened to land use land cover changes (LULCC) are mainly due to anthropogenic activities [4], which may also affect LST and global warming. Therefore, LULC change detection could help understanding LST changes [5; 6] and take proper actions to mitigate global warming. The application of Remote Sensing and GIS in LULC changes detection is effective, appropriate, ultimate, and timely. Different techniques and algorithms have already been developed for LULC classification, including support vector machine (SVM), maximum likelihood (ML), random forest/random tree, deep learning, etc. SVM is one of the powerful classification algorithms for identifying the boundaries of features by dividing and screening the classes [7], solving different problems in relation to regression and groups [8], and arriving at conclusions with limited training samples [9; 10]. Suggests that [8] reported that SVM classifier in both ArcGIS Pro and Google Earth Engine exhibited the best performance compared to the maximum likelihood, random forest/random tree, classification and regression trees, and minimum distance classifiers.

In urban areas, LULC change due to rapid urbanization is the main reason for the increased

LST [4]. Suggests that [2] analyzed the dynamics in LULC change and its impact on LST for Galle City, Sri Lanka, and reported that built-up area increased by 38%, whereas vegetation and non-built-up area reduced by 26% and 12%, respectively, and LST increased by 3.2°C from 1996 to 2019. Suggests that [11] studied the spatiotemporal relations between LULC change and LST for Tehran, Iran, and they found that impervious surface area increased by 48.27%, vegetated land decreased by 7.10%, and mean LST has increased by 2–3°C at the city center and 5–7°C at the periphery between 1988 and 2018. Also reported [12] notable rise in mean LST of 4.5°C (summer) and 5.7°C (winter) in Sialkot city, Pakistan, due to urbanization from 1989 to 2020. On the contrary, [13] reported that LST decreased by 0.56°C from 2000 to 2020 across the Kanyakumari district, India. Linear regression was performed to show the correlation between LST and NDVI [6]. Normalized Difference Vegetation Index (NDVI) is one of the frequently used vegetation indices, which is calculated from multispectral bands using red, and near infrared and provides useful information for environmental monitoring, ecosystem conservation, urban green infrastructure, and others [14]. Correlation graphs between LST and NDVI have indicated negative relationship among them [6].

Eritrea is one of the six fastest urbanizing country in Africa and the ten fastest in the world.¹ More than 65% of Eritreans live in rural areas, while its annual urban population growth was 6% for the years 2000–2005 [15], and the numbers are expected to increase. In many areas of developing countries, rapid population increase has often resulted in LULC change [9; 15]; approximately 90% of population growth has been observed in

¹ United Nations. UN Department of Economic and Social Affairs Divisions. World Urbanization Prospects. The 2018 Revision: New York, USA, 2018.

Asia and Africa [16]. Studies on LULC dynamics and their impacts on LST are crucial in developing countries such as Eritrea for informed-policy decisions for land use planning and climate-change mitigation; however, there are no such studies in Eritrea. Thus, this study was carried out in Greater Mendefera to detect the dynamics of LULC changes and their associated impacts on LST between 2002 and 2022.

1. Materials and Methods

1.1. Study Area

Greater Mendefera, with geographic coordinates of $14^{\circ}53'8''\text{N}$ and $38^{\circ}48'59''\text{E}$ (its center), is located 54 km south of Asmara in Zoba Debub, Eritrea, within the moist highlands agroecological zone of Eritrea with 17.35°C mean monthly air temperature, 549 mm average annual rainfall and

$1462.44 \text{ mm yr}^{-1}$ potential evapotranspiration rate. Greater Mendefera includes the Mendefera city and surrounding villages. The government of Eritrea has provided a master plan for the Greater Mendefera 20 years ago, and the city expanded through different infrastructure projects. Mendefera city is the capital for both Zoba Debub and Sub-Zoba Mendefera. The settlers of the city are engaged in different economic activities, trade, services, farming, and so on. Mendefera, having favorable climatic conditions and fertile black soils in its surroundings, is known for its agricultural and dairy activities that produce different cereals, peas, beans, vegetables, and dairy products. Small-scale irrigated agriculture is common at the periphery and within the city. Many nearby farming villages surround the city. The surrounding area is highly populated because of its fertile black soils (Figure 1).

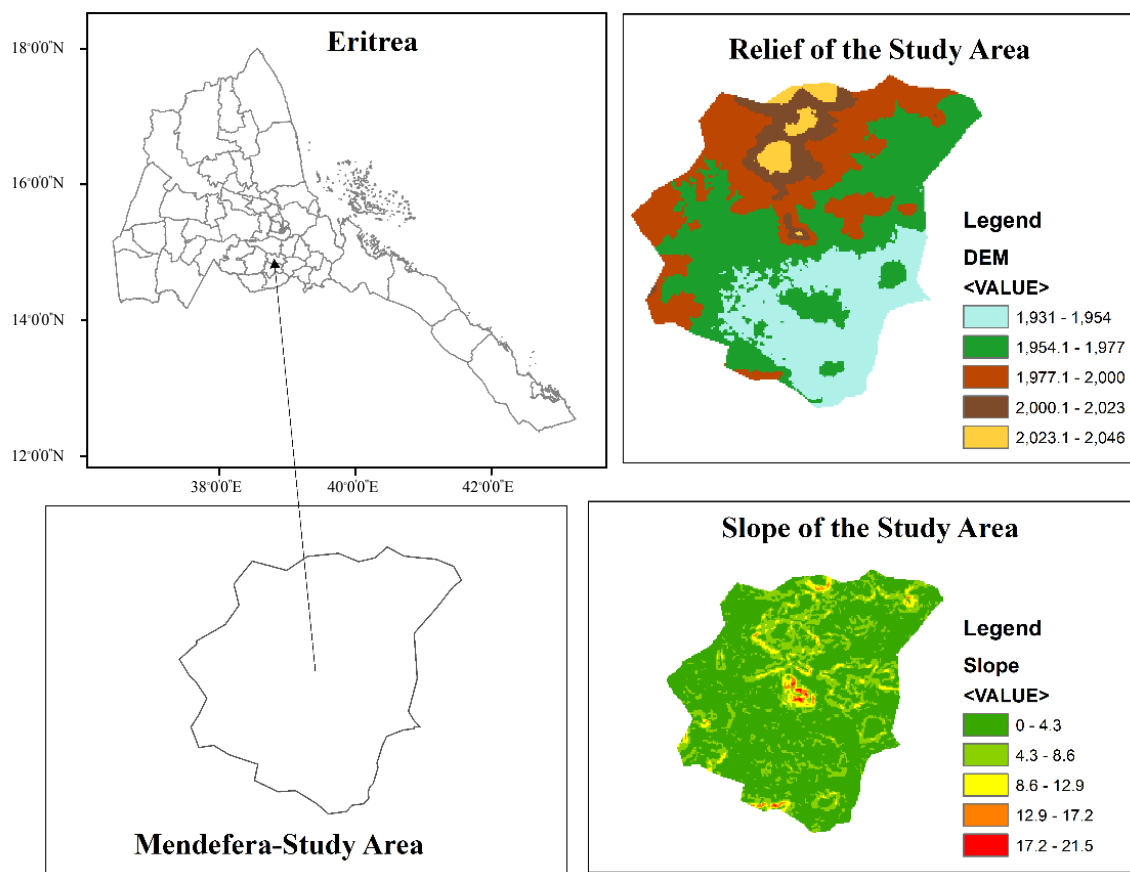


Figure 1. Location, DEM and slope of the study area
Source: made by T.E. Sereke

1.2. Data and Methodologies

To examine LULC changes, three Landsat images Combination-2 Level-2 of Landsat 8 OLI_TRI for 2022 and Landsat 7 ETM+ for the year 2002 and 2012 with WRS Path 169, Row 050 were downloaded from United States Geological Survey Earth Explorer. Composite Bands from Landsat images were analyzed to classify LULC. Thermal bands that are Band 6 for 2002 and 2012 and Band 10 for 2022 were extracted and analyzed to calculate LST of the study area. NDVI was calculated using Band 5 and Band 4 for Landsat 8,

whereas Bands 4 and 3 were used for Landsat 7. Vector layer for the study area was extracted from the country's shape file that was obtained from EMIC-Eritrean Mapping and Information Center. In addition, ASTER-DEM was used to calculate the slope and Digital Elevation Model. All the spatial data were geo-referenced using UTM zone 37 N based on global WGS 84. All the images were preprocessed, processed and analyzed using ENVI 5.3, ArcGIS 10.8.2 and QGIS 3.28. The overall methodologies and procedures used in this study are shown in the flowchart in Figure 2.

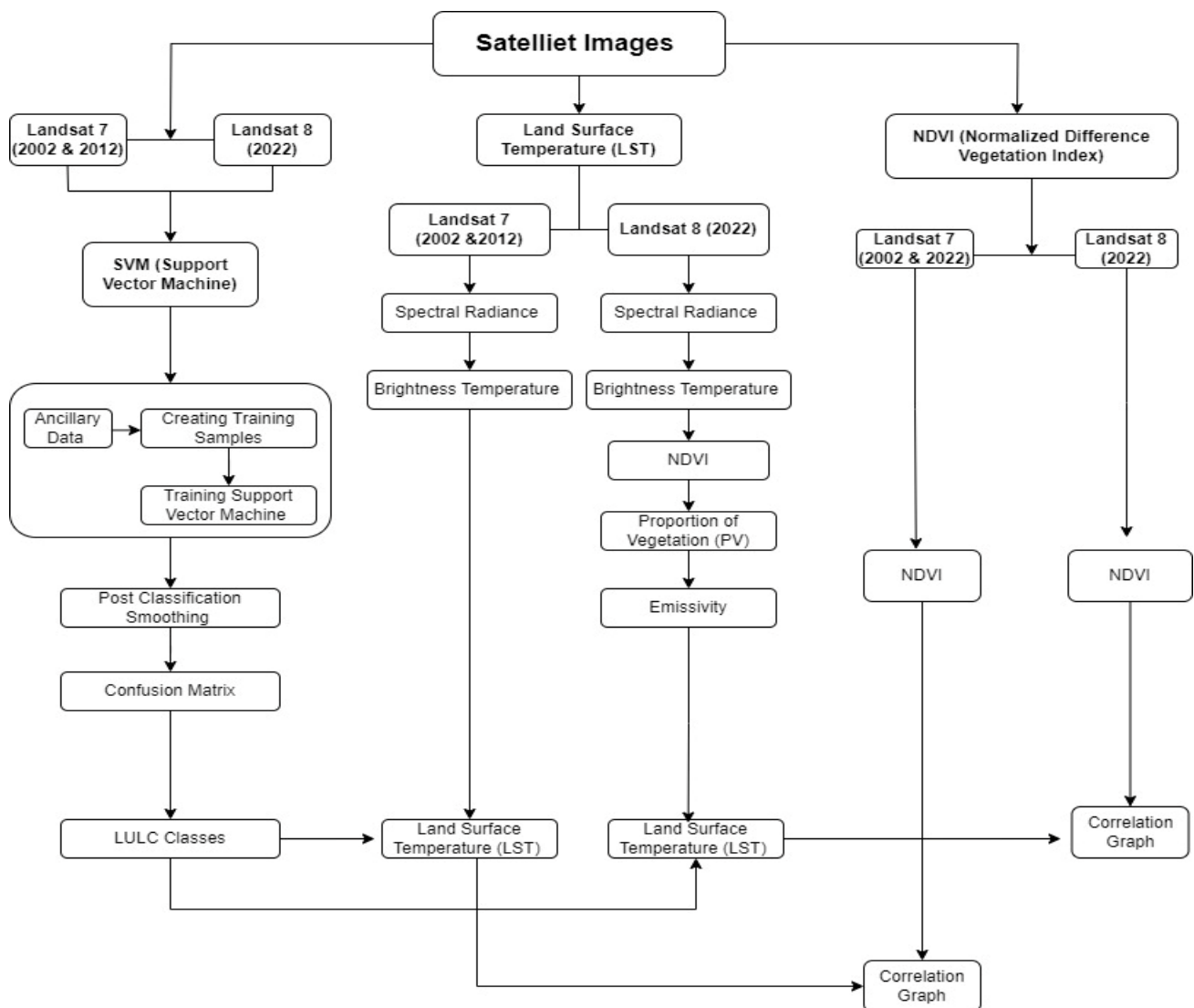


Figure 2. Flowchart showing the methodologies
Source: made by T.E. Sereke

1.3. Land Use / Land Cover Classification and Accuracy Assessment

LULC classification scheme proposed by AfriCover was adopted [17], and four dominant LULC classes were chosen in the study area: built-up, agricultural, natural vegetation, and open areas. The major LULC classes and their simplified ex-

planations for the study area are listed in Table. In order to achieve high precision of LULC classification for the study area, composite bands with ancillary data were utilized. SVM algorithm was employed for LULC classification as it has many advantages [7–10], and the overall accuracy and kappa coefficient were culculated to assess the LULC classification accuracy.

Major LULC classes in the study area and their simplified explanations

No.	LULC Classes	Simplified Explanation
1.	Built-up Areas	Industrial, commercial and public built-ups; transportation and others
2.	Agricultural Areas	Any kind of rain-fed agriculture and irrigation
3.	Natural Vegetation	Seasonal wetlands, artificial trees and natural bushes and trees
4.	Open Area	An area left for fallow, grazing and other purposes

1.4. Land Surface Temperature Computation

Images for 2002, 2012, and 2022 were captured on 29 September 2002; 24 September 2012; and 28 September 2022 respectively. All images were captured in September to reduce variability.

LST for the year 2002 and 2012–Landsat 7. For Landsat 7, LST was estimated using Thermal Band 6. The following steps were used to convert Band 6 of Landsat 7 from DN to LST:

1. Conversion of DN to Radiance [18]

$$L_{\lambda} = \left(\frac{LMAX_{\lambda} - LMIN_{\lambda}}{QCALMAX - QCALMIN} \right) \times (QCAL - QCALMIN) + LMIN_{\lambda}, \quad (1)$$

where L_{λ} is Spectral radiance, QCAL is Quantized Calibrated Pixel value in DN, $LMAX_{\lambda}$ is Spectral radiance scaled to QCALMAX in (Watts/($m^2 \times sr \times \mu m$)), $LMIN_{\lambda}$ is the spectral radiance scaled to QCALMIN in (Watts/($m^2 \times sr \times \mu m$)), QCALMIN is the minimum quantized calibrated pixel value (corresponding to $LMIN_{\lambda}$) in DN and QCALMAX is the maximum quantized calibrated value (corresponding to $LMAX_{\lambda}$) in DN.

2. Conversion of Radiance to BT [19]

$$BT = \frac{K_2}{\ln\left(\frac{K_1}{L_{\lambda}} + 1\right)} - 273.15, \quad (2)$$

where BT is Brightness temperature, which is effective at satellite temperature in Celsius, K_2 is Calibration constant 2, K_1 is Calibration constant 1, and L_{λ} is the spectral radiance in (Watts/($m^2 \times sr \times \mu m$)) from (Equation 1).

1.5. Land surface temperature for 2022–Landsat 8

For Landsat 8, LST was estimated using thermal Band 10. The following steps were used to convert Band 10 of Landsat 8 from DN to Land Surface Temperature (LST):

TOA (Top of Atmospheric) spectral radiance was calculated using Equation 3 [19]

$$TOA(L) = M_L \cdot Q_{cal} + A_L, \quad (3)$$

where M_L refers to Band-specific multiplicative rescaling factor from the metadata (RADIANCE_MULT_BAND_ x , where x is the band number), Q_{cal} refers to quantized calibrated value and A_L refers to Band-specific additive rescaling factor from the metadata (RADIANCE_ADD_BAND_ x , where x is the band number).

The radiance values were converted into brightness temperature. It was calculated using Equation 4 [6]

$$T_B = \left(K_2 / \ln\left(K_1 / L\right) + 1 \right) - 273.15, \quad (4)$$

where T_B is brightness temperature in Kelvin; K_1 refers to Band-specific thermal conversion constant from the metadata ($K1_CONSTANT_BAND_x$, where x is the thermal band number), K_2 refers to Band-specific thermal conversion constant from the metadata ($K2_CONSTANT_BAND_x$, where x is the thermal band number) and L refers to TOA from (Equation 1).

The normalized difference vegetation index (NDVI) was calculated using Equation 5 [2; 5]

$$NDVI = \frac{(NIR-RED)}{(NIR+RED)}, \quad (5)$$

where NIR and RED in Landsat 8 refer to the surface reflectance values of Band 5 and Band 4 respectively.

Proportion of vegetation was calculated using Equation 6 [2; 4]

$$P_v = \left(\frac{NDVI - NDVI_{min}}{NDVI_{max} - NDVI_{min}} \right)^2, \quad (6)$$

where P_v is the proportion of vegetation, NDVI refers to normalized difference vegetation index, $NDVI_{min}$ refers to the minimum values of NDVI and $NDVI_{max}$ refers to the maximum values of NDVI.

Land surface emissivity was calculated using Equation 7 [2]:

$$\varepsilon = \{mP_v + n\}, \quad (7)$$

where ε is the land surface emissivity; m and n are the functions of soil emissivity and vegetation emissivity, respectively, for $m = 0.004$ and

$n = 0.986^2$ [3]; and P_v is the amount of vegetation (Equation 4).

Land surface temperature was calculated using Equation 8 [2; 4]

$$LST = T_B / 1 + (\lambda \cdot T_B / p) \ln \varepsilon, \quad (8)$$

where T_B — brightness temperature in Celsius; λ — is the central-band wavelength of emitted radiance ($10.895 \mu m$ for Band 10 [2]; p is $h \times c / \sigma$ ($1.438 \times 10^{-2} m K$), where σ is the Boltzmann constant ($1.38 \times 10^{-23} J/K$), h is Planck's constant ($6.626 \times 10^{-34} Js$), and c is the speed of light ($3.0 \times 10^8 m/s$) [4]; ε is land-surface emissivity estimated from (Equation 6) [2].

2. Results and Discussion

2.1. LULC Change Dynamics

The total study area was 2536 ha. In 2002, the areal coverages for open, agricultural, natural vegetation and built-up areas were 47.4, 28.3, 17.8, and 6.5%, respectively, whereas in 2022, they were 35.7, 46.5, 4.0, and 13.9%, respectively (Figure 3). The study noted remarkable LULC changes between 2002 and 2022. Built-up and agricultural areas increased by 186.8 ha (113.5%) and 461.8 ha (64.4%) and while natural vegetation and open areas decreased by 349.9 ha (77.6%) and 298.6 ha (24.8%), respectively (Figure 4). Natural vegetation was cleared for agricultural and construction activities, and open areas were converted to agriculture and infrastructures owing to population growth and urbanization. These findings are supported by reports that built-up area increased rapidly but vegetation area decreased [2; 11].

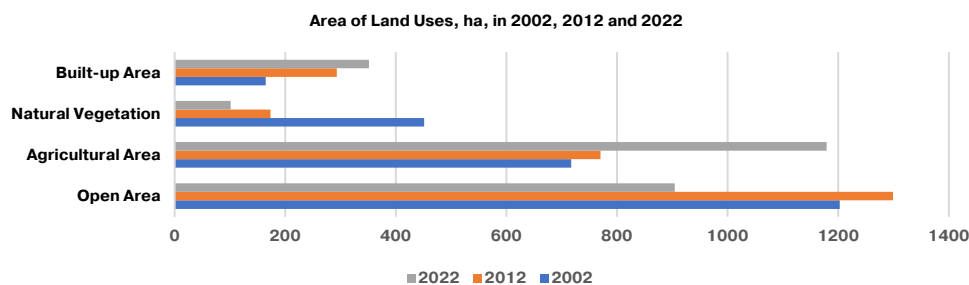


Figure 3. Land uses and their area, ha, in 2002, 2012 and 2022
Source: made by T. Tesfay

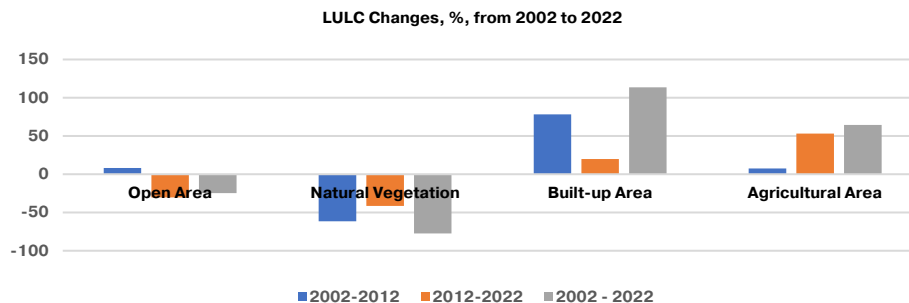


Figure 4. LULC changes, in 2002–2012, 2012–2022 and 2002–2022, %
Source: made by T. Tesfay

From 2002 to 2012, built-up, open, and agricultural areas increased by 128.5 ha (78.1%), 96.4 ha (8%) and 52.9 ha (7.4%), respectively, but natural vegetation area decreased by 277.8 ha (61.6%) (Figure 4). The high increase in built-up and high decrease in vegetation areas indicates that vegetation was cleared for construction purposes. Since the loss in the natural vegetation was greater, it is clear that vegetation was also cleared for agricultural and energy purposes, as an energy crisis

is common in the study area. From 2012 to 2022, natural vegetation and open areas decreased by 72.1 ha (41.6%) and 395.0 ha (30.4%) while agricultural and built-up areas increased by 408.9 ha (53.1%) and 58.3 ha (19.9%), respectively (Figure 4).

The LULC classification was performed with good accuracy and precision. The overall accuracy and Kappa Coefficients for 2002, 2012 and 2022 were 89, 91 and 89%, and 0.84, 0.85 and 0.85, respectively (Figure 5).

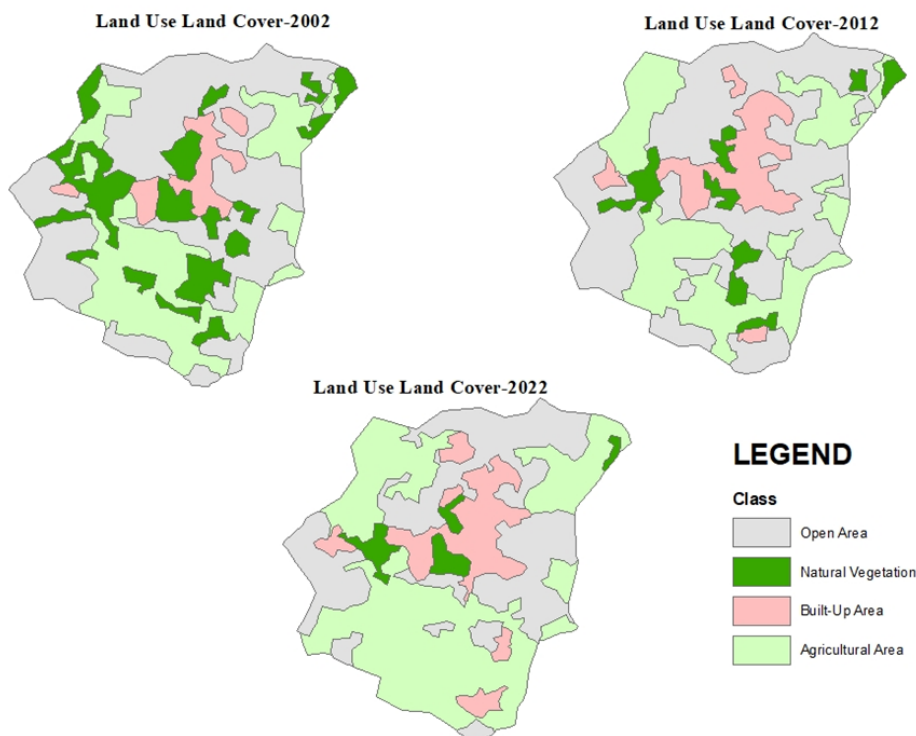


Figure 5. SVM classification of LULC map
Source: made by T. E. Sereke

2.2. Land Surface Temperature

The mean LST for the years 2002, 2012, and 2022 were 35.1, 30.2 and 31.8°C, respectively, and the minimum and maximum ranges were 25.9–40, 2.2–39.6 and 23.7–38°C, respectively (Figure 6). The mean LST decreased by 3.3°C from 2002 to 2022 in the study area. Decreased mean LST was also reported by [9], but [2; 11; 12] reported increased mean LST due to built-up area increase. The overall mean LST in natural vegetation, agri-

cultural, open, and built-up areas were 29.7, 32.8, 32.9 and 35.0°C, respectively (Figure 7).

The built-up area recorded the highest mean LST, indicating the urban heat island effect [11; 12]. Natural vegetation had the lowest mean LST, which can be attributed to a cooling effect of vegetation.

The regression analysis showed that there was a negative correlation between NDVI and LST for the three years with R^2 values of 0.3041, 0.1038, and 0.4978 for 2002, 2012, and 2022, respectively.

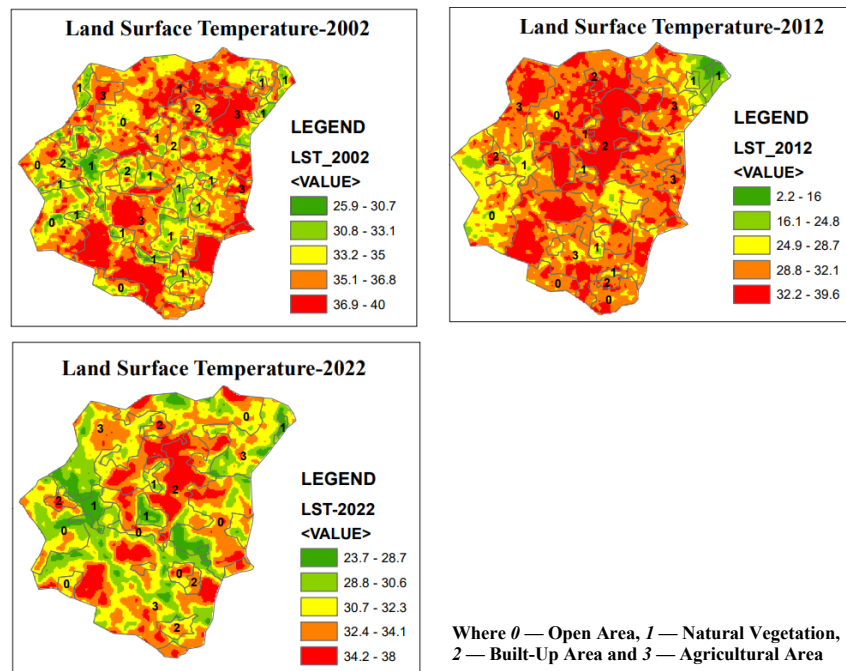


Figure 6. Spatial distribution of LST with LULC for 2002, 2012 and 2022
Source: made by T. E. Sereke

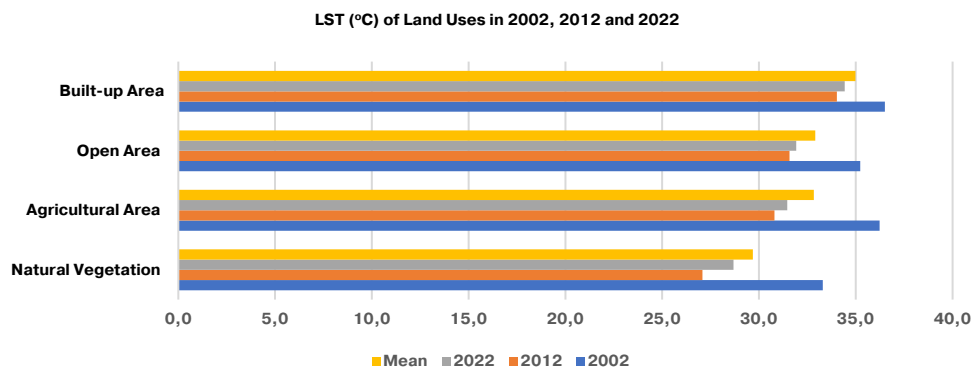


Figure 7. LST °C of Land Uses in 2002, 2012 and 2022
Source: made by T. Tesfay

Conclusion

The study employed remote sensing data and GIS techniques to examine, analyze and process the dynamics of LULC and evaluate their associated impacts on LST in Greater Mendefera, Eritrea, in 2002, 2012, and 2022. This study noted considerable LULC changes from 2002 to 2022 in the study area. Between 2002 and 2022, built-up and agricultural areas expanded by 113.5 and 64.4%, and on the contrary, natural vegetation and open areas shrank by 77.6 and 24.8%, respectively. The built-up area recorded the highest mean LST (35°C), whereas the natural vegetation area had the lowest (29.7°C). The mean LST decreased by 3.3°C from 2002 to 2022 in the study area. This study could help policy makers in planning sustainable urban development to minimize urban heat island and global warming effects.

References

1. Amini S, Saber M, Rabiei-Dastjerdi H, Homayouni S. Urban Land Use and Land Cover Change Analysis Using Random Forest Classification of Landsat Time Series. *Remote Sens.* 2022;14(11):2654. <https://doi.org/10.3390/rs14112654>
2. Dissanayake DMSLB. Land use change and its impacts on land surface temperature in Galle city, Sri Lanka. *Climate.* 2020;8(5):65. <https://doi.org/10.3390/CLI8050065>
3. Dissanayake DMSLB, Morimoto T, Murayama Y, Ranagalage M. Impact of landscape structure on the variation of land surface temperature in Sub-Saharan Region: A case study of Addis Ababa using Landsat Data (1986–2016). *Sustainability.* 2019;11(8):2257. <https://doi.org/10.3390/su11082257>
4. Opelele OM, Yu Y, Fan W, et al. Analysis of the impact of land-use/land-cover change on land-surface temperature in the villages within the luki biosphere reserve. *Sustainability.* 2021;13(20). <https://doi.org/10.3390/su132011242>
5. Arsiso BK, Mengistu Tsidu G, Stoffberg GH, Tadesse T. Influence of Urbanization-Driven Land Use/Cover Change on Climate: The Case of Addis Ababa, Ethiopia. *Physics and Chemistry of the Earth.* 2018;10:212–223. <https://doi.org/10.1016/j.pce.2018.02.009>
6. Ibrahim GRF. Urban land use/land cover changes and their effect on land surface temperature: Case study using Dohuk City in the Kurdistan Region of Iraq. *Climate.* 2017;5(1). <https://doi.org/10.3390/cli5010013>
7. Hashim H, Latif ZA, Adnan NA. Land use land cover analysis with pixel-based classification approach. *Indonesian Journal of Electrical Engineering and Computer Science.* 2019;16(3):1327–1333. <https://doi.org/10.11591/ijeecs.v16.i3.pp1327-1333>
8. Basheer S, Wang X, Farooque AA, Nawaz RA, Liu K, Adekanmbi T, Liu S. Comparison of Land Use Land Cover Classifiers Using Different Satellite Imagery and Machine Learning Techniques. *Remote Sens (Basel).* 2022;14(19):4978. <https://doi.org/10.3390/rs14194978>
9. Measho S, Chen B, Pellikka P, Trisurat Y, Guo L, Sun S, Zhang H. Land Use/Land Cover Changes and Associated Impacts on Water Yield Availability and Variations in the Mereb-Gash River Basin in the Horn of Africa. *J Geophys Res Biogeosci.* 2020;125(7):e2020JG005632. <https://doi.org/10.1029/2020JG005632>
10. Saharan MA, Vyas N, Borana SL, Yadav SK. Classification and Assessment of the Land Use — Land Cover Changes in Jodhpur City Using Remote Sensing Technologies. *The International Archives of the Photogrammetry, Remote Sensing and Spatial Information Sciences.* 2018;XLII-5:767–771. <https://doi.org/10.5194/isprs-archives-xlii-5-767-2018>
11. Rousta I, Sarif MO, Gupta RD, Olafsson H, Ranagalage M, Murayama Yu, Zhang H, Darlington Mushore T. Spatiotemporal analysis of land use/land cover and its effects on surface urban heat Island using Landsat data: A case study of Metropolitan City Tehran (1988–2018). *Sustainability.* 2018;10(12):4433. <https://doi.org/10.3390/su10124433>
12. Javaid K, Ghafoor GZ, Sharif F, Shahid MG, Shahzad L, Ghafoor N, Hayyat MU, Farhan M. Spatio-temporal analysis of land use/land cover change and its impact on land surface temperature of Sialkot City, Pakistan. *Nature/Scientific Reports.* 2023;13(1):22166. <https://doi.org/10.1038/s41598-023-49608-x>
13. Sam SC, Balasubramanian G. Spatiotemporal detection of land use/land cover changes and land surface temperature using Landsat and MODIS data across the coastal Kanyakumari district, India. *Geodesy and Geodynamics.* 2022;14(2023):172–181. <https://doi.org/10.1016/j.geog.2022.09.002>
14. Xue J, Su B. Significant Remote Sensing Vegetation Indices: A Review of Developments and Applications. *Journal of Sensors.* 2017(1):1–17. <https://doi.org/10.1155/2017/1353691>
15. Tewolde MG, Cabral P. Urban sprawl analysis and modeling in Asmara, Eritrea. *Remote Sens (Basel).* 2011;3(10):2148–2165. <https://doi.org/10.3390/rs3102148>
16. Priyankara P, Ranagalage M, Dissanayake DMSLB, Morimoto T, Murayama Y. Spatial process of surface urban heat island in rapidly growing Seoul metropolitan area for sustainable urban planning using landsat

data (1996–2017). *Climate*. 2019;7(9):110. <https://doi.org/10.3390/cli7090110>

17. Sereke T, Bratkov V, Aristarkhova V. Allocation of land categories using the maximum likelihood algorithm based on landsat 8 images (using the example of the mendera subzone, Eritrea). *Monitoring. Science & technologies*. 2023;2(56):63–69. <https://doi.org/10.25714/MNT.2023.56.009>

18. Anandababu D, Purushothaman BM, Suresh BS. Estimation of Land Surface Temperature Using LANDSAT

8 Data. *International Journal of Advance Research, Ideas and Innovations in Technology*. 2018;4(2):177–186. Available from: <https://www.ijariit.com/manuscripts/v4i2/V4i2-1195.pdf> (accessed:22.02.2024).

19. Sekertekin A, Bonafoni S. Land surface temperature retrieval from Landsat 5, 7, and 8 over rural areas: Assessment of different retrieval algorithms and emissivity models and toolbox implementation. *Remote Sens*. 2020; 12(2):294. <https://doi.org/10.3390/rs12020294>

About the authors

Temesghen E. Sereke, Ph.D student of the Department of Geography, Moscow State University of Geodesy and Cartography, Moscow, Russia; Lecturer II at the Department of Geography in College of Business and Social Sciences, Adi Keih, Eritrea; eLIBRARY SPIN-code: 2370-2028, ORCID: 0009-0001-1748-6479; e-mail: temesghensereke@gmail.com

Tumuzghi Tesfay, Ph.D student of the Department of Environmental Management, Institute of Environmental Engineering, RUDN University, Moscow, Russia; Lecturer II at Department of Land Resource in Hamelmalo Agricultural College, Keren, Eritrea; ORCID: 0000-0002-0771-5522; e-mail: tumuzghitesfay7@gmail.com

Vitaly V. Bratkov, Doctor of Geographical Sciences, Head of the Department of Geography, Moscow State University of Geodesy and Cartography, Moscow, Russia; eLIBRARY SPIN-code: 9691-2510; ORCID: 0000-0001-5072-1859; e-mail: vbratkov@mail.ru

Elsayed S. Mohamed, Professor of the Department of Environmental Management, specialized in soil sciences and remote sensing, Institute of Environmental Engineering, RUDN University, Moscow, Russia; Researcher of the Department Soil Science, National Authority for Remote Sensing and Space Sciences, Cairo, Egypt; ORCID: 0000-0001-5703-4621; e-mail: salama55@gmail.com

Dinh T. Quyen, PhD Student in the Faculty of Cartography, Department of Space Monitoring and Ecology, Moscow State University of Geodesy and Cartography, Moscow, Russia; ORCID: 0000-0002-6577-0087; e-mail: quyendinh TUYEN97@gmail.com

Сведения об авторах

Серекс Темесген Эйяссу, аспирант географического факультета, Московский государственный университет геодезии и картографии, Москва, Россия; преподаватель, Колледж бизнеса и социальных наук, Адй Кейх, Эритрея; eLIBRARY SPIN-код: 2370-2028, ORCID: 0009-0001-1748-6479; e-mail: temesghensereke@gmail.com

Тесфай Тумузги, аспирант кафедры экологического менеджмента, Институт инженерной экологии, Российский университет дружбы народов, Москва, Россия; преподаватель, Сельскохозяйственный колледж Хамельмало, Керен, Эритрея; ORCID: 0000-0002-0771-5522; e-mail: tumuzghitesfay7@gmail.com

Братков Виталий Викторович, доктор географических наук, заведующий кафедрой географии, Московский государственный университет геодезии и картографии, Москва, Россия; eLIBRARY SPIN-код: 9691-2510, ORCID: 0000-0001-5072-1859; e-mail: vbratkov@mail.ru

Мохамед Эльсайд Саид, профессор кафедры экологического менеджмента, специалист по почвоведению и дистанционному зондированию, Институт инженерной экологии, Российский университет дружбы народов, Москва, Россия; научный сотрудник департамента почвоведения, Национальное управление по дистанционному зондированию и космическим наукам, Каир, Египет; ORCID: 0000-0001-5703-4621; e-mail: salama55@gmail.com

Куин Динь Туен, аспирант кафедры космического мониторинга и экологии, Московский государственный университет геодезии и картографии, Москва, Россия; ORCID: 0000-0002-6577-0087; e-mail: quyendinh TUYEN97@gmail.com



DOI: 10.22363/2312-8143-2024-25-3-319-329

UDC 004.94

EDN: VKEIKC

Research article / Научная статья

Statement of the Problem of Determining the Technical Appearance and Design Characteristics of Multi-Apartment Residential Buildings Based on the Expert Systems Method

Alexander A. Merkulov^a , Yuri N. Razoumny^a ,
Olga A. Saltykova^a , Ivan V. Stepanyan^b 

^a RUDN University, *Moscow, Russia*

^b Institute of Machines Science named after A.A. Blagonravov of the Russian Academy of Sciences, *Moscow, Russia*

✉ amerkulov@levelgroup.ru

Article history

Received: August 24, 2024

Revised: October 12, 2024

Accepted: October 27, 2024

Conflicts of interest

The authors declare that there is no conflict of interest.

Authors' contribution

Undivided co-authorship.

Abstract. The article discusses various methods for creating decision support systems to determine the technical appearance and design characteristics of multi-apartment residential buildings at the pre-construction stage. To solve this problem, structural optimization is used, which includes determining the number of elevators, the height of the building and the number of floors, orienting the building to the cardinal directions, determining the parameters of engineering communications and the investment attractiveness of new housing. The advantages and disadvantages of machine learning methods and various types of logical inference in expert systems for determining the technical appearance and design characteristics of multi-apartment residential buildings are analyzed. A comparative analysis of the various approaches has led to the conclusion that the tools of expert systems based on fuzzy logic are the most advisable. This paper presents an overview of the fundamental principles underlying the operation of fuzzy expert systems. It also offers a critical assessment of their potential for universal applicability and versatility in addressing design challenges related to construction projects.

Keywords: decision support systems, expert systems, structural optimization, machine learning methods, technical appearance, engineering concept, fuzzy logic

For citation

Merkulov AA, Razoumny YuN, Saltykova OA, Stepanyan IV. Statement of the problem of determining the technical appearance and design characteristics of multi-apartment residential buildings based on the expert systems method. *RUDN Journal of Engineering Research*. 2024;25(3):319–329. <http://doi.org/10.22363/2312-8143-2024-25-3-319-329>



Постановка задачи определения технического облика и конструктивных характеристик многоквартирных жилых зданий на основе метода экспертных систем

А.А. Меркулов^a, Ю.Н. Разумный^a, О.А. Салтыкова^a, И.В. Степанян^b

^a Российский университет дружбы народов, Москва, Россия

^b Институт машиноведения им. А.А. Благонравова РАН, Москва, Россия

✉ amerkulov@levelgroup.ru

История статьи

Поступила в редакцию: 24 августа 2024 г.

Доработана: 12 октября 2024 г.

Принята к публикации: 27 октября 2024 г.

Заявление о конфликте интересов

Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

Вклад авторов

Нераздельное соавторство.

Аннотация. Рассмотрены различные методы создания систем поддержки принятия решений для определения технического облика и конструктивных характеристик многоквартирных жилых зданий на этапе подготовки к строительству. Для решения этой задачи используется структурная оптимизация, которая включает в себя определение количества лифтов, высоты здания и количества этажей, ориентацию здания по сторонам света, определение параметров инженерных коммуникаций и инвестиционной привлекательности нового жилья. Проанализированы преимущества и недостатки методов машинного обучения и различных типов логического вывода в экспертных системах для определения технического облика и конструктивных характеристик многоквартирных жилых зданий. На основе сравнительного анализа различных подходов сделан вывод о целесообразности использования инструментов экспертных систем, основанных на нечеткой логике. Показаны основные принципы работы нечетких экспертных систем и сделан вывод об их универсальности и перспективности в задачах проектирования строительных объектов.

Ключевые слова: системы поддержки принятия решений, экспертные системы, структурная оптимизация, методы машинного обучения, технический облик, инженерная концепция, нечеткая логика

Для цитирования

Merkulov A.A., Razoumny Yu.N., Saltykova O.A., Stepanyan I.V. Statement of the problem of determining the technical appearance and design characteristics of multi-apartment residential buildings based on the expert systems method // Вестник Российского университета дружбы народов. Серия: Инженерные исследования. 2024. Т. 25. № 3. С. 319–329. <http://doi.org/10.22363/2312-8143-2024-25-3-319-329>

Introduction

The technical appearance of an apartment building is determined during the design stage, which represents its conceptual engineering model. This model describes the tasks, structure, and main design characteristics of a multiapartment residential building. The model must consider the main elements that determine the compliance of a con-

struction project with the set goals and objectives. The problem of determining the technical appearance of an apartment building is solved using structural and parametric optimization [1].

Structural optimization of the technical appearance of an apartment building involves determining the composition and interrelation of the elements of the designed construction project, and parametric optimization involves choosing the values of its

parameters [2]. In relation to the problem being solved, structural optimization includes the determination of the following characteristics:

- Number of elevators in an apartment building;
- Building height (number of floors) of an apartment building;
- Orientation of an apartment building according to cardinal directions;
- Determination of engineering communication parameters;
- Determination of the investment attractiveness of a building (important for construction planning).

The technical appearance of an apartment building and its design characteristics should be determined by considering the restrictions imposed on the construction site (cost, parameters of the construction site, etc.), as well as available resources (financial, material, technical, etc.).

The purpose of this study is to determine ways to solve the problem of parametric optimization of the technical appearance and design characteristics of multi-apartment residential buildings and to justify the choice of the solutions obtained.

1. Analysis of experience in solving design problems in the field of construction using intelligent systems

The analysis and optimization of the technical appearance of an apartment building are usually carried out using various methods, including mathematical modeling, system analysis, simulation, and optimization. Currently, machine learning methods are extensively used to solve design problems in the field of construction. For example, in [3], where three-dimensional models of buildings were built using a deep learning neural network (Figure 1).

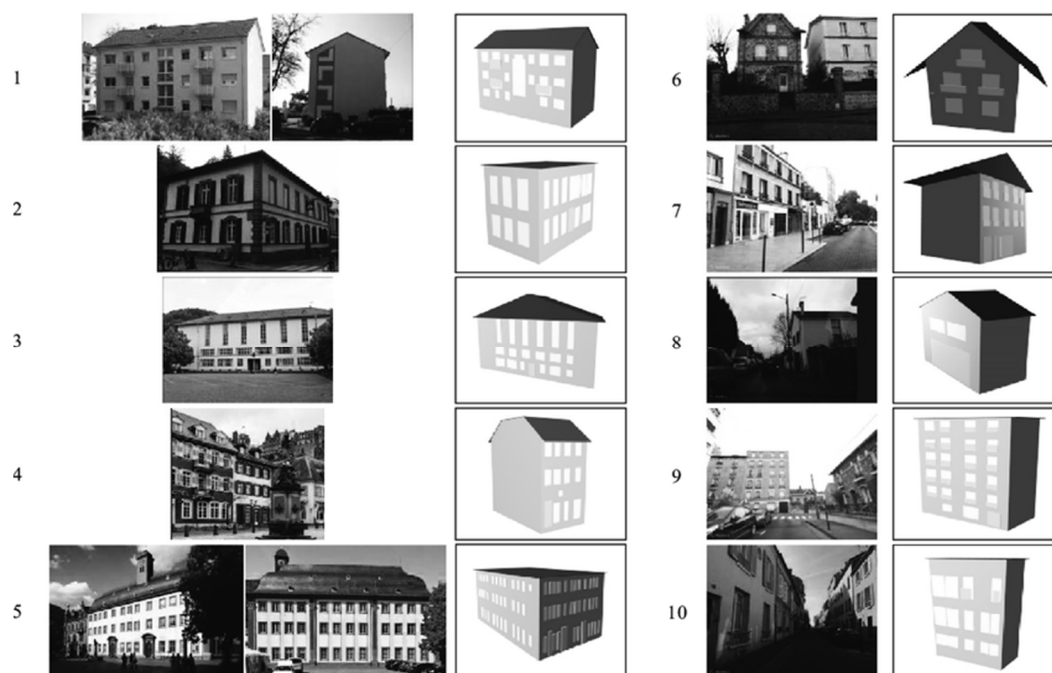


Figure 1. Three-dimensional models of residential buildings obtained using a deep learning neural network
Source: made by H. Fan et al. [3]

The open-source project* combines parametric modeling tools, data preprocessing scripts, and deep neural network models and provides the technical ability to differentiate the generalized

unlabeled 3D geometry of a building in the form of informative three-dimensional models consisting of highly detailed architectural components (roofs, windows, facades, walls, chimneys, etc.). This tool

allows automatic segmentation and detailed 3D building models to be segmented more efficiently and quickly than the traditional and manual software tools. An example of how the system works to detail a building model in an entire city is shown in Figure 2.

Simultaneously, the use of machine-learning methods, including neural networks, requires a large training sample.

It should be noted that there are artificial intelligence systems based on expert decisions (expert systems) rather than statistics (such as machine learning). Their essence is to use expert knowledge instead of statistical data. A comparative analysis of the neural network and expert systems for determining the physical forms and design characteristics of multiapartment residential buildings is presented in Table 1.

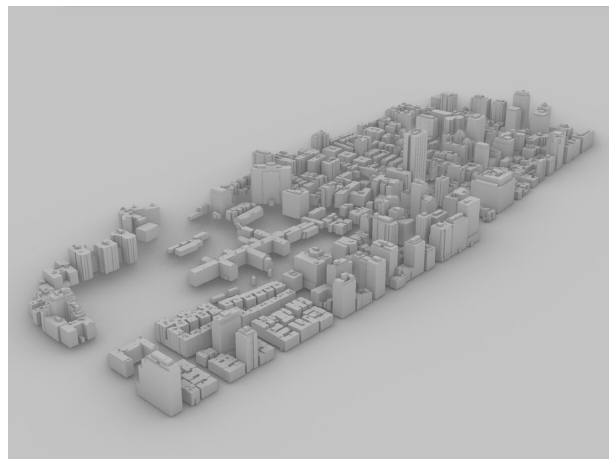


Figure 2. Coverage map:

a — the scale of the Montreal city model; *b* — an example of a neural network reconstruction of one city fragment

S o u r c e: Figure is taken from 3D Building Classification & Segmentation Pipeline.

Available from: <https://github.com/michaelhasey/3D-Building-Segmentation> (accessed: 07.01.2024).

Table 1

**Comparative analysis of the neural network method and logical inference rules
for the design of decision support systems in construction problems**

Attribute	Neural network approach	Expert systems
Advantages	- Neural networks are capable of learning from large amounts of data and automatically extracting patterns. - Neural networks can solve problems of classification, regression, generation, and natural language processing. - The ability to adapt to changing data and conditions without the need to directly specify rules.	- The inference rules of an expert system are easy to interpret and explain. This makes them suitable for problems where it is necessary to understand how the system makes decisions. - Expert systems built on rules have predictable behavior, and changes to the knowledge base can be made through a knowledge filling block.
Restrictions	- Neural networks can be difficult to interpret and their decisions can sometimes appear to be a "black box", making their decision making less transparent. - Training neural networks requires a massive amount of data, and in some areas the data may not be sufficient.	- Constructing rules and formalizing knowledge can be a difficult task, especially in complex scenarios. - Inference rules cannot learn from data in the same way as neural networks. They depend on the manual creation of rules by experts.
Areas of use	It is used in tasks that require analysis of large amounts of data, pattern recognition, natural language processing, and in tasks where patterns are difficult to formalize with rules.	It is effective in scenarios where transparency and interpretability of decisions are important, as well as in areas where knowledge is easily formalized, which is convenient for construction engineering problems.

An analysis of the literature has shown that a significant proportion of expert systems for construction problems is based on the mathematical apparatus of fuzzy logic [4–17]. Knowledge engineering methods have been used to develop expert systems.

Knowledge engineering is a field of artificial intelligence that studies the application of methods for organizing, collecting, analyzing, representing, storing, and using knowledge in expert systems [18]. It includes methods of acquiring, structuring, storing, retrieving, retrieving, and applying knowledge.

A knowledge engineer (cognitologist) plays a significant role in creating an expert system. The task of a knowledge engineer is to acquire and formalize knowledge in one or another formalism (logical, production, frame, and other models of knowledge representation) with the subsequent setting of a task for programmers. To solve this problem, it is advisable to use logical-inference systems.

A comparative analysis of crisp and fuzzy logic in the design of expert systems for construction is presented in Table 2.

Table 2

Comparative analysis of crisp and fuzzy logic in the design of expert systems in construction

Attribute	Crisp logic	Fuzzy logic
Basic principles	Works with precise, discrete values and rules. All knowledge and rules are expressed using strictly defined conditions and actions.	Allows you to work with fuzzy values, as well as fuzzy rules. Provides tools for describing uncertainty and fuzziness in data.
Application in expert systems	- In expert systems based on clear logic, rules and knowledge are formulated in an explicit, logical form. An expert system is capable of making decisions when knowledge and input data exactly match specified conditions. - Expert systems built on the basis of clear logic work well in tasks where rules and knowledge are strictly defined. They are easy to develop and provide accurate results.	- In expert systems based on fuzzy logic, rules and knowledge can be expressed in natural language. An expert system based on fuzzy logic is capable of making decisions even if the data is fuzzy or inaccurate. - Fuzzy logic expert systems can handle complex scenarios where data is fuzzy and are suitable for problems where expert knowledge can be expressed using linguistic variables and fuzzy inference rules.
Advantages and Limitations	Simple to consider and implement, but it is not always possible to take into account the uncertainty and fuzziness of the data. It works when tasks and rules are clear and strictly followed.	Allows to take into account and handle fuzziness, which makes it useful in real-world situations where data is often imprecise. However, it may require more complex knowledge engineering.

Determining the input and output parameters serves as the initial stage in the formation of the knowledge base underlying an expert system. These data were structured, systematized, and adapted for use by the logical core of the expert system. Text documents and standards contain a significant amount of information that should become part of the knowledge base, providing the expert system with a set of key factors for analyzing input information and making decisions.

To formalize expert knowledge, the mathematical apparatus of fuzzy logic was chosen based on the analysis in Table 2. This apparatus is more flexible than traditional (crisp) logic and allows the construction of multidimensional response surface

functions, which resemble hypersurfaces reproduced by neural networks during the learning process on the training set. Mamdani's algorithm allows us to reconstruct a response surface function that projects the hypersurface into a space consisting of n dimensions, where n represents the number of factors that influence the phenomena under study. This approach allows for a more complete and accurate representation of the relationships and dependencies between various variables in a fuzzy system. This analysis is the basis for making recommendations aimed at improving the system efficiency. In particular, this is important for determining defuzzification methods, the shapes of membership function curves, and other parameters. The response surface

allows customization of the operation of the system and increases its accuracy and predictive ability.

Systems based on fuzzy logic operate with linguistic variables, each of which has its own specified membership functions. In the context of fuzzy logic, a variable may not only be classified as belonging or not belonging to a specific set, but it may also be assigned a degree of membership according to the membership function associated with that set. For example, a variable temperature of +10 °C may belong to the set “warm” with a membership of 65% and the set cold with a membership of 20%. An example of this function is shown in Figure 3.

Thus, fuzzy logic makes it possible to take into account and model uncertainty, fuzziness and variability in the parameters, which seems to be a significant aspect in the construction industry. The use of fuzzy logic in expert systems allows flexible modeling of various scenarios, which helps to increase the efficiency and accuracy of decisions.

The Mamdani inference system uses membership functions to express fuzzy rules and logical connections between inputs and outputs in accordance with the diagram shown in Figure 4.

This algorithm for a conditional expert system consisting of three rules is shown in more detail in Figure 5.

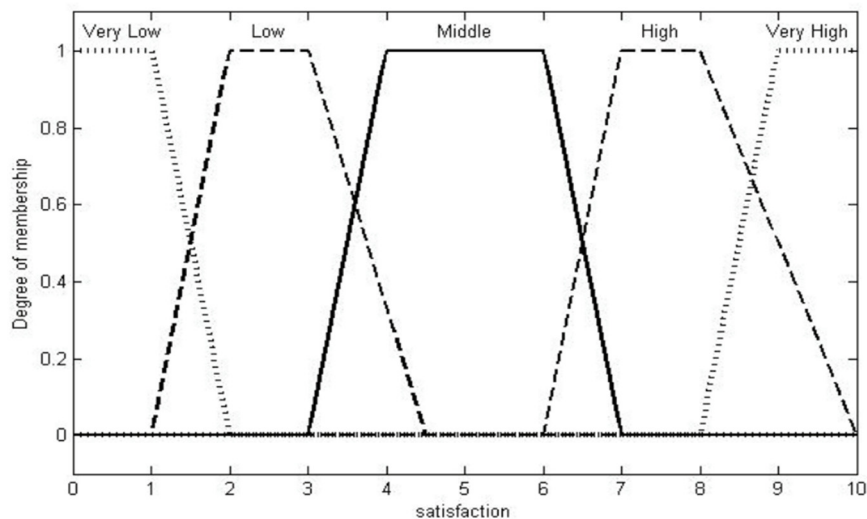


Figure 3. Fuzzy membership function of the satisfaction evaluation variable. The abscissa axis shows the score in points, the ordinate axis shows the level of membership in the range of possible values from 0 to 1 S

So u r c e: figure was taken by I. Iancu [19]

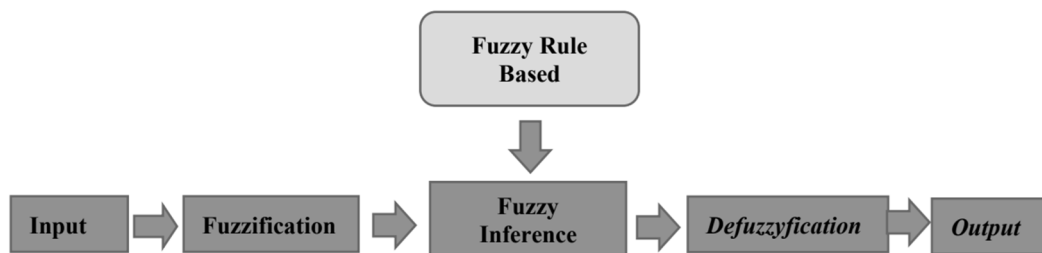


Figure 4. Schematic diagram of expert systems with fuzzy logic

So u r c e: figure was taken by A.M. Abadi [20]

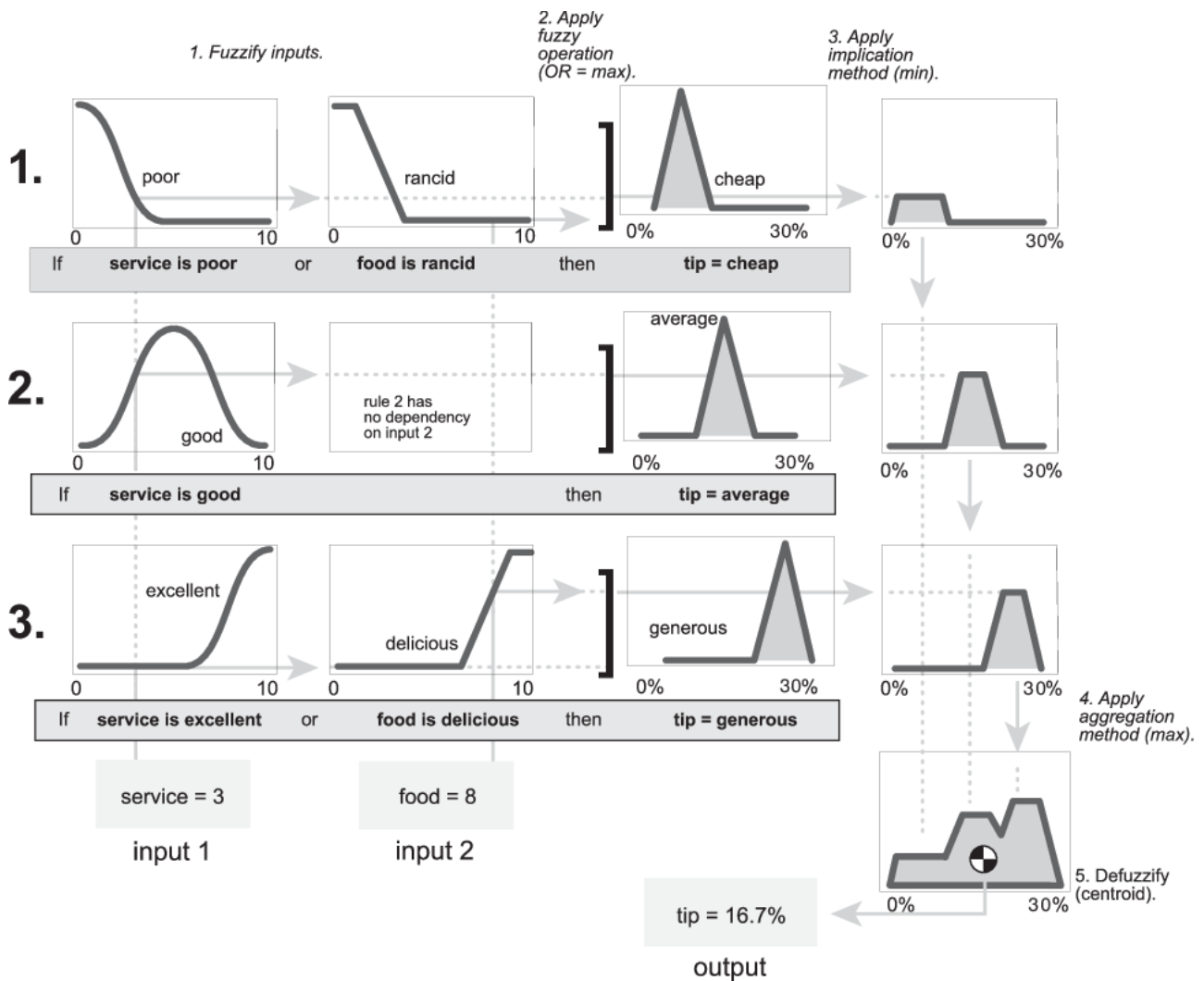


Figure 5. Mamdani algorithm

Source: figure is taken from Mathworks. Help Center. Mamdani and Sugeno Fuzzy Inference Systems. Available from: <https://www.mathworks.com/help/fuzzy/types-of-fuzzy-inference-systems.html> (accessed: 07.01.2024).

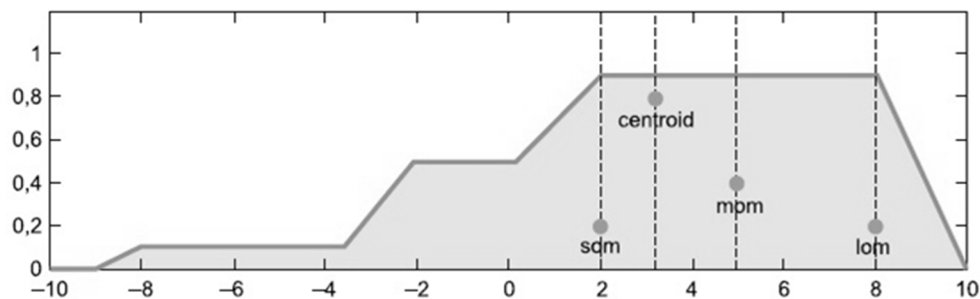


Figure 6. Illustration of methods of defuzzification: sdm, centroid, mom, lom

Source: figure is taken from Mathworks. Help Center. Mamdani and Sugeno Fuzzy Inference Systems. Available from: <https://www.mathworks.com/help/fuzzy/types-of-fuzzy-inference-systems.html> (accessed: 07.01.2024).

The final step of this algorithm is to reduce the clarity (defuzzification) of the fuzzy output values. This process is schematically shown in Figure 6.

The Mamdani algorithm has a high degree of rule interpretability. Owing to the use of fuzzy sets and rules that constitute the knowledge base, this algorithm has some degree of resistance to noise in the data, similar to neural networks. Mamdani's algorithm includes the following steps:

- *Fuzzification. The process of transforming input variables from numeric values into fuzzy sets using membership functions. Each input variable is associated with a fuzzy set that describes the degree to which it belongs to each term (category).*

- *Definition of fuzzy rules based on linguistic variables and terms that have been defined in fuzzification. The rules describe the logical relationships between the input and output variables in terms of “if-then” in a fuzzy form.*

- *Rule aggregation. By combining the output values of the fuzzy rules for each variable, union operations are used to obtain a common fuzzy output.*

- *Defuzzification converts the fuzzy inference result back into numeric values based on the membership function.*

- *In the last stage, the system makes a decision based on the numerical values obtained after defuzzification (control signal or recommendation).*

Any expert system specializes in a narrow problem area and is based on a knowledge base built based on the interaction of a knowledge engineer with sources of information, including experts [18].

In the design and construction of buildings, where fuzzy and weakly formalized rules operate, fuzzy logic provides flexibility in describing the conditions and relationships between variables. This is useful in situations where precise numerical values may be difficult to determine, or where there is a significant degree of uncertainty. The knowledge base of an expert system based on the Mamdani algorithm includes rules, facts, procedures, and logic specific to solving problems associated with specialized aspects of construction and is a repository of information that covers key aspects and expert knowledge in the field of construction. The

generalizing properties of a knowledge base allow us to analyze and solve problems efficiently and accurately, thereby providing recommendations and solutions to the end user.

Main types of defuzzification:

- *Center of Gravity (COG, Centroid):* the weighted average of all elements belonging to the fuzzy set.

- *Maximum Method (Max-Min Method):* the element with the highest degree of membership in the fuzzy set is selected.

- *Weighted Average Method:* Each element belonging to a fuzzy set is weighted according to its degree of membership; subsequently, these weighted values are averaged.

- *Quasi-average Method (Modified Center of Sums, MCS):* a weighted average of all elements, with the weight of each element defined as the sum of the degrees of membership of all elements that are greater than or equal to that element.

- *Averaging the Maximum of Maximums (AMOM):* The average values of the elements with the maximum membership degree at each iteration are calculated. The defuzzified value is the result of the last iteration.

- *LOM (Largest of Maxima):* the element with the highest degree of membership in the set is selected.

- *SOM (Smallest of Maxima):* the element with the smallest degree of membership in the set is selected.

- *Bisector:* an element that divides a fuzzy set into two equal parts (the defuzzified value is exactly in the middle of the set).

2. Statement of the problem of parametric optimization of the technical appearance and design characteristics of multi-apartment residential buildings using the method of expert assessments

A comprehensive study of literature and open-source information allows one to explore the theoretical foundations and standards in the construction industry, as well as familiarize oneself with current research and best practices, which is very important

for the formation of basic knowledge and understanding of what is already known in the field.

To enrich the system with more practical and expert methods, it is also important to interact with subject matter experts in the construction industry. Experts can gain valuable practical knowledge and experience that can be incorporated into the system to accurately and realistically simulate the situations encountered in the field.

Thus, the combined approach of collecting knowledge from literature sources and interacting with professional experts provides a comprehensive and reliable knowledge base for creating a prototype expert system for problems in the construction field. As a rule, the process of developing an expert system begins with communication between a knowledge engineer and experts in order to adopt their experience, knowledge, and decision-making methods. A knowledge engineer identifies the key aspects, rules, and contexts that experts use to solve problems in their field. The knowledge engineer then transforms this knowledge into the form of rules that can be perceived and used by the expert system. The initial stage of expert system development establishes a fundamental framework that facilitates subsequent advancements, encompassing the capacity to accommodate novel data and revisions to building standards. Filling the knowledge base with logical inference rules plays a decisive role in the successful implementation of an expert system since the accuracy and completeness of the knowledge base directly affects the system's ability to adequately analyze data and make informed decisions. The rule-filling module provides a mechanism for systematizing, structuring, and entering acquired knowledge into the expert system. Objects, their attributes, and relationships are defined in accordance with the accepted knowledge engineering methods used for the design and creation of expert systems [18]. Once a model is developed, it must be tested on the test data to evaluate its accuracy and efficiency.

As a result of this research, a primary prototype of an expert system was created in the form of a software platform with a user interface. In accordance with the developed architecture, the

expert system consisted of separate specialized modules. Each module performs its own tasks and is designed based on expert knowledge. It should be noted that when developing an expert system, the number of knowledge bases may not coincide with the number of calculation modules that use these bases.

Conclusion

The research presented in this paper represents the development of a methodology for automated engineering decision support systems in the construction industry based on the theory of expert systems and the theory of fuzzy sets. The use of the logical inference apparatus in the architecture of an expert system allows one to navigate engineering problems associated with design and construction and represents a new, innovative approach to solving engineering problems.

The automation of decision support processes in the design of building placement on a construction site is an important component of the construction industry. This approach helps improve housing infrastructure based on expert knowledge and increases investor appeal and the overall quality of construction projects. Automation of decision-making in the design process allows you to take into account various parameters, ranging from the orientation of the building to the cardinal directions and ending with engineering requirements. An approach to automating decision support for multi-apartment residential construction problems has the potential to speed up construction processes, increase the level of safety, ensure the sustainability of structures, and ultimately improve the overall quality performance of construction projects.

Based on the calculated numerical values, it is possible to build a 3D model of the house on the construction site. It is also possible to add information regarding nearby gas pipelines, parking lots, trees, and other information to determine the required setbacks from the site boundaries.

The implementation of the proposed methodology opens up new prospects for the use of expert systems for the design of housing facilities and stimulates further research in the field of develop-

ment of intelligent information systems to determine the technical appearance and design characteristics of multi-apartment residential buildings. Overall, decision-support automation in design and construction contributes to the development of the construction industry.

References / Список литературы

1. Vasilkin AA. Integration of structural and parametric optimization at the stage of designing steel constructions. *Russian journal of building construction and architecture*. 2018;3(39):6–14. EDN: LXBGLR
2. Rakov DL, Sinev AV. Parallel designing for stages of the structural synthesis and parametrical optimization for formation shape of new technical systems. *Problems of mechanical engineering and automation*. 2011;(4):99–102. (In Russ.) EDN: OLQGPB
3. Раков Д.Л., Синева А.В. Параллельное проектирование на этапах структурного синтеза и параметрической оптимизации при формировании внешнего вида новых технических систем // Проблемы машиностроения и автоматизации. 2011. № 4. С. 99–102. EDN: OLQGPB
3. Fan H, Kong G, Zhang C. An Interactive platform for low-cost 3D building modeling from VGI data using convolutional neural network. *Big Earth Data*. 2021;5(1):49–65. <https://doi.org/10.1080/20964471.2021.1886391>
4. Kumar S, Anbanandam R. An integrated Delphi-fuzzy logic approach for measuring supply chain resilience: an illustrative case from manufacturing industry. *Measuring Business Excellence*. 2019;23(3):350–375. <https://doi.org/10.1108/MBE-01-2019-0001>
5. Pezeshki Z, Mazinani SM. Comparison of artificial neural networks, fuzzy logic and neuro fuzzy for predicting optimization of building thermal consumption: a survey. *Artificial Intelligence Review*. 2019;52(1):495–525. <https://doi.org/10.1007/s10462-018-9630-6>
6. Fayek AR. Fuzzy logic and fuzzy hybrid techniques for construction engineering and management. *Journal of Construction Engineering and Management*. 2020;146(7):04020064. [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)CO.1943-7862.0001854](https://doi.org/10.1061/(ASCE)CO.1943-7862.0001854)
7. Gopi B, Ramesh G, Logeshwaran J. The fuzzy logical controller based energy storage and conservation model to achieve maximum energy efficiency in modern 5g communication. *ICTACT Journal on Communication Technology*. 2022;13(3):2774–2779. <https://doi.org/10.21917/ijct.2022.0411>
8. Hendiani S, Bagherpour M. Developing an integrated index to assess social sustainability in construction industry using fuzzy logic. *Journal of cleaner production*. 2019;230:647–662. <https://doi.org/10.1016/j.jclepro.2019.05.055>
9. Hedaoo N, Pawar A. Risk Assessment Model Based on Fuzzy Logic for Residential Buildings. *Slovak Journal of Civil Engineering*. 2021;29(4):37–48. <https://doi.org/10.2478/sjce-2021-0026>
10. Jana DK, Pramanik S, Sahoo P, Mukherjee A. Interval type-2 fuzzy logic and its application to occupational safety risk performance in industries. *Soft Computing*. 2019;23(1):557–567. <https://doi.org/10.1007/s00500-017-2860-8>
11. Lanbaran NM, Celik E, Yigider M. Evaluation of investment opportunities with interval-valued fuzzy topsis method. *Applied Mathematics and Nonlinear Sciences*. 2020;5(1):461–474. <https://doi.org/10.2478/amns.2020.1.00044>
12. Phan D, Bab-Hadiashar A, Fayyazi M, Jazar R, Khayyam H, Hoseinnezhad R, Interval type 2 fuzzy logic control for energy management of hybrid electric autonomous vehicles. *IEEE Transactions on Intelligent vehicles*. 2021;6(2):210–220. <https://doi.org/10.1109/TIV.2020.3011954>
13. Guðlaugsson B, FazeliIngunn R, Ingunn G, Davidsdottir B, Stefánsson G. Classification of stakeholders of sustainable energy development in Iceland: Utilizing a power-interest matrix and fuzzy logic theory. *Energy for Sustainable Development*. 2020;57:168–188. <https://doi.org/10.1016/j.esd.2020.06.006>
14. Jain A, Sharma A. Membership function formulation methods for fuzzy logic systems: A comprehensive review. *Journal of Critical Reviews*. 2020;7(19):8717–8733. ISSN 2394–5125
15. Ren X, Li Ch, Xiaojun Ma X. Design of multi-information fusion based intelligent electrical fire detection system for green buildings. *Sustainability*. 2021;13(6):3405. <https://doi.org/10.3390/su13063405>
16. Caiado RGG, Scavarda LF, Scavarda L. et al. A fuzzy rule-based industry 4.0 maturity model for operations and supply chain management. *International Journal of Production Economics*. 2021;231:107883. <https://doi.org/10.1016/j.ijpe.2020.107883>
17. Dzwigol H, Dzwigol-Barosz M, Miskiewicz R, Kwilinski A. Manager competency assessment model in the conditions of industry 4.0. *Entrepreneurship and Sustainability Issues*. 2020;7(4):2630–2644. [https://doi.org/10.9770/jesi.2020.7.4\(5\)](https://doi.org/10.9770/jesi.2020.7.4(5))
18. Bondarenko V.V., Kulyanytsya A.L., Litovka S.V., Chekinov G.P. Information technology for developing control actions when designing intelligent computer systems. *Information technologies in design and production*. 2003;(2):14–19. (In Russ.) EDN: OHINQL
- Бондаренко В.В., Куляница А.Л., Литовка С.В., Чекинов Г.П. Информационная технология выработки управляющих воздействий при проектировании интеллектуальных компьютерных систем // Информационные технологии в проектировании и производстве. 2003. № 2. С. 14–19. EDN: OHINQL

19. Iancu I. A Mamdani type fuzzy logic controller. *Fuzzy logic-controls, concepts, theories and applications*. 2012;15(2):325–350. <https://doi.org/10.5772/36321>

20. Abadi AM. Fuzzy Decision Making with Mamdani Method and Its Application for Selection of Used Car in Sleman Yogyakarta. *ICRIEMS*. 2020. p. 35–44.

About the authors

Alexander A. Merkulov, Postgraduate student of the Department of Mechanics and Control Processes, Academy of Engineering, RUDN University, Moscow, Russia; ORCID: 0009-0006-0211-808X; e-mail: amerkulov@levelgroup.ru

Yury N. Razoumny, Doctor of Sciences (Techn.), Director of the Academy of Engineering, Head of the Department of Mechanics and Control Processes, Academy of Engineering, RUDN University, Moscow, Russia; eLIBRARY SPIN-code: 7704-4720, ORCID: 0000-0003-1337-5672; e-mail: yury.razoumny@gmail.com

Olga A. Saltykova, Candidate of Physico-Mathematical Sciences, Associate Professor of the Department of Mechanics and Control Processes, Academy of Engineering, RUDN University, Moscow, Russian Federation; eLIBRARY SPIN-code: 3969-6707, ORCID: 0000-0002-3880-6662; e-mail: saltykova-oa@rudn.ru

Ivan V. Stepanyan, Doctor of Biological Sciences, Candidate of Technical Sciences, Leading Researcher, Institute of Machines Science named after A.A. Blagonravov of the Russian Academy of Sciences, Moscow, Russia; eLIBRARY SPIN-code: 5644-6735, ORCID: 0000-0003-3176-5279; e-mail: neurocomp.pro@gmail.com

Сведения об авторах

Меркулов Александр Александрович, аспирант кафедры механики и процессов управления, инженерная академия, Российский университет дружбы народов, Москва, Россия; ORCID: 0009-0006-0211-808X; e-mail: amerkulov@levelgroup.ru

Разумный Юрий Николаевич, доктор технических наук, директор инженерной академии, заведующий кафедрой механики и процессов управления, инженерная академия, Российский университет дружбы народов, Москва, Россия; eLIBRARY SPIN-код: 7704-4720, ORCID: 0000-0003-1337-5672; e-mail: yury.razoumny@gmail.com

Салтыкова Ольга Александровна, кандидат физико-математических наук, доцент кафедры механики и процессов управления, инженерная академия, Российский университет дружбы народов, Москва, Россия; eLIBRARY SPIN-код: 3969-6707, ORCID: 0000-0002-3880-6662; e-mail: saltykova-oa@rudn.ru

Степанян Иван Викторович, доктор биологических наук, кандидат технических наук, ведущий научный сотрудник, Институт машиноведения им. А.А. Благонравова РАН, Москва, Россия; eLIBRARY SPIN-код: 5644-6735, ORCID: 0000-0003-3176-5279; e-mail: neurocomp.pro@gmail.com

