



DOI: 10.22363/2312-8143-2025-26-4-399-411

EDN: CXVECY

Научная статья / Research article

Влияние осевой нагрузки на работоспособность шариковых радиальных подшипников

Ю.В. Белоусов^{a,b,*}, С.Л. Шамбина^b, Ф.В. Рекач^b, О.Л. Киреев^b^a Московский государственный технический университет им. Н.Э. Баумана
(национальный исследовательский университет), Москва, Российская Федерация^b Российский университет дружбы народов, Москва, Российская Федерация

✉ juvbelousov@bmstu.ru

История статьи

Поступила в редакцию: 3 марта 2025 г.

Доработана: 25 апреля 2025 г.

Принята к публикации: 11 мая 2025 г.

Заявление о конфликте интересов

Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

Аннотация. В качестве опор валов часто используются шариковые радиальные подшипники. Они предназначены для восприятия радиальной нагрузки, однако оказываются достаточно работоспособными при действии также и осевой нагрузки. Для определения степени влияния осевой нагрузки на работоспособность указанных подшипников рассмотрен характер взаимодействия тел качения с кольцами шариковых радиальных однорядных подшипников, установленных в распор, под действием комбинированной нагрузки. Разработана методика определения предельной радиальной и осевой нагрузки для данных подшипников. Получены выражения, связывающие осевую нагрузку с неиспользованной радиальной. На конкретных примерах показано, что наибольшая реакция опор с шариковыми радиальными однорядными подшипниками при действии на вал комбинированной нагрузки, когда осевая нагрузка является предельной, может превышать в два раза аналогичную реакцию опор при действии на вал только радиальной нагрузки той же величины. Слишком большая погрешность в определении реакций опор вала сильно снижает работоспособность подобранных для него подшипников, ускоряя их выход из строя. Кроме того, при составлении расчетной схемы вала, в качестве опор которого используются шариковые радиальные подшипники, вал всегда представляется как балка на двух шарнирных опорах. Одна из опор — неподвижный шарнир, другая — подвижный шарнир. Установлено, что при действии комбинированной нагрузки обе опоры работают как неподвижные шарниры, поскольку обе воспринимают осевую нагрузку. При этом одна часть вала между опорами оказывается растянутой, а другая — сжатой. Границей между растянутой и сжатой зонами является точка приложения осевой силы.

Ключевые слова: реакция опор, тела качения, радиальная и осевая нагрузка, свободны угол контакта, шарнирные опоры**Вклад авторов**

Белоусов Ю.В. — концепция исследования, написание текста, визуализация, редактирование, список литературы.
Шамбина С.Л., Рекач Ф.В. — систематизация и обработка данных. Киреев О.Л. — обзор литературы. Все авторы ознакомлены с окончательной версией статьи и одобрили ее.

Для цитирования

Белоусов Ю.В., Шамбина С.Л., Рекач Ф.В., Киреев О.Л. Влияние осевой нагрузки на работоспособность шариковых радиальных подшипников // Вестник Российской университета дружбы народов. Серия: Инженерные исследования. 2025. Т. 26. № 4. С. 399–411. <http://doi.org/10.22363/2312-8143-2025-26-4-399-411>

Influence of Axial Load on the Performance of Ball Radial Bearings

Yuriy V. Belousov^{a,b}, Svetlana L. Shambina^b, Fedor V. Rekach^b, Oleg L. Kireev^b

^a Bauman Moscow State Technical University (National Research University), Moscow, Russian Federation

^b RUDN University, Moscow, Russian Federation

✉ juvbelousov@bmstu.ru

Article history

Received: March 3, 2025

Revised: April 25, 2025

Accepted: May 11, 2025

Conflicts of interest

The authors declare that there is no conflict of interest.

Abstract. Ball radial bearings are often used as shaft supports. They are designed to withstand radial loads. However, they are also quite efficient under axial loads. To determine the degree of influence of axial loads on the performance of these bearings, the nature of the interaction of rolling elements with the rings of single-row ball radial bearings installed in a thrust manner under a combined load is considered. A method for determining the ultimate radial and axial loads for these bearings has been developed. Expressions have been obtained that relate the axial load to the unused radial load. Specific examples have shown that the greatest reaction of supports with single-row ball radial bearings under a combined load on the shaft, when the axial load is ultimate, can be twice as great as a similar reaction of supports under only a radial load of the same magnitude on the shaft. An excessively large error in determining the reactions of shaft supports significantly reduces the performance of the bearings selected for it, accelerating their failure. In addition, when a calculation scheme for a shaft supported by radial ball bearings is drawn up, the shaft is always represented as a beam on two hinged supports. One of the supports was a fixed hinge, and the other was a movable hinge. It has been established that under the action of a combined load, both supports operate as fixed hinges because both perceive an axial load. In this case, one part of the shaft between the supports was stretched, and the other was compressed. The boundary between the stretched and compressed zones was the point of application of the axial force.

Keywords: reaction of supports, rolling elements, radial and axial load, free contact angle, articulated supports

Authors' contribution

Belousov Yu.V. — research concept, text writing, visualization, editing, references; Shambina S.L., Rekach F.V. — systematization and data processing. Kireev OL. — literature review. All the authors have read the final version of the article and approved it.

For citation

Belousov YuV, Shambina SL., Rekach FV, Kireev OL. Influence of axial load on the performance of ball radial bearings. *RUDN Journal of Engineering Research*. 2025;26(4):399–411. (In Russ.) <http://doi.org/10.22363/2312-8143-2025-26-4-399-411>

Введение

В качестве опор валов и вращающихся осей довольно часто используются шариковые радиальные подшипники. Эти подшипники имеют простую конструкцию, удобны в эксплуатации,

работают с минимальными потерями на трение, способны работать с высокими скоростями вращения, производятся в широком диапазоне размеров. Кроме того, данные подшипники достаточно универсальны, так как позволяют воспринимать действующие на валы в обоих направлениях

влениях как радиальные, так и осевые нагрузки. Эти нагрузки воспринимаются телами и дорожками качения подшипников, площадки контакта которых очень малы. Поэтому напряжения в местах контакта очень высокие. Так, нормальные напряжения при начальном точечном контакте тел качения с дорожками качения могут достигать 5000 МПа [1–3]. Поэтому при конструировании опор с данными подшипниками возникает необходимость в определении напряжений и деформаций в контакте шариков с дорожками качения.

Высокие напряжения сжатия действуют только в зоне контакта тел качения. Поэтому прочностные свойства этих подшипников зависят в основном от напряжений, возникающих на поверхности контакта. Деформации в контакте поверхностей качения, ввиду их высокой твердости, сравнительно невелики и их учет обычно не требуется.

Контактные напряжения, возникающие в телах качения, зависят от нагрузки, которую они воспринимают, размеров и формы контактирующих тел, их упругих характеристик. Размеры, форма контактирующих тел, а также их упругие характеристики обычно известны заранее, поскольку данные подшипники стандартизованы. Неизвестной является нагрузка, воспринимаемая подшипниками. Она довольно просто определяется при действии на вал только радиальных сил. При одновременном действии на вал радиальных и осевых сил определение данной нагрузки значительно усложняется, поскольку заранее неизвестно, каким образом под нагрузкой в подшипниках будут располагаться тела качения [4–8]. Кроме того, для указанных подшипников неизвестной является величина предельной осевой нагрузки. В частности, общеизвестным считается тот факт, что она не должна превышать 70 % от неиспользованной радиальной нагрузки. Однако никакого теоретического обоснования данное положение не имеет.

Цель исследования — определение степени влияния осевой нагрузки на работоспособность шариковых радиальных подшипников.

1. Методы исследования

Рассмотрим взаимодействие тел качения и кольцо шариковых радиальных однорядных подшипников, установленных в распор, под действием комбинированной нагрузки. То есть при действии на вал, установленный на данных подшипниках, осевой и радиальной сил. Осевая сила — это сила F_a , а радиальная сила — это сила F_{r_Σ} , которая, по существу, является векторной суммой двух сил: собственно радиальной силы F_r и окружной силы F_t , сообщающей валу вращательное движение. То есть $\vec{F}_{r_\Sigma} = \vec{F}_r + \vec{F}_t$. Изгибающий момент при переносе силы F_a из зоны ее действия на ось вала учитывать не будем. Кроме того, не будем учитывать перекос колец подшипника вследствие изгиба вала ввиду его малости. Так, допустимый угол взаимного перекоса колец шариковых радиальных однорядных подшипников при радиальном нагружении для подшипников, например, нормальной группы радиального зазора составляет всего 8 минут [5].

У большинства подшипников данного типа в исходном ненагруженном состоянии между наружным кольцом и телами качения имеется радиальный зазор g_r . Он предполагает некоторую свободу взаимного перемещения колец в радиальном и осевом направлениях. Величину радиальных зазоров в данных подшипниках качения выбирают с учетом эксплуатационных характеристик опор (грузоподъемности, быстротходности, допустимых величин радиального и осевого бienia, габаритных размеров и расстояния между опорами), условий монтажа и регулирования подшипников (посадочных натягов, температурных колебаний в подшипниковом узле, вида смазки и способа ее подачи) [9–11].

Приложим к валу одновременно радиальную F_{r_Σ} и осевую F_a силы. Направим силу F_{r_Σ} вертикально вниз (рис. 1). Под действием силы F_a вал вместе с внутренними кольцами подшипников сместится в осевом направлении,

а под действием силы $F_{r\Sigma}$ изогнется. При этом оба процесса происходят одновременно. Сила $F_{r\Sigma}$ почти всегда больше силы F_a , а прогиб вала меньше величины его перемещения в осевом направлении при выборке зазора g_r . Тогда следует ожидать, что прогиб вала закончится бы-

трее его осевого перемещения. Поэтому осевое перемещение вала его изгибу препятствовать не будет. В этой связи беспочвенными оказываются выводы авторов источников [12; 13] об использовании принципа суперпозиции перемещений при комбинированном нагружении вала.

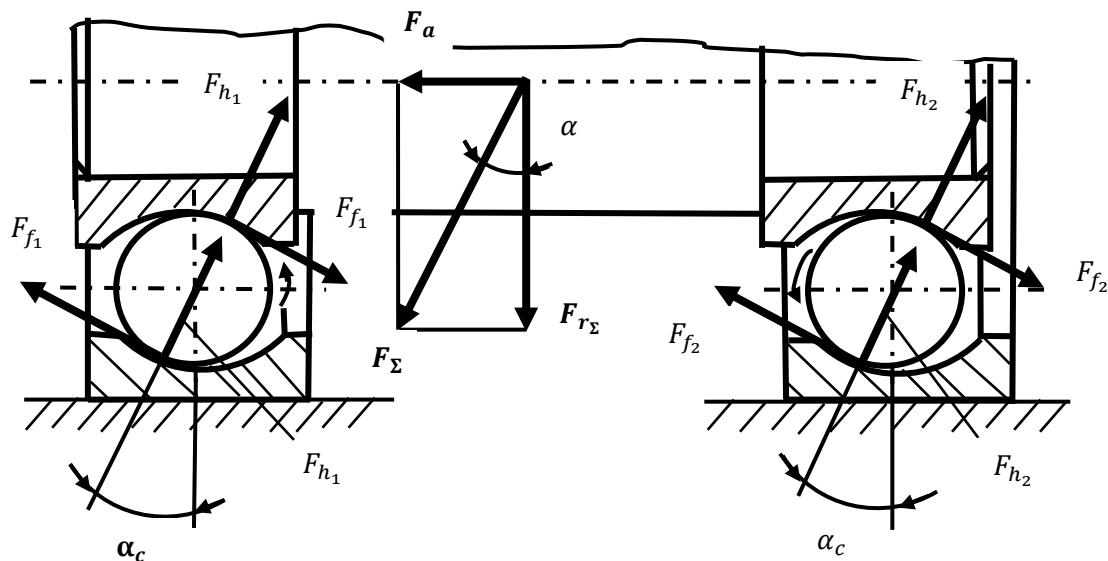


Рис. 1. Схема нагружения тел качения нижней части подшипников

Источник: выполнено Ю.В. Белоусовым

Figure 1. Loading diagram of the rolling elements of the lower part of the bearings

Source: by Yu.V. Belousov

При достаточной величине силы F_a вал сместится в крайнее осевое положение. При этом угол контакта тел качения-шариков с дорожками качения будет равен α_c . Это максимальный угол контакта шариков с дорожками качения, который называется свободным углом контакта. Величина свободного угла контакта у шарикового радиального однорядного подшипника может быть определена по следующей формуле [14]:

$$\alpha_c = \arccos\left(1 - \frac{g_r}{2B}\right), \quad (1)$$

где $B = (f_B + f_H - 1)D_w$; D_w — диаметр тела качения; $f_B = r_B / D_w$, $f_H = r_H / D_w$, r_B и r_H — радиусы дорожек качения внутреннего и наруж-

ного колец соответственно, расположенные в плоскости, перпендикулярной направлению вращения вала.

Определим величину осевой силы F_a , необходимой для перемещения вала в крайнее осевое положение. Для этого все силы, действующие на вал в крайнем осевом положении, спроектируем на оси координат. В итоге получим

$$(F_{h_1} + F_{h_2}) \sin \alpha_c + (F_{f_1} + F_{f_2}) \cos \alpha_c = F_a, \quad (2)$$

$$(F_{h_1} + F_{h_2}) \cos \alpha_c - (F_{f_1} + F_{f_2}) \sin \alpha_c = F_{r\Sigma}, \quad (3)$$

где F_{h_1} , F_{h_2} — суммарные нормальные силы, возникающие в контакте шариков с дорожками качения в нагруженной зоне внутренних колец подшипников; F_{f_1} , F_{f_2} — суммарные силы

сопротивления качению шариков при их установке в требуемое положение.

Если пренебречь весом шарика, то силу, необходимую для его перекатывания между двумя наклонными поверхностями, можно определить следующим образом:

$$F_f = \frac{F_K D_w}{D_w / 2} = 2F_K = 2 \frac{N f_K}{D_w} = \frac{4N f_K}{D_w}, \quad (4)$$

где F_K — сила сопротивления качению шарика; N — нормальная нагрузка на шарик; f_K — коэффициент трения качения шариков по дорожкам подшипников $f_K = 0,001$ см [15; 16].

Тогда

$$F_{f_1} = \sum_1^n \frac{4N_{1_i} f_K}{D_w} = \frac{4f_K}{D_w} \sum_1^n N_{1_i} = \frac{4f_K}{D_w} \frac{4,37 F_{h_1}}{z} \times \\ \times [1 + 2\cos^{3/2}\gamma + \dots + 2\cos^{3/2}(n\gamma)], \quad (5)$$

$$F_{f_2} = \sum_1^n \frac{4N_{2_i} f_K}{D_w} = \frac{4f_K}{D_w} \sum_1^n N_{2_i} = \frac{4f_K}{D_w} \frac{4,37 F_{h_2}}{z} \times \\ \times [1 + 2\cos^{3/2}\gamma + \dots + 2\cos^{3/2}(n\gamma)], \quad (6)$$

$$\tg \alpha = \frac{\sin \alpha_c + \frac{17,48 f_K \cos \alpha_c}{z D_w} [1 + 2\cos^{3/2}\gamma + \dots + 2\cos^{3/2}(n\gamma)]}{\cos \alpha_c - \frac{17,48 f_K \sin \alpha_c}{z D_w} [1 + 2\cos^{3/2}\gamma + \dots + 2\cos^{3/2}(n\gamma)]}. \quad (9)$$

2. Результаты и обсуждение

Из выражения (9) видно, что $\alpha > \alpha_c$. При отсутствии сопротивления перекатыванию шариков эти углы были бы равны. Выясним, как сильно эти углы отличаются. В качестве примера рассмотрим шариковый радиальный однорядный подшипник № 207. Внутренний диаметр данного подшипника $d = 35$ мм, наружный диаметр $D = 72$ мм, диаметр тела качения $D_w = 11,11$ мм, радиальный зазор для подшипника нормальной группы радиального зазора $g_r = 6 \dots 20$ мкм.

а

$$F_{f_1} + F_{f_2} = (F_{h_1} + F_{h_2}) \frac{17,48 f_K}{z D_w} \times \\ \times [1 + 2\cos^{3/2}\gamma + \dots + 2\cos^{3/2}(n\gamma)], \quad (7)$$

где γ — угол между смежными телами качения подшипника; n — количество пар тел качения, воспринимающих, кроме центрального, нагрузку на подшипник.

Разделим выражение (2) на выражение (3). Тогда

$$\tg \alpha = \frac{F_a}{F_{r_\Sigma}} = \frac{(F_{h_1} + F_{h_2}) \sin \alpha_c + (F_{f_1} + F_{f_2}) \cos \alpha_c}{(F_{h_1} + F_{h_2}) \cos \alpha_c - (F_{f_1} + F_{f_2}) \sin \alpha_c}, \quad (8)$$

где α — угол наклона суммарной силы F_{r_Σ} , действующей на вал, к плоскости перпендикулярной его оси.

Подставив в выражение (8) сумму $F_{f_1} + F_{f_2}$ из выражения (7), получим (9).

Зная угол α , при известной радиальной силе F_{r_Σ} можно определить осевую силу F_a .

Для принятых значений $f_B = f_H = 0,515$

[17] и

$$B = (f_B + f_H - 1) D_w = \\ = (0,515 + 0,515 - 1) \cdot 11,11 = 0,3333 \text{ мм},$$

тогда

$$\cos \alpha_c = 1 - \frac{g_r}{2_B} = 1 - \frac{0,006 \dots 0,02}{2 \cdot 0,3333} = 0,991 \dots 0,97,$$

то есть $\alpha_c = 7,69^\circ \dots 14,07^\circ$.

При минимальном значении угла $\alpha_c = 7,69^\circ$ по формуле (9) находим, что $\tg \alpha = 0,1394$, что

соответствует углу $\alpha = 7,94^\circ$. При максимальном значении угла $\alpha_c = 14,07^\circ$, $\operatorname{tg} \alpha = 0,2552$, то есть $\alpha = 14,32^\circ$. В первом случае угол α отличается от угла α_c на 3,3 %, во втором — на 1,8 %. Для подшипников большего диаметра той же нормальной группы радиального зазора данное отличие еще меньше. Поэтому с достаточной степенью точности можно считать, что минимальное значение угла α между суммарной F_Σ и радиальной F_{r_Σ} силами, действующими на вал при его смещении в крайнее осевое положение, соответствует свободному углу контакта α_c . В этом случае силами F_{f_1} и F_{f_2} можно пренебречь, а нагрузку на вал будут воспринимать только тела качения, находящиеся в нижней части подшипников.

Их суммарная реакция

$$F_{h_1} + F_{h_2} = \frac{F_{r_\Sigma}}{\cos \alpha_c}. \quad (10)$$

Силы F_{h_1} и F_{h_2} в общем случае не равны.

При дальнейшем увеличении осевой силы F_a угол α станет больше угла α_c . Суммарной реакции тел качения в нижней части подшипников R_1 и R_2 (рис. 2) не будет хватать для компенсации силы F_a . Поэтому станут нагружаться тела качения также и в верхней части подшипников. С их стороны будут действовать реакции R'_1 и R'_2 . В этом случае равновесие вала будет обеспечено, когда

$$\sum R_i + \sum R'_i = F_{r_\Sigma} \frac{\operatorname{tg} \alpha}{\sin \alpha_c}; \quad (11)$$

$$\sum R_i - \sum R'_i = \frac{F_{r_\Sigma}}{\cos \alpha_c}. \quad (12)$$

Сложив формулы (11) и (12), получим

$$\sum R_i = \frac{F_{r_\Sigma}}{2} \left(\frac{\operatorname{tg} \alpha}{\sin \alpha_c} + \frac{1}{\cos \alpha_c} \right). \quad (13)$$

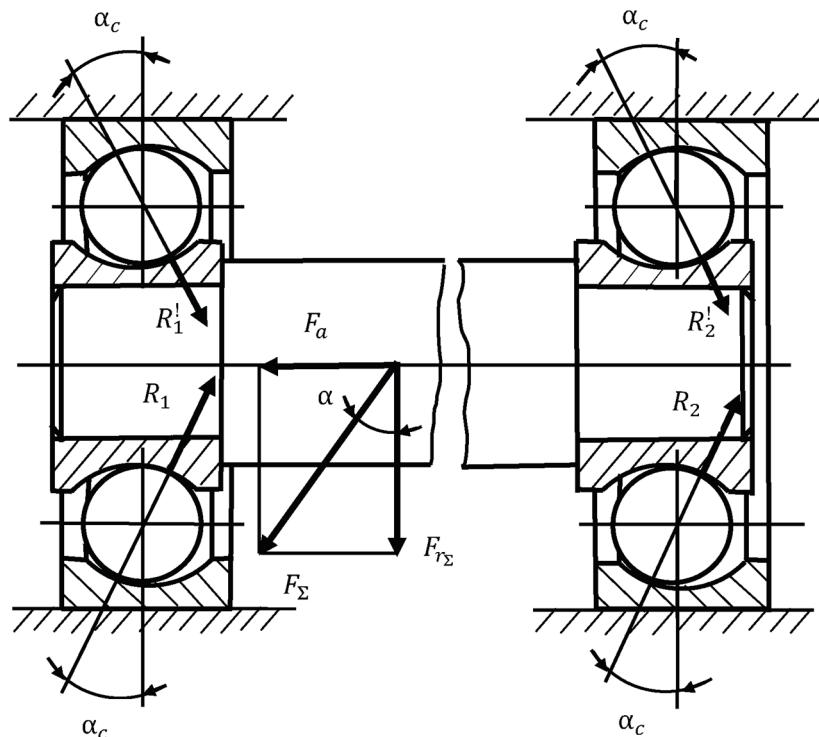


Рис. 2. Схема сил, действующих на вал
Источник: выполнено Ю.В. Белоусовым

Figure 2. Diagram of forces acting on the shaft
Source: by Yu.V. Belousov

Максимальное значение угла α будет соответствовать предельной нагрузке на тела качения в подшипниках вала.

Подставив в формулу (13) $\sum R_i = SF_{r_\Sigma}$ где $S = F_{r_\Sigma}^{\max} / F_{r_\Sigma}$, а $F_{r_\Sigma}^{\max}$ — максимальная радиальная нагрузка на вал, получим выражение для определения максимального угла α_{\max} в следующем виде:

$$\operatorname{tg}\alpha_{\max} = 2S \sin \alpha_c - \operatorname{tg}\alpha_c. \quad (14)$$

Для определения коэффициента S необходимо найти максимальную радиальную нагрузку на вал $F_{r_\Sigma}^{\max}$ и сравнить с действующей F_{r_Σ} . Максимальная радиальная нагрузка — это нагрузка, превышение которой может вызвать пластические деформации на дорожке качения внутреннего наиболее нагруженного кольца подшипника.

Нижнюю оценку максимальной силы, действующей на наиболее нагруженное тело качения подшипника, превышение которой может привести к появлению пластических деформаций, можно получить по следующей формуле [18]:

$$F_{0l_{\max}} = 86,74 \left(\frac{\eta}{\Sigma\rho} \right)^2 \left(\frac{\sigma_m}{n_\sigma} \right)^3, \quad (15)$$

где $\Sigma\rho$ — сумма главных кривизн контактирующих тел (характеризует форму взаимодействующих тел); η — коэффициент, учитывающий упругие характеристики контактирующих тел (для стальных деталей $\eta = 0,87 \cdot 10^{-5} \text{мм}^2 / \text{Н}$); n_σ — коэффициент, зависящий от разности кривизн Θ ; σ_T — предел текучести материала деталей подшипника.

Реакцию максимально нагруженной опоры можно найти по известной формуле

$$R_{\max} = \max(R_1; R_2) = \frac{F_{0l_{\max}} z}{4,37}, \quad (16)$$

где z — количество тел качения в подшипнике данной опоры.

Тогда

$$F_{r_\Sigma}^{\max} = R_{\max} (1 + m), \quad (17)$$

где $m = R_{\min} / R_{\max}$ — соотношение между реакциями опор.

Определим, например, максимальную нагрузку на вал, установленный на подшипниках № 207:

- средний диаметр подшипника:

$$d_m = (d + D) / 2 = (35 + 72) / 2 = 53,5 \text{ мм};$$

- диаметр внутреннего кольца по дну желоба

$$d_1 = d_m - D_w = 53,5 - 11,11 = 42,39 \text{ мм};$$

- радиус желоба:

$$r_* = 0,515 D_w = 0,515 \cdot 11,11 = 5,72 \text{ мм}.$$

Материал шариков и внутреннего кольца ШХ15 (твёрдость поверхности $62\dots65 HRC_s$).

Сумма главных кривизн сопряженных поверхностей тел качения и внутреннего кольца подшипника

$$\begin{aligned} \Sigma\rho &= \frac{2}{D_w} + \frac{2}{D_w} - \frac{1}{r_*} + \frac{2}{d_1} = \\ &= \frac{4}{11,11} - \frac{1}{5,72} + \frac{2}{42,39} = 0,2324 \text{ мм}^{-1}. \end{aligned}$$

Разность кривизн

$$\Theta = \frac{-\frac{1}{r_*} + \frac{2}{d_1}}{\Sigma\rho} = \frac{-\frac{1}{5,72} + \frac{2}{42,39}}{0,2324} = -0,549.$$

Для данного значения Θ по таблице [14] находим $n_\sigma = 0,9262$.

Для стали ШХ15 с твёрдостью поверхности $62\dots65 HRC_s$ среднее значение предела текучести $\overline{\sigma_T} = 1050 \text{ МПа}$. Нижняя оценка предела текучести $\sigma_T = \overline{\sigma_T} - u_p \vartheta$, где u_p — квантиль нормального распределения, ϑ — среднее

квадратическое отклонение ($\vartheta = 175$ МПа). С надежностью 95 % получим

$$\sigma_T = 1050 - 1,645 \cdot 175 = 762 \text{ МПа.}$$

Подставим эти данные в формулу (15). Тогда

$$F_{0l_{\max}} = 86,74 \left(\frac{0,87 \cdot 10^{-5}}{0,2324} \right)^2 \left(\frac{762}{0,9262} \right)^3 = 67 \text{ Н.}$$

Нижнюю оценку силы, действующей на наиболее нагруженную опору, превышение которой может вызвать появление пластических деформаций деталей подшипника, определим по формуле (16): $R_{\max} = 67 \cdot 9 / 4,37 = 138$ Н. Максимальную радиальную нагрузку на вал для коэффициента m , равного например 0,8, найдем по формуле (17):

$$F_{r_{\Sigma}}^{\max} = 138(1+0,8) = 248,4 \text{ Н.}$$

Если $S = 2$, то

$$F_{r_{\Sigma}} = F_{r_{\Sigma}}^{\max} / 2 = 248,4 / 2 = 124,2 \text{ Н.}$$

По формуле (14) находим, что для подшипника № 207 с минимальным радиальным зазором $g_r = 6$ мкм

$$\begin{aligned} \operatorname{tg}\alpha_{\max} &= 2 \cdot 2 \cdot \sin 7,69^\circ - \operatorname{tg} 7,69^\circ = 0,4 \\ (\alpha_{\max}) &= 21,8^\circ, \end{aligned}$$

когда

$$\begin{aligned} F_{r_{\Sigma}} &= 100 \text{ Н} \quad (S = 248,4 / 100 = 2,484), \\ \operatorname{tg}\alpha_{\max} &= 2 \cdot 2,484 \cdot \sin 7,69^\circ - \operatorname{tg} 7,69^\circ = 0,554 \\ (\alpha_{\max}) &= 29^\circ. \end{aligned}$$

В первом случае сила F_a составляет 40 % от неиспользованной радиальной нагрузки, во втором случае — 37,3 %.

Неиспользованная радиальная нагрузка

$$F_{r_{\Sigma}}^h = F_{r_{\Sigma}}^{\max} - F_{r_{\Sigma}} = F_{r_{\Sigma}}(S-1). \quad (18)$$

Найдем отношение $F_{a_{\max}} / F_{r_{\Sigma}}^h$:

$$k = \frac{F_{a_{\max}}}{F_{r_{\Sigma}}^h} = \frac{F_{r_{\Sigma}}(2S \sin \alpha_c - \operatorname{tg} \alpha_c)}{F_{r_{\Sigma}}(S-1)}. \quad (19)$$

Из выражения (18) определим величину S :

$$S = \frac{k - \operatorname{tg} \alpha_c}{k - 2 \sin \alpha_c}. \quad (20)$$

Формула (20) позволяет определить величину S (при $S > 1$ в зависимости от той доли, которую осевая сила может составлять от неиспользованной радиальной нагрузки. Так, для того же подшипника № 207 при $k = 0,7$ (70 %) $S = 1,31$. Когда $k = 1$ (100 %) $S = 1,18$ $k = 1,2$ (120 %) $S = 1,14$. Таким образом, утверждение о том, что предельная осевая нагрузка не должна превышать 70 % от неиспользованной радиальной, лишено основания.

При составлении расчетной схемы вала, в качестве опор которого используются шариковые радиальные подшипники, вал представляют как балку на двух опорах. Одна из опор — неподвижный шарнир, другая — подвижный шарнир. В этом случае вал деформируется только на участке между точкой приложения силы F_a и шарнирно-неподвижной опорой (сжимается), а остальная часть вала (между силой F_a и шарнирно-подвижной опорой) не деформируется [19]. Однако характер деформации вала между опорами в данном случае иной. Судя по рис. 2, правая часть вала (от силы F_a до правой опоры) растянута, а левая (от силы F_a до левой опоры) сжата. Растягивающая сила $F_t = (R_2 + R_2^!) \sin \alpha_c$ формируется в правой опоре, а сжимающая $F_c = (R_1 + R_1^!) \sin \alpha_c$ — в левой. Поэтому на расчетной схеме вала обе опоры должны быть шарнирно-неподвижными.

Схема нагружения вала и эпюра продольных сил приведены на рис. 3, а также показаны вертикальные и горизонтальные реакции опор.

Вертикальная реакция в каждой опоре является суммой двух реакций: суммарной вертикальной реакции тел качения нижней части подшипников ($R_1^! \cos \alpha_c$ и $R_2^! \cos \alpha_c$) и суммарной вертикальной реакции тел качения верхней части подшипников ($R_1^! \sin \alpha_c$ и $R_2^! \sin \alpha_c$). Используя соотношение между реакциями $R_2 / R_1 = m = a / b$, из выражений (11) и (12) можно получить формулы для определения всех нормальных реакций:

$$R_1 = \frac{F_{\kappa}}{2} \frac{b}{a+b} \left(\frac{\operatorname{tg} \alpha}{\sin \alpha_c} + \frac{1}{\cos \alpha_c} \right), \quad (21)$$

$$R_1^! = \frac{F_{\kappa}}{2} \frac{b}{a+b} \left(\frac{\operatorname{tg} \alpha}{\sin \alpha_c} - \frac{1}{\cos \alpha_c} \right), \quad (22)$$

$$R_2 = \frac{F_{\kappa}}{2} \frac{a}{a+b} \left(\frac{\operatorname{tg} \alpha}{\sin \alpha_c} + \frac{1}{\cos \alpha_c} \right), \quad (23)$$

$$R_2^! = \frac{F_{\kappa}}{2} \frac{a}{a+b} \left(\frac{\operatorname{tg} \alpha}{\sin \alpha_c} - \frac{1}{\cos \alpha_c} \right). \quad (24)$$

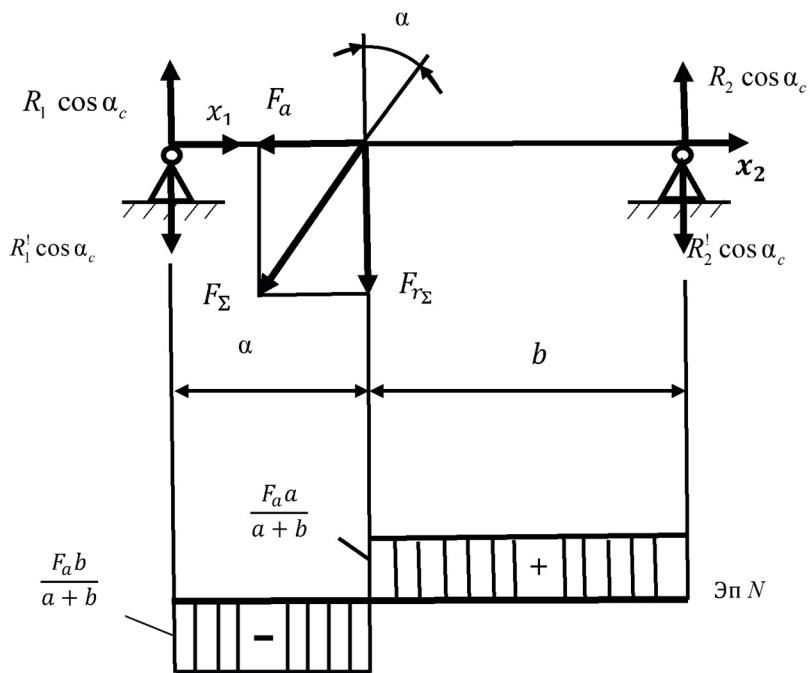


Рис. 3. Схема нагружения вала и эпюра продольных сил

Источник: выполнено Ю.В. Белоусовым

Figure 3. Shaft loading diagram and longitudinal force diagram

Source: by Yu.V. Belousov

Горизонтальные реакции опор определяются следующим образом:

$$x_1 = (R_1 + R_1^!) \sin \alpha_c = \frac{F_{\kappa} b}{a+b} \operatorname{tg} \alpha = \frac{F_a b}{a+b} \quad (25)$$

$$\text{и} \quad x_2 = (R_2 + R_2^!) \sin \alpha_c = \frac{F_{\kappa} a}{a+b} \operatorname{tg} \alpha = \frac{F_a a}{a+b}. \quad (26)$$

Очевидно, что наибольшая из всех реакций опор, которая должна использоваться при подборе подшипников (в данном случае это R_1), будет больше реакции $R_{1_T} = F_{\kappa} b / (a+b)$, которая обычно принимается в подобной ситуации¹ [19].

¹ Писаренко Г.С., Яковлев А.П., Матвеев В.В. Справочник по сопротивлению материалов. 2-е изд., перераб. и доп. Киев : Наук. Думка, 1988. 736 с.

Даже если $\alpha = \alpha_c$, то согласно формуле (21)

$$\frac{R_l}{R_{l_T}} = \frac{F_r}{\cos \alpha_c} \cdot \frac{b}{a+b} = \frac{R_{l_T}}{\cos \alpha_c}. \quad (27)$$

Для подшипника № 207 нормальной группы радиального зазора при минимальном значении свободного угла контакта $\alpha_c = 7,69^\circ$ и при $\alpha = \alpha_c$, по формуле (21) получим, что $R_l = 1,01R_{l_T}$. То есть сила R_l больше силы R_{l_T} всего на 1 %. Однако при увеличении угла α до предельного в данном случае значения $\alpha_{max} = 21,8^\circ$, например при $S = 2$,

$$\begin{aligned} \frac{R_l}{R_{l_T}} &= \frac{1}{2} \left(\frac{\operatorname{tg} \alpha_{max}}{\sin \alpha_c} + \frac{1}{\cos \alpha_c} \right) = \\ &= \frac{1}{2} \left(\frac{\operatorname{tg} 21,8^\circ}{\sin 7,69^\circ} + \frac{1}{\cos 7,69^\circ} \right) = 2. \end{aligned}$$

При максимальном значении угла $\alpha_c = 14,07^\circ$ получим

$$\alpha_{max} = \operatorname{arc tg} (2 \cdot 2 \cdot \sin 14,07^\circ - \operatorname{tg} 14,07^\circ) = 35,82^\circ$$

и

$$\begin{aligned} \frac{R_l}{R_{l_T}} &= \frac{1}{2} \left(\frac{\operatorname{tg} \alpha_{max}}{\sin \alpha_c} + \frac{1}{\cos \alpha_c} \right) = \\ &= \frac{1}{2} \left(\frac{\operatorname{tg} 35,82^\circ}{\sin 14,07^\circ} + \frac{1}{\cos 14,07^\circ} \right) = 2. \end{aligned}$$

То есть наибольшая реакция опор в обоих случаях больше традиционно принимаемой в два раза.

Таким образом, осевая нагрузка на вал F_a достаточно сильно влияет на работоспособность шариковых радиальных однорядных подшипников. Однако при подборе подшипников по статической грузоподъемности или при проверочном расчете на статическую грузоподъемность, данное обстоятельство практически не учитывается. При расчете данных под-

шипников эквивалентная статическая нагрузка определяется по формуле $P_{or} = X_0 F_r + Y_0 F_a$, где X_0 и Y_0 — коэффициенты соответственно радиальной и осевой нагрузок. Коэффициенты X_0 и Y_0 плохо отражают влияние осевой нагрузки на нагруженность опор подшипника. Для угла контакта подшипника 0° , что характерно для шариковых радиальных однорядных подшипников, и вовсе принимается, что $P_{or} = F_r$.

Заключение

В качестве опор валов и вращающихся осей довольно часто используются шариковые радиальные подшипники. Они предназначены для восприятия в основном радиальной нагрузки. Однако данные подшипники оказываются достаточно работоспособными при действии также и осевой нагрузки. При этом степень влияния осевой нагрузки на работоспособность указанных подшипников до сих пор неизвестна. Для оценки степени влияния осевой нагрузки на работоспособность подшипников данного типа рассмотрен характер взаимодействия тел качения и колец шариковых радиальных однорядных подшипников, установленных в распор, под действием комбинированной нагрузки. При этом учитывалось, что угол контакта тел качения с кольцами зависит от радиального зазора, который имеет место у большинства подшипников данного типа.

Разработана методика определения предельной радиальной и осевой нагрузки на данные подшипники. Установлена связь между ними. Получены выражения, связывающие осевую нагрузку с неиспользованной радиальной. На конкретных примерах показано, что наибольшая реакция опор с шариковыми радиальными однорядными подшипниками при действии на вал комбинированной нагрузки, когда осевая нагрузка является предельной, может превышать в два раза аналогичную реакцию опор при действии на вал только радиальной нагрузки той же величины. Слишком большая

погрешность в определении реакций опор вала сильно снижает работоспособность подобранных для него подшипников, ускоряя их выход из строя.

При составлении расчетной схемы вала, в качестве опор которого используются шариковые радиальные подшипники, вал всегда представляется как балка на двух шарирных опорах. Одна из опор — неподвижный шарнир, другая — подвижный шарнир. Установлено, что при действии комбинированной нагрузки данное положение является ошибочным. На самом деле обе опоры работают как неподвижные шарниры, поскольку обе воспринимают осевую нагрузку. При этом одна часть вала между опорами оказывается растянутой, а другая — сжатой. Границей между растянутой и сжатой зонами является точка приложения осевой силы.

Таким образом, осевая нагрузка на вал достаточно сильно влияет на работоспособность шариковых радиальных подшипников. При подборе подшипников по статической грузоподъемности или при проверочном расчете на статическую грузоподъемность данное обстоятельство практически не учитывается. Эквивалентная статическая нагрузка для данных подшипников определяется с помощью коэффициентов радиальной и осевой нагрузок. Эти коэффициенты не в полной мере отражают влияние осевой нагрузки на работоспособность опор подшипников. Для угла контакта тел качения с кольцами 0° , что характерно для шариковых радиальных подшипников, эквивалентная статическая нагрузка и вовсе приравнивается к радиальной.

Список литературы

1. Белоусов Ю.В., Кириловский В.В., Рекач Ф.В. Исследование влияния степени соприкосновения поверхностей качения на контактные напряжения в шариковых радиальных подшипниках // Вестник Российского университета дружбы народов. Серия: Инженерные исследования. 2022. Т. 23. № 3. С. 213–223. <https://doi.org/10.22363/2312-8143-2022-23-3-213-223>

2. Jiaxian C, Wentao M, Yuejian Ch. Transferable health indication for rolling bearings: a new solution of cross-

working condition monitoring of degradation process // 2020 Asia-Pacific International Symposium on Advanced Reliability and Maintenance Modeling; 2020 Aug 20–23; Vancouver, BC, Canada, 2020. P. 1–6. <http://doi.org/10.1109/APARM49247.2020.9209439>

3. Paulson N.R., Evans N.E., Bomidi J.A.R., Sadeghi F., Evans R.D., Mistry K.K. A finite element model for rolling contact fatigue of refurbished bearings // Tribology International. 2015. Vol. 85. P. 1–9. <https://doi.org/10.1016/j.triboint.2014.12.006>

4. Орлов А.В. Повышение статической грузоподъемности шарикоподшипников // Проблемы машиностроения и надежности машин. 2009. № 5. С. 67–70. EDN: KUIAEH

5. Полубарьев И.Н., Дворянинов И.Н., Салиев Е.Р. Экспериментальная проверка нового подхода к определению нагрузок, действующих на шариковые радиальные однорядные подшипники // Форум молодых ученых. 2017. № 9 (13). С. 591–600. EDN: ZSYWB

6. Bogdański S., Trajer M.A. Dimensionless multi-size finite element model of a rolling contact fatigue crack // Wear. 2005. Vol. 258. Issue 7–8. P. 1265–1272. <https://doi.org/10.1016/j.wear.2004.03.036>

7. Weinzapfel N., Sadeghi F., Bakolas V. A 3D finite element model for investigating effects of material microstructure on rolling contact fatigue // Tribology and Lubrication Technology. 2011. Vol. 67. Issue 1. P. 17–19.

8. Abdullah M.U., Khan Z.A., Kruhoeffer W., Blass T.A. 3D finite element model of rolling contact fatigue for evolved material response and residual stress estimation // Tribology Letters. 2020. Vol. 68. Article no. 122. <https://doi.org/10.1007/s11249-020-01359-w>

9. Golmohammadi Z., Sadeghi F.A. 3D finite element model for investigating effects of refurbishing on rolling contact fatigue // Tribology Transactions. 2020. Vol. 63. Issue 2. P. 251–264. <https://doi.org/10.1080/10402004.2019.1684606>

10. Lin H., Wu F., He G. Rolling bearing fault diagnosis using impulse feature enhancement and nonconvex regularization // Mechanical Systems and Signal Processing. 2020. Vol. 142. Article no. 106790. <https://doi.org/10.1016/j.ymssp.2020.106790>

11. Wang H., Du W. A new K-means singular value decomposition method based on self-adaptive matching pursuit and its application in fault diagnosis of rolling bearing weak fault // International Journal of Distributed Sensor Networks. 2020. Vol. 16 (5). <https://doi.org/10.1177/1550147720920781>

12. Кириловский В.В., Белоусов Ю.В. Теоретическое обоснование новых особенностей работы подшипников качения в условиях комбинированного нагружения // Вестник Российского университета дружбы народов. Серия: Инженерные исследования. 2021. Т. 22.

№ 2. С. 184–195. <https://doi.org/10.22363.2312-8143-2021-22-2-184-195>

13. Кириловский В.В., Белоусов Ю.В. Экспериментальная проверка новых особенностей работы подшипников в условиях комбинированного нагружения // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2021. Т. 17. № 3. С. 278–287. <https://doi.org/10.22363/1815-5235-2021-17-278-287>

14. Перель Л.Я., Филатов А.А. Подшипники качения : расчет, проектирование и обслуживание опор: справочник. 2-е изд., перераб. и доп. Москва : Машиностроение, 1992. 608 с. URL: <https://djvu.online/file/Mf8F75AEZust1> (дата обращения: 15.02.2025).

15. Vijay A, Sadeghi F. A continuum damage mechanics framework for modeling the effect of crystalline anisotropy on rolling contact fatigue // Tribology International. 2019. Vol. 140. Article no. 105845. <https://doi.org/10.1016/j.triboint.2019.105845>

16. Gaikwad J.A., Gholap Y.B., Kulkarni J.V. Bearing fault detection using Thomson's multitaper periodogram // 2018 Second International Conference on Intelligent Computing and Control Systems (ICICCS). 2018. P. 1135–1139. <https://doi.org/10.1109/ICCONS.2018.8663183>

17. Gao Z., Lin J., Wang X., Xu X. Bearing fault detection based on empirical wavelet transform and correlated kurtosis by acoustic emission // Materials. 2017. Vol. 10. Issue 6. Article no. 571. <https://doi.org/10.3390/ma10060571>

18. Smith W.A., Randall R.B. Diagnostics using the case western reserve university data: a benchmark study // Mechanical Systems and Signal Processing. 2015. Vol. 64–65. P. 100–131. <https://doi.org/10.1016/j.ymssp.2015.04.021>

19. Леликов О.П., Дунаев П.Ф. Конструирование узлов и деталей машин. МГТУ им. Н.Э. Баумана. 2019. 568 с. URL: <https://djvu.online/file/yR2BAHvmATGAK> (дата обращения: 15.02.2025).

4. Orlov A.V. Increasing the static load capacity of ball bearing. *Journal of Machinery Manufacture and reliability*. 2009;(5):67–70. (In Russ.) EDN: KUIAEH

5. Polubaryev IN, Dvoryaninov IN, Saliev ER. Experimental verification of a new approach to the determination of the loads acting on the single-row radial ball bearings. *Forum of Young Scientists*. 2017;9(13):591–600. (In Russ.) EDN: ZSJYWB

6. Bogdański S, Trajer MA. Dimensionless multi-size finite element model of a rolling contact fatigue crack. *Wear*. 2005;258(7–8):1265–1272. <https://doi.org/10.1016/j.wear.2004.03.036>

7. Weinzapfel N, Sadeghi F, Bakolas V. A 3D finite element model for investigating effects of material microstructure on rolling contact fatigue. *Tribology and Lubrication Technology*. 2011;67(1):17–19.

8. Abdullah MU, Khan ZA, Kruhoeffer W, Blass T. A 3D finite element model of rolling contact fatigue for evolved material response and residual stress estimation. *Tribology Letters*. 2020;68:122. <https://doi.org/10.1007/s11249-020-01359-w>

9. Golmohammadi Z, Sadeghi FA. 3D finite element model for investigating effects of refurbishing on rolling contact fatigue. *Tribology Transactions*. 2020;63(2):251–264. <https://doi.org/10.1080/10402004.2019.1684606>

10. Lin H, Wu F, He G. Rolling bearing fault diagnosis using impulse feature enhancement and nonconvex regularization. *Mechanical Systems and Signal Processing*. 2020;142:106790. <https://doi.org/10.1016/j.ymssp.2020.106790>

11. Wang H, Du W. A new K-means singular value decomposition method based on self-adaptive matching pursuit and its application in fault diagnosis of rolling bearing weak fault. *International Journal of Distributed Sensor Networks*. 2020;16(5). <https://doi.org/10.1177/1550147720920781>

12. Kirilovskiy VV, Belousov YuV. Theoretical substantiation of new features of rolling bearings operation under combined loading conditions. *RUDN Journal of Engineering Research*. 2021;22(2):184–195. (In Russ.) <https://doi.org/10.22363/2312-8143-2021-22-2-184-195>

13. Kirilovskiy VV, Belousov YuV. Experimental verification of new features of bearing operation under combined loading conditions. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*. 2021;17(3):278–287. <https://doi.org/10.22363/1815-5235-2021-17-278-287>

14. Perel LYa, Filatov AA. *Rolling bearings: Calculation, design and maintenance of supports: Handbook*. Moscow: Mashinostroenie Publ.; 1992. (In Russ.) Available from: <https://djvu.online/file/Mf8F75AEZust1> (accessed: 15.02.2025).

15. Vijay A, Sadeghi F. A continuum damage mechanics framework for modeling the effect of crystalline

References

1. Belousov YuV, Kirilovskiy VV. Investigation of the influence of the degree of contact of rolling surfaces on contact stresses in ball radial bearing. *RUDN Journal of Engineering Research*. 2022;23(3):213–223. (In Russ.) <https://doi.org/10.22363/2312-8143-2022-23-3-213-223>

2. Jiaxian C, Wentao M, Yuejian Ch. Transferable health indication for rolling bearings:a new solution of cross-working condition monitoring of degradation process. *2020 Asia-Pacific International Symposium on Advanced Reliability and Maintenance Modting*. IEEE; 2020. P. 1–6. <http://doi.org/10.1109/APARM49247.2020.9209439>

3. Paulson NR, Evans NE, Bomidi JAR, Sadeghi F, Evans RD, Mistry KK. A finite element model for rolling contact fatigue of refurbished bearings. *Tribology International*. 2015;85:1–9. <https://doi.org/10.1016/j.triboint.2014.12.006>

- anisotropy on rolling contact fatigue. *Tribology International*. 2019;140:105845. <https://doi.org/10.1016/j.triboint.2019.105845>
16. Gaikwad JA, Gholap YB, Kulkarni JV. Bearing fault detection using Thomson's multitaper periodogram. *2018 Second International Conference on Intelligent Computing and Control Systems (ICICCS)*; 2018 June 14–15. IEEE; 2019. P. 1135–1139. <https://doi.org/10.1109/ICCONS.2018.8663183>
17. Gao Z, Lin J, Wang X, Xu X. Bearing fault detection based on empirical wavelet transform and correlated kurtosis by acoustic emission. *Materials*. 2017;10(6):571. <https://doi.org/10.3390/ma10060571>
18. Smith WA, Randall RB. Rolling element bearing diagnostics using the case western reserve university data: a benchmark study. *Mechanical Systems and Signal Processing*. 2015;64–65:100–131. <https://doi.org/10.1016/j.ymssp.2015.04.021>
19. Lelikov OP, Dunayev PF. *Design of machine units and parts*. Bauman Moscow State Technical University Publ.; 2019. (In Russ.) Available from: <https://djvu.online/file/yR2BAHvmATGAK> (accessed: 15.02.2025).

Сведения об авторах

Белоусов Юрий Вениаминович, кандидат технических наук, доцент кафедры основ конструирования машин, Московский государственный технический университет им. Н.Э. Баумана (национальный исследовательский университет), г. Москва, Российская Федерация; доцент кафедры технологий строительства и конструкционных материалов, инженерная академия, Российский университет дружбы народов, Российская Федерация, 117198, г. Москва, ул. Миклухо-Маклая, д. 6; eLIBRARY SPIN-код: 7102-6966, ORCID: 0000-0002-7591-8313; e-mail: juvbelousov@bmstu.ru

Шамбина Светлана Львовна, кандидат технических наук, доцент кафедры технологий строительства и конструкционных материалов, инженерная академия, Российский университет дружбы народов, Российская Федерация, Российская Федерация, 117198, г. Москва, ул. Миклухо-Маклая, д. 6; eLIBRARY SPIN-код: 5568-0834, ORCID: 0000-0002-9923-176X; e-mail: shambina_sl@mail.ru

Рекач Федор Владимирович, кандидат технических наук, доцент кафедры технологий строительства и конструкционных материалов, инженерная академия, Российский университет дружбы народов, Российская Федерация, Российская Федерация, 117198, г. Москва, ул. Миклухо-Маклая, д. 6; eLIBRARY SPIN-код: 5568-0834, ORCID: 0000-0002-8584-6755; e-mail: rekfedor@yandex.ru

Киреев Олег Леонидович, старший преподаватель кафедры технологий строительства и конструкционных материалов, инженерная академия, Российский университет дружбы народов, Российская Федерация, Российская Федерация, 117198, г. Москва, ул. Миклухо-Маклая, д. 6; ORCID: 0009-0002-1523-9439; e-mail: kireev.ol@pfur.ru

Bio notes:

Yuriy V. Belousov, PhD (Technical Sciences), Associate Professor of the Department of Fundamentals of Machine Design, Bauman Moscow State Technical University (National Research University), Moscow, Russian Federation; Associate Professor of the Department of Construction Technology and Structural Materials, Academy of Engineering, RUDN University, 6 Miklukho-Maklaya St, Moscow, 117198, Russian Federation; eLIBRARY SPIN-code: 7102-6966, ORCID: 0000-0002-7591-8313; e-mail: juvbelousov@bmstu.ru

Svetlana L. Shambina, PhD (Technical Sciences), Associate Professor of the Department of Construction Technology and Structural Materials, Academy of Engineering, RUDN University, 6 Miklukho-Maklaya St, Moscow, 117198, Russian Federation; eLIBRARY SPIN-code: 5568-0834, ORCID: 0000-0002-9923-176X; e-mail: shambina_sl@mail.ru

Fedor V. Rekach, PhD (Technical Sciences), Associate Professor of the Department of Construction Technology and Structural Materials, Academy of Engineering, RUDN University, 6 Miklukho-Maklaya St, Moscow, 117198, Russian Federation; eLIBRARY SPIN-code: 8591-7547, ORCID: 0000-0002-8584-6755; e-mail: rekfedor@yandex.ru

Oleg L. Kireev, Senior Lecturer of the Department of Construction Technology and Structural Materials, Academy of Engineering, RUDN University, 6 Miklukho-Maklaya St, Moscow, 117198, Russian Federation; ORCID: 0009-0002-1523-9439; e-mail: kireev.ol@pfur.ru