



DOI: 10.22363/2312-8143-2024-25-3-237-250

УДК 629.7

EDN: WUHEQL

Научная статья / Research article

Математическая модель и алгоритм оптимального приемочного контроля надежности иерархических систем космической техники в условиях единичного и мелкосерийного производства

М.Ш. Насибулин^{ID}, В.Б. Рудаков^{ID}✉

Научно-исследовательский институт космических систем им. А.А. Максимова — филиал АО «Государственный космический научно-производственный центр им. М.В. Хруничева»,
Московская область, г. Королев, Россия
✉ info.niiks@khrunichev.ru

История статьи

Поступила в редакцию: 3 июня 2024 г.

Доработана: 11 августа 2024 г.

Принята к публикации: 22 августа 2024 г.

Заявление о конфликте интересов

Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

Вклад авторов

Нераздельное соавторство.

Аннотация. Рассматривается задача статистического приемочного контроля надежности сложных систем космической техники (КТ) в двухуровневой иерархической структуре: при производстве изделий КТ, составляющих иерархическую систему КТ, и производстве системы в целом. Разработана математическая модель и алгоритм определения оптимальных планов контроля надежности в этой структуре. Планы контроля взаимосвязаны и оптимальны с точки зрения минимума целевых функций экономических затрат на контроль и потерь, связанных с рисками принятия ошибочных решений, которые являются усеченными. Модель и алгоритм позволяют учесть результаты контроля надежности изделий, составляющих систему, при планировании оптимального контроля надежности системы в целом, что обеспечит снижение экономических затрат на контроль и потерь при подтверждении высоких требований, предъявляемых к надежности сложных систем КТ в условиях недостатка статистической информации.

Ключевые слова: космическая техника (КТ), система КТ, производство КТ, контроль параметров системы КТ, надежность системы КТ, риски 1-го и 2-го рода, экономические затраты, экономические потери

Для цитирования

Насибулин М.Ш., Рудаков В.Б. Математическая модель и алгоритм оптимального приемочного контроля надежности иерархических систем космической техники в условиях единичного и мелкосерийного производства // Вестник Российского университета дружбы народов. Серия: Инженерные исследования. 2024. Т. 25. № 3. С. 237–250. <http://doi.org/10.22363/2312-8143-2024-25-3-237-250>

A Mathematical Model and algorithm for Optimal Acceptance Control of the Reliability of Hierarchical Space Technology Systems in Conditions of Single and Small-Scale Production

Marat Sh. Nasibulin^{id}, Valery B. Rudakov^{id}✉

A.A. Maksimov Space Systems Research Institute — branch of Khrunichev State Research and Production Space Center, *Korolev, Moscow region, Russia*
✉ info.niiks@khrunichev.ru

Article history

Received: June 3, 2024
Revised: August 11, 2024
Accepted: August 22, 2024

Conflicts of interest

The authors declare that there is no conflict of interest.

Authors' contribution

Undivided co-authorship.

Abstract. The problem of statistical acceptance control of reliability of complex space technology systems in a two-level hierarchical structure is considered: in the production of space technology products that make up the hierarchical system of space technology, and in the production of the system as a whole. A mathematical model and algorithm for determining optimal reliability control plans in this structure have been developed. Control plans are interrelated and optimal in terms of minimizing the target functions of the economic costs of control and losses associated with the risks of making erroneous decisions, which are truncated. The model and algorithm make it possible to take into account the results of reliability control of the products that make up the system when planning optimal reliability control of the system as a whole, which will reduce the economic costs of control and losses when confirming the high requirements for reliability of complex space technology systems in conditions of lack of statistical information.

Keywords: space technology (ST), ST system, ST production, ST system parameter control, ST system reliability, risks of the 1st and 2nd kinds, economic costs, economic losses

For citation

Nasibulin MSh, Rudakov VB. A mathematical model and algorithm for optimal acceptance control of the reliability of hierarchical space technology systems in conditions of single and small-scale production. *RUDN Journal of Engineering Research*. 2024;25(3):237–250. (In Russ.) <http://doi.org/10.22363/2312-8143-2024-25-3-237-250>

Введение

Как известно, этап производства является важнейшим этапом создания космической техники (КТ). При этом особенностью производства систем КТ является его мелкосерийность, а системы, которые изготавливаются по коммерческим заказам, вообще не имеют серийности, то есть изготавливаются в единичных экземплярах. Кроме того, требования, предъявляемые в технической документации к надежности систем КТ, очень высокие, что влечет за собой значительные экономические затраты на контроль выполнения этих требований [1]. При этом отказ

от проведения каких-либо видов приемочного контроля с целью экономии денежных средств вызывает опасения возникновения отказов в космическом пространстве, аварий в полете и т.д., которые приносят существенные финансовые и престижные потери для России.

Более того, современное состояние и перспективы развития КТ характеризуются следующими особенностями:

- возрастанием спектра задач, выполняемых в космосе за счет внедрения новых технологий;
- увеличением конструктивной и функциональной сложности систем КТ;

- дальнейшим повышением требований, предъявляемых к надежности систем КТ;
- увеличением экономических затрат на производство и контроль заданных требований;
- увеличением потерь, связанных с рисками принятия ошибочных решений при контроле выполнения заданных требований в условиях мелкосерийного производства.

Все эти особенности и тенденции приводят к еще большему увеличению стоимостных затрат на создание КТ.

Проведенный анализ [2] показал, что производство систем КТ идет по уровням иерархии, его следует рассматривать как единый процесс и учитывать постоянное изменение и накопление статистической информации о результатах приемочного контроля надежности на каждом уровне иерархии для повышения достоверности контроля выполнения заданных требований.

Анализ практики и особенностей приемочного контроля надежности таких систем также показал:

- контроль в общем случае носит выборочный характер;
- приемочный контроль низших уровней иерархии, то есть изделий, составляющих систему, на их заводах-изготовителях, предшествует контролю системы в целом после ее изготовления на сборочном предприятии-изготовителе;
- результаты контроля низших уровней системы свидетельствуют не только о состоянии данного уровня, но и несут определенную долю информации о надежности системы в целом. В условиях единичного и мелкосерийного производства систем КТ, которое характеризуется недостатком статистической информации для достоверного подтверждения заданных требований, это должно учитываться при

планировании и проведении контроля более высоких уровней. То есть статистические планы контроля этих технических объектов должны быть взаимосвязаны.

Актуальность и важность проблемы контроля качества и надежности КТ нашли отражение в трудах многих российских ученых, например: С.Н. Шевченко [3–6], Ю.В. Богданова, С.В. Ульянова, Д.А. Пузаня [7], В.Я. Гечи, Р.Н. Барбула, Н.И. Сидняева, Ю.И. Бутенко [8], Ю.Н. Дорохина, И.А. Круглова, Ю.В. Кругловой [9], А.Ю. Колобова, Ю.А. Петрова [10], Д.М. Кривопалова, А.Е. Давыдова, Р.Н. Барбула [11], С.В. Кудрявцева В.М. Розовенко [12], В.В. Ламзин, В.А. Ламзин [13], В.М. Макарова [14; 15], В.А. Милованова [16], И.А. Соцков [17]. За рубежом вопросу контроля надежности КТ также уделяется пристальное внимание как учеными [18; 19], так и практическими специалистами [20].

Основные требования, а также порядок и правила обеспечения контроля надежности и безопасности космических систем, комплексов и автоматических космических аппаратов единичного (мелкосерийного) изготовления с длительными сроками активного существования регламентированы Национальными стандартами Российской Федерации ГОСТ Р 56516-2015¹ и ГОСТ Р 56526-2015².

1. Материалы и методы

В то же время проведенный анализ основных существующих методов статистического выборочного контроля, например [1], показал, что они основаны на использовании статистических планов контроля вида $(n, \alpha, \beta, c = 0)$. Здесь n — объем контроля, α и β — безусловные риски 1-го и 2-го рода (забраковать годное изделие и принять дефектное, с точки зрения

¹ ГОСТ Р 56516–2015. Порядок и правила обеспечения контроля надежности и безопасности космических систем, комплексов и автоматических космических аппаратов единичного(мелкосерийного) изготовления с длительными сроками активного существования. М.: Стандартинформ, 2016. 32 с.

² ГОСТ Р 56526–2015. Требования надежности и безопасности космических систем, комплексов и автоматических космических аппаратов единичного (мелкосерийного) изготовления с длительными сроками активного существования. М.: Стандартинформ, 2016. 50 с.

выполнения заданных требований), $c = 0$ — приемочное число плана контроля. Эти методы не учитывают виды контроля по иерархии изготовления систем КТ в производстве, используют различные целевые функции для учета экономических составляющих контроля, ориентированы на значительные объемы статистических данных, которые при производстве отсутствуют.

Кроме того, использование вероятностно-статистических методов теории надежности, основанных на определении оценок вероятностей безотказной работы изделий и системы в целом, также затруднительно, поскольку оценки, полученные по ограниченному объему статистических данных, являются случайными величинами, обладают недостаточной достоверностью, что может привести к ошибочным результатам.

Таким образом, в современных условиях весьма актуальной является задача подтверждения постоянно возрастающих требований к надежности сложных систем КТ, в условиях недостатка статистической информации, характерных для единичного и мелкосерийного производства, обеспечивая при этом минимум затрат на контроль и потерь, связанных с рисками принятия ошибочных решений о выполнении этих требований.

2. Обсуждение

Для решения поставленной задачи рассмотрим систему КТ, которая состоит из совокупности S независимых изделий (подсистем). Каждое изделие изготавливается на собственном предприятии-изготовителе. Далее готовые изделия поступают на головное сборочное предприятие, где из них изготавливается система в целом.

Контроль заданных требований к надежности в процессе производства систем КТ осуществляется по уровням иерархии их создания и проводится при следующих видах контроля [1]:

– при заводских испытаниях на предприятиях-изготовителях после изготовления каждого

j -го изделия, $j = \overline{1, S}$, из которых состоит система;

– при приемо-сдаточных испытаниях системы в целом после ее изготовления на головном сборочном предприятии.

Реализация этих видов контроля позволяет оценить взаимодействие и взаимовлияние отдельных изделий на надежность системы в целом.

Вместе с тем, как отмечалось, поскольку готовая система КТ имеет определенную структуру построения из изделий и контроль их надежности предшествует контролю надежности системы в целом, то результаты этого предшествующего контроля будут нести не только информацию о надежности самих изделий, но и долю информации о надежности системы в целом. Исследования показали, что аналитически эту информацию при планировании контроля готовой системы можно учесть на уровне вероятностей, то есть рисков 1-го и 2-го рода, входящих в статистический план контроля надежности системы. То есть риски 1-го и 2-го рода, возникающие при контроле надежности готовой системы, будут функциями рисков 1-го и 2-го рода, возникающих при предшествующем контроле надежности изделий, из которых состоит система. Физически это означает, что риски принятия ошибочных решений при контроле надежности готовой системы КТ являются не только функциями заданных требований к ее надежности и объема контроля этой системы. Они также являются функциями соответствующих рисков 1-го и 2-го рода, которые возникают при предшествующем контроле изделий с учетом результатов этого контроля. А поскольку контроль надежности изделий как составных частей иерархической системы КТ предшествует контролю ее надежности после изготовления, эту информацию необходимо учитывать при планировании контроля готовой системы. То есть план контроля надежности готовой системы должен быть связан со статистическими планами предшествующего контроля и результатами контроля надежности изделий, составляющих систему, что особенно

важно в условиях недостатка статистической информации для достоверного подтверждения заданных требований.

В работах [1; 2] для оптимизации планов контроля иерархических систем КТ были использованы планы контроля, основанные на минимизации целевых функций затрат на контроль и потерь, связанных с рисками принятия ошибочных решений. Эти целевые функции теоретически обоснованы с использованием аппарата алгебры событий и теории принятия решений и вытекают из самой статистической структуры контроля. Они имеют следующий вид:

– для контроля надежности изделий при заводских испытаниях на предприятиях-изготовителях после изготовления каждого j -го изделия, $j = \overline{1, S}$, из которых состоит система:

$$C_j = C_{1j}\alpha_j + C_{2j}\beta_j + C_{1kj}n_j, \quad (1)$$

– для контроля надежности при приемодаточных испытаниях системы в целом после ее изготовления на головном сборочном предприятии:

$$C_c = C_{1c}\alpha_c + C_{2c}\beta_c + C_{1kc}n_c, \quad (2)$$

где $C_{1\alpha}$ — математическое ожидание экономических потерь (индексы опущены) за счет браковки годного изделия или системы, т.е. удовлетворяющих заданным требованиям к надежности (α — безусловная вероятность забраковать годное изделие (систему), т.е. риск 1-го рода); $C_{2\beta}$ — математическое ожидание экономических потерь за счет приемки дефектного изделия (системы), т.е. не удовлетворяющих заданным требованиям к надежности (β — безусловная вероятность принять дефектное изделие (систему), т.е. риск 2-го рода); C_1, C_2, C_{1k} — средние потери и затраты (математические ожидания) на контроль надежности изделия (системы) в течение времени испытаний; n — объем контроля, подлежащий определению (количество циклов контроля, связанное с временем испытаний и т.д.).

При этом риски 1-го и 2-го рода определяют достоверность контроля надежности.

Рассмотрена наиболее общая биномиальная схема контроля, и в работах [21] были получены математические зависимости для оценки рисков 1-го и 2-го рода, которые определяются на основе использования априорного распределения, сопряженного биномиальному плану контроля [22], следующим образом:

$$\begin{aligned} \alpha &= \int_{P_{\text{тр}}}^1 (1 - P^n) f(P) dP = \\ &= \frac{\Gamma(a+b)}{\Gamma(a)\Gamma(b)} \int_{P_{\text{тр}}}^1 (1 - P^n) P^{b-1} (1 - P)^{a-1} dP, \quad (3) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \beta &= \int_0^{P_{\text{тр}}} P^n f(P) dP = \\ &= \frac{\Gamma(a+b)}{\Gamma(a)\Gamma(b)} \int_0^{P_{\text{тр}}} P^{n+b-1} (1 - P)^{a-1} dP, \quad (4) \end{aligned}$$

где $\Gamma(\dots)$ — полная гамма-функция или интеграл Эйлера второго рода; $P_{\text{тр}}$ — заданное значение вероятности безотказной работы изделия; P — истинное значение показателя надежности изделия, трактуется как случайная величина (в байесовском смысле), имеющая плотность бета-распределения

$$f(P) = \frac{\Gamma(a+b)}{\Gamma(a)\Gamma(b)} P^{b-1} (1 - P)^{a-1}. \quad (5)$$

Здесь использован известный результат [22], что сопряженным распределением по отношению к биномиальному плану контроля является априорное бета-распределение (5).

Параметры a и b априорного бета-распределения определяются по накопленной статистической информации о надежности по формулам [23]:

$$a = N_{\Sigma}(1 - \hat{P}) + 1, \quad (6)$$

$$b = (N_{\Sigma}\hat{P} + 1), \quad (7)$$

где \hat{P} — реализовавшаяся оценка максимального правдоподобия показателя надежности изделия $\hat{P} = 1 - \frac{m_{\Sigma}}{N_{\Sigma}}$; m_{Σ} — количество отказав-

ших изделий, определенное по предварительной накопленной информации о результатах контроля и испытаний совокупности N_{Σ} изделий-аналогов на предшествующих этапах контроля (или количество отказов одного изделия при N_{Σ} испытаниях).

При этом если накопленная информация о надежности статистически неоднородна, то привлекаются методы обработки такой информации, изложенные, например, в [21]. Поэтому значения m_{Σ} и N_{Σ} в общем случае могут быть нецелочисленными. Для их определения, наряду с самой оценкой максимального правдоподобия, используется и среднее квадратическое отклонение случайной величины P относительно реализовавшейся оценки \hat{P} :

$$\sigma_P[P] = \frac{1}{N_{\Sigma} + 2} \sqrt{\frac{(1 + N_{\Sigma}\hat{P})(1 + N_{\Sigma} - N_{\Sigma}\hat{P})}{N_{\Sigma} + 3}} + (2\hat{P} - 1)^2. \quad (8)$$

Таким образом, целевая функция (1) для контроля надежности изделий при заводских испытаниях на предприятиях-изготовителях и целевая функция (2) для контроля надежности при приемо-сдаточных испытаниях системы в целом после ее изготовления на головном сборочном предприятии содержат в качестве составляющих выражения (3)–(8). При этом в работах [24; 25] показано, что риски принятия ошибочных решений о выполнении заданных требований к надежности (3) и (4) с увеличением объема контроля изменяются в противоположных направлениях: риск 1-го рода возрастает, а риск 2-го рода убывает, а затраты на контроль линейно возрастают. То есть целевые функции (1) и (2) должны иметь минимум, которому соответствует оптимальный план контроля. Кроме того, функции (1) и (2) могут быть возрастающими и убывающими.

Если функции являются возрастающими, то контроль надежности проводить нецеле-

сообразно, поскольку это приведет к увеличению экономических затрат и потерь, связанных с рисками принятия ошибочных решений. Если функции являются убывающими, то необходим стопроцентный контроль всех изделий партии (если рассматривается партия изделий) или контроль надежности изделий и системы КТ в пределах заданной наработки. И, наконец, если функции имеют минимум, то контроль следует проводить по оптимальным планам. То есть сама целевая функция является как бы индикатором необходимости проведения испытаний и контроля [2].

Теперь перейдем к рассмотрению априорных рисков 1-го и 2-го рода (3) и (4). Как видно из этих выражений, риски учитывают априорную информацию о надежности с учетом ее статистической неоднородности не напрямую, а только через параметры a и b бета-распределения (5). То есть областью определения возможных значений показателя надежности P является область $0 < P < 1$. Такая область определения представляет собой наиболее общий случай и ограничивает использование данного подхода.

В то же время практика показывает, что используемые в настоящее время изделия и системы КТ обладают достаточной степенью приемственности и по ним накоплена достаточная априорная информация о надежности на различных этапах жизненного цикла (проектирование, отработка). С учетом указанных обстоятельств были проведены исследования и конкретизированы границы области возможных значений показателя надежности P , который трактуется как случайная величина в байесовском смысле, в виде $P_1 < P < P_2$ [24; 26].

Исследование основано [27] на представлении гипотетического множества изделий (гипотетическая генеральная совокупность), которое условно было разделено на два подмножества:

– подмножество изделий, удовлетворяющих требованиям к надежности $P_2 \geq P_{\text{ТР}}$ (годное подмножество);

– подмножество изделий, не удовлетворяющих требованиям к надежности $P_1 < P_{\text{ТР}}$ (дефектное подмножество).

В качестве границ P_1 и P_2 были приняты их оценки, выраженные через математические ожидания показателя надежности P изделий соответственно первого и второго подмножества. Механизм перехода бета-распределения от области $0 < P < 1$ к области $P_1 < P < P_2$ связан с усечением априорной плотности распределения (5) по этой области. Используя общую процедуру усечения плотности распределения [28] и выражения (3) и (4), получены следующие формулы для определения усеченных рисков 1-го и 2-го рода:

$$\alpha = \int_{P_{\text{ТР}}}^2 (1 - P^n) f(P) dP = \frac{\Gamma(a+b)}{\Gamma(a)\Gamma(b)} \int_{P_{\text{ТР}}}^2 (1 - P^n) P^{b-1} (1 - P)^{a-1} dP, \quad (9)$$

$$\beta = \int_1^{P_{\text{ТР}}} P^n f(P) dP = \frac{\Gamma(a+b)}{\Gamma(a)\Gamma(b)} \int_1^{P_{\text{ТР}}} P^{n+b-1} (1 - P)^{a-1} dP, \quad (10)$$

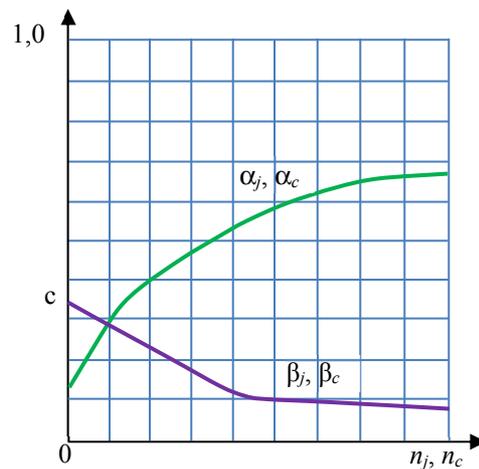
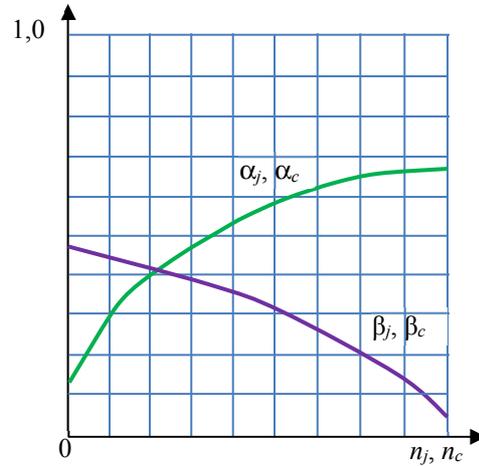
где P_1 и P_2 определяются следующим образом:

$$P_1 = m[P_1] = \frac{b}{b+a} \frac{I_{P_{\text{ТР}}}(b+1, a)}{I_{P_{\text{ТР}}}(b, a)}, \quad (11)$$

$$P_2 = m[P_2] = \frac{b}{b+a} \frac{[1 - I_{P_{\text{ТР}}}(b+1, a)]}{[1 - I_{P_{\text{ТР}}}(b, a)]}, \quad (12)$$

где $m[P_1]$ и $m[P_2]$ — математические ожидания; плотность бета-распределения усечена по области $[P_1, P_2]$, а $I_{P_{\text{ТР}}}(\dots)$ — неполная бета-функция [21; 29; 30].

Усеченные риски, входящие в целевые функции, в зависимости от объемов контроля монотонно изменяются в противоположных направлениях (рис.).



Характер изменения усеченных рисков 1-го и 2-го рода α_j, α_c и β_j, β_c в зависимости от объема контроля j -го изделия и системы в целом
Источник: выполнено М.Ш. Насибулиным, В.Б. Рудаковым

The nature of the change in the truncated risks of the 1st and 2nd kind α_j, α_c and β_j, β_c depending on the scope of control of the j -th product and the system as a whole
Source: completed by M.Sh. Nasibulin, V.B. Rudakov

Проведены исследования системы целевых функций (1) и (2) на наличие глобального минимума. Исследование основано на использовании способа минимизации функций с помощью частных производных по переменным n_c и n_j , полагая их непрерывными переменными, и использовании обобщенной теоремы о среднем определенном интеграла [29]. При этом установлено, что глобального минимума не существует, а существует условный мини-

мум системы целевых функций, то есть условный вектор решений, координаты которого можно определить следующим образом. Сначала необходимо определить оптимальный объем контроля надежности каждого j -го изделия n_j^* , $j = \overline{1, S}$, исходя из $\min C_j$, и соответствующие риски α_j^* , и β_j^* , входящие в целевую функцию (1). Затем следует определить оптимальный объем контроля надежности системы в целом n_c^* и риски α_c^* , и β_c^* , которые доставляет условный минимум целевой функции C_c (2) при фиксированных оптимальных n_j^* , $j = \overline{1, S}$. Эти результаты подтверждаются практикой проведения контроля.

Однако при таком подходе взаимосвязь планов контроля изделий и системы в целом обеспечивается только структурой построения иерархической системы КТ из изделий. В то же время, как отмечалось, контроль надежности изделий предшествует контролю надежности системы в целом, и результаты этого предшествующего контроля необходимо учитывать при планировании контроля надежности системы в целом.

В работах [1; 27] установлено следующее свойство рисков 1-го и 2-го рода, которое позволяет учесть эти результаты. Если контроль надежности j -го изделия не проводится или контроль уже проведен и изделие принято для дальнейшего использования, то риск 1-го рода α_j в выражении (1) становится равным нулю, а апостериорный риск 2-го рода β_j^A совпадает с вероятностью того, что изделие является дефектным, то есть не удовлетворяет заданным требованиям к надежности. То есть априорные риски 1-го и 2-го рода α_c и β_c , входящие в целевую функцию (2) для оптимального планирования контроля надежности системы КТ в целом, будут зависеть только от реализовавшихся апостериорных рисков β_j^A для всех изделий $j = \overline{1, S}$, составляющих систему, то есть $\alpha_c = \alpha_c(\beta_j^A)$ и $\beta_c = \beta_c(\beta_j^A)$.

На основе использования аппарата алгебры событий и изложенного свойства рисков получены математические зависимости для определения априорных рисков 1-го и 2-го рода для оптимального планирования контроля надежности системы КТ в целом с учетом результатов предшествующего контроля надежности изделий КТ, которые определяются по формулам:

$$\alpha_c = \prod_{j=1}^S [1 - \beta_j^A] \int_{P_{TP}}^{P_2} (1 - P^{n_c}) f(P) dP, \quad (13)$$

$$\beta_c = \left\{ 1 - \prod_{j=1}^S [1 - \beta_j^A] \right\} \int_{P_1}^{P_{TP}} P^{n_c} f(P) dP, \quad (14)$$

где $f(P)$ — определяется выражением (5); β_j^A — апостериорные риски 2-го рода, с которыми принято каждое j -е изделие по результатам испытаний на их предприятиях-изготовителях, $j = \overline{1, S}$ определяются на основе выражения (10) с учетом результатов контроля их надежности при заводских испытаниях:

$$\beta_j^A = \int_{P_{1j}}^{P_{TPj}} P_j^{n_j} f(P_j) dP_j. \quad (15)$$

Обобщая все изложенное, а также учитывая выражения (1), (2), (5)–(15), математическую модель оптимального контроля надежности иерархических систем КТ в условиях единичного и мелкосерийного производства можно записать в следующем виде:

– найти условный вектор

$$\vec{Y} = \{ \min C_j, \min C_c \}, \quad (16)$$

$$(n_j, \alpha_j, \beta_j) \dots [n_c, \alpha_c(\beta_S^A), \beta_c(\beta_S^A)],$$

где по-прежнему

$$C_j = C_{1j} \alpha_j + C_{2j} \beta_j + C_{1Kj} n_j, \quad (17)$$

$$C_c = C_{1c} \alpha_c(\beta_S^A) + C_{2c} \beta_c(\beta_S^A) + C_{1Kc} n_c; \quad (18)$$

– риски 1-го и 2-го рода α_j и β_j определить на основе формул (9)–(12) с учетом их усечения и формулы (15);

– β_j^A — апостериорные риски 2-го рода, с которыми принято каждое j -е изделие по результатам испытаний на их предприятиях-изготовителях, $j = \overline{1, S}$, определяются на основе (15) или (10), (11) с учетом полученных результатов контроля надежности;

– риски 1-го и 2-го рода для планирования контроля надежности системы в целом после ее изготовления на сборочном предприятии с учетом результатов предшествующего контроля надежности изделий вычисляются на основе (13) и (14) в области, которая определяется неравенствами:

$$\begin{aligned} 0 \leq n_j \leq N_j, \quad 0 \leq x \leq S, \quad 0 \leq n_c \leq N_c, \\ \alpha_j \geq 0, \beta_j > 0, \alpha_s \geq 0, \beta_s > 0, \\ \alpha_c \geq 0, \beta_c > 0, \\ j = \overline{1, S}. \end{aligned} \quad (19)$$

Для практического использования формализованной постановки задачи (16)–(19) необходимо разработать алгоритм, который обеспечит реализацию оптимального планирования контроля надежности иерархических систем КТ с учетом результатов предшествующего контроля надежности входящих в них изделий. Чтобы решить этот важный вопрос, поступим следующим образом.

Рассмотрим целевую функцию (17) с учетом входящих в нее рисков 1-го и 2-го рода. Все, что будет изложено ниже, относится и к целевой функции (2):

$$\begin{aligned} C_j = C_{1j} \int_{P_{Tpj}}^{P_{2j}} (1 - P_j^{n_j}) f(P_j) dP_j + \\ + C_{2j} \int_{P_{1j}}^{P_{Tpj}} P_j^{n_j} f(P_j) dP_j + C_{1Kj} n_j, \end{aligned} \quad (20)$$

где плотность бета-распределения $f(P_j)$ определяется на основе формулы (5) в усеченной области $P_{1j} < P_{Tpj} < P_{2j}$, а параметры распределения вычисляются на основе (6)–(8) в случае однородной статистической информации о на-

дежности либо по формулам [21] в случае статистически неоднородной информации.

Как отмечалось выше, при различных значениях величин $P_{Tpj}, \alpha_j, \beta_j, C_{1j}, C_{2j}, C_{1Kj}$ целевая функция C_j в зависимости от переменной n_j может быть убывающей, возрастающей функцией этого аргумента или иметь минимум.

Если функция имеют минимум, то контроль следует проводить по оптимальным планам [24].

3. Результаты

Исследования показали, что аналитически определить минимум этой целевой функции $C_j = C_j^*$, соответствующий оптимальному плану контроля $(n_j^*, \alpha_j^*, \beta_j^*, c = 0)$, не удастся, что связано с наличием многих параметров и сложных связей между ними. Однако данную задачу можно решить численно, поскольку величина n_j является дискретной и принимают значения $0, 1, 2, \dots$, то есть изменяется целочисленно.

Определим условия, необходимые для существования минимума целевой функции (20), опуская индексы.

Поскольку функция является выпуклой, очевидно, что в любой точке $n > 0$, она должна иметь хотя бы одно значение меньше, чем ее значения в точках $n = 0$, и быть достаточно удаленной от нуля точкой $n = N$ (величина N определяется из практических соображений, например, из заданного количества циклов контроля для подтверждения требований к надежности в течение заданного времени). Поэтому сначала следует определить значения функции (20) в точках $n = 0$ и $n = N$. Затем определить значения функции в точках, близких к $n = 0$, и в точках, близких к $n = N$, т.е., например, в точке $n = 1, C(1)$, и в точке $n = N - 1, C(N - 1)$. Если при этом будет выполняться система неравенств

$$\begin{cases} C(0) > C(1) \\ C(N-1) < C(N) \end{cases} \quad (21)$$

то функция (20) имеет минимум внутри интервала $0 < n < N$.

Если (21) не выполняется, то существует два результата:

1. Если значение целевой функции $C(0)$, меньше, чем ее значение $C(N)$, то контроль надежности проводить нецелесообразно, поскольку это приведет к увеличению экономических затрат на контроль и потерь, связанных с принятием неправильных решений. В этом случае достаточно контролировать стабильность производства.

2. Если значение целевой функции $C(0)$ больше, чем ее значение $C(N)$, то целесообразно провести весь объем контроля в течение заданного в документации времени испытаний, поскольку потери уменьшаются.

Проведенные исследования позволили разработать алгоритм оптимального планирования и проведения контроля надежности иерархических систем КТ. Основное его содержание состоит в следующем.

Шаг 1. Оптимальное планирование и проведение контроля надежности каждого j -го изделия по результатам заводских испытаний на предприятиях-изготовителях, $j = \overline{1, S}$.

Для этого используется целевая функция (20).

1.1. При выполнении условий (21) задаемся первым значением объема контроля $n_j = \Delta n_j$ (Δn_j — шаг изменения n_j). Для выбранного объема $n_j = \Delta n_j$ (обычно $\Delta n_j = 1$) рассчитываем величины усеченных рисков 1-го и 2-го рода α и β по формулам (9)–(12) и рассчитываем также величину потерь по целевой функции (20).

1.2. Задаемся вторым значением объема $n_j = 2\Delta n_j$ и проводим расчеты по тем же формулам.

1.3. Аналогичные вычисления (с величиной шага Δn_j) ведутся до тех пор, пока величина C_j не начнет возрастать. Соответствующее минимуму C_j^* значение объема контроля изделия n_j^* , а также значения усеченных рисков 1-го и 2-го рода при приемочном числе $c = 0$ представляют собой оптимальные характеристики планов контроля надежности j -го изделия.

1.4. Проводится контроль надежности каждого изделия в соответствии с оптимальными планами контроля ($n_j^*, \alpha_j^*, \beta_j^*, c = 0$).

1.5. По результатам контроля после принятия каждого изделия на их предприятиях-изготовителях определяются апостериорные риски 2-го рода β_j^A , с которыми принято каждое изделие, с учетом информации, полученной по результатам контроля. Для этого в качестве основы используется формула (15) с учетом усечения.

Шаг 2. Оптимальное планирование контроля надежности системы в целом после ее изготовления на сборочном предприятии с учетом результатов контроля, полученных на шаге 1.

2.1. Определяется оптимальный план контроля надежности системы в целом при приемосдаточных испытаниях. Для этого применяется целевая функция (17), а также риски 1-го и 2-го рода α_c и β_c , которые вычисляются с учетом их усечения по формулам (13)–(14), а также с учетом реализовавшихся значений апостериорных рисков 2-го рода β_j^A , с которыми приняты изделия по результатам предшествующего контроля их надежности при заводских испытаниях на предприятиях-изготовителях.

2.2. Проводится минимизация целевой функции потерь (17) в соответствии с изложенной выше процедурой, пункты 1.1–1.3. Результатом является оптимальный план контроля надежности ($n_c^*, \alpha_c^*, \beta_c^*, c = 0$) системы КТ в целом после ее изготовления на сборочном предприятии.

Заключение

Таким образом, разработанная модель и алгоритм обеспечивают оптимальное планирование и реализацию интегрированного контроля систем КТ в иерархической структуре: «контроль надежности изделий, составляющих иерархическую систему КТ — контроль надежности системы в целом».

Их практическое использование позволяет последовательно учитывать результаты контроля нижних уровней при определении оптимальных планов контроля более высоких уровней иерархических систем КТ, что обеспечит снижение экономических затрат на контроль и потерь, связанных с принятием ошибочных решений, при подтверждении высоких требований, предъявляемых к надежности сложных систем КТ.

Список литературы

1. Насибулин М.Ш., Рудаков В.Б. Анализ статистических структур контроля технических параметров и надежности для оптимизации планов выборочного контроля космической техники в условиях мелкосерийного производства // Информационно-технологический вестник. 2023. № 3 (37). С. 103–117. EDN: BKXGRO
2. Рудаков В.Б. Статистический контроль надежности систем ракетно-космической техники с последовательной структурой на этапе наземной отработки // Информационно-технологический вестник. 2021. № 4 (30). С. 49–61. EDN: CQJHNN
3. Шевченко С.Н. Интервальное оценивание надежности космических аппаратов в процессе наземной экспериментальной отработки // Вестник НПО им. С.А. Лавочкина. 2021. № 1. С. 21–23. EDN: BSDDZP
4. Шевченко С.Н. Метод оценки и прогнозирования надежности ракет в условиях совмещения этапов их экспериментальной отработки // Космонавтика и ракетостроение. 2021. № 4. С. 61–65. EDN: FFWEBJ
5. Шевченко С.Н. Методы оптимального планирования экспериментальной отработки межконтинентальных баллистических ракет и ракет космического назначения. Москва: ПСТМ, 2022. 47 с. ISBN 978-5-00166-726-1
6. Шевченко С.Н. Методы оценки и подтверждения показателей надежности систем ракетной и ракетно-космической техники по результатам ускоренных и форсированных испытаний. М.: ПСТМ, 2019. 75 с. ISBN 978-5-00077-923-1

7. Богданов Ю.В., Ульянов С.В., Пузань Д.А. Способ оценки вероятностей аварий изделий ракетно-космической техники с использованием стохастических сетевых моделей возникновения и развития аварийных ситуаций. Патент № RU2723575C1_20200616, СПК: В64F5/00 В64G1/22 G06F17/40, МПК: В64F5/00 В64G1/22. Публикация: 2020-06-16.

8. Геча В.Я., Барбул Р.Н., Сидняев Н.И., Бутенко Ю.И. Методология оценки надежности космических аппаратов при проектной и конструкторской проработке // Надежность. 2019. Т. 19. № 2. С. 3–8. EDN: HGXOQN

9. Дорохин Ю.Н., Круглов И.А., Круглова Ю.В. Обеспечение качества изделий ракетно-космической техники. Проблемные вопросы организации входного контроля и предложения по их решению // Вестник НПО Техномаш. 2021. № 4 (17). С. 24–27. EDN: VOGYFG

10. Колобов А.Ю., Петров Ю.А. Методика оценки вероятности безотказной работы разгонных блоков по результатам эксплуатации с использованием предварительной информации // Вестник НПО им. С.А. Лавочкина. 2023. № 4 (62). С. 75–79. <https://doi.org/10.26162/LS.2023.62.4.010>

11. Кривопапов Д.М., Давыдов А.Е., Барбул Р.Н. Методика оценки показателей надежности по результатам летных испытаний и эксплуатации // Вопросы электромеханики. Труды ВНИИЭМ. 2023. Т. 193. № 2. С. 7–13. EDN: WPIENA

12. Кудрявцев С.В., Розовенко В.М. К вопросу создания информационно-диагностической системы контроля технического состояния образцов космической техники // Вестник НПО им. С.А. Лавочкина. 2023. № 1. С. 74–79. EDN: ITRWJQ

13. Ламзин В.В., Ламзин В.А. Методика комплексной оценки рациональных параметров и программы развития космических аппаратов дистанционного зондирования Земли // Вестник Московского авиационного института. 2021. Т. 28. № 4. С. 62–77. <https://doi.org/10.34759/vst-2021-4-62-77>

14. Макаров В.М. Модель и алгоритм иерархического контроля технических параметров автоматических космических аппаратов при автономных и комплексных испытаниях // Информационно-технологический вестник. 2019. № 2 (20). С. 34–49. EDN: XNJGM

15. Макаров В.М. Рациональные статистические планы контроля надежности изделий ракетно-космической техники при их отработке // Космонавтика и ракетостроение. 2019. № 2 (107). С. 104–117. EDN: KBUUZL

16. Милованов В.А. Проведение расчетов надежности космических аппаратов с использованием статистических закономерностей проявления отказов

приборов, блоков и узлов в процессе эксплуатации // *Космическая техника и технологии*. 2021. № 4 (35). С. 53–65. <https://doi.org/10.33950/spacetech-2308-7625-2021-4-53-65>

17. Соцков И.А. Выбор проектных параметров разгонного блока при его экспериментальной отработке // *Вестник Московского авиационного института*. 2023. Т. 30. № 2. С. 62–69. <https://doi.org/10.34759/vst-2023-2-62-69>

18. Фортескую П., Старка Дж., Суинерда Г. Разработка систем космических аппаратов. М.: Альпина Паблишер, 2015. 764 с. ISBN 978-5-9614-2263-4

19. Ramgopal K.R. Reliability and Quality Assurance of Space Systems. (*Рамгонал К.Р.* Надежность и обеспечение качества космических систем) // *IETE Technical Review*. 2015. No. 10 (5). P. 515–516. <https://doi.org/10.1080/02564602.1993.11437379>

20. NASA Reliability Preferred Practices for Design & Test. A scientific study of the problems of digital engineering for space flight systems, with a view to their practical solution. NASA Office of Logic Design. URL: https://klabs.org/DEI/References/design_guidelines/nasa_reliability_preferred_practices.htm (Дата обращения: 02.05.2024).

21. Волков Л.И., Рудаков В.Б. Статистический контроль иерархических систем. Монография. М.: СИП РИА, 2002. 355 с. ISBN 5-89354-153-7

22. Райфа Г., Шлейфер Р. Прикладная теория статистических решений / под ред. и с предисл. Ю.Н. Благовещенского. М.: Статистика, 1977. 359 с.

23. Рудаков В.Б., Макаров М.И. Интегрированный контроль систем ракетно-космической техники с изменяющейся структурой // *Двойные технологии*. 2016. № 3 (76). С. 11–18. EDN: UDBNHL

24. Мироничев В.А., Рудаков В.Б. Планирование контроля надежности бортового оборудования космических аппаратов с использованием усеченных рисков // *Ракетно-космическое приборостроение и информационные системы*. 2018. Т. 5. № 3. С. 70–77. <https://doi.org/10.30894/issn2409-0239.2018.5.3.70.77>

25. Мироничев В.А., Макаров М.И., Рудаков В.Б. Математическая модель иерархического контроля надежности бортовых систем космических аппаратов с изменяющейся структурой при их наземной отработке // *Ракетно-космическое приборостроение и информационные системы*. 2019. Т. 6. № 3. С. 66–75. <https://doi.org/10.30894/issn2409-0239.2019.6.3.66.75>

26. Макаров М.И., Рудаков В.Б., Макаров В.М., Мироничев В.А. Рациональное планирование контроля надежности элементов и бортовых систем космических аппаратов на этапе наземной отработки // *Двойные технологии*. 2018. № 4 (85). С. 35–43. EDN: GVOWIG

27. Макаров М.И., Рудаков В.Б., Макаров В.М., Мироничев В.А. Статистический контроль надежности электронных изделий ракетно-космической техники с использованием усеченных рисков // *Информационно-технологический вестник*. 2019. № 4 (22). С. 24–37. EDN: YEWDAB

28. Шор Я.Б. Статистические методы анализа и контроля качества и надежности. М.: Советское Радио, 1962. 552 с.

29. Бронштейн И.Н., Семендяев К.А. Справочник по математике. М.: Физматгиз, 1959. 606 с.

30. Большев Л.Н., Смирнов Н.В. Таблицы математической статистики. М.: Наука, 1983. 415 с.

References

1. Nasibulin MSh, Rudakov VB. Analysis of statistical structures of control of technical parameters and reliability for optimization of plans for selective control of space technology in conditions of small-scale production. *Information Technology Bulletin*. 2023;3(37):103–117. (In Russ.) EDN: BKXGRO

2. Rudakov VB. Statistical control of reliability of rocket and space technology systems with a consistent structure at the stage of ground testing. *Information Technology Bulletin*. 2021;4(30):49–61. (In Russ.) EDN: CQJHHH

3. Shevchenko SN. Interval estimation of spacecraft reliability in the process of ground-based experimental testing. *Vestnik NPO imeni S.A. Lavochkina*. 2021;(1):21–23. (In Russ.) EDN: BSDDZP.

4. Shevchenko SN. Method of evaluating and predicting the reliability of rockets in conditions of combining the stages of their experimental development. *Cosmonautics and rocket engineering*. 2021;(4):61–65. (In Russ.) EDN: FFWEBJ.

5. Shevchenko SN. *Methods of optimal planning of experimental testing of intercontinental ballistic missiles and space rockets*. Moscow: PSTM Publ.; 2022. (In Russ.) ISBN 978-5-00166-726-1.

6. Shevchenko SN. *Methods for evaluating and confirming reliability indicators of rocket and rocket and space technology systems based on the results of accelerated and accelerated tests*. Moscow: PSTM Publ.; 2019. (In Russ.) ISBN 978-5-00077-923-1.

7. Bogdanov YuV, Ulyanov SV, Puzan DA. *A method for assessing the probability of accidents of rocket and space technology products using stochastic network models of the occurrence and development of emergency situations*. Patent RU2723575C1_20200616, SEC: B64F5/00 B64G1/22 G06F17/40, IPC: B64F5/00 B64G1/22. Publication: 2020-06-16. Patent holder: FSBI “4 Central Research Institute” of the Ministry of Defense of the Russian Federation. (In Russ.)

8. Gecha VYa, Barbul RN, Sidnyaev NI, Butenko YuI. Methodology for assessing the reliability of spacecraft during design and design work. *Reliability*. 2019;2(19): 3–8. (In Russ.) EDN: HGXOQN
9. Dorokhin YuN, Kruglov IA, Kruglova YuV. Quality assurance for the aerospace equipment products. problem areas in the organization of input control and suggestions for their solution. *JSC NPO Technomash*. 2021;4(17):24–27. EDN: VOGYFG
10. Kolobov AYu, Petrov YuA. Estimation procedure for probability of upper stages non-failure operation considering flight operation results and a priori information. *Journal "Vestnik "NPO im. S.A. Lavochkina."* 2023;4(62): 75–79. (In Russ.) <https://doi.org/10.26162/LS.2023.62.4.010>
11. Krivopalov DM, Davydov AE, Barbul RN. Methods of assessment of reliability indices based on the results of flight tests and operation. *Questions of electro-mechanics. Proceedings of VNIIEМ*. 2023;193(2):7–13. (In Russ.) EDN: WPIENA
12. Kudryavtsev SV, Rozovenko VM. On the issue of creating an information and diagnostic system for monitoring the technical condition of space technology samples. *Vestnik NPO imeni S.A. Lavochkina*. 2023;(1): 74–79. (In Russ.) EDN: ITRWJQ.
13. Lamzin VV, Lamzin VA. Methodology for the integrated assessment of rational parameters and the program for the development of spacecraft for remote sensing of the Earth. *Aerospace MAI Journal*. 2021;4(28):62–77. (In Russ.) <https://doi.org/10.34759/vst-2021-4-62-77>
14. Makarov VM. Model and algorithm of hierarchical control of technical parameters of automatic spacecraft during autonomous and complex tests. *Information Technology Bulletin*. 2019;2(20):34–49. (In Russ.) EDN: XNJIGM
15. Makarov VM. Rational statistical plans for reliability control of rocket and space technology products during their development. *Cosmonautics and rocket engineering*. 2019;2(107):104–117. (In Russ.) EDN: KBUUZL
16. Milovanov VA. Spacecraft reliability calculations using statistical regularities in occurrences of failures in devices, units and assemblies during their operation. *Space technology and technologies*. 2021;4(35):53–65. (In Russ.) <https://doi.org/10.33950/spacetech-2308-7625-2021-4-53-65>
17. Sotskov IA. The choice of design parameters of the upper stage during its experimental development. *Aerospace MAI Journal*. 2023;2(30):62–69. (In Russ.) <https://doi.org/10.34759/vst-2023-2-62-69>
18. Fortescue P, Stark J, Swinerd G. *Development of spacecraft systems*. Moscow: Alpina Publisher LLC; 2015. (In Russ.) ISBN 978-5-9614-2263-4
19. Ramgopal KR. Reliability and Quality Assurance of Space Systems *IETE Technical Review*. 2015;10(5): 515–516. <https://doi.org/10.1080/02564602.1993.11437379>
20. *NASA Reliability Preferred Practices for Design & Test*. A scientific study of the problems of digital engineering for space flight systems, with a view to their practical solution. NASA Office of Logic Design. Available from: https://klabs.org/DEI/References/design_guidelines/nasa_reliability_preferred_practices.htm (accessed: 02.05.2024).
21. Volkov LI, Rudakov VB. *Statistical control of hierarchical systems*. Moscow: SIP RIA Publ.; 2002. (In Russ.) ISBN 5-89354-153-7
22. Raifa G, Shleifer R. *Applied theory of statistical solutions*. Ed. and with a preface by Y.N. Blagoveshchensky. Moscow: Statistika Publ.; 1977. (In Russ.)
23. Rudakov VB, Makarov MI. Integrated control of rocket and space technology systems with a changing structure. *Dual technologies*. 2016;3(76):11–18. (In Russ.) EDN: UDBNHL
24. Mironichev VA, Rudakov VB. Planning onboard equipment reliability control by using truncated risks. *Rocket and space instrumentation and information systems*. 2018;5(3):70–77. (In Russ.) <https://doi.org/10.30894/issn2409-0239.2018.5.3.70.77>
25. Mironichev VA, Makarov MI, Rudakov VB. Mathematical model of hierarchical control of reliability of the spacecraft onboard systems with changing structure in their ground testing. *Rocket and space instrumentation and information systems*. 2019;6(3):66–75. (In Russ.) <https://doi.org/10.30894/issn2409-0239.2019.6.3.66.75>
26. Makarov MI, Rudakov VB, Makarov VM, Mironichev VA. Rational planning of spacecrafts components and onboard systems engineering reliability control at the ground verification tests stage. *Dual technologies*. 2018;4(85):35–43. (In Russ.) EDN: GVOWIG
27. Makarov MI, Rudakov VB, Makarov VM, Mironichev VA. Statistical control of reliability of electronic products of rocket and space technology using truncated risks. *Information Technology Bulletin*. 2019;4(22):24–37. (In Russ.) EDN: YEWDAB
28. Shor YaB. *Statistical methods of analysis and control of quality and reliability*. Moscow: Sovetskoe Radio Publ.; 1962. (In Russ.)
29. Bronstein IN, Semendyaev KA. *Handbook of Mathematics*. Moscow: Fizmatgiz Publ.; 1959. (In Russ.)
30. Bolshev LN, Smirnov NV. *Tables of mathematical statistics*. Moscow: Nauka Publ.; 1983. (In Russ.)

Сведения об авторах

Насибулин Марат Шамильевич, кандидат технических наук, руководитель филиала АО «ГКНПЦ им. М.В. Хруничева» в городе Королев — директор «НИИ КС им. А.А. Максимова», «НИИ КС им. А.А. Максимова» — филиал АО «ГКНПЦ им. М.В. Хруничева», Московская область, г. Королев, Россия; AuthorID: 1262375, ORCID: 0009-0009-1503-3095; e-mail: info.niiks@khrunichev.ru

Рудаков Валерий Борисович, доктор технических наук, профессор, главный научный эксперт по надежности РКТ и НКИ, «НИИ КС им. А.А. Максимова» — филиал АО «ГКНПЦ им. М.В. Хруничева», Московская область, г. Королев, Россия; AuthorID: 583676, ORCID: 0009-0003-5094-0113; e-mail: info.niiks@khrunichev.ru

About the authors

Marat Sh. Nasibulin, Candidate of Technical Sciences, Head of branch of Khrunichev State Research and Production Space Center in the city of Korolev — Director of A.A. Maksimov Space Systems Research Institute, A.A. Maksimov Space Systems Research Institute — Branch of Khrunichev State Research and Production Space Center, Korolev, Moscow region, Russia; AuthorID: 1262375, ORCID: 0009-0009-1503-3095; e-mail: info.niiks@khrunichev.ru

Valery B. Rudakov, Doctor of Technical Sciences, Professor, Chief Scientific Expert on the Reliability of RCT and NCI, A.A. Maksimov Space Systems Research Institute — branch of Khrunichev State Research and Production Space Center, Korolev, Moscow region, Russia; AuthorID: 583676, ORCID: 0009-0003-5094-0113; e-mail info.niiks@khrunichev.ru