УДК 621.391.1

doi: 10.53816/23061456_2024_11–12_20

КОММЕНТАРИИ К СТАТЬЕ Н.Н. ПЛОТНИКОВА, А.В. ВОЙНОВА И А.Н. ПУТИЛИНА «ВЫБОР АЛГОРИТМА АДАПТАЦИИ ПО РАБОЧЕЙ ЧАСТОТЕ В ОДНОПОЛОСНОЙ РАДИОЛИНИИ ТРОПОСФЕРНОЙ СВЯЗИ»

COMMENTS ON THE ARTICLE BY N.N. PLOTNIKOV, A.V. VOINOV AND A.N. PUTILIN «SELECTION OF ADAPTATION AGORITHM ACCORDING TO OPERATING FREQUENCY IN A SINGLE-BAND RADIO LINE OF TROPOSPHERE COMMUNICATION»

Д-р техн. наук А.М. Чуднов

D.Sc. A.M. Chudnov

Военная академия связи им. С.М. Буденного

Основной целью «Комментариев…» является освещение истории, состояния вопроса, а также методики и источников получения соотношений, характеризующих гарантированную помехоустойчивость передачи информации в условиях преднамеренных помех. Рассмотрены принципы корректной постановки задачи анализа и синтеза системы передачи информации (СПИ) с использованием обобщенной модели взаимодействия антагонистических систем, методы ее редукции и решения. Приведены актуальные значения верхней границы (гарантированной СПИ) вероятности ошибки бита данных в классе помех с ограниченной средней мощностью. Рассматриваются условия применимости приведенных в комментируемой статье оценок помехоустойчивости СПИ в условиях преднамеренных помех и отмечаются отдельные неточности. Обсуждаются вопросы корректности ссылок на источники используемых результатов и правильности их интерпретации.
Ключевые слова: преднамеренная помеха, теоретико-игровая задача, алгоритм формирования и приема сигналов, класс помех с ограниченной средней мощностью, гарантированная помехоустойчивость.

The main objective of the «Comments...» is to highlight the history, state of the art, as well as the methods and sources for obtaining the relationships characterizing the guaranteed noise immunity of information transmission under conditions of intentional interference. The principles of correctly formulating the problem of analyzing and synthesizing an information transmission system (ITS) using a generalized model of interaction of antagonistic systems, methods of its reduction and solution are considered. The current values of the upper limit (guaranteed ITS) of the probability of data bit error in the class of interference with limited average power are given. The conditions for the applicability of the ITS noise immunity estimates given in the commented article under intentional interference are considered, and individual inaccuracies are noted. The issues of the correctness of references to the sources of the results used and the correctness of their interpretation are discussed.
Keywords: intentional interference, game-theoretic problem, algorithm for generating and receiving signals, class of interference with limited average power, guaranteed noise immunity.

Введение

Побудительными мотивами к написанию «Комментариев…» к обозначенной в заголовке статье (Вопросы оборонной техники. Серия 16. Технические средства противодействия терроризму. 2021. № 5–6 (155–156). С. 3–8) стали имеющиеся погрешности: недоговорки, некорректные ссылки и двусмысленности, которые могут неправильно трактоваться или ввести в заблуждение по исключительно важным научным вопросам.

Так, при весьма поверхностном описании в статье конструкции и принципа работы радиолинии обращает на себя внимание утверждение (ссылки на источники и номера формул из комментируемой статьи «Выбор…» индексируются символом «*»): «В соответствии с [6*] вероятность ошибки на бит в условиях преднамеренных помех с ограниченной средней мощностью будет определяться соотношением…(1*)». Неужели из основ теории вероятностей, изложенных в [6*], авторам удалось получить такую простую универсальную формулу, которую можно использовать для анализа помехоустойчивости всех типов радиолиний (или хотя бы линий тропосферной радиосвязи) с различными вариантами реализации алгоритмов формирования и приема сигналов? Конечно, это несколько не так.

Основной целью «Комментариев…» является освещение истории и состояния вопроса, методики и источников получения соотношений, характеризующих гарантированную помехоустойчивость передачи информации в условиях преднамеренных помех, а также уточнение оценок и области применимости результатов. Кроме того, обсуждаются вопросы корректности ссылок на источники, обоснованности некоторых утверждений и выводов.

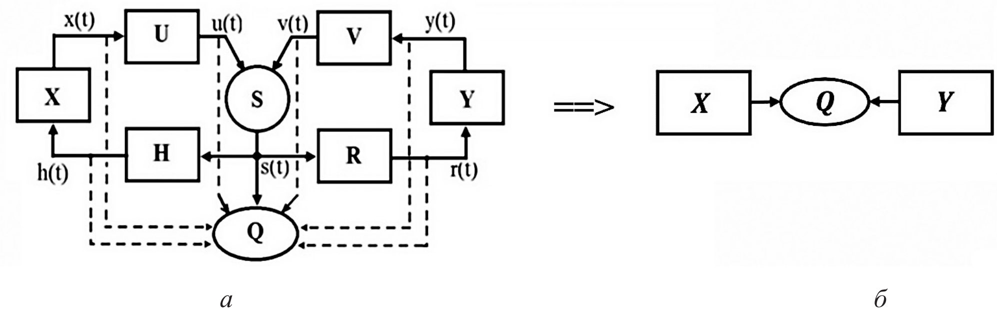
Модель взаимодействия антагонистических систем и постановка задачи

Для прояснения вопросов учета факторов, влияющих на параметры системы, функционирующей в условиях конфликта (в данном случае антагонистического), прежде всего нужно обратиться к обобщенной динамической модели взаимодействия антагонистических систем [1], изначально в формализованном виде, введенной в рассмотрение в работе [2], в которой приведены принципы обоснования, постановки и редукции теоретико-игровой задачи синтеза системы.

Структура исследуемого макрообъекта, образованного взаимодействующими элементами системы передачи информации (СПИ) и совокупности источников помех (ИП) в рамках обобщенной модели, представлена на рис. 1, *а*, где процессы на входах и выходах объектов определены в *n*-мерном евклидовом пространстве $\mathbb{R}^n$.

В модели взаимодействующие элементы представляются в общем случае стохастическими причинными операторами в функциональном пространстве над $\mathbb{R}^n$ с временным аргументом [1, 2]. Операторы S, H, U, X представляют соответственно объекты СПИ: объект управления (ОУ), канал наблюдения (КН), канал управления (КУ), систему (подсистему) принятия решений на управление (СПРУ), а операторы R, V, Y — объекты ИП: канал разведки (КР), канал подавления (КП) и систему (подсистему) принятия решений на подавление (СПРП), а функционал $Q(\cdot)$ — показатель эффективности функционирования СПИ с позиции надсистемы.

В задаче анализа СПИ полагаются заданными элементы модели S, H, U, X, R, V, Q, при этом анализ направляется на оценку параметров и



а *б*

Рис. 1. Структура исследуемого макрообъекта: а — образованного взаимодействующими элементами СПИ и ИП в рамках обобщенной модели; б — взаимодействие СПИ и ИП, описанное моделью показателей эффективности функционирования СПИ в классе $\mathcal{Y}$ допустимых (возможных) вариантов $Y \in \mathcal{Y}$ построения системы (контрсистемы), формирующей помехи. Особенностью преднамеренного антагонистического воздействия ИП является то, что из возможных для него вариантов $\mathcal{Y}$, ограниченных техническим, энергетическим, информационным, организационным, умственным … ресурсом, ИП выберет наихудший для СПИ вариант, то есть такой, который в данном взаимодействии приводит к минимальной эффективности функционирования СПИ. Таким образом, эффективность СПИ X (варианта X) в конечном счете будет характеризоваться величиной

$$Q_{-}(X) = \inf_{Y \in \mathcal{Y}} Q(X,Y), \qquad (1)$$

называемой гарантированным значением показателя $Q(\cdot)$ СПИ в классе воздействий $\mathcal{Y}$ или нижним (гарантированным снизу) значением показателя $Q(\cdot)$ в этом классе.

При этом задача синтеза СПИ естественным образом направляется на максимизацию величины (1) и формулируется в минимаксной постановке

$$Q_{-}(X) = \inf_{Y \in \mathcal{Y}} Q(X,Y) \to \max_{X \in \mathcal{X}}, \qquad (2)$$

где $\mathcal{X}$ — множество допустимых вариантов (операторов, алгоритмов, стратегий) СПИ. Решение минимаксной задачи (2) дает наилучший в классе $\mathcal{X}$ экземпляр системы

$$X_0 = \operatorname*{argmax}_{X \in \mathcal{X}} Q_{-}(X),$$

гарантированно обеспечивающий максимальное в $\mathcal{X}$ значение показателя эффективности

$$Q_0 = Q_{-}(X_0) = \max_{X \in \mathcal{X}} Q_{-}(X) = \\ = \max_{X \in \mathcal{X}} \inf_{Y \in \mathcal{Y}} Q(X,Y), \qquad (3)$$

(для рассматриваемых задач устанавливается достижимость min и max).

Следует отметить, что множества $\mathcal{X}, \mathcal{Y}$ в (1), (2) должны быть достаточно полными, поскольку неучет в $\mathcal{Y}$ некоторых возможностей контрсистемы может привести к некорректной оценке показателя $Q_{-}(X)$, в результате чего расчетное значение Q окажется неверным. В то же время неполнота задания множества вариантов СПИ $\mathcal{X}$ в задаче (2) может привести к заведомо плохой конструкции СПИ. Принципиально важным в этом отношении является задание множеств $\mathcal{X}, \mathcal{Y}$ как классов стохастических операторов, включающих рандомизированные (в теории игр называемые смешанными) стратегии систем. Таким образом, задача (2) формулируется над множествами $\mathcal{X}, \mathcal{Y}$, элементы X, Y в которых представлены стохастическими операторами (алгоритмами, стратегиями).

Примечание. Взаимодействие СПИ и ИП может быть описано моделью, представленной на рис. 1, *б*, однако при этом свойства наблюдаемых и реализуемых объектами принятия решений X, Y пришлось бы учитывать в ограничениях на классы $\mathcal{X}, \mathcal{Y}$ операторов X, Y, что существенно усложнило бы решаемые задачи. Введение объектов H, U, R, V позволило исключить функциональные ограничения на операторы X, Y и учитывать в задаче лишь обусловленные заданной структурой системы управления.

Теоретико-игровая задача синтеза СПИ: определенность игры

Задача (3) может рассматриваться как компонента теоретико-игровой задачи (ТИ-задачи), представленной антагонистической игрой $\mathcal{G} = \langle \mathcal{X}, \mathcal{Y}; Q(\cdot) \rangle$ на множествах стратегий $\mathcal{X}, \mathcal{Y}$ СПИ и ИП с функцией выигрыша первого игрока — СПИ $Q(\cdot)$. Решение двойственной к (2), так называемой максиминной, задачи вида

$$Q^{-}(X) = \sup_{X \in \mathcal{X}} Q(X,Y) \to \min_{Y \in \mathcal{Y}} \qquad (4)$$

дает значение Q^0 показателя эффективности, которое может быть гарантировано ИП при конфликтном взаимодействии в классах стратегий $\mathcal{X}, \mathcal{Y}$:

$$Q^0 = Q^{-}(Y^0) = \min_{Y \in \mathcal{Y}} Q^{-}(Y) = \\ = \min_{Y \in \mathcal{Y}} \max_{X \in \mathcal{X}} Q(X,Y), \qquad (5)$$

где $Y^0 = \operatorname*{argmin}_{Y \in \mathcal{Y}} Q^{-}(Y)$.

В целом задачи (2), (4) составляют игру $\mathcal{G}$, описывающую взаимодействие СПИ и ИП, при этом величины Q_0, Q^0 называются соответственно нижней и верхней ценой игры (в общем случае $Q_0 \le Q^0$).

При поверхностном осмыслении задач (2), (4) и логики игры $\mathcal{G}$ приходит как бы «естественная» идея обманывать противника «в процессе игры». Чтобы предотвратить бесполезное (и даже небезвредное) движение мысли в этом направлении, сразу отметим, что для типовых ТИ-задач синтеза СПИ справедлива теорема о минимаксе, в соответствии с которой имеет место равенство $Q_0 = Q^0$ и вытекающее из него условие:

$$Q(X, Y^0) \le Q(X_0, Y^0) \le Q(X_0, Y), \qquad (6)$$

выполняемое при всех $X \in \mathcal{X}, Y \in \mathcal{Y}$. Другими словами, поиск «обманывающих» стратегий как СПИ, так и ИП не имеет смысла, поскольку в рамках определенного моделью взаимодействия не существует более эффективных, чем X_0, Y^0 стратегий. В силу отмеченного, стратегии X_0, Y^0 называются оптимальными, ситуация $(X_0, Y^0) \in \mathcal{X} \times \mathcal{Y}$ игры $\mathcal{G}$ называется равновесной, а игра $\mathcal{G}$ — определенной.

Теорема о минимаксе для ТИ-задач физического и канального уровней доказана в [3], для задач сетевого уровня существование равновесных ситуаций вытекает из свойств выпуклых игр [4]. Таким образом, сформулированная задача (2) становится ТИ-задачей, представленной игрой $\mathcal{G}$, и состоит в отыскании равновесной ситуации X_0, Y^0 и соответствующего ей значения игры.

Обобщенное доминирование и редукция игры

Для решения рассматриваемой ТИ-задачи, наряду с другими методами, широко используется редукция игры $\mathcal{G}$ на основе принципа обобщенного доминирования, использованного ранее в [3, 5] и сформулированного в формализованном виде в [1, с. 165]. Принцип интерпретируется следующим образом: если в $\mathcal{X}, \mathcal{Y}$ имеются такие подмножества $\mathcal{X}' \subseteq \mathcal{X}, \mathcal{Y}' \subseteq \mathcal{Y}$, что при использовании первым игроком стратегии из $\mathcal{X}'$ второму игроку выгодно использовать стратегию из $\mathcal{Y}'$, и наоборот, то игра $\mathcal{G}$ может быть редуцирована в $\mathcal{G}' = \langle \mathcal{X}', \mathcal{Y}'; Q(\cdot) \rangle$, при этом нижняя (верхняя) цена игры $\mathcal{G}'$ совпадает с нижней (верхней) ценой исходной игры $\mathcal{G}$.

Важные примеры редукции с использованием обобщенного доминирования получены на физическом и канальном уровнях СПИ для ТИ-задач синтеза оптимальных (ε-оптимальных) алгоритмов формирования и приема сигналов (АФПС) для условий взаимодействия, допускающих такую редукцию. Именно такие условия без оговорок полагаются в статье «Выбор…», и эти условия являются необходимыми для корректности соотношений вида (1)*.

Для простоты изложения логики решения задачи взаимодействие, представленное на рис. 1, *а*, рассматривается в дискретном времени, один отсчет которого (шаг) соответствует периоду передачи элементарного блока данных (символа, слова).

Модель СПИ на физическом и канальном уровнях

Функционирование СПИ на физическом и канальном уровнях иллюстрируется на рис. 2, *а*.

По поступающим на каждом шаге от источника данных сообщению *a* и от приемной части СПИ по обратному каналу связи (ОКС) сигналу g' (если в СПИ предусмотрено взаимодействие по обратному каналу) алгоритм формирования сигналов (АФС) формирует псевдослучайно сигнал u_a, который подает на вход канала связи (КС). Полученный с выхода КС сигнал $w = W(u_a, v)$, образованный смесью входного сигнала u_a со случайными шумами и преднамеренной помехой *v*, обрабатывается алгоритмом приема сигналов (АПС), который формирует сообщение *b*, выдаваемое получателю данных, а также (возможно) сведения *g* для АФС о принятом сигнале *w* или сообщении *b*.

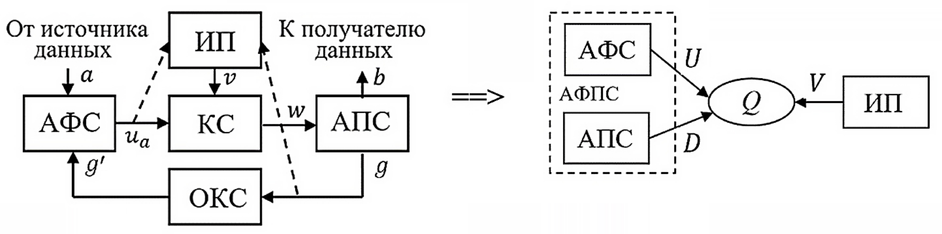
Редукция модели (рис. 2, *а*) в одношаговую модель 2, *б* на основе обобщенного доминирования стратегий корректна при выполнении следующих условий:

– КН и КР — это инерционные операторы задержки на 1 или более шагов;

– КУ и КВ — это единичные (тождественные) безынерционные операторы:

– КС — стационарный оператор.

При взаимодействии СПИ и ИП на физическом и канальном уровнях, как правило,



а *б*

Рис. 2. Функционирование СПИ на физическом и канальном уровнях (модели)

реализуется «достаточно быстрое» переключение используемых СКК, исключающее возможность получения дополнительной информации ИП для формирования помехи на данном шаге по наблюдениям сигнала СПИ на предыдущих шагах, то есть так называемой помехи «вслед сигналу». Применение ИП одношаговой («без памяти») стратегии, в свою очередь, обуславливает целесообразность использования СПИ одношагового АФПС.

В редуцированном (на одном шаге) варианте взаимодействие СПИ и ИП показано на рис. 2, *б* и описывается антагонистической игрой $G' = \langle \mathcal{X}', \mathcal{Y}'; P(\cdot) \rangle$, в которой:

– стратегия X СПИ — это АФПС в $\mathbb{R}^n$ (n — база псевдослучайного сигнала), представленный парой $X = (U^n, D^n)$,
где АФС U^n — стохастический оператор, формирующий псевдослучайно СКК $U^n = (U_1, \ldots U_k)$ с k сигналами с реализациями в $\mathbb{R}^n$;

АПС $D^n(b,\ w(u_a, v),\ s)$ — рандомизированная решающая функция (правило приема), вырабатывающая по принятому из КС сигналу $w \in \mathbb{R}^n$ и известной СКК $u = (u_1, \ldots, u_k) \in \mathbb{R}^{nk}$, выдаваемое получателю слово b;

– стратегия ИП $\mathbf{V^n}$ — случайный вектор в $\mathbb{R}^n$;

– $P(\cdot) = 1 - Q(\cdot)$ — функция выигрыша второго игрока (ИП), характеризующая вероятность ошибочного приема слова; определяется конструкцией АФПС (U^n, D^n), распределением $\mathbf{V^n}$ и свойствами канала связи.

В рамках модели рис. 2, *б* корректные результаты анализа гарантированных показателей и оптимизации (синтеза) объектов модели получены в [3, 5] для однонаправленных СПИ с передачей двоичных равновероятных сообщений по каналу с аддитивной когерентной помехой. В таком случае объекты, участвующие в модели, формализуются следующими конструкциями:

– передаваемое сообщение $a \in \{-1, 1\}$;

– АФС U^n задается распределением F_U^n эталонного псевдослучайного вектора $\mathbf{U^n}$ с реализациями $u \in \mathbb{R}^n$, причем передаваемый АФС сигнал U_a^n имеет вид $U_a^n = a\mathbf{U^n}$;

– ИП Y задается распределением F_V^n вектора помехи $\mathbf{V^n}$ с реализациями $v \in \mathbb{R}^n$;

– КС — оператор суммирования:

$$W^n = a\mathbf{U^n} + \mathbf{V^n};$$

– АПС D^n задается функцией

$$P_D : \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^n \to [0,1],$$

определяющей вероятность $P_D(w,u)$ выдачи получателю сообщения $b = 1$ по реализациям $w \in \mathbb{R}^n$ и $u \in \mathbb{R}^n$;

– функция выигрыша определяется усреднением вероятности ошибочного приема сообщения (бита данных) [3, 5]

$$P\left(F_U^n, D^n, F_V^n\right) = \Pr\{b \neq a\} = = \frac{1}{2}\begin{pmatrix} 1 + E\left[P_D\left(-U^n + V^n, U^n\right)\right] - \\ -E\left[P_D\left(U^n + V^n, U^n\right)\right] \end{pmatrix}, \tag{7}$$

где математическое ожидание $E[\cdot]$ вычисляется по распределениям F_U^n, F_V^n.

Множества $\mathcal{X}', \mathcal{Y}'$ допустимых стратегий СПИ и ИП определяются энергетическими ограничениями на сигналы и помехи [5–21], причем в силу прикладной значимости (см. обоснование в [5–17]) наибольший интерес представляют задачи, в которых множество $\mathcal{Y}'$ задано ограничением на среднюю мощность источника (совокупность источников) неравенством:

$$E\left[\left|V^n\right|^2\right] = \int_{\mathbb{R}^n} |v|^2\, dF_V^n \le \delta, \tag{8}$$

где δ — максимально возможное отношение средней мощности помехи к средней мощности сигнала на входе приемника. При использовании ограничения (8) полагается, что средняя мощность сигнала нормирована, то есть:

$$E\left[\left|\mathbf{U^n}\right|^2\right] = 1. \qquad (9)$$

Далее полагается, что игра G' определена перечисленными условиями, включая ограничения (8), (9).

Следует отметить, что в рамках приведенной модели к настоящему времени изучена лишь небольшая область задач, направленных на синтез АФПС. Первые результаты в задаче построения приемника ФМ сигналов по критерию гарантированной помехоустойчивости были получены в [6, 7] на основе квантования компонент векторов **U**, **V** и сведения ТИ-задачи (с заданным ФМ-АФС) к матричной игре в смешанных стратегиях. Также на оптимизацию АПС для ФМ сигналов были направлены работы [8, 18], в которых построены рекуррентные соотношения, определяющие свойства и конструкцию оптимальных АПС, причем для $n = 1$ в аналитическом виде. В работах [2, 3, 5] в терминах игры G' была формализована задача синтеза АФПС в $\mathbb{R}^n$ без предварительного задания АФС.

Границы гарантированной вероятности ошибки

Построение оптимальных (ε-оптимальных) в G' АФПС, стратегий постановки помехи, а также получение гарантированных (сверху и снизу) значений показателей помехоустойчивости СПИ осуществляется на основе следующих положений.

1. В G' справедлива теорема о минимаксе.

2. В G' доминируют подмножества АФС, инвариантных относительно вращений вектора $\mathbf{U^n}$ в $\mathbb{R}^n$; при этом можно принять

$$\mathbf{U^n} = \sqrt{Z_U}\,\varkappa_U \mathbf{1}^n,$$

где Z_U — случайная величина (энергия сигнала U^n);

$\mathbf{1}^n \in \mathbb{R}^n$ — фиксированный вектор единичной длины;

$\varkappa_U$ — случайное вращение в $\mathbb{R}^n$ (здесь и ниже равномерно распределяющее на сфере).

3. В G' доминируют подмножества стратегий ИП, инвариантных относительно вращений вектора $\mathbf{V^n}$ в $\mathbb{R}^n$; аналогично предыдущему $\mathbf{V^n} = \sqrt{Z_V}\,\varkappa_V \mathbf{1}^n$ (Z_V — энергия помехи $\mathbf{V^n}$).

4. В G' доминируют подмножества АПС, для которых

$$P_D(w,u) = \frac{1}{2} + \varphi\left(\left|w\varkappa_U^{-1} + u\right|, \left|w\varkappa_U^{-1} - u\right|\right), \qquad (10)$$

где $\varphi : \mathbb{R}_+^2 \to \left[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right]$ — вещественная знакопеременная функция двух вещественных переменных: $\varphi(x, y) = -\varphi(y, x)$.

Другими словами, оптимальный АПС выполняет преобразование $\varkappa_U^{-1}$ принимаемого сигнала, вычисляет расстояния от полученной точки к сигналам $-u$, u и по условию (10) принимает рандомизированное решение b.

5. Вероятность ошибки бита в соответствии с (7), (10) определяется выражением:

$$p(Z,\varphi \mid n) = \frac{1}{2} + E\left[\varphi\left(\sqrt{Z}, \left|\sqrt{Z}\varkappa - 2\right|\right)\right], \qquad (11)$$

где $Z = Z_V / Z_u, \varkappa = \varkappa_U^{-1}\varkappa_V$.

6. Положения 1–5 редуцируют исходную игру $\mathcal{G}$ в $G'' = \langle \mathcal{X}'', \mathcal{Y}''; p(\cdot)\rangle$, в которой класс АФПС $\mathcal{X}'' = F_U \times P_D$, причем множество АФС $\mathcal{F}_U$ определено ограничением

$$E\left[\left|\mathbf{U^n}\right|^2\right] = E\left[Z_U\right] = \int_0^\infty z dF_U(z) = 1,$$

множество АПС P_D — условием (10), а множество стратегий ИП $\mathcal{Y}'' = F_V(\delta)$ неравенством

$$E\left[\left|V^n\right|^2\right] = E\left[Z_V\right] = \int_0^\infty z dF_V(z) \le \delta.$$

Как видно, при всех $n \ge 1$ задачи синтеза двоичных АФПС в $\mathbb{R}^n$ в условиях воздействия преднамеренной помехи свелись к серии одномерных ТИ-задач, отличающихся лишь функциями выигрыша $p(\cdot \mid n)$.

7. При задании некоторого АФПС $X'' \in \mathcal{X}''$ можно получить верхнюю цену игры G'' (и соответственно нижнюю $\mathcal{G}$):

$$p^\wedge(\delta, n) = \max_{F_V \in F_V(d)} E\left[p\left(Z_V / Z_U, \varphi \mid n\right)\right],$$

гарантирующую, что для любой помехи в рамках условия (8) АФПС $\mathcal{X}''$ обеспечит вероятность ошибки бита не более $p^\wedge(\delta,n)$. Зависимость $p^\wedge(\delta,n)$ выпукла вверх по аргументу δ, и в общем случае можно записать

$$p^\wedge(\delta,n) = \mathrm{conv}_\delta^\wedge\left[p(\delta/Z_U,\varphi\,|\,n)\right],$$

где $\mathrm{conv}_\delta^\wedge[\cdot]$ обозначает выпуклую вверх оболочку функции $[\cdot]$ по аргументу δ. При этом наихудшая в классе $F_V(\delta)$ помеха реализует выпуклую оболочку $\mathrm{con}\,v_\delta^\wedge\left[p(\delta/Z_U,\varphi\,|\,n)\right]$, чем обуславливается двухатомность распределения $F_V(\delta)$.

8. Верхние границы $p^\wedge(\delta,n)$ получены на основе АФПС $X'' = X_K$, в котором $Z_U = 1$, а АПС соответствует приемнику Котельникова, для которого $\varphi_K(x,y) = \mathrm{sgn}(x-y)/2$.

Для АФПС X_K величина $p(Z_V,\varphi_K\,|\,n)$ вычисляется как отношение площади поверхности гиперсегмента единичного шара с высотой $1-1/\sqrt{Z_V}$ при $Z_V \geq 1$ к площади единичной сферы. Формулы для площадей поверхности и объемов гиперсегментов в $\mathbb{R}^n$ впервые получены в [3]; в работах 2000-х гг. аналогичные соотношения приведены в других представлениях.

9. Графики зависимостей

$$p(\delta,n) = p(\delta,\varphi_K\,|\,n),\ p^\wedge(\delta,n)$$

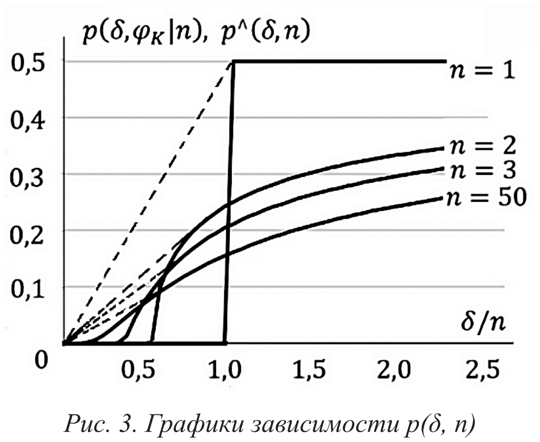


Рис. 3. Графики зависимости p(δ, n)

показаны на рис. 3, где пунктирные линии соответствуют зависимостям $p^\wedge(\delta,n)$. Кривые для $n\to\infty$ на графике сливаются с зависимостью для $n = 50$.

Как видно, на начальном (наиболее интересном для практики) участке функции $p^\wedge(\delta,n)$ линейны по δ, а в асимптотике при больших n становятся линейными по δ/*n*. С учетом отмеченного, наконец. можно записать соотношение

$$p^\wedge(\delta,n) = \begin{cases} c_n\delta/n, & \text{if } \delta/n \leq \gamma_n, \\ p(\delta,n), & \text{if } \delta/n > \gamma_n, \end{cases} \qquad (12)$$

соответствующее по структуре формуле (1)*.

В табл. (взята из [5]) приведены значения параметров c_n, γ_n, определяющих гарантированное сверху значение вероятности ошибки $p^\wedge(\delta,n)$ в рассматриваемой задаче.

При $n\to\infty(\delta/n = \mathrm{const})$ имеет место сходимость $p(\delta,n)\to 1-\Phi(\sqrt{n/\delta})$, где $\Phi(\cdot)$ — интеграл вероятностей Гаусса, и, таким образом, параметры c_∞, γ_∞ определены для этого представления функции $p(\delta,n)$ (более точно $\gamma_\infty \approx 0{,}70545$).

10. Под простым *k*-расширением АФПС *X* в $\mathbb{R}^n$ в [5] понимается АФПС X^k в $\mathbb{R}^{nk}$, который на каждом шаге равновероятно выбирает n компонент из n_k и в соответствующем выбранном пространстве $\mathbb{R}^n$ использует АФПС *X*. Примерами простых *k*-расширений АФПС могут служить алгоритмы обработки сигналов при псевдослучайных переключениях частот (ППРЧ), каналов, временных интервалов и пр. Параметры c_n, γ_n АФПС, полученных путем k-расширений, совпадают с параметрами исходных АФПС. Так, при ППРЧ с *n* частотами и АФПС X_K (в $\mathbb{R}^1$) имеет место (12) с параметрами $c_n = 0{,}5, \gamma_n = 1$.

В [8] для $n = 1$ построен АПС (обозначим его X_{Dg}), для которого $c_1 = 0{,}25, \gamma_1 = 1$ и, следовательно, эти параметры уточняют верхние границы гарантированной вероятности ошибки $p^\wedge(\delta,n)$, представленные табл. при $n = 1$ и $n = 2$. Как видно, использование при ППРЧ АПС

Таблица

Значения параметров c_n, y_n, определяющее значение вероятности ошибки

n	1	2	3	4	5	10	20	50	∞
c_n	0,5	0,262	0,222	0,205	0,196	0,180	0,173	0,168	0,166
γ_n	1	0,793	0,750	0,734	0,727	0,714	0,710	0,707	0,706

X_{Dg} обеспечит энергетический выигрыш СПИ 3 дБ по отношению к АПС X_K. Почти такую же помехоустойчивость обеспечивает при ППРЧ АФПС, формирующий амплитудно-фазомодулированный сигнал, равномерно распределенный на окружности в $\mathbb{R}^2$, с приемником Котельникова, для которого соотношения (12) выполняются при $c_2 \approx 0{,}262, \gamma_2 \approx 0{,}793$.

11. При задании некоторой стратегии ИП из $Y'' \in \mathcal{Y}''$ можно получить нижнюю цену игры G'':

$$p^{\vee}(\delta, n) = \min_{F_U \in \mathcal{F}_U, \varphi} \mathrm{E}\left[p\left(Z_V / Z_U, \varphi \mid n\right)\right],$$

где φ подбирается в множестве функций, удовлетворяющих условиям п. 4, гарантирующую, что для любого АФПС в рамках оговоренных условий (8) стратегия ИП Y'' обеспечит вероятность ошибки бита не менее $p^{\vee}(\delta, n)$.

Зависимость $p^{\vee}(\delta, n)$ выпукла по аргументу $1/\delta$ и в общем случае можно записать

$$p^{\vee}(\delta, n) = \mathrm{con}\, v_z\left[p\left(\delta / z, \varphi \mid n\right)\right],$$

где $\mathrm{con}v_z[\cdot]$ обозначает выпуклую оболочку функции $[\cdot]$ по аргументу *z*.

Таким образом, функция

$$P^*(\delta, n) = \max_{Y''} p^{\vee}(\delta, n) = \min_{X''} p^{\wedge}(\delta, n),$$

определяющая значение игры G'', вогнута по аргументу δ и выпукла по $1/\delta$.

Для оценки нижней цены игры G'' на отрезке получено неравенство

$$p^{\vee}(\delta, n) \geq p^{\wedge}(\delta, n+2),$$

из которого непосредственно следует оценка степени оптимальности в G''-задаче АФПС X_K и устанавливается его асимптотическая оптимальность при $n \to \infty$.

12. Для любых АФПС (с любыми, не только двоичными сигналами) при определенных в [5] параметрах c_-, γ_- и построенной функции $\psi(\cdot)$ выполняется неравенство

$$p_-(\delta r) \geq \begin{cases} c_- \delta r, & \text{if } \delta r \leq \gamma_-, \\ \psi(\delta r), & \text{if } \delta r > \gamma_-, \end{cases} \tag{13}$$

где *r* — скорость передачи битов в канале.

Как видно, канал с преднамеренной помехой в классе $F_V(\delta)$ не обладает шенноновской пропускной способностью. В связке параметров δ, *n*, *r*, *p* помехоустойчивость АФПС характеризуется зависимостями вида (12), (13), представляющими верхнюю и нижнюю границы гарантированной вероятности ошибки в условиях преднамеренных помех.

Для корректного использования соотношений типа (12) при оценке параметров СПИ в условиях воздействия преднамеренных помех так или иначе (например, корректными ссылками на работы с аналогичными задачами) должны быть оговорены и ясны условия, определяющие функционирование СПИ в рамках рассматриваемой задачи. Кроме того, должны быть понятны принципы коррекции оценок применительно к другим неучтенным в модели факторам, оказывающим влияние на результаты анализа, в частности, таким как:

– некогерентность и асинхронность воздействия помехи на передаваемый сигнал;

– наличие в канале случайного шума и замираний принимаемого сигнала;

– неполная когерентность обработки сигнала и ряду других.

Аспекты учета некогерентности аддитивной преднамеренной помехи рассматривались в [5, 9]. В более поздних работах [9–21] исследовались эвристически выработанные варианты АФПС и стратегий постановки помех в рамках задачи (1), однако результатов, уточняющих обозначенные границы, не известно.

Другие вопросы для обсуждения

К сожалению, в комментируемой статье по причине отсутствия четкого описания модели встречаются недостаточно обоснованные доводы и утверждения. Несколько примеров:

1. На с. 5 статьи определена функция геометрического распределения *F*(*n*). Несмотря на использование этого же обозначения в формуле (1*), очевидно, что это уже другая функция, значение которой по смыслу задачи должно убывать с ростом аргумента. С учетом приведенных границ для величины $p^{\vee}(\delta, n)$ можно понять, что соотношение (1*) с приведенными в нем численными значениями параметров ошибочно по существу.

2. Логика получения неравенства для $t_{доп}$ не понятна и не обоснована: сначала из формулы для геометрического распределения по значению P вычисляются величины E, D, затем распределение $F(n)$ заменяется некоторым «граничным» $F^*(n)$, в котором для оценки $t_{доп}$ используется исходное значение P и «граничное» распределение $F^*(n)$.

3. Приведенное на с. 5 в правой колонке верхнее неравенство (названное «модифицированной границей Чебышева») не может быть выведено из неравенства Чебышева [9*], поскольку оно неверно и остается неверным даже после коррекции $D^2 \to D$, которая необходима для обеспечения масштабирования случайной величины. Дело в том, что для данного случая имеется точное (достижимое всюду при $x \in [0,\infty)$) неравенство, полученное в результате комбинирования границы Маркова и односторонней границы Чебышева (на русском приведено в [1, с. 120]:

$$\Pr\{\xi_X \le x\} \ge \begin{cases} 0, \text{ если } x < E; \\ 1 - E/x, \\ \text{если } E \le x < E + \mathrm{D}/\mathrm{E}; \\ 1/(1 + D/(x-E)^2)), \\ \text{если } x > E + \mathrm{D}/\mathrm{E}. \end{cases} \quad (14)$$

Учитывая, что в статье значение параметра $t_{доп}$ оценивалось при $t_{доп} \le E$, из (14) для этого случая можно получить лишь тривиальное условие $t_{доп} \ge 0$, то есть для любых значений

$$E \in (0,\infty), D \in (0,\infty), x \in [0, E)$$

можно указать двухатомное распределение в точках

$$x_1 = x/E + \varepsilon,\ x_2 = \frac{\left[m_2 - x_1^2 + \sqrt{\left(m_2 + x_1^2\right)^2 - 4x_1\left(m_2 - x_1 + x_1^2\right)}\right]}{2\left(1 - x_1\right)},$$

где $m_2 = D/E^2 + 1, \varepsilon \in (0, 1 - x/E)$, соответственно с вероятностями:

$$\Pr\{\xi_X = x_1\} = (x_2 - 1)/(x_2 - x_1);$$
$$\Pr\{\xi_X = x_2\} = (1 - x_1)/(x_2 - x_1),$$

для которого $\Pr\{\xi_X \le x\} = 0$ при $x < E$.

Заключение

Приведенные границы для вероятности ошибочного приема при использовании СПИ с двоичными сигналами указывают на возможности и пути повышения помехозащищенности системы, которое может составлять $\eta \approx 10\lg(0{,}5/0{,}166) \approx$ $\approx 4{,}8$ дБ (относительно АФПС X_K). Следует заметить, что значительная доля этого выигрыша может быть получена за счет использования простых k-расширений ε оптимальных АФПС для $n = 1, 2, 3$.

Вопрос о построении АФПС, приближающихся по помехоустойчивости к общей верхней границе [5, 10, 11, 19] в классе алгоритмов с многопозиционными сигналами, остается открытым. К настоящему времени не известно примеров СКК, равно как и алгоритмов обмена с обратным каналом, обеспечивающих уменьшение значения гарантированной вероятности ошибки по отношению к двоичным сигналам в однонаправленной СПИ.

Весьма актуальным направлением, обобщающим рассмотренную постановку задачи синтеза АФПС, следует считать исследование вероятностно-временных характеристик процесса передачи сообщений (пакетов данных). Перспективность таких исследований обуславливается как практической необходимостью гарантированной передачи сообщений за приемлемое время, так и возможностью построения эффективных алгоритмов обмена данными, учитывающих стратегию ИП на физическом и канальном уровнях СПИ.

При проведении исследований представляется важным авторам обращать внимание на тщательность проработки деталей, проверки хода решений и результатов, а при представлении (публикации) материалов — аккуратное соблюдение этических стандартов, в частности, предписанных журналом.

Список источников

1. Чуднов А.М. Математические основы моделирования, анализа и синтеза систем. СПб.: ВАС, 2021. 193 с.

2. Чуднов А.М. Помехоустойчивость линий и сетей связи в условиях оптимизированных помех. Л.: ВАС, 1986. 84 с.

3. Чуднов А.М. О минимаксных алгоритмах формирования и приема сигналов // Проблемы передачи информации. 1986. Т. 22. № 4. С. 49–54.

4. Воробьев Н.Н. Основы теории игр. Бескоалиционные игры. М.: Наука, 1984. 496 с.

5. Чуднов А.М. Теоретико-игровые задачи синтеза алгоритмов формирования и приема сигналов // Проблемы передачи информации. 1991. Т. 27. № 3. С. 57–65.

6. Cahn C. Worst interference for coherent binary channel // IEEE Trans. Inform. Theory. 1971. Vol. 19. IT-17. Pp. 209–210.

7. Cahn C. Performance of Digital Matched Filter Correlator With Unknown Interference // IEEE Transactions on Communication Technology. 1971. Vol. 19. No 6. Pp. 1163–1172.

8. Жодзишский Ю.И. Максимальная гарантированная помехоустойчивость приема сигналов при ограничении средней мощности мешающих воздействий // Радиотехника. 1986. № 10. С. 56–57.

9. Чуднов А.М. Помехоустойчивость корреляционного приема псевдослучайных сигналов, модулированных по амплитуде и фазе // Радиотехника и электроника. 1987. Т. 32. № 1. С. 62–68.

10. Чуднов А.М., Кирик Д.И., Ермакова Е.М. Оптимизация параметров кода и режима обработки сигналов в условиях преднамеренных помех // Труды учебных заведений связи. 2019. Т. 5. № 4. С. 79–86.

11. Чуднов А.М., Кичко Я.В., Сапунова Л.П. Оптимизация гарантированной скорости передачи информации псевдослучайными сигналами с рандомизированной базой в условиях преднамеренных помех // Радиотехника и электроника. 2023. Т. 68. № 3. С. 263–270.

12. Чуднов А.М., Положинцев Б.И., Кичко Я.В. Анализ помехозащищенности обмена данными группы беспилотных летательных аппаратов в условиях оптимизированных помех // Радиотехника. 2022. Т. 86. № 12. С. 33–46.

13. Sagduyu Y.E., Berry R.A., Ephremides A. Jamming games in wireless networks with incomplete information // IEEE Commun. Mag. 2011. V. 49. № 8. Pp. 112–118.

14. Han Z., Niyato D., Saad W. et al. Game Theory in Wireless and Communication Networks. Cambridge: Cambridge University Press. 2011. 554 p.

15. Чуднов А.М. Об адаптивных алгоритмах псевдослучайного переключения рабочих частот радиолиний в условиях случайных и преднамеренных помех // Журнал радиоэлектроники ИРЭ. 2015. № 4. С. 1–14.

16. Amuru S, Buehrer R.M. Optimal Jamming Against Digital Modulation // IEEE Transactions on Information Forensics and Security. 2015. Vol. 10. No 10. Pp. 2212–2224.

17. Bayram S., Vanli N.D., Dulek B. et al. Optimum Power Allocation for Average Power Constrained Jammers in the Presence of Non-Gaussian Noise // IEEE Communications Letters. 2012. Vol 16. No 8. Pp. 1153–1156.

18. Вейцель В.А., Жодзишский М.И., Жодзишский Ю.И. Гарантированная помехоустойчивость приема сигналов // Радиотехника и электроника. 1987. Т. 32. № 2. С. 316–321.

19. Chen Y., Yuan W., Xu T.. Coding Split and Adjustment to Defend OFDM-IM Against Jamming Attacks // IEEE Communications Letters. 2023. Vol. 27, № 2. Pp. 457–461.

20. Yue G., Wang X. Anti-jamming coding techniques with application to cognitive radio // IEEE Transactions on Wireless Communications. 2009. Vol. 8. № 12. Pp. 5996–6007.

21. Poisel R.A. Modern Communication Jamming Principles and Techniques, 2-nd edition. Boston-London: Artech House. 2011. 870 p.

References

1. Chudnov A.M. Mathematical foundations of modeling, analysis and synthesis of systems. St. Petersburg: Military Academy of Telecom. 2021. 193 p.

2. Chudnov A.M. Noise immunity of communication lines and networks under optimized interference conditions. St. Petersburg: Military Academy of Telecom. 84 p.

3. Chudnov A.M. On Minimax Signal Generation and Reception Algorithms // Probl. Peredachi Inf. 1986. V. 22, № 4. Pp. 49–54.

4. Vorobiev N.N. Fundamentals of Game Theory. Non-Cooperative Games. Moscow: Nauka. 1984. 496 p.

5. Chudnov A.M. Game-Theoretical Problems of Synthesis of Signal Generation and Recep-tion Algorithms // Probl. Peredachi Inf., 1991. V. 27. № 3. Pp. 57–65.

6. Cahn C. Worst interference for coherent binary channel. // IEEE Trans. Inform. Theory. 1971. Vol. 19. IT-17. Pp. 209–210.

7. Cahn C. Performance of Digital Matched Filter Correlator With Unknown Interference // IEEE Transactions on Communication Technology. 1971. Vol. 19. No 6. Pp. 1163–1172.

8. Zhodzishsky Yu. I. Maximumal guaranteed noise immunity of signal reception with limitation of average power of interfering effects // Radio engineering. 1986. № 10. Pp. 56–57.

9. Chudnov A.M. Noise immunity of correlation reception of pseudo-random signals modulated by amplitude and phase // Radio engineering and electronics. 1987. V. 32. № 1. Pp. 62–68.

10. Chudnov A.M., Kirik D.I., Ermakova E.M. Optimization of code parameters and signal processing mode under conditions of intentional interference // Proceedings of educational institutions of communication. 2019. V. 5. № 4. Pp. 79–86.

11. Chudnov A.M., Kichko Ya.V., Sapunova L.P. Optimization of the guaranteed rate of information transmission by pseudo-random signals with a randomized base under conditions of deliberate interference // Radio engineering and electronics. 2023. V. 68. № 3. Pp. 263–270.

12. Chudnov A.M., Polozhintsev B.I., Kichko Ya.V. Analysis of noise immunity of data exchange of a group of unmanned aerial vehicles under optimized noise conditions // Radio engineering. 2022. V. 86. № 12. Pp. 33–46.

13. Sagduyu Y.E., Berry R.A., Ephremides A. Jamming games in wireless networks with incomplete information // IEEE Commun. Mag. 2011. V. 49. № 8. Pp. 112–118.

14. Han Z., Niyato D., Saad W. et al. Game Theory in Wireless and Communication Networks. Cambridge: Cambridge University Press. 2011. 554 p.

15. Chudnov A.M. On adaptive Frequency-hopping spread spectrum algorithms of radio lines under random and deliberate interference // Journal of Radio Electronics IRE. 2015. № 4. Pp. 1–14.

16. Amuru S, Buehrer R. M. Optimal Jamming Against Digital Modulation // IEEE Transactions on Information Forensics and Security. 2015. Vol. 10. No 10. Pp. 2212–2224.

17. Bayram S., Vanli N. D., Dulek B. et al. Optimum Power Allocation for Average Power Constrained Jammers in the Presence of Non-Gaussian Noise // IEEE Communica-tions Letters. 2012. Vol. 16. No 8. Pp. 1153–1156.

18. Veitsel V.A., Zhodzishsky M. I., Zhodzishsky Yu.I. Guaranteed noise immunity of signal reception // Radio engineering and electronics. 1987. V. 32. № 2. Pp. 316–321.

19. Chen Y., Yuan W., Xu T.. Coding Split and Adjustment to Defend OFDM-IM Against Jamming Attacks // IEEE Communications Letters. 2023. Vol. 27. № 2. Pp. 457–461.

20. Yue G., Wang X. Anti-jamming coding techniques with application to cognitive radio // IEEE Transactions on Wireless Communications. 2009. Vol. 8. № 12. Pp. 5996–6007.

21. Poisel R.A. Modern Communication Jamming Principles and Techniques. Boston-London: Artech House. 2011. 870 p.