УДК 623.437.093

doi: 10.53816/23061456_2025_3–4_141

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ РЕГРЕССИОННОГО АНАЛИЗА ДЛЯ ОЦЕНКИ ВЛИЯНИЯ ХАРАКТЕРИСТИК СИСТЕМЫ ПОДРЕССОРИВАНИЯ НА ПОДВИЖНОСТЬ ВОЕННЫХ ГУСЕНИЧНЫХ МАШИН

USING REGRESSION ANALYSIS TO ASSESS THE IMPACT OF SUSPENSION SYSTEM CHARACTERISTICS ON THE MOBILITY OF MILITARY TRACKED VEHICLES

А.А. Ташкинов

A.A. Tashkinov

Филиал Военной академии материально-технического обеспечения им. А.В. Хрулева (г. Омск)

В статье представлены результаты регрессионного анализа имитационной модели движения военных гусеничных машин с ходовой частью, выполненной на базе танка Т-80БВМ. С помощью разработанной имитационной модели движения военной гусеничной машины по маршруту проведен ряд модельных экспериментов. В качестве варьируемых параметров выбраны жесткость упругих элементов, динамические характеристики амортизаторов и количество амортизаторов, устанавливаемых на машине заводом-изготовителем. Откликом являлось значение средней скорости при движении по маршруту. В результате с помощью имитационного моделирования стало возможным получить регрессионную зависимость показателя подвижности — средней скорости от значения изменения показателей жесткости упругих элементов, динамических характеристик амортизаторов и количества амортизаторов в системе подрессоривания военных гусеничных машин.
Ключевые слова: имитационное моделирование, регрессионный анализ, жесткость упругого элемента, военные гусеничные машины, подвижность, амортизатор.

The article presents the results of a regression analysis of a simulation model of the movement of military tracked vehicles with an undercarriage based on the T-80BVM tank. A number of model experiments were conducted using the developed simulation model of the movement of a military tracked vehicle along the route. The stiffness of the elastic elements, the dynamic characteristics of the shock absorbers and the number of shock absorbers installed on the machine by the manufacturer were selected as variable factors. The response was the value of the average speed when driving along the route. As a result, using simulation modeling, it became possible to obtain a regression dependence of the mobility indicator — the average speed on the value of changes in the stiffness of elastic elements, dynamic characteristics of shock absorbers and the number of shock absorbers in the suspension system of military tracked vehicles.
Keywords: simulation modeling, regression analysis, stiffness of elastic element, military tracked vehicles, mobility, shock absorber.

При движении машины на больших скоростях по пересеченной местности динамическая нагрузка на звенья и связи подвески военной гусеничной машины в несколько раз превышает их статическую нагрузку [8, 9]. И это необходимо учитывать при конструировании элементов подвески, при определении нагрузок часто невозможно обойтись без длительных и затратных экспериментальных исследований. Экспериментальный способ подбора параметров подвески длителен, требует больших затрат времени и средств и не всегда приводит к правильному результату. Особенно это относится к сравнительно новым устройствам подвесок военных гусеничных машин, свойства которых детально пока не изучены [4, 5].

При стратегическом планировании модельного эксперимента необходимо задать факторы (критерии оценки), функцию отклика и выбрать тип плана.

С помощью разработанной имитационной модели движения военной гусеничной машины по представительскому маршруту протяженностью 5 км со случайными реализациями параметров дороги проведен ряд модельных экспериментов со следующими варьируемыми параметрами (факторами):

– жесткость упругих элементов (кН/м);

– динамические характеристики амортизаторов (кН);

– количество амортизаторов (шт.).

Откликом являлось значение средней скорости при движении по маршруту. Тогда функция отклика Y запишется [1]:

$$Y = V_{cp} = f(c, r, n),$$

где c — жесткость упругих элементов, кН/м;

r — динамические характеристики амортизаторов, кН;

n — количество амортизаторов в системе подрессоривания, шт.

В связи с тем, что влияние варьируемых параметров друг на друга очевидно и нелинейно, выбран полный факторный эксперимент (ПФЭ) для трехфакторного эксперимента [1]. Поскольку согласно предварительным исследованиям поверхности отклика должны быть нелинейными, то факторы имели три уровня варьирования [2] (табл. 1).

Таблица 1

Рабочая матрица трехфакторного эксперимента

Факторы	c	r	n
Обозначение	X_1	X_2	X_3
Нижний уровень (–1)	120	60	2
Верхний уровень (+1)	300	100	10
Основной уровень (0)	210	80	6
Интервал варьирования	90	20	4

На этапе планирования эксперимента заполняют таблицу соответствия натуральных и кодированных значений факторов, так называемую матрицу эксперимента (табл. 1).

Основными уровнями факторов были приняты следующие номинальные значения:

– жесткость упругих элементов c, 120–300 кН/м;

– динамические характеристики амортизаторов r, 60–100 кН ;

– количество амортизаторов n, 2–10 шт.

В классическом полном факторном эксперименте количество опытов равно количеству неповторяющихся комбинаций уровней факторов:

$$N = p^k ,$$

где p — число уровней (в ПФЭ — 3); k — число факторов. Матрица плана эксперимента показана в табл. 2.

Коэффициенты уравнения регрессии определяются по методу наименьших квадратов, поэтому необходимо отметить, что экспериментальные данные должны быть однородными и нормально распределенными [6, 7].

Любой коэффициент уравнения регрессии b_j определяется скалярным произведением столбца y на соответствующий столбец x_j, отнесенным к числу опытов в матрице планирования N:

$$b_j = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^{N} x_{ji} y_i ,$$

где b_0, b_1, ..., b_n — коэффициенты регрессии;

N — число экспериментов.

Для определения коэффициентов взаимодействия необходимо расширить табл. 2 дополнительными столбцами 6–9, учитывающими эф-

Таблица 2

Матрица полного факторного эксперимента в закодированном виде

Номер опыта	X_0	X_1	X_2	X_3	Y
1	*2*	*3*	*4*	*5*	*6*
1	+1	–1	–1	–1	Y_1
2	+1	0	–1	–1	Y_2
3	+1	1	–1	–1	Y_3
4	+1	–1	0	–1	Y_4
5	+1	0	0	–1	Y_5
6	+1	1	0	–1	Y_6
7	+1	–1	1	–1	Y_7
8	+1	0	1	–1	Y_8
9	+1	1	1	–1	Y_9
10	+1	–1	–1	0	Y_{10}
11	+1	0	–1	0	Y_{11}
12	+1	1	–1	0	Y_{12}
13	+1	–1	0	0	Y_{13}
14	+1	0	0	0	Y_{14}
15	+1	1	0	0	Y_{15}
16	+1	–1	1	0	Y_{16}
17	+1	0	1	0	Y_{17}
18	+1	1	1	0	Y_{18}
19	+1	–1	–1	1	Y_{19}
20	+1	0	–1	1	Y_{20}
21	+1	1	–1	1	Y_{21}
22	+1	–1	0	1	Y_{22}
23	+1	0	0	1	Y_{23}
24	+1	1	0	1	Y_{24}
25	+1	–1	1	1	Y_{25}
26	+1	0	1	1	Y_{26}
27	+1	1	1	1	Y_{27}

Примечание: знаки +1 и –1 означают значения факторов: верхнего и нижнего уровня, 0 — среднего уровня соответственно

фект двойного и тройного взаимодействия факторов, табл. 3. Эффекты взаимодействия определяются аналогично линейным эффектам.

Результатами имитационного моделирования явилось уравнение множественной линейной регрессии, которое в общем виде запишется:

$$Y = b_0 + b_1X_1 + b_2X_2 + b_3X_3 + b_{12}X_1X_2 + \\ + b_{13}X_1X_3 + b_{23}X_2X_3 + b_{123}X_1X_2X_3,$$

где b_0, b_1, ..., b_n — коэффициенты регрессии;
X_1, ..., X_n — факторы.

Таблица 3

Расширенная матрица планирования полного факторного эксперимента 3^3

Номер опыта	X_0	X_1	X_2	X_3	X_1X_2	X_1X_3	X_2X_3	$X_1X_2X_3$	Y
1	*2*	*3*	*4*	*5*	*6*	*7*	*8*	*9*	*10*
1	+1	–1	–1	–1	1	1	1	–1	Y_1
2	+1	0	–1	–1	0	0	1	0	Y_2
3	+1	1	–1	–1	–1	–1	1	1	Y_3
4	+1	–1	0	–1	0	1	0	0	Y_4
5	+1	0	0	–1	0	0	0	0	Y_5
6	+1	1	0	–1	0	–1	0	0	Y_6
7	+1	–1	1	–1	–1	1	–1	1	Y_7
8	+1	0	1	–1	0	0	–1	0	Y_8
9	+1	1	1	–1	1	–1	–1	–1	Y_9
10	+1	–1	–1	0	1	0	0	0	Y_{10}
11	+1	0	–1	0	0	0	0	0	Y_{11}
12	+1	1	–1	0	–1	0	0	0	Y_{12}
13	+1	–1	0	0	0	0	0	0	Y_{13}
14	+1	0	0	0	0	0	0	0	Y_{14}
15	+1	1	0	0	0	0	0	0	Y_{15}
16	+1	–1	1	0	–1	0	0	0	Y_{16}
17	+1	0	1	0	0	0	0	0	Y_{17}
18	+1	1	1	0	1	0	0	0	Y_{18}
19	+1	–1	–1	1	1	–1	–1	1	Y_{19}
20	+1	0	–1	1	0	0	–1	4	Y_{20}
21	+1	1	–1	1	–1	1	–1	–1	Y_{21}
22	+1	–1	0	1	0	–1	0	0	Y_{22}
23	+1	0	0	1	0	0	0	0	Y_{23}
24	+1	1	0	1	0	1	0	0	Y_{24}
25	+1	–1	1	1	–1	–1	1	–1	Y_{25}
26	+1	0	1	1	0	0	1	0	Y_{26}
27	+1	1	1	1	1	1	1	1	Y_{27}

Для определения дисперсии воспроизводимости в каждой серии параллельных опытов вычисляют оценку дисперсии, приведено в табл. 4:

$$S_j^2 = \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^{n} (Y_{\text{эср}} - Y_{\text{р}})^2,$$

где n — количество параллельных опытов;

$Y_{\text{эср}}$ — средний отклик эксперимента;

$Y_{\text{р}}$ — расчетное значение отклика.

Проверка воспроизводимости дисперсий по критерию Кохрена:

$$G_{\text{р}} = \frac{\max\left(S^2\left\{\widetilde{y_i}\right\}\right)}{\sum_{i=1}^{N} S^2\left\{\widetilde{y_i}\right\}} = \frac{0{,}813}{5{,}495} = 0{,}102 < G_{\text{т}} = 0{,}2167,$$

где $\max\left(S^2\left\{\widetilde{y_i}\right\}\right)$ — максимальное значение дисперсии;

$\sum_{i=1}^{N} S^2\left\{\widetilde{y_i}\right\}$ — сумма квадратов дисперсий.

Для степеней свободы $f = n - 1 = 3 - 1 = 2$ и $K = N = 27$ при уровне значимости 0,95 табличное значение критерия Кохрена $G_{\text{т}} = 0{,}2167$. Гипотеза об однородности дисперсий принимается.

Таблица 4

Результаты определения дисперсии воспроизводимости

Номер точки плана эксперимента	Отклики параллельных экспериментов			Среднее значение отклика	Расчетное значение отклика	Дисперсия
	$Y_{э1}$	$Y_{э2}$	$Y_{э3}$	$Y_{эср}$	$Y_{р}$	S_j^2
1	28,1	28,3	28,9	28,433	27,498	0,173
2	35,08	35,3	35,9	35,427	37,384	0,180
3	44,7	45,6	45,2	45,167	47,270	0,203
4	35,1	35,6	35,9	35,533	37,686	0,163
5	36,23	36,81	36,56	36,533	37,535	0,085
6	35,68	35,9	35,32	35,633	37,385	0,086
7	44,1	45,31	45,2	44,870	47,873	0,448
8	35,8	36,75	36,7	36,417	37,687	0,286
9	28,58	28,7	28,9	28,727	27,500	0,026
10	37,6	37,73	38,4	37,910	39,392	0,184
11	38,8	39,6	39,2	39,200	39,592	0,160
12	40,4	41,6	40,78	40,927	39,793	0,376
13	40,68	41,89	41,3	41,290	39,772	0,366
14	40,7	41,65	41,3	41,217	39,396	0,231
15	39,3	39,15	39,4	39,283	39,019	0,016
16	42,67	43,2	43,31	43,060	40,153	0,117
17	40,2	40,33	40,9	40,477	39,200	0,139
18	36,1	36,6	37,14	36,613	38,246	0,271
19	47,1	47,32	48,76	47,727	51,286	0,813
20	49,14	49,28	48,4	48,940	79,637	0,224
21	34,21	33,34	33,6	33,717	32,316	0,199
22	42,46	43,52	42,6	42,860	41,859	0,332
23	43,12	43,19	42,84	43,050	41,256	0,034
24	38,5	38,9	38,7	38,700	40,654	0,040
25	35,1	34,32	34,51	34,643	32,433	0,165
26	40,1	40,16	39,57	39,943	40,712	0,105
27	47,1	47,45	47,63	47,393	48,991	0,073
					$\sum_{j=1}^{N} S_j^2$	5,495

Поскольку матрица полного факторного эксперимента является диагональной матрицей, то коэффициенты регрессии некоррелированы между собой, следовательно, значимость для каждого коэффициента в отдельности можно проверять по критерию Стьюдента, при этом исключение из уравнения регрессии незначимого коэффициента не скажется на остальных коэффициентах. Величины коэффициентов уравнения регрессии характеризуют вклад каждого фактора в величину Y. Диагональные элементы ковариационной матрицы равны между собой,

Таблица 5

Оценка значимости коэффициентов регрессии

Коэффициент регрессии	Оценка по величине критерия Стьюдента			
	Значение коэффициентов регрессии b_i	$S^2\{b_i\}$	$\frac{\lvert b_i \rvert}{\sqrt{S^2\{b_i\}}}$	Результат оценки b_i
b_0	39,396	0,0075	453,765	39,396
b_1	–0,377		4,337	–0,377
b_2	–0,196		2,262	–0,196
b_3	1,860		21,429	1,860
b_{12}	–0,577		6,646	–0,577
b_{13}	–0,226		2,606	–0,226
b_{23}	–0,348		4,006	–0,348
b_{123}	9,459		108,951	9,459

поэтому все коэффициенты уравнений определяются с одинаковой точностью:

$$S_{b_j} = \sqrt{S^2_{(b_j)}}.$$

Значимость коэффициентов регрессии оценивалась по критерию Стьюдента. Значение по модулю коэффициента менее критериального значения говорит о его незначительности и в уравнение регрессии не принимается.

Для установления факта незначимости коэффициента необходимо вычислить оценки дисперсии, с которой они определялись:

$$S^2(b_i) = \frac{S^2(y)}{N},$$

где $S^2(y) = \frac{1}{N}\sum S_j^2$; N — количество опытов.

С оценками дисперсий $S^2(y)$ и $S^2(b_i)$ связывают число степеней свободы:

$$f_b = N \cdot (n-1),$$

где N — количество опытов;

n — число параллельных опытов.

Для 54 степеней свободы и 95 % уровне значимости критерий Стьюдента равен $t = 2{,}005$.

Результаты оценки значимости коэффициентов регрессии сведены в табл. 5.

Из табл. 5 видно, что незначимых коэффициентов нет. Уравнение регрессии в кодированном виде будет выглядеть следующим образом:

$$Y = 39{,}396 - 0{,}377x_1 - 0{,}196x_2 + \\ +1{,}860x_3 - 0{,}577x_1x_2 - 0{,}226x_1x_3 - \\ -0{,}348x_2x_3 + 9{,}459x_1x_2x_3.$$

Адекватность полученного уравнения регрессии проверялась по критерию Фишера [3]. В нашем случае $k_1 = N - n - 1 = 27 - 3 - 1 = 23$; $k_2 = m - 1 = 3 - 1 = 2$ и при 95 % уровне значимости критериальное значение $F_т = 19{,}452$. Если расчетное значение меньше табличного, модель регрессии адекватно описывает процесс. Значения выходного параметра, вычисленные по уравнению регрессии, представлены в табл. 6.

Как видно из табл. 6, значение расчетного критерия Фишера меньше табличного, что указывает на адекватность регрессионной модели исследуемому процессу в рассматриваемой области поверхности отклика.

Расшифруем кодированное уравнение регрессии, подставив натуральные значения по формуле:

$$x_i = \frac{\tilde{x}_i - \tilde{x}_{i_0}}{J_0},$$

где x_i — кодированное значение фактора (–1, 0, 1);

$\tilde{x}_i$ — натуральное значение фактора;

$x_{\tilde{i_0}}$ — натуральное значение основного уровня фактора;

J_0 — интервал варьирования.

Таблица 6

Результаты расчета критерия Фишера

Номер опыта	Экспериментальное Y_i	Расчетное по уравнению $\hat{Y}_i$	$\left(Y_i - \hat{Y}_i\right)^2$
1	28,433	27,498	0,875
2	35,427	37,384	3,831
3	45,167	47,270	4,424
4	35,533	37,686	4,633
5	36,533	37,535	1,004
6	35,633	37,385	3,069
7	44,870	47,873	9,019
8	36,417	37,687	1,613
9	28,727	27,500	1,504
10	37,910	39,392	2,196
11	39,200	39,592	0,154
12	40,927	39,793	1,286
13	41,290	39,772	2,303
14	41,217	39,396	3,315
15	39,283	39,019	0,070
16	43,060	40,153	8,450
17	40,477	39,200	1,631
18	36,613	38,246	2,665
19	47,727	51,286	12,666
20	48,940	79,637	942,316
21	33,717	32,316	1,963
22	42,860	41,859	1,001
23	43,050	41,256	3,217
24	38,700	40,654	3,816
25	34,643	32,433	4,886
26	39,943	40,712	0,591
27	47,393	48,991	2,554
Сумма			1025,052
Дисперсия остаточная $S^2_{\text{ост}} = \dfrac{\sum\left(Y_i - \hat{Y}_i\right)^2}{n-m-1}$			44,567
Дисперсия факторная $S^2_{\text{факт}} = \dfrac{\sum\left(Y_i - \hat{Y}_i\right)^2}{m-1}$			512,526
Критерий Фишера расчетный $F = \dfrac{S^2_{\text{факт}}}{S^2_{\text{ост}}}$			11,5

$$x_1 = \frac{c-210}{90(300-120)} = \frac{c-210}{16200}; \qquad x_2 = \frac{r-80}{20(100-60)} = \frac{r-80}{800} = 0{,}00125r - 0{,}1;$$

$$x_3 = \frac{n-6}{4(10-2)} = \frac{n-6}{32} = 0,03125n - 0,1875.$$

Подставив, в закодированное уравнение полученные выражения, получим:

$$Y = 39,06 - 0,000006c + 0,06n -$$
$$-0,0013r - 0,000002cn - 0,000002cr -$$
$$-0,00013nr + 0,0000002cnr.$$

Таким образом, с помощью имитационного моделирования стало возможным получить регрессионную зависимость показателя подвижности — средней скорости от значения жесткости упругих элементов, динамических характеристик амортизаторов на прямом ходу и количества амортизаторов, установленных на военных гусеничных машинах.

Список источников

1. Некрасов В.И. Планирование и обработка результатов: учеб. пособие. Курган: Изд-во Курганского гос. университета, 1998. 146 с.
2. Ермаков С.М., Жиглявский А.А. Математическая теория оптимального эксперимента: учебник. М.: Наука, 1987. 320 с.
3. Лемешко Б.Ю., Лемешко С.Б., Горбунова А.А. О применении и мощности критериев проверки однородности дисперсий. Ч. 2. Параметрические критерии // Измерительная техника. 2010. № 3. С. 21–32.
4. Шевченко А.А. Проблемы и перспективы развития бронетанковой и автомобильной техники: Федеральный справочник / Оборонно-промышленный комплекс России 2009–2010. Вып. 6. М.: Центр стратегических программ, 2010. 226 с.
5. Клепик Н.К., Клементьев Д.С. Корреляционно-регрессионный анализ в задачах автомобильного транспорта: учеб. пособие. Волгоград: ВолгГТУ, 2009. 58 с.
6. Лапач С.Н., Радченко С.Г. Регрессионный анализ в условиях неоднородности факторного пространства // Математические машины и системы. 2016. № 3. С. 55–63.
7. Лысенко А.А. Введение в регрессионный анализ данных и регрессионные модели // Труды Санкт-Петербургского государственного морского технического университета. 2020. Т. 1, № S2. С. 15.
8. Ташкинов А.А., Денисенко В.И., Стихановский Б.Н. Параметры дорожного полотна, учитываемые при расчетах систем подрессоривания военных гусеничных машин // Наука и военная безопасность. 2024. № 2 (37). С. 36–40.
9. Ташкинов А.А., Попов А.Ю. Определение средних скоростей движения военных гусеничных машин по «пробою подвески» // Наука и военная безопасность. 2024. № 4 (39). С. 11–14.

References

1. Nekrasov V.I. Planning and processing of results: a tutorial. Kurgan: Publishing house of Kurgan state university, 1998. 146 p.
2. Ermakov S.M., Zhiglyavsky A.A. Mathematical theory of optimal experiment: a tutorial. Moscow: Science. 1987. 320 p.
3. Lemeshko B.Yu., Lemeshko S.B., Gorbunova A.A. On the application and power of criteria for testing the homogeneity of variances. Part 2. Parametric criteria // Measuring equipment. 2010. No 3. Pp. 21–32.
4. Shevchenko A.A. Problems and Prospects of Development of Armored and Automotive Equipment: Federal Handbook. Defense-Industrial Complex of Russia 2009–2010. Issue 6. Moscow: Center for Strategic Programs, 2010. 226 p.
5. Klepik N.K., Klementyev D.S. Correlation and Regression Analysis in Automobile Transport Problems: A Tutorial. Volgograd: VolGTU, 2009. 58 p.
6. Lapach S.N., Radchenko S.G. Regression Analysis in Conditions of Heterogeneity of Factor Space // Mathematical Machines and Systems. 2016. No 3. Pp. 55–63.
7. Lysenko A A. Introduction to Regression Data Analysis and Regression Models // Proceedings of the St. Petersburg State Marine Technical University. 2020. Vol. 1. No S2. P. 15.
8. Tashkinov A.A., Denisenko V.I., Stikhanovsky B.N. Roadway parameters taken into account when calculating the suspension systems of military tracked vehicles // Science and military security. 2024. No 2 (37). Pp. 36–40.
9. Tashkinov A.A., Popov A.Yu. Determination of average speeds of military tracked vehicles by «suspension breakdown» // Science and military security. 2024. No 4 (39). Pp. 11–14.