

УДК 623.45

doi: 10.53816/23061456_2025_3-4_60

**ОЦЕНКА РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ПЛОЩАДИ ПРОЕКЦИИ ОСКОЛКА
НЕОРГАНИЗОВАННОГО ДРОБЛЕНИЯ**

**ESTIMATION OF THE DISTRIBUTION OF THE PROJECTION AREA OF A
FRAGMENT OF DISORGANIZED CRUSHING**

Л.А. Маслова¹, д-р техн. наук С.М. Мужичек¹, канд. техн. наук А.А. Скрынников^{1,2}, С.В. Хрулин¹

L.A. Maslova, D.Sc. S.M. Muzhichok, Ph.D. A.A. Skrynnikov, S.V. Khrulin

¹ФАУ «ГосНИИАС», ²Московский авиационный институт

Предложен подход для построения закона распределения площади проекции осколков неорганизованного дробления на плоскость, перпендикулярную скорости осколков. В качестве модели осколков неорганизованного дробления выбран параллелепипед, параметры которого определяются из условия эквивалентности коэффициента формы. Для модельного осколков определяется диапазон возможных значений площади проекции, её числовые характеристики и закон распределения. Плотность вероятности и функция распределения площади проекции определяются путем статистического моделирования. Приведены примеры для осколков с различным значением коэффициента формы. Полученный закон распределения используется при проведении моделирования процесса истечения топлива из топливного бака летательного аппарата при пробитии стенки бака осколками.

Ключевые слова: осколков неорганизованного дробления, площадь проекции, закон распределения.

An approach is proposed for constructing the distribution law of the projection area of fragments of disorganized crushing on a plane perpendicular to the velocity of the fragment. A parallelepiped was chosen as a model of a fragment of disorganized crushing, the parameters of which are determined from the condition of equivalence of the shape coefficient. The range of possible values of the projection area, its numerical characteristics and the distribution law are determined for the model fragment. The probability density and the projection area distribution function are determined by statistical modeling. Examples are given for fragments with different values of the shape coefficient. The obtained distribution law is used in modeling the process of fuel outflow from the fuel tank of an aircraft when the tank wall is penetrated by fragments.

Keywords: fragments of disorganized crushing, projection area, distribution law.

Введение

Топливная система пилотируемых и тяжелых беспилотных летательных аппаратов (ЛА) является наиболее уязвимой компонентой к действию поражающих факторов боевых частей авиационных и зенитных управляемых ракет [1].

Большая уязвимая площадь элементов топливной системы обусловлена большим объемом топлива, размещаемого в крыльевых и фюзеляжных топливных баках [2].

В зависимости от характеристик накрывающего топливный бак (ТБ) осколочного поля могут быть реализованы различные механизмы

поражения топливного отсека: гидроудар при накрытии плотным высокоскоростным полем поражения отсека с топливом, аэроудар — при накрытии газонаполненного отсека, воспламенение топлива и развитие пожара, взрыв паровоздушной смеси, а также механическое действие — пробитие стенки топливного бака [3, 4]. Следствием этого может быть разрушение силовой конструкции отсека ЛА или масштабные пробоины в стенке ТБ, приводящие к быстрой потере топлива и к невозможности продолжения полета.

В случае попадания в топливный отсек отдельных осколков со сравнительно малой скоростью обширных разрушений стенки ТБ не будет; возможно образование в стенке ТБ одной или нескольких отдельных пробоин. В этом случае ЛА может быть поражен из-за критической потери топлива, при которой ЛА не сможет вернуться на аэродром посадки. Это обуславливает необходимость разработки методики оценки вероятности поражения ЛА за счет потери топлива. Задача оценки вероятности поражения ЛА за счет потери топлива решается и при обосновании минимально безопасных условий бомбометания с ударного беспилотного ЛА [5]. В этом случае попадание отдельных фрагментов (осколков) собственной бомбы в ТБ при бомбометании с малой высоты может привести к поражению беспилотного ЛА по механизму потери топлива.

ЛА будет поражен, если в результате истечения топлива из пробоин его будет недостаточно для возвращения ЛА на аэродром посадки.

Объем потерянного из ТБ топлива определяется конфигурацией ТБ, уровнем топлива в момент попадания в бак осколков, количеством попавших осколков, площадью пробоин и их расположением.

Площадь пробоины в стенке ТБ зависит от скорости осколка, его массы, угла подхода, от коэффициента формы и ориентации осколка в момент соударения [6, 7]. Осколок при движении хаотически вращается вокруг своего центра масс, поэтому все его ориентации в пространстве одинаково вероятны [8, 9]. Ввиду случайной ориентации осколка в момент подхода к поверхности ТБ площадь проекции осколка на плоскость, перпендикулярную вектору скорости осколка, а также площадь пробоины будут величинами случайными. Как следствие, зависимость объема потерянного топлива от времени будет случайным

процессом, а вероятность поражения ЛА по механизму потери топлива будет определяться как вероятность того, что траектория этого случайного процесса сможет достигнуть некоторого предельного значения в течение заданного времени.

В этой связи самостоятельной является задача определения закона распределения площади проекции осколка на плоскость, перпендикулярную вектору его скорости.

Определение закона распределения площади проекции осколка

Рассмотрим осколок в форме параллелепипеда со сторонами a , b , c , вектор скорости которого задается углами φ и θ (рис. 1).

Площадь проекции $S_{пр}$ параллелепипеда на плоскость, перпендикулярную вектору скорости осколка, определяется выражением [10]

$$S_{пр} = ab \cos \varphi \cos \theta + bc \sin \varphi + ac \cos \varphi \sin \theta. \quad (1)$$

Углы φ и θ — величины случайные. Для того чтобы все направления вектора скорости осколка были равновероятны, плотность распределения углов φ и θ (рис. 2) должна иметь вид [9]:

$$f(\theta, \varphi) = \frac{1}{4\pi} \cos \varphi \quad \text{при } 0 < \theta < 2\pi, \\ -\frac{\pi}{2} < \varphi < \frac{\pi}{2}$$

или

$$f(\theta, \varphi) = \frac{2}{\pi} \cos \varphi \quad \text{при } 0 < \theta < \frac{\pi}{2}, \quad 0 < \varphi < \frac{\pi}{2} \quad (2)$$

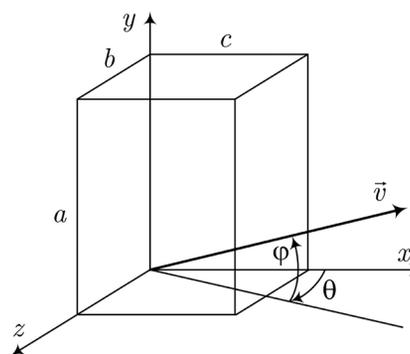


Рис. 1. Пространственное положение вектора скорости осколка

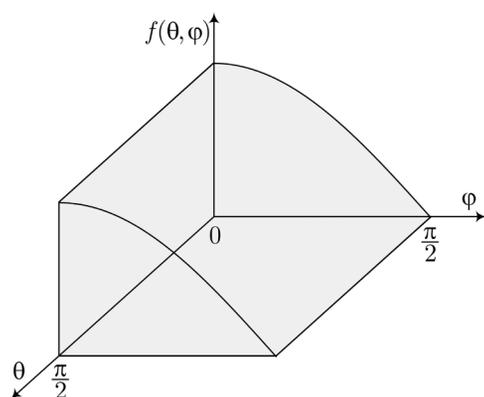


Рис. 2. Двумерная плотность распределения случайных величин — углов φ и θ

Так как

$$f(\theta, \varphi) = f(\theta)f(\varphi|\theta),$$

а

$$f(\theta) = \frac{2}{\pi} \text{ при } 0 < \theta < \frac{\pi}{2},$$

то

$$\frac{2}{\pi} \cos \varphi = \frac{1}{\pi/2} f(\varphi|\theta);$$

тогда условная плотность распределения $f(\varphi|\theta)$ будет иметь вид:

$$f(\varphi|\theta) = \frac{2}{\pi} \cos \varphi = \cos \varphi,$$

а условная функция распределения $F(\varphi|\theta)$ —

$$F(\varphi|\theta) = \sin \varphi \text{ при } 0 < \theta < \frac{\pi}{2}, 0 < \varphi < \frac{\pi}{2}.$$

Функция распределения угла θ —

$$F(\theta) = \frac{2\theta}{\pi} \text{ при } 0 < \theta < \frac{\pi}{2}.$$

Осколки естественного дробления имеют коэффициент формы 1,8...2,2. Приближенной моделью осколков неорганизованного дробления может служить прямая призма с основанием в виде выпуклого многоугольника [11]. Так, например, параллелепипед с соотношением длин сторон $1 \times 4 \times 4$ имеет коэффициент формы $\Phi = 1,89$; с соотношением $1 \times 6 \times 6$ — $\Phi = 2,2$.

Параллелепипед с квадратным основанием, то есть при $\alpha = \beta$,

где $\alpha = \frac{b}{a}$, $\beta = \frac{c}{a}$, описывает осколок неорганизованного дробления; при этом, варьируя значением α , можно получить требуемый при моделировании коэффициент формы Φ . Из выражения [8]

$$\Phi = \frac{ab + bc + ca}{2(abc)^{2/3}} = \frac{\alpha + \beta + \alpha\beta}{2(\alpha\beta)^{2/3}}$$

следует, что

$$\Phi(\alpha) = \frac{\alpha + 2}{2\alpha^{1/3}}. \quad (3)$$

Зависимость $\Phi(\alpha)$ при $\Phi = 1,88...2,2$ практически прямолинейная; на этом участке с использованием из соотношения (3) требуемые значения α могут быть получены по формуле

$$\alpha = 6,4096\Phi - 8,1093. \quad (4)$$

Тогда, так как объем осколка равен

$$V = abc = a \cdot \alpha a \cdot \alpha \beta = a^3 \alpha^2,$$

то геометрические размеры осколка—параллелепипеда, имитирующего осколок неорганизованного дробления заданной массой q с коэффициентом формы Φ , могут быть получены из соотношения

$$a = \sqrt[3]{\frac{q}{\alpha^2 \rho}}; b = \alpha a; c = \alpha a. \quad (5)$$

Минимальная площадь проекции s_{np} осколка со сторонами a, b, c определяется минимальной площадью грани: $\min\{ab, bc, ac\}$. Максимальная площадь проекции может быть определена из условия

$$\begin{cases} \frac{\partial s_{np}(\theta, \varphi)}{\partial \varphi} = 0; \\ \frac{\partial s_{np}(\theta, \varphi)}{\partial \theta} = 0, \end{cases}$$

то есть

$$\begin{cases} -ab \sin \varphi \cos \theta + bc \cos \varphi - ac \sin \varphi \sin \theta = 0; \\ -ab \cos \varphi \sin \theta + ac \cos \varphi \cos \theta = 0. \end{cases} \quad (6)$$

Выразим из первого уравнения системы (6) угол φ :

$$\varphi = \arctg\left(\frac{bc}{a(b\cos\theta + c\sin\theta)}\right);$$

подставив полученное выражение во второе уравнение системы (6), получим

$$\theta = \arctg\left(\frac{c}{b}\right),$$

откуда

$$\varphi = \arctg\left(\frac{bc}{a\sqrt{b^2 + c^2}}\right).$$

$$M[s_{\text{пр}}] = \int_0^{\pi/2} \int_0^{\pi/2} (ab\cos\varphi\cos\theta + bc\sin\varphi + ac\cos\varphi\sin\theta) \frac{2}{\pi} \cos\varphi d\varphi d\theta = \frac{ab + bc + ac}{2};$$

$$D[s_{\text{пр}}] = M[s_{\text{пр}}^2] - (M[s_{\text{пр}}])^2 = \frac{1}{3}(a^2b^2 + a^2c^2 + b^2c^2) - \frac{1}{4}(ab + ac + bc)^2 + \frac{4}{3\pi}(a^2bc + ab^2c + abc^2),$$

где $M[s_{\text{пр}}^2]$ — второй начальный момент:

$$M[s_{\text{пр}}^2] = \int_0^{\pi/2} \int_0^{\pi/2} (ab\cos\varphi\cos\theta + bc\sin\varphi + ac\cos\varphi\sin\theta)^2 \frac{2}{\pi} \cos\varphi d\varphi d\theta.$$

Рассмотрим в качестве примера осколок неорганизованного дробления массой 50 г с коэффициентом формы $\Phi = 1,8$. Он может быть смоделирован параллелепипедом со сторонами $a = 0,817$ см, $b = c = 2,801$ см.

Зависимость $s_{\text{пр}}(\theta, \varphi)$ для такого осколка приведена на рис. 3; значение $s_{\text{пр}}$ для него изменяется в достаточно широком диапазоне — от 2,2737 до 8,5831 см². Максимальное значение площадь проекции $s_{\text{пр}}$ принимает при $\theta = 45,0^\circ$, $\varphi = 67,58^\circ$.

На рис. 4 приведены линии равного уровня поверхности $s_{\text{пр}}(\theta, \varphi)$.

Особенность поведения зависимости (наличие замкнутых областей) затрудняет аналитическое интегрирование при нахождении закона распределения площади $s_{\text{пр}}$ как функции случайных аргументов φ и θ .

В этом случае закон распределения площади $s_{\text{пр}}$ осколка–параллелепипеда, имитирующего осколок неорганизованного дробления заданной

Таким образом, максимальная площадь проекции $s_{\text{пр}}$ осколка со сторонами a, b, c реализуется при углах

$$\theta = \arctg\left(\frac{c}{b}\right), \varphi = \arctg\left(\frac{bc}{a\sqrt{b^2 + c^2}}\right). \quad (7)$$

Подставив выражения (7) в формулу (1), получаем, что максимальное значение $s_{\text{пр}}$ может быть рассчитано по формуле

$$s_{\text{прmax}} = \sqrt{a^2b^2 + a^2c^2 + b^2c^2}.$$

Так как углы φ и θ — случайные величины, совместная плотность которых задается формулой (2), то площадь проекции $s_{\text{пр}}$ также будет величиной случайной, числовые характеристики которой определяются выражениями:

массой q с коэффициентом формы Φ , может быть получен путем статистического моделирования [12]. Для этого по формуле (4) определяется значение α , по формуле (5) рассчитываются длины сторон осколка–параллелепипеда. При статистическом моделировании разыгрывается угол θ (по закону равной вероятности в диапазоне от 0 до $\pi/2$) и угол φ , как $\varphi = \arcsin(R)$, где

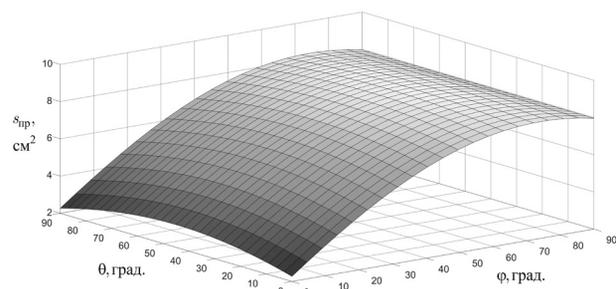


Рис. 3. Зависимость площади проекции $s_{\text{пр}}$ осколка неорганизованного дробления массой 50 г с коэффициентом формы $\Phi = 1,8$

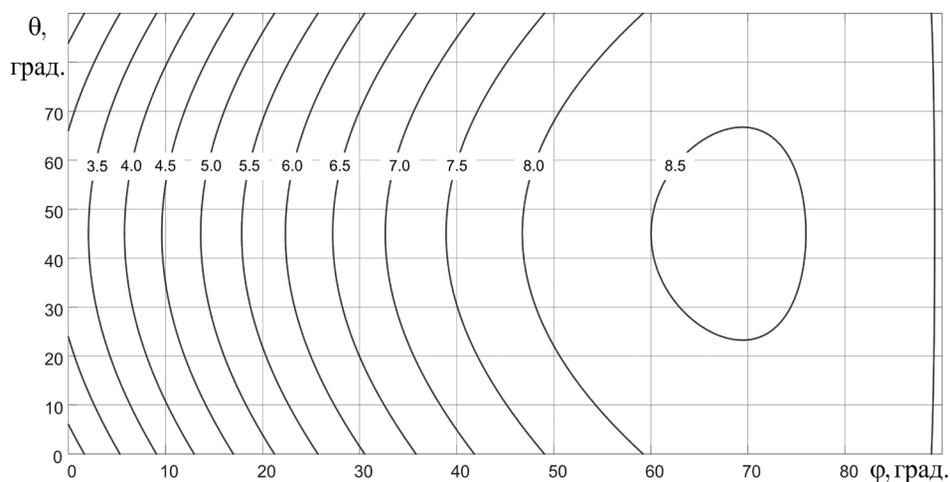


Рис. 4. Линии равного уровня площади проекции $s_{пр}$ осколка неорганизованного дробления массой 50 г с коэффициентом формы $\Phi = 1,8$

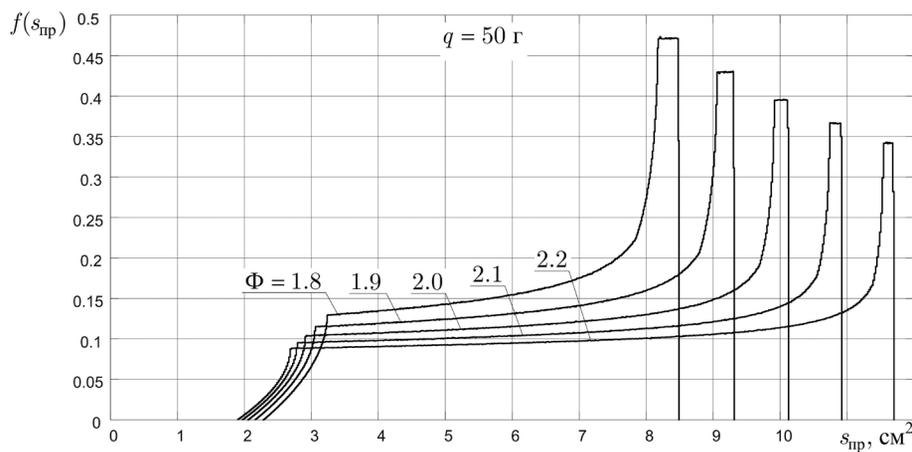


Рис. 5. Плотность распределения $f(s_{пр})$ площади проекции осколка массой 50 г при различных значениях коэффициента формы Φ

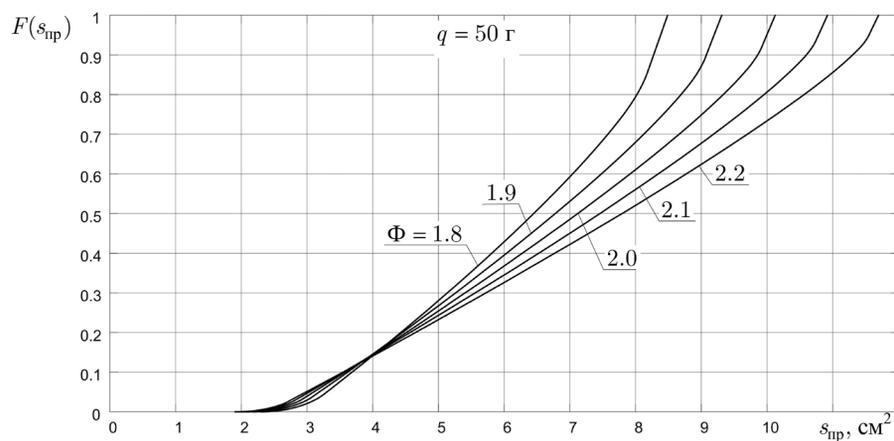


Рис. 6. Функция распределения $F(s_{пр})$ площади проекции осколка массой 50 г при различных значениях коэффициента формы Φ

R — стандартная равномерно распределенная случайная величина.

На рис. 5, 6 приведены графики плотности распределения $f(s_{пр})$ и функции распределения $F(s_{пр})$ для осколков-параллелепипеда массой 50 г с различными значениями коэффициента формы Φ во всем диапазоне его возможных значений для осколков неорганизованного дробления.

Заключение

Исходными данными при проведении статистического моделирования процесса потери топлива в случае пробития ТБ осколками являются закон распределения числа осколков, накрывающих ТБ, закон распределения координат точек попадания осколков, а также получаемые с использованием предложенного подхода закона распределения площади проекции осколков на плоскость, перпендикулярную вектору скорости. Площадь проекции при известных условиях подхода осколков к стенке ТБ, толщине стенки ТБ определяет площадь пробоины.

Объем истекающего через пробоины топлива рассчитывается путем численного решения последовательности нелинейных дифференциальных уравнений первого порядка, определяющих текущий уровень топлива в ТБ и построенных с учетом координат точек попадания осколков, площади пробоин и формы топливного бака [13, 14].

Дальнейшее решение задачи в интересах оценки вероятности поражения ЛА по механизму потери топлива связано с обоснованием типовых оперативно-тактических ситуаций, формированием перечня типовых полетных заданий, вариантов заправки топлива и расхода топлива в ходе полета. Моделирование выработки топлива в соответствии с заданным порядком позволит определить уровень топлива в каждом из топливных баков в момент попадания осколков, а также рассчитать зависимость текущего уровня топлива в поврежденном баке с учетом перекачки топлива из бака и в бак, характеристик пробоин, а также с учетом избыточного давления в баке. Все это позволяет рассчитать текущий остаток топлива. Возможность возвращения ЛА на аэродром посадки определяется соотношением объема

оставшегося топлива с минимально необходимым объемом.

Список источников

1. Базаянц С.И., Меднов А.Н., Букшин А.Ф. и др. Боевая живучесть летательных аппаратов (по материалам зарубежной печати). М.: Воениздат, 1983. 248 с.
2. Болховитинов О.В., Вольнов И.И., Захарченко В.С. и др. Конструкция и прочность летательных аппаратов. М.: ВВИА им. проф. Н.Е. Жуковского, 2004. 678 с.
3. Характеристики уязвимости воздушных целей при действии осколочно-фугасных боеприпасов. Методы исследования; под ред. Г.А. Лопина. Тверь: Полипресс, 2021. 499 с.
4. Ельцин С.Н., Жуков А.П., Кашин В.М., Рютин В.Б. Оценка эффективности переносных зенитных ракетных комплексов. СПб.: Балт. Гос. Техн. ун-т, 2007. 236 с.
5. Мужичек С.М., Скрынников А.А., Маслова Л.А. Концепция приемлемого риска потери ударного беспилотного летательного аппарата за счет поражения его осколками собственных бомб // Вооружение и экономика. 2024. № 1 (67). С. 9–17.
6. Балаганский И.А., Мержиевский Л.А. Действие средств поражения и боеприпасов. Новосибирск: Изд-во НГТУ, 2017. 408 с.
7. Средства поражения и боеприпасы; под ред. Селиванова В.В. М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2008. 984 с.
8. Дорофеев А.Н., Морозов А.П., Саркисян Р.С. Авиационные боеприпасы. М.: ВВИА им. проф. Н.Е. Жуковского, 1978. 445 с.
9. Вентцель Е.С. Теория вероятностей. М.: Высшая школа, 2006. 575 с.
10. Рассоха С.С., Селиванов В.В. Осколочное действие боеприпасов. М.: МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2018. 209 с.
11. Одинцов В.А., Рассоха С.С. Исследование процесса разрушения осколочной оболочки и действие образующегося спектра осколков. М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2016. 23 с.
12. Ермаков С.М. Метод Монте-Карло в вычислительной математике. СПб.: Бином. Лаборатория знаний, 2009. 192 с.
13. Расчет величины потери топлива при пробитии осколками топливного бака с по-

стоянным сечением: свид. о гос. регистр. программы для ЭВМ 2025613574 Рос. Федерация. № 2025610872; заявл. 29.01.2025; опубл. 12.02.2025, Бюл. № 2.

14. Расчет величины потери топлива при пробитии осколками топливного бака сложной конфигурации: свид. о гос. регистр. программы для ЭВМ 2025613539 Рос. Федерация. № 2025610873; заявл. 29.01.2025; опубл. 12.02.2025, Бюл. № 2.

References

1. Bazazyants S.I., Mednov A.N., Bukshin A.F. et al. Combat survivability of aircraft (based on foreign press materials). Moscow: Voenizdat Publ. 1983. 248 p.

2. Bolkhovitinov O.V., Volnov I.I., Zakharchenko V.S. et al. The design and strength of aircraft. Moscow: Air Force Engineering Academy named after N.E. Zhukovsky, 2004. 678 p.

3. Characteristics of vulnerability of aerial targets under the action of high-explosive fragmentation munitions. Research methods; edited by G.A. Lopin. Tver: Polipress Publ, 2021. 499 p.

4. Yeltsin S.N., Zhukov A.P., Kashin V.M., Ryutin V.B. Evaluation of the effectiveness of portable anti-aircraft missile systems. Saint-Petersburg: Baltic State Technical University Publ, 2007. 236 p.

5. Muzhichek S.M., Skrynnikov A.A., Maslova L.A. The concept of an acceptable risk of loss of an unmanned aerial vehicle due to its destruction by fragments of its own bombs // Armament and Economics. 2024. No 1(67). Pp. 9–17.

6. Balagansky I.A., Merzhievsky L.A. The effect of weapons and ammunition. Novosibirsk:

Publishing House of Novosibirsk State Technical University, 2017. 408 p.

7. Weapons of destruction and ammunition; ed. by Selivanova V.V. Moscow: Publishing House of Bauman Moscow State Technical University, 2008, 984 p.

8. Dorofeev A.N., Morozov A.P., Sargisyan R.S. Aviation ammunition. Moscow: Air Force Engineering Academy named after N.E. Zhukovsky, 1978. 445 p.

9. Wentzel E.S. Theory of Probability. Moscow: Vysshaya Shkola Publ., 2006. 575 p.

10. Rassokha S.S., Selivanov V.V. Fragmentation effect of ammunition. Moscow: Bauman Moscow State Technical University, 2018. 209 p.

11. Odintsovo V.A., Rassokha S.S. Investigation of the fragmentation shell destruction process and the effect of the resulting spectrum of fragments. Moscow: Publishing House of Bauman Moscow State Technical University, 2016. 23 p.

12. Ermakov S.M. Monte Carlo method in computational mathematics. St. Petersburg: Binom. Laboratory of Knowledge, 2009. 192 p.

13. Calculation of the value of fuel loss at penetration by fragments of a fuel tank with a constant cross-section: certificate of state registration of the program for computer 2025613574 Ros. Federation. No. 2025610872; application. 29.01.2025; published 12.02.2025, Bulletin No. 2.

14. Calculation of the value of fuel loss at penetration by fragments of a fuel tank of complex configuration: certificate of state registration of the program for computer 2025613539 Ros. Federation. No. 2025610873; application. 29.01.2025; published 12.02.2025, Bulletin No. 2.