

УДК 623.455.2; 001.891.573

doi: 10.53816/23061456_2025_3–4_45

**МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ФУНКЦИОНИРОВАНИЯ КОМПОЗИТНОЙ
ГИЛЬЗЫ С ПРИМЕНЕНИЕМ РАЗРЫВНОГО МЕТОДА БУБНОВА-ГАЛЕРКИНА
И МОМЕНТНОЙ ТЕОРИИ ПРОЧНОСТИ ТОНКИХ ОБОЛОЧЕК**

**A MATHEMATICAL MODEL OF THE FUNCTIONING OF A COMPOSITE
SLEEVE USING THE BUBNOV-GALERKIN BURSTING METHOD AND THE
MOMENT THEORY OF STRENGTH OF THIN SHELLS**

Д.В. Бакланов, канд. техн. наук С.А. Куканов

D.V. Baklanov, Ph.D. S.A. Kukanov

Филиал Военной академии материально-технического обеспечения им. А.В. Хрулева (г. Пенза)

Статья посвящена разработке математической модели функционирования композитной гильзы в цикле автоматики с применением механики сплошных сред и моментной теории прочности тонких оболочек, отличающейся от известных возможностью оценки прочности по всей её длине и на стыке различных материалов за счет введения коэффициента отношения длины торца к длине плоскости касания стыка в расчетную формулу приведенной жесткости контакта. При стрельбе патрон подвергается деформации под действием давления в патроннике за предельно короткий промежуток времени, необходимо учитывать изменения конститутивной модели материала при его ударе. Разработанные на сегодняшний день научно-методические аппараты не позволяют в полной мере описывать динамические нагрузки на композитную гильзу во время выстрела и экстракции. Разработанная в статье модель позволила определить свойства материала для тела композитной гильзы с учетом обеспечения его прочности и необходимой упругой пластичности.

Ключевые слова: метод Бубнова — Галеркина, моментная теория прочности, приведенная жесткость, метод конечных элементов, изгибающий момент, модель Джонсона — Кука.

The article is devoted to the development of a mathematical model of the functioning of a composite sleeve in the automation cycle using continuum mechanics and the moment theory of strength of thin shells, which differs from the known ones in the ability to estimate strength along its entire length and at the junction of various materials by introducing the ratio of the end length to the length of the plane of contact of the joint into the calculation formula of the reduced contact stiffness. When firing, the cartridge undergoes deformation under the influence of pressure in the chamber in an extremely short period of time, it is necessary to take into account changes in the constitutive model of the material upon impact. The scientific and methodological devices developed to date do not allow us to fully describe the dynamic loads on the composite sleeve during firing and extraction. The model developed in the article made it possible to determine the properties of the material for the body of the composite sleeve, taking into account its strength and the necessary elastic plasticity.

Keywords: Bubnov — Galerkin method, moment theory of strength, reduced rigidity, finite element method, bending moment, Johnson — Cook model.

Одна из основных задач расчета на прочность композитной гильзы заключается в выборе геометрии соединения двух материалов с разными коэффициентами теплопередачи и температурными напряжениями.

Зона контакта тела гильзы и донной части является одной из наиболее нагруженных областей в гильзе при наличии высокой концентрации напряжений на срез [1].

Расчет проводился в квазистатическом приближении для момента времени, при котором реализуется максимальное давление пороховых газов. Допустимость квазистатического расчета обосновывалась достаточно большими временами протекающих процессов (максимальные деформации развиваются в изделии за время ($\sim 74 \cdot 10^{-5}$ с) по сравнению со временем распространения возмущений в материале изделия (прохождение упругих волн по длине стандартной конструкции занимает время порядка единиц микросекунд) [2].

Деформация поверхностного слоя на контакте донной части и тела гильзы непрерывно связана с жесткостью стыка. Под этой жесткостью понималось отношение усилия, вызываемого давлением пороховых газов в гильзе при выстреле, к перемещению поверхности в том же направлении. Величина жесткости представлялась как

$$j = \frac{P}{y}, \quad (1) \quad \text{и}$$

где j — жесткость стыковых поверхностей;

P — удельное давление пороховых газов;

y — перемещение стыковых поверхностей, вызванное сжатием поверхностных слоев.

Таким образом, для определения жесткости устанавливалась связь между перемещениями стыкуемых оболочек донной части из стали и телом гильзы из полиамида.

Предполагалось, что возникновение малых нелинейных деформаций должно обеспечивать дополнительный запас прочности. Смоделировано изделие по габаритам гильзы. Для построения решения разработана отсеченная часть фрагмента гильзы, представленная на рис. 1. На этом рисунке показаны внутренние нагрузки и внутренние напряжения, действующие на вырезанный фрагмент донной части и тела гильзы (показаны штриховкой).

Допускалось, что сжимаются две поверхности, одна из которых имеет в точке контакта материалов наибольший радиус кривизны R_1 и наименьший R'_1 , другая соответственно радиус кривизны R_2 и R'_2 . Тогда величина сближения по линии давления точек обеих частей гильзы, удаленных от зоны контакта, из-за деформации в этой зоне задавалась как [3]

$$y = \lambda \sqrt[3]{\frac{P^2}{k_1^2 \delta}}, \quad (2)$$

где

$$\delta = \frac{4}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R'_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R'_2}}, \quad (3)$$

$$k_1 = \frac{8E_1E_2}{3E_2(1-\mu_1^2) + E_1(1-\mu_2^2)}, \quad (4)$$

где λ — коэффициент, зависящий от углов, которые составляют касательные с поверхностями в точке контакта.

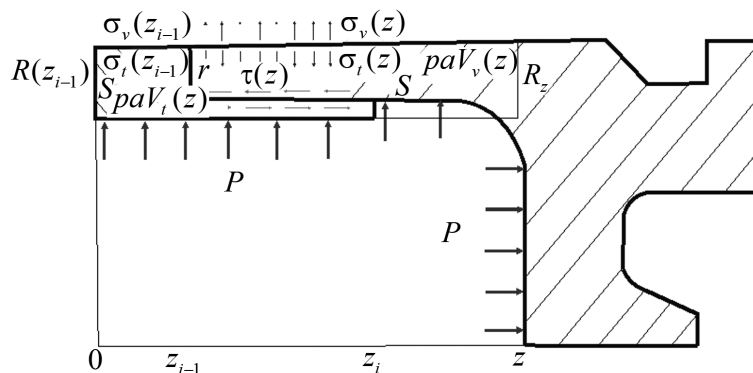


Рис. 1. Фрагмент донной части гильзы и тела гильзы, и действующие на них нагрузки

Учитывалось, что деформация стыка подчиняется условию

$$y = \frac{y_1}{2} + \frac{y_2}{2}, \quad (5)$$

где y_1 и y_2 — деформация стыка из только одного или только другого из двух указанных материалов.

Пользуясь выражениями (1) и (5), получено

$$\frac{1}{j^*} = \frac{1}{2j_1} + \frac{1}{2j_2},$$

или

$$j^* = 2 \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^k \frac{j_1 j_2}{j_1 + j_2}, \quad (6)$$

где j^* — приведенный коэффициент жесткости, коэффициент жесткости смешанного стыка.

Пользуясь выражениями (5) и (7), получено

$$E^* = 2 \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^k \frac{E_1 E_2}{E_1 + E_2}. \quad (7)$$

Имея выражения (7) и (8), находились ориентировочные значения жесткости для смешанных стыков, когда известны материалы и их параметры.

На рис. 2 приведены геометрические варианты соотношения длины торца стыка к длине плоскости касания при различных соединениях донной части и тела композитной гильзы (кг).

Давление соприкосновения стенки гильзы с патронником зависит от относительной толщи-

ны стенки в исследуемом сечении, механических характеристик материала и относительного радиального зазора

$$P_c = \frac{2}{\sqrt{3}} \cdot M \sigma_e \ln \frac{r_2}{r_1} + \frac{2}{3} \cdot \frac{D \cdot \bar{r} \cdot \Delta r}{r_2},$$

где r_1 и r_2 — наружный и внутренний радиус КГ;

$M = \frac{E - D}{E}$ — параметр упрочнения;

$\bar{r} = \frac{r_2^2}{r_1^2}$ — безразмерный коэффициент;

Δr — радиальный зазор.

Выбор радиального зазора зависит от относительной толщины стенки в данном сечении. Посчитав приведенный коэффициент жесткости и деформации численным и аналитическим методами, получены результаты, представленные на рис. 3.

Таким образом, при аналитическом расчете приведенной жесткости соединение, представленное на рис. 2, в, показало результаты с погрешностью не более 5 % с расчетами численного метода. Введен дополнительный коэффициент учета конструкции стыка донной части и тела гильзы β . С учетом коэффициента β достигается обеспечение жесткости и прочности соединения частей гильзы, расчеты показывают удовлетворительные результаты. Механические свойства среднеуглеродистой низколегированной стали и полиамида РА612 описывались с помощью конститутивной модели Джонсона — Кука [4].

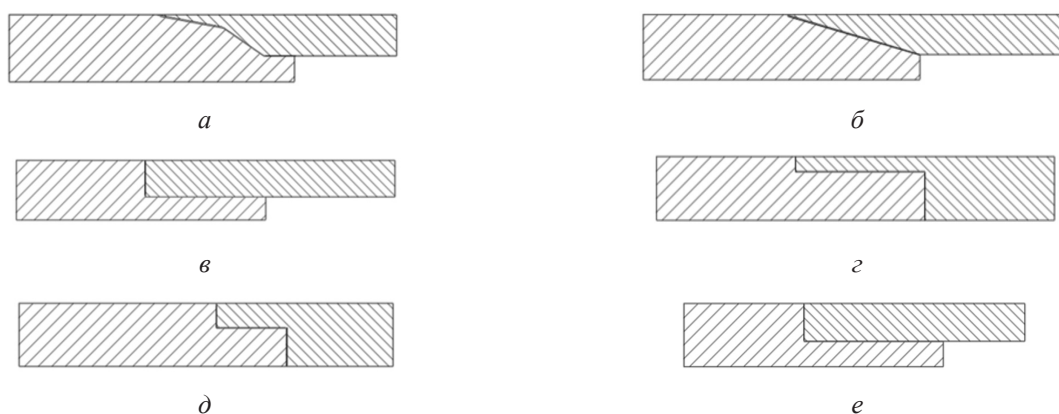


Рис. 2. Соотношение длины торца стыка r к длине плоскости касания стыка L при соединении донной части и тела композитной гильзы: а, б, в — геометрические сочетания соединения группы 1; г, д, е — геометрические сочетания соединения группы 2

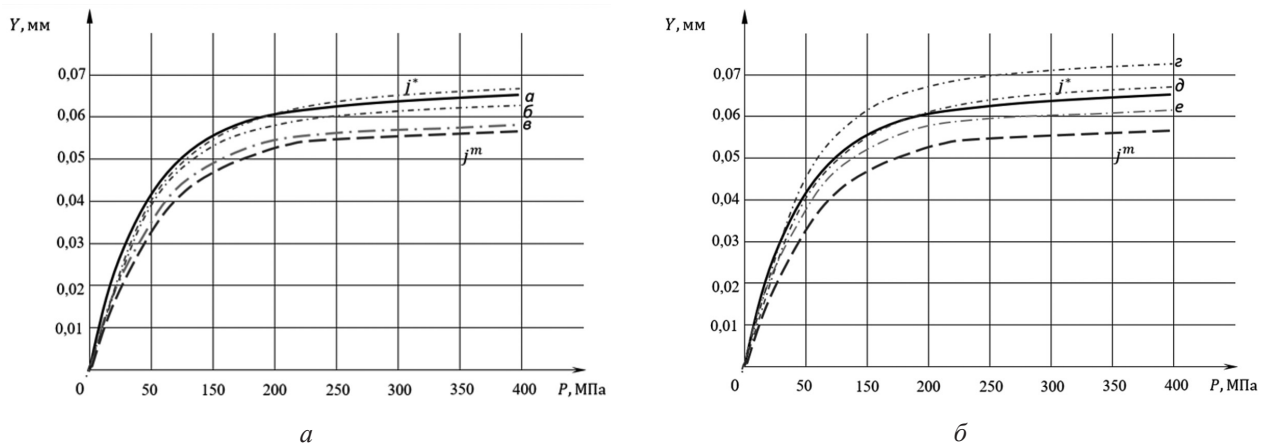


Рис. 3. Изменение деформации от приложенного давления на стыке двух материалов композитной гильзы: а — при геометрических сочетаниях соединения группы 1; б — при геометрических сочетаниях соединения группы 2; j^* — приведенный коэффициент жесткости стыка материалов по аналитической модели Рыжова; j^m — приведенный коэффициент жесткости стыка материалов, посчитанный численным методом SPG

Общая форма

$$\sigma = \left(A + B\varepsilon^n \right) \cdot \left[1 + C \ln \left(\frac{\dot{\varepsilon}}{\dot{\varepsilon}_{ref}} \right) \right] \cdot (1 - T^{*m}),$$

где σ , ε , $\dot{\varepsilon}_{ref}$ представляют собой напряжения, пластическую деформацию и эталонную скорость деформации соответственно; A , B , C , n и m — константы материалов; T^* — температурный показатель.

Для проверки независимости сетки сравнивалась модель конечных элементов с общим количеством узлов 1,134 миллиона, при этом ошибки напряжений в соответствующих поло-

жениях патронника находились в пределах 2 %, что указывало на то, что сетка может обеспечить надежные результаты расчета (рис. 4).

Для адекватного раскрытия сил, действующих на тело композитной гильзы, применялась моментная теория прочности тонких оболочек [5], для чего рассматривалась отсеченная часть тела гильзы из композитного материала, нагруженная внутренним давлением пороховых газов P (рис. 5).

Толщина гильзы обозначалась h , радиус кривизны срединной поверхности в окружном направлении R . На расстоянии x выделялся двумя продольными и двумя поперечными сечениями (под углом $d\varphi$) элемент с размера-

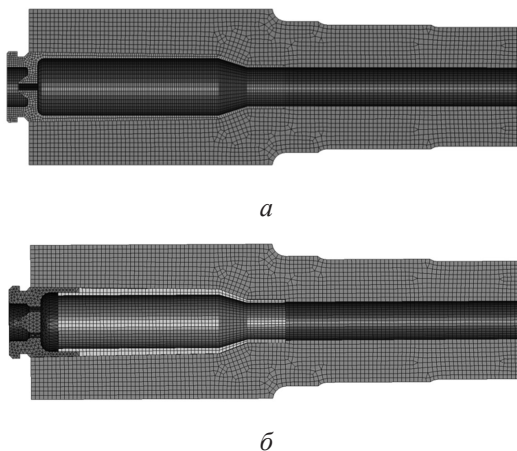


Рис. 4. Модель конечных элементов после создания сетки: а — штатная гильза 5,45-мм в патроннике; б — композитная гильза 5,45-мм в патроннике

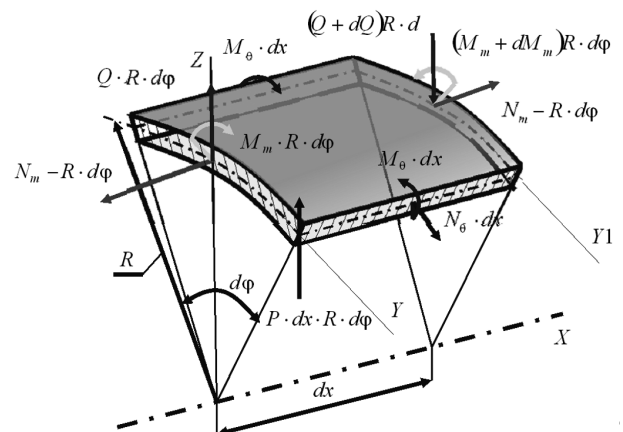


Рис. 5. Элемент оболочки тела гильзы и действующие на него силы

ми dx и $R \cdot d\varphi$ и рассматривался под действием всех сил в равновесии.

Моментная теория расчета фрагмента композитной гильзы основана на допущениях, используемых в теории изгиба пластин [6]. К боковым площадкам элемента прикладывались внутренние силы и моменты, а с внутренней стороны действовало давление пороховых газов P . На рис. 5 смоделированы:

Q — поперечная сила, приходящаяся на единицу длины;

$$W(x) = \frac{PR^2}{E \cdot h} \left(1 - \mu \frac{N_m}{PR} \right) \left[e^{-kx} \cdot (\sin kx + \cos kx) \right] - \frac{E \cdot \alpha \cdot \Delta T \cdot h}{12 - (1 - \mu)},$$

где P — давление пороховых газов;

R — радиус кривизны срединной поверхности в окружном направлении;

E — модуль Юнга;

μ — коэффициент Пуассона;

h — толщина стенки гильзы;

α — коэффициент линейного расширения материала;

ΔT — разность температур внутренней и наружной поверхностей стенки гильзы.

Механические свойства композитных материалов, армированных стекловолокном, более существенно зависят от скорости деформации в направлении укладки волокон, в то время как углеродные волокна демонстрируют поведение, не зависящее от скорости деформации. Поэтому для композитного тела гильзы из стекловолокна проводилась коррекция свойств материала в радиальном направлении [7, 8]

$$\lambda_{E_0}(\dot{\varepsilon}) = \lambda_{E_z}(\dot{\varepsilon}) = 1 + \lambda \ln\left(\frac{\dot{\varepsilon}}{\dot{\varepsilon}_0}\right),$$

где λ_{E_0} — жесткость материала в радиальном направлении в цилиндрических координатах;

λ_{E_z} — жесткость материала в осевом направлении в цилиндрических координатах;

$\dot{\varepsilon}$ — скорость деформации;

$\dot{\varepsilon}_0$ — предельная скорость деформации, которая служит эталоном для сравнения с текущей скоростью деформации [5].

Результаты показали, что при начальных зазорах 0,04 мм и 0,06 мм гильза войдет в тесный контакт с патронником при давлении в патроннике 154 МПа и 230 МПа соответственно.

N_θ , N_m — нормальные силы, приходящиеся на единицу длины в окружном и меридиональном направлениях;

M_θ , M_m — изгибающие моменты (приходящиеся на единицу длины) в окружном и меридиональном направлениях.

Определение внутренних силовых факторов: прогиба гильзы, изгибающего момента, перерезывающей силы, окружной нормальной силы проводилось путем нахождения 1, 2 и 3-х производных функции

При максимальном давлении в патроннике максимальная деформация внешней стенки патрона составляла 0,063 мм и 0,046 мм соответственно. Это представляет собой уменьшение на 39,4 % и 17,1 % по сравнению с деформацией 0,076 мм при отсутствии контакта патрона с патронником ($\delta = 0,08$ мм). Для внутренней стенки патрона максимальные деформации составляли 0,063 мм и 0,074 мм соответственно, что представляет собой уменьшение на 25,5 % и 11,7 % по сравнению с деформациями без контакта с патронником.



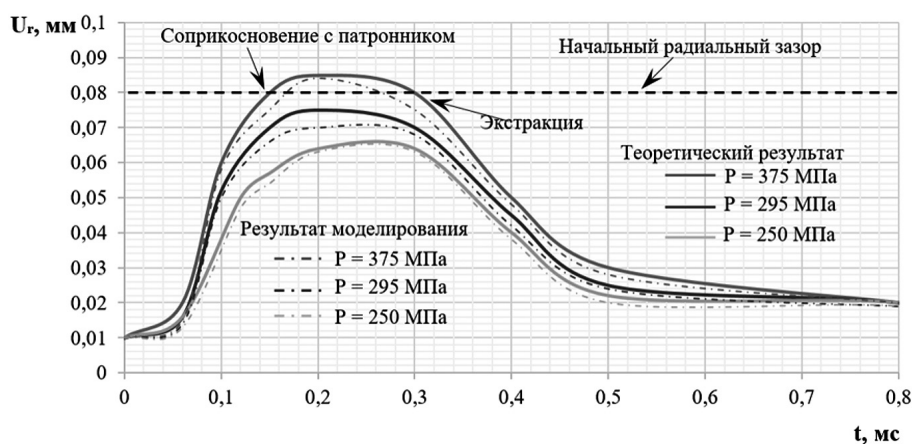
Рис. 6. Результаты деформации композитной 5,45-мм гильзы: а — суммарная силовая нагрузка в изометрии; б — суммарная силовая нагрузка внешней стенки

Для проверки независимости сетки сравнивалась модель конечных элементов с общим количеством узлов, при этом ошибки напряжений в соответствующих положениях патронника находились в пределах 2 %. В целях экономии вычислительных ресурсов и повышения эффективности расчета была выбрана конечно-элементная модель с минимальным количеством узлов. Расчет деформации стенки композитной гильзы проводился моделированием внутреннего давления пороховых газов, возникающего при выстреле и определяемого по классической теории внутренней баллистики (рис. 6) [9].

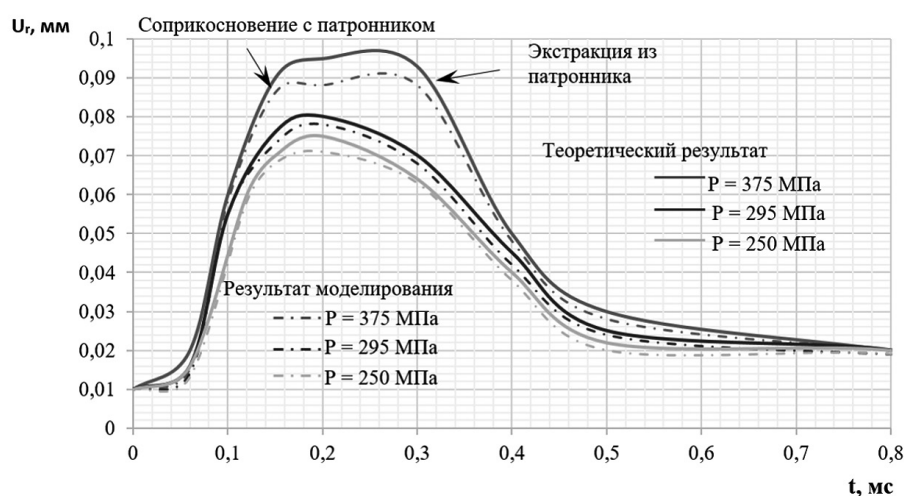
Деформации внешней и внутренней стенки композитной гильзы при различных давлениях представлены на рис. 7.

Выводы

Результаты моделирования деформации композитной гильзы и оценки прочности по её длине показали, что при давлении в патроннике ниже 295 МПа гильза не контактирует с патронником в течение всего процесса деформации, а при приложении максимального давления в патроннике 375 МПа наружная стенка гильзы может касаться патронника. После касания патронника происходит наклон кривых смещения внутренней и внешней стенок гильзы, скорость деформации существенно уменьшается. Это объясняется значительными ограничениями и поддержкой патрона, которые обеспечивает патронник.



а



б

Рис. 7. Радиальная деформация при разном давлении в патроннике:
а — внешней стенки 5,45-мм композитной гильзы; б — внутренней стенки 5,45-мм композитной гильзы

В целом разработанная модель позволила сделать выбор оптимального материала с заданными физическими свойствами для тела композитной гильзы с учетом обеспечения его прочности и необходимой упругой пластичности. При аналитическом расчете приведенной жесткости соединение, представленное на рис. 2, в, показало результаты с погрешностью не более 5 % с расчетами численного метода.

Список источников

1. Пагано Н. Роль эффективных модулей в исследовании упругих свойств слоистых композитов / Композиционные материалы: В 8 т. Т. 2. Механика композиционных материалов; под ред. Дж. Сен-деки. М.: Мир, 1978. С. 13–37.
2. Победря Б.Е. О точности эффективных характеристик в механике композитов // Механика композитных материалов. 1990. № 3. С. 408–413.
3. Подружин Е.Г. Приложение метода сингулярных интегральных уравнений к задачам изгиба анизотропных пластин с многосвязным контуром: автореф. дисс. докт. техн. наук. Новосибирский гос. техн. ун-т. Новосибирск, 2007. 34 с.
4. LS-DYNA Theory Mnuual. Livermore: LSTC, 2019. 686 p.
5. Никифоровский В.С., Шемякин Е.И. Динамическое разрушение твердых тел. Новосибирск: Наука, Сибирское отд., 1979. 272 с.
6. Рыжов Э.В. Основы расчета стыковых поверхностей деталей машин на контактную жесткость. М.: Машгиз, 1962. 143 с.
7. Протасов В.Д., Филипенко А.А. Безмоментные цилиндрические оболочки с переменными параметрами упругости // Механика композитных материалов. 1984. № 3. С. 493–502.
8. Амбарцумян С.А. Общая теория анизотропных оболочек. М.: Наука, 1974. 448 с.

9. Ванин Г.А. и др. Современные методы испытаний композиционных материалов // Научно-методический сборник. НТП-4-92, под ред. А.П. Гусенкова. М.: МНТК «Надежность машин», 1992. 247 с.

References

1. Pagano N. The role of effective modules in the study of elastic properties of layered composites / Composite materials: In 8 volumes. Vol. 2. Mechanics of composite materials [edited by J. Sen-decki]. Moscow: Mir, 1978. Pp. 13–37.
2. Pobedrya B.E. On the accuracy of effective characteristics in the mechanics of composites // Mechanics of composite materials. 1990. No 3. Pp. 408–413.
3. Druzhin E.G. Application of the method of singular integral equations to bending problems of anisotropic plates with a multiconnected contour: Abstract. diss. doct. Technical sciences. Novosibirsk State Technical University. Novosibirsk, 2007. 34 p.
4. LS-DYNA Theory Mnuual. Livermore: LSTC, 2019. 686 p.
5. Nikiforovsky V.S., Shemyakin E.I. Dynamic destruction of solids. Novosibirsk: Nauka, Siberian Publishing House, 1979. 272 p.
6. Ryzhov E.V. Fundamentals of calculating the butt surfaces of machine parts for contact stiffness. Moscow: State Scientific and Technical Publishing House of Engineering Literature. 1962. 143 p.
7. Protasov V.D., Filipenko A.A. Momentless cylindrical shells with variable elasticity parameters // Mechanics of composite materials. 1984. No. 3. Pp. 493–502.
8. Ambartsumyan S.A. General theory of anisotropic shells. Moscow: Nauka, 1974. 448 p.
9. Vanin G.A. et al. Modern methods of testing composite materials // Scientific and methodological collection. NTP-4-92. Edited by A.P. Gusenkov. M.: ISTK «Reliability of machines», 1992. 247 p.