УДК 623.462: 623.4.018+004.94

doi: 10.53816/23061456_2025_7–8_87

РАЦИОНАЛЬНЫЙ ВЫБОР ЧИСЛА МОДЕЛЬНЫХ ЭКСПЕРИМЕНТОВ ДЛЯ ДОСТОВЕРНОЙ ОЦЕНКИ ХАРАКТЕРИСТИК СЛОЖНОЙ РАДИОЭЛЕКТРОННОЙ СИСТЕМЫ ПРИ ОГРАНИЧЕННОМ ОБЪЕМЕ НАТУРНЫХ ИСПЫТАНИЙ

RATIONAL CHOICE OF THE NUMBER OF MODEL EXPERIMENTS FOR A RELIABLE ASSESSMENT OF THE CHARACTERISTICS OF A COMPLICATED RADIO-ELECTRONIC SYSTEM WITH A LIMITED VOLUME OF FIELD TESTS

Д-р техн. наук А.Н. Детков

D.Sc. A.N. Detkov

Государственный Научно-Исследовательский Институт Авиационных Систем

Показано, что достоверная оценка характеристик сложной радиоэлектронной системы (СРЭС) может быть достигнута лишь совместным использованием результатов натурных испытаний и модельных экспериментов. Получена формула оптимального априорного числа модельных экспериментов при ограниченном объеме натурных испытаний и заданной точности оценки характеристик СРЭС. Апостериорное количество модельных экспериментов уточняется при определении «непротиворечивости» результатов совместной оценки характеристик СРЭС по результатам натурных испытаний и модельных экспериментов с использованием критериев Смирнова и Лемана — Розенблатта.

Ключевые слова: сложная радиоэлектронная система, натурные испытания, модельные эксперименты, критерии согласованности Смирнова и Лемана — Розенблатта.

It is shown that a reliable assessment of the characteristics of a complicated radioelectronic system (CRES) can be achieved only by combining the results of field tests and model experiments. A formula has been obtained for the optimal a priori number of model experiments with a limited volume of field tests and a given accuracy in estimating the characteristics of CRES. The a posteriori number of model experiments is specified when determining the «consistency» of the results of a joint assessment of the characteristics of CRES based on the results of field tests and model experiments using the Smirnov and Lehman-Rosenblatt criteria.

Keywords: complicated radio-electronic system, field tests, model experiments, Smirnov and Lehman-Rosenblatt consistency criteria.

Введение

Испытания играют ключевую роль в процессе создания сложной радиоэлектронной системы (СРЭС) и в полной мере определяют качество отработки и готовность СРЭС к работе в реальных условиях. Конечная цель испытаний состоит в том, чтобы в момент окончания ОКР получить образец СРЭС, тактико-технические характеристики которого соответствуют требованиям ТТЗ. При этом качественно и количественно оценить весь перечень характеристик, заданных ТТЗ с помощью натурных экспериментов, не всегда представляется возможным [1].

Поэтому задача создания образцов СРЭС с учетом значительного повышения интеллекта их систем управления при сокращении сроков разработки и испытаний СРЭС, а также в условиях ограниченных объемов финансирования становится весьма актуальной.

Анализ традиционной системы испытаний сложных радиоэлектронных систем

Проведенный системный анализ [2] существующей технологии создания, отработки, оценки, контроля и подтверждения тактико-технических характеристик (ТТХ) СРЭС показал, что традиционная практика испытаний имеет ряд существенных недостатков, которые порождают принципиальные противоречия требований к системе создания перспективных образцов СРЭС.

Относительная длительность, необходимость расходования ресурса работы реальных средств и значительные экономические затраты на проведение натурных испытаний заставляют искать пути более рациональной организации работы при оценке характеристик СРЭС.

Накопленный в последние годы опыт работы с математическими моделями и средствами полунатурного моделирования показал, что они являются эффективным, во многих случаях обязательным инструментом решения различных задач разработки и испытаний.

Акцент на моделирование при испытаниях целесообразно делать в связи с ограниченным числом технических средств полигона по заданию внешних условий целевой и помеховой обстановки, сложности имитации условий огневого и радиоэлектронного противодействия.

Рациональное сочетание моделирования и других взаимно согласованных методов исследования в рамках комплексного опытно-теоретического метода позволяет оценить значения показателей эффективности для всех практически важных условий применения СРЭС.

Поэтому в настоящее время к основным методам испытаний при оценке характеристик СРЭС следует отнести натурные испытания (полигонные, летные) и эксперименты с использованием моделей, проводимые на основе математического моделирования на средствах моделирования, в частности на комплексах полунатурного моделирования [1, 3].

Требование системного подхода означает, что комплексы информационных, расчетных задач и математических моделей, используемые при разработке СРЭС и различных уровнях испытаний, должны быть составными элементами общей системы задач и моделей, быть согласованными между собой по цели и назначению, оперативным постановкам, составу учитываемых факторов и ограничениям, содержанию и формам входных и выходных данных, критериям эффективности и нормативам, системам классификации и кодирования, структуре и содержанию баз данных, принципам защиты обрабатываемой информации и используемым алгоритмическим языкам [1].

Таким образом, ряд совершенно очевидных достоинств моделирования позволяет считать его в качестве одного из главных методов оценки характеристик СРЭС. Однако при этом следует иметь в виду и основную трудность применения этого метода — полученные результаты требуют специальной проверки на достоверность сравнением с результатами натурных экспериментов.

Опыт испытаний и исследований сложных систем в диапазоне различных условий показывает, что наиболее полная и достоверная оценка СРЭС может быть достигнута лишь совместным использованием результатов натурных испытаний и модельных экспериментов, что делает испытания СРЭС наиболее эффективными в целом.

Совместное использование результатов натурных и модельных экспериментов при оценке характеристик сложных радиоэлектронных систем

Рассматривая испытания, как процесс получения информации об испытываемом объекте, в качестве выигрыша можно принять среднее количество информации $\overline{I}$ об оцениваемых характеристиках [4].

$$\overline{I} = \frac{1}{\Phi\Psi} \sum_{\varphi=1}^{\Phi} \sum_{\psi=1}^{\Psi} I^{(\varphi\psi)} ,$$

где Φ — количество оцениваемых характеристик;

Ψ — количество условий, в которых необходимо оценить характеристики;

$I^{(\varphi\psi)}$ — количество информации, получаемое при оценке φ-й характеристики в ψ-х условиях.

С учетом всей доступной информации, получаемой в натурных испытаниях и модельных экспериментах, в соответствии с принципом максимума неопределенности, для оценки уровня неопределенности целесообразно при вычислении $I^{(\varphi\psi)}$ использовать энтропию [5]

$$I^{(\varphi\psi)} = h_{\text{н}}^{(\varphi\psi)} - h_{\text{н+м}}^{(\varphi\psi)} = \frac{1}{2}\log_2\left(\frac{D_{\text{н}}^{(\varphi\psi)}}{D_{\text{н+м}}^{(\varphi\psi)}}\right)$$

[двоичных бит],
где $h_{\text{н}}^{(\varphi\psi)}$ и $D_{\text{н}}^{(\varphi\psi)}$ — энтропия и дисперсия оценки φ-й характеристики в ψ-х условиях в натурных экспериментах при испытании СРЭС;

$h_{\text{н+м}}^{(\varphi\psi)}$ и $D_{\text{н+м}}^{(\varphi\psi)}$ — энтропия и дисперсия оценки φ-й характеристики в ψ-х условиях в натурных и модельных экспериментах при испытании СРЭС.

Существенным преимуществом такого подхода является возможность формализации дополнительной информации о параметрах неопределенности результатов измерений в процессе оценки соответствующих характеристик СРЭС [6].

Ценность информации об оцениваемых характеристиках СРЭС различна и определяется степенью их влияния на частный показатель эффективности испытаний. Поэтому целесообразно использовать не среднее количество информации, а среднее взвешенное с весомыми коэффициентами:

$$\tilde{I} = \frac{1}{2}\sum_{\varphi=1}^{\Phi}\sum_{\psi=1}^{\Psi} K_{\text{зн}}^{(\varphi)} \log_2\left(\frac{D_{\text{н}}^{(\varphi\psi)}}{D_{\text{н+м}}^{(\varphi\psi)}}\right), \qquad (1)$$

где $K_{\text{зн}}^{(\varphi)}$ — весовой коэффициент значимости φ-й характеристики.

Выигрыш в точности совместной оценки показателя эффективности φ-й характеристики в ψ-х условиях определяется отношением дисперсий оценок [7]

$$\beta_{\text{к}}^{(\varphi\psi)} = \frac{D_{\text{н}}^{(\varphi\psi)}\left\{\overline{R}_{\text{н}}^{(\varphi\psi)}\right\}}{D_{\text{н+м}}^{(\varphi\psi)}\left\{\overline{R}_{\text{н+м}}^{(\varphi\psi)}\right\}} = \frac{\left(m^{(\varphi\psi)} + n^{(\varphi\psi)}\right)^2}{\left(m^{(\varphi\psi)}\right)^2 + \left(n^{(\varphi\psi)}\right)^2 \dfrac{D_{\text{м}}^{(\varphi\psi)}\left\{\overline{R}_{\text{м}}^{(\varphi\psi)}\right\}}{D_{\text{н}}^{(\varphi\psi)}\left\{\overline{R}_{\text{н}}^{(\varphi\psi)}\right\}}}, \qquad (2)$$

где $m^{(\varphi\psi)}$, $n^{(\varphi\psi)}$ — число натурных экспериментов и число модельных экспериментов для оценки φ-й характеристики в ψ-х условиях соответственно;

$\overline{R}_{\text{н+м}}^{(\varphi\psi)}$, $\overline{R}_{\text{н}}^{(\varphi\psi)}$ и $\overline{R}_{\text{м}}^{(\varphi\psi)}$ — выборочные значения φ-й характеристики в ψ-х условиях, определяемой: по результатам совместной оценки натурных и модельных экспериментов; по результатам натурных экспериментов; по результатам модельных экспериментов соответственно. Причем совместная оценка определяется по правилу «усреднения» [2]

$$\overline{R}_{\text{н+м}}^{(\varphi\psi)} = C_{\text{н}}\overline{R}_{\text{н}}^{(\varphi\psi)} + C_{\text{м}}\overline{R}_{\text{м}}^{(\varphi\psi)}, \qquad (3)$$

где $C_{\text{н}} = \dfrac{m^{(\varphi\psi)}}{m^{(\varphi\psi)} + n^{(\varphi\psi)}}$, $C_{\text{м}} = \dfrac{n^{(\varphi\psi)}}{m^{(\varphi\psi)} + n^{(\varphi\psi)}}$ — весовые коэффициенты.

Оптимальное число модельных экспериментов $n_{\text{опт}}^{(\varphi\psi)}$ определяется из выражения (2) и зависит от объема натурных испытаний $m^{(\varphi\psi)}$ и требований к точности оценки $D_{\text{н}}^{(\varphi\psi)}$ и $D_{\text{м}}^{(\varphi\psi)}$:

$$n_{\text{опт}}^{(\varphi\psi)} = m^{(\varphi\psi)} \frac{D_{\text{н}}^{(\varphi\psi)}}{D_{\text{м}}^{(\varphi\psi)}}, \qquad (4)$$

где $D_{\text{м}}^{(\varphi\psi)}$ — дисперсия оценки φ-й характеристики в ψ-х условиях в модельных экспериментах при испытании СРЭС.

На рисунке представлена зависимость выигрыша в точности совместной оценки $\beta_{\text{к}}^{(\varphi\psi)}$ от числа модельных экспериментов $n^{(\varphi\psi)}$ при заданных значениях ограниченного объема натурных экспериментов $m^{(\varphi\psi)}$ и отношении дисперсий $\beta^{(\varphi\psi)} = D_{\text{м}}^{(\varphi\psi)} / D_{\text{н}}^{(\varphi\psi)}$. Из графиков видно, что оптимальное число модельных экспериментов для различных значений $\beta^{(\varphi\psi)}$ равно 20, 11 и 8 соответственно.

Для определения интервальной совместной оценки характеристик представляем (3) в виде суммы двух независимых случайных величин

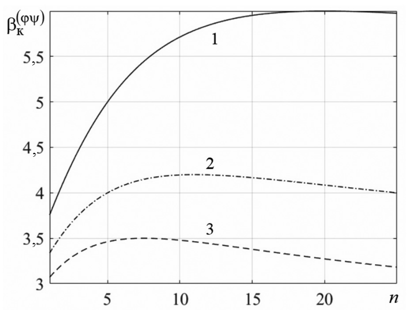

Рис. Зависимость выигрыша в точности совместной оценки $\beta_к^{(\varphi\psi)}$ от числа модельных экспериментов n при заданных значениях числа натурных экспериментов m = 5 и заданном отношении дисперсий: 1 — $\beta^{(\varphi\psi)}$ = 0,2; 2 — $\beta^{(\varphi\psi)}$ = 0,3125; 3 — $\beta^{(\varphi\psi)}$ = 0,4

с известными законами распределения, то есть композицией двух законов распределения

$$\tilde{R}_к = C_н \tilde{R}_н + C_м \tilde{R}_м.$$

Пусть плотность вероятности совместной оценки определяется гауссовским распределением

$$f\left(\tilde{R}_к\right) = \frac{1}{\sqrt{2\pi \mathbf{D}\left\{\tilde{R}_к\right\}}} \exp\left\{-\frac{1}{2}\frac{\left(\tilde{R}_к - \mathbf{M}\left\{\tilde{R}_к\right\}\right)^2}{\mathbf{D}\left\{\tilde{R}_к\right\}}\right\}, \quad (5)$$

тогда доверительный интервал совместной оценки определяется по формуле

$$\gamma = \left\{\tilde{R}_к - t_\alpha \sqrt{\mathbf{D}\left\{\tilde{R}_к\right\}}; \tilde{R}_к + t_\alpha \sqrt{\mathbf{D}\left\{\tilde{R}_к\right\}}\right\}, \quad (6)$$

где t_α — квантиль нормального распределения при заданной доверительной вероятности α;

$\mathbf{M}\left\{\tilde{R}_к\right\} = C_н \bar{R}_н + C_{пн} \bar{R}_{пн}$ — математическое ожидание совместной оценки;

$\mathbf{D}\left\{\tilde{R}_к\right\}$ — дисперсия совместной оценки:

$$\mathbf{D}\left\{\tilde{R}_к\right\} = C_н^2 \mathbf{D}\left\{\bar{R}_н\right\} + C_{пн}^2 \mathbf{D}\left\{\bar{R}_{пн}\right\}. \quad (7)$$

Определение «непротиворечивости» результатов совместной оценки характеристик сложных радиоэлектронных систем по результатам натурных испытаний и модельных экспериментов

В связи с необходимостью использования моделей для оценки характеристик в большом диапазоне изменений условий необходимо оценить их пригодность к моделированию, что определяется по статистической совместимости результатов модельных экспериментов и натурных испытаний по выборкам ограниченного объема.

Необходимо иметь надежные методы оценки адекватности, точности и проверки моделей. Под адекватностью моделей понимается их идентичность по определенным признакам (показателям) реальному объекту испытаний, то есть соответствие между результатами функционирования реального образца СРЭС и его модели в заданных условиях по оцениваемым показателям (тактико-техническим характеристикам).

Среди множества статистических критериев (параметрических и непараметрических), используемых для проверки однородности, самым важным является проверка гипотез о законах распределения модельных экспериментов и натурных испытаний по выборкам ограниченного объема.

У исследователя, стоящего перед проблемой решения таких задач, несмотря на обилие публикаций, возникает множество вопросов, так как остается не ясным, в каких случаях применение какого критерия предпочтительно. Отсутствие указаний не позволяет в конкретной ситуации выбрать наиболее мощный критерий. Выбор же критериев проверки гипотез относительно законов распределения, соответствующих двум выборкам, более скромен. Как правило, на практике используется либо критерий Смирнова, либо критерий Лемана — Розенблатта [8].

Задача проверки однородности двух выборок формулируется следующим образом. Пусть имеются две упорядоченные по возрастанию независимые выборки оценки φ-й характеристики в ψ-х условиях, полученные по результатам модельных экспериментов и натурных испытаний размером $n + m$:

$$x_1 < x_2 <\ldots,< x_n \text{ и } y_1 < y_2 <\ldots,< y_m. \quad (8)$$

Проверяется гипотеза о том, что две выборки извлечены из одной и той же генеральной совокупности, то есть: функции распределения $F(x) = G(x)$ при любом x.

Обычно предполагается, что $F(x)$ и $G(x)$ непрерывны и строго возрастают, а F_n, G_m —

эмпирические функции распределения, построенные по этим выборкам (8).

Принятие решения по двухвыборочному критерию Смирнова

Если статистика критерия

$$Z = D_{n,m}\sqrt{\frac{nm}{n+m}}, \qquad (9)$$

где $D_{n,m} = \sup_x |F_n - G_m|$ — метрика Колмогорова, не превышает квантиль распределения Колмогорова K_α для заданного уровня значимости α, то нулевая гипотеза H_0 об однородности выборок принимается. В противном случае гипотеза отвергается.

Однако при ограниченных значениях n и m случайные величины $D_{n,m}$ являются дискретными, и множество их возможных значений представляет собой решетку с шагом $1/k$, где k — наименьшее общее кратное m и n [9].

Гладкость распределения статистики сильно зависит от величины k. Поэтому предпочтительнее применять критерий, когда объемы выборок n и m не равны и представляют собой взаимно простые числа.

Принятие решения по двухвыборочному критерию Лемана — Розенблатта

Статистика критерия Лемана — Розенблатта для проверки однородности двух независимых выборок имеет вид:

$$A = \frac{nm}{n+m}\int_{-\infty}^{\infty}\left(F_n(x) - G_m(x)\right)^2 dH_{n+m}(x),$$

где $H_{n+m}(x)$ — эмпирическая функция распределения, построенная по объединенной выборке. Легко видеть, что

$$H_{n+m}(x) = \frac{n}{n+m}F_n(x) + \frac{m}{n+m}G_m(x).$$

Поскольку функции распределения независимых выборок непрерывны, то с вероятностью 1 все выборочные значения различны, совпадения отсутствуют. Статистика A представляется также в виде [9]:

$$A = \frac{1}{nm(n+m)}\left(n\sum_{i=1}^{n}(r_i - i)^2 + m\sum_{j=1}^{m}(s_j - j)^2\right) - \frac{4nm-1}{6(n+m)},$$

где r_i — ранг x_i;

s_j — ранг y_j в общем вариационном ряду, построенном по объединенной выборке.

Как правило, мощность критерия Лемана — Розенблатта оказывается выше мощности критерия однородности Смирнова [10]. Однако относительно очень близких альтернатив несколько выше оказывается мощность критерия Смирнова, так как в критерии Смирнова мера отклонения линейная, а в критерии Лемана — Розенблатта — квадратичная.

Выводы

При обработке результатов испытаний обычно имеют дело с выборками достаточно ограниченного или совсем малого объема. Следует отчетливо понимать, что критерии однородности вследствие низкой мощности при малых объемах выборок не способны различать близкие конкурирующие законы. Поэтому проверяемая гипотеза об однородности выборок, даже в случае ее несправедливости, чаще не будет отклоняться. Увеличение числа модельных экспериментов при ограниченном числе натурных испытаний, по сути дела увеличивает как мощность критерия, так и точность оценки.

В случае критерия Смирнова из-за ступенчатого характера распределения статистики (9) (особенно при $m = n$) использование предельного распределения Колмогорова $K(S)$ для инженера-испытателя будет связано с очень приблизительным знанием действительного уровня значимости (вероятности ошибки первого рода) и соответствующего критического значения. Поэтому при построении процедур проверки однородности по критерию Смирнова рекомендуется: сначала использовать формулу (4), а затем выбирать n так, чтобы n и m представляли собой взаимно простые числа, а их наименьшее общее кратное было максимальным и равным mn. Тогда применение распределения Колмогорова в качестве распределения статистики (8) критерия Смирнова будет корректным при относительно малых n и m.

Таким образом, для проверки однородности целесообразно рекомендовать применение как критерия Смирнова, так и критерия Лемана — Розенблатта.

Список источников

1. Бариев Р.А., Балык О.А. Проблемы разработки и применения математических моделей и средств моделирования в процессе разработки и испытаний авиационной техники и вооружения // Труды ГосНИИАС. Серия: Вопросы авионики. 2019. Вып. 3 (43). С. 3–9.

2. Моисеев Н.Н. Математические задачи системного анализа. М.: Наука, 1981. 488 с.

3. Желтов С.Ю., Кислицын Ю.Д., Стефанов В.А., Федосов Е.А. Моделирование боевых авиационных комплексов и их интеграция с АСП // Труды ГосНИИАС. Серия: Вопросы авионики. 2019. Вып. 2 (42). С. 3–13.

4. Тихонов В.И. Статистическая радиотехника. М.: Сов. радио, 1966. 680 с.

5. Кивалов А.Н. Комплексный подход к повышению качества оценивания характеристик образцов вооружения на этапе полигонных испытаний // Вопросы оборонной техники. Серия 16. Технические средства противодействия терроризму. 2015. № 1–2 (79–80). С. 121–127.

6. Анисимов Е.Г., Анисимов В.Г., Сазыкин А.М., Усиков Р.Ф. Методические положения сокращения объема выборки при испытаниях артиллерийских боеприпасов // Вопросы оборонной техники. Серия 16. Технические средства противодействия терроризму. 2019. № 9–10 (135–136). С. 90–96.

7. Лобейко В.И., Поляков С.В., Старусев А.В. Метод оценки критериев эффективности АСУ при заданном техническом требовании на систему // Известия Волгоградского государственного технического университета. 2012. № 4 (91). С. 138–142.

8. Гмурман В.Е. Теория вероятностей и математическая статистика. М.: Изд-во Юрайт, 2016. 479 с.

9. Большев Л.Н., Смирнов Н.В. Таблицы математической статистики. М.: Наука, 1983. 416 с.

10. Лемешко Б.Ю., Постовалов С.Н. Прикладная статистика. Правила проверки согласия опытного распределения с теоретическим: методические рекомендации. Ч. II. Непараметрические критерии. Новосибирск: Изд-во НГТУ, 1999. 85 с.

References

1. Bariyev R.A., Balyk O.A. Problems of development and application of mathematical models and modeling tools in the process of development and testing of aviation equipment and weapons // Trudy GosNIIAS. Seriya: Voprosy avioniki. 2019. No 3 (43). Pp. 3–9.

2. Moiseyev N.N. Mathematical problems of systems analysis. M.: Nauka, 1981. 488 p.

3. Zheltov S.YU., Kislitsyn YU.D., Stefanov V.A., Fedosov Ye.A. Modeling of combat aviation systems and their integration with ASP // Trudy GosNIIAS. Seriya: Voprosy avioniki. 2019. No 2 (42). Pp. 3–13.

4. Tikhonov V.I. Statistical radio engineering. M.: Sov. radio, 1966. 680 p.

5. Kivalov A.N. Integrated approach to improving the quality of evaluation of characteristics of weapons samples at the stage of field tests // Voprosy oboronnoy tekhniki. Seriya 16. Tekhnicheskiye sredstva protivodeystviya terrorizmu. 2015. No 1–2 (79–80). Pp. 121–127.

6. Anisimov Ye.G., Anisimov V.G., Sazykin A.M., Usikov R.F. Methodological provisions for reducing the sample size during testing of artillery ammunition // Voprosy oboronnoy tekhniki. Seriya 16. Tekhnicheskiye sredstva protivodeystviya terrorizmu. 2019. No 9–10 (135–136). Pp. 90–96.

7. Lobeyko V.I., Polyakov S.V., Starusev A.V. Method for assessing the criteria for the effectiveness of an automated control system with a given technical requirement for the system // Izvestiya Volgogradskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta. 2012. No 4 (91). Pp. 138–142.

8. Gmurman V.Ye. Probability Theory and Mathematical Statistics. M.: Izd-vo Yurayt, 2016. 479 p.

9. Bol'shev L.N., Smirnov N.V. Tables of mathematical statistics. M.: Nauka, 1983. 416 p.

10. Lemeshko B.YU., Postovalov S.N. Applied statistics. Rules for testing the agreement of the experimental distribution with the theoretical one: methodological recommendations. Part II. Nonparametric criteria. Novosibirsk: Izd-vo NGTU, 1999. 85 p.