

НАУЧНАЯ СТАТЬЯ / RESEARCH PAPER

УДК 697.1:699.86

DOI: 10.22227/2305-5502.2024.3.89-99

Расчет характеристик теплового режима помещения при пропорционально-интегральном регулировании климатических систем

Олег Дмитриевич Самарин

Национальный исследовательский Московский государственный строительный
университет (НИУ МГСУ); г. Москва, Россия

АННОТАЦИЯ

Введение. Дальнейшее развитие методов расчета теплового режима помещений при различных алгоритмах регулирования оборудования систем обеспечения микроклимата является актуальным. Цель исследования — поиск приближенной аналитической зависимости температуры воздуха от времени в кондиционируемых помещениях при скачкообразном тепловом воздействии и комбинированном пропорционально-интегральном регулировании центральных климатических систем при отсутствии местных агрегатов для отопления – охлаждения. В качестве научной гипотезы выдвигается положение о возможности выражения данной зависимости через уже полученные автором формулы для интегрального регулирования с использованием поправочных коэффициентов.

Материалы и методы. Используется основное дифференциальное уравнение для безразмерной избыточной температуры в помещении, включающее наиболее существенные составляющие теплового потока, при учете особенностей распространения температурной волны в массивных ограждениях в начальный период времени. Применяются методы линеаризации и малого параметра для асимптотических аналитических решений, а также метод Рунге – Кутты для нахождения численного решения.

Результаты. Получены выражения для максимального отклонения температуры воздуха от уставки и для времени его достижения в зависимости от величины теплоизбытков и характеристик собственной теплоустойчивости помещения, а также от параметров регулирования, в том числе асимптотические при малых моментах времени с начала теплового возмущения и небольшой доле пропорциональной составляющей контроллера. Представлено сопоставление результатов численного интегрирования основного дифференциального уравнения с указанными асимптотическими решениями.

Выводы. Показано, что асимптотические выражения для динамической ошибки регулирования и времени ее достижения получаются из найденных ранее автором формул для чисто интегрального регулирования введением поправочных множителей, содержащих безразмерный параметр, характеризующий соотношение пропорциональной и интегральной компонент контроллера. Эти соотношения подтверждаются сравнением разных вариантов аналитических решений, имеют достаточно универсальный вид, требуют минимального числа исходных данных и доступны для инженерной практики.

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА: температура, микроклимат, теплоизбытки, климатическая система, регулирование, ПИ-закон

ДЛЯ ЦИТИРОВАНИЯ: Самарин О.Д. Расчет характеристик теплового режима помещения при пропорционально-интегральном регулировании климатических систем // Строительство: наука и образование. 2024. Т. 14. Вып. 3. С. 89–99. URL: <http://nso-journal.ru>. DOI: 10.22227/2305-5502.2024.3.89-99

Автор, ответственный за переписку: Олег Дмитриевич Самарин, samarinod@mgsu.ru.

Calculation of the characteristics of the thermal regime of the room with proportional-integral regulation of climate systems

Oleg D. Samarina

Moscow State University of Civil Engineering (National Research University) (MGSU);
Moscow, Russian Federation

ABSTRACT

Introduction. Further development of methods for calculating the thermal regime of premises under different algorithms of regulating the equipment of microclimate systems is still relevant. The aim of the research is to find an approximate analytical dependence of air temperature on time in air-conditioned rooms with a jump-like thermal effect and combined proportional-integral regulation of central climate systems in the absence of local heating and cooling units. As a scientific hypothesis, the position is put forward on the possibility of expressing this dependence through formulas for integral regulation already obtained by the author using correction coefficients.

Materials and methods. The basic differential equation for the dimensionless excess temperature in the room, including the most significant components of the heat flux, is used, while taking into account the peculiarities of the temperature wave propagation in massive enclosures in the initial period of time. Linearization and small parameter methods are used for asymptotic analytical solutions, as well as Runge – Kutta method for finding a numerical solution.

Results. Expressions for the maximum deviation of the air temperature from the setpoint and for the time it is reached, depending on the magnitude of the heat surpluses and the characteristics of the room's own thermal stability, as well as on the control parameters, including asymptotic ones at small moments of time from the beginning of the thermal disturbance and a small share of the proportional component of the controller, are obtained. A comparison of the results of numerical integration of the basic differential equation with the indicated asymptotic solutions is presented.

Conclusions. It is shown that the asymptotic expressions for the dynamic control error and the time of its achievement are obtained from formulas previously found by the author for purely integral control by introducing correction factors containing a dimensionless parameter characterising the ratio of the proportional and integral components of the controller. These correlations are confirmed by comparing different variants of analytical solutions, have a fairly universal appearance, require a minimum number of source data and are available for engineering practice.

KEYWORDS: temperature, microclimate, heat excess, climate system, regulation, PI-law

FOR CITATION: Samarina O.D. Calculation of the characteristics of the thermal regime of the room with proportional-integral regulation of climate systems. *Stroitel'stvo: nauka i obrazovanie* [Construction: Science and Education]. 2024; 14(3):89-99. URL: <http://nso-journal.ru>. DOI: 10.22227/2305-5502.2024.3.89-99

Corresponding author: Oleg D. Samarina, samarinod@mgsu.ru.

ВВЕДЕНИЕ

Автоматическое регулирование тепломассообменного оборудования приточных вентиляционных установок, особенно выполняющих функции кондиционирования воздуха, важно для поддержания требуемой совокупности параметров внутреннего микроклимата с целью обеспечения комфортности и безопасности жизнедеятельности человека и реализации осуществляемых в помещении технологических задач. Для оценки происходящих при этом тепловых процессов, как правило, требуется составление и решение систем алгебраических и дифференциальных уравнений, учитывающих конвективный, а при необходимости и лучистый теплообмен на поверхностях ограждений и нестационарную теплопередачу в массивных ограждающих конструкциях. Следует также использовать уравнение связи между контролируемой температурой внутреннего воздуха и компенсационным тепловым воздействием со стороны обслуживаемых помещений климатических систем. Все это приводит к преобладанию численных методов для решения рассматриваемой задачи и, как следствие, к относительной сложности получаемых результатов и трудности их применения в инженерной практике [1–5].

Некоторые работы [6–8] решают аналогичные вопросы в условиях переменных и аварийных режимов подачи теплоты, связанных с работой систем теплоснабжения, но и здесь чаще всего их результаты затруднительно реализовать в инженерных расчетах. Публикации [9–14] касаются преимущественно процессов в отдельных элементах общей системы поддержания микроклимата помещения, особенно теплопередачи и воздухопроницаемости ограждающих конструкций, но и в этом случае применяются главным образом численные методы с соответствующей формой представления решений

и малым удобством их использования, кроме того, при решении соответствующих уравнений обычно в явном виде не учитывается автоматическое регулирование подачи теплоты или холода в помещение. Существуют и экспериментальные работы [15], но полученные в них данные относятся только к ограниченному кругу объектов, аналогичных исследованным. В некоторых случаях в дополнение к физико-математическим используются и экономические методы для обоснования достигаемых результатов [16], но и тогда решение имеет частный характер и не обобщается на другие варианты.

Поэтому в качестве предмета исследования в предлагаемой работе мы будем рассматривать способы инженерной оценки изменения температуры воздуха в помещении, обслуживаемом автоматизированными центральными климатическими системами при различных сочетаниях применяемых алгоритмов управления и типовом однократном тепловом воздействии.

Цель исследования — поиск приближенной аналитической зависимости от времени для данной температуры в начальный период после теплового возмущения.

В работах [17–20], а также некоторых других, автором был представлен расчет нестационарного теплового режима для предельных случаев, когда используется либо пропорциональное (П), либо интегральное (И) регулирование. Такое раздельное исследование отчасти объясняется соответствующим упрощением постановки задачи и, следовательно, получаемых решений, но можно отметить, что при этом были достигнуты некоторые общие результаты, которые могут послужить основой для дальнейшего совершенствования расчетной модели. Следовательно, продолжать исследования в данной сфере для получения соотношений, которые будут достаточно точными и учитывать основные наиболее существенные для задачи факторы, но при этом сохранять вид, доступный для инженерной практики, до сих пор оказывается актуальным.

МАТЕРИАЛЫ И МЕТОДЫ

Рассмотрим более сложный вариант, когда производится комбинированное регулирование по пропорционально-интегральному (ПИ) закону. Оно является более универсальным и чаще используется на практике, несмотря на некоторое усложнение системы, поскольку наличие двух составляющих контроллера позволяет выполнять более точную настройку и сочетать некоторые преимущества П- и И-регулирования, в частности, относительное быстродействие П- и нулевую статическую ошибку И-контроллеров, одновременно в той или иной степени компенсируя их недостатки.

Можно показать, что основное дифференциальное уравнение, описывающее поведение избыточной внутренней температуры $\theta_b = t_b - t_{b,0}$, K , где $t_{b,0}$ — контролируемый уровень температуры внутреннего воздуха t_b , °С, или так называемая уставка, при скачкообразном изменении теплоступлений, отсутствии местных систем отопления–охлаждения и при ПИ-регулировании тепломассообменного оборудования центральной системы кондиционирования воздуха, выполняющей одновременно и вентиляционные функции, в безразмерном виде записывается следующим образом:

$$9x \frac{d^2 f}{dx^2} + [12 + 3Kx^{1/3}] \frac{df}{dx} + \left[1 + \frac{K}{x^{1/3}}\right] f = 0. \quad (1)$$

Данная форма является дальнейшим развитием представленной в работе [17] при дополнительном учете П-составляющей контроллера. Здесь искомая функция $f(x)$ соответствует представлению решения в виде [17]:

$$\theta_b = \frac{2Q_{\text{пост}} \sqrt{\tau}}{B} f(x), \quad (2)$$

что необходимо сделать для выделения особенности уравнения при $\tau = 0$, где $Q_{\text{пост}}$ — величина скачка теплоступлений в помещение, Вт; τ — интервал времени с момента теплового возмущения, с; B , Вт·с^{1/2}/К — характеристика собственной теплоустойчивости помещения, вычисляемая по формуле [18–20]:

$$B = \Sigma [A_m \sqrt{\lambda c \rho}], \quad (3)$$

где A_m — площадь каждого из перечисленных ограждений, м²; λ , c и ρ — соответственно теплопроводность, Вт/(м·К); удельная теплоемкость, Дж/(кг·К), и плотность материала слоя i -й массивной ограждающей конструкции (наружных и внутренних стен, перекрытий, перегородок), обращенной внутрь помещения.

Безразмерный аргумент уравнения (1):

$$x = 4D\tau^{3/2},$$

где $D = \frac{G_n c_b K_n}{3,6B}$, с^{-3/2} [19, 20].

Коэффициент K представляет собой обобщенный безразмерный параметр автоматизированной

климатической системы. Он может быть вычислен по выражению:

$$K = \frac{2C}{(4D)^{1/3}} = K_n \sqrt[3]{\frac{2}{3,6B} \left(\frac{G_n c_b}{K_n}\right)^2}, \quad (4)$$

где, а также в параметрах уравнения (1), G_n — массовый расход приточного воздуха, кг/ч, который обычно считается равным расходу вытяжки G_y , так как воздушный баланс помещения, в отличие от теплового, практически точно бывает мгновенно-стационарным; c_b — удельная массовая теплоемкость воздуха, равная 1,005 кДж/(кг·К); K_n — эквивалентный коэффициент передачи интегральной составляющей автоматизированной системы, с⁻¹, по каналу « $\theta_b \rightarrow$ производная от разности $\theta_n - \theta_b$ », K_n — то же для пропорциональной составляющей по каналу « $\theta_b \rightarrow$ разность $\theta_n - \theta_b$ » (безразм.), где $\theta_n = t_n - t_{b,0}$ — избыточная температура притока, К; параметр $C = \frac{G_n c_b K_n}{3,6B}$ [18–20].

В качестве начальных условий для выражения (1), очевидно, нужно принимать $f(0) = 1$, $df(0)/dx = 1/12$ [17]. Ясно, что решение уравнения (1) дает универсальную зависимость, которая применима для любых объектов и условий. Однако, как и для случая чисто интегрального регулирования, целесообразно получить аналитические соотношения для наибольшего отклонения температуры внутреннего воздуха от уставки, т.е. динамической ошибки регулирования θ_{max} и момента времени, для которого это отклонение будет иметь место. Поскольку нас интересуют в первую очередь универсальные зависимости, будем искать их в безразмерном виде на основе анализа уравнения (1). Для предельного варианта $K_n = 0$ в работах [18–20] было получено значение $x_{\text{max},0} = 3,48$, при котором произведение $x^{1/3} f(x)$, дающее нам удельную безразмерную величину $\frac{\theta_{\text{max}} B (4D)^{1/3}}{2Q_{\text{пост}}}$, имеет максимум. Исходя из структуры формулы (1), можно считать данное значение опорным, и при $K_n \neq 0$ ввести к нему соответствующий поправочный множитель, учитывающий появление пропорциональной составляющей регулятора.

РЕЗУЛЬТАТЫ ИССЛЕДОВАНИЯ

Если рассматривать выражение (1) для малых моментов времени, можно заметить, что первым слагаемым можно будет пренебречь, и мы получаем уравнение 1-го порядка с разделяющимися переменными. В этом случае его решение будет представимо в виде $f(x) = \exp(-f_1(x))$, и тогда, очевидно, для $x = x_{\text{max}}$ получаем:

$$\frac{d[x^{1/3} f(x)]}{dx} = x^{1/3} \exp[-f_1(x)] \left[\frac{1}{3x} - \frac{df_1}{dx} \right] = 0, \quad (5)$$

где из формулы (1) находим:

$$\frac{df_1}{dx} = \frac{1 + Kx^{-1/3}}{12 + 3Kx^{1/3}}. \quad (6)$$

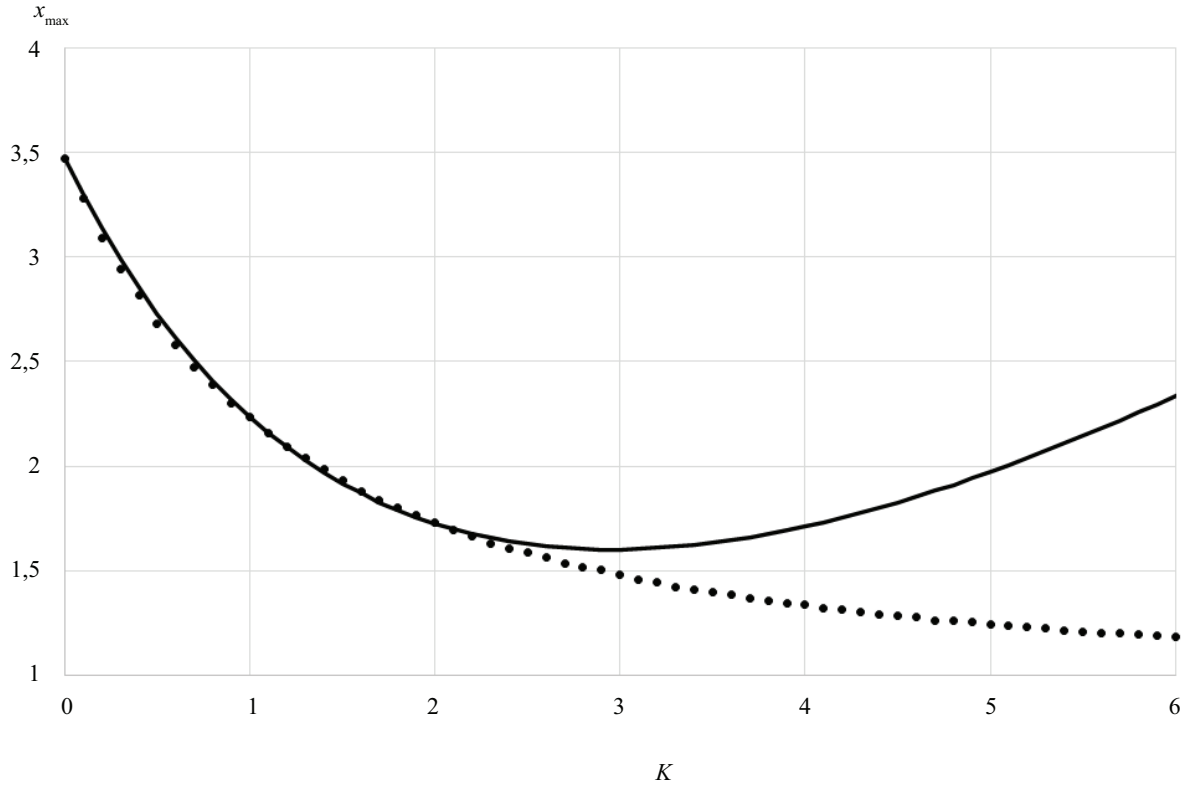


Рис. 1. Зависимость x_{\max} от комплексного безразмерного параметра K : точки — расчет; сплошная линия — аппроксимация по формуле (8)

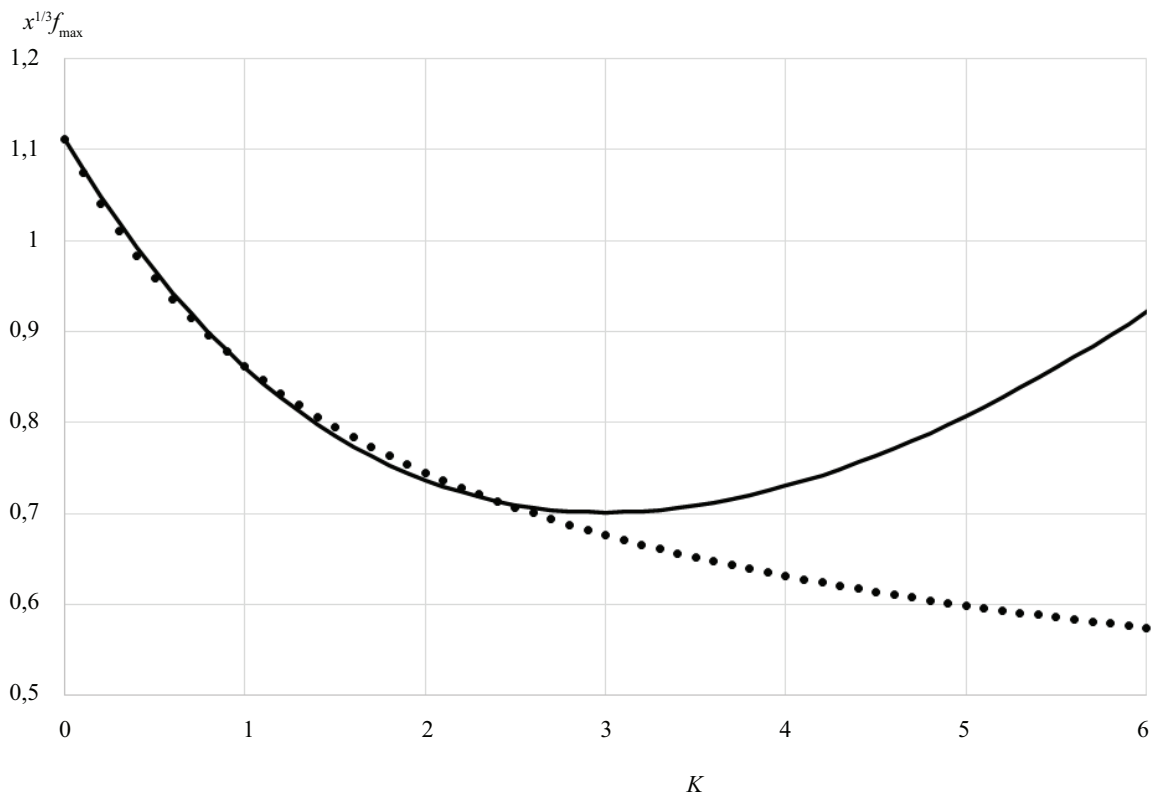


Рис. 2. Зависимость произведения $x^{1/3}f(x)$ от комплексного безразмерного параметра K : точки — расчет; сплошная линия — аппроксимация по формуле (9)

Следовательно, в первом приближении x_{\max} будет являться решением уравнения:

$$x = \frac{4 + Kx^{1/3}}{1 + Kx^{-1/3}}. \quad (7)$$

Можно показать, что при малых x отсюда следует, что $x_{\max} = x_{\max,0} (1 - 0,233K)$, где $0,233 = (4^{1/3} - 1)/4^{2/3}$. На рис. 1 точками показана зависимость для x_{\max} , получаемая при непосредственном численном решении уравнения (1) методом Рунге – Кутты. Алгоритм поиска был основан на сравнении величины $x^{1/3}f(x)$ для текущего значения x с предыдущим при $(x - h)$, где h — выбранный шаг метода. При этом за x_{\max} принималось то x , при котором впервые оказывалось, что $x^{1/3}f(x)$ для следующего шага, т.е. при $(x + h)$, ниже, чем при x .

Сплошная линия построена по следующей аппроксимирующей формуле:

$$x_{\max} = x_{\max,0} \left(\frac{1 - 0,233K + 0,062K^2}{1 + 0,288K} \right), \quad (8)$$

где $0,288 = 4^{1/3}(4^{1/3} - 1/2)/6$ — числовой коэффициент, выявляемый дополнительным анализом (1) и (7), а $0,062$ получается подбором.

На рис. 2 точками представлено поведение произведения $x^{1/3}f(x)$ по данным тех же вычислений.

Для сплошной линии используется аппроксимация в следующем виде:

$$\left[x^{1/3} f(x) \right]_{\max} = 1 \frac{1}{9} \left(\frac{1 - 0,155K + 0,041K^2}{1 + 0,144K} \right). \quad (9)$$

В данном соотношении $0,144 = 0,288/2$; $0,155 = (2/3) \cdot 0,233$; $0,041 = (2/3) \cdot 0,062$. Тогда, в соответствии с выражением (5) и принятым выражением для x , оказывается:

$$\theta_{\max} = \frac{2Q_{\text{пост}}}{B(4D)^{1/3}} \left[x^{1/3} f(x) \right]_{\max}. \quad (10)$$

Видно, что при малых K (примерно до 2,5) совпадение кривых на обоих рисунках действительно очень хорошее.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ И ОБСУЖДЕНИЕ

На основании результатов исследования в целом подтверждается исходная гипотеза о том, что зави-

симость от времени для избыточной температуры внутреннего воздуха в помещении при комбинированных пропорционально-интегральных алгоритмах управления тепломассообменным оборудованием центральных систем кондиционирования воздуха действительно можно выразить через ранее полученные автором в работах [18–20] формулы для чисто интегрального регулирования с использованием поправочных коэффициентов. Кроме того, можно сделать следующие дополнительные выводы:

- с ростом П-составляющей контроллера величина x_{\max} , соответствующая моменту времени, для которого наблюдается наибольшее отклонение температуры в помещении от уставки, монотонно снижается, т.е. введение данной составляющей действительно способствует уменьшению времени регулирования;

- максимальная динамическая ошибка регулирования, пропорциональная произведению $x^{1/3}f(x)$, также монотонно падает с усилением П-составляющей контроллера, причем при малых значениях безразмерного параметра K , характеризующего относительный вес П-составляющей, такое снижение, как и в случае с x_{\max} , линейно зависит от величины K ;

- указанные эффекты можно объяснить общими свойствами П-регуляторов, в первую очередь их более высоким быстродействием по отношению к использующим И-закон, а также повышенной устойчивостью соответствующих автоматизированных систем. При этом представленный расчет будет достаточно простым и доступным для инженерной практики и требует минимального количества исходных данных.

Дальнейшее развитие предлагаемого исследования можно осуществлять в области уточнения полученных аппроксимационных выражений для поправочных множителей к величине динамической ошибки регулирования и к моменту максимального отклонения температуры в отношении расширения диапазона значений параметра K , для которого данные выражения будут справедливы, путем учета большего числа членов в асимптотических разложениях зависимостей, получаемых численным методом, и при возможности за счет сопоставления с результатами натуральных замеров.

СПИСОК ИСТОЧНИКОВ

1. Serale G., Fiorentini M., Capozzoli A., Bernardini D., Bemporad A. Model Predictive Control (MPC) for Enhancing Building and HVAC System Energy Efficiency: Problem Formulation, Applications and Opportunities // *Energies*. 2018. Vol. 11. Issue 3. P. 631. DOI: 10.3390/en11030631
2. Ryzhov A., Ouerdane H., Gryazina E., Bischi A., Turitsyn K. Model predictive control of indoor microclimate: existing building stock comfort improvement //

Energy Conversion and Management. 2019. Vol. 179. Pp. 219–228. DOI: 10.1016/j.enconman.2018.10.046

3. Rulik S., Wróblewski W., Majkut M., Stozik M., Rusin K. Experimental and numerical analysis of heat transfer within cavity working under highly non-stationary flow conditions // *Energy*. 2020. Vol. 190. P. 116303. DOI: 10.1016/j.energy.2019.116303

4. Belussi L., Barozzi B., Bellazzi A., Danza L., Devotofrancesco A., Fanciulli C. et al. A review of perfor-

mance of zero energy buildings and energy efficiency solutions // Journal of Building Engineering. 2019. Vol. 25. P. 100772. DOI: 10.1016/j.jobee.2019.100772

5. Sha H., Xu P., Yang Z., Chen Y., Tang J. Overview of computational intelligence for building energy system design // Renewable and Sustainable Energy Reviews. 2019. Vol. 108. Pp. 76–90. DOI: 10.1016/j.rser.2019.03.018

6. Mansurov R., Rafalskaya T., Efimov D. Mathematical modeling of thermal technical characteristics of external protections with air layers // E3S Web of Conferences. 2019. Vol. 97. P. 06007. DOI: 10.1051/e3sconf/20199706007

7. Rafalskaya T. Safety of engineering systems of buildings with limited heat supply // IOP Conference Series: Materials Science and Engineering. 2021. Vol. 1030. Issue 1. P. 012049. DOI: 10.1088/1757-899X/1030/1/012049

8. Rafalskaya T.A. Simulation of thermal characteristics of heat supply systems in variable operating modes // Journal of Physics: Conference Series. 2019. Vol. 1382. Issue 1. P. 012140. DOI: 10.1088/1742-6596/1382/1/012140

9. Millers R., Korjakins A., Lešinskis A., Borodinecs A. Cooling panel with integrated PCM layer : a verified simulation study // Energies. 2020. Vol. 13. Issue 21. P. 5715. DOI: 10.3390/en13215715

10. Stetjukha V. Energy efficiency of underground structures in harsh climatic conditions // Magazine of Civil Engineering. 2023. No. 1 (117). P. 11710. DOI: 10.34910/MCE.117.10. EDN TTZNWL.

11. Belous A., Kotov G., Belous O., Garanzha I. Calculation of heat resistance of external enclosing structures with heat-conducting inclusions // Magazine of Civil Engineering. 2022. No. 5 (113). P. 11313. DOI: 10.34910/MCE.113.13. EDN NCHURU.

12. Musorina T., Gamayunova O., Petrichenko M., Soloveva E. Boundary layer of the wall temperature field // Advances in Intelligent Systems and Computing. 2020. Pp. 429–437. DOI: 10.1007/978-3-030-37919-3_42

13. Gamayunova O., Petrichenko M., Mottaeva A. Thermotechnical calculation of enclosing structures of a standard type residential building // Journal of Physics: Conference Series. 2020. Vol. 1614. Issue 1. P. 012066. DOI: 10.1088/1742-6596/1614/1/012066

14. Bilous I.Yu., Deshko V.I., Sukhodub I.O. Building energy modeling using hourly infiltration rate // Magazine of Civil Engineering. 2020. No. 4 (96). Pp. 27–41. DOI: 10.18720/MCE.96.3. EDN MFVSMT.

15. Petrov P.V., Vedruchenko V.R., Rezanov E.V., Kadtsin I.I., Kulagin V.A. Experimental study of the effective insulation of building envelopes // Journal of Siberian Federal University. Engineering and Technologies. 2022. Vol. 15. No. 3. Pp. 356–367. DOI: 10.17516/1999-494X-0403. EDN BWSTSI.

16. Avsyukevich D., Shishkin E., Litvinova N., Mirgorodskiy A. Thermoeconomic model of a building's thermal protection envelope and heating system // Magazine of Civil Engineering. 2022. No. 5 (113). P. 11302. DOI: 10.34910/MCE.113.2. EDN TAVHNO.

17. Samarina O. Temperature mode of a room at integrated regulation of split systems // Magazine of Civil Engineering. 2023. No. 7 (123). P. 12310. DOI: 10.34910/MCE.123.10. EDN SBWALE.

18. Самарин О.Д. Расчет теплового режима помещения при использовании интегральных регуляторов для климатических систем // Известия высших учебных заведений. Строительство. 2020. № 2 (734). С. 28–35. DOI: 10.32683/0536-1052-2020-734-2-28-35. EDN SSRGOX.

19. Самарин О.Д. Расчет температуры воздуха в помещении по безразмерным параметрам при интегральном регулировании климатических систем // Вестник МГСУ. 2021. Т. 16. № 4. С. 486–492. DOI: 10.22227/1997-0935.2021.4.486-492

20. Самарин О.Д., Ключко А.К. Численные и приближенные методы в задачах строительной теплофизики и климатологии. М. : Изд-во МИСИ–МГСУ, 2021. 96 с. EDN VAPFTA.

Поступила в редакцию 26 июня 2024 г.

Принята в доработанном виде 26 июня 2024 г.

Одобрена для публикации 2 июля 2024 г.

ОБ АВТОРЕ: Олег Дмитриевич Самарин — кандидат технических наук, доцент, доцент кафедры теплогазоснабжения и вентиляции; Национальный исследовательский Московский государственный строительный университет (НИУ МГСУ); 129337, г. Москва, Ярославское шоссе, д. 26; SPIN-код: 1708-9583, ORCID: 0000-0003-2533-9732, Scopus: 6603231128; samarinod@mgsu.ru, samarin-oleg@mail.ru.

INTRODUCTION

Automatic regulation of heat and mass exchange equipment of supply air handling units, especially those performing air conditioning functions, is important for maintaining the required set of internal microclimate parameters in order to ensure comfort and safety of hu-

man life and realization of technological tasks carried out in the room. For estimation of thermal processes occurring in this case, as a rule, it is necessary to compose and solve systems of algebraic and differential equations, taking into account convective and, if necessary, radiant heat exchange on the surfaces of enclosures and

unsteady heat transfer in massive enclosing structures. It is also necessary to use the equation of the relationship between the controlled indoor air temperature and the compensatory thermal effect of the climate systems serving the room. All this leads to the predominance of numerical methods for solving the problem under consideration and, as a consequence, to the relative complexity of the results obtained and the difficulty of their application in engineering practice [1–5].

Some works [6–8] address similar issues in conditions of variable and emergency modes of heat supply associated with the operation of heat supply systems, but even here their results are often difficult to implement in engineering calculations. Publications [9–14] concern mainly processes in separate elements of the general system of maintaining microclimate of a room, especially heat transfer and air permeability of enclosing structures, but even in this case mainly numerical methods are applied with the corresponding form of solution presentation and little convenience of their use, besides, automatic regulation of heat or cold supply to a room is usually not taken into account explicitly when solving the corresponding equations. There are also experimental works [15], but the data obtained in them refer only to a limited range of objects similar to those studied. In some cases, in addition to physical and mathematical methods, economic methods are used to justify the achieved results [16], but even then, the solution has a private character and is not generalized to other options.

Therefore, as a subject of research in the proposed work we will consider the methods of engineering estimation of air temperature change in the room served by automated central climate systems at various combinations of applied control algorithms and typical single thermal impact.

The aim of the study is to find an approximate analytical time dependence for a given temperature in the initial period after thermal perturbation.

In [17–20], as well as some others, the author presented the calculation of the unsteady thermal regime for the limiting cases when either proportional (P) or integral (I) control is used. This separate study is partly due to the corresponding simplification of the problem formulation and, consequently, of the obtained solutions, but it can be noted that some general results have been achieved, which can serve as a basis for further improvement of the computational model. Consequently, it is still relevant to continue research in this area to obtain relations that will be sufficiently accurate and take into account the main most significant factors for the problem, but at the same time retain a form accessible for engineering practice.

MATERIALS AND METHODS

Let us consider a more complex option, when combined regulation is carried out according to the proportional-integral (PI) law. It is more universal and is

more often used in practice, despite some complication of the system, because the presence of two components of the controller allows to perform more accurate adjustment and combine some advantages of P- and I-regulation, in particular, the relative speed of P- and zero static error of I-controllers, while compensating their disadvantages to a greater or lesser extent.

It can be shown that the basic differential equation describing the behaviour of the excess internal temperature $\theta_m = t_m - t_{m,0}$, K, where $t_{m,0}$ — controlled level of the internal air temperature t_m , °C, or the so-called set point, in case of a sudden change in heat input, in the absence of local heating-cooling systems and with PI control of heat and mass exchange equipment of the central air-conditioning system, which simultaneously performs ventilation functions, is written in dimensionless form as follows:

$$9x \frac{d^2 f}{dx^2} + [12 + 3Kx^{1/3}] \frac{df}{dx} + \left[1 + \frac{K}{x^{1/3}}\right] f = 0. \quad (1)$$

This form is a further development of the one presented in [17] with additional consideration of the P-component of the controller. Here the sought function $f(x)$ corresponds to the solution representation in the form [17]:

$$\theta_m = \frac{2Q_{input}\sqrt{\tau}}{B} f(x), \quad (2)$$

that it is necessary to do for singling out the feature of the equation at $\tau = 0$, where Q_{input} is the value of the jump of heat inputs into the room, W; τ is the time interval from the moment of thermal perturbation, s; B , W·s^{1/2}/K is the characteristic of own heat resistance of the room, calculated by the formula [18–20]:

$$B = \Sigma [A_m \sqrt{\lambda c \rho}]_i, \quad (3)$$

where A_m — area of each of the listed enclosures, m²; λ , c and ρ — respectively thermal conductivity, W/(m·K); specific heat capacity, J/(kg·K), and material density of the layer of the i -th massive enclosing structure (external and internal walls, floors, partitions) facing inside the room.

The dimensionless argument of equation (1):

$$x = 4D\tau^{3/2},$$

where $D = \frac{G_s c_a K_{int}}{3.6B}$, s^{-3/2} [19, 20].

The coefficient K is a generalized dimensionless parameter of the automated climate system. It can be calculated according to the expression:

$$K = \frac{2C}{(4D)^{1/3}} = K_i \sqrt[3]{\frac{2}{K_{int}} \left(\frac{G_s c_a}{3.6B}\right)^2}, \quad (4)$$

where, as well as in the parameters of equation (1), G_s — mass flow rate of supply air, kg/h, which is usually considered equal to the exhaust flow rate G_u , since the air balance of the room, unlike the thermal one, is almost exactly instantaneous-stationary; c_a — specific mass heat capacity of air, equal to 1.005 kJ/(kg·K); K_{int} —

equivalent transfer coefficient of the integral component of the automated system, s^{-1} , on the channel “ $\theta_{in} \rightarrow$ derivative of the difference $\theta_i - \theta_{in}$ ”, K_i — the same for the proportional component on the channel “ $\theta_{in} \rightarrow$ difference $\theta_i - \theta_{in}$ ” (without size.), where $\theta_i = t_i - t_{in,0}$ is the excess inflow temperature, K; parameter $C = \frac{G_s c_d K_i}{3.6B}$ [18–20].

As initial conditions for expression (1), obviously, we should take $f(0) = 1, df(0)/dx = 1/12$ [17]. It is clear that the solution of equation (1) gives a universal dependence, which is applicable for any objects and conditions. However, as in the case of purely integral regulation, it is expedient to obtain analytical relations for the largest deviation of the internal air temperature from the set point, i.e., the dynamic regulation error θ_{max} and the moment of time for which this deviation will occur. Since we are primarily interested in universal dependences, we will look for them in dimensionless form based on the analysis of equation (1). For the limiting variant $K_i = 0$, the value $x_{max,0} = 3.48$ was obtained in [18–20], at which the product $x^{1/3}f(x)$, which gives us the specific dimensionless quantity $\frac{\theta_{max} B(4D)^{1/3}}{2Q_{input}}$, has a maximum. Based on the structure of formula (1), we can consider this value as a reference value, and at $K_i \neq 0$, we introduce an appropriate correction factor to it, taking into account the appearance of the proportional component of the regulator.

RESEARCH RESULTS

If we consider expression (1) for small moments of time, we can see that the first summand can be neglected and we obtain a 1st order equation with separating variables. In this case, its solution will be represented as $f(x) = \exp(-f_1(x))$, and then, obviously, for $x = x_{max}$ we obtain:

$$\frac{d[x^{1/3}f(x)]}{dx} = x^{1/3} \exp[-f_1(x)] \left(\frac{1}{3x} - \frac{df_1}{dx} \right) = 0, \quad (5)$$

where from formula (1) we find:

$$\frac{df_1}{dx} = \frac{1 + Kx^{-1/3}}{12 + 3Kx^{1/3}}. \quad (6)$$

Hence, to a first approximation, x_{max} will be a solution to the equation:

$$x = \frac{4 + Kx^{1/3}}{1 + Kx^{-1/3}}. \quad (7)$$

It can be shown that for small x it follows that $x_{max} = x_{max,0} (1 - 0.233K)$, where $0.233 = (4^{1/3} - 1)/4^{2/3}$. In Fig. 1, the dots show the dependence for x_{max} , obtained by direct numerical solution of equation (1) using the Runge – Kutta method mentioned above. The search algorithm was based on the comparison of the value of $x^{1/3}f(x)$ for the current value of x with the previous one at $(x - h)$, where h — the chosen step of the method. At the same time, x_{max} was taken as x at which it was first found that $x^{1/3}f(x)$ for the next step, i.e. at $(x + h)$, was lower than at x .

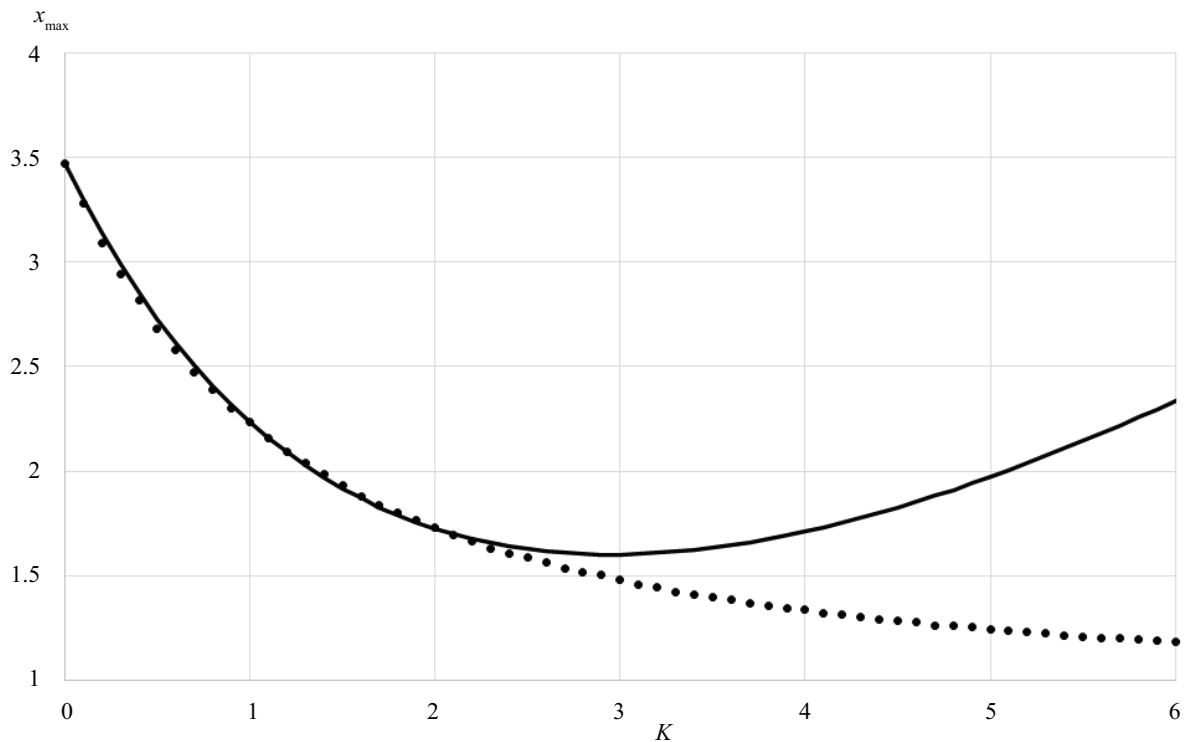


Fig. 1. Dependence of x_{max} on the complex dimensionless parameter K : dots — calculation; solid line — approximation by formula (8)

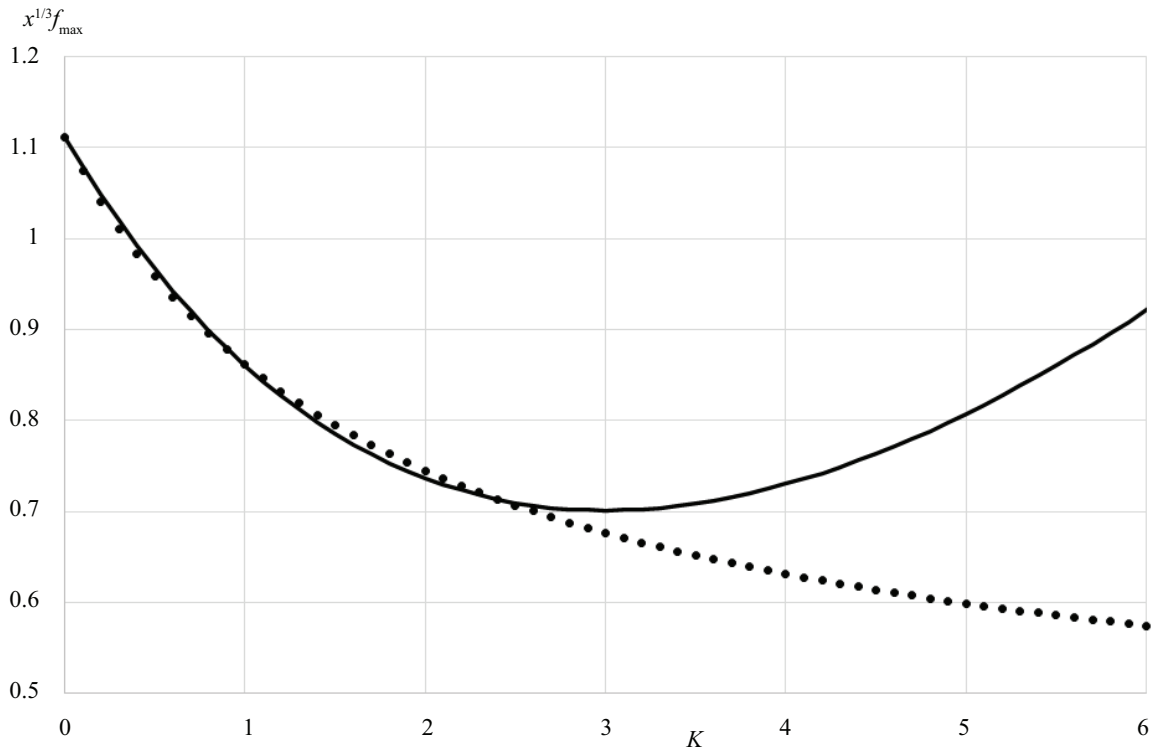


Fig. 2. Dependence of the product $x^{1/3}f(x)$ on the complex dimensionless parameter K : dots — calculation; solid line — approximation by formula (9)

The solid line is plotted using the following approximating formula:

$$x_{\max} = x_{\max,0} \left(\frac{1 - 0.233K + 0.062K^2}{1 + 0.288K} \right), \quad (8)$$

where $0.288 = 4^{1/3}(4^{1/3} - 1/2)/6$ is the numerical coefficient revealed by additional analyses (1) and (7), and 0.062 is obtained by fitting.

In Fig. 2, the dots represent the behaviour of the product $x^{1/3}f(x)$ according to the same calculations.

For the solid line, an approximation in the following form is used:

$$\left[x^{1/3} f(x) \right]_{\max} = 1 \frac{1}{9} \left(\frac{1 - 0.155K + 0.041K^2}{1 + 0.144K} \right). \quad (9)$$

In this ratio, $0.144 = 0.288/2$; $0.155 = (2/3) \cdot 0.233$; $0.041 = (2/3) \cdot 0.062$. Then, according to expression (5) and the adopted expression for x , it turns out:

$$\theta_{\max} = \frac{2Q_{\text{input}}}{B(4D)^{1/3}} \left[x^{1/3} f(x) \right]_{\max}. \quad (10)$$

It can be seen that for small K (up to about 2.5) the curve matching in both figures is indeed very good.

CONCLUSION AND DISCUSSION

Based on the results of the study, the initial hypothesis that the time dependence for the excess temperature of indoor air at combined proportional-integral algorithms of control of heat and mass exchange equipment of central air conditioning systems can indeed be

expressed through the formulas for purely integral control with the use of correction coefficients previously obtained by the author in [18–20] is generally confirmed. Moreover, the following additional conclusions can be drawn:

- as the P-component of the controller increases, the value x_{\max} , corresponding to the time moment for which the largest deviation of the room temperature from the setpoint is observed, monotonically decreases, i.e. the introduction of this component really contributes to the reduction of the control time;

- the maximum dynamic control error proportional to the product $x^{1/3}f(x)$ also monotonically decreases with the amplification of the P-component of the controller, and at small values of the dimensionless parameter K characterizing the relative weight of the P-component, such decrease, as in the case with x_{\max} , linearly depends on the value of K ;

- these effects can be explained by the general properties of P-regulators, first of all, their higher speed in relation to those using the I-law, as well as by the increased stability of the corresponding automated systems. At the same time, the presented calculation will be quite simple and accessible for engineering practice and requires a minimum amount of initial data.

Further development of the proposed research can be carried out in the field of refinement of the obtained approximation expressions for correction multipliers to the value of dynamic control error and to the moment of maximum temperature deviation with respect

to the expansion of the range of values of parameter K , for which these expressions will be valid, by taking into account a larger number of terms in the asymptotic ex-

pansions of the dependences obtained by the numerical method and, if possible, by comparison with the results of field measurements

REFERENCES

1. Serale G., Fiorentini M., Capozzoli A., Bernardini D., Bemporad A. Model Predictive Control (MPC) for Enhancing Building and HVAC System Energy Efficiency: Problem Formulation, Applications and Opportunities. *Energies*. 2018; 11(3):631. DOI: 10.3390/en11030631
2. Ryzhov A., Ouerdane H., Gryazina E., Bischi A., Turitsyn K. Model predictive control of indoor microclimate: existing building stock comfort improvement. *Energy Conversion and Management*. 2019; 179:219-228. DOI: 10.1016/j.enconman.2018.10.046
3. Rulik S., Wróblewski W., Majkut M., Stozik M., Rusin K. Experimental and numerical analysis of heat transfer within cavity working under highly non-stationary flow conditions. *Energy*. 2020; 190:116303. DOI: 10.1016/j.energy.2019.116303
4. Belussi L., Barozzi B., Bellazzi A., Danza L., Devitofrancesco A., Fanciulli C. et al. A review of performance of zero energy buildings and energy efficiency solutions. *Journal of Building Engineering*. 2019; 25:100772. DOI: 10.1016/j.jobe.2019.100772
5. Sha H., Xu P., Yang Z., Chen Y., Tang J. Overview of computational intelligence for building energy system design. *Renewable and Sustainable Energy Reviews*. 2019; 108:76-90. DOI: 10.1016/j.rser.2019.03.018
6. Mansurov R., Rafalskaya T., Efimov D. Mathematical modeling of thermal technical characteristics of external protections with air layers. *E3S Web of Conferences*. 2019; 97:06007. DOI: 10.1051/e3s-conf/20199706007
7. Rafalskaya T. Safety of engineering systems of buildings with limited heat supply. IOP Conference Series: *Materials Science and Engineering*. 2021; 1030(1):012049. DOI: 10.1088/1757-899X/1030/1/012049
8. Rafalskaya T.A. Simulation of thermal characteristics of heat supply systems in variable operating modes. *Journal of Physics: Conference Series*. 2019; 1382(1):012140. DOI: 10.1088/1742-6596/1382/1/012140
9. Millers R., Korjakins A., Lešinskis A., Borodinecs A. Cooling panel with integrated PCM layer : a verified simulation study. *Energies*. 2020; 13(21):5715. DOI: 10.3390/en13215715
10. Stetjukha V. Energy efficiency of underground structures in harsh climatic conditions. *Magazine of Civil Engineering*. 2023; 1(117):11710. DOI: 10.34910/MCE.117.10. EDN TTZNWL
11. Belous A., Kotov G., Belous O., Garanzha I. Calculation of heat resistance of external enclosing structures with heat-conducting inclusions. *Magazine of Civil Engineering*. 2022; 5(113):11313. DOI: 10.34910/MCE.113.13. EDN NCHURU.
12. Musorina T., Gamayunova O., Petrichenko M., Soloveva E. Boundary layer of the wall temperature field. *Advances in Intelligent Systems and Computing*. 2020; 429-437. DOI: 10.1007/978-3-030-37919-3_42
13. Gamayunova O., Petrichenko M., Mottaeva A. Thermotechnical calculation of enclosing structures of a standard type residential building. *Journal of Physics: Conference Series*. 2020; 1614(1):012066. DOI: 10.1088/1742-6596/1614/1/012066
14. Bilous I.Yu., Deshko V.I., Sukhodub I.O. Building energy modeling using hourly infiltration rate. *Magazine of Civil Engineering*. 2020; 4(96):27-41. DOI: 10.18720/MCE.96.3. EDN MFVSMT.
15. Petrov P.V., Vedruchenko V.R., Rezanov E.V., Kadtin I.I., Kulagin V.A. Experimental study of the effective insulation of building envelopes. *Journal of Siberian Federal University. Engineering and Technologies*. 2022; 15(3):356-367. DOI: 10.17516/1999-494X-0403. EDN BWSTSI.
16. Avsyukevich D., Shishkin E., Litvinova N., Mirgorodskiy A. Thermoeconomic model of a building's thermal protection envelope and heating system. *Magazine of Civil Engineering*. 2022; 5(113):11302. DOI: 10.34910/MCE.113.2. EDN TAVHNO.
17. Samarin O. Temperature mode of a room at integrated regulation of split systems. *Magazine of Civil Engineering*. 2023; 7(123):12310. DOI: 10.34910/MCE.123.10. EDN SBWALE.
18. Samarin O.D. Calculation of the indoor thermal mode with the use of integral controllers for climate control systems. *News of Higher Educational Institutions. Construction*. 2020; 2(734):28-35. DOI: 10.32683/0536-1052-2020-734-2-28-35. EDN SSRGOX. (rus.).
19. Samarin O.D. Calculation of indoor air temperature using dimensionless parameters for integrated climate control systems. *Vestnik MGSU [Monthly Journal on Construction and Architecture]*. 2021; 16(4):486-492. DOI: 10.22227/1997-0935.2021.4.486-492. (rus.).
20. Samarin O.D., Klochko A.K. *Numerical and approximated methods in the problems of building thermal physics and climatology*. Moscow, MGSU-MISI Publ., 2021; 96. EDN VAPFTA. (rus.).

Received June 26, 2024.

Adopted in revised form on June 26, 2024.

Approved for publication on July 2, 2024.

B I O N O T E S : **Oleg D. Samarin** — Candidate of Technical Sciences, Associate Professor, Associate Professor of the Department of Heat and Gas Supply and Ventilation; **Moscow State University of Civil Engineering (National Research University) (MGSU)**; 26 Yaroslavskoe shosse, Moscow, 129337, Russian Federation; SPIN-code: 1708-9583, ORCID: 0000-0003-2533-9732, Scopus: 6603231128; samarinod@mgsu.ru, samarin-oleg@mail.ru.