НАУЧНАЯ СТАТЬЯ / RESEARCH PAPER
УДК 627.8.059+624.13
DOI: 10.22227/2305-5502.2023.1.3

Обзор методов прогноза гидравлического разрыва противофильтрационного ядра каменно-земляной плотины

Михаил Петрович Саинов[1], Александр Анатольевич Болдин[2]
[1] Национальный исследовательский университет «МЭИ» (НИУ «МЭИ»); г. Москва, Россия;
[2] Национальный исследовательский Московский государственный строительный университет (НИУ МГСУ); г. Москва, Россия

АННОТАЦИЯ

Введение. С явлением гидравлического разрыва связывают аварии некоторых каменно-земляных плотин, при которых была нарушена целостность ядра, выполненного из глинистого грунта. Считается, что гидравлический разрыв возникает, когда давление воды, находящейся в порах и микротрещинах, преодолевает сжимающие напряжения в грунте. К настоящему времени предложены несколько методик расчетного прогноза гидравлического разрыва. Они направлены на определение условий возникновения гидравлического разрыва и определение величины критического давления воды, вызывающего рост трещины.
Материалы и методы. Для систематизации информации о методах и методиках определения критического давления был выполнен обзор зарубежных научных публикаций.
Результаты. Приведена классификация методов прогноза гидравлического разрыва. Теоретические методы основаны на использовании теории упругости, теории пластичности или механики разрушения. Самая простая методика основана на анализе напряженного состояния массива грунта. Описаны методики, основанные на анализе напряженно-деформированного состояния грунта вокруг полости, испытывающей внутреннее давление. В них рассматриваются несколько механизмов продвижения трещины, в том числе за счет потери прочности на растяжение и сдвиг. Также приведены эмпирические формулы, основанные на результатах лабораторных экспериментов. В рамках аналитического обзора было выполнено сравнение некоторых методик. Большинство методик сходятся в том, что критическое давление в первую очередь зависит от минимального главного напряжения σ_3 в грунте. Сравнение показало, что критическое давление, рассчитанное по теоретической методике анализа трехосного напряженного состояния, заметно ниже, чем по эмпирическим методикам. При наличии полости более вероятной причиной гидроразрыва является потеря прочности грунта на сдвиг, а не на растяжение.
Выводы. Несмотря на обилие методик прогноза гидравлического разрыва, в настоящее время не создано теоретически выверенной и точной методики.

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА: плотина, гидравлический разрыв, трещинообразование, критическое поровое давление, напряженное состояние

ДЛЯ ЦИТИРОВАНИЯ: *Саинов М.П., Болдин А.А.* Обзор методов прогноза гидравлического разрыва противофильтрационного ядра каменно-земляной плотины // Строительство: наука и образование. 2023. Т. 13. Вып. 1. Ст. 3. URL: http://nso-journal.ru. DOI: 10.22227/2305-5502.2023.1.3

Автор, ответственный за переписку: Александр Анатольевич Болдин, alex.boldin2012@yandex.ru.

Review of methods for predicting the hydraulic failure of a rockfill core dam

Mikhail P. Sainov[1], Alexander A. Boldin[2]
[1] National Research University "Moscow Power Engineering Institute" (MPEI); Moscow, Russian Federation;
[2]Moscow State University of Civil Engineering (National Research University) (MGSU); Moscow, Russian Federation

ABSTRACT

Introduction. The phenomenon of hydraulic fracture is associated with the failure of some earth-rock dams, in which the integrity of the core made of clay soil has been compromised. It is believed that hydraulic fracture occurs when the pressure of water contained in pores and microcracks overcomes the compressive stresses in the soil. At this point, several methods have been proposed for the computational prediction of hydraulic fracture. They are aimed at determining the conditions under which hydraulic fracture occurs and at determining the critical water pressure that causes fracture growth.
Materials and methods. A review of foreign scientific publications was carried out to systematise information on methods and techniques for critical pressure determination.
Results. The review gives a classification of methods for predicting hydraulic fracture. Theoretical methods are based on the usage of elasticity theory, plasticity theory or fracture mechanics. The simplest method is based on the analysis of the stress state of the soil mass. This review describes methods based on the analysis of the stress-strain state of soil around a cavity with

© М.П. Саинов, А.А. Болдин, 2023
Распространяется на основании Creative Commons Attribution Non-Commercial (CC BY-NC)

internal pressure. They consider several mechanisms of crack propagation, including the loss of tensile and shear strength. Empirical formulas based on the results of laboratory experiments are also given. In the framework of the analytical review, a comparison of some methodologies has been carried out. Most of the methodologies agree that the critical pressure primarily depends on the minimum principal stress σ_3 in the ground. The comparison showed that the critical pressure calculated by the theoretical triaxial stress analysis technique is noticeably lower than that calculated by the empirical techniques. In the presence of a cavity, the more likely cause of fracturing is the loss of shear strength of the soil rather than tensile strength. **Conclusions.** Despite the abundance of techniques for predicting hydraulic fracturing, no theoretically verified and accurate methodology has been established at the present time.

KEYWORDS: dam, hydraulic fracture, cracking, critical pore pressure, stress state

FOR CITATION: Sainov M.P., Boldin A.A. Review of methods for predicting the hydraulic failure of a rockfill core dam. *Stroitel'stvo: nauka i obrazovanie* [Construction: Science and Education]. 2023; 13(1):3. URL: http://nso-journal.ru. DOI: 10.22227/2305-5502.2023.1.3

Corresponding author: Alexander A. Boldin, alex.boldin2012@yandex.ru.

ВВЕДЕНИЕ

В гидротехническом строительстве одной из угроз для безопасности каменно-земляных плотин является опасность нарушения целостности противофильтрационного элемента, выполненного из глинистого грунта. В практике эксплуатации каменно-земляных плотин имеются случаи образования трещин в ядрах. Примерами могут служить плотины Balderhead (Англия, H = 48 м, 1965 г.), Hyttjuvet (Норвегия, H = 93 м), Курейская плотины [1–3]. Образование трещин влечет за собой повышенные утечки, внутреннюю водную эрозию грунта, образование провалов и других нарушений. Выдвигались и предположения, что гидравлический разрыв стал причиной разрушения в 1976 г. плотины Teton [4] в США.

Появление трещин в ядрах каменно-земляных плотин может быть вызвано разными причинами. Чаще всего их связывают с неравномерными деформациями (осадками) плотины и с гидравлическим разрывом (гидроразрывом) грунта. Гидравлический разрыв — это процесс образования или раскрытия в грунте сквозной трещины вследствие действия сил давления воды, действующих на грунт изнутри, в порах или микротрещинах[1].

Теория гидравлического разрыва грунта в плотине развивается с 1970-х гг. Считается, что образование (раскрытие) трещины происходит, когда разрывающее давление воды превышает сопротивление грунта разрыву. Разрыву противостоит напряжение в грунте, сжимающее потенциальную трещину.

Проблеме гидроразрыва в грунтовых плотинах уделяют большое внимание многие исследователи как в инженерной, так и в академической среде. Изучение процесса гидроразрыва ведется в нескольких направлениях. Первое направление — это экспериментальные (полевые, модельные) испытания гидроразрыва грунтового массива. Второе направление — расчетные исследования, при этом используются как аналитические методы, так методы численного моделирования.

Как правило, исследования направлены на определение условий, при которых возможен гидравлический разрыв. Образование трещин может происходить по двум основным механизмам: из-за растягивающих нормальных напряжений (I режим), из-за напряжений сдвига (касательных напряжений) (II режим).

Напряжение, при котором происходит образование (продвижение) трещины, принято называть критическим. Обычно определяют не критические напряжения, а критическое давление воды. Это давление, которое приводит к достижению напряжениями критических значений.

Разными авторами на основе лабораторных и полевых испытаний предложены несколько методик для расчета критического давления воды. Все они основаны на результатах экспериментальных испытаний, однако отличаются теоретическими соотношениями, которые используются для анализа условий образования/раскрытия трещин.

J.J. Wang и J.G. Zhu [5] предложили следующую классификацию методов для определения критического давления воды или теорий гидравлического разрыва. Они разделены на четыре группы:

1. Методы, основанные на анализе трехосного напряженного состояния массива грунта.

2. Методы, основанные на анализе напряженно-деформированного состояния грунта вокруг полости заданной формы методами теории упругости и пластичности.

3. Методы, основанные на полевых испытаниях или лабораторных испытаниях и выраженные в виде эмпирических формул.

4. Методы, основанные на механике разрушения и результатах испытаний поведения «конвертных» трещин в образце грунта.

Для достоверных прогнозов трещиностойкости ядер каменно-земляных плотин требуется систематизация информации о методиках расчета гидравлического разрыва. Это и является целью этой публикации.

МАТЕРИАЛЫ И МЕТОДЫ

Для систематизации информации о методиках определения критического давления гидравлического разрыва авторами был выполнен обзор зарубежных научных публикаций.

[1] Гидравлический разрыв определяется Независимой группой по расследованию причин разрушения плотины Teton в США как физическое явление, при котором трещина образуется и расширяется под давлением воды.

При составлении аналитического обзора были использованы работы, в которых выполнен анализ методов расчета гидравлического разрыва, например [5], а также публикации, посвященные результатам экспериментальных исследований. Первые эксперименты относятся к 1970-м гг. В современный период имеются публикации, посвященные сравнению методик гидравлического разрыва, а также методикам, основанным на теории механики разрушения.

Кроме того, в рамках данной публикации сравниваются методики расчета гидроразрыва на примере условий, характерных для высокой каменно-земляной плотины.

РЕЗУЛЬТАТЫ

Метод анализа трехосного напряженного состояния массива грунта

Если считать, что образование трещины происходит в виде разрыва при потере прочности грунта на растяжение, то критическое давление будет напрямую с минимальным сжимающим главным напряжением σ_3.

Выражение для определения критического давления воды имеет вид:

$$P_f = \sigma_3 + \sigma_t, \quad (1)$$

где σ_t — прочность материала на растяжение.

Методы анализа напряженно-деформированного состояния грунта вокруг полости

В теориях определения критического давления воды второй группы рассматривается напряженно-деформированное состояние (НДС) грунта вокруг цилиндрической или сферической полости. Считается, что эта полость существует изначально и при гидравлическом разрыве растет.

Для анализа НДС используют теории упругости и пластичности. Рассматривается осесимметричная область, ее расчетная схема показана на рис. 1. При цилиндрической полости область представляет собой толстую трубу, загруженную изнутри равномерно распределенной нагрузкой P_f. Снаружи на расчетную область действует равномерно распределенная нагрузка σ_h, направленная в центр полости. Эта нагрузка создается давлением грунта.

Под действием указанных нагрузок в расчетной области возникают нормальные напряжения, среди которых выделяют радиальное σ_r и окружное σ_θ, а также касательное напряжение $\tau_{r\theta}$ (рис. 1).

Методом теории упругости получены выражения для определения значений напряжений на границе полости:

$$\begin{cases} \sigma_r = P_f, \\ \sigma_\theta = \dfrac{2b^2\sigma h - (a^2 + b^2)P_f}{b^2 - a^2}, \\ \tau_{r\theta} = 0, \end{cases} \quad (2)$$

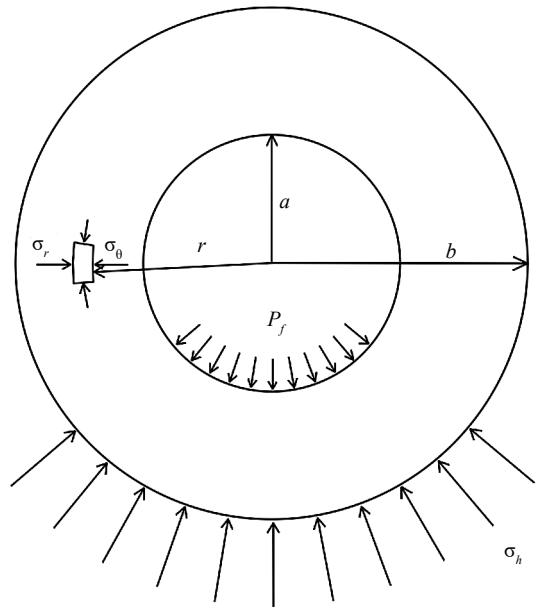

Рис. 1. Расчетная схема напряженно-деформированного состояния цилиндрической или сферической полости: a — внутренний радиус области (радиус полости); b — внешний радиус области; P_f — давление воды, приложенное к внутренней поверхности; r — радиальное расстояние от центра; σ_h — радиальное нормальное напряжение, действующее на внешнюю поверхность; σ_r — радиальное напряжение; σ_θ — окружное напряжение

где a — внутренний радиус области (радиус полости); b — внешний радиус области.

Анализ показывает, что в бесконечной области ($b \to \infty$) при наличии только внутреннего распирающего давления P_f окружное растягивающее напряжение на поверхности цилиндрической полости соответствует P_f. Оно не зависит от размера полости. Из уравнения (2) с определенной степенью приближения можно заключить, что критическое давление воды равно:

$$P_f = 2\sigma_\theta + \sigma_t. \quad (3)$$

Описанное выше решение о напряженном состоянии грунта вокруг полости является приближенным, оно соответствует случаю малых упругих деформаций. Рядом авторов были предложены решения с учетом пластического поведения грунта и увеличения объема (расширения) полости.

Анализ расширения цилиндрической полости был выполнен для решения практических задач. Например, M.F. Randolph, J.P. Carter и C.P. Wroth [6] (1979 г.) выполнили анализ напряженного состояния грунта в процессе забивки свай. Геометрия задачи была упрощена за счет предположения условий плоской деформации в дополнение к осевой симметрии. Установка свай моделировалась как недренируемое расширение цилиндрической полости. Предполагалось, что возникающее избыточное поровое давление рассеивается посредством направленного наружу радиального потока поровой воды. Уплотне-

ние грунта изучалось с использованием упругопластической модели грунта с упрочнением, учитывалась возможность изменения прочности грунта при изменении содержания воды.

Рядом авторов (P. Chadwick, A.S. Vesic, B. Ladanyi) предложены решения задачи о расширении сферической полости в различных типах сред.

В 1959 г. P. Chadwick в своей работе [7] представил вывод зависимости расширения полости под давлением для идеального пластичного материала. Решение получено для случая связного грунта, т.е. грунта, обладающего только сцеплением. Метод решения основан на теории пластического течения и использовании критерия Мора – Кулона в качестве условия пластичности. Решение задачи потребовало допущений для описания больших деформаций, возникающих при расширении.

В 1972 г. A.S. Vesic [8] получил приближенное решение для определения критического давления для расширения сферической полости в связном грунте и применил это решение для определения коэффициентов несущей способности глубоких фундаментов.

В 1967 г. B. Ladanyi [9] выполнил анализ расширения полости в хрупких горных породах. Им получены решения для случая как цилиндрических, так и сферических полостей в идеальных связных грунтах. В его статье представлены приближенные решения для определения критического давления воды.

Методы анализа трехосного напряженного состояния вокруг полости

Теории гидроразрыва, основанные на анализе трехосного напряженного состояния грунта, окружающего полость, рассматривались в работах [10, 11]. Анализ осуществляется с применением теории пластичности.

На рис. 2 показана схема напряженного состояния образца грунта с цилиндрической полостью. В общем случае оно — трехосное и характеризуется максимальным главным напряжением σ_1, промежуточным главным напряжением σ_2 и минимальным главным напряжением σ_3.

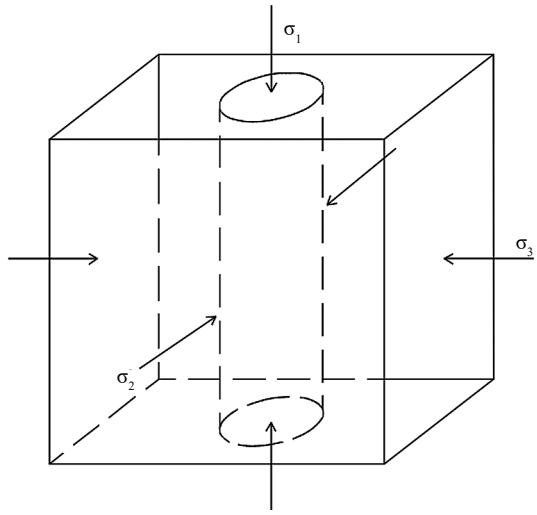

Рис. 2. Схема трехосного напряженного состояния образца с цилиндрической полостью: σ_1 — главное максимальное напряжение; σ_2 — промежуточное главное напряжение; σ_3 — минимальное главное напряжение

При этом расположение осей главных напряжений (σ_1, σ_2 и σ_3) по отношению к оси полости может быть различным.

При большой протяженности полости напряженное состояние может рассматриваться как плоское, в условиях плоской деформации. В этом случае влияние одного из главных напряжений (в направлении вдоль оси полости) может не учитываться.

Рассмотрим случай, когда главным напряжением вдоль центральной оси круглой полости является главное максимальное напряжение σ_1. Сечение образца загружено по торцам напряжениями σ_2 и σ_3 и внутренним давлением p в полости. Напряженное состояние в любой точке может быть получено путем суперпозиции напряженных состояний от нагрузки каждого вида (см. рис. 3).

Если на одном из торцов приложена сжимающая нагрузка σ_3, напряженное состояние массива характеризуется концентрацией напряжений вокруг

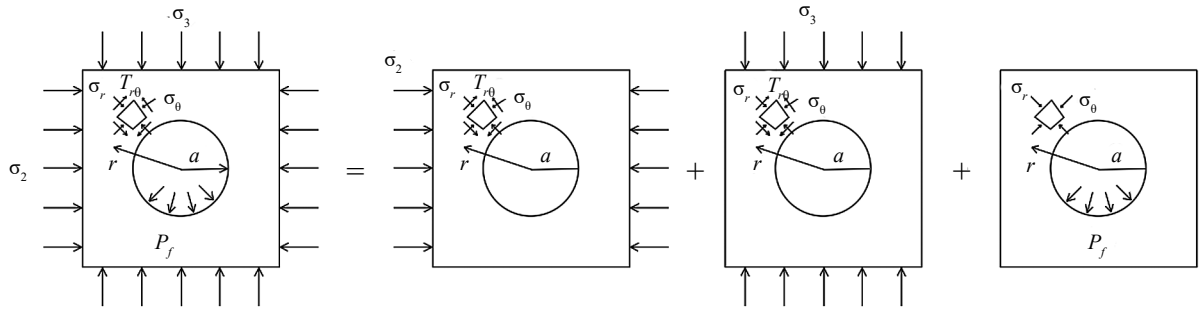

Рис. 3. Схема суперпозиции напряженного состояния образца с круглой полостью: a — внутренний радиус; P_f — давление воды, действующее на внутреннюю поверхность; r — радиальное расстояние от центра; σ_2 — промежуточное главное напряжение; σ_3 — минимальное главное напряжение; σ_r — радиальное напряжение; σ_θ — окружное напряжение; $\tau_{r\theta}$ — напряжение сдвига

полости. В направлении вдоль действия внешних нагрузок возникают сжимающие напряжения, которые примерно в 3 раза превышают нагрузку. При этом в поперечном направлении возникают растягивающие напряжения, которые примерно равны величине нагрузки.

Суммарное напряженное состояние на поверхности полости (т.е. при $r = a$) определяется выражениями:

$$\begin{cases} \sigma_r = P_f, \\ \sigma_\theta = \sigma_3(1-2\cos 2\theta) + \sigma_2(1+2\cos 2\theta) - P_f, \\ \tau_{r\theta} = 0, \end{cases} \quad (4)$$

где θ — угол, определяющий положение рассматриваемой площадки.

На основе анализа напряженного состояния можно определить критическое давление, вызывающее потерю прочности. Выделяют три механизма, которые влекут за собой развитие трещины (расширение полости).

Механизм № 1. Если причиной расширения трещины является потеря прочности на растяжение по окружным напряжениям, то критическое давление воды может быть рассчитано по формуле:

$$P_f = \sigma_3(1-2\cos 2\theta) + \sigma_2(1+2\cos 2\theta) + \sigma_t. \quad (5)$$

Из уравнения (5) видно, что минимальное давление воды P_f может быть получено при $\cos 2\theta = -1$, т.е. критическое давление воды определяется выражением:

$$P_f = 3\sigma_3 - \sigma_2 + \sigma_t. \quad (6)$$

Данную формулу в иностранной литературе называют *T–S* критерием.

Механизм № 2. Если причиной расширения трещины является потеря прочности на сдвиг, то критическое давление определяется через рассмотрение касательных напряжений. Если в качестве критерия разрушения применить критерий Мора – Кулона, то критическое давление воды можно рассчитать по формуле:

$$P_f = \frac{1}{2}\left[\sigma_3(1-2\cos 2\theta) + \sigma_2 \times \right. \\ \left. \times (1+2\cos 2\theta)(1+\sin\varphi) + c\cos\varphi\right], \quad (7)$$

где φ — угол внутреннего трения.

Из уравнения (7) следует, что минимальное давление воды P_f может быть получено при $\cos 2\theta = -1$, и тогда P_f определяется выражением:

$$P_f = (1{,}5\sigma_3 - 0{,}5\sigma_2)(1+\sin\varphi) + c\cos\varphi. \quad (8)$$

Данную формулу в иностранной литературе называют *M–C* критерием.

Механизм № 3. Это случай расширения полости за счет пластических деформаций уплотнения некоторой области вокруг полости. Если условие пластичности (текучести) соответствует критерию Мора – Кулона, критическое давление воды может быть рассчитано по формуле:

$$P_f = \frac{1}{2}\frac{\left[\sigma_3(1-2\cos 2\theta) + \sigma_2(1+2\cos 2) + \frac{2}{\tan\varphi}\right](1+\sin\varphi)}{\left(\frac{a'}{b'}\right)^{\frac{2\sin\varphi}{1+\sin\varphi}}} - \\ - \frac{c}{\tan\varphi}, \quad (9)$$

где a' — радиус полости после расширения; b' — радиус границы между зонами упругого и пластического деформирования.

Из уравнения (9) также ясно, что минимальное давление воды P_f может быть получено при $\cos 2\theta = -1$, и тогда P_f определяется выражением:

$$P_f = \frac{\left(1{,}5\sigma_3 - 0{,}5\sigma_2 + \frac{c}{\tan\varphi}\right)(1+\sin\varphi)}{\left(\frac{a'}{b'}\right)^{\frac{2\sin\varphi}{1+\sin\varphi}}} - \frac{c}{\tan\varphi}. \quad (10)$$

Аналогично можно получить выражения для определения критического давления для другого расположения полости по отношению к направлению главных напряжений.

Если полость направлена вдоль направления промежуточного главного напряжения σ_2, то формулы принимают следующий вид.

Механизм № 1:

$$P_f = 3\sigma_3 - \sigma_1 + \sigma_t. \quad (11)$$

Механизм № 2:

$$P_f = (1{,}5\sigma_3 - 0{,}5\sigma_1)(1+\sin\varphi) + c\cos\varphi. \quad (12)$$

Механизм № 3:

$$P_f = \frac{\left(1{,}5\sigma_3 - 0{,}5\sigma_1 + \frac{c}{\tan\varphi}\right)(1+\sin\varphi)}{\left(\frac{a'}{b'}\right)^{\frac{2\sin\varphi}{1+\sin\varphi}}} - \frac{c}{\tan\varphi}. \quad (13)$$

Если ось полости направлена вдоль направления минимального главного напряжения σ_3, то формулы принимают следующий вид.

Механизм № 1:

$$P_f = 3\sigma_2 - \sigma_1 + \sigma_t. \quad (14)$$

Механизм № 2:

$$P_f = (1{,}5\sigma_2 - 0{,}5\sigma_1)(1+\sin\varphi) + c\cos\varphi. \quad (15)$$

Механизм № 3:

$$P_f = \frac{\left(1{,}5\sigma_2 - 0{,}5\sigma_1 + \frac{c}{\tan\varphi}\right)(1+\sin\varphi)}{\left(\frac{a'}{b'}\right)^{\frac{2\sin\varphi}{1+\sin\varphi}}} - \frac{c}{\tan\varphi}. \quad (16)$$

Предложенные формулы представлены в [10, 11]. Они позволяют проанализировать условия, при которых вероятно разрушение грунта вокруг полости, нагруженной внутренним давлением.

Если выполнить расчеты критического давления для ряда вариантов напряженного состояния грунта, можно сделать ряд выводов о его влиянии на опасность развития трещины.

Наиболее вероятно развитие трещины в направлении вдоль оси σ_2.

Опасность представляет случай большого различия между величинами σ_1 и σ_3. Приблизительно можно сказать, что при $\sigma_1 > \sigma_3$ вокруг полости возникают растягивающие напряжения. В этом случае, возможно, что $P_f < 0$, т.е. разрыв полости может возникать даже при отсутствии внутреннего давления.

Помимо теоретических формул в инженерной практике используются и ряд эмпирических формул для определения критического давления воды.

Эмпирические теории гидроразрыва

В [12] J. Enyue и др. было проведено сравнение теоретически полученных критериев с результатами экспериментов. Испытания проводились для грунта с крупнообломочными критериями. Эксперименты подтвердили, что трещина перпендикулярна плоскости $\sigma_1 - \sigma_3$, а критическое давление P_f линейно зависит от минимального главного напряжения σ_3.

Сравнение показало, что для испытанного грунта критическое давление, полученное по *T–S* критерию, больше, чем по экспериментальным данным, а полученное по *M–C* критерию — меньше, чем по экспериментальным данным. Эти отличия объясняют широкое распространение эмпирических теорий гидроразрыва.

G.W. Jaworski, J.M. Duncan, H.B. Seed и H. Cambefort в 1981, 1982 г. [13, 14] на основании экспериментальных исследований гидроразрыва с использованием кубического образца с цилиндрической полостью предложили следующую эмпирическую формулу:

$$P_f = m\sigma_h + \sigma_{ta}, \quad (17)$$

где m — коэффициент пропорциональности; σ_{ta} — кажущаяся прочность грунта на растяжение.

Величина σ_{ta} значительно превышает предел прочности грунта на растяжение, полученный из экспериментальных испытаний, и достигает 20–265 кПа.

Показатель «*m*» определяют экспериментально. В [15] S. Fukushima предложил значение m принимать равным 1,3–1,6.

По результатам экспериментальных исследований A.K. Panah и E. Yanagisawa в 1989 г. [16] были определены параметры m = 1,085 и σ_{ta} = 0,80 кПа. А в исследовании L.Y. Liu, Y.H. Cui и G.W. Zhang [17], проведенном в 1988 г. для разнозернистого гравийного грунта, были получены значения m = 0,86 и σ_{ta} = 210 кПа.

A. Mori и M. Tamura в 1987 г. [18] на основе экспериментальных исследований гидроразрыва в шести глинах предложили уравнение:

$$P_f = \sigma_3 + q_u, \quad (18)$$

где σ_3 — минимальное главное напряжение; q_u — прочность грунта на сжатие.

K.H. Zeng и Z.Z. Yin в 2000 г. [11] для песчаного грунта предложили уравнение:

$$P'_f = m\sigma'_3 + \sigma_t + R, \quad (19)$$

где P'_f — эффективное критическое давление воды; m — коэффициент пропорциональности; σ'_3 — эффективное минимальное главное напряжение; σ_t — предел прочности грунта на растяжение; R — сопротивление распространению трещины, $\sigma_t + R = \sigma_{ta}$.

Эмпирическое значение параметра «*m*» равно 1,0–2,0.

Величины P'_f и σ'_3 в уравнении (19) определяются с учетом порового давления:

$$P'_f = P_f - u_0, \quad (20)$$

$$\sigma'_3 = \sigma_3 - u_0, \quad (21)$$

где u_0 — начальное поровое давление воды.

R.A. Decker и S.P. Clemence в 1981 г. [19], основываясь на лабораторных испытаниях и теоретических анализах гидроразрыва, предложили следующую формулу для расчета критического давления воды:

$$P_f = \frac{(1-\nu)(\sigma_t + 2 - \alpha + \beta)(k_0 p'_0)}{S}, \quad (22)$$

где ν — коэффициент Пуассона грунта; α и β — коэффициенты, относящиеся к сжатию грунта; k_0 — коэффициент статического бокового давления; p'_0 — приращение действующего напряжения; S — коэффициент, связанный с диаметром иглы, введенной в образец.

Отдельно следует рассмотреть методику оценки трещиностойкости грунтового массива, предложенную в 1994 г. K.H. Andersen и др. [20]. Она учитывает нелинейность поведения грунта. Принимается, что образование трещины происходит в результате потери прочности грунта на растяжение. Соответственно, условие возникновения гидроразрыва принимает вид:

$$\sigma_3 - u \le -\sigma_t, \quad (23)$$

где u — поровое давление воды в грунтах.

Поровое давление определяется по формуле:

$$u = u_0 + \Delta u, \quad (24)$$

где u_0 — начальное поровое давление воды; Δu — приращение порового давления воды.

В предложенной методике используется нелинейная зависимость напряжений и деформаций грунта от порового давления воды.

Формула для определения приращения порового давления воды принимается в виде:

$$\Delta u = \Delta\sigma_{oct} + \alpha_m \Delta\tau_{oct} \quad (25)$$

или

$$\Delta u = \Delta\sigma_{oct} - D\left(\Delta\tau_r - \Delta\tau_\theta\right), \quad (26)$$

где $\Delta\sigma_{oct}$ и $\Delta\tau_{oct}$ — соответственно, приращения нормальных и касательных напряжений на октаэдрической площадке; α_m — коэффициент порового давления воды Henkel [21]; D — коэффициент порового давления воды; $\Delta\tau_r$ и $\Delta\tau_\theta$ — приращения касательных напряжений в радиальном и касательном направлениях соответственно.

Коэффициент порового давления D выражает изменение порового давления воды в зависимости от изменения касательного напряжения в вертикальной плоскости.

Методика учитывает, что гидроразрыв может зарождаться как в горизонтальном, так и в вертикальном направлении. Направление расширения трещины под действием давления воды определяется величиной растягивающих напряжений между берегами потенциальной трещины. Трещина развивается в том направлении, где максимальны напряжения в направлении, перпендикулярном к плоскости трещины.

Вероятное направление трещины определяется в зависимости от величины критического давления воды P_f. Предложены формулы для определения P_f для случая вертикального и горизонтального расположения трещины.

1. Для горизонтального направления трещины критическое давление воды определяется по формуле:

$$P_f = u_0 + \sigma'_{v0} + \Delta p_m, \quad (27)$$

где Δp_m — приращение давления воды в полости в начале гидроразрыва в горизонтальном направлении.

2. Для вертикального направления трещины критическое давление воды определяется по формуле:

$$P_f = u_0 + k_0\sigma'_{v0} + \Delta p_m, \quad (28)$$

где k_0 — коэффициент бокового давления; σ'_{v0} — эффективное напряжение в вертикальном направлении; Δp_m — приращение давления воды в цилиндрической полости при проведении гидроразрыва в вертикальном направлении.

Результаты экспериментальных испытаний образцов грунта с цилиндрической полостью приведены также в статье D. Djarwadia и др. [22]. Они показали, что на возможность гидравлического разрыва глинистого ядра влияют также траектории нагружения. Было получено, что разрушение от растяжения происходило только тогда, когда начальное напряженное состояние характеризовалось соотношением $0{,}5 \cdot (\sigma_1 - \sigma_3) < c$.

Методики прогноза гидроразрыва, основанные на механике разрушения

Механизм распространения трещины относится к проблеме расширения трещины в режиме нагрузки I (нормальный отрыв).

Разработке теории гидравлического разрыва на основе механики разрушения посвящены работы L.C. Murdoch [23–26], а также J.J. Wang [27]. L.C. Murdoch в 1993 г. [23] на основе экспериментальных исследований разработал аналитическую модель гидроразрыва.

Расчетная схема показана на рис. 4. Трещина располагается в плоскости xz, ось z направлена вдоль средней линии трещины, а ось x расположена в направлении роста трещины (рис. 4). Ширина трещины m измеряется вдоль оси z и является постоянной. Так как предполагается симметрия трещины относительно оси z, рассматривается только половина трещины, полудлиной b.

Расклинивающее трещину давление P_1 нагнетаемой жидкости принимается равномерно распределенным вдоль части трещины. Давление, создаваемое фильтрующей жидкостью P_{dtip}, также принимается постоянным и равномерно распределенным по всей длине трещины b (рис. 5). В результате суммирования эпюр распределения P_1 и P_{dtip} получается эпюра расклинивающего давления P_d, создаваемого закачиваемой жидкостью.

Величина P_d ограничивается прочностью материала. В механике разрушения условием прочности нормального отрыва является:

$$K_{\mathrm{I}} = K_{\mathrm{IC}}, \quad (29)$$

где K_{I} — коэффициент интенсивности напряжений в режиме I (нормальный отрыв трещины); K_{IC} — коэффициент интенсивности напряжений для режима I.

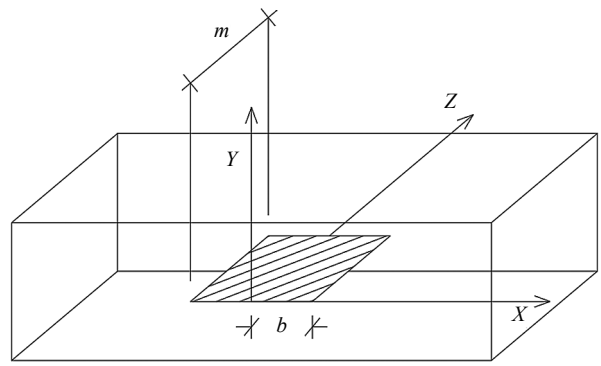

Рис. 4. Геометрия идеализированной трещины, использованная в модели гидроразрыва: x, y и z — оси координат; m — полуширина трещины; b — полудлина трещины

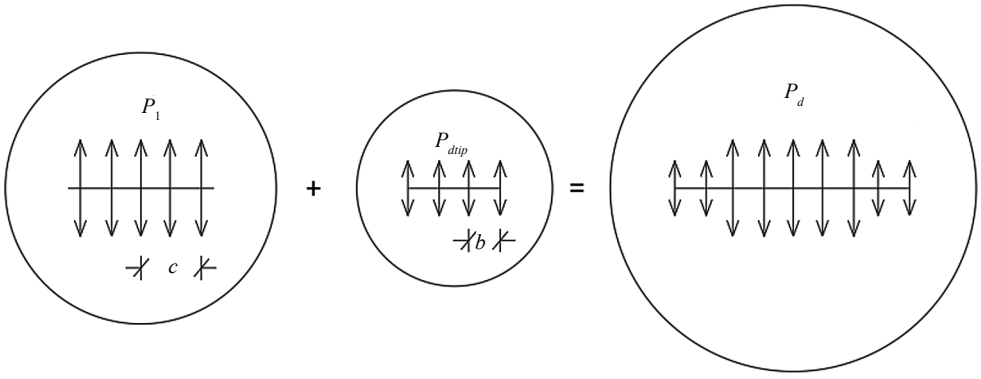

Рис. 5. Условия нагружения, использованные для разработки аналитической модели [16]: b — половина длины трещины; c — полудлина части трещины, заполненной закаченной жидкостью; P_d — расклинивающее давление, создаваемое закачиваемой жидкостью; P_{dtip} — давление, создаваемое фильтрующей нагнетаемой жидкостью

Основываясь на теории трещины нормального отрыва в механике линейного упругого разрушения [25], было получено выражение для определения критического давления воды, вызывающее гидравлический разрыв:

$$P_f = \frac{K_{\mathrm{IC}}}{\sqrt{\pi b}} + \sigma_n, \qquad (30)$$

где b — полудлина трещины; σ_n — нормальное напряжение, действующее на плоскость трещины.

Коэффициент интенсивности напряжения K_{I} может быть получен из принципа суперпозиции двух видов давлений, показанных на рис. 5. Он определяется как:

$$K_{\mathrm{I}} = K_{\mathrm{I1}} + K_{\mathrm{I2}} = \sqrt{\pi b}\left[P_d\theta + P_{dtip}\left(1-\theta\right)\right], \qquad (31)$$

где θ зависит только от соотношения c/b, геометрии нагрузки на конце трещины, и определяется по формуле:

$$\theta = \frac{2}{\pi}\sin^{-1}\left(\frac{c}{b}\right). \qquad (32)$$

L.C. Murdoch и W.W. Slack в 2002 г. провели анализ теории гидроразрыва пласта на основе полевых испытаний гидроразрыва [26]. Испытания проводились в мелкозернистых грунтах на глубине 2–10 м. L.C. Murdoch [28] предложил метод, основанный на теории упругости и механике разрушения, который позволяет спрогнозировать характеристики неглубокого гидроразрыва. Рассмотрим основные положения этого метода.

В ходе испытаний было выявлено, что типичная трещина гидроразрыва в мелкозернистых грунтах представляет собой слабонаклонную поверхность, слегка асимметричную относительно исходной скважины (рис. 6). При создании теоретической модели было предложена принимать трещину гидроразрыва в виде горизонтальной круглой дискообразной полости радиусом a, нагруженной внутренним давлением жидкости и погруженной в упругую среду (рис. 6, b).

Для определения давления нагнетания была предложена расчетная схема, показанная на рис. 7. Грунт над неглубокой трещиной гидроразрыва рассматривался как тонкая эластичная пластина максимальной толщиной d, обладающая модулем Юнга E и коэффициентом Пуассона ν. Толщина трещины соответствует глубине расположения трещины относительно дневной поверхности. Пластина нагружена равномерным давлением P_d по круглой площади радиусом a. Давление P_d

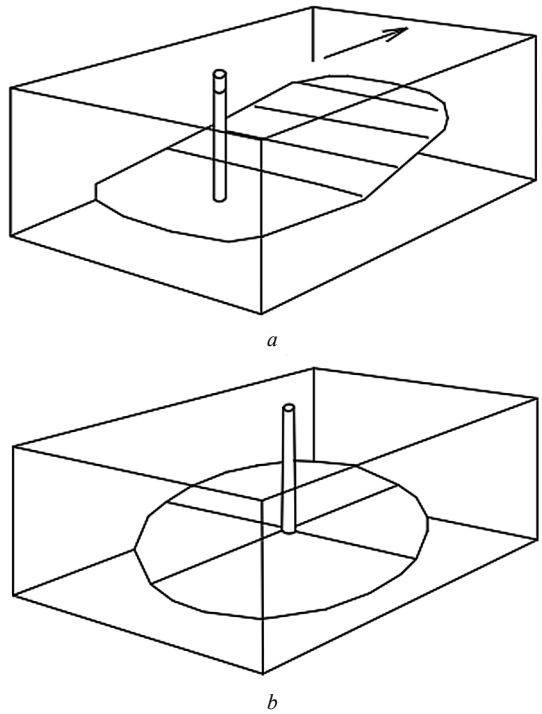

Рис. 6. Форма поверхности гидравлического разрыва на основе полевых испытаний: a — типичная форма поверхности гидравлического разрыва, полученная при полевых испытаниях; b — идеализированная круглая дискообразная поверхность, используемая в модели гидравлического разрыва

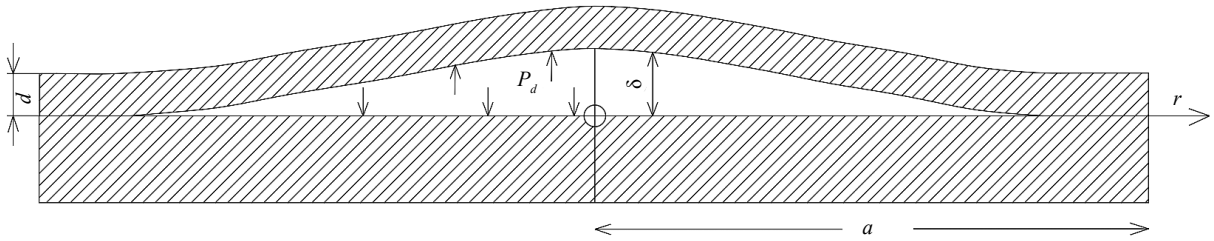

Рис. 7. Расчетная схема трещины в модели механики разрушения: a — радиус круглой полости; d — толщина пластины; P_d — нагнетаемое давление изнутри трещины; δ — максимальная толщина трещины

представляет собой разницу давления нагнетаемой жидкости и давления грунтового массива. Пластина считалась защемленной по внешнему краю, т.е. при $r = a$ перемещение и угол поворота пластины равны нулю (рис. 7).

Исходя из данной расчетной схемы L.C. Murdoch предложил формулу для определения давления жидкости, вызывающего гидроразрыв пласта на небольшой глубине:

$$P_f = \frac{K_{\mathrm{IC}}^{3/2} d^{3/4}}{\left[E'\left(V_{leak} + V_{frx}\right)\right]^{1/2}} \left(\frac{32\pi}{6^{3/2}}\right)^{1/2} + d\gamma, \qquad (33)$$

где d — глубина заложения трещины; V_{leak} — объем, просочившийся через стенки трещины; V_{frx} — объем полости (трещины); γ — удельный вес грунта; E' — приведенный модуль Юнга, определяемый по формуле:

$$E' = \frac{E}{1 - \nu^2}, \qquad (34)$$

где E и ν — модуль Юнга и коэффициент Пуассона грунта соответственно.

Метод, предложенный L.C. Murdoch, обладает рядом недостатков, ограничивающих его применение к расчету гидравлического разрыва в грунтовых плотинах. Во-первых, он распространяется только на неглубоко расположенные трещины. Во-вторых, в грунтовых плотинах гидравлический разрыв может иметь иной механизм. По мнению L.E. Vallejo [29], он может быть вызван не только напряжениями, перпендикулярными к плоскости трещины, но и напряжениями, параллельными ей. Возможно, в рамках механики разрушения следует рассматривать гидроразрыв как задачу об образовании трещин смешанного типа (типа I–II).

Предложено несколько методов для прогноза гидравлического разрыва, они отличаются друг от друга. Это можно проиллюстрировать путем сопоставления результатов расчета критического давления по разным формулам.

Результаты расчета для глинистого грунта с φ = 20° и c = 20 кПа показывают, что более вероятной причиной гидроразрыва является потеря сдвиговой прочности грунта (механизм 2), а не потеря прочности на растяжение. Она требует существенно меньшего значения P_f для разрушения грунта вокруг начальной полости. Это также подтверждают эксперименты, описанные в [12].

Однако можно показать, что результаты расчета критического давления с учетом наличия полости заметно ниже, чем по результатам эксперимента. Это подчеркивает, что наличие начальной полости (трещины) создает более неблагоприятное напряженное состояние грунта и существенно увеличивает риск гидравлического разрыва. Однако, видимо, в реальном глинистом грунте наличие полостей (а поры в нем есть всегда) имеет не столь сильное влияние на формирование напряженного состояния.

Ближе всего к эмпирическим данным оказывается самый простой метод расчета, в котором критическое давление выражается только через минимальное главное напряжение в грунте. Можно отметить, что многие методы сходятся в том, что критическое давление прежде всего зависит от σ_3.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ И ОБСУЖДЕНИЕ

Вопрос о прогнозе гидравлического разрыва в глинистом противофильтрационном ядре плотины в настоящее время не имеет строгого решения. Исследователями предложено большое количество формул расчета критического давления воды, основанных на разных подходах (теоретических и эмпирических). Они дают разные результаты.

Тем не менее все методы показывают, что риск гидравлического разрыва резко возрастает в условиях дефицита сжимающих напряжений хотя бы в одном из направлений.

В этих условиях оказывается вполне применим самый простой метод расчетного прогноза гидравлического разрыва. Но при этом следует иметь в виду, что трещиностойкость грунта существенно снижается при наличии различных дефектов сплошности (трещин, полостей).

СПИСОК ИСТОЧНИКОВ

1. *Vaughan P.P., Kluth D.J. et al.* Cracking and erosion of the rolled clay core of Balderhead dam and the remedial works adopted for its repair // 10th ICOLD Congress. 1970. Vol. 36. Issue 5. Pp. 73–93.

2. *Haeri S.M., Faghihi D.* Predicting hydraulic fracturing in Hyttejuvet dam // International Conference on Case Histories in Geotechnical Engineering. 2008. Vol. 40. URL: https://scholarsmine.mst.edu/icchge/6icchge/session02/40

3. *Малышев Л.И., Рассказов Л.Н., Солдатов П.В.* Состояние плотины Курейской ГЭС и технические решения по ее ремонту // Гидротехническое строительство. 1999. № 1.

4. *Sharma R.P., Kumar A.* Case Histories of Earthen Dam Failures // International Conference on Case Histories in Geotechnical Engineering. 2013. Vol. 8. URL: https://scholarsmine.mst.edu/icchge/7icchge/session03/8

5. *Wang J.J., Zhu J.G.* Review on computing theories of hydraulic fracturing in soil // Proceeding of the Second National Academic Conference on Geotechnical Engineering, Wuhan, P.R. China. 2006. Pp. 231–237.

6. *Randolph M.F., Carter J.P., Wroth C.P.* Driven piles in clay — the effects of installation and subsequent consolidation // Geotechnique. 1979. Vol. 29. No. 4. Pp. 361–393.

7. *Chadwick P.* The quasi-static expansion of a spherical cavity in metals and ideal soils // The Quarterly Journal of Mechanics and Applied Mathematics. Part 1. 1959. Vol. XII. Pp. 52–71.

8. *Vesic A.S.* Expansion of cavities in infinite soil mass // Journal of Soil Mechanics & Foundations Div. 1972. Vol. 98. Pp. 265–290.

9. *Ladanyi B.* Expansion of cavities in brittle media // International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences. 1967. Vol. 4. Pp. 301–328.

10. *Yanagisawa E., Panah A.K.* Two dimensional study of hydraulic fracturing criteria in cohesive soils // Soils and Foundations. 1994. Vol. 34. Issue 1. Pp. 1–9.

11. *Zeng K.H., Yin Z.Z.* Factors affecting hydraulic fracturing of high earth core dams // Journal of Hohai University. 2000. Vol. 28. Issue 3. Pp. 1–6.

12. *Enyue J., Shengshui C., Zhongzhi F.* Research on Criterions of Hydraulic Fracturing in Earth Core Rockfill Dams // IOP Conference Series Earth and Environmental Science. 2019. Vol. 304. P. 022032.

13. *Jaworski G.W., Duncan J.M., Seed H.B.* Laboratory study of hydraulic fracturing // Journal of the Geotechnical Engineering Division, ASCE. 1981. Vol. 107. Issue GT6. Pp. 713–732.

14. *Cambefort H.* Discussion on Laboratory study of hydraulic fracturing // Journal of the Geotechnical Engineering Division, ASCE. 1982. Vol. 108. Issue GT11. Pp. 1497–1506.

15. *Fukushima S.* Hydraulic fracturing criterion in the core of fill dams // Report of Fujita Kogyo Technical Institute. 1986. Vol. 22. Pp. 131–136.

16. *Panah A.K., Yanagisawa E.* Laboratory studies on hydraulic fracturing criteria in soil // Soils and Foundations. 1989. Vol. 29. Issue 4. Pp. 14–22.

17. *Liu L.Y., Cui Y.H., Zhang G.W.* The property of hydraulic fracture of wide grading gravelly soil // Chinese Journal of Geotechnical Engineering. 1998. Vol. 20. Issue 3. Pp. 10–13.

18. *Mori A., Tamura M.* Hydrofracturing pressure of cohesive soils // Soils and Foundations. 1987. Vol. 27. Issue 1. Pp. 14–22.

19. *Decker R.A., Clemence S.P.* Laboratory study of hydraulic fracturing in clay : in Proceedings of the 10th International Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering, Stockholm, Sweden. 1981. Vol. 1. Pp. 573–575.

20. *Andersen K.H., Rawlings C.G., Lunne T.A., By T.H.* Estimation of hydraulic fracture pressure in clay // Canadian Geotechnical Journal. 1994. Vol. 31. Pp. 817–828.

21. *Henkel D.J.* The relationship between the strength, pore water pressure and volume change characteristics of saturated clays // Geotechnique. 1959. Vol. 9. Pp. 119–135.

22. *Djarwadia D., Suryolelonob K.B., Suhendrob B., Hardiyatmo H.C.* Stress-path on the hydraulic fracturing test of the clay core of rock fill dams in the laboratory // Procedia Engineering. 2015. Vol. 125. Pp. 351–357.

23. *Murdoch L.C.* Hydraulic fracturing of soil during laboratory experiments. Part 1. Methods and observations // Geotechnique. 1993. Vol. 43. Issue 2. Pp. 255–265.

24. *Murdoch L.C.* Hydraulic fracturing of soil during laboratory experiments. Part 2. Propagation // Geotechnique. 1993. Vol. 43. Issue 2. Pp. 267–276.

25. *Murdoch L.C.* Hydraulic fracturing of soil during laboratory experiments. Part 3. Theoretical // Geotechnique. 1993. Vol. 43. Issue 2. Pp. 277–287.

26. *Murdoch L.C., Slack W.W.* Forms of hydraulic fractures in shallow fine-grained formations // Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, ASCE. 2002. Vol. 128. Issue 6. Pp. 479–487.

27. *Wang J.J., Zhang H.P., Zhao M.J., Lin X.* Mechanisms of hydraulic fracturing in cohesive soil // Water Science and Engineering. 2009. Vol. 2. Issue 4. Pp. 95–102.

28. *Murdoch L.C.* Mechanical analysis of idealized shallow hydraulic fracture // Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, ASCE. 2002. Vol. 128. Issue 6. Pp. 488–495.

29. *Vallejo L.E.* Shear stresses and the hydraulic fracturing of earth dam soils // Soils and Foundations. 1993. Vol. 33. Issue 3. Pp. 14–27.

Поступила в редакцию 13 января 2023 г.
Принята в доработанном виде 14 февраля 2023 г.
Одобрена для публикации 14 февраля 2023 г.

Об авторах: **Михаил Петрович Саинов** — доктор технических наук, профессор кафедры энергетических и гидротехнических сооружений; **Национальный исследовательский университет «МЭИ» (НИУ «МЭИ»)**; 111250, г. Москва, ул. Красноказарменная, д. 14, стр. 1; SPIN-код : 2369-9626, Scopus: 6506150284, ORCID: 0000-0003-1139-3164; SainovMP@mgsu.ru;

Александр Анатольевич Болдин — аспирант кафедры гидравлики и гидротехнического строительства; **Национальный исследовательский Московский государственный строительный университет (НИУ МГСУ)**; 129337, г. Москва, Ярославское шоссе, д. 26; SPIN-код : 2445-9890, ORCID: 0000-0003-3561-8612; alex.boldin2012@yandex.ru.

Вклад авторов:

Саинов М.П. — научное руководство, концепция исследования, доработка текста.

Болдин А.А. — написание текста.

Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

INTRODUCTION

In hydraulic engineering, one of the hazards to the safety of rockfill dams is the danger of the integrity of the impervious element made of clay soil being compromised. There are cases of core cracking in the operation of rockfill dams. Examples are Balderhead dam (England, H = 48 m, 1965), Hyttjuvet (Norway, H = 93 m), Kurey dam [1–3]. The formation of cracks entails increased leakage, internal water erosion of soil, formation of dips and other disturbances. It has also been suggested that hydraulic fracture was the cause of the 1976 collapse of the Teton dam [4] in the USA.

Cracks in the cores of earth-rocked dams can be caused by various reasons. The most common causes are irregular deformation (settlement) of the dam and hydraulic fracture (hydrofracture) of the soil. Hydraulic fracture — is the process of formation or opening of a through crack in the ground due to water pressure forces acting on the ground from within, in pores or microcracks1.

The theory of hydraulic fracture in a dam has been developed since the 1970s. It is believed that the formation (opening) of a fracture occurs when the rupturing pressure of the water exceeds the resistance of the ground to rupture. The fracture is counteracted by a stress in the ground which compresses the potential fracture.

The problem of hydraulic fracturing in earth dams has received a great deal of attention from many researchers, both in engineering and in academia. There are several areas of research on hydraulic fracturing. The first is experimental (field, model) testing of hydraulic fracturing of soil mass. The second is computational research, using both analytical and numerical modelling methods.

Generally, studies are aimed at determining the conditions under which hydraulic fracture is possible. Crack formation can occur by two main mechanisms: due to tensile normal stresses (Mode I), due to shear stresses (tangential stresses) (Mode II).

The stress at which crack formation (propagation) occurs is commonly referred to as the critical stress. It is not usually the critical stresses that are defined, but the critical water pressure. This is the pressure that causes the stresses to reach critical values.

Several methodologies for calculating the critical water pressure have been proposed by different authors on the basis of laboratory and field tests. All of them are based on experimental test results but differ in the theoretical ratio which is used to analyse crack formation/opening conditions.

J.J. Wang and J.G. Zhu [5] have proposed the following classification of methods for determining critical water pressure or hydraulic fracture theories. They are divided into four groups:

1. Methods based on analysis of the triaxial stress state of the soil mass.
2. Methods based on the analysis of the stress-strain state of the ground around a cavity of a given shape using the methods of elasticity and plasticity theory.
3. Methods based on field tests or laboratory tests and expressed as empirical formulas.
4. Methods based on fracture mechanics and test results for the behaviour of ‘envelope’ cracks in a soil sample.

Reliable predictions of the fracture resistance of rockfill dam cores require a systematisation of information on hydraulic fracture calculation methodologies. This is the purpose of this publication.

[1] Hydraulic fracture is defined by the Teton Dam Failure Independent Investigation Team in the USA as a physical phenomenon in which a crack forms and expands under water pressure.

MATERIALS AND METHODS

In order to systematise information on methods for determining the critical hydraulic fracture pressure, the authors have reviewed foreign scientific publications.

The analytical review was based on papers analysing hydraulic fracture calculation methods, e.g. [5], as well as publications dealing with the results of experimental studies. The first experiments date back to the 1970s. In the modern period, there are publications devoted to the comparison of hydraulic fracture methods as well as methods based on fracture mechanics theory.

In addition, this publication compares hydraulic fracturing calculation methodologies using conditions typical of a high earth-rock dam as an example.

RESULTS

Method for triaxial analysis stress state soil mass

If we assume that crack formation occurs as a rupture with loss of tensile strength of the ground, then the critical pressure will be directly with the minimum compressive principal stress σ_3.

The expression for the critical water pressure is as follows:

$$P_f = \sigma_3 + \sigma_t, \quad (1)$$

where σ_t — is the tensile strength of the material.

Methods for analysing the stress-strain state of the soil around the cavity

The critical water pressure theories of the second group consider the stress-strain state (SSS) of the ground around a cylindrical or spherical cavity. This cavity is assumed to exist initially and grow with hydraulic rupture.

The theories of elasticity and plasticity are used for the analysis of the stresses. An axisymmetric region is considered and its calculation diagram is shown in Fig. 1. For a cylindrical cavity, the region is a thick tube loaded from the inside by a uniformly distributed load P_f. From the outside, a uniformly distributed load σ_h acts on the calculation domain pointing towards the centre of the cavity. This load is created by ground pressure.

Under the influence of the above-mentioned loads, normal stresses occur in the calculated area, among which there are radial σ_r and circumferential σ_θ, as well as tangential stress $\tau_{r\theta}$ (Fig. 1).

The expressions for determining the stress values at the cavity boundary were derived using the method of elasticity theory:

$$\begin{cases} \sigma_r = P_f, \\ \sigma_\theta = \dfrac{2b^2\sigma h - (a^2 + b^2)P_f}{b^2 - a^2}, \\ \tau_{r\theta} = 0, \end{cases} \quad (2)$$

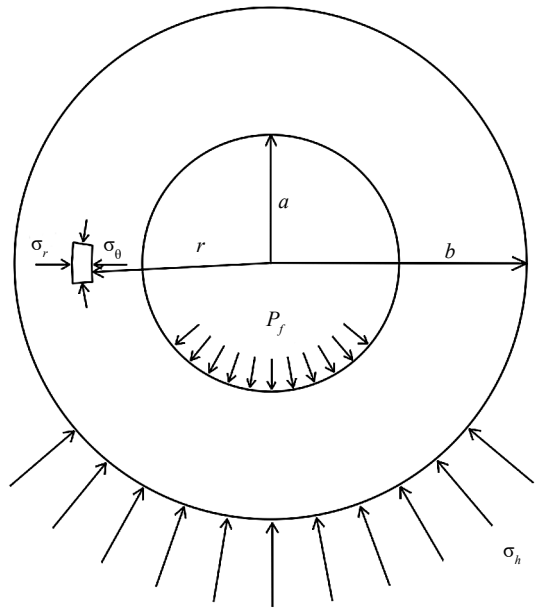

Fig. 1. Calculation scheme of the stress-strain state of a cylindrical or spherical cavity: a — inner radius of the area (cavity radius); b — outer radius of the area; P_f — water pressure applied to the inner surface; r — radial distance from the centre; σ_h — radial normal stress acting on the outer surface; σ_r — radial stress; σ_θ — circumferential stress

where a — is the inner radius of the area (cavity radius); b is the outer radius of the area.

The analysis shows that in the infinite region ($b \to \infty$) with only the internal expansion pressure P_f the circumferential tensile stress on the surface of the cylindrical cavity corresponds to P_f. It is independent of the size of the cavity. From equation (2) it can be deduced, with a certain degree of approximation, that the critical water pressure:

$$P_f = 2\sigma_\theta + \sigma_t. \quad (3)$$

The solution described above for the stress state of the soil around the cavity is an approximation and corresponds to the case of small elastic deformations. A number of authors have proposed solutions taking into account the plastic response of the ground and the increasing volume (expansion) of the cavity.

Cylindrical cavity expansion analysis has been performed to solve practical problems. For example, M.F. Randolph, J.P. Carter and C.P. Wroth [6] (1979) performed stress analysis of soil during pile driving. The geometry of the problem was simplified by assuming plane deformation conditions in addition to axial symmetry. The installation of the piles was modelled as an undrained expansion of a cylindrical cavity. It was assumed that the resulting excess pore pressure was dissipated by an outwardly directed radial flow of pore water. Soil compaction was studied using an elastic-plastic ground consolidation model and account was taken of the possibility of changes in ground strength due to changes in water content.

A number of authors (P. Chadwick, A.S. Vesic, B. Ladanyi) have proposed solutions to the problem of spherical cavity expansion in different types of media.

In 1959, P. Chadwick in his paper [7] presented a derivation of the pressure-cavity expansion relation for an ideal plastic material. The solution was obtained for the case of a cohesive ground, i.e. a ground with only cohesion. The solution method is based on plastic flow theory and the use of the Mohr – Coulomb criterion as a plasticity condition. The solution of the problem required assumptions to describe the large deformations occurring during expansion.

In 1972, A.S. Vesic [8] obtained an approximate solution for determining the critical pressure for the expansion of a spherical cavity in a cohesive soil and applied this solution to determine the bearing capacity coefficients of deep foundations.

In 1967, B. Ladanyi [9] carried out an analysis of cavity expansion in brittle rocks. He obtained solutions for both cylindrical and spherical cavities in perfect cohesive soils. In his paper, approximate solutions for determining the critical water pressure are presented.

Methods for analysing the triaxial stress state around a cavity

Theories of hydraulic fracturing, based on the analysis of the triaxial stress state of the soil surrounding the cavity, have been considered in [10, 11]. The analysis is carried out using plasticity theory.

Fig. 2 shows a diagram of a stressed soil sample with a cylindrical cavity. It is generally triaxial and characterised by maximum principal stress σ_1, intermediate principal stress σ_2 and minimum principal stress σ_3.

In this case the arrangement of the principal stress axes (σ_1, σ_2 and σ_3) in relation to the cavity axis may be different.

If the cavity is very long, the stress state can be considered as flat, under flat deformation conditions. In this case the influence of one of the principal stresses (in the direction along the cavity axis) can be disregarded.

Consider the case where the principal stress along the central axis of a circular cavity is the principal maximum stress σ_1. The cross-section of the specimen is loaded along the ends with stresses σ_2 and σ_3 and internal pressure p in the cavity. The stress state at any point

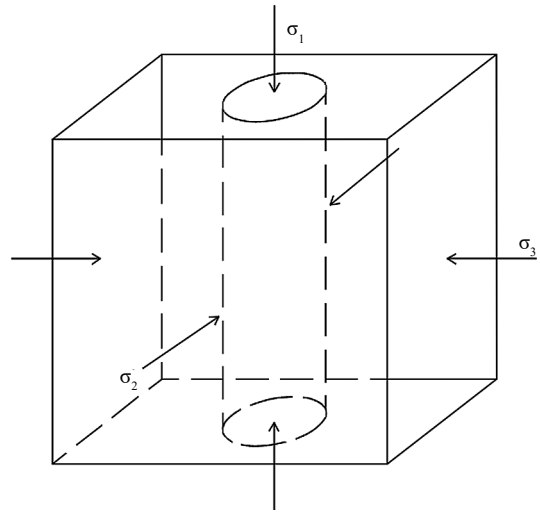

Fig. 2. Schematic of triaxial stress state of a sample with a cylindrical cavity: σ_1 — main maximum stress; σ_2 — intermediate main stress; σ_3 — minimum main stress

can be obtained by superposing the stress states from each type of loading (see Fig. 3).

If a compressive load σ_3 is applied at one end, the stress state of the massif is characterised by a concentration of stresses around the cavity. In the direction along the external load, compressive stresses occur, which are about 3 times higher than the load. In the transverse direction, tensile stresses occur which are approximately equal to the magnitude of the load.

The total stress state at the surface of the cavity (i.e. at $r = a$) is determined by the expressions:

$$\begin{cases} \sigma_r = P_f, \\ \sigma_\theta = \sigma_3(1-2\cos 2\theta) + \sigma_2(1+2\cos 2\theta) - P_f, \\ \tau_{r\theta} = 0, \end{cases} \quad (4)$$

where θ — is the angle defining the position of the site in question.

Based on the analysis of the stress state, the critical pressure that causes the loss of strength can be determined. There are three mechanisms that cause crack development (cavity expansion).

Mechanism No. 1. If the cause of crack widening is loss of tensile strength by circumferential stresses,

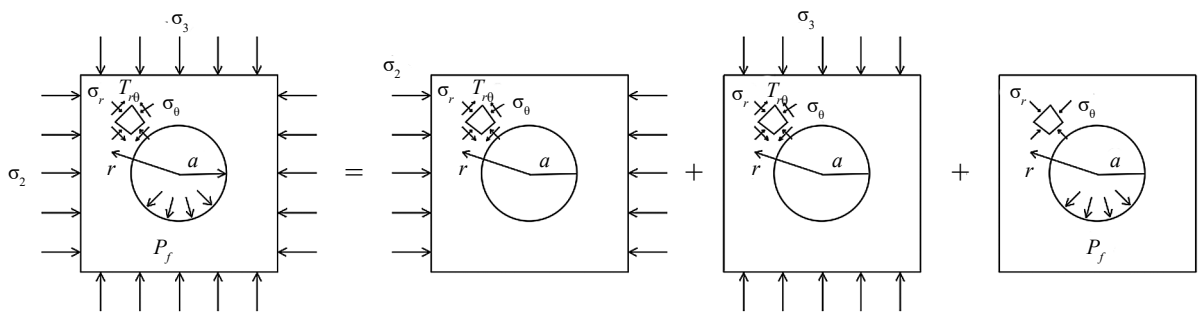

Fig. 3. Scheme of superposition of stress state of a specimen with a circular cavity: a — inner radius; P_f — water pressure acting on inner surface; r — radial distance from centre; σ_2 — intermediate principal stress; σ_3 — minimum principal stress; σ_r — radial stress; σ_θ — circular stress; $\tau_{r\theta}$ — shear stress

the critical water pressure can be calculated using the formula:

$$P_f = \sigma_3(1-2\cos 2\theta)+\sigma_2(1+2\cos 2\theta)+\sigma_t. \quad (5)$$

Equation (5) shows that minimum water pressure P_f can be obtained at cos2θ = –1, i.e. the critical water pressure is determined by the expression:

$$P_f = 3\sigma_3 - \sigma_2 + \sigma_t. \quad (6)$$

This formula is referred to the *T–S* criterion, as it is said in the foreign literature.

Mechanism No. 2. If the cause of crack widening is loss of shear strength, the critical pressure is determined by considering tangential stresses. If the Mohr — Coulomb criterion is used as the fracture criterion, the critical water pressure can be calculated by the formula:

$$P_f = \frac{1}{2}\left[\sigma_3\left(1-2\cos 2\theta\right)+\sigma_2 \times \right. \\ \left. \times \left(1+2\cos 2\theta\right)\left(1+\sin\varphi\right)+c\cos\varphi\right], \quad (7)$$

where φ — is the angle of internal friction.

From equation (7) it follows that the minimum water pressure P_f can be obtained at cos2θ = –1, and then P_f is defined by the expression:

$$P_f = \left(1.5\sigma_3 - 0.5\sigma_2\right)\left(1+\sin\varphi\right)+c\cos\varphi. \quad (8)$$

This formula is referred to the *M–C* criterion, as it is said in the foreign literature.

Mechanism No. 3. This is the case of cavity expansion due to plastic deformation of some area around the cavity. If the plasticity (fluidity) condition meets the Mohr-Coulomb criterion, the critical water pressure can be calculated by the formula:

$$P_f = \frac{1}{2}\frac{\left[\sigma_3\left(1-2\cos 2\theta\right)+\sigma_2\left(1+2\cos 2\right)+\frac{2}{\tan\varphi}\right]\left(1+\sin\varphi\right)}{\left(\frac{a'}{b'}\right)^{\frac{2\sin\varphi}{1+\sin\varphi}}} - \\ -\frac{c}{\tan\varphi}, \quad (9)$$

where a' — is the radius of the cavity after expansion; b' — is the radius of the boundary between the elastic and plastic zones.

From equation (9) it is also clear that the minimum water pressure P_f can be obtained at cos2θ = –1, and then P_f is defined by the expression:

$$P_f = \frac{\left(1.5\sigma_3 - 0.5\sigma_2 + \frac{c}{\tan\varphi}\right)\left(1+\sin\varphi\right)}{\left(\frac{a'}{b'}\right)^{\frac{2\sin\varphi}{1+\sin\varphi}}} - \frac{c}{\tan\varphi}. \quad (10)$$

Similarly, expressions for determining the critical pressure for a different location of the cavity in relation to the direction of the principal stresses can be obtained.

If the cavity is directed along the direction of the intermediate principal stress σ_2, the formulas take the following form.

Mechanism No. 1:

$$P_f = 3\sigma_3 - \sigma_1 + \sigma_t. \quad (11)$$

Mechanism No. 2:

$$P_f = \left(1.5\sigma_3 - 0.5\sigma_1\right)\left(1+\sin\varphi\right)+c\cos\varphi. \quad (12)$$

Mechanism No. 3:

$$P_f = \frac{\left(1.5\sigma_3 - 0.5\sigma_1 + \frac{c}{\tan\varphi}\right)\left(1+\sin\varphi\right)}{\left(\frac{a'}{b'}\right)^{\frac{2\sin\varphi}{1+\sin\varphi}}} - \frac{c}{\tan\varphi}. \quad (13)$$

If the cavity axis is directed along the direction of the minimum principal stress σ3, the formulas take the following form.

Mechanism No. 1:

$$P_f = 3\sigma_2 - \sigma_1 + \sigma_t. \quad (14)$$

Mechanism No. 2:

$$P_f = \left(1.5\sigma_2 - 0.5\sigma_1\right)\left(1+\sin\varphi\right)+c\cos\varphi. \quad (15)$$

Mechanism No. 3:

$$P_f = \frac{\left(1.5\sigma_2 - 0.5\sigma_1 + \frac{c}{\tan\varphi}\right)\left(1+\sin\varphi\right)}{\left(\frac{a'}{b'}\right)^{\frac{2\sin\varphi}{1+\sin\varphi}}} - \frac{c}{\tan\varphi}. \quad (16)$$

The proposed formulas are presented in [10, 11]. They make it possible to analyse the conditions under which failure of soil around a cavity loaded with internal pressure is likely to occur.

If the critical pressure is calculated for a range of ground stress variants, a number of conclusions can be drawn about its effect on the cracking hazard.

The crack is most likely to develop in the direction along the σ $axis_2$.

The danger is the case of a large difference between the values σ_1 and σ_3. Roughly we can say that when $\sigma_1 > \sigma_3$ tensile stresses occur around the cavity. In this case it is possible that $P_f < 0$, i. e. a cavit.rupture can occur even in the absence of internal pressure.

In addition to theoretical formulas, engineering practice uses a number of empirical formulas to determine the critical water pressure.

Empirical theories of fracking

In [12] J. Enyue et al. compared the theoretically derived criteria with experimental results. The tests were carried out for soil with coarse-clastic criteria. Experiments confirmed that the crack is perpendicular to the plane $\sigma_1 - \sigma_3$, and the critical pressure P_f depends linearly on the minimum principal stress σ_3.

The comparison showed that, for the tested soil, the critical pressure derived from the *T–S* criterion was greater than that derived from the experimental data, while the one derived from the *M–C* criterion was less than that derived from the experimental data. These differences explain the widespread use of empirical fracture theories.

G.W. Jaworski, J.M. Duncan, H.B. Seed and H. Cambefort in 1981, 1982. [13, 14] on the basis of experimental investigations of fracturing using a cubic specimen with a cylindrical cavity proposed the following empirical formula:

$$P_f = m\sigma_h + \sigma_{ta}, \quad (17)$$

where m — is the proportionality factor; σ_{ta} is the apparent tensile strength of the soil.

The value of σ_{ta} significantly exceeds the ultimate tensile strength of the ground obtained from experimental tests and reaches 20 to 265 kPa.

The "*m*" value is determined experimentally. In [15] S. Fukushima suggested that the value of *m* should be taken as 1.3–1.6.

According to the results of an experimental study by A.K. Panah and E. Yanagisawa in 1989 [16] the parameters $m = 1.085$ and $\sigma_{ta} = 0.80$ kPa were determined. And in the study of L.Y. Liu, Y.H. Cui and G.W. Zhang [17] carried out in 1988 for a coarse gravelly soil, the values $m = 0.86$ and $\sigma_{ta} = 210$ kPa were obtained.

A. Mori and M. Tamura in 1987 [18] on the basis of experimental studies of hydraulic fracturing in six clays proposed an equation:

$$P_f = \sigma_3 + q_u, \quad (18)$$

where σ_3 — is the minimum principal stress; q_u is the compressive strength of the soil.

K.H. Zeng and Z.Z. Yin in 2000 [11] for sandy soil proposed the equation:

$$P_f' = m\sigma_3' + \sigma_t + R, \quad (19)$$

where P_f' — is the effective critical water pressure; m — is the proportionality factor; σ_3' — is the effective minimum main voltage; σ_t — is ultimate tensile strength of the ground; R — is resistance to crack propagation, $\sigma_t + R = \sigma_{ta}$.

The empirical value of the *"m"* parameter is 1.0–2.0.

The values P_f' and σ_3' in equation (19) are determined taking pore pressure into account:

$$P_f' = P_f - u_0, \quad (20)$$

$$\sigma_3' = \sigma_3 - u_0, \quad (21)$$

where u_0 — is the initial pore water pressure.

R.A. Decker and S.P. Clemence in 1981 [19], based on laboratory tests and theoretical analyses of fracturing, proposed the following formula for calculating the critical water pressure:

$$P_f = \frac{(1-\nu)(\sigma_t + 2 - \alpha + \beta)(k_0 p_0')}{S}, \quad (22)$$

where ν — is the Poisson's ratio of the ground; α and β — are coefficients relating to ground compression; k_0 — is static side pressure coefficient; p_0' — is increment of effective voltage; S — is a coefficient related to the diameter of the needle inserted into the sample.

A separate consideration should be given to the method of evaluating the fracture resistance of a soil mass proposed in 1994 by K.H. Andersen et al. Andersen et al. [20]. It takes into account the non-linear response of the soil. It is assumed that the formation of a fracture occurs as a result of loss of tensile strength of the soil. Accordingly, the condition of fracturing takes the form of:

$$\sigma_3 - u \le -\sigma_t, \quad (23)$$

where u — is the pore water pressure in the soils.

The pore pressure is determined by the formula:

$$u = u_0 + \Delta u, \quad (24)$$

where u_0 — is the initial pore water pressure; Δ is the incremental pore water pressure.

The proposed methodology uses a non-linear relationship between stresses and strains in the soil and pore water pressure.

The formula for determining the incremental pore water pressure is taken as:

$$\Delta u = \Delta\sigma_{oct} + \alpha_m \Delta\tau_{oct} \quad (25)$$

or

$$\Delta u = \Delta\sigma_{oct} - D(\Delta\tau_r - \Delta\tau_\theta), \quad (26)$$

where $\Delta\sigma_{oct}$ and $\Delta\tau_{oct}$ are, respectively, the normal and tangential stress increments at the octahedral site; α_m — Henkel water pore pressure coefficient [21]; D — is the pore water pressure coefficient; $\Delta\tau_r$ and $\Delta\tau_\theta$ are tangential stress increments in the radial and tangential directions respectively.

The pore pressure coefficient D expresses the change in pore water pressure as a function of the change in tangential stress in the vertical plane.

The methodology takes into account that fracturing can originate both horizontally and vertically. The direction of fracture expansion under water pressure is determined by the amount of tensile stress between the banks of the potential fracture. The crack develops in the direction where the stresses in the direction perpendicular to the plane of the crack are maximum.

The probable direction of the crack is determined according to the value of the critical water pressure P_f. Formulas for determining P_f are proposed for the case of vertical and horizontal fracture location.

1. For a horizontal fracture direction, the critical water pressure is determined according to the formula:

$$P_f = u_0 + \sigma_{v0}' + \Delta p_m, \quad (27)$$

where Δp_m — is the incremental water pressure in the cavity at the start of fracturing in the horizontal direction.

2. For the vertical direction of the crack, the critical water pressure is determined by the formula:

$$P_f = u_0 + k_0 \sigma'_{v0} + \Delta p_m, \quad (28)$$

where k_0 — is the side pressure coefficient; σ'_{v0} — is the effective stress in the vertical direction; Δp_m — the incremental water pressure in the cylindrical cavity when fracturing in the vertical direction.

Experimental results for soil samples with a cylindrical cavity are also given in the article by D. Djarwadia et al. [22]. They showed that the hydraulic fracture of the clay core is also affected by the loading trajectories. It was obtained that tensile fracture occurred only when the initial stress state was characterised by the ratio $0.5 \cdot (\sigma_1 - \sigma_3) < c$.

Fracture mechanics based fracture prediction techniques

The mechanism of crack propagation refers to the problem of crack expansion in load regime I (normal tearing).

The development of a hydraulic fracture theory based on fracture mechanics is the work of L.C. Murdoch [23–26], and J.J. Wang [27]. L.C. Murdoch in 1993 [23] developed an analytical model of fracturing based on experimental studies.

The calculation diagram is shown in Fig. 4. The crack is located in the *xz* plane, with the *z*-axis pointing along the midline of the crack and the *x*-axis pointing in the direction of crack growth (Fig. 4). The crack width *m* is measured along the *z* axis and is constant. Since it is assumed that the crack is symmetrical about the *z*-axis, only half of the crack, half-length *b*, is considered.

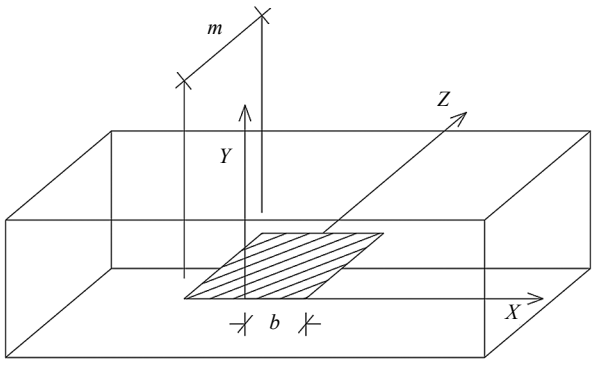

Fig. 4. Geometry of the idealised fracture used in the fracture model: *x*, *y* and *z* — coordinate axes; *m* — fracture half-width; *b* — fracture half-length

The crack opening pressure P_1 of the injected fluid is assumed to be uniformly distributed along part of the crack. The pressure created by the filtering fluid P_{dtip} is also assumed constant and uniformly distributed along the entire length of the fracture *b* (Fig. 5). Summing up the distributio.eps of P_1 and P_{dtip} results in an epure of the wedging pressure P_d, created by the injected fluid.

The value of P_d is limited by the strength of the material. In fracture mechanics, the condition for the strength of a normal tear-off is:

$$K_I = K_{IC}, \quad (29)$$

where K_I — is the stress intensity factor for mode I (normal crack separation); K_{IC} is the stress intensity factor for mode I.

$$P_f = \frac{K_{IC}}{\sqrt{\pi b}} + \sigma_n, \quad (30)$$

where *b* — is the half-length of the crack; σ_n is the normal stress acting on the crack plane.

The stress intensity factor K_I can be derived from the superposition principle of the two pressure types shown in Fig. 5. It is defined as:

$$K_I = K_{I1} + K_{I2} = \sqrt{\pi b}\left[P_d \theta + P_{dtip}(1-\theta)\right], \quad (31)$$

where θ depends only on the *c*/*b* ratio, the load geometry at the end of the crack, and is determined by the formula:

$$\theta = \frac{2}{\pi}\sin^{-1}\left(\frac{c}{b}\right). \quad (32)$$

L.C. Murdoch and W.W. Slack in 2002 analysed the theory of hydraulic fracturing based on field testing of hydraulic fracturing [26]. The tests were carried out in fine-grained soils at a depth of 2–10 m. L.C. Murdoch [28] proposed a method based on elasticity theory and fracture mechanics which allows predicting shal-

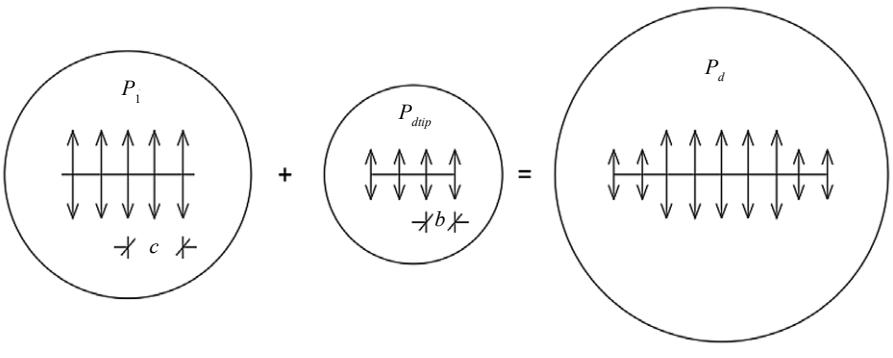

Fig. 5. Loading conditions used to develop the analytical model [16]: *b* — half-length of fracture; *c* — half-length of fracture part filled with injected fluid; P_d — wedging pressure created by injected fluid; P_{dtip} — pressure created by filtered injected fluid

low fracture characteristics. Let us consider the main provisions of this method.

The tests revealed that a typical fracture in fine-grained soils is a slightly inclined surface, slightly asymmetrical with respect to the original borehole (Fig. 6). In creating the theoretical model, it was proposed to take the fracture as a horizontal circular disc-shaped cavity of radius *a*, loaded with internal fluid pressure and immersed in an elastic medium (Fig. 6, *b*).

To determine the discharge pressure, a calculation scheme has been proposed, shown in Fig. 7. The soil above a shallow fracture was treated as a thin elastic plate of maximum thickness *d*, having Young's modulus *E* and Poisson's coefficient ν. The thickness of the fracture corresponds to the depth of the fracture location relative to the day surface. The plate is loaded with uniform pressure P_d over a circular area of radius *a*.

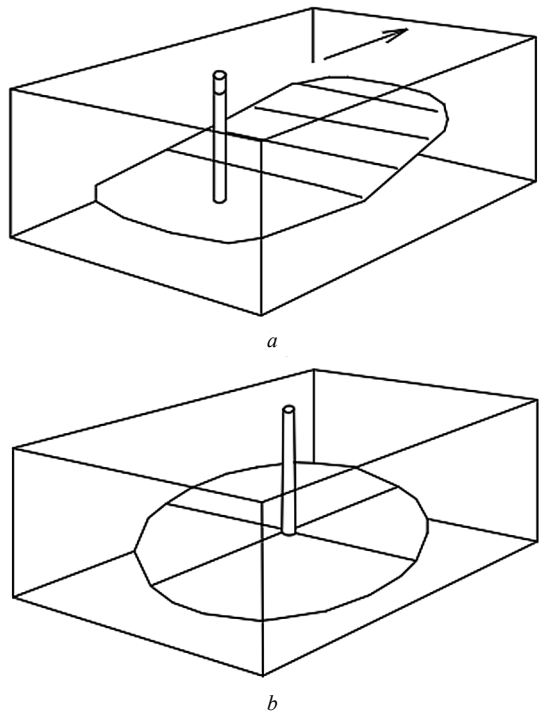

Fig. 6. Hydraulic fracture surface shape based on field tests: *a* — typical hydraulic fracture surface shape obtained from field tests; *b* — idealised circular disc-shaped surface used in the hydraulic fracture model

The pressure P_d is the difference between the pressure of the injected fluid and that of the ground mass. The plate was assumed to be pinched at the outer edge, i.e. at $r = a$ the displacement and rotation angle of the plate is zero (Fig. 7).

Based on this calculation scheme, L.C. Murdoch proposed a formula for determining the fluid pressure that causes fracturing at shallow depths:

$$P_f = \frac{K_{\mathrm{IC}}^{3/2} d^{3/4}}{\left[E'\left(V_{leak} + V_{frx}\right)\right]^{1/2}} \left(\frac{32\pi}{6^{3/2}}\right)^{1/2} + d\gamma, \quad (33)$$

where *d* — is the depth of the crack; V_{leak} — is the volume that has seeped through the crack walls; V_{frx} — is volume of the cavity (crack); γ — is the specific weight of the ground; *E′* — is the reduced Young's modulus determined by the formula:

$$E' = \frac{E}{1 - \nu^2}, \quad (34)$$

where *E* and ν are Young's modulus and Poisson's ratio of the ground, respectively.

The method proposed by L.C. Murdoch has a number of disadvantages that limit its application to the calculation of hydraulic fractures in earth dams. Firstly, it only applies to shallow fractures. Secondly, hydraulic fracture may have a different mechanism in ground based dams. According to L.E. Vallejo [29], it can be caused not only by stresses perpendicular to the crack plane, but also by stresses parallel to it. Perhaps fracture mechanics should consider fracturing as a mixed type (type I–II) cracking problem.

Several methods have been proposed for predicting hydraulic fracture, and they differ from each other. This can be illustrated by comparing the results of critical pressure calculations using different formulas.

The calculation results for a clayey soil with φ = 20° and *c* = 20 kPa show that the more likely cause of fracturing is loss of shear strength of the soil (mechanism 2) rather than loss of tensile strength. It requires a significantly lower value of P_f to fracture the soil around the initial cavity. This is also supported by the experiments described in [12].

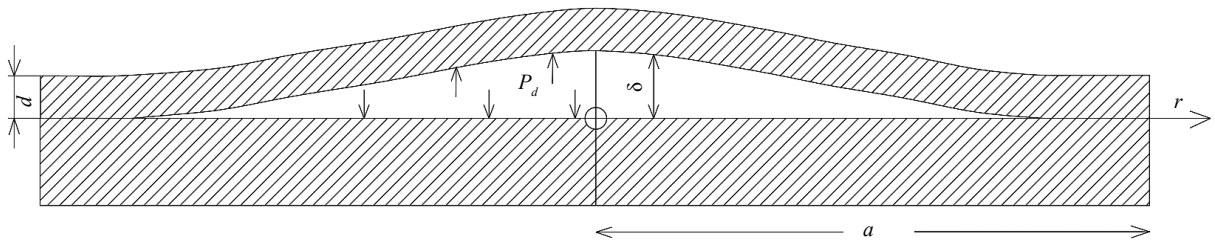

Fig. 7. Fracture mechanics model crack calculation diagram: *a* — circular cavity radius; *d* — plate thickness; P_d — injection pressure from inside the crack; δ — maximum crack thickness

However, it can be shown that the results of the critical pressure calculation considering the presence of a cavity are noticeably lower than the experimental results. This emphasises that the presence of an initial cavity (fracture) creates a more unfavourable stress state and significantly increases the risk of hydraulic fracture. However, it seems that in real clay soil the presence of cavities (and there are always pores in it) has less influence on the stress state formation.

The closest to empirical data is the simplest calculation method, in which the critical pressure is expressed only through the minimum principal stress in the ground. It may be noted that many methods agree that the critical pressure primarily depends on σ_3.

CONCLUSION AND DISCUSSION

The issue of predicting hydraulic fracture in the clay core of a dam does not have a rigorous solution at present. Researchers have proposed a large number of formulas for calculating critical water pressure based on different approaches (theoretical and empirical). They give different results.

Nevertheless, all methods show that the risk of hydraulic fracture increases dramatically when there is a deficit of compressive stress in at least one direction.

Under these conditions the simplest method of calculating hydraulic fracture prediction is quite applicable. However, it should be kept in mind that the fracture strength of the ground is considerably reduced in the presence of various continuity defects (cracks, cavities).

REFERENCES

1. Vaughan P.P., Kluth D.J. et al. Cracking and erosion of the rolled clay core of Balderhead dam and the remedial works adopted for its repair. *10th ICOLD Congress.* 1970; 36(5):73-93.

2. Haeri S.M., Faghihi D. Predicting Hydraulic Fracturing in Hyttejuvet Dam. *International Conference on Case Histories in Geotechnical Engineering.* 2008; 40. URL: https://scholarsmine.mst.edu/icchge/6icchge/session02/40

3. Malyshev L.I., Rasskazov L.N., Soldatov P.V. The state of the dam of the Kureyskaya HPP and technical solutions for its repair. *Hydraulic engineering*. 1999; 1. (rus.).

4. Sharma R.P., Kumar A. Case histories of earthen dam failures. *International Conference on Case Histories in Geotechnical Engineering*. 2013; 8. URL: https://scholarsmine.mst.edu/icchge/7icchge/session03/8

5. Wang J.J., Zhu J.G. Review on computing theories of hydraulic fracturing in soil. *Proceeding of the Second National Academic Conference on Geotechnical Engineering, Wuhan, P.R. China*. 2006; 231-237 (chin.).

6. Randolph M.F., Carter J.P., Wroth C.P. Driven piles in clay — the effects of installation and subsequent consolidation. *Geotechnique*. 1979; 29(4):361-393.

7. Chadwick P. The quasi-static expansion of a spherical cavity in metals and ideal soils. *The Quarterly Journal of Mechanics and Applied Mathematics. Part 1.* 1959; XII:52-71.

8. Vesic A.S. Expansion of cavities in infinite soil mass. *Journal of Soil Mechanics & Foundations Div.* 1972; 98:265-290.

9. Ladanyi B. Expansion of cavities in brittle media. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences.* 1967; 4:301-328.

10. Yanagisawa E., Panah A.K. Two dimensional study of hydraulic fracturing criteria in cohesive soils. *Soils and Foundations.* 1994; 34(1):1-9.

11. Zeng K.H., Yin Z.Z. Factors affecting hydraulic fracturing of high earth core dams. *Journal of Hohai University*. 2000; 28(3):1-6 (chin.).

12. Enyue J., Shengshui C., Zhongzhi F. Research on Criterions of Hydraulic Fracturing in Earth Core Rockfill Dams. *IOP Conference Series Earth and Environmental Science.* 2019; 304:022032.

13. Jaworski G.W., Duncan J.M., Seed H.B. Laboratory study of hydraulic fracturing. *Journal of the Geotechnical Engineering Division, ASCE.* 1981; 107(GT6): 713-732.

14. Cambefort H. Discussion on Laboratory study of hydraulic fracturing. *Journal of the Geotechnical Engineering Division, ASCE*. 1982; 108(GT11): 1497-1506.

15. Fukushima S. Hydraulic fracturing criterion in the core of fill dams. *Report of Fujita Kogyo Technical Institute.* 1986; 22:131-136.

16. Panah A.K., Yanagisawa E. Laboratory studies on hydraulic fracturing criteria in soil. *Soils and Foundations*. 1989; 29(4):14-22.

17. Liu L.Y., Cui Y.H., Zhang G.W. The property of hydraulic fracture of wide grading gravelly soil. *Chinese Journal of Geotechnical Engineering*. 1998; 20(3):10-13 (chin.).

18. Mori A., Tamura M. Hydrofracturing pressure of cohesive soils. *Soils and Foundations.* 1987; 27(1):14-22.

19. Decker R.A., Clemence S.P. *Laboratory study of hydraulic fracturing in clay*: *in Proceedings of the 10th International Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering, Stockholm, Sweden.* 1981; 1:573-575.

20. Andersen K.H., Rawlings C.G., Lunne T.A., By T.H. Estimation of hydraulic fracture pres-

sure in clay. *Canadian Geotechnical Journal*. 1994; 31:817-828.

21. Henkel D.J. The relationship between the strength, pore water pressure and volume change characteristics of saturated clays. *Geotechnique.* 1959; 9:119-135.

22. Djarwadia D., Suryolelonob K.B., Suhendrob B., Hardiyatmo H.C. Stress-path on the hydraulic fracturing test of the clay core of rock fill dams in the laboratory. *Procedia Engineering*. 2015; 125:351-357.

23. Murdoch L.C. Hydraulic fracturing of soil during laboratory experiments. Part 1. Methods and observations. *Geotechnique*. 1993; 43(2):255-265.

24. Murdoch L.C. Hydraulic fracturing of soil during laboratory experiments. Part 2. Propagation. *Geotechnique*. 1993; 43(2):267-276.

25. Murdoch L.C. Hydraulic fracturing of soil during laboratory experiments. Part 3. Theoretical. *Geotechnique*. 1993; 43(2):277-287.

26. Murdoch L.C., Slack W.W. Forms of hydraulic fractures in shallow fine-grained formations. *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, ASCE.* 2002; 128(6):479-487.

27. Wang J.J., Zhang H.P., Zhao M.J., Lin X. Mechanisms of hydraulic fracturing in cohesive soil. *Water Science and Engineering*. 2009; 2(4):95-102.

28. Murdoch L.C. Mechanical analysis of idealized shallow hydraulic fracture. *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, ASCE*. 2002; 128(6):488-495.

29. Vallejo L.E. Shear stresses and the hydraulic fracturing of earth dam soils. *Soils and Foundations.* 1993; 33(3):14-27.

Received January 13, 2023.
Adopted in revised form on February 14, 2023.
Approved for publication on February 14, 2023.

Bionotes: **Mikhail P. Sainov** — Doctor of Technical Sciences, Professor of the Department of Energy and Hydraulic Structures; **National Research University "Moscow Power Engineering Institute" (MPEI)**; bldg. 1, 14 Krasnokazarmennaya st., Moscow, 111250, Russian Federation; SPIN-code: 2369-9626, Scopus: 6506150284, ORCID: 0000-0003-1139-3164; SainovMP@mgsu.ru;

Alexander A. Boldin — Postgraduate student of the Department of Hydraulics and Hydrotechnical engineering; **Moscow State University of Civil Engineering (National Research University) (MGSU)**; 26 Yaroslavskoe shosse, Moscow, 129337, Russian Federation; SPIN-code: 2445-9890, ORCID: 0000-0003-3561-8612; alex.boldin2012@yandex.ru.

Contribution of the authors:

Mikhail P. Sainov — scientific supervision, research concept, text revision.

Alexander A. Boldin — writing the text.

The authors declare that there is no conflict of interest.