

Научноёмкие технологии в машиностроении. 2025. №4 (166). С.8-16.
Science intensive technologies in mechanical engineering. 2025. №4 (166). P.8-16.

Научная статья
УДК 621.7.01
doi: 10.30987/2223-4608-2025-4-8-16

Применение математического моделирования в аддитивных технологиях для топологической оптимизации

Мария Александровна Мельникова¹, к.т.н.
Марина Вячеславовна Таксанц², ст. преподаватель
Ирина Васильевна Голованова³, к.п.н.
Дмитрий Михайлович Мельников⁴, к.т.н.

^{1,2,4} МГТУ им. Н.Э. Баумана, РФ, Москва, Россия

³ ФГК ОУ «Ставропольское президентское кадетское училище»

¹ maria.melnikova@bmstu.ru, <https://orcid.org/0000-0001-6971-3322>

² takmar@bmstu.ru, <https://orcid.org/0000-0000-0000-0000>

³ Slastenova_I@mail.ru, <https://orcid.org/0000-0000-0000-0000>

⁴ melnikovd@bmstu.ru, <https://orcid.org/0000-0002-3451-8217>

Аннотация. Аддитивные технологии хорошо зарекомендовали себя в промышленности. Как правило, речь идёт о технологиях, так называемых синтез на подложке (селективное лазерное плавление и подобные), которые позволяют создавать изделия со сложной геометрией, внутренними каналами и т.п. Современное программное обеспечение позволяет значительно расширить возможности подобных технологий. Одним из направлений развития в этой области является внедрение генеративного искусственного интеллекта, например, для проведения топологической оптимизации с целью уменьшения веса изделия без потери прочностных характеристик. В её основе лежат известные математические модели и численные методы расчётов. При этом в настоящее время стало возможным производить расчёты нескольких моделей в зависимости от задаваемых параметров параллельно. На данный момент для проведения моделирования и расчётов используются несколько алгоритмов, которые показывают высокие результаты, но требуют дополнительной проверки полученных результатов перед внедрением в производство. В данной работе представлены основные математические модели и рассмотрены особенности, на основе которых происходит оптимизация в аддитивных технологиях, рассмотрены примеры комбинации моделей. На примере перспективного метода оптимизации проанализированы существующие ограничения и возможности их преодоления. Ввиду особенностей моделирования одной из задач является получение результатов наиболее приближённых к реальным, поэтому предложен вариант улучшения работы с учётом реальных значений экспериментов. Также предложена схема для понимания особенностей работы различных методик, позволяющая определить возможный вариант расчёта данных в зависимости от имеющихся начальных условий.

Ключевые слова: топологическая оптимизация, метод двунаправленной эволюционной оптимизации конструкций, аддитивные технологии, искусственный интеллект, математическое моделирование, программы моделирования

Для цитирования: Мельникова М.А., Таксанц М.В., Голованова И.В., Мельников Д.М. Применение математического моделирования в аддитивных технологиях для топологической оптимизации // Научноёмкие технологии в машиностроении. 2025. № 4 (166). С. 8–16. doi: 10.30987/2223-4608-2025-4-8-16

Mathematical modeling in additive technologies used for topological optimization

Maria A. Melnikova¹, PhD. Eng.
Marina V. Taxants², senior lecturer
Irina V. Golovanova³, Cand. Sc. Education
Dmitry M. Melnikov⁴, PhD. Eng.

^{1,2,4} Bauman Moscow State Technical University, Moscow, Russian Federation

³ Stavropol Presidential Cadet School, Stavropol, Russian Federation

¹ maria.melnikova@bmstu.ru

² takmar@bmstu.ru

³ Slastenova_I@mail.ru

⁴ melnikovd@bmstu.ru

Abstract. Additive technologies exemplified well in the industry. As a rule, it is technologies called synthesis on a support material (selective laser melting and the like), that make it possible to create products with complex geometries, internal channels, etc. Modern software allows significant expansion in the capabilities of such technologies. One of the directions of the development in this area is the generative artificial intelligence, for example, in case of topological optimization aimed at reducing the weight of the product without loss of strength characteristics. It is based on well-known mathematical models and numerical calculation methods. At the same time, it has now become possible to calculate several models in parallel, depending on the set parameters. At the moment, several algorithms are used for modeling and calculations, gaining the reputation of good results, but at the same time an additional verification of the results obtained before manufacturing, is required. This paper presents the main mathematical models and examines the features for optimization in additive technologies. It discusses examples of model combinations. Using the example of a promising optimization method, the existing limitations and the possibilities of overcoming them are studied. Due to the peculiarities of modeling, one of the tasks is to obtain the results closest to the real ones, therefore, an option for improving the work is proposed, taking into account the real values of experiments. A pattern to understand the specifics of the work of various methods is given, allowing a possible data calculation option depending on the available initial conditions.

Keywords: topological optimization, bidirectional evolutionary design optimization method, additive technologies, artificial intelligence, mathematical modeling, modeling programs

For citation: Melnikova M.A., Taxants M.V., Golovanova I.V., Melnikov D.M. Mathematical modeling in additive technologies used for topological optimization / Science intensive technologies in mechanical engineering. 2025. № 4 (166). P. 8–16. doi: 10.30987/2223-4608-2025-4-8-16

Введение

Одним из наиболее востребованных и интересных направлений исследований в технике является поиск путей по снижению веса изделий без потери прочностных характеристик, особенно в области авиастроения и космического производства. Решение данной задачи можно найти за счет разработки и использования новых материалов с низкой плотностью, или путем проведения геометрической оптимизации конструкции объекта, в этом случае можно снизить вес деталей от 10 до 75 % [1]. Причём такие особенности обусловлены исключительно возможностями аддитивных технологий. Наиболее предпочтительным методом является синтез на подложке, который позволяет создавать уникальные по структуре и составу объекты со сложной геометрией и внутренними каналами.

Программное обеспечение для аддитивного производства играет ключевую роль в формировании инноваций и стимулировании преобразующей силы технологий 3D-печати. Без наличия цифровых инструментов и современных компьютеров изготовление подобных изделий просто невозможно. Одним из активно развивающихся направлений является генеративный искусственный интеллект (ИИ), представляющий собой самообучающуюся на массивах данных систему, которая может генерировать любые виды данных в ответ на запрос. Его основной особенностью является способность не только анализировать данные, но и предлагать новое

содержимое, которое может варьироваться в зависимости от входных данных и поставленных задач. Наиболее известными системами являются ChatGPT, YandexGPT, которые стали активно применяться с 2022 года и работают за счёт применения самообучения.

Прогнозы [2] показывают активное развитие данного направления в ближайшие 10 лет. Разработчиками основного программного обеспечения для расчётов и оптимизации является США и Франция, при этом США занимает львиную долю рынка генеративного ИИ. В настоящий момент в связи с санкциями многие продукты в России стали недоступны, что подчёркивает необходимость разработки и совершенствования отечественного ПО.

Распространение ИИ и использование генеративного дизайна обусловлено, в том числе, переходом к Индустрии 4.0 [3], т.е. четвёртой промышленной революции, являющейся концепцией Клауса Шваба [4], связанной с цифровизацией на новом уровне: за счёт внедрения индивидуальных решений в производстве. Фактически, необходимо, чтобы сам процесс работы машин стал обособленным без участия человека, однако временно по-прежнему будет сохраняться взаимодействие системы машина-человек для обеспечения обучения машин, а также возможности создания клиентоориентированных и кастомизированных решений.

Благодаря переходу к цифровым двойникам, переводу большинства документации в

электронный вид и реверс инжинирингу, создаются своего рода базы данных, которые могут использоваться в дальнейшем для обучения ИИ с целью оптимизация форм и геометрии изделий. Благодаря генеративному дизайну можно быстро просчитывать различные варианты технологий, методы обработки и режимы, создавая бесконечное количество вариантов нестандартных решений, сложных, в том числе бионических форм.

Несмотря на сложность системы очевидно, что в основе лежат известные математические модели и алгоритмы, которые нашли своё применение в современных программах. Понимание особенностей новых сфер моделирования, их принципов и ограничений является ключевым фактором для оценки адекватности получаемых результатов.

Методики топологической оптимизации конструкций

Стандартные методы проектирования основаны на итерационном цикле: «моделирование – анализ», а при генеративном проектировании «моделирование – анализ – синтез новой структуры – верификация». На данный момент существует четыре направления генеративного дизайна [5]: синтез формы, оптимизация поверхностей и структуры трёхмерных решёток, оптимизация топологии и трабекулярные структуры. С точки зрения машиностроения наибольший интерес представляет топологическая оптимизация, которая даёт мгновенный эффект как в отношении экономии, так и улучшения характеристик продукции и производительности. Топологическая оптимизация в аддитивных технологиях предполагает использование различных математических моделей и методов для оптимального распределения материала в заданном объеме при учете дополнительных факторов, таких как механические нагрузки, ограничения на деформацию, производственные возможности и т.д. Стоит учитывать, что подобные решения во многом возможны именно благодаря технологиям послойного синтеза изделий.

Рассмотрим некоторые из ключевых методов и моделей, применяемых в этой области:

– метод конечных элементов (МКЭ) – это один из основных методов численного моделирования физических сред. МКЭ разбивает

исследуемую область любой геометрии на отдельные элементы, внутри которых сложные представления исследуемых зависимостей заменяются простыми линейными уравнениями. Добавление ограничений к формулировке задачи с целью повышения технологичности является активной областью исследований.

– градиентные методы основываются на формулировании некоторой функции цели и нахождения ее экстремума, помогают быстро находить оптимальные конфигурации материала, учитывая заданные ограничения и условия;

– методы множителей Лагранжа используются для решения задач оптимизации с ограничениями. Эти методы позволяют учитывать различные производственные и эксплуатационные ограничения при оптимизации формы и структуры деталей. Множители Лагранжа используются для обеспечения выполнения всех заданных ограничений и условий при оптимизации конструкции;

– метод плотностной интерполяции (SIMP) – первая техника оптимизации, один из наиболее популярных подходов в топологической оптимизации. Он основывается на концепции интерполяции плотности материала внутри каждого конечного элемента, где плотность может варьироваться от 0 (пустое пространство) до 1 (полностью заполненный материал). Этот метод позволяет определить оптимальную топологию конструкции, удаляя избыточный материал из областей с низким напряжением и добавляя материал в области с высоким напряжением;

– методы на основе топологических производных используются для определения чувствительности функции цели к изменению топологии. Эти методы помогают определять, где и как должны быть внесены изменения в структуру для улучшения характеристик;

– эволюционные алгоритмы (ESO, BESO), например, генетические алгоритмы и алгоритмы роя частиц, имитируют процессы естественной эволюции и коллективного поведения для поиска оптимальных решений в задачах с большим числом переменных и сложными зависимостями;

– мультидисциплинарная оптимизация охватывает методы, которые учитывают несколько различных дисциплин одновременно (например, механика, термодинамика, акустика

и др.), что особенно важно в аддитивных технологиях, где конечный продукт должен соответствовать множеству требований.

Эти методы и модели в совокупности позволяют эффективно решать задачи топологической оптимизации в аддитивных технологиях, обеспечивая создание легких, прочных и функциональных изделий. Наиболее распространёнными методами оптимизации считаются SIMP, ESO и BESO.

Результаты и обсуждения методов оптимизации конструкций

Разнообразие методов оптимизации позволяют осуществлять различные расчёты, которые производители программного обеспечения интегрируют в свои линейки программ. Так, модули оптимизации топологии встраиваются в различные системы, такие как OptiStruct от Altair Hyper-Works, а также модуль SIMULIA Tosca, применяемый в Abaqus, ANSYS. Наиболее популярными онлайн-сервисами для генеративного дизайна являются: Poster Generator, ShadowDraw, Paper Quilling Art Generator, Adaptiff, Hatchful. CogniCAD, Coldstream, MSC APEX, а лучшими программами и сервисами для генеративного дизайна являются: Fusion 360, NX от Siemens, Creo PTC, Ansys Discovery, CATIA. К сожалению, на данный момент, доступ к большинству программ ограничен.

Наиболее распространённым является метод SIMP, который заключается в создании поля виртуальной плотности, представляющей аналог некоторой реальной характеристики объекта, при этом каждому элементу в сетке конечных элементов приписывается переменная плотность, которая может принимать значения между 0 (пустое пространство) и 1 (полное заполнение материала).

При этом вводится некоторый параметр (коэффициента штрафа) p , который уменьшает вклад элементов с промежуточными плотностями в общее решение. При таком штрафовании промежуточных значений их использовать не выгодно. Параметр p (обычно $p > 1$), меняется при различных вариантах решения и чем выше его значение, тем меньше вероятность, что объекты будут иметь промежуточную плотность, отличную от 0 или 1.

Приведем пример:

– для функции жесткости: $E(x) = E_0 x^p$, где $E(x)$ – жесткость материала в элементе; E_0 – жесткость материала в полностью заполненном состоянии; x^p – переменная плотности;

– для функции затрат (минимизируемая цель): $C = \sum_{e=1}^N (x_e^p u_e^T k_e u_e)$, где C – общая деформация конструкции; x_e – плотность элемента e ; u_e – вектор перемещений в элементе e ; k_e – жесткостная матрица элемента.

Одной из наиболее распространённых программ является отдельный модуль Altair Inspire, в котором используется совокупность градиентных методов, методов Лагранжа, полостной интерполяции и МКЭ, позволяющий эффективно решать задачи топологической оптимизации, обеспечивая создание конструкций, соответствующих всем заданным требованиям и ограничениям.

Технологии не стоят на месте и в настоящее время интенсивно исследуются и развиваются новые методы, такие как Evolutionary Structural Optimization (ESO) – эволюционная оптимизация конструкций и Bi-directional Evolutionary Structural Optimization (BESO) – двунаправленная эволюционная оптимизация конструкций [6].

Метод ESO заключается в поэтапном удалении неэффективно используемого материала. Индикатором неэффективного использования материала является низкий уровень напряжений (или деформаций) в той или иной части конструкции.

Таким образом, отдельные элементы конечно-элементной модели будут удалены, исходя из условия:

$$\sigma_e < \sigma_{cut} \rightarrow x_e = 0,$$

где σ_e – напряжение в элементе; σ_{cut} – пороговое значение напряжения для удаления.

В идеале уровень напряжений в конструкции должен быть одинаковым, близким к предельному, но безопасному значению [7]. Анализ конечных элементов и их удаления может циклически повторяться с использованием одного и того же порогового значения σ_{cut} до достижения устойчивого состояния, т.е. отсутствия элементов, удовлетворяющих этому порогу удаления. Затем критерий отбраковки может быть увеличен и цикл анализа запускается

снова до достижения нового стационарного состояния. Итерационный процесс продолжается до тех пор, пока не будет достигнут желаемый результат [8, 9]. Этот метод используется, например, в программах Altair OptiStruct и ANSYS.

ESO имеет простой алгоритм реализации, что позволяет легко решать задачи оптимизации топологии конструкций даже с участием сложных физических процессов. По мере удаления элементов в итерационном процессе объем вычислений снижается, уменьшая вычислительную трудоёмкость задачи, что особенно важно для 3D-объектов. Однако метод ESO в ряде случаев не позволяет получать оптимальные решения, из-за того, что в нем не предусмотрена возможность восстановления материала, удалённого на ранних итерациях [8].

Для устранения этого недостатка был разработан метод BESO (метод двунаправленной эволюционной оптимизации конструкций), который используется, например, в программных продуктах Altair Inspire и ABAQUS.

Метод BESO позволяет одновременно удалять и добавлять материал в области проектирования [8, 10], что делает его более гибким и способным находить лучшие решения. Количество удаляемых и добавляемых элементов на каждой итерации определены двумя независимыми друг от друга параметрами: отношением удаления и отношением включения [11, 12].

Основные формулы для добавления и удаления материала:

$$\Delta V = \alpha \cdot V_{total},$$

где ΔV – объем добавленного или удалённого материала; α – параметр, определяющий долю объема, которая изменяется на каждой итерации; V_{total} – полный объем материала. При этом обновление плотности элементов будет рассчитываться исходя из соотношения:

$$x_e^{new} = \min(\max(x_e^{old} + \Delta x_e, 0), 1),$$

где Δx_e – изменение плотности элемента, которое зависит от локальных условий в конструкции.

Перспективным признан метод под названием ESO-SIMP, который представляет

собой гибрид подходов ESO и SIMP, где используется пошаговое удаление материала (как в ESO) вместе с созданием поля некоторой виртуальной плотности (как в SIMP). Идея в том, чтобы избежать резких изменений структуры и плавно удалять/добавлять материал. Материал обновляется по методу ESO, но с использованием функции плотности:

$$E(x_e) = E_0 \cdot x_e^p.$$

С дальнейшим применением стратегии ESO:

$$\sigma_e < \sigma_{cut} \rightarrow x_{e=0}.$$

Разница между методами ESO-SIMP и SIMP – в ограничении объема [13]. SIMP использует непрерывное представление плотности материала и обрабатывает промежуточные значения плотности, что приводит к более гладкой оптимизированной структуре, при этом методе сохраняются и участвуют в расчете все элементы системы. Этот метод использует стратегию ESO для удаления элементов. Таким образом, в процессе оптимизации должен контролироваться реальный общий объем всех оставшихся элементов [8].

Понимание быстродействия различных методов топологической оптимизации является важным параметром при их реализации, его график зависимости представлен на рис. 1. Он был построен на основе гипотетических данных, которые иллюстрируют возможное поведение различных методов топологической оптимизации в зависимости от сложности задачи. Это не реальные экспериментальные данные, а скорее пример, показывающий общие тенденции, которые можно ожидать при использовании данных методов:

– МКЭ: предполагается, что время расчета экспоненциально возрастает с увеличением сложности задачи, так как этот метод часто требует детализированного анализа каждой части модели.

– SIMP: показывает рост времени расчета, но не такой резкий, как у МКЭ, поскольку метод базируется на оптимизации плотности материала и может быть более эффективным в некоторых случаях.

– BESO: предполагается еще более высокая сложность и потребность во времени,

особенно на задачах с множеством переменных и сложными зависимостями. Методы множителей Лагранжа: предполагается более линейный рост времени расчета, что делает их более подходящими для задач средней сложности.

Можно отметить, что метод конечных элементов (МКЭ) демонстрирует экспоненциальный рост времени расчета с увеличением сложности задачи. Метод плотностной интерполяции (SIMP) также требует значительного

времени при высокой сложности задач, но чуть менее требователен, чем МКЭ. Эволюционные алгоритмы (BESO) показывают наибольшую сложность и требуют самого большого времени расчета для сложных задач. Методы множителей Лагранжа обладают более линейным ростом времени расчета, что делает их более эффективными для задач со средней сложностью. Этот график помогает визуальнo оценить, какие методы могут быть наиболее подходящими для задач разной сложности.

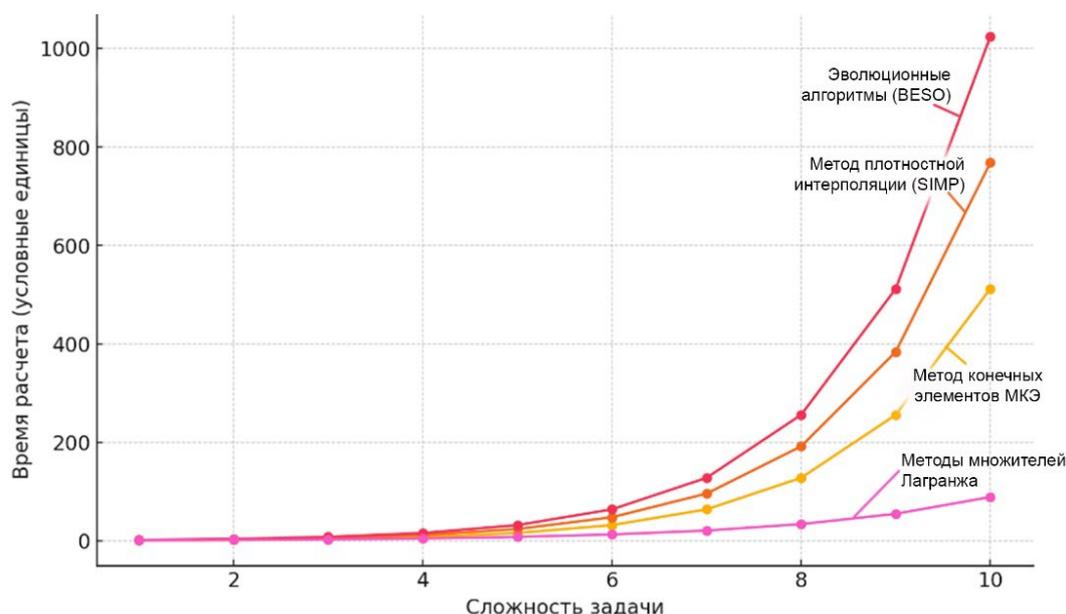


Рис. 1. Оценочный график производительности методов топологической оптимизации

Fig. 1. Evaluation graph of the topological optimization methods performance

Несмотря на все преимущества существующих методов, есть и ряд проблем при использовании генеративного проектирования:

- генеративная модель создает только один результат – конечное решение той или иной степени сложности. Эта особенность резко сужает пространство возможных решений;

- существующее программное обеспечение позволяет получить разнообразную геометрию, но не готово со стопроцентной вероятностью гарантировать работоспособность того или иного исполнения детали;

- требуются сложные алгоритмы расчета критерия оптимизации с большим объемом первичной конструкторско-технологической информации, что возможно только для хорошо проработанных объектов

исследования, и на сегодняшний момент для узкого спектра технологий;

- методы оптимизации имеют схожие трудности: схема оптимизированной модели имеет разрывы сплошности и несвязанные «островки» материала. Существует зависимость результата расчета от сеточного разбиения, т.е. использование различных конечных элементов сеток приводит к различным «оптимальным» топологиям с учётом зон большей и меньшей нагруженности [14].

Диаграмма принятия решений представлена на рис. 2, которая помогает выбрать метод топологической оптимизации в зависимости от цели оптимизации, доступных ресурсов и сроков выполнения проекта в том случае, если: задача связана со сложной геометрией, рекомендуется использовать Метод плотностной интерполяции

(SIMP); требуется высокая точность, стоит выбрать Метод конечных элементов (FEM); ресурсы ограничены, лучше использовать Методы множителей Лагранжа; ресурсов достаточно, можно применить Эволюционные алгоритмы (BESO); при жестких временных рамках эффективен Метод множителей Лагранжа; при гибких сроках предпочтителен BESO.

Несмотря на достаточную изученность методов математического моделирования и численных методов расчёта, для оптимизации изделий, их вариаций, остаётся открытым вопрос нехватки лабораторной и экспериментальной информации для изготовления полностью функциональной детали, работающей в условиях многоциклового нагружения на протяжении нескольких лет. Для этого требуется информация по усталостной прочности, её эксплуатационным

характеристикам при работе совместно с другими деталями в сборке.

На данный момент уже накоплен огромный опыт по разным эксплуатационным нагрузкам деталей известной конструкции, образующим так называемую схему нагружения, которая и используется при проектировании новой аддитивно-ориентированной конструкции детали. В этом случае становится понятным, что оптимально использование программного обеспечения с открытой архитектурой, в том числе для осуществления калибровки условий работы под конкретную установку. Например, FEDOT (Flexible Evolutionary Design of Optimal Trees) – это фреймворк для автоматизированного проектирования сложных композитных моделей, которое предоставляет автоматизированный генеративный дизайн конвейеров машинного обучения для различных реальных задач.



Рис. 2. Диаграмма принятия решений

Fig. 2. Decision diagram

Развитие вычислительных мощностей и алгоритмов искусственного интеллекта будут значительно расширяться, методы машинного обучения и ИИ для автоматизации и улучшения процессов оптимизации уже являются частью программного обеспечения. В перспективе это обеспечит сплошной рабочий процесс от проектирования до производства.

На основании предложенной диаграммы и оценки быстродействия систем можно сделать

вывод о возможности расширения ПО и создания новых численных методов для решения подобных задач с учётом особенностей имеющихся, а набор базы данных с экспериментами и создание программ с открытым кодом позволит быстрее адаптировать системы под конкретные задачи.

Таким образом, генеративный дизайн и искусственный интеллект в целом позволяют автоматически генерировать множество вариантов

конструкций на основе заданных критериев и ограничений. Применение различных методов, их комбинации и новые разработки ведут к повышению качества получаемых решений.

ВЫВОДЫ

Адаптация топологической оптимизации для 3D-печати является важной частью развития программного обеспечения под различные задачи аддитивного производства и в нашей стране это направление особенно важно. Были рассмотрены различные методы топологической оптимизации и проведен их анализ, предложена диаграмма выбора метода для решения различных задач. Рассмотрены проблемы, связанные с отсутствием корреляции математических расчётов и экспериментальных данных. Решением этой проблемы в будущем может стать, например, создание общей базы экспериментальных данных различных предприятий и фирм и разработка ПО с возможностью внесения корректировок под конкретную задачу на базе открытого кода, что расширит возможности не только отдельных предприятий, но и промышленности в целом.

СПИСОК ИСТОЧНИКОВ

1. **Рынок** аддитивных технологий развивается семимильными шагами // Коммерсантъ URL: <https://www.kommersant.ru/doc/6366117> (дата обращения: 22.03.2025)
2. **U.S. Additive Manufacturing Market Size, Share & Trends Analysis Report By Component (Hardware, Software), By Printer Type (Desktop, Industrial), By Technology, By Software, By Application, By Vertical, By Material, And Segment Forecasts, 2023 - 2030** // Grand View Research URL: <https://www.grandviewresearch.com/industry-analysis/us-additive-manufacturing-market-report#> (дата обращения: 22.03.2025).
3. **Фомина А. В., Мухин К. Ю.** Индустрия 4.0. Основные понятия, преимущества и проблемы // Экономический вектор. 2018. № 3. С. 34–36.
4. **Шваб К., Дэвис Н.** Технологии Четвертой промышленной революции. - Top Business Awards изд. Москва: Бомбора, 2022. 320 с.
5. **The New Age of Highly Efficient Products Made with Generative Design** // engineering.com URL: <https://www.engineering.com/the-new-age-of-highly-efficient-products-made-with-generative-design/> (дата обращения: 22.03.2025).
6. **Брюхова К. С., Максимов П. В.** Алгоритм топологической оптимизации на основе метода ESO //

Международный научно-исследовательский журнал. 2016. №9 (51). С. 16–18.

7. **Jikai Liu Yongsheng Ma.** A survey of manufacturing-oriented topology optimization methods // Advances in Engineering Software. 2016. № 100. P. 161–175.

8. **Башин К. А., Торсунов Р. А., Семенов С. В.** Методы топологической оптимизации конструкций, применяющиеся в аэрокосмической отрасли // Вестник ПНИПУ. Аэрокосмическая техника. 2017. №4 (51). С. 51–61.

9. **Оганесян П.А., Шевцов С.Н.** Оптимизация топологии конструкций в пакете ABAQUS // Известия Самар. науч. центра РАН. 2014. Т. 16. С. 543–549.

10. **Xia L., Xia, Q., Huang, X.** Bi-directional Evolutionary Structural Optimization on Advanced Structures and Materials: A Comprehensive Review // Archives of Computational Methods in Engineering. 2018. №25. P. 437–478.

11. **Ghabraie K. A.** An improved soft-kill BESO algorithm for optimal distribution of single or multiple material phases // Structural and Multidisciplinary Optimization. 2015. №52. P. 773–790.

12. **Jiao H., Zhou, Q., Fan, S., Li, Y.** A New Hybrid Topology Optimization Method Coupling ESO and SIMP Method // Proceedings of China Modern Logistics Engineering. Lecture Notes in Electrical Engineering. Berlin: Springer, 2015. P. 373–384.

13. **Sigmund O., Maute, K.** Topology optimization approaches // Structural and Multidisciplinary Optimization. 2013. №48. P. 1031–1055.

14. **Козик А.М., Гуж Т.С., Ильичев В.А.** Современные тенденции в вопросе оптимизации металлических конструкций // Молодеж. науч. форум: техн. и матем. науки. 2017. № 2(42). С. 51–57.

15. **Welcome to FEDOT's documentation!** // FEDOT URL: <https://fedot.readthedocs.io/en/latest/#> (date of access: 03/22/2025)

REFERENCES

1. The market of additive technologies is taking seven-league steps // Kommersant URL: <https://www.kommersant.ru/doc/6366117> (date of access: 03/22/2025)
2. **U.S. Additive Manufacturing Market Size, Share & Trends Analysis Report By Component (Hardware, Software), By Printer Type (Desktop, Industrial), By Technology, By Software, By Application, By Vertical, By Material, And Segment Forecasts, 2023 - 2030** // Grand View Research URL: <https://www.grandviewresearch.com/industry-analysis/us-additive-manufacturing-market-report#> (date of access: 03/22/2025)
3. **Fomina A.V., Mukhin K. Y.** Industry 4.0. Basic concepts, advantages and problems // The Economic vector. 2018, No. 3, pp. 34–36.
4. **Schwab K., Davis N.** Technologies of the Fourth Industrial Revolution. - Top Business Awards. Moscow: Bombora. 2022, 320 p.
5. **The New Age of Highly Efficient Products Made with Generative Design** // engineering.com URL:

<https://www.engineering.com/the-new-age-of-highly-efficient-products-made-with-generative-design/>(date of access:03/22/2025)

6. Bryukhova K. S., Maksimov P. V. Topological optimization algorithm based on the ESO method // International Scientific Research Journal. 2016, No. 9 (51), pp. 16-18.

7. Jikai Liu, Yongsheng Ma. A survey of manufacturing-oriented topology optimization methods // Advances in Engineering Software. 2016, No. 100, pp. 161–175.

8. Bashen K. A., Tursunov R. A., Semenov S. V. Topology optimization methods for structures used in the aerospace industry // Bulletin of PNRPU. Aerospace engineering. 2017, No. 4 (51), pp. 51–61.

9. Oganessian P.A., Shevtsov S.N. Topology designs optimization in ABAQUS package // Izvestia of Samara Sci. Center of the Russian Academy of Sciences. 2014, vol. 16, pp. 543–549.

10. Xia, L., Xia, Q., Huang, X. Bi-directional Evolutionary Structural Optimization on Advanced Structures and

Materials: A Comprehensive Review // Archives of Computational Methods in Engineering. 2018, No.25, pp. 437–478.

11. Ghabraie K. A. An improved soft-kill BESO algorithm for optimal distribution of single or multiple material phases // Structural and Multidisciplinary Optimization. 2015, No.52, pp. 773–790.

12. Jiao, H., Zhou, Q., Fan, S., Li, Y. A New Hybrid Topology Optimization Method Coupling ESO and SIMP Method // Proceedings of China Modern Logistics Engineering. Lecture Notes in Electrical Engineering. Berlin: Springer, 2015. pp. 373–384.

13. Sigmund, O., Maute, K. Topology optimization approaches // Structural and Multidisciplinary Optimization. 2013, No 48, pp. 1031–1055.

14. Kozik A.M., Guzh T.S., Ilyichev V.A. Modern trends in the optimization of metal structures // Youth. scientific. Forum: tech. and maths science. 2017, No. 2(42), pp. 51–57.

15. Welcome to FEDOT's documentation! // FEDOT URL: <https://fedot.readthedocs.io/en/latest/#> (date of access:03/22/2025)

Вклад авторов: все авторы сделали эквивалентный вклад в подготовку публикации.
Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

Contribution of the authors: the authors contributed equally to this article.
The authors declare no conflicts of interests.

Статья поступила в редакцию 11.11.2024; одобрена после рецензирования 16.01.2025; принята к публикации 16.02.2025.

The article was submitted 11.11.2024; approved after reviewing 16.01.2025; assepted for publication 16.02.2025.