



Использование распределенных вычислений при моделировании предметной области в универсальной силлогистике

Юрий Михайлович Сметанин[✉]

Удмуртский государственный университет, Ижевск, Россия

[✉]gms1234gms@rambler.ru

Аннотация. Неклассическая пропозициональная логика L_{S_2} построена на базе алгебраической системы, содержащей булеву алгебру множеств и два отношения между множествами: $\subseteq$ и $=$. Ближайшим аналогом ее является силлогистика Аристотеля, математической моделью которой является алгебраическая система с Булевой алгеброй множеств и одним отношением $\subseteq$. Недостатком силлогистик, в основе которых лежит алгебраическая система с одним отношением $\subseteq$, является многосмысловость интерпретации их формул и атомарных суждений.

Под логико-семантической моделью предметной области в данной работе мы понимаем совокупность формулы универсальной силлогистики L_{S_2} и ее семантического значения, в качестве которого выступает конечное множество неотрицательных целых чисел. Предлагается алгоритм вычисления семантического значения конъюнктивной правильно построенной формулы L_{S_2} , обладающий высоким уровнем параллелизма на уровне задач, на уровне данных и на уровне алгоритмов, реализующих операции над составляющими множествами. В силу особенностей операций объединения, пересечения и дополнения универсума над конечными множествами все процессы их вычисления и решения подзадач происходят на битовом уровне и, как правило, эффективно реализуются на алгоритмических языках. В предлагаемом алгоритме переход на битовый уровень и обратно реализуется набором программных средств.

Ключевые слова и фразы: Силлогистика, дискретные диаграммы Вена, логико-семантическая модель, фронтальный алгоритм, распределенные вычисления

Для цитирования: Сметанин Ю. М. *Использование распределенных вычислений при моделировании предметной области в универсальной силлогистике* // Программные системы: теория и приложения. 2024. Т. 15. № 2(61). С. 87–112. https://psta.psir.ru/read/psta2024_2_87-112.pdf

Введение

Рассмотрены алгоритмические вопросы построения логико-семантических моделей в универсальной силлогистике L_{S_2} , которая, по существу, является обобщением и детализацией математической модели (алгебраической системы), включающей одно отношение $\subseteq$ и вырожденную алгебру Буля. Обобщенная математическая модель лежащая в основе силлогистики L_{S_2} есть алгебраическая система с невырожденной булевой алгеброй конечных множеств и двумя отношениями строгого включения и равенства $\subset$, $=$.

Силлогистика Аристотеля базируется на алгебраической системе с невырожденной булевой алгеброй множеств и одним отношением $\subseteq$.

Построенная логико - семантическая модель определяется совокупностью правильно построенной формулой (ППФ) L_{S_2} и ее семантического значения, представленного дискретной диаграммой Венна (A -онтологией). ППФ выражает логическое содержание модели, а A -онтология представляет объем n -арного логического отношения определяемого ППФ.

В силлогистических теориях для представления семантики используют обычные диаграммы Венна и называют их модельными схемами, а множества, из которых они составлены, модельными множествами.

Прикладные аспекты использования построенных логико-семантических моделей заключаются в решении следующих задач.

Задача 1. Даны посылки $P_1, P_2, \dots, P_k$ в виде ППФ, доказать, что из них логически следует ППФ заключения Z . При этом задача 1 решается не путем построения логического вывода, а путем проверки логического следования $P_1 \& P_2 \& \dots \& P_k \models Z$ в семантическом смысле. То есть в проверке того, что выполнение логического отношения, выражаемого посылками, влечет выполнение логического отношения, задаваемого заключением. Верификация логического следования осуществляется алгоритмически с использованием специально разработанного исчисления конституентных множеств [5].

Задача 2. Дан список посылок $P_1, P_2, \dots, P_k$. Вывести интересные с прикладной точки зрения следствия из них.

Задача 3. Как нужно изменить посылки, чтобы получить из них требуемое следствие.

Эта задача в нашей формализации рассматривалась в докладе на НСКФ-23 и будет являться темой нашей следующей публикации.

Использование обычных диаграмм Венна для решения задач 1 и 2 систематизировано в монографии [2]. Трудности применения этих диаграмм связаны с собственно их построением и визуальным анализом диаграммы большой размерности. Установлено, что для большого числа модельных множеств построение наглядной диаграммы является нетривиальной задачей, имеющей важное прикладное значение. [3, 4].

Многоместные логические отношения между модельными множествами выражаются в силлогистике как соотношения между их объемами, выявить которые в обычной диаграмме можно лишь при ее надлежащей визуализации. Предлагаемый нами подход с использованием дискретных диаграмм Венна позволяет выражать модельные множества конечными множествами из неотрицательных целых чисел. Это позволяет от исчисления отношений объемов на картинках перейти к исчислению соотношений объемов модельных множеств, естественным способом представленных в компьютере с помощью битовых наборов.

Таким образом, построение логико-семантической модели предметной области для большого числа модельных множеств, является значимым результатом, так как позволяет решать задачу 1, не прибегая к построению логического вывода, который имеет экспоненциальную сложность и его практическое применение связано с трудоемкими преобразованиями исходных посылок например, для метода резолюций это процедура унификации.

В работе [7] указывается, что «... во многих случаях классический вывод не годится для решения прикладных задач, называемых конструктивными. Их особенность заключается в том, что по выводу требуется произвести некоторое построение, заданное целью задачи. Так, если цель есть дизъюнкция $A(\bar{x}) \vee B(\bar{x})$, то вывод должен давать способ определения по параметрам $\bar{x}$, входящим в A и B , какой из случаев имеет место для каждого конкретного набора параметров, и, если цель есть $\exists \bar{x} F(\bar{x})$, то из вывода должен извлекаться способ построения такого $\bar{x}$.»

Предлагаемый нами алгебраический подход к решению задач 1–3 является конструктивным, об эффективности реализованного последовательного алгоритма построения логико-семантической модели можно судить по тому, что модель задачи о паровом катке смотри ([7] стр. 144) он строит в течение нескольких секунд. Дискретная диаграмма Венна, выражающая смысл посылок задачи, изображена в работе [5] на рисунке 7,

из которого легко сделать вывод, что доказываемое следствие имеет место. В работе [5] также рассматриваются различные примеры решения задач 1–3.

Таким образом, задача вычисления дискретной диаграммы Венна и преобразования ее для решения задач 1–3, размерность которых превышает 2^{2^1} , весьма актуальна для разработки алгоритмов искусственного интеллекта. Описываемый в данной работе параллельный алгоритм является развитием фронтального алгоритма решения задачи SAT [6].

Разработанная силлогистическая система L_{s_2} имеет областью интерпретации множество $U^0 = \{0, 1, \dots, 2^n - 1\}$, где n – число модельных множеств, используемых в ее суждениях. Для интерпретации суждений Φ в этой силлогистике (вычисления их логического объема) конъюнктивные суждения приводятся к формуле $F_s(X_1, X_2, \dots, X_n) = U$, ее значение $U = F(X_1, X_2, \dots, X_n)$ принимается за смысловое содержание Φ . Для верификации логического следования нужно использовать исчисление конституентных множеств и логику L_{S_2} . Задача верификации логического следования в семантическом смысле для классической логики высказываний в работе [5] сведена к необходимости вычисления

$$F_p(x_1, x_2, \dots, x_n) \models F_s(x_1, x_2, \dots, x_n) \equiv F_p(\tilde{x}_n) \models F_s(\tilde{x}_n)$$

множеств U_p и U_s , входящих в суждения неклассической многозначной логики L_{S_2} вида

$$U_p = F_p(X_1^0, X_2^0, \dots, X_n^0), \quad U_s = F_s(X_1^0, X_2^0, \dots, X_n^0),$$

получаемых из формул $F_p(\tilde{x}_n), F_s(\tilde{x}_n)$ заменой булевых переменных x_i на фиксированные для данного n множества целых неотрицательных чисел (конституентные множества) X_i^0 . При этом доказано, что логическое следование

$$F_p(\tilde{x}_n) \models F_s(\tilde{x}_n)$$

имеет место при наличии отношений $U_p \subset U_s$ либо $U_p = U_s$.

Между булевыми переменными x_i и модельными множествами X_i установлено однозначное соответствие – булева переменная является характеристической функцией соответствующего модельного множества (смотри формулу (11)). Тип данных «множество» эффективно реализуется в языках программирования в универсуме $\{0, 1, \dots, 2^n - 1\}$ для небольших значений $n \leq 8$. В общем случае сложность вычисления операций булевой алгебры множеств имеет экспоненциальную оценку.

¹Алгоритм построения дискретной диаграммы реализован для числа переменных не более 22.

1. Используемые теоретические результаты

Модель предметной области деятельности (ПОД) представляет собой правильно построенную формулу (ППФ) в L_{S_2} . Атомарные суждения логики (1) выражают объемные отношения множеств в универсуме U . Семантика дана равносильностями (2)–(4).

$$(1) \quad NOB_S = \underbrace{\langle A(X, Y) \rangle}_{S_1}, \underbrace{\langle Eq(X, Y) \rangle}_{S_2}, \underbrace{\langle IO(X, Y) \rangle}_{S_3}, \underbrace{\langle X = U \rangle}_{S_4}, \underbrace{\langle X \subset U \rangle}_{S_5},$$

$$(2) \quad A(X, Y) \equiv (X \subset Y) \cdot (X \subset U) \cdot (X' \subset U) \cdot (Y \subset U) \cdot (Y' \subset U)$$

$$(3) \quad Eq(X, Y) \equiv (X = Y) \cdot (X \subset U) \cdot (X' \subset U) \cdot (Y \subset U) \cdot (Y' \subset U)$$

$$(4) \quad IO(X, Y) \equiv (X \cdot Y \neq \emptyset) \cdot (X \cdot Y' \neq \emptyset) \cdot (X' \cdot Y \neq \emptyset) \cdot (X' \cdot Y' \neq \emptyset)$$

Смысловое содержание атомарных суждений выражается утверждениями S_1, S_2, S_3, S_4, S_5 естественного языка относительно множеств X и Y , являющихся подмножествами универсума U :

S_1 : $A(X, Y)$ – «Все элементы множества X являются элементами множества Y , но не наоборот», то есть $X \subset Y$ и $X \not\subset Y$.

S_2 : $Eq(X, Y)$ – «Множества X, Y совпадают», то есть $X = Y$.

S_3 : «Множества X, Y логически независимы». Это означает, что между элементами множеств $X, Y, X' = U \setminus X$ и $Y' = U \setminus Y$ нет отношений включения и равенства.

Утверждения S_1 – S_3 подразумевают непустоту и неуниверсальность множеств X и Y , то есть $(X \subset U) \cdot (X' \subset U) \cdot (Y \subset U) \cdot (Y' \subset U)$.

S_4 : «Множество совпадает с универсумом», то есть $X = U$.

Утверждения S_1 – S_4 имеют односмысловое содержание в отличие от утверждения 5.

S_5 : «Множество строго включено в универсум», то есть $X \subset U$.

Это утверждение имеет два смысла: либо $(X = \emptyset)$, либо $(X \subset U) \cdot (X' \subset U)$. Его можно записать в виде исключающей дизъюнкции $(X = \emptyset) \oplus (X \subset U) \cdot (X' \subset U)$.

Все ППФ делятся на два класса: конъюнктивные (КППФ) и неконъюнктивные (НКППФ). Различие между ними заключается в том, что первые являются односмысловыми (однозначными), а вторые многосмысловыми (многозначными). Расчеты и принятие решений (выводы) в рамках модели сводятся к вычислению и анализу семантического значения ППФ.

Семантическим значением КППФ является множество неотрицательных целых чисел (конституентное множество), которое определяет дискретную диаграмму Венна [1]². Семантическим значением НКППФ является семейство конституентных множеств.

Предложен алгоритм вычисления семантического значения, который обладает высоким уровнем параллелизма на уровне задач, уровне данных, уровне алгоритмов, реализующих операции над конституентными множествами. Ввиду особенностей операций объединения, пересечения и дополнения до универсума над конечными множествами все процессы их вычислений и решение подзадач происходят на битовом уровне и, как правило, эффективно реализованы в алгоритмических языках. В предлагаемом алгоритме переход к битовому уровню и обратно осуществляется совокупностью программных средств.

Сложность вычисления по этому алгоритму зависит от числа модельных множеств, из которых конструируются понятия в ПОД, формы их представления и, в общем случае, совпадает со сложностью задачи поиска и перечисления всех выполняющих подстановок логического уравнения $F(\tilde{x}_n) = 1$, где $F(\tilde{x}_n)$ – конъюнктивная нормальная форма алгебры логики Буля.

Диаграммы Венна [2], используются в силлогистиках Аристотеля, Васильева, Керрола, Порецкого. Семантическое значение формул этих силлогистик выражается диаграммами Венна, которые можно построить по модельными схемами (5). Эти модельные схемы представляют алгебраическую систему в которой фиксируется нумерация и объем ее модельных множеств (7).

$$(5) \quad M_S = \langle \Omega(\tilde{\aleph}_n), \aleph_1, \aleph_2, \dots, \aleph_n \rangle, \quad \tilde{\aleph}_i = \langle \aleph_1, \aleph_2, \dots, \aleph_n \rangle,$$

где Ω – универсум, $\aleph_i \subseteq \Omega$ – модельные множества. Число таких схем не более $2^{(2^n)}$. Каждая из этих схем определяется объемами модельных множеств которые ее образуют. Модельные множества $\tilde{\aleph}_i = \langle \aleph_1, \aleph_2, \dots, \aleph_n \rangle$, с фиксированной нумерацией и объемами, определяют семейство непустых конституент (6).

$$(6) \quad \aleph_1^{\sigma_1} \cdot \aleph_2^{\sigma_2} \cdot \dots \cdot \aleph_n^{\sigma_n}, \aleph_i^{\sigma_i} = \begin{cases} \aleph_i, & \sigma_i = 1 \\ \aleph_i', & \sigma_i = 0. \end{cases}$$

Пусть множества $\tilde{\aleph}_i$ схемы (5) являются подмножествами носителя алгебраической системы (АС) (7).

²Смотри рисунок 2 на стр. 167 в публикации [1]

$$(7) \quad \Lambda = \langle \Omega(\tilde{\aleph}_n), \{ \cdot, +, ' \}, \{ \subseteq \} \rangle.$$

Носитель $\Omega(\tilde{\aleph}_n)$ АС может быть представлен как объединение непустых конституент (6).

Удобство использования этой АС, в частности, в том, что по теореме Стоуна имеет место изоморфизм с АС (8), являющейся математической моделью Булевой логики высказываний с вырожденной булевой алгеброй

$$(8) \quad \lambda = \langle \omega(\tilde{x}_n), \{ \cdot, +, ' \}, \{ \subseteq \} \rangle, \quad \omega = \{1\}, \quad x_i \in \omega, \quad i = \overline{1, n}.$$

Недостатком является многосмысловость интерпретации атомарных суждений вышеперечисленных силлогистик, например, в традиционной силлогистике Аристотеля смотри (13).

В наших исследованиях этот недостаток устранен за счет использования модели (9) с носителем из конституентных множеств и двумя отношениями $\subset$ и $=$.

Универсум Ω и модельные множества можно рассматривать как множества из номеров конституент, составляющих M_S (5). Нумерацию естественно производить, зафиксировав порядок индексов модельных множеств. При этом каждой конституенте (6) сопоставляется набор из нулей и единиц $\langle \sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_n \rangle$ и соответствующее ему десятичное число, которое будем называть номером конституенты. Множества, состоящие из номеров конституент далее называются *конституентными множествами*.

Рассмотрим алгебраическую систему (АС) для представления n -арной дискретной модельной схемы. Обозначим через $B(\tilde{X}_n)$ универсум состоящий из номеров всех непустых конституент, которые могут быть построены из конечной системы $\tilde{X}_n = \langle X_1, X_2, \dots, X_n \rangle$ модельных конституентных множеств посредством операций объединения, пересечения и дополнения до универсума. $B(\tilde{X}_n)$ включает также пустое множество. Рассмотрим АС (9), где $W_F = \{+, \cdot, '\}$, $W_R = \{=, \subset\}$ ³,

$$(9) \quad \langle B(\tilde{X}_n), W_F, W_R \rangle.$$

Выражающую эту алгебраическую систему модельную схему (10) с данной нумерацией X_i будем называть дискретной диаграммой Венна или

³ $W_F = \{+, \cdot, '\}$ -операции объединение, пересечение, дополнение до универсума Булевой алгебры множеств

A -онтологией.

$$(10) \quad A = \langle U, X_1, X_2, \dots, X_n \rangle, \quad \tilde{X}_i = \langle X_1, X_2, \dots, X_n \rangle$$

Морфизм в форме гомоморфизма с АС (8) устанавливается также с помощью характеристической функции (11) множеств $X_i, X_i \subseteq U$

$$(11) \quad \forall e \in U \left(x_i(e) = \begin{cases} 1, & e \in X_i \\ 0, & e \notin X_i \end{cases}, \quad i = \overline{1, n} \right)$$

Существует однозначное соответствие между равенством ППФ булевой алгебры логики вида

$$(12) \quad F(\tilde{x}_n) = 1$$

и равенством

$$F(\tilde{X}_n) = U,$$

являющимся атомарным суждением (1). При этом булевы переменные являются характеристическими функциями соответствующих модельных множеств.

В публикациях [1, 5] категорическим атрибутивным суждениям NOB_S и ППФ логики L_{S_2} алгоритмически ставится в соответствие формула (формулы) булевой алгебры конституентных множеств. Вычисленное по этой формуле (формулам) конституентное множество (множества) есть ее семантическое значение.

Семантическим значением КППФ является контитуентное множество, семантическим значением НКППФ – семейство конституентных множеств.

Вместо модельных множеств X_i можно подставить любые (ППФ) Булевой алгебры множеств $F(\tilde{X}_n)$.

Атомы NOB_S (1) являются альтернативой базису силлогистики Аристотеля $A_S = \langle AXY, EXY, IXY, OXY \rangle$, категорические суждения которого неоднозначно интерпретируются в 15 бинарных модельных схемах (смотри рисунок 1). Например, в NOB_S общеутвердительное

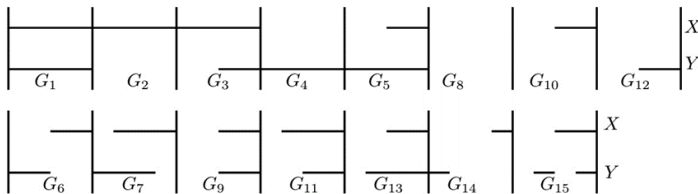


РИСУНОК 1. 15 бинарных Жергонновых логических отношений

Аристотелево суждение $AXY \equiv \text{«все } X \text{ есть } Y\text{»}$, интерпретируемое в рамках традиционной силлогистики в семи невырожденных Жергонновых отношениях $G_6, G_7, G_9, G_{11}, G_{13}, G_{14}, G_{15}$, имеет 2 смысла.

$$(13) \quad AXY \equiv \underbrace{Eq(X, Y)}_{G_9} + \underbrace{A(X, Y)}_{G_{13}}.$$

Если интерпретировать это же суждение в пятнадцати модельных схемах, то оно имеет семь смыслов задаваемых дизъюнкцией попарно несовместных конъюнкций атомов из (1):

$$\begin{aligned} AXY \equiv & \underbrace{(X = Y) \cdot (X = U)}_{G_1} + \underbrace{(X' = U) \cdot (Y = U)}_{G_4} + \underbrace{(X = Y) \cdot (X' = U)}_{G_8} + \\ & \underbrace{Eq(X, Y)}_{G_9} + \underbrace{A(X, Y)}_{G_{13}} + \underbrace{(X \subset U) \cdot (X' \subset U) \cdot (Y = U)}_{G_5} + \\ & \underbrace{(X' = U) \cdot (Y \subset U) \cdot (Y' \subset U)}_{G_{12}}. \end{aligned}$$

Из квадрата Пселла следует, что отрицание общеутвердительного суждения есть суждение частноотрицательное OXY оно в общем случае имеет восемь смыслов:

$$OXY = AXY' \equiv OXY \equiv G_2(X, Y) + G_3(X, Y) + G_6(X, Y) + G_7(X, Y) + G_{10}(X, Y) + G_{11}(X, Y) + G_{14}(X, Y) + G_{15}(X, Y)$$

Представленные выше НКППФ обладают важным свойством ортогональности их дизъюнктивных членов, выражающейся в том, что любая их конъюнкция несовместима в том смысле, что не существует A -онтологии, в которой бы выполнялись все отношения этой конъюнкции. Такие НКППФ называются нормализованными.

В [5] показано, что любую НКППФ можно за счет эквивалентных преобразований представить в виде конъюнкции ортогональных дизъюнктов, что позволяет вычислять ее семантическое значение как совокупность семантических значений отдельных дизъюнктов.

Набор M непустых конституент дискретной диаграммы Венна (A -онтологии) (10) называется ее характеристическим множеством. Следуя Порецкому П. С. будем также называть это множество *единицей*, множество номеров пустых конституент — *нулем* и обозначать как N . Любое модельное множество схемы (10) равно объединению некоторых конституент из M .

⁴Отметим, что за пределами традиционной силлогистики Аристотеля, находясь в рамках здравого смысла, невозможно использовать вырожденные Жергоновы отношения включения и равенства $G_1, G_2, G_3, G_4, G_5, G_8, G_{10}, G_{12}$ для интерпретации причинно-следственных связей в ПОД, если хотя бы одно из множеств в них пусто либо является универсумом.

Модельные множества X_i из (10), как и *единицу*, будем задавать конститuentными множествами.

Определено понятие закона, выполнимой формулы и противоречия.

Закон – это КППФ, семантического значения которой есть отношение независимости в совокупности модельных множеств, которые использованы при ее построении, смотри (21).

Например, для семейства из n модельных множеств $\tilde{X}_n$ законом будет любая КППФ вида $IO(X_i, X_j) : i \neq j, \quad i, j \in \{1, 2, \dots, n\}$.

Модельную схему, составленную из конститuentных множеств, будем называть *A-онтологией* или *дискретной диаграммой Венна*.

НКППФ не может быть законом. Это выполнимая формула либо противоречие.

Выполнимой называется КППФ формула, в семантическом значении которой выполняются все логические отношения, задаваемые ее конъюнктами. В противном случае КППФ называется противоречием.

НКППФ выполнима, если выполним хотя бы один из ее ортогональных дизъюнктов, в противном случае НКППФ называется противоречием.

Разработано исчисление конститuentных множеств [1, 5, 6], положения которого позволяют вводить в отношение независимости в совокупности (21) логические отношения из NOB_S , используемые в КППФ. Это делается за счет объявления в нем пустыми некоторого множества конститuent.

A-онтология с универсумом $U = \{0, 1, 2, \dots, 2^n - 1\}$ и с модельными множествами определенными в (21) задает логическое отношение независимости в совокупности для этих модельных множеств. Построение A-онтологии в которой выражается семантика КППФ осуществляется последовательным введением в атомарных конъюнктов КППФ вида $A(X, Y)$ и $Eg(X, Y)$ объявляя пустыми конститuent $X \cdot Y'$ и $X' \cdot Y$ на основании тождеств

$$(14) \quad X \cdot Y' = \emptyset \equiv X' + Y = U$$

$$(15) \quad (X \cdot Y' + X' \cdot Y = \emptyset) \equiv (X' + Y) \cdot (X + Y') = U$$

Показано, что атомарные отношения $X = U$, $A(X, Y)$ и $Eg(X, Y)$ вводятся в отношение (21) единственным способом за счет отнесения к нулю N конститuent, номера которых выражаются конститuentными множествами X' , $X \cdot Y'$ и $X \cdot Y' + X' \cdot Y$ соответственно. При этом отношение независимости $IO(X, Y)$ может быть введено неоднозначно, также как и отношение $X \subset U$.

Поэтому, если в КППФ имеются конъюнкты, выражающие отношения $IO(X, Y)$ и $X \subset U$, то их наличие в семантическом значении КППФ просто проверяется после введения отношений $X = U$, $A(X, Y)$ и $Eq(X, Y)$.

Если все отношения, задаваемые конъюнктами КППФ, выполняются, то такая формула считается выполнимой, в противном случае противоречием.

ЗАМЕЧАНИЕ 1. Доказано, что семантическое значение КППФ получаемое таким способом:

- (1) получается одинаковым вне зависимости от порядка введения в исходное отношение (21) конъюнктов КППФ;
- (2) объем получаемого семантического значения получается максимальным среди всех, в которых выполняются отношения из КППФ;
- (3) добавление в полученное семантическое значение любой конституенты из нуля приводит к невыполнению хотя бы одного из отношений задаваемых конъюнктами КППФ;
- (4) для вычисления семантического значения КППФ ее атомарным конъюнктам, отличным от $IO(X, Y)$ и $X \subset U$, ставятся в соответствие множества $U = X$, $U = X' + Y$, и $U = (X' + Y) \cdot (X + Y')$ для конъюнктов $U = X$, $A(X, Y)$ и $Eq(X, Y)$ соответственно;
- (5) семантическое значение КППФ получается как пересечение множеств U , полученных в пункте (4);
- (6) при вычислении множеств U пункта (4) в качестве модельных множеств можно для вычисления любого атомарного конъюнкта использовать модельные множества X_i^0 из отношения (21).

Интенциональной моделью для категорических суждений NOB_S и конъюнктивных ППФ L_{S_2} в нашем подходе является A -онтология (10) – дискретный аналог модельной схемы, преимуществом которой является ее представление конечным конституентным множеством, что позволяет просто программно реализовать исчисление конституентных множеств.

Несомненным достоинством подхода на основе невырожденной булевой алгебры является то, что построенная силлогистическая теория является универсальной, имеет синтаксическую экстенциональную интерпретацию в виде формулы алгебры множеств, интенциональную интерпретацию в виде конституентного множества, вычисляемого по формуле. Таким образом, схема интерпретации алгоритмически разрешима.

Семантическое значение КППФ выражается универсумом A -онтологии.

Сама A -онтология $I_n = \langle U, X_1, X_2, \dots, X_n \rangle$ позволяет наглядно изобразить семантику КППФ[1].

Универсуму U любой A -онтологии, в которой $X_i = U \cdot X_i^0$ можно сопоставить множество равносильных формул из модельных множеств, выражающих U . Поэтому A -онтологии I_n с единицей $M(I_n)$ можно сопоставить атомарное суждение $F(\tilde{X}_n) = U$, здесь $F(\tilde{X}_n)$ – ППФ алгебры множеств равносильная совершенной нормальной форме Кантора $SNFK$ у которой $M(SNFK) = U$.

Например, пусть A -онтология I_4 определяется универсумом $U = \{5, 7, 8, 9, 12, 13, 15\}$. Тогда ей можно сопоставить КППФ (16).

$$(16) \quad X_1 \cdot X_3' + X_2 \cdot X_4 = U.$$

Множество (16) представлено как объединение неортогональных множеств так как $(X_1 \cdot X_3') \cdot (X_2 \cdot X_4) = \{13\} \neq \emptyset$.

Равносильное равенство (17) с левой частью в форме $SNFK$

$$(17) \quad \begin{aligned} &X_1' \cdot X_2 \cdot X_3' \cdot X_4 + X_1' \cdot X_2 \cdot X_3 \cdot X_4 + X_1 \cdot X_2' \cdot X_3' \cdot X_4' + \\ &X_1 \cdot X_2' \cdot X_3 \cdot X_4 + X_1 \cdot X_2 \cdot X_3' \cdot X_4' + X_1 \cdot X_2 \cdot X_3 \cdot X_4 + \\ &X_1 \cdot X_2 \cdot X_3 \cdot X_4 = U \end{aligned}$$

Еще одно равносильное равенство (18) предствляет универсум для I_4 . Его левая часть есть объединение ортогональных множеств.

$$(18) \quad X_1' \cdot X_2 \cdot X_4 + X_1 \cdot X_3' + X_1 \cdot X_2 \cdot X_3 \cdot X_4 = U$$

Все три КППФ (16), (17), (18) имеют одинаковое семантическое значение.

Имеет место функциональная полнота атомарных суждений (1), то есть любая A -онтология (n -арное логическое отношение) может быть выражена КППФ в L_{S_2}

Первая версия M -алгоритма вычисления единицы КППФ в L_{S_2} реализована программно на языке *FreePascal*. Сложность вычислений экспоненциально зависит от числа $n - 8$, где n - число модельных множеств.

Объем используемой памяти также экспоненциально зависит от $n - 8$. Например, для 22 переменных канонический универсум занимает $2^{22-8} \cdot 2^5 = 0,5$ мегабайт дисковой памяти и представлен массивом из базовых множеств $[0..255]$ содержащим 16384 элемента. Если число переменных будет 40, то объем будет $2^{40-8} \cdot 2^5 = 2^37 = 2^{10} \cdot 2^{10} \cdot 2^{10} \cdot 128 = 128$ гигабайт. Время вычисления единицы линейно зависит от количества операций K_{op} и равно

$$T = K_{op} \cdot t_0 \cdot 2^{22-8}.$$

Здесь $t^0 = \max\{t(+), t(\cdot), t^0\}$ это максимальное время выполнения операций объединения, пересечения и дополнения до универсума для базового множества. К этому числу нужно добавить время для потоковой записи и считывания множеств из массивов.

Недостатком этого алгоритма является большие потребности в памяти оперативной и дисковой для размещения модельных множеств, а достоинством – скорость вычислений, так как один элемент массивов содержащих множества обрабатываются как стандартные множества в языке Free Pascal. Способ эффективного распараллеливания алгоритма вычислений и структура данных описана в [6].

Во фронтальном алгоритме решения задачи *SAT*, посредством которого можно также решать задачу поиска всех выполняющих подстановок, реализован другой способ представления множеств, изложенный в работе [8], дающий более компактное представление конститuentных множеств.

В данной статье представлен алгоритм распределенных вычислений семантического значения КППФ L_{S_2} построенный на основе фронтального алгоритма [6].

2. Представление исходных данных алгоритма вычисления семантического значения ППФ L_{S_2}

В этом разделе описаны структура данных для вычисления и представления конститuentных множеств.

2.1. n -арное отношение логической независимости модельных множеств

Рассмотрим алгебраическую систему и A -онтологию (19) и (20)

$$(19) \quad A_s^0 = \langle U^0(\tilde{X}_n^0) = \{0, 1, \dots, 2^n - 1\}, \{+, \cdot, '\}, \{\subset, =\} \rangle,$$

в которых опорное множество $U^0(\tilde{X}_n^0)$ представляет собой объединение множеств номеров непустых конститuent (20), представленное как (21).

$$(20) \quad \tilde{X}_n^0 = \langle X_1^0, X_2^0, \dots, X_n^0 \rangle,$$

где

$$(21) \quad U^0(\tilde{X}_n^0) = \begin{bmatrix} 1 & * & \dots & * & * \\ * & 1 & \dots & * & * \\ & & \dots & & \\ * & * & \dots & 1 & * \\ * & * & \dots & * & 1 \end{bmatrix} = \begin{matrix} X_1^0 \\ X_2^0 \\ \dots \\ X_{n-1}^0 \\ X_n^0 \end{matrix},$$

где

$$1 = \{1\}, * = \{0, 1\}, X_i^0 = \underbrace{\{0, 1\}}_1 \times \underbrace{\{0, 1\}}_2 \times \cdots \times \underbrace{\{1\}}_i \times \cdots \times \underbrace{\{0, 1\}}_n$$

Алгебраическая система (19) и A -онтология (20) называются каноническими и определяют логическое отношение независимости в совокупности модельных множеств. Объявляя некоторые конституенты пустыми, мы получаем зависимую в совокупности дискретную диаграмму Венна.

Итак, логическое содержание получаемого при этом n -арного отношения будем выражать КППФ в L_{S_2} . Алгоритм вычисления семантического значения (объема) понятия, выражаемого логическим содержанием КППФ с использованием распределенных вычислений, рассматривается ниже.

Доказано, что логическое содержание в виде КППФ может быть выражено множеством способов по известному *нулю* и *единице*.

3. Структура данных, используемых для построения логико-семантической модели предметной области

Алгоритм распределенных вычислений модели предметной области в L_{S_2} далее сокращенно Md -алгоритм описан в следующем разделе. Этот алгоритм по заданной КППФ, состоящей из конъюнкций атомов L_{S_2} вычисляет ее единицу, которой соответствует дискретная диаграмма Венна – A -онтология.

КППФ есть конъюнкция атомарных суждений NOB_S вида

$$A(X, Y), Eq(Z, V), W = U,$$

где множества X, Y, Z, V, W представлены ППФ Булевой алгебры составленных из модельных конституентных множеств.

На первом этапе каждый из этих атомов заменяется на равенства

$$(22) \quad U_A = X' + Y; U_{Eq} = (Z' + V) \cdot (Z + V'); U_{W=U} = W.$$

Затем из правых частей этих равенств формируется равенство для вычисления единицы КППФ, которая и есть логико-семантическая модель.

Левая часть итогового равенства (24) – это универсум мира, в котором должны выполняться логические условия, задаваемые атомами КППФ, правая часть есть пересечение всех частных универсумов *единиц*, определяемых равенствами (22). Например, для формулы (23)

$$(23) \quad A(X, Y) \cdot Eq(Z, V) \cdot (W = U)$$

получится следующая задача найти U :

$$(24) \quad U = (X' + Y) \cdot (Z' + V) \cdot (Z + V') \cdot W$$

Каждая частная *единица* подвергается ортогонализации по Порецкому C -система

$$A_1 + A_2 + \dots A_k$$

заменяется на ортогональную

$$(25) \quad A_1 + A'_1 \cdot A_2 + \dots + A'_1 \cdot A'_2 \cdot \dots \cdot A_k$$

Этим представление исходных данных для вычисления U — *единицы* в Md -алгоритме отличается от представления исходных данных во фронтальном алгоритме. В нем логическое уравнение $F(\tilde{x}_n) = 1$ представлено как конъюнктивная нормальная форма, из которой строится C -система [8] конституентных множеств, выражающая нуль атомарного равенства

$$N(F(\tilde{X}_n) = U).$$

Для того, чтобы найти единицу $M(F(\tilde{X}_n) = U)$, мы находим дополнение построенной C -системы как пересечение дополнений каждого ее элемента. Организация вычислений этих пересечений описана в виде фронтального алгоритма [1]. Поскольку структура исходных данных фронтального алгоритма включена в структуру данных M_D -алгоритма, то форма задачи вычисления левой части равенства (24) остается такой же, как во фронтальном алгоритме. Это задача нахождения пересечений объединения множеств, составляющих *единицы* каждого конъюнкта КППФ, либо *единиц* клозов во фронтальном алгоритме.

ЗАМЕЧАНИЕ 2. В результате решения задачи (24) получается множество U как объединение ортогональных конституентных множеств.

В [1] показано, что количество операций пересечения множеств, составляющих промежуточные *единицы*, зависит от порядка вычисления операций пересечения *единиц* конъюнктов КППФ.

Минимизация числа операций умножения достигается за счет приоритетного выполнения умножений *единиц*, которые представлены меньшим числом ортогональных множеств.

При решении задачи нахождения результата пересечения единиц всех конъюнктов возникает проблема быстрого возрастания объема промежуточных результатов вычислений для числа модельных множеств свыше 30.

Данная проблема может быть решена при последовательных вычислениях выгрузкой этих промежуточных результатов из оперативной памяти в долговременную.

Ограничив объем используемых в оперативной памяти промежуточных результатов допустимой порцией, мы приходим к классическому алгоритму с возвратами, дерево вычислений которого развивается в глубину. При этом на каждом шаге на выполнимость для очередного клоза тестируется сразу множество подстановок.

Фронтальный алгоритм реализован. Логическое уравнение в форме КНФ=1 генерируется случайным образом. Отмечена зависимость выражающаяся в том, что при уменьшении ширины фронта поиска время решения задачи увеличивается. Чрезмерное увеличение ширины текущего фронта вычислений заводит вычислительный процесс в *тупик* (deadlock=нехватка памяти).

Этот алгоритм можно подвергнуть распараллеливанию. Это позволяет получать решение SAT с помощью распределенных вычислений. Предлагаемый ниже M_D -алгоритм является обобщением фронтального алгоритма, поэтому также может быть использован для решения SAT.

4. M_D -алгоритм распределенных вычислений для построения логико-семантической модели предметной области

Отличие предлагаемого алгоритма о фронтального алгоритма из работы [1] заключается в том, что фронтальный алгоритм осуществляет поиск хотя бы одной выполняющей подстановки логического уравнения $F_p(x_1, x_2, \dots, x_n) = 1$, левая часть которого есть КНФ. Изоморфное преобразование этого уравнения в атомарное равенство NOB_S вида $F_s(X_1, X_2, \dots, X_n) = U$, составленное из модельных множеств, позволяет находить выполняющие подстановки для каждой входящей в логическое уравнение КНФ более простым способом, нежели вычисления по соответствующей ей формуле Булевой алгебры множеств. Этот способ описан в вышеупомянутой работе на страницах 173 – 176.

Отличие иллюстрируется в примере 1. В M_D алгоритме для вычисления единиц посылок примера необходим интерпретатор для вычисления значений формул Булевой алгебры множеств.

ПРИМЕР 1. *Рассмотрим первую задачу Порецкого. Между птицами зоосада существует 5 отношений:*

- (1) *Птицы певчие - крупные или обладающие качеством Y.*

- (2) Птицы, не имеющие качества Y - или не крупные, или не имеют качества X .
- (3) Птицы певчие в соединении с крупными объединяют всех птиц с качеством X .
- (4) Каждая некрупная птица есть и певчая, или обладающая качеством X .
- (5) Между птиц с качеством X совсем нет таких птиц с качеством Y , которые не будучи певчими, были бы крупные.

Требуется

- Определить, были ли птицы качества X певчие или нет.
- Узнать, то же в отношении птиц качества Y .
- Найти, были ли среди качества X птицы качества Y и наоборот.

РЕШЕНИЕ. В логике классов Порецкого в качестве общеутвердительного суждения принимается равенство $X = X \cdot Y$ равносильное по смыслу Аристотелю AXY в традиционной силлогистике и такое же двусмысленное. Пусть

- X — множество птиц качества X ,
 Y — множество птиц качества Y ,
 S — множество певчих птиц,
 G — множество крупных птиц.

Логические условия задачи, записанные в форме утверждений о равенстве либо строгом включении множеств, имеют вид (26). Конъюнкция данных посылок преобразуется в НКППФ, составленную как дизъюнкция 32 КППФ, попарная конъюнкция которых является противоречием. Таким образом, логико-семантическая модель задачи может иметь 32 смысловых содержания. Проиллюстрируем построение единиц для случая, когда каждое общеутвердительное суждение имеет смысл строгого включения (27).

- P1. $(S \subset Y + G) + (S = Y + G);$
- P2. $(Y' \subset X' + G') + (Y' = X' + G');$
- (26) P3. $(X \subset S + G) + (X = S + G);$
- P4. $(G' \subset S + X) + (G' = S + X);$
- P5. $(X \subset (Y \cdot S' \cdot G')) + (X = (Y \cdot S' \cdot G')).$

$$\begin{aligned}
 P1. & \quad (S \subset Y + G); \\
 P2. & \quad (Y' \subset X' + G'); \\
 P3. & \quad (X \subset S + G); \\
 P4. & \quad (G' \subset S + X); \\
 P5. & \quad (X \subset (Y \cdot S' \cdot G)').
 \end{aligned}
 \tag{27}$$

Вычислим единицы посылок.

$$\begin{aligned}
 M(A(S, Y + G)) &= S' + Y + G = \{0, 1, 2, 3, \underline{5}, 7, 8, \underline{9}, 10, 11, \underline{12}, \underline{13}, 14, \underline{15}\} \\
 M(A(Y', X' + G')) &= Y + X' + G' = \{0, 1, 2, 3, 4, \underline{5}, 6, 7, 8, 9, 11, \underline{12}, \underline{13}, 15\} \\
 M(A(X, S + G)) &= X' + S + G = \{0, 1, 4, \underline{5}, 6, 7, 8, 9, 10, 11, \underline{12}, \underline{13}, 14, \underline{15}\} \\
 M(A(G', S + X)) &= G + S + X = \{2, 3, 4, \underline{5}, 6, 7, 8, 9, 10, 11, \underline{12}, \underline{13}, 14, \underline{15}\} \\
 M(A(X, (Y \cdot S' \cdot G)')) &= X' + (Y \cdot S' \cdot G)' = \\
 &= \{0, 1, 2, 3, 4, \underline{5}, 6, 7, 8, 9, 10, \underline{12}, \underline{13}, 14, \underline{15}\}
 \end{aligned}$$

Модель задачи представляется конституентным множеством, U_r являющимся пересечением единиц посылок. Дискретная диаграмма Венна для него показана на рисунке 2.



РИСУНОК 2. Модель задачи о птицах в ней находятся ответы на поставленные вопросы

Для вычисления единиц посылок на первом этапе M_D -алгоритма необходимо применять интерпретатор ППФ Булевой алгебры множеств. Вычисление пересечения единиц посылок составляет второй этап M_D -алгоритма, в котором реализуются распределенные вычисления. Последняя единица в результате вычисления множества $X' + (Y \cdot S' \cdot G)'$ в алгебре кортежей имеет вид C -системы составленной из ортогональных множеств

$$\begin{bmatrix} * & * & 0 & * \\ 0 & * & 1 & * \\ 1 & 1 & 1 & * \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} = \{1..10, 12..15\}.$$

Согласно пункту (6) замечания 1 в качестве значений модельных множеств

взяты их значения из канонической A -онтологии для $n = 4$

$$\begin{aligned} G &= \begin{bmatrix} 1 & * & * & * \\ * & 1 & * & * \\ * & * & 1 & * \\ * & * & * & 1 \end{bmatrix} \\ S &= \begin{bmatrix} * & 1 & * & * \\ * & * & 1 & * \\ * & * & * & 1 \end{bmatrix} \\ X &= \begin{bmatrix} * & * & 1 & * \\ * & * & * & 1 \end{bmatrix} \\ Y &= \begin{bmatrix} * & * & * & 1 \end{bmatrix} . \end{aligned}$$

Пусть дана КППФ $\Phi(\tilde{X}_n)$ силлогистики L_{S_2} , представленная конъюнкцией атомарных утверждений NOB_S вида

$$(28) \quad A(F_1(\tilde{X}_n^0), F_2(\tilde{X}_n^0)), Eq(F_3(\tilde{X}_n^0), F_4(\tilde{X}_n^0)), F_0(\tilde{X}_n^0) = U,$$

где $F_i(\tilde{X}_n^0)$, $i = \overline{0, 4}$ – ППФ алгебры множеств, а X_i^0 – конституентные множества канонической A -онтологии (21). Тогда, как показано выше, задача вычисления единицы этой КППФ сводится к вычислению пересечений конституентных множеств $M(i)$ для каждого конъюнкта (28)

$$(29) \quad M(\Phi(\tilde{X}_n^0)) = M(1) \cdot M(2) \cdot \dots \cdot M(k).$$

Первым промежуточным результатом вычислений будем считать $M(1)$, то есть $R(1) = M(1)$. В однопроцессорном варианте вычислительного процесса при неограниченном ресурсе оперативной памяти алгоритм вычислений сводится к последовательному вычислению пересечения всех единиц, то есть ставится задача уровня 1 вычисления множества $Z(1)$

$$(30) \quad Z(1) = R[1] \cdot M[2] \cdot \dots \cdot M[k] = R[1] \cdot \prod_{i=2}^k M(i)$$

Если принять, что задача уровня i определяется как

$$Z(i) = R(i) \cdot M(i+1) \cdot \dots \cdot M(k),$$

то список оставшихся множеств $M(i)$, для нахождения их пересечения, определяется i -м промежуточным результатом $R(i)$.

Таким образом, промежуточный результат определяет дальнейший порядок действий. Например, для $i = 3$ необходимо найти пересечение $R(3) \cdot M(4) \cdot \dots \cdot M(k)$.

Состояния вычислительного процесса задаются последовательностью

$$R(1), R(2), R(k-1), R(k);$$

$$(31) \quad R(1) = M(1); R(i) = R(i-1) \cdot M(i), R(k) = R(k-1) \cdot M(k).$$

$R(k)$ это решение задачи (30).

Объемы памяти, занимаемые множествами $R(i)$, $M(j)$, пропорциональны количеству ортогональных множеств (25), из объединения которых они состоят. Обозначим эти объемы как $|R(i)|$, $|M(j)|$.

Информация о текущем объеме памяти, занимаемом промежуточным результатом $R(i) - |R(i)|$, и объеме памяти $|M(i+1)|$ дает возможность прогноза объема следующего промежуточного результата, который определяется как

$$|R(i)| \cdot |M(j)|.$$

Это позволяет избежать *тупика* и планировать распараллеливание вычислительного процесса для построения логико-семантической модели.

Пусть для распределенных вычислений используются персональные компьютеры. На них устанавливается программа для решения задач типа (30). На одном из компьютеров реализован почтовый сервер, на котором установлено программное обеспечение для решения задачи (30) по рекуррентной схеме (31) и программа Супервизор для формирования, рассылки подзадач и получения полных либо частичных результатов их решения.

С учетом выбранной кодировки множеств и их представления в оперативной памяти в виде динамических массивов или списков ортогональных компонент, выберем предельный размер списка либо массива, например, в количестве $L_0 = 2^{20}$ элементов. По текущему состоянию $R(i)$, зная объем множества промежуточных результатов $|R(i-1)|$ и $|M(i)|$, можно оценить возможность краха вычислительного процесса из-за нехватки памяти. Обозначим это гипотетическое состояние как $Deadlock(i)_M$, что означает реально наступившую нехватку памяти на i -м шаге, либо прогноз ее наступления. Признаком $Deadlock(i)_M$ является выполнение неравенства (32)

$$(32) \quad |R(i-1)| \cdot |M(i)| \geq L_0$$

Выполнение этого условия означает, что при вычислении пересечения

$$R(i-1) \cdot M(i)$$

может быть не завершено из-за нехватки памяти. Состояние $Deadlock(i)_M$ может не наступить, если при нахождении пересечения компонент множеств $R(i-1)$ и $M(i)$ получится достаточное количество результатов в виде пустых множеств. Тогда возможно будет вычислить $R(i)$. Тем не менее, будем считать, что следующий шаг вычислений запрещен и выполнение неравенства (32) требует перестройки вычислительного процесса, а именно его распараллеливания.

К этому моменту задача (30) решена частично с результатом $R(i-1)$, который сохраняется в файле с именем содержащим информацию о номере $i-1$, например, для $i=5$ имя будет $R_4.set$.

Далее Супервизор разбивает множество $R(i-1)$ на $r=2^{10}$, либо $r=2^{10}+1$ подмножеств $R(i-1, j), \overline{j=1, r}$, сохраняя каждое в файл с именем содержащий информацию о значениях $i-1$ и j . Для $i=5, j=6$ файл будет иметь имя $R_4_6.set$. Все имена файлов сводятся в список уровня $i-LF_R_i$, содержащем информацию о подзадачах i -го уровня. В результате мы получим r подзадач i -го уровня, которые можно распределять по компьютерам, принимающим участие в распределенных вычислениях.

Эти компьютеры в начале своей работы регистрируются на сервере и получают уникальный номер. Также им пересылаются программы для вычисления пересечений множеств и формирования подзадач, а также файлы, содержащие единицы $M(j), j \in \{1, 2, \dots, k\}$.

При подключении компьютера к распределенным вычислениям ему пересылается часть промежуточного результата, полученного перед предполагаемым $Deadlock(i)_M$. Это множество $R(i-1)_{part}$, которое хранится в соответствующем файле, например, для $i=5$ в файле $R_4_6.set$.

Таким образом, подключаемый к процессу вычислений компьютер получает задание решить подзадачу

$$Z(i-1) = R(i-1)_{part} \cdot \prod_{j=i}^k M(j)$$

Элементы списка LF_R_i состоят из кортежей $\langle Nf, State, Result \rangle$. Первый элемент кортежа содержит имя файла подзадачи, например, $R_4_6.set$, второй элемент кортежа указывает на состояние процесса решения подзадачи. $State$ содержит информацию о том, распределена ли исполнителю задача с указанием его номера, либо нет. $Result$ указывает на результат завершения исполнения задачи. Таким образом, задача может быть не распределена либо направлена на исполнение указанному исполнителю. Результат завершения исполнения подзадачи может быть следующий:

- 1) подзадача завершилась аварийно;
- 2) в результате завершения процесса, сопоставленного подзадаче получено ее решение, которое является частью решения задачи $Z(1)$. Результат в виде файла отправляется на головной компьютер;

3) процесс решения подзадачи завершился формированием новых подзадач и списка LF_R_j .⁵ аналогичного списку LF_R_i головного компьютера. Этот список отправляется на сервер и на головном компьютере формируется список списков подзадач различного уровня;

4) в результате выполнения подзадачи получено пустое множество.

Аварийное завершение означает, что подзадачу нужно передать новому исполнителю. Если результат завершения соответствует пункту 3), то сформированный список подзадач дополняет ранее сформированные списки и пополняет фронт работ (подзадач), которые супервизору нужно распределять между исполнителями.

Подзадачи, процесс выполнения которых завершен не аварийно, удаляются из списков подзадач. И результат их выполнения добавляется в файл ортогональных множеств входящих в решение задачи первого уровня.

Процесс выполнения распределенных вычислений заканчивается, когда выполнение всех сформированных в вычислительном процессе задач заканчивается.

В результате мы получим логико-семантическую модель в форме единицы задачи $Z(1)$, которая определяет состав модельных множеств $\tilde{X}_i$ и дискретную диаграмму Венна. Это дает возможность решать задачи выявления неочевидных причинно-следственных отношений в предметной области.

Фронтом выполнения подзадач управляет Супервизор, комбинируя стратегии «поиск в глубину» и «поиск в ширину».

Заключение

Предлагаемый способ распределенных вычислений имеет простое описание по сравнению со всеми алгоритмами, основанными на идеях алгоритмов проверки выполнимости отдельно взятых подстановок, за исключением поисковых алгоритмов, которые не гарантируют нахождение всех выполняющих подстановок уравнения (12). Также этот способ решения не предъявляет высокие требования к вычислительным ресурсам. Теоретической основой его является силлогистическая система LS_2

Предлагаемый алгоритм отличается от семейств алгоритмов основанных на DPLL и CDCL. Существенное сходство данных семейств

⁵ j указывает на уровень сформированных подзадач

алгоритмов в том, что логика их работы основана на анализе значений булевых переменных в Булевой логике высказываний. Ее математической моделью служит алгебраическая система с одноэлементным носителем и одним отношением $\subseteq$,⁶ и вырожденной (degenerate) булевой алгеброй с одноэлементным носителем равным носителю и тремя известными операциями, которые в булевой логике трактуются как конъюнкция, дизъюнкция и отрицание.

Выполняющая подстановка ищется путем последовательного присваивания значений булевых переменных. Сложность описания фронтального алгоритма и его модификации M_D -алгоритма значительно проще, чем у алгоритмов из этих семейств. В этом можно убедиться перейдя по ссылкам в авторские публикации⁷.

При анализе литературных источников не обнаружено аналогов для M_D -алгоритма. Требуются исследования для сравнения его эффективности с другими. Однако, уже сейчас можно сказать, что он обладает высоким уровнем параллелизма на уровне задач, на уровне данных, на уровне алгоритмов, реализующих операции над составляющими множествами. В силу особенностей операций объединения, пересечения и дополнения универсума над конечными множествами.

Автор не ставил целью своей работы построение самого эффективного алгоритма вычисления всех выполняющих подстановок. Алгоритмы, решающие эту задачу в литературе отсутствуют, за исключением алгоритмов вычисления таблиц истинности. Целью работы было построение алгоритма вычисления семантического значения конъюнкции посылок в виде КППФ, который бы заканчивал вычисления за приемлемое время, для достаточного для решения практических задач числа модельных множеств⁸ при решении задач верификации логического следования, сложность которых не позволяет их решать современными системами логического вывода.

Для нахождения приемлемой верхней границы числа модельных множеств необходимо провести эксперименты, а для этого нужно реализовать алгоритм программно.

⁶их обычно трактуют как $\{1\}$ или просто 1 и $\leq$, знаком 0 заменяют пустое множество

⁷https://ru.wikipedia.org/wiki/Алгоритм_CDCL,
<https://ru.wikipedia.org/wiki/DPLL>.

⁸автор считает, что таким числом является число ≈ 256

Список литературы

- [1] Сметанин Ю. М. *Фронтальный алгоритм решения SAT задачи* // Программные системы: теория и приложения.– 2022.– Т. **13**.– № 4(55).– С. 163–179. ✳️   
↑92, 94, 96, 98, 101, 102
- [2] Кузичев А. С. *Диаграммы Венна*.– М.: Наука.– 1968.– 253 с.  ↑89, 92
- [3] Rodgers P., Stapleton G., Chapman P. *Visualizing sets with linear diagrams* // ACM Trans. Comput.-Hum. Interact.– 2015.– Vol. **22**.– No. 6.– id. 27.– 39 pp.  ↑89
- [4] Lamy J., Tsopra R. *RainBio: Proportional visualization of large sets in biology* // IEEE Transactions on Visualization and Computer Graphics.– 2020.– Vol. **26**.– No. 11.– Pp. 3285–3298.  ↑89
- [5] Сметанин Ю. М. *Верификация логического следования в неклассической многозначной логике* // Известия института математики и информатики УдГУ.– 2017.– Т. **50**.– С. 62–82. ✳️  ↑88, 89, 90, 94, 95, 96
- [6] Сметанин Ю. М. *Верификация логического следования с использованием исчисления конституентных множеств и соответствий Галуа* // Программные системы: Теория и приложения.– 2017.– Т. **8**.– № 2(33).– С. 69–93. ✳️   ↑90, 96, 99
- [7] Васильев С. Н., Жерлов А. К., Федосов Е. А., Федунев Б. Е. *Интеллектуальное управление динамическими системами*.– М.: Физматлит.– 2000.– ISBN 5-9221-0050-5.– 352 с. ↑89
- [8] Кулик Б. А., Зуенко А. А., Фридман А. Я. *Алгебраический подход к интеллектуальной обработке данных и знаний*.– СПб.: Изд-во Политехн. ун-та.– 2010.– ISBN 978-5-7422-2836-3.– 235 с. ↑99, 101

Поступила в редакцию 29.02.2024;
 одобрена после рецензирования 09.04.2024;
 принята к публикации 17.04.2024;
 опубликована онлайн 17.05.2024.

Рекомендовал к публикации

д.ф.-м.н. Н. Н. Непейвода

Информация об авторе:



Юрий Михайлович Сметанин

к.ф.-м.н., зав. кафедрой математического анализа ИМИ-Тиф УдГУ, Ижевск. Научные интересы: прикладная логика, алгоритмы логики - семантического моделирования



0000-0002-2508-4939

e-mail: gms1234gms@rambler.ru

Автор заявляет об отсутствии конфликта интересов.



The use of distributed computing in domain modeling in universal syllogistics

Iurii Mikhailovich **Smetanin**

Udmurt State University, Izhevsk, Russia

 gms1234gms@rambler.ru

Abstract. We consider the algorithmic aspects of calculations in the logical-semantic models of universal syllogistics LS_2 . This non-classical propositional logic is based on an algebraic system containing a Boolean algebra of sets and two relations between sets: $\subset$ and $=$. Its closest analogue is Aristotle's syllogistics, the model of which is an algebraic system with a Boolean algebra of sets and one relation $\subset$. The disadvantage of syllogistics based on an algebraic system with a single relation $\subset$ is the ambiguity of the interpretation of their formulas and atomic judgments.

In this work, by a logical-semantic model of a subject area we understand the totality of the universal syllogistic formula LS_2 and its semantic meaning, which is a finite set of non-negative integers. We propose an algorithm for computing semantic value of a conjunctive well-constructed formula LS_2 , which has a high level of parallelism at the task level, at the data level, and at the level of algorithms realizing operations on constituent sets. Due to the peculiarities of union, intersection and complement operations over finite sets, all the processes of their computation and solution of subtasks occur at the bit level and, as a rule, are efficiently implemented in algorithmic languages. In the proposed algorithm, the transition to the bit level and back is realized by a set of software tools. (*In Russian*).

Key words and phrases: Syllogistics, discrete Venn diagrams, logical-semantic models, frontal algorithm, distributed computing

2020 *Mathematics Subject Classification:* 68T30; 03B45, 68W10

For citation: Iurii M. Smetanin. *The use of distributed computing in domain modeling in universal syllogistics*. Program Systems: Theory and Applications, 2024, **15**:2(61), pp. 87–112. (*In Russ.*).
https://psta.psiras.ru/read/psta2024_2_87-112.pdf

References

- [1] Yu. M. Smetanin. “Front-end algorithm for solving the SAT problem”, *Program Systems: Theory and Applications*, **13**:4(55) (2022), pp. 163–179 (in Russian).  
- [2] A. S. Kuzichev. *Venn Diagrams*, Nauka, M., 1968 (in Russian), 253 pp. 
- [3] Rodgers P. , G. Stapleton, P. Chapman. “Visualizing sets with linear diagrams”, *ACM Trans. Comput.-Hum. Interact.*, **22**:6 (2015), id. 27, 39 pp. 
- [4] Lamy J. , Tsopra R. . “RainBio: Proportional visualization of large sets in biology”, *IEEE Transactions on Visualization and Computer Graphics*, **26**:11 (2020), pp. 3285–3298. 
- [5] Yu. M. Smetanin. “Verification of the logical sequence in nonclassical multivalued logic”, *Izvestiya instituta matematiki i informatiki UdGU*, **50** (2017), pp. 62–82 (in Russian). 
- [6] Yu. M. Smetanin. “Verification of logical consequence, using the calculus of constituent sets and correspondences of Galois”, *Program Systems: Theory and Applications*, **8**:2(33) (2017), pp. 69–93 (in Russian).  
- [7] S. N. Vasil’ev, A. K. Zherlov, E. A. Fedosov, B. E. Fedunov. *Intelligent Control of Dynamic Systems*, Fizmatlit, M., 2000, ISBN 5-9221-0050-5 (in Russian), 352 pp.
- [8] B. A. Kulik, A. A. Zuenko, A. Ya. Fridman. *Algebraic Approach to Intellectual Processing of Data and Knowledge*, Izd-vo Politekn. un-ta, SPb., 2010, ISBN 978-5-7422-2836-3 (in Russian), 235 pp.