

УДК 517.958, 535.42

doi: 10.21685/2072-3040-2025-2-6

Задача дифракции ТЕ-волны на тонком слое кремния, покрытом графеном

С. В. Тихов

Пензенский государственный университет, Пенза, Россия

tik.stanislav2015@yandex.ru

Аннотация. *Актуальность и цели.* Затронута проблема изучения оптических свойств графена с учетом присущей данному материалу оптической нелинейности и влияния окружающей среды. Цель работы – исследование задачи дифракции ТЕ-поляризованной волны на двумерном слое, покрытом монослоем графена либо регулярной решеткой из бесконечных (в одном из продольных направлений) графеновых полос. *Материалы и методы.* С помощью метода функций Грина задача дифракции сводится к нелинейному гиперсингулярному интегральному уравнению, для решения которого применяется метод коллокаций, дополненный итерационным методом для учета эффекта оптической нелинейности графена. *Результаты и выводы.* Получены результаты численного моделирования процесса рассеяния электромагнитной волны с частотой 6 ТГц на плоском диэлектрическом слое толщиной 20 мкм, заполненном кремнием и покрытом графеном. Результаты демонстрируют, что изменение химического потенциала графена влечет существенные изменения в профиле отраженной волны, что может быть использовано для управления (модуляции) оптическими сигналами.

Ключевые слова: электромагнитные волны, дифракция, графен, нелинейная проводимость, двумерный слой, интегральные уравнения

Финансирование: работа поддержана Стипендией Президента Российской Федерации для аспирантов и адъюнктов.

Для цитирования: Тихов С. В. Задача дифракции ТЕ-волны на тонком слое кремния, покрытом графеном // Известия высших учебных заведений. Поволжский регион. Физико-математические науки. 2025. № 2. С. 77–91. doi: 10.21685/2072-3040-2025-2-6

Scattering problem of TE-wave on a thin silicon layer covered with graphene

S.V. Tikhov

Penza State University, Penza, Russia

tik.stanislav2015@yandex.ru

Abstract. *Background.* This work focuses on study of optical properties of graphene accounting for the intrinsic optical nonlinearity of this material as well as the effects of the surrounding media. The purpose of the study is to consider a diffraction problem of an electromagnetic wave on a two-dimensional slab covered with a graphene monolayer or a regular lattice of infinite (in one of the longitudinal directions) graphene strips. *Materials and methods.* Using Green's functions approach, the diffraction problem is reduced to a nonlinear hypersingular integral equation for solving which we apply the collocation method together with an iterative one in order to account for the effect of optical nonlinearity of graphene. *Results and conclusions.* The results of numerical simulation of electromagnetic wave scattering at 6 THz on a planar dielectric layer 20 microns thick

filled with silicon and covered with graphene are obtained. The results show that changing the chemical potential of graphene leads to a significant change in the reflected wave profile, which can be used to control (modulate) optical signals.

Keywords: electromagnetic waves, diffraction, graphene, nonlinear conductivity, two-dimensional slab, integral equations

Financing: the work was supported by the Russian Federation Presidential Scholarship for postgraduate and adjunct students.

For citation: Tikhov S.V. Scattering problem of TE-wave on a thin silicon layer, covered with graphene. *Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedeniy. Povolzhskiy region. Fiziko-matematicheskie nauki = University proceedings. Volga region. Physical and mathematical sciences*. 2025;(2):77–91. (In Russ.). doi: 10.21685/2072-3040-2025-2-6

Введение

Сегодня во всем мире активно ведутся исследования двумерных материалов. Среди них наиболее известным является графен.

Графен представляет собой двумерный слой атомов углерода, образующих гексагональную решетку [1]. Благодаря такому строению данный материал обладает многими уникальными физическими свойствами, в том числе оптическими [2]. Так, например, графен поглощает свет в очень широком диапазоне, включая терагерцовые частоты [3], это принципиально отличает его от большинства полупроводниковых материалов, которые используются сегодня в оптоэлектронике и фотонике, причем величиной поглощения можно управлять с помощью легирования или приложения к графену электрического и/или магнитного полей [4]. Кроме того, при взаимодействии достаточно интенсивного электромагнитного излучения с графеном возникают такие нелинейные оптические эффекты, как двухфотонное поглощение, генерация высших гармоник, эффект Керра [5, 6]. Таким образом, интегрируя графен с традиционными для оптоэлектроники и фотоники полупроводниковыми материалами, скажем с кремнием, можно создавать эффективные модуляторы, фотодетекторы, поляризаторы [7, 8].

Как известно, изготовлению опытного образца того или иного устройства всегда предшествует этап математического моделирования характеристик. Это верно и для графен-интегрированных оптоэлектронных и фотонных устройств. Отметим, что возникающие в этой связи задачи математического моделирования не только имеют большое практическое значение, но и богаты математическим содержанием. Действительно, учет двумерной природы графена и присущей ему оптической нелинейности требует построения и изучения новых математических моделей. Так, например, рассматривается новый класс краевых задач с нестандартными граничными условиями, нелинейным образом зависящими от искомой функции [9–13]. Для исследования таких задач требуется разработка новых подходов, поскольку классические математические методы к ним, как правило, малоприменимы.

Настоящая работа посвящена изучению математической модели дифракции ТЕ-поляризованной электромагнитной волны на плоском диэлектрическом слое, на поверхности которого размещен либо монослой графена, либо регулярная решетка из бесконечных (в одном из продольных направлений) графеновых полос.

Материалы и методы

Пусть $h > 0$ есть некоторая постоянная. Определим множества

$$\Omega_1 := \{(x, z) : x > h, z \in \mathbb{R}\}, \quad \Omega_2 := \{(x, z) : 0 < x < h, z \in \mathbb{R}\},$$

$$\Gamma_0 := \{(x, z) : x = 0, z \in \mathbb{R}\}, \quad \Gamma_h := \{(x, z) : x = h, z \in \mathbb{R}\}.$$

Как показано в работе [14], исследование математической модели дифракции монохроматической ТЕ-поляризованной электромагнитной волны на плоском диэлектрическом слое Ω_2 , с одной стороны имеющем (на границе Γ_0) абсолютно проводящий экран, а с другой стороны (на границе Γ_h) покрытом монослоем графена, приводит к краевой задаче, которая заключается в нахождении пары функций $u_1 \equiv u_1(x, z) \in C^2(\Omega_1) \cap C(\bar{\Omega}_1)$, $u_2 \equiv u_2(x, z) \in C^2(\Omega_2) \cap C(\bar{\Omega}_2)$, удовлетворяющих:

– уравнениям Гельмгольца:

$$\Delta u_1(x, z) + k_1^2 u_1(x, z) = 0, \quad (x, z) \in \Omega_1, \quad (1)$$

$$\Delta u_2(x, z) + k_2^2 u_2(x, z) = 0, \quad (x, z) \in \Omega_2; \quad (2)$$

– однородному условию первого рода на границе Γ_0 :

$$u_2(x, z)|_{\Gamma_0} = 0; \quad (3)$$

– условиям сопряжения на границе Γ_h следующего вида:

$$u_1(x, z)|_{\Gamma_h} + u_{inc}(x, z)|_{\Gamma_h} = u_2(x, z)|_{\Gamma_h}, \quad (4)$$

$$\left. \frac{\partial u_1(x, z)}{\partial x} \right|_{\Gamma_h} + \left. \frac{\partial u_{inc}(x, z)}{\partial x} \right|_{\Gamma_h} = \left. \frac{\partial u_2(x, z)}{\partial x} \right|_{\Gamma_h} - i\omega\mu_0\sigma_g u_2(x, z)|_{\Gamma_h}; \quad (5)$$

– условию излучения Зоммерфельда:

$$u_1(x, z) = O\left(r^{-\frac{1}{2}}\right), \quad \frac{\partial u_1(x, z)}{\partial r} - ik_1 u_1(x, z) = o\left(r^{-\frac{1}{2}}\right), \quad r = \sqrt{x^2 + z^2}. \quad (6)$$

Здесь k_1^2 и k_2^2 есть относительные диэлектрические постоянные в областях Ω_1 и Ω_2 соответственно; μ_0 – магнитная постоянная; ω – круговая частота падающей электромагнитной волны. Искомая функция u_1 соответствует касательной компоненте электрического поля отраженной от поверхности Γ_h электромагнитной волны, а u_2 соответствует касательной составляющей электрического поля, прошедшей вглубь Ω_2 электромагнитной волны. Функция u_{inc} соответствует касательной компоненте электрического поля падающей волны; в качестве u_{inc} можно использовать фундаментальное решение уравнения Гельмгольца в области Ω_1 , имеющее вид

$$u_{\text{inc}}(x, z) = \frac{Ai}{4} H_0^{(1)} \left(k_1 \sqrt{(x - x_0)^2 + (z - z_0)^2} \right),$$

где $H_0^{(1)}$ – функция Ханкеля первого рода; A , x_0 , z_0 – вещественные параметры.

Величина σ_g в формуле (5) есть поверхностная проводимость графена, которая с учетом оптической нелинейности данного двумерного материала определяется как

$$\sigma_g = \sigma^{(1)} + \sigma^{(3)} |\theta|^2,$$

где $\theta = u_2(x, z)|_{\Gamma_h}$, а $\sigma^{(1)}$ и $\sigma^{(3)}$ – некоторые комплексные постоянные.

В данной работе будем считать $\sigma^{(1)}$ и $\sigma^{(3)}$ произвольными (ограниченными) функциями переменной z , что не только добавляет общности нашему рассмотрению, но и обладает физическим содержанием. Так, например, выбирая $\sigma^{(1)}$, $\sigma^{(3)}$ в виде кусочно-постоянных функций, можно моделировать рассеяние электромагнитных волн на решетках из бесконечных (в продольном направлении Oy) графеновых полос.

Введем обозначения

$$f(z) = u_{\text{inc}}(x, z)|_{\Gamma_h}, \quad f'(z) = \left. \frac{\partial u_{\text{inc}}(x, z)}{\partial x} \right|_{\Gamma_h}.$$

В работе [14] с помощью метода функций Грина краевая задача (1)–(6) сведена к граничному интегральному уравнению

$$(N_2 v)(z) + (N_1 v)(z) - \gamma \sigma_g v(z) = F(z), \quad (7)$$

где $\gamma = (ic\epsilon_0)^{-1}$, $v(z)$ – след решения $u_2(x, z)$ на границе Γ_h ; N_j – гиперсингулярные интегральные операторы, имеющие вид

$$(N_j \varphi)(z) = \frac{\partial}{\partial x} \left[\int_{-\infty}^{+\infty} \varphi(\eta) \frac{\partial G_j(x, z, \xi, \eta)}{\partial \xi} \Big|_{\xi=h} d\eta \right]_{x=h},$$

$G_j \equiv G_j(x, z, \xi, \eta)$ – функция Грина задачи Дирихле для двумерного уравнения Гельмгольца в области Ω_j , и $F(z) = (N_1 f)(z) - f'(z)$. Подчеркнем, что уравнение (7) определено на всей действительной прямой \mathbb{R} и является нелинейным относительно искомой функции (см. определение проводимости графена σ_g).

В статье [14] разработан новый эффективный метод для нахождения приближенного решения интегрального уравнения (7), включающий следующую последовательность действий.

Шаг 1. С помощью замены переменных

$$z = \ln \frac{1+\zeta}{1-\zeta}, \quad \eta = \ln \frac{1+p}{1-p}$$

осуществляется переход от интегрального уравнения на всей прямой \mathbb{R} к интегральному уравнению, определенному на отрезке $[-1, 1]$. В результате этого гиперсингулярный интегральный оператор в уравнении принимает почти «канонический» вид

$$(1-\xi^2) \frac{d}{d\xi} \int_{-1}^1 \frac{1}{\zeta-p} \tilde{v}(p) \sqrt{1-p^2} dp, \quad (8)$$

где \tilde{v} – новая искомая функция.

Шаг 2. Заменяя $\tilde{v}(p)$ на сумму

$$\tilde{v}_N(\zeta) = \sum_{n=0}^N c_n U_n(\zeta), \quad (9)$$

где c_n – некоторые (неизвестные) комплексные числа; U_n – многочлены Чебышева второго рода, и используя хорошо известную формулу для действия гиперсингулярного интегрального оператора на многочлены Чебышева второго рода [15], гиперсингулярный интегральный оператор (8) вычисляем аналитически, при этом уравнение принимает следующий вид:

$$\sum_{n=0}^N c_n (\Upsilon_n(\zeta) - \gamma \sigma_g \sin((n+1) \arccos \zeta)) = F \left(\ln \frac{1+\zeta}{1-\zeta} \right), \quad (10)$$

где

$$\sigma_g = \sigma^{(1)}(\zeta) + \sigma^{(3)}(\zeta) |\tilde{v}|^2(\zeta),$$

$$\Upsilon_n(\zeta) = (n+1) \sqrt{1-\zeta^2} \sin((n+1) \arccos \zeta) + 2 \sum_{i=1}^3 K_i^{(n)}(\zeta),$$

здесь

$$K_i^{(n)}(\zeta) = \int_0^\pi \tilde{K}_i(\zeta, \cos \theta) \frac{\sin(n+1)\theta}{\sin \theta} d\theta,$$

$$\tilde{K}_1(\zeta, p) = -\frac{1}{2\pi} \left(1 - \frac{(1-p\zeta)^2}{(\zeta-p)^2} + \operatorname{arctanh}^{-2} \frac{\zeta-p}{1-p\zeta} \right),$$

два других интегральных ядра определяются следующим образом:

$$\tilde{K}_i(\zeta, p) = K_i \left(\ln \frac{1+\zeta}{1-\zeta}, \ln \frac{1+p}{1-p} \right),$$

где $K_2(z, \eta) = S_1(z, \eta) + S_2(z, \eta)$,

$$S_1(z, \eta) = \frac{1}{h} \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{q_n^2 \exp(-\beta_n |z - \eta|)}{\beta_n} - \frac{q_n^2 \exp(-q_n |z - \eta|)}{q_n},$$

$$S_2(z, \eta) = \frac{\pi \exp\left(-\frac{\pi}{h} |z - \eta|\right)}{h^2 \left(1 - \exp\left(-\frac{\pi}{h} |z - \eta|\right)\right)^2} - \frac{1}{\pi(z - \eta)^2},$$

$$K_3(z, \eta) = \frac{ik_1^2}{2} \left(\frac{H_1^{(1)}(k_1 |z - \eta|)}{k_1 |z - \eta|} + \frac{2i\pi^{-1}}{k_1^2 |z - \eta|^2} \right),$$

$q_n = \pi n h^{-1}$, $\beta_n = \sqrt{q_n^2 - k_2^2}$. Подчеркнем, что все интегралы $K_i^{(n)}$ в Υ_n имеют либо непрерывные ядра, либо ядра с логарифмической особенностью, поэтому легко вычисляются.

Шаг 3. Для нахождения приближенного решения уравнения (10) с учетом оптической нелинейности графена применяется следующий метод. Положим сначала $\sigma^{(3)} = 0$. В этом случае уравнение (10) является линейным и для его решения можно использовать классический метод коллокаций.

Введем сетку

$$-1 < \zeta_0 < \zeta_1 < \dots < \zeta_N < 1$$

с узлами ζ_k , являющимися корнями полинома Чебышева $U_{N+1}(\zeta)$. Найдем коэффициенты c_n в сумме (9) из системы, состоящей из $N + 1$ уравнений

$$\sum_{n=0}^N c_n \left[Y_n(\zeta_k) - \gamma \sigma^{(1)}(\zeta_k) \sin((n+1) \arccos \zeta_k) \right] = F \left(\ln \frac{1 + \xi_k}{1 - \xi_k} \right), \quad (11)$$

которую можно решить при помощи метода Гаусса или какого-либо итерационного метода.

Пусть теперь $\sigma^{(3)}$ отлична от нуля. Ясно, что в проводимости графена слагаемое $\sigma^{(3)} |\tilde{v}|^2$ является небольшой поправкой для $\sigma^{(1)}$. Отсюда следует, что, как и прежде, приближенное решение уравнения (10) можно искать в виде

$$\tilde{v}_{N,M}(\zeta) = \sum_{n=0}^N c_n^{(M)} U_n(\zeta), \quad (12)$$

но коэффициенты $c_n^{(M)}$ при этом определяются с помощью следующей итерационной схемы:

$$\sum_{n=0}^N c_n^{(M+1)} \left[Y_n(\zeta_k) - \gamma \sin((n+1) \arccos \zeta_k) \sigma_{N,M}(\zeta_k) \right] = F \left(\ln \frac{1 + \xi_k}{1 - \xi_k} \right), \quad (13)$$

где $M = 0, 1, \dots$, и

$$\sigma_{N,M}(\zeta) = \sigma^{(1)}(\xi) + \sigma^{(3)}(\xi) |\tilde{v}_{N,M}|^2(\zeta).$$

В качестве начального приближения $\tilde{v}_{N,0}$ имеет смысл использовать линейное решение \tilde{v}_N .

Шаг 4. Приближенные решения u_1 , u_2 задачи дифракции (1)–(6) вычисляются при помощи формул:

$$u_1(x, z) = \int_{-\infty}^{+\infty} v(\eta) \frac{\partial G_1(x, z, \xi, \eta)}{\partial \xi} \Big|_{\xi=h} d\eta - \int_{-\infty}^{+\infty} f(\eta) \frac{\partial G_1(x, z, \xi, \eta)}{\partial \xi} \Big|_{\xi=h} d\eta,$$

$$u_2(x, z) = - \int_{-\infty}^{+\infty} v(\eta) \frac{\partial G_2(x, z, \xi, \eta)}{\partial \xi} \Big|_{\xi=h} d\eta,$$

где в качестве $v(\eta)$ нужно использовать приближенное решение $\tilde{v}_{N,M}(\eta)$ уравнения (12). Подчеркнем, что данные интегралы не имеют особенностей вне границы Γ_h и, следовательно, легко вычисляются при помощи стандартных квадратурных формул.

Результаты и обсуждение

Линейная часть проводимости графена состоит из межзонной и внутризонной составляющих, т.е. $\sigma^{(1)} = \sigma_{\text{intra}} + \sigma_{\text{inter}}$. Полагая, что графен сильно легирован $|\mu_c| \gg k_b T$, где μ_c – химический потенциал, и энергия фотонов падающей волны удовлетворяет неравенству $\hbar\omega \ll 2|\mu_c|$, компоненты σ_{intra} , σ_{inter} можно вычислить по формулам:

$$\sigma_{\text{intra}}(\Omega) = \frac{ie^2}{\pi\hbar} \frac{1}{\Omega + iv_{\text{intra}}}, \quad \sigma_{\text{inter}}(\Omega) = \frac{ie^2}{4\pi\hbar} \ln \frac{2 - |\Omega| - iv_{\text{inter}}}{2 + |\Omega| + iv_{\text{inter}}},$$

где $\Omega = \hbar\omega / \mu_c$, $v_{\text{intra}} = \hbar / (|\mu_c| \tau_{\text{intra}})$, $v_{\text{inter}} = \hbar / (|\mu_c| \tau_{\text{inter}})$ [16]. Заметим, что величины v_{intra} и v_{inter} призваны учесть потери, обусловленные рассеянием электронов при конечных температурах. В вычислениях будут использованы $\tau_{\text{intra}} = 100$ фс, $\tau_{\text{inter}} = 1$ пс и $\mu_c = 0,5$ эВ.

Нелинейный коэффициент $\sigma^{(3)}$ в проводимости графена определяется по формуле

$$\sigma^{(3)}(\Omega) = -i \frac{3}{32} \frac{e^2}{\pi\hbar} \frac{(eV_F)^2 \hbar^2}{\mu_c^4 \Omega^3},$$

где V_F – скорость Ферми [5].

В вычислениях использованы следующие параметры: $k_1 = 1$ (воздух), $k_2 = 3,42$ (кремний Si), $h = 0,6$. Считаем, что источник света расположен в точке с координатами $x_0 = 10 h$, $z_0 = 0$ и излучает электромагнитную волну с «амплитудой» $A = 10^7$ на частоте $\omega / 2\pi = 6$ ТГц.

Подчеркнем, что безразмерная толщина h слоя Ω_2 должна коррелировать с его физическим размером. Действительно, h должна вычисляться по формуле $h = k_0 \tilde{h}$, где \tilde{h} – реальная толщина слоя. Пусть $\tilde{h} = 20$ мкм. Для $\omega / 2\pi = 6$ ТГц имеем $k_0 \approx 3 \cdot 10^4 \text{ м}^{-1}$. Отсюда находим $h \approx 0,6$.

На рис. 1 представлено приближенное решение (12) уравнения (10) с $N = 800$ и $M = 2$, а также приближенное решение (9) уравнения (10) с $N = 800$ в отсутствие графена ($\sigma^{(1)} = \sigma^{(3)} = 0$).

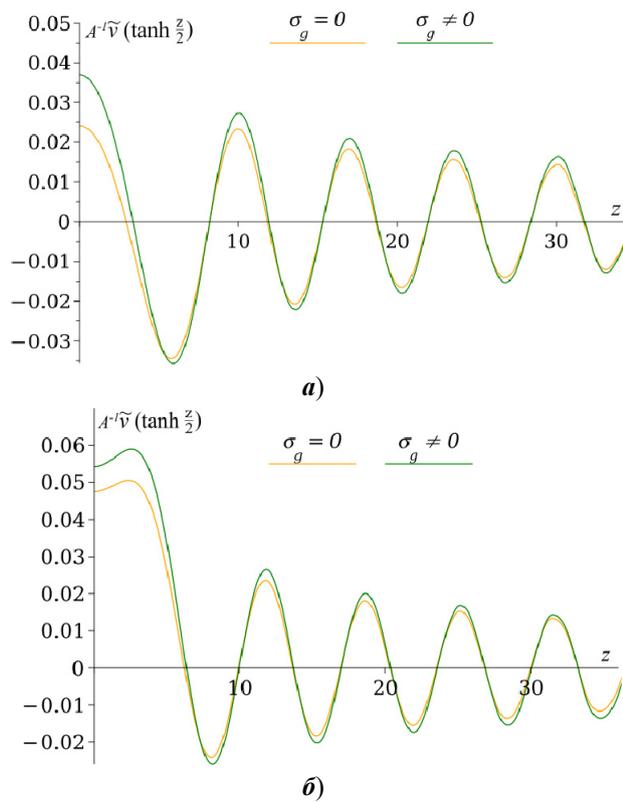


Рис. 1. Действительная (а) и мнимая (б) части приближенных решений уравнения (10) с нулевым (оранжевые кривые) и ненулевым (зеленые кривые) значениями проводимости σ_g графена

На рис. 2 представлены приближенные решения (12) уравнения (10) с $N = 800$ и $M = 2$ для разных значений химического потенциала μ_c графена.

На рис. 3–5 приведены результаты моделирования дифракции ТЕ-волны на диэлектрическом слое, на поверхности которого размещена

регулярная решетка из бесконечных (в направлении Oy) графеновых полос с периодом d . В этом случае проводимость σ_g в уравнении (10) задается кусочно-постоянной функцией вида

$$\sigma_g(\zeta) = \begin{cases} \sigma^{(1)} + \sigma^{(3)} |\tilde{v}|^2(\zeta), & \tanh \frac{d}{2} \left(2n - \frac{1}{2} \right) \leq \zeta \leq \tanh \frac{d}{2} \left(2n + \frac{1}{2} \right), \\ 0, & \tanh \frac{d}{2} \left(2n + \frac{1}{2} \right) \leq \zeta \leq \tanh \frac{d}{2} \left(2n + \frac{3}{2} \right), \end{cases} \quad (14)$$

где $n \in \mathbb{Z}$, а $\sigma^{(1)}$ и $\sigma^{(3)}$ – постоянные, которые определяются в соответствии с указанными выше соотношениями.

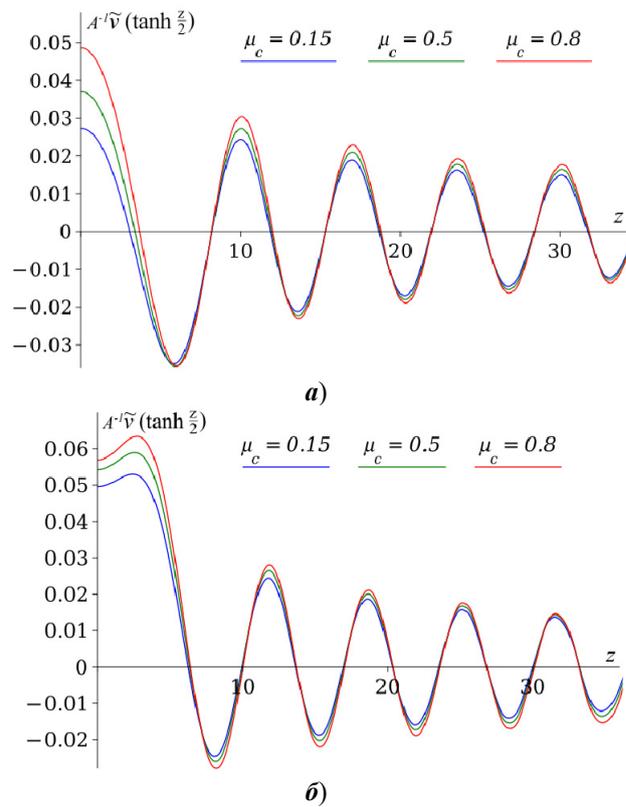


Рис. 2. Действительная (а) и мнимая (б) части приближенных решений (12) нелинейного уравнения (10) для разных значений химического потенциала μ_c графена

На рис. 6–9 представлены приближенные решения $u_1(x, z)$, $u_2(x, z)$ исходной задачи дифракции ТЕ-поляризованной волны на плоском диэлектрическом слое, покрытом графеном с одной стороны и имеющем абсолютно проводящую стенку на другой своей границе. Функции u_1 , u_2 есть касательные компоненты электрических полей прошедшей и отраженной электромагнитных волн соответственно.

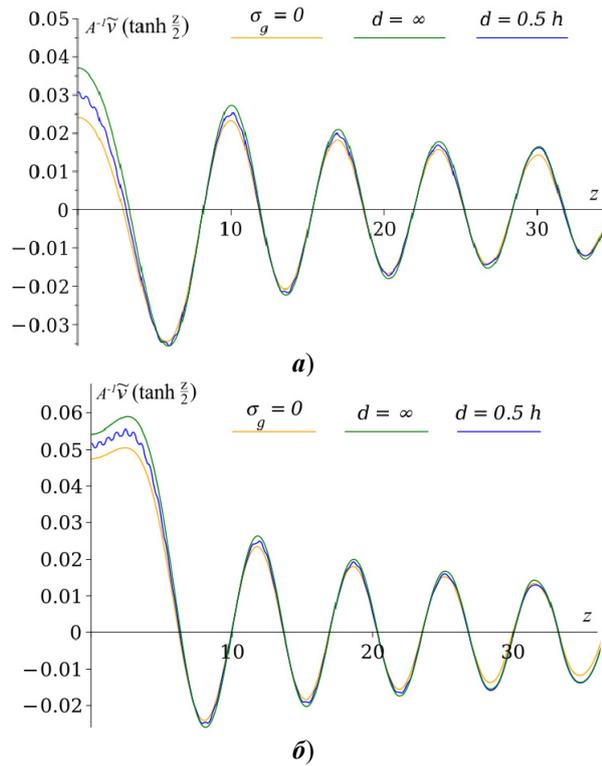


Рис. 3. Действительная (а) и мнимая (б) части приближенных решений уравнения (10) для трех случаев: оба коэффициента $\sigma^{(1)}, \sigma^{(3)}$ в σ_g равны нулю (оранжевые кривые); коэффициенты $\sigma^{(1)}, \sigma^{(3)}$ в σ_g – отличные от нуля постоянные (зеленые кривые); коэффициенты $\sigma^{(1)}, \sigma^{(3)}$ в σ_g – кусочно-постоянные функции (14) с $d = 0,5h$

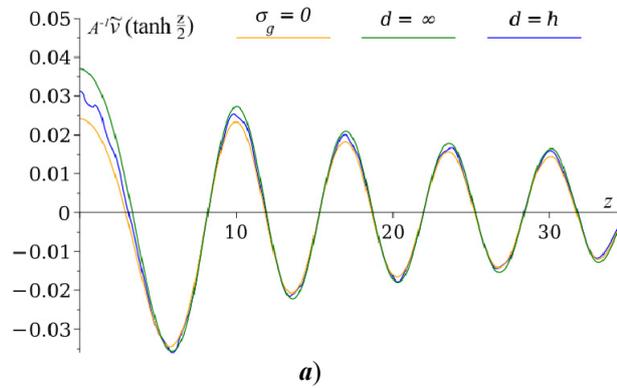


Рис. 4. Действительная (а) и мнимая (б) части приближенных решений уравнения (10) для трех случаев: оба коэффициента $\sigma^{(1)}, \sigma^{(3)}$ в σ_g равны нулю (оранжевые кривые); коэффициенты $\sigma^{(1)}, \sigma^{(3)}$ в σ_g – отличные от нуля постоянные (зеленые кривые); коэффициенты $\sigma^{(1)}, \sigma^{(3)}$ в σ_g – кусочно-постоянные функции (14) с $d = h$ (начало)

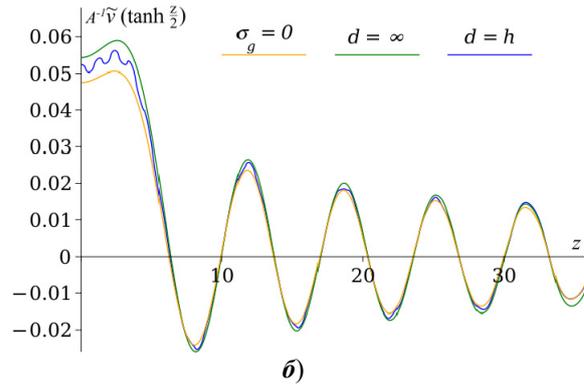


Рис. 4. Окончание

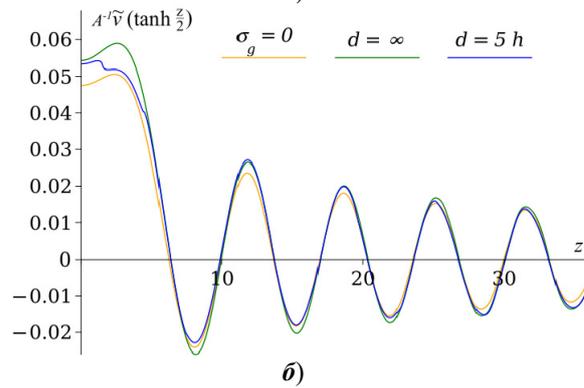
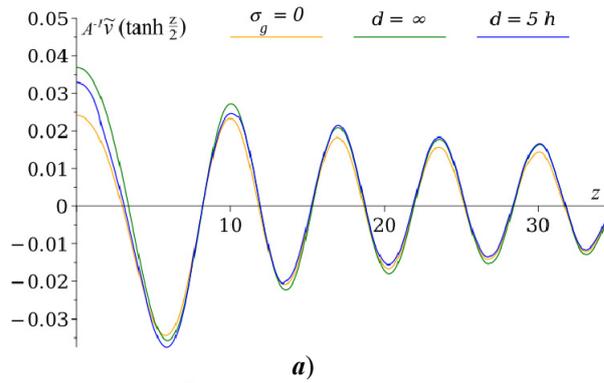


Рис. 5. Действительная (a) и мнимая ($\bar{\theta}$) части приближенных решений уравнения (10) для трех случаев: оба коэффициента $\sigma^{(1)}$, $\sigma^{(3)}$ в σ_g равны нулю (оранжевые кривые); коэффициенты $\sigma^{(1)}$, $\sigma^{(3)}$ в σ_g – отличные от нуля постоянные (зеленые кривые); коэффициенты $\sigma^{(1)}$, $\sigma^{(3)}$ в σ_g – кусочно-постоянные функции (14) с $d = 5h$

Представленные на рис. 2, 8, 9 результаты наглядно демонстрируют возможность модуляции оптического сигнала при помощи управления химическим потенциалом графена (прикладывая к монослою графена напряжение или магнитное поле).

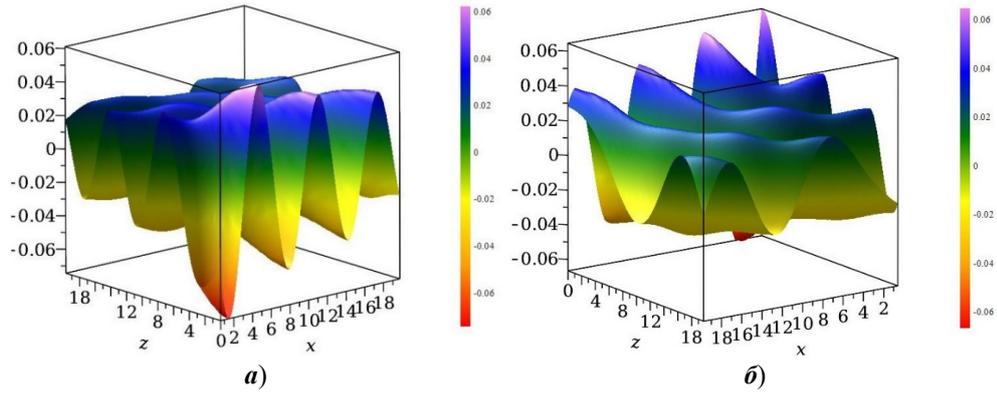


Рис. 6. Действительная (а) и мнимая (б) части приближенного решения задачи дифракции в Ω_1 (касательная компонента электрического поля отраженной волны)

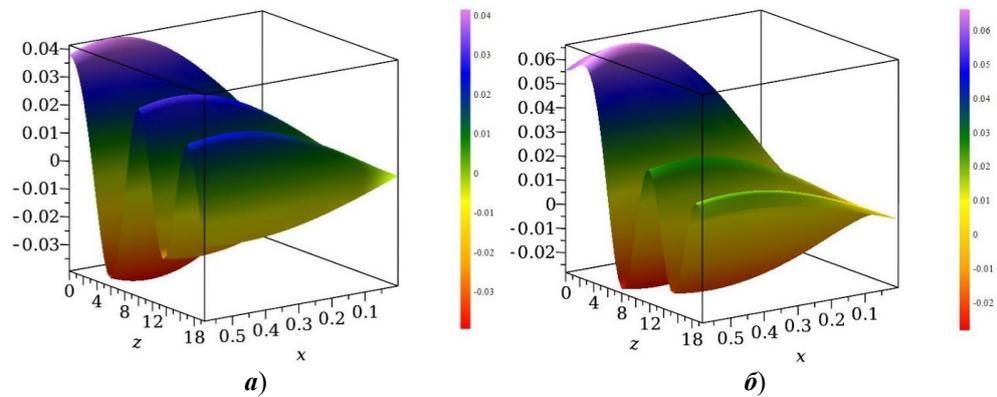


Рис. 7. Действительная (а) и мнимая (б) части приближенного решения задачи дифракции в Ω_2 (касательная компонента электрического поля прошедшей волны)

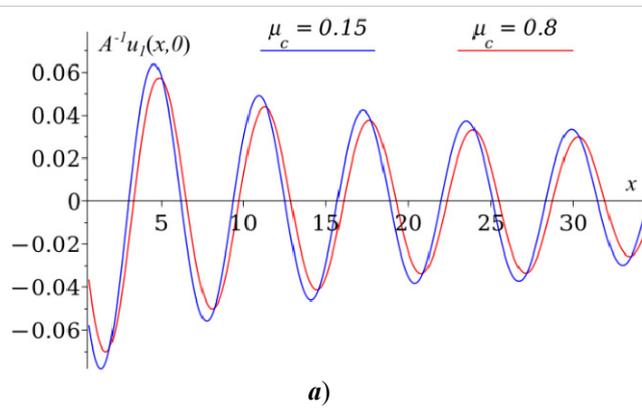


Рис. 8. Действительная (а) и мнимая (б) части приближенного решения задачи дифракции в Ω_2 (касательная компонента электрического поля прошедшей волны), вычисленного при $z = 0$, для разных значений химического потенциала μ_c графена (начало)

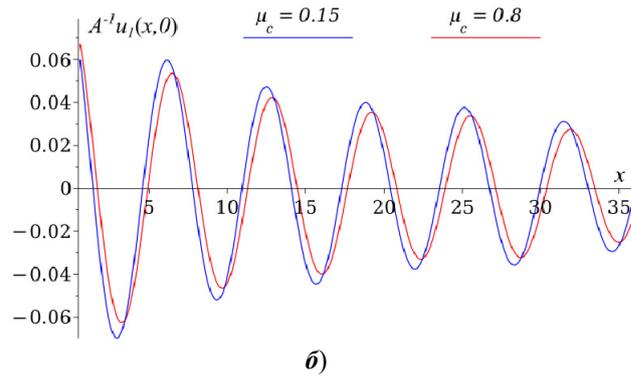


Рис. 8. Окончание

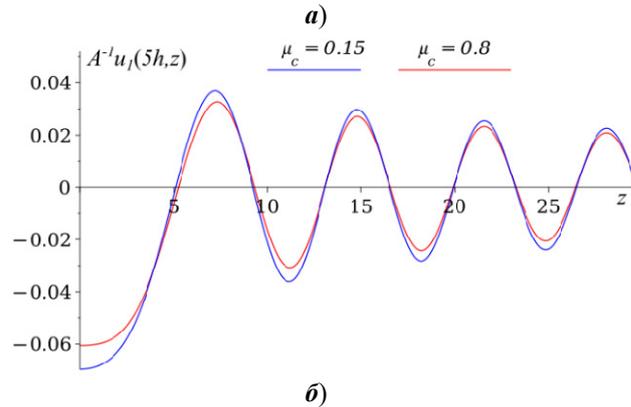
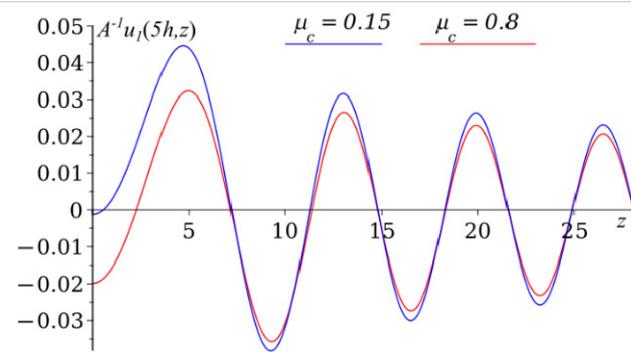


Рис. 9. Действительная (а) и мнимая (б) части приближенного решения задачи дифракции в Ω_2 (касательная компонента электрического поля прошедшей волны), вычисленного при $x = 5h$, для разных значений химического потенциала μ_c графена

Заключение

Исследована задача дифракции монохроматической ТЕ-волны на двумерном диэлектрическом слое, на поверхности которого размещен монослой графена или регулярная решетка из графеновых полос, с учетом оптической нелинейности графена. Задача дифракции при помощи метода функций Грина сводится к нелинейному гиперсингулярному интегральному уравнению.

Для нахождения приближенных решений этого уравнения использован численный метод, разработанный в [14]. Выполнено моделирование дифракции ТЕ-поляризованной электромагнитной волны на частоте 6 ТГц на слое кремния толщиной 20 мкм, покрытом монослоем графена либо решеткой из графеновых полос, причем при моделировании использовались разные значения химического потенциала графена и периода решетки. Полученные результаты демонстрируют возможность управления (модуляции) оптического сигнала при помощи изменения химического потенциала графена.

Список литературы

1. Geim A. K., Novoselov K. S. The rise of graphene // *Nature Materials*. 2007. Vol. 6. P. 183–191. doi: 10.1038/nmat1849
2. Castro Neto A. H., Guinea F., Peres N. M. R. [et al.]. The electronic properties of graphene // *Reviews of Modern Physics*. 2009. Vol. 81. P. 109–162. doi: 10.1103/RevModPhys.81.109
3. Nair R. R., Blake P., Grigorenko A. N. [et al.]. Fine structure constant defines visual transparency of graphene // *Science*. 2008. Vol. 320, № 5881. P. 1308–1308. doi: 10.1126/science.1156965
4. Wang F., Zhang Y., Tian C. [et al.]. Gate-variable optical transitions in graphene // *Science*. 2008. Vol. 320, № 5873. P. 206–209. doi: 10.1126/science.1152793
5. Mikhailov S. A., Ziegler K. Nonlinear electromagnetic response of graphene: frequency multiplication and self-consistent field effects // *Journal of Physics: Condensed Matter*. 2008. Vol. 20, № 38. P. 384204. doi: 10.1088/0953-8984/20/38/384204
6. Cheng J. L., Vermeulen N., Sipe J. E. Third order optical nonlinearity of graphene // *New Journal of Physics*. 2014. Vol. 16, № 5. P. 053014. doi: 10.1088/1367-2630/16/5/053014
7. Liu M., Yin X., Ulin-Avila E. [et al.]. A graphene-based broadband optical modulator // *Nature*. 2011. Vol. 474. P. 64–67. doi: 10.1038/nature10067
8. Xia F., Mueller T., Lin Y. [et al.]. Ultrafast graphene photodetector // *Nature Nanotech.* 2009. Vol. 4. P. 839–843. doi: 10.1038/nnano.2009.292
9. Gorbach A. V. Nonlinear graphene plasmonics: Amplitude equation for surface plasmons // *Physical Review A*. 2013. Vol. 87. P. 013830. doi: 10.1103/PhysRevA.87.013830
10. Gorbach A. V., Marini A., Skryabin D. V. Graphene-clad tapered fiber: effective nonlinearity and propagation losses // *Optics Letters*. 2013. Vol. 38, № 24. P. 5244–5247. doi: 10.1364/OL.38.005244
11. Savostianova N. A., Mikhailov S. A. Third harmonic generation from graphene lying on different substrates: optical-phonon resonances and interference effects // *Opt Express*. 2017. Vol. 25, № 4. P. 3268–3285. doi: 10.1364/OE.25.003268
12. Smirnov Yu., Tikhov S. The nonlinear eigenvalue problem of electromagnetic wave propagation in a dielectric layer covered with graphene // *Photonics*. 2023. Vol. 10, № 5. doi: 10.3390/photonics10050523
13. Tikhov S., Valovik D. Electromagnetic guided wave in goubau line with graphene covering: Te case // *Photonics*. 2023. Vol. 10, № 11. doi: 10.3390/photonics10111205
14. Smirnov Yu., Tikhov S. Boundary Integral Equations Approach for a Scattering Problem of a TE-Wave on a Graphene-Coated Slab // *Photonics*. 2025. Vol. 12, № 456. doi: 10.3390/photonics12050456
15. Ervin V. J., Stephan E. P. Collocation with Chebyshev polynomials for a hypersingular integral equation on an interval // *Journal of Computational and Applied Mathematics*. 1992. Vol 43, № 1. P. 221–229. doi: 10.1016/0377-0427(92)90267-2
16. Mikhailov S. A., Ziegler K. New Electromagnetic Mode in Graphene // *Physical Review Letters*. 2007. Vol. 99. P. 016803. doi: 10.1103/PhysRevLett.99.016803

References

1. Geim A.K., Novoselov K.S. The rise of graphene. *Nature Materials*. 2007;6:183–191. doi: 10.1038/nmat1849
2. Castro Neto A.H., Guinea F., Peres N.M.R. et al. The electronic properties of graphene. *Reviews of Modern Physics*. 2009;81:109–162. doi: 10.1103/RevModPhys.81.109
3. Nair R.R., Blake P., Grigorenko A.N. et al. Fine structure constant defines visual transparency of graphene. *Science*. 2008;320(5881):1308–1308. doi: 10.1126/science.1156965
4. Wang F., Zhang Y., Tian C. et al. Gate-variable optical transitions in graphene. *Science*. 2008;320(5873):206–209. doi: 10.1126/science.1152793
5. Mikhailov S.A., Ziegler K. Nonlinear electromagnetic response of graphene: frequency multiplication and self-consistent field effects. *Journal of Physics: Condensed Matter*. 2008;20(38):384204. doi: 10.1088/0953-8984/20/38/384204
6. Cheng J.L., Vermeulen N., Sipe J.E. Third order optical nonlinearity of graphene. *New Journal of Physics*. 2014;16(5):053014. doi: 10.1088/1367-2630/16/5/053014
7. Liu M., Yin X., Ulin-Avila E. et al. A graphene-based broadband optical modulator. *Nature*. 2011;474:64–67. doi: 10.1038/nature10067
8. Xia F., Mueller T., Lin Y. et al. Ultrafast graphene photodetector. *Nature Nanotech.* 2009;4:839–843. doi: 10.1038/nnano.2009.292
9. Gorbach A.V. Nonlinear graphene plasmonics: Amplitude equation for surface plasmons. *Physical Review A*. 2013;87:013830. doi: 10.1103/PhysRevA.87.013830
10. Gorbach A.V., Marini A., Skryabin D.V. Graphene-clad tapered fiber: effective nonlinearity and propagation losses. *Optics Letters*. 2013;38(24):5244–5247. doi: 10.1364/OL.38.005244
11. Savostianova N.A., Mikhailov S.A. Third harmonic generation from graphene lying on different substrates: optical-phonon resonances and interference effects. *Opt Express*. 2017;25(4):3268–3285. doi: 10.1364/OE.25.003268
12. Smirnov Yu., Tikhov S. The nonlinear eigenvalue problem of electromagnetic wave propagation in a dielectric layer covered with graphene. *Photonics*. 2023;10(5). doi: 10.3390/photonics10050523
13. Tikhov S., Valovik D. Electromagnetic guided wave in goubau line with graphene covering: Te case. *Photonics*. 2023;10(11). doi: 10.3390/photonics10111205
14. Smirnov Yu., Tikhov S. Boundary Integral Equations Approach for a Scattering Problem of a TE-Wave on a Graphene-Coated Slab. *Photonics*. 2025;12(456). doi: 10.3390/photonics12050456
15. Ervin V.J., Stephan E.P. Collocation with Chebyshev polynomials for a hypersingular integral equation on an interval. *Journal of Computational and Applied Mathematics*. 1992;43(1):221–229. doi: 10.1016/0377-0427(92)90267-2
16. Mikhailov S.A., Ziegler K. New Electromagnetic Mode in Graphene. *Physical Review Letters*. 2007;99:016803. doi: 10.1103/PhysRevLett.99.016803

Информация об авторах / Information about the authors

Станислав Вячеславович Тиховаспирант, Пензенский
государственный университет (Россия,
г. Пенза, ул. Красная, 40)**Stanislav V. Tikhov**Postgraduate student, Penza State
University (40 Krasnaya street,
Penza, Russia)

E-mail: tik.stanislav2015@yandex.ru

Автор заявляет об отсутствии конфликта интересов / The author declares no conflicts of interests.**Поступила в редакцию / Received 06.06.2025****Поступила после рецензирования и доработки / Revised 24.06.2025****Принята к публикации / Accepted 10.07.2025**