# ГИДРАВЛИКА. ГЕОТЕХНИКА. ГИДРОТЕХНИЧЕСКОЕ СТРОИТЕЛЬСТВО

НАУЧНАЯ СТАТЬЯ / RESEARCH PAPER УДК 624.154 DOI: 10.22227/1997-0935.2024.10.1641-1650

# Теоретические основы количественной оценки расширения лидирующей скважины щебеночной буронабивной сваи в нелинейной постановке

## Армен Завенович Тер-Мартиросян, Чан Мань Тхием

Национальный исследовательский Московский государственный строительный университет (НИУ МГСУ); г. Москва, Россия

#### АННОТАЦИЯ

Введение. Известно, что для уплотнения слабых грунтов на глубине применяются различные методы, включая создание грунтовых колонн путем объемного расширения порции материала (щебень, песок и т.д.) под воздействием вертикальной нагрузки в забое скважины. С увеличением вертикальной нагрузки происходит увеличение диаметра рабочего материала до определенного значения, что приводит к возникновению значительных радиальных и тангенциальных напряжений в окружающем слабом грунте. Настоящая работа посвящена разработке теоретических основ изготовления щебеночной буронабивной сваи, позволяющих дать количественную оценку напряженнодеформированного состояния (НДС) в грунтовом цилиндре вследствие расширения диаметра лидирующей скважины. Изложены постановка и решение задачи по оценке НДС толстостенного грунтового цилиндра ограниченных размеров (диаметр, высота) с диаметром скважины. По существу, это общеизвестная задача Лямэ о толстостенной трубе.

Материалы и методы. Задача рассмотрена в линейной и нелинейной постановках. Решение получено аналитическим методом. Для оценки НДС толстостенного грунтового цилиндра использовались решение задачи Лямэ о толстостенной трубе и системы физических уравнений Генки.

**Результаты.** Получены выражения для определения перемещения стенки скважины в радиальном направлении, радиального и касательного напряжений в грунтовом цилиндре. Показаны кривые зависимости радиального перемещения от давления на стенки скважины. Результаты отображены графически.

**Выводы.** Полученные решения могут быть применены для определения радиального перемещения стенки скважины при глубинном уплотнении слабых грунтов методом создания грунтовых колонн путем объемного расширения в линейной и нелинейной постановках. Построены кривые зависимости радиального перемещения от давления на стенки скважины при различных деформированных и прочностных параметрах окружающих грунтов, а также геометрических параметров.

**КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА:** слабые глинистые грунты, свая-дрена, фундамент, напряженно-деформированное состояние, преобразование слабых оснований, укрепление оснований

*Благодарности.* Основная идея статьи принадлежит профессору Завену Григорьевичу Тер-Мартиросяну и посвящается его памяти.

**ДЛЯ ЦИТИРОВАНИЯ:** *Тер-Мартиросян А.З., Тхием Ч.М.* Теоретические основы количественной оценки расширения лидирующей скважины щебеночной буронабивной сваи в нелинейной постановке // Вестник МГСУ. 2024. Т. 19. Вып. 10. С. 1641–1650. DOI: 10.22227/1997-0935.2024.10.1641-1650

Автор, ответственный за переписку: Чан Мань Тхием, tranmanhthiem@gmail.com.

# Theoretical basis for quantitative evaluation of the expansion of the leading hole of a crushed stone bored pile in a nonlinear setting

## Armen Z. Ter-Martirosyan, Tran Manh Thiem

Moscow State University of Civil Engineering (National Research University) (MGSU); Moscow, Russian Federation

#### ABSTRACT

**Introduction.** It is known that various methods are used to compact soft soils at depth, including the creation of soil columns by volumetric expansion of a portion of material (crushed stone, sand, etc.) under the influence of vertical load at the bottom of the well. With an increase in vertical load, the diameter of the working material increases to a certain value, resulting in significant radial and tangential stresses in the surrounding soft soil. This work is devoted to the development of the theo-

retical foundations for the manufacture of crushed stone bored piles that make it possible to quantify the stress-strain state in a soil cylinder due to the expansion of the diameter of the leading well. The formulation and solution of the problem of estimating the stress-strain state of a thick-walled soil cylinder of limited dimensions (diameter, height) with the diameter of a well are presented. Essentially, this is the well-known Lame problem of a thick-walled pipe.

**Materials and methods.** The problem was considered in linear and nonlinear formulations. The solution was obtained by the analytical method. To estimate the stress-strain state of a thick-walled soil cylinder, the solution to the Lame problem of a thick-walled pipe and the system of Genki physical equations was used.

**Results.** The expressions are obtained to determine the radial displacement of the borehole wall, radial and tangential stresses in the soil cylinder. The curves dependency of the radial displacement on radial pressure of borehole wall are shown. The achieved results are illustrated with graphics.

**Conclusions.** The obtained solutions can be used to determine the radial displacement of the borehole wall during deep compaction of soft soils in linear and nonlinear formulations by adding crushed stone columns. The curves dependency of the radial displacement on radial pressure of borehole wall with various stiffness and strength parameters of the surrounding soils, as well as geometric parameters are presented.

KEYWORDS: soft clay soils, drain pile, foundation, stress-strain state, weak base conversion, foundation reinforcement

Acknowledgments. The main idea of the article belongs to Professor Zaven Grigorievich Ter-Martirosyan and is dedicated to his memory.

**FOR CITATION:** Ter-Martirosyan A.Z., Thiem T.M. Theoretical basis for quantitative evaluation of the expansion of the leading hole of a crushed stone bored pile in a nonlinear setting. *Vestnik MGSU* [Monthly Journal on Construction and Architecture]. 2024; 19(10):1641-1650. DOI: 10.22227/1997-0935.2024.10.1641-1650 (rus.).

Corresponding author: Tran Manh Thiem, tranmanhthiem@gmail.com.

#### введение

Как известно, при глубинном уплотнении слабых грунтов используются различные технологии глубинного уплотнения, в том числе метод создания грунтовых колонн путем объемного расширения порции рабочего материала (щебень, песок и т.д.) при вертикальной нагрузке в забое скважины. Вопросы теоретического и практического обоснования глубинного уплотнения освещены в работах российских<sup>1</sup> и зарубежных авторов [1–14].

С ростом вертикальной нагрузки происходит увеличение диаметра рабочего материала до определенного значения, что приводит к возникновению радиальных и тангенциальных напряжений в окружающем слабом грунте. В свою очередь вызывает уплотнение и существенное упрочнение слабого грунта. Эксперименты, проведенные сотрудниками Научно-образовательного центра «Геотехника» НИУ МГСУ на опытной площадке в 2016 г. на объекте энергетического строительства, подтверждают эффективность метода глубинного уплотнения. Результаты контрольных испытаний демонстрируют увеличение модуля деформации слабого грунта с 5-10 до 25-30 МПа. Растет также плотность щебеночного материала под действием высокой нагрузки (до 200 т), его модуль деформации достигает 30-40 МПа и более. В результате формируется уплотненный грунтовый цилиндр, который содержит прочную щебеночную сваю. Подобная ячейка в конструкции плитного фундамента может выдерживать значительную нагрузку при относительно небольших перемещениях стенки. Количественная оценка деформации и несущей способности полу-





**Fig. 1.** Technology for supplying and compacting working material (crushed stone) by driving a leading hole, leading to the emergence of radial and tangential stresses in the surrounding soil, which contribute to soil compaction

ченной ячейки является самостоятельной задачей, и к ней мы вернемся в ближайшее время.

Настоящая работа посвящена разработке теоретических основ изготовления щебеночной буронабивной сваи, позволяющей дать количественную оценку напряженно-деформированного состояния (НДС) в грунтовом цилиндре вследствие расширения диаметра лидирующей скважины, в том числе определение компонентов напряжения ( $\sigma_r$ ,  $\sigma_i$ ) и деформации ( $\varepsilon_r$ ,  $\varepsilon_i$ ); объемную деформацию окружающего грунта  $\varepsilon = \varepsilon_r + \varepsilon_i/3$  в условиях плоской деформации  $\varepsilon_z = 0$ . При этом  $\sigma_z = \sigma_r + \sigma_i/1 + v$ . Решение поставленной задачи заключается в анализе НДС толстостенного грунтового цилиндра с определен-

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup> Абелев М.Ю., Крутов В.И. Технология уплотнения грунтов : учебное пособие. М. : Б. и., 1984. 48 с.



**Рис. 2.** Стандартное размещение щебеночных свай для уплотнения и порядок их выполнения на строительной площадке с промежутками 1732 и 1000 мм между осями

Fig. 2. Standard placement of crushed stone piles for compaction and the order of their implementation on the construction site with gaps of 1,732 and 1,000 mm between axes



**Рис. 3.** Расчетная схема расширения диаметра лидирующей скважины (*a*) и технологии ее расширения (*b*) [15]: σ<sub>r</sub> — радиальные напряжения; σ<sub>t</sub> — тангенциальные напряжения; *u<sub>k</sub>* — перемещение стенки скважины в радиальном направлении; *E*<sub>1</sub> — модуль деформации окружающего грунта; *E*<sub>2</sub> — модуль деформации колонны; *C*<sub>1</sub> — сцепление грунта; *C*<sub>2</sub> — сцепление щебня; *N* — ось продольных усилий; *M* — момент вращения рабочего органа

**Fig. 3.** Calculation scheme for expanding the diameter of the leading well (*a*) and the technology of stone column construction (*b*) [15]:  $\sigma_r$  — radial stresses;  $\sigma_i$  — tangential stresses;  $u_k$  — radial displacement of the well wall in the radial direction;  $E_1$  — deformation modulus of the surrounding soil;  $E_2$  — column deformation modulus;  $C_1$  — soil cohesion;  $C_2$  — cohesion of crushed stone; N — vertical forces; M — rotation moment

ными размерами (диаметр, высота) и диаметром скважины d = 2a. По существу, это общеизвестная задача Лямэ о толстостенной трубе.

Учитывая то обстоятельство, что метод создания щебеночной сваи в глинистом грунте основан на принципе глубинного уплотнения слабого грунта, этот принцип заключается в том, что диаметр лидирующей скважины принудительно расширяется в забое с помощью мощных домкратов (до 200 т) (рис. 1–3).

#### МАТЕРИАЛЫ И МЕТОДЫ

Рассмотрим НДС грунтового цилиндра (см. рис. 3) при расширении радиуса лидирующей скважины. В этом случае появляется осесимметричное НДС в любом сечении цилиндра и не возникает касательных напряжения ( $\tau_{r,t} = 0$ ). Уравнение равновесия в этом случае записывается следующим образом<sup>2</sup>:

$$\sigma_r - \sigma_t + r \frac{dr}{dt} = 0.$$
 (1)

Деформации ε<sub>r</sub> и ε<sub>t</sub> связаны с радиальными перемещениями из зависимости:

$$\varepsilon_r = \frac{du}{dr}; \ \varepsilon_t = \frac{u}{r}.$$
 (2)

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup> *Тер-Мартиросян З.Г.* Механика грунтов. М. : МГСУ ; Изд-во АСВ, 2009. 551 с.

Физические уравнения при линейной деформации имеют вид [15, 16]:

$$\sigma_{r} = \frac{E}{1 - v^{2}} \cdot (\varepsilon_{r} + \varepsilon_{t});$$
  

$$\sigma_{t} = \frac{E}{1 - v^{2}} \cdot (\varepsilon_{t} + v \cdot \varepsilon_{r}),$$
(3)

где *Е* — модуль деформации слабого грунта, кПа; *v* — коэффициент Пуассона.

Подставляя геометрические уравнения (2) в (3), получаем:

$$\sigma_r = \frac{E}{1 - v^2} \cdot \left(\frac{du}{dr} + v \cdot \frac{u}{r}\right);$$
  

$$\sigma_t = \frac{E}{1 - v^2} \cdot \left(\frac{u}{r} + v \cdot \frac{du}{dr}\right).$$
(4)

Подставляя эти выражения в формулу (1), получим разрешающее уравнение в методе напряжений задачи Лямэ в перемещениях:

$$\frac{d^2u}{dr^2} + \frac{1}{r} \cdot \frac{du}{dr} = \frac{u}{r^2}.$$
(5)

Общий интеграл этого уравнения известен и имеет вид:

$$u = A \cdot r + \frac{B}{r}.$$
 (6)

Постоянные интегрирования *А* и *В* можно получить из граничных условий. В рассматриваемой в настоящей работе постановке они:

$$\sigma_{r=a} = P_a;$$
  
$$u_{r=b} = 0.$$
 (7)

Такие граничные условия продиктованы условиями, в которых находятся грунтовые цилиндры. Они установлены к стенке скважины и к внешней границе грунтового цилиндра.

Из условия  $u_{r=b} = 0$  следует, что:

$$B = -A \cdot b^2 \text{ или } A = \frac{-B}{b^2}.$$
 (8)

Используя эти условия, а также первое из формулы при  $\sigma_r = P_a$  из выражения (4), получаем:

$$P_{a} = \frac{E}{1-v^{2}} \cdot \left[ A \cdot (1+v) + A \cdot \frac{b^{2}}{a^{2}} \cdot (1-v) \right] =$$

$$= \frac{AE}{1-v^{2}} \cdot \left[ 1+v + \frac{b^{2}}{a^{2}} \cdot (1-v) \right]$$
(9)

окончательно

$$A = P_a \cdot \frac{1 - v^2}{E} \cdot \frac{a^2}{a^2 \cdot (1 + v) + b^2 \cdot (1 - v)}.$$
 (10)

Подставляя это уравнение *A* в исходное уравнение (9), получаем:

$$\sigma_r = P_a \cdot \frac{a^2}{a^2 \cdot (1+\nu) + b^2 \cdot (1-\nu)} \times \left[1 + \nu + \frac{b^2}{r^2} \cdot (1-\nu)\right].$$
(11)

Видно, что при r = a,  $\sigma_r = P_a$ . Аналогично для  $\sigma_r$  можно записать:

$$\sigma_{t} = P_{a} \cdot \frac{a^{2}}{a^{2} \cdot (1+\nu) + b^{2} \cdot (1-\nu)} \times \left[1 + \nu - \frac{b^{2}}{r^{2}} \cdot (1-\nu)\right]$$
(12)

при r = b,

>

$$\sigma_t = P_a \cdot \frac{2 \cdot a^2}{a^2 \cdot (1+v) + b^2 \cdot (1-v)};$$
 (12 a)

$$\sigma_r + \sigma_t = 2 \cdot P_a \cdot \frac{a^2 (1+v)}{a^2 (1+v) + b^2 (1-v)} = \text{const};$$
  

$$\sigma_m = \frac{(\sigma_r + \sigma_t)(1+v)}{3}.$$
(13)

Для определения перемещения внутренней поверхности лидирующей скважины воспользуемся уравнением (6) и обозначениями параметров *A* и *B*, тогда:

$$U(r) = A \cdot r + \frac{B}{r} = P_a \cdot \frac{1 - v^2}{E} \times \frac{a^2}{a^2 \cdot (1 + v) + b^2 \cdot (1 - v)} \cdot \left[r - \frac{b^2}{r}\right].$$
 (13 a)

#### Исходные уравнения при решении задачи в упругопластической постановке

В соответствии с действующими нормативными документами<sup>3</sup>, при расчете осадки основания с учетом нелинейности деформирования грунтов [16] можно определить модули деформации  $E_{0i}$  для испытаний грунтов на разных глубинах в зависимости от действующих напряжений  $\sigma_{zi}$ . Эти модули, согласно уравнению Гука, определяют деформацию слоев  $\varepsilon_i = 0.8 \cdot \sigma_{zi}/E_{0i}$ . Осадка основания при нагрузках ниже расчетного сопротивления грунта R рассчитывается как сумма осадок слоев на центральной вертикальной оси в условиях компрессионного сжатия ( $\varepsilon_x = 0$ ;  $\varepsilon_y = 0$ ). Тогда  $S_i = \sum_{i=1}^{n} \varepsilon_i \cdot \Delta h_i$ .

Исходя из предположения, что напряженное состояние основания устанавливается по методу Фламана<sup>4</sup>, можно косвенно учесть нелинейность деформирования грунтов основания.

В данной работе для прогнозирования перемещения стенки используется система уравнений Генки [17], которая описывает сумму сдвиговых и объемных деформаций ( $\varepsilon_r = \varepsilon_{rr} + \varepsilon_{rr}$ ):

$$\varepsilon_r = \frac{\sigma_r - \sigma_m}{G(\sigma_m, \tau_i / \tau_i^*)} + \frac{\sigma_m}{K(\sigma_m)}, \qquad (14)$$

<sup>&</sup>lt;sup>3</sup> *Пьянков С.А.* Механика грунтов : учебное пособие. Ульяновск : УлГТУ, 2018. 195 с.

<sup>&</sup>lt;sup>4</sup> Флорин В.А. Основы механики грунтов. Л. ; М. : Госстройиздат. Ленингр. отд-ние, 1959. Т. 1. 356 с.

где  $G(\sigma_m, \tau_i / \tau_i^*)$  и  $K(\sigma_m)$  — модули сдвиговой и объемной деформации, зависящие от среднего напряжения  $\sigma_m$ , а также отношения интенсивности касательных напряжений  $\tau_i$  к ее предельному значению  $\tau_i^*$ , где  $\tau_i^* = \sigma \tan \varphi + c$  ( $\varphi$ , c — угол внутреннего трения и сцепление грунта соответственно).

В частном случае, когда G = const и K = const, уравнение (11) переходит в систему уравнений Гука. Параметры  $G(\sigma_m, \tau_i / \tau_i^*)$  и  $K(\sigma_m)$  определяются по результатам стандартных трехосных испытаний (рис. 4).

Уравнение Генки (11) позволяет учесть сущест-венно различный характер кривых сдвигового и объемного деформирования (см. рис. 4) и описывает не только затухающие зависимости, но и незатухающие сдвиговые деформации грунтового основания. Более того, эти уравнения дают возможность прогнозировать перемещение стенки как при p < R так и при p > R.

Также система физических уравнений Генки позволяет определить как линейную, так и нелинейную зависимости между напряжениями и деформациями [19]. Они имеют следующий вид:

 $\varepsilon_{z} = \chi (\sigma_{z} - \sigma_{m}) + \chi^{*} \sigma_{m}; \gamma_{zv} = 2\chi \cdot \tau_{zv},$ 

$$\begin{aligned} \varepsilon_{x} &= \chi \left( \sigma_{x} - \sigma_{m} \right) + \chi^{*} \sigma_{m}; \gamma_{xy} = 2\chi \cdot \tau_{xy}; \\ \varepsilon_{y} &= \chi \left( \sigma_{y} - \sigma_{m} \right) + \chi^{*} \sigma_{m}; \gamma_{yz} = 2\chi \cdot \tau_{yz}; \end{aligned} \tag{15}$$

где

$$\chi = \frac{\gamma_i}{2 \cdot \tau_i} = \frac{f(\tau_i, \sigma_m, \mu_{\sigma})}{2 \cdot \tau_i};$$

$$\chi^* = \frac{\varepsilon_m}{\sigma_m} = \frac{f(\tau_i, \sigma_m, \mu_{\sigma})}{\sigma_m},$$
(16)



# **Рис. 4.** Наглядное изображение результатов стандартных трехосных испытаний грунтов при кинематическом режиме нагружения ( $\dot{\varepsilon}_i = \text{const}$ или $\dot{\sigma}_i = \text{const}$ ), который осуществляется по траектории раздавливания [18]

**Fig. 4.** Schematic representation of the results of standard triaxial tests of soils under kinematic loading conditions ( $\dot{\varepsilon}_i = \text{const}$  or  $\dot{\sigma}_i = \text{const}$ ) along a crushing trajectory [18]

где τ<sub>i</sub> — интенсивность касательных напряжений; μ<sub>σ</sub> — параметр вида НДС по Надаи-Доле.

Уравнение Генки при 
$$\chi = \frac{1}{2G}$$
 и  $\chi^* = \frac{1}{K}$ , где

 $G = \frac{L}{2(1+\nu)}$  и  $K = \frac{L}{(1-2\nu)}$  переходит в уравнения Гука.

Нелинейные объемные деформации определяются с использованием зависимости, предложенной академиком РАН С.С. Григоряном<sup>2</sup>. Эта зависимость имеет следующий вид:

$$\varepsilon_m(\sigma_m) = \varepsilon^* \left( 1 - e^{-\alpha \sigma_m} \right). \tag{17}$$

Секущий модуль объемной деформации K при этом можно установить, разделив в выражении  $\varepsilon_m$  на  $\sigma_m$ , т.е.:

$$\frac{\varepsilon_m}{\sigma_m} = \frac{1}{K} = \frac{\varepsilon^* \left( 1 - e^{-\alpha \sigma_m} \right)}{\sigma_m}; K = \frac{\sigma_m}{\varepsilon_m}, \qquad (18)$$

причем при  $\sigma_m \to \infty$ ;  $\varepsilon_m \to \varepsilon^*$ , а при  $\alpha = 0$  и  $\varepsilon^* = \varepsilon_m$  получим  $\varepsilon_m = \sigma_m / K$ .

Для определения упругопластических характеристик глинистых грунтов при сдвиге применяется формула С.П. Тимошенко, адаптированная для грунтовых сред:

$$\gamma_i = \frac{\tau_i}{G_c^e} \cdot \frac{\tau_i^*}{\tau_i^* - \tau_i},\tag{19}$$

где  $\tau_i$  и  $\tau_i^*$  — интенсивность действующих и предельных касательных напряжений, соответственно, причем:

$$\boldsymbol{\tau}_{i}^{*} = \left(\boldsymbol{\sigma}_{m} + \boldsymbol{\sigma}_{g}\right) \cdot \mathbf{t} g \boldsymbol{\varphi}_{i} + \boldsymbol{c}_{i}, \qquad (20)$$

где  $\phi_i$  и  $c_i$  — предельные значения параметров прочности, определяемые по предельной прямой в плоскости  $\tau_i - \sigma_m$ ,  $\sigma_e$  — природное напряжение.

В условиях нормально уплотненных грунтов природное напряжение устанавливается по формуле:

$$\sigma_{g} = \gamma \cdot h, \qquad (21)$$

где  $\gamma$  — удельный вес; h — глубина, по которой определяется  $\tau_i^*$ .

При выполнении расчетов в переуплотненных грунтах формула (21) записывается в виде:

$$\sigma'_g = \gamma \cdot h + \sigma_P, \qquad (22)$$

где  $\sigma_p$  — остаточное напряжение в переуплотненных грунтах, определяемое по результатам компрессионных испытаний методом Казагранде [20]. Конкретная информация о принципах определения остаточных напряжений  $\sigma_p$  представлена в работе З.Г. Тер-Мартиросяна «Механика грунтов»<sup>2</sup>.

Подставив формулу  $G = \tau_i / \gamma_i$  в (19) с учетом выражения (22), получим:

$$G = G^{e} \cdot \left(1 - \frac{\tau_{i}}{\tau_{i}^{*}}\right), \qquad (23)$$

где при  $\tau_i = 0$ ;  $G = G^e$ , а при  $\tau_i \rightarrow \tau_i^*$ ;  $G \rightarrow 0$ .

В случае линейной зависимости между напряжениями и деформациями можно определить перемещение стенки с помощью аналитического решения, используя параметры *G* и *K*:

$$S = \int_{a}^{b} \frac{\sigma_{m}}{K} dr + \int_{a}^{b} \frac{\sigma_{t} - \sigma_{m}}{2G} dr, \qquad (24)$$

где  $\sigma_r$ ;  $\sigma_r$ ;  $\sigma_m$  определяются по формулам (11)–(13).

#### Прогноз перемещения стенки в упругопластической постановке

Изложенные выше материалы использованы для расчета осадки основания фундамента конечной ширины<sup>5</sup>. Было показано, что кривая осадка– нагрузка (*S*–*P*) имеет двойную кривизну и может заканчиваться с переходом в прогрессирующую фазу вплоть до прогрессирующей осадки, описанной в труде [21].

В настоящей работе авторы предлагают использовать эти исходные материалы применительно к решению поставленной задачи, полагая что окружающий щебеночную сваю грунт обладает упругопластическими свойствами по Тимошенко [22] и нелинейными свойствами при объемных деформациях по Григоряну<sup>2</sup>. Напряженное состояние вокруг щебеночной сваи будет существенно отличаться от задачи Фламана для плоскости и определяться в соответствии с системой уравнений по формулам (11)-(13). Полученные в результате решения задачи Лямэ для толстостенного грунтового цилиндра при граничных условиях: r = a,  $\sigma_r = P_a, r = b, u_r = 0.$  Отметим заранее, что при таких граничных условиях задача Лямэ не решалась. Выделим основные уравнения по напряженному состоянию, необходимые для дальнейшего изложения поставленной задачи напряженного состояния в грунтовом цилиндре:

$$\sigma_{r} = P_{a} \cdot \frac{a^{2}}{a^{2} \cdot (1+\nu) + b^{2} \cdot (1-\nu)} \times \left[1 + \nu + \frac{b^{2}}{r^{2}} \cdot (1-\nu)\right];$$

$$\sigma_{t} = P_{a} \cdot \frac{a^{2}}{a^{2} \cdot (1+\nu) + b^{2} \cdot (1-\nu)} \times \left[1 + \nu - \frac{b^{2}}{r^{2}} \cdot (1-\nu)\right];$$
(25)

$$\sigma_r + \sigma_t = 2 \cdot P_a \cdot \frac{a^2 \cdot (1+v)}{a^2 \cdot (1+v) + b^2 \cdot (1-v)};$$

$$\sigma_m = \frac{(\sigma_r + \sigma_t) \cdot (1+v)}{3};$$
(26)

$$\varepsilon_r = \frac{du}{dr}; \varepsilon_t = \frac{u}{r}; u = Ar + \frac{B}{r}, где A и B определяются$$

по выражению (10):

$$\tau_i = \frac{\sigma_r - \sigma_t}{\sqrt{3}}; \ \tau_i^* = \left(\sigma_m + \sigma_g\right) \tan \varphi + c.$$
(27)

Кроме этого, система физических уравнений Генки (15) в рамках плоской задачи в полярных координатах представлена следующим образом:

$$\varepsilon_r = \chi \cdot (\sigma_r - \sigma_m) + \chi^* \cdot \sigma_m, \qquad (28)$$

где

$$\chi = \frac{\gamma_i}{2\tau_i} = \frac{f(\tau_i, \sigma_m, \mu_{\sigma})}{2\tau_i};$$
  

$$\chi^* = \frac{\varepsilon_m}{\sigma_m} = \frac{f(\tau_i, \sigma_m, \mu_{\sigma})}{\sigma_m};$$
(29)

$$\varepsilon_r = \frac{\sigma_r - \sigma_m}{G(\sigma_m, \tau_i / \tau_i^*)} + \frac{\sigma_m}{K(\sigma_m)},$$
(30)

где  $\varepsilon_m; K; \gamma_i; \sigma_g; \sigma_m; G$  те же, что в первой части настоящей работы.

Анализ напряженного состояния толстостенного грунтового цилиндра вокруг свай, изложенный в первой части настоящей работы, показывает, что  $\sigma_r$  и  $\sigma_m$  неизменно зависят от радиуса в пределах r = a до r = b. Следовательно, в этом интервале можно разделить *n*-е количество слоев толщиной  $\delta_n$ , в которых  $\sigma_r$ ,  $\sigma_t$  и  $\sigma_m$ , а также *G* и *K* будут отличаться. Тогда для очередного слоя можно записать:

$$\varepsilon_r = \varepsilon_{r \cdot \gamma} + \varepsilon_{r \cdot \nu} = \frac{\sigma_r - \sigma_m}{G(\sigma_m, \tau_i / \tau_i^*)} + \varepsilon^* (1 - e^{-\alpha \sigma_m}). \quad (31)$$

Очевидно, что для каждого элементарного слоя толщиной  $\delta_n$  будут соответствовать  $\sigma_m$ ;  $\sigma_r - \sigma_m$ ;  $\tau_i - \tau_i^*$  (рис. 5).

Общее перемещение стенки лидирующей скважины  $U_r$  можно определить методом послойного суммирования слоев, т.е.:

$$U_{r=a} = \sum_{n=1}^{k} U_n(r) = \sum_{n=1}^{k} \varepsilon_r(n) \cdot \delta, \qquad (32)$$

где *k* — количество слоев.

В случае постоянства *K* и *G* окружающего грунта перемещение *U<sub>r</sub>* можно определить интегрированием выражения вида:

$$U_r = \int_a^b \left[ \frac{\sigma_m}{K} + \frac{\sigma_r - \sigma_m}{2 \cdot G} \right] dr.$$
(33)

Из формулы (31) можно сделать вывод, что компоненты объемной деформации  $\varepsilon_{r,v}$  будут уменьшаться по мере увеличения  $\sigma_m$  и стремиться к предельному значению  $\varepsilon^*$ , в то время как девиаторная составляющая  $\varepsilon_{r,v}$  будет увеличиваться в соответствии с формулой (31), стремясь к бесконечности.

<sup>&</sup>lt;sup>5</sup> *Федулов В.К., Артемова Л.Ю.* Проектирование оснований и фундаментов зданий и сооружений : учебное пособие. М. : МАДИ, 2015. 84 с.



**Рис. 5.** Фрагмент расчетной схемы для определения величины деформации  $\varepsilon_r$  и слоев толщиной  $\delta$  вокруг лидирующей скважины (радиус *a*) с общим видом эпюр  $\sigma_r$ ;  $\sigma_r$ ;  $U_r^2$ 

**Fig. 5.** Fragment of the calculation scheme for determining the magnitude of the deformation  $\varepsilon_r$  and the thickness  $\delta$  of the layers around the leading well (radius *a*) with a general view of the diagrams  $\sigma_i$ ;  $\sigma_i$ ;  $U_r^2$ 

Очевидно, что суммарная деформация будет иметь двойную кривизну (рис. 6).

Заранее отметим, что это предположение подтвердилось при рассмотрении примеров:

a = 0,3 м; b = 1,2 м; G = 15~000 кПа;  $\varphi = \pi/10$ ; c = 150 кПа;  $\gamma = 18$  кН/м<sup>3</sup>;  $\alpha = 0,04$ ;  $\varepsilon^* = 0,3$ ;  $\sigma_p = 50$  кПа.

По результатами расчета примера с помощью ПК Mathcad рассчитано перемещение стенки *k*-го слоя  $U_k = \varepsilon_k \cdot \delta$ , где  $\varepsilon_k = \varepsilon_{k \cdot \nu} + \varepsilon_{k \cdot \gamma}$  (рис. 7).

Как и следовало ожидать, пример расчета показывает, что перемещения стенки элементарного слоя толщиной б аналогичны предполагаемым кривым на рис. 8.

Стоит также предположить, что зависимость суммы элементарных слоев толщиной  $\delta$  в зависимости от действия радиальных напряжений  $P_a$  будет иметь двойную кривизну. Поскольку вид кривой  $U_r - P_a$  зависит от многочисленных параметров, сле-



**Рис. 6.** Схематическое представление кривых  $\varepsilon_{r\cdot \gamma}$ ;  $\varepsilon_{r\cdot \gamma}$ ;  $\varepsilon_{r}$ ;  $\varepsilon_{r}$ ;  $\varepsilon_{r}$ , по результатам анализа формулы (31)

**Fig. 6.** Schematic representation of curves  $\varepsilon_{r,v}$ ;  $\varepsilon_{r,v}$ ;  $\varepsilon_r$  based on the results of the formula (31)



Рис. 7. Схематическое представление кривых  $U_{rv}$ ;  $U_{r\gamma}$ ;  $U_r$ ;



**Рис. 8.** Семейство кривых  $U_{\rm r}-P_{\rm a}$  при разных параметрах свойств грунта

**Fig. 8.** Family of curves  $U_r - P_a$  at different parameters of soil properties

дует также предположить, что можно получить семейство кривых  $U_r - P_a$  на основе формул (30) и (33) при различных прочностных и деформированных параметрах (рис. 8).

#### РЕЗУЛЬТАТЫ ИССЛЕДОВАНИЯ

Проведена работа по определению характеристик глубинного уплотнения слабых слоев при использовании щебеночной сваи. В рамках исследования получены количественные оценки таких параметров, как компоненты напряжения ( $\sigma_r$ ;  $\sigma_r$ ), деформация ( $\varepsilon_r$ ;  $\varepsilon_r$ ) и диаметр расширения, в зависимости от давления  $P_a$ и с учетом различных свойств грунтов.

Применение системы физических уравнений Генки, учитывающей упругопластические свойства при сдвиге по Тимошенко и нелинейные свойства при объемных деформациях по Григоряну, позволяет определить любые линейные деформации и сумму объемной и сдвиговой составляющих ( $\varepsilon = \varepsilon_{y} + \varepsilon_{y}$ ).

Принятая система при решении задачи о расширении лидирующей скважины в упругопластической постановке приводит к зависимости U<sub>r</sub> – P<sub>a</sub> кривой, имеющей двойную кривизну, в том числе затухающую и незатухающую части. Полученное решение позволяет построить семейство кривых  $U_r - P_a$  при различных деформированных и прочностных параметрах окружающих грунтов, а также геометрических параметрах.

#### ЗАКЛЮЧЕНИЕ И ОБСУЖДЕНИЕ

Постановка и решение задачи о лидирующей скважине при устройстве щебеночной сваи. Полученное решение является основой для оценки параметров глубинного уплотнения слабых грунтовых слоев. При взаимодействии грунтовой колонны с окружающим грунтом с учетом упругопластических свойств образуется сложное НДС. которое описывается путем радиальных и тангенциальных напряжений, а также кривых объемной и сдвиговой деформаций. Анализ полученных кривых зависимостей радиальных перемещений стен лидирующей скважины  $U_r$  от давления уплотнения  $P_a$  показывает, что деформированные и прочностные параметры окружающих грунтов оказывают значительное влияние на значение прогрессирующей осадки, а также на кривизну кривых  $U_r - P_a$ .

### СПИСОК ИСТОЧНИКОВ

1. *Barron R.A.* Consolidation of fine-grained soils by drain wells // Transactions of the American Society of Civil Engineers. 1948. Vol. 113. Issue 1. Pp. 718–742. DOI: 10.1061/taceat.0006098

2. Shrivastava R.P., Shroff A.V. Theoretical simulation of experimental results with barron's theory for consolidation of soft clay by radial flow using PVD // Lecture Notes in Civil Engineering. 2022. Pp. 275–291. DOI: 10.1007/978-981-16-5605-7 25

3. Basack S., Indraratna B., Rujikiatkamjorn C., Siahaan F. Modeling the stone column behavior in soft ground with special emphasis on lateral deformation // Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering. 2017. Vol. 143. Issue 6. DOI: 10.1061/(asce)gt.1943-5606.0001652

4. Indraratna B., Basack S., Rujikiatkamjorn C. Numerical solution of stone column–improved soft soil considering arching, clogging, and smear effects // Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering. 2013. Vol. 139. Issue 3. Pp. 377–394. DOI: 10.1061/ (asce)gt.1943-5606.0000789

5. *Kim Y.T., Nguyen B.P., Yun D.H.* Analysis of consolidation behavior of PVD-improved ground considering a varied discharge capacity // Engineering Computations. 2018. Vol. 35. Issue 3. Pp. 1183–1202. DOI: 10.1108/ec-06-2017-0199

6. *Basack S., Nimbalkar S.* Load-settlement characteristics of stone column reinforced soft marine clay deposit: combined field and numerical studies // Sustainability. 2023. Vol. 15. Issue 9. P. 7457. DOI: 10.3390/su15097457

7. Pandey B.K., Rajesh S., Chandra S. Time-dependent behavior of embankment resting on soft clay reinforced with encased stone columns // Transportation Geotechnics. 2022. Vol. 36. P. 100809. DOI: 10.1016/j.trgeo.2022.100809

8. *Thakur A., Rawat S., Gupta A.K.* Experimental study of ground improvement by using encased stone columns // Innovative Infrastructure Solutions. 2021. Vol. 6. Issue 1. DOI: 10.1007/s41062-020-00383-y

9. Shehata H.F., Sorour T.M., Fayed A.L. Effect of stone column installation on soft clay behavior // International Journal of Geotechnical Engineering. 2021. Vol. 15. Issue 5. Pp. 530–542. DOI: 10.1080/19386362. 2018.1478245

10. *Minaev O.P.* The selection and use method of sandy ground compaction // Magazine of Civil Engineering. 2014. No. 7 (51). Pp. 66–73. DOI: 10.5862/ MCE.51.8. EDN SYSMWF.

11. Минаев О.П. Основы и методы уплотнения грунтов оснований для возведения зданий и сооружений : автореф. дис. ... д-ра техн. наук. М., 2018. 36 с.

12. Уколов С.А., Трепалин В.А., Викулова Л.Н., Симонова А.С. Совершенствование методов оценки степени уплотнения грунтов // Инженерный вестник Дона. 2023. № 5 (101). С. 590–598. EDN HWXPXX.

13. Сеськов В.Е. Уплотнение насыпных грунтов в сложных инженерно-геологических условиях // Геотехника Беларуси: наука и практика : мат. Междунар. науч.-техн. конф., посвящ. 60-летию кафедры оснований, фундаментов и инженерной геологии и 90-летию со дня рождения профессора Юрия Александровича Соболевского. 2013. С. 254–263.

14. Кочерженко В.В., Сулейманова Л.А. Инновационные свайные технологии в современном фундаментостроении // Вестник Белгородского государственного технологического университета им. В.Г. Шухова. 2022. № 4. С. 57–67. DOI: 10.34031/2071-7318-2021-7-4-57-67. EDN ZPPWAA.

15. Тер-Мартиросян З.Г., Тер-Мартиросян А.З., Анжело Г.О. Взаимодействие нефильтрующей щебеночной сваи (колонны) с окружающим консолидирующим грунтом и ростверком в составе свайно-плитного фундамента // Жилищное строительство. 2019. № 4. С. 19–23. DOI: 10.31659/0044-4472-2019-4-19-23. EDN WQAGEY.

16. Христич Д.В., Астапов Ю.В., Артюх Е.В., Соколова М.Ю. Нелинейная модель деформирования сжимаемых грунтов // Известия Тульского государственного университета. Науки о Земле. 2019. № 4. С. 305–312. EDN KHRLPM.

17. *Hencky H.* Zur Theorie plastischer Deformationen und der hierdurch im Material hervorgerufenen Nachspannungen // ZAMM — Journal of Applied Mathematics and Mechanics/Zeitschrift für Angewandte Mathematik und Mechanik. 1924. Vol. 4. Issue 4. Pp. 323–334. DOI: 10.1002/zamm.19240040405

Поступила в редакцию 2 февраля 2024 г. Принята в доработанном виде 16 апреля 2024 г. Одобрена для публикации 17 апреля 2024 г. 18. Осман А. Напряженно-деформированное состояние не полностью водонасыщенных оснований при статическом и динамическом воздействиях : дис.... канд. техн. наук. М., 2023. 139 с. EDN GVDZJP.

19. Дам Х.Х. Осадка и несущая способность барреты и барретного фундамента с учетом упруго-вязких и упруго-пластических свойств грунтов : дис. ... канд. техн. наук. М., 2023. 152 с. EDN VPUZFE.

20. *Casagrande A*. The Determination of the Pre-Consolidation Load and its Practical Significance // Proceedings of the 1st International Conference on Soil Mechanics. 1936. Vol. 3.

21. Тер-Мартиросян З.Г., Тер-Мартиросян А.З., Курилин Н.О. Осадка и несущая способность оснований фундаментов конечной ширины // Основания, фундаменты и механика грунтов. 2021. № 1. С. 8–13. EDN PZXDZM.

22. Струнин П.В. Напряженно-деформированное состояние грунтоцементных свай, взаимодействующих с грунтовым основанием и межсвайным пространством : дис. ... канд. техн. наук. М., 2013. 168 с. EDN SCEGHR.

О Б А В Т О Р А Х : **Армен Завенович Тер-Мартиросян** — доктор технических наук, профессор кафедры механики грунтов и геотехники, проректор; **Национальный исследовательский Московский государственный строительный университет (НИУ МГСУ)**; 129337, г. Москва, Ярославское шоссе, д. 26; РИНЦ ID: 675967; Scopus: 35621133900, ResearcherID: Q-8635-2017, ORCID: 0000-0001-8787-826X; gic-mgsu@mail.ru;

Чан Мань Тхием — аспирант кафедры механики грунтов и геотехники; Национальный исследовательский Московский государственный строительный университет (НИУ МГСУ); 129337, г. Москва, Ярославское шоссе, д. 26; ORCID: 0009-0001-5151-0030; tranmanhthiem@gmail.com.

Вклад авторов:

*Тер-Мартиросян А.3. — научное руководство, концепция исследования, развитие методологии, научное редактирование текста.* 

*Тхием Ч.М.* — проведение аналитических расчетов, написание исходного текста, итоговые выводы. Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

## REFERENCES

1. Barron R.A. Consolidation of fine-grained soils by drain wells. *Transactions of the American Society of Civil Engineers*. 1948; 113(1):718-742. DOI: 10.1061/ taceat.0006098

2. Shrivastava R.P., Shroff A.V. Theoretical simulation of experimental results with barron's theory for consolidation of soft clay by radial flow using PVD. *Lecture Notes in Civil Engineering*. 2022; 275-291. DOI: 10.1007/ 978-981-16-5605-7 25

3. Basack S., Indraratna B., Rujikiatkamjorn C., Siahaan F. Modeling the stone column behavior in soft ground with special emphasis on lateral deformation. *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*. 2017; 143(6). DOI: 10.1061/(asce)gt.1943-5606.0001652 4. Indraratna B., Basack S., Rujikiatkamjorn C. Numerical solution of stone column–improved soft soil considering arching, clogging, and smear effects. *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering.* 2013; 139(3):377-394. DOI: 10.1061/(asce)gt.1943-5606.0000789

5. Kim Y.T., Nguyen B.P., Yun D.H. Analysis of consolidation behavior of PVD-improved ground considering a varied discharge capacity. *Engineering Computations*. 2018; 35(3):1183-1202. DOI: 10.1108/ec-06-2017-0199

6. Basack S., Nimbalkar S. Load-Settlement Characteristics of Stone Column Reinforced Soft Marine Clay Deposit: Combined Field and Numerical Studies. *Sustainability*. 2023; 15(9):7457. DOI: 10.3390/su15097457 7. Pandey B.K., Rajesh S., Chandra S. Time-dependent behavior of embankment resting on soft clay reinforced with encased stone columns. *Transportation Geotechnics*. 2022; 36:100809. DOI: 10.1016/j.trgeo.2022.100809

8. Thakur A., Rawat S., Gupta A.K. Experimental study of ground improvement by using encased stone columns. *Innovative Infrastructure Solutions*. 2021; 6(1). DOI: 10.1007/s41062-020-00383-y

9. Shehata H.F., Sorour T.M., Fayed A.L. Effect of stone column installation on soft clay behavior. *International Journal of Geotechnical Engineering*. 2021; 15(5):530-542. DOI: 10.1080/19386362.2018.1478245

10. Minaev O.P. The selection and use method of sandy ground compaction. *Magazine of Civil Engineering*. 2014; 7(51):66-73. DOI: 10.5862/MCE.51.8. EDN SYSMWF.

11. Minaev O.P. Fundamentals and methods of soil compaction of foundations for the construction of buildings and structures : abstract of thesis ... doctor of technical sciences. Moscow, 2018; 36. (rus.).

12. Ukolov S.A., Trepalin V.A., Vikulova L.N., Simonova A.S. Improving methods assessment of the degree of soil compaction. *Engineering journal of Don*. 2023; 5(101):590-598. EDN HWXPXX. (rus.).

13. Seskov V.E. Compaction of bulk soils in complex engineering-geological conditions. *Geotechnics* of Belarus: science and practice : materials of the International scientific and technical conference dedicated to the 60th anniversary of the Department of Foundations, Foundations and Engineering Geology and the 90th anniversary of the birth of Professor Yuri Aleksandrovich Sobolevsky. 2013; 254-263. (rus.).

14. Kocherzhenko V., Suleymanova L. Innovative pile technologies in modern foundation construction. *Bulletin of BSTU named after V.G. Shukhov.* 2022; 4:57-67. DOI: 10.34031/2071-7318-2021-7-4-57-67. EDN ZPPWAA. (rus.). 15. Ter-Martirosyan Z.G., Ter-Martirosyan A.Z., Anzhelo G.O. Interaction of non-filtering crushed stone pile (column) with surrounding consolidating soil and plate in the pile-slab foundation. *Housing Construction*. 2019; 4:19-23. DOI: 10.31659/0044-4472-2019-4-19-23. EDN WQAGEY. (rus.).

16. Khristich D.V., Astapov Yu.V., Artyukh E.V., Sokolova M.Yu. Nonlinear model of deformation of compressible soils. *Izvestiya Tula State University*. 2019; 4:305-312. EDN KHRLPM. (rus.).

17. Hencky H. Zur Theorie plastischer Deformationen und der hierdurch im Material hervorgerufenen Nachspannungen. ZAMM — Journal of Applied Mathematics and Mechanics/Zeitschrift für Angewandte Mathematik und Mechanik. 1924; 4(4):323-334. DOI: 10.1002/zamm.19240040405

18. Osman A. Stress-strain state of not completely water-saturated foundations under static and dynamic influences : dis. ... cand. of technical sciences. Moscow, 2023; 139. EDN GVDZJP. (rus.).

19. Dam H.H. Settlement and bearing capacity of barrettes and barret foundations, taking into account the elastic-viscous and elastic-plastic properties of soils : dis. ... cand. of technical sciences. Moscow, 2023; 152. EDN VPUZFE. (rus.).

20. Casagrande A. The determination of the preconsolidation load and its practical significance. *Proceedings of the 1st International Conference on Soil Mechanics.* 1936; 3.

21. Ter-Martirosyan Z.G., Ter-Martirosyan A.Z., Kurilin N.O. Bearing capacity of soil base and settlement of foundations of finite width. *Soil Mechanics and Foundation Engineering*, 2021; 1:8-13. EDN PZXDZM. (rus.).

22. Strunin P.V. Stress-strain state of soil-cement piles interacting with the soil foundation and interpile space : dis. ... cand. of technical sciences. Moscow, 2013; 168. EDN SCEGHR. (rus.).

Received February 2, 2024. Adopted in revised form on April 16, 2024. Approved for publication on April 17, 2024.

BIONOTES: Armen Z. Ter-Martirosyan — Doctor of Technical Sciences, Professor of the Department of Soil Mechanics and Geotechnics, Vice-rector; Moscow State University of Civil Engineering (National ResearchUniversity) (MGSU); 26 Yaroslavskoe shosse, Moscow, 129337, Russian Federation; ID RSCI: 675967; Scopus: 35621133900, ResearcherID: Q-8635-2017, ORCID: 0000-0001-8787-826X; gic-mgsu@mail.ru;

Tran Manh Thiem — postgraduate of the Department of Soil Mechanics and Geotechnics; Moscow State University of Civil Engineering (National Research University) (MGSU); 26 Yaroslavskoe shosse, Moscow, 129337, Russian Federation; ORCID: 0009-0001-5151-0030; tranmanhthiem@gmail.com.

Contribution of the authors:

*Armen Z. Ter-Martirosyan* — scientific guidance, concept of research, development of methodology, scientific text editing.

*Tran Manh Thiem* — *the product of analytical calculations, writing the source text, final conclusions. The authors declare that there is no conflict of interest.*