

УДК 629.7.054

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ТЕПЛООВОГО ДРЕЙФА ВОЛОКОННО-ОПТИЧЕСКОГО ГИРОСКОПА С УЧЕТОМ КВАДРУПОЛЬНОЙ НАМОТКИ ВОЛОКНА

А.В. Голиков¹, В.С. Попов^{1,2}, Е.В. Панкратова¹

¹Институт проблем точной механики и управления
Российской академии наук – обособленное структурное подразделение
Федерального исследовательского центра «Саратовский научный центр РАН»
Россия, 410028, г. Саратов, ул. Рабочая, 24
²Саратовский государственный технический университет имени Гагарина Ю.А.
Россия, г. Саратов, 410054, ул. Политехническая, 77

E-mail: golikov@iptmuran.ru, vic_p@bk.ru, pankratova@iptmuran.ru

Аннотация. Рассмотрены вопросы разработки математической модели теплового дрейфа волоконно-оптического гироскопа (ВОГ), обусловленного термооптическим эффектом, которая учитывает особенности квадрупольной намотки волокна на катушку. Указанные приборы находят широкое применение в системах стабилизации, ориентации и управления движением авиакосмической и наземной техники. Основной задачей при достижении поставленной цели было разделение нестационарной функции температуры на временную составляющую и пространственную функцию, характеризующую распределение температуры вдоль нити волокна для квадрупольного способа намотки при радиальном температурном градиенте. При разработке модели в качестве исходного принято допущение, что массив нитей волокна на катушке рассматривается как периодическая слоистая структура – последовательные слои с одинаковыми теплофизическими характеристиками. Это позволяет учитывать только радиальные температурные градиенты и полагать, что температура в каждый момент времени в соответствующем слое волокна на катушке распределена равномерно. В исследовании дано обоснование корректности предложенного подхода при построении модели теплового дрейфа путем моделирования температуры в каждом слое волоконной бухты с использованием метода элементарных балансов. Моделирование выполнено в специально разработанном программном обеспечении, в котором реализованы функции графического вывода результатов расчета. На базе проведенных вычислительных экспери-



© Автор(ы), 2025

Алексей Викторович Голиков, кандидат технических наук, ведущий научный сотрудник лаборатории анализа и синтеза динамических систем в прецизионной механике.

Виктор Сергеевич Попов, доктор технических наук, профессор, профессор кафедры прикладной математики и системного анализа, главный научный сотрудник лаборатории анализа и синтеза динамических систем в прецизионной механике.

Елена Владимировна Панкратова, кандидат физико-математических наук, старший научный сотрудник лаборатории анализа и синтеза динамических систем в прецизионной механике.

Работа выполнена при финансовой поддержке в рамках темы государственного задания Министерства образования и науки РФ №125020501400-6.

ментов обосновано, что в реальных условиях эксплуатации ВОГ при сравнительно невысокой скорости изменения температуры окружающей среды закон изменения температуры в волоконной бухте в радиальном направлении может быть принят линейным. Определена функция пространственного распределения температурного поля вдоль нити оптического волокна. С использованием данной функции реализован алгоритм ее применения для построения графика распределения температуры в волоконной бухте катушки с заданными геометрическими параметрами, близкими к реальным. Приведен пример вычисления теплового дрейфа прибора при заданных параметрах оптоволокна и геометрических параметрах катушки, согласующихся с параметрами приборов, используемых на практике. Предложенная модель для расчета теплового дрейфа волоконно-оптического гироскопа расширяет и дополняет возможности метода элементарных балансов, благодаря чему возможно реализовать простой и эффективный алгоритм расчета нестационарных температурных полей и теплового дрейфа практически любого волоконно-оптического гироскопа типовой конструкции без привлечения дорогостоящих программных продуктов. Разработанная модель позволит разработчикам систем автоматического управления движением объектов реализовывать эффективные алгоритмы для калибровки и коррекции теплового дрейфа ВОГ.

Ключевые слова: *волоконно-оптический гироскоп, эффект Саньяка, чувствительный элемент, тепловой дрейф, математическая модель, температурные погрешности, квадрупольная намотка, термооптический эффект.*

Введение

Датчики первичной инерциальной информации, или гироскопические датчики, – это одни из основных элементов систем управления, стабилизации и навигации подвижных объектов. Существует несколько разновидностей таких датчиков – поплавковые, роторные динамически настраиваемые, электростатические, волновые твердотельные, волоконно-оптические, микромеханические гироскопы и акселерометры, которые различаются принципом действия и классом точности [1–4].

В настоящей работе рассматривается волоконно-оптический гироскоп (ВОГ), представляющий собой оптико-электронный прибор и служащий для измерения абсолютной относительно инерциального пространства угловой скорости, принцип действия которого основан на известном эффекте Саньяка. Одними из достоинств ВОГ являются отсутствие механических частей, высокая надежность, точность и сравнительно невысокая стоимость. Чувствительным элементом является цилиндрическая катушка с намотанным на нее оптическим волокном. ВОГ широко применяется в системах ориентации и управления широкого класса подвижных объектов наземного и космического (невесомость, вакуум) применения. Кроме того, ВОГ используются в том числе на буровом оборудовании или инклинометрах [5–7] и др.

Одной из основных проблем при разработке ВОГ по-прежнему является борьба с температурными погрешностями, которые характерны для такого типа датчиков [5–10]. В настоящее время успешно применяются пассивные и активные способы борьбы [11–20 и др.] с температурными воздействиями, такие как алгоритмическая термокомпенсация, специальные способы намотки волокна, тепловое шунтирование элементов, усовершенствования катушки и др. Касательно специальных способов намотки волокна известны различные способы, среди которых наиболее распространенным является квадрупольный способ [1, 2, 6, 7, 21].

Не последнее место в разработке способов повышения точности ВОГ занимают исследования, направленные на создание математических моделей нестационарных температурных полей и температурных погрешностей, которые на этапе проектирования и испытания ВОГ помогают оценить влияние конструктивных особенностей ВОГ на его точность и чувствительность к температурным воздействиям.

В настоящее время существует достаточно большое количество работ, в том числе и авторов настоящей статьи, посвященных математическому моделированию температурных полей и температурного дрейфа ВОГ [10–16, 20–28].

Целью данной работы является разработка математической модели теплового дрейфа ВОГ, обусловленного термооптическим эффектом, учитывающей квадрупольный способ намотки волокна на катушку.

Основной задачей при достижении поставленной цели является определение функции, характеризующей распределение температуры вдоль нити волокна для квадрупольного способа намотки при радиальном температурном градиенте.

Математическая модель теплового дрейфа ВОГ, обусловленного термооптическим эффектом

Как было отмечено выше, наиболее распространенным способом намотки волокна на катушку является квадрупольный способ. Цель такой намотки – минимизация погрешности ВОГ в результате температурного воздействия. Суть состоит в том, чтобы обеспечить такое расположение витков волокна на катушке, при котором равноудаленные от середины участки волокна прилегают друг к другу, обеспечивая тем самым минимизацию погрешности. На рис. 1 показана схема классической квадрупольной намотки [2, 7, 21].

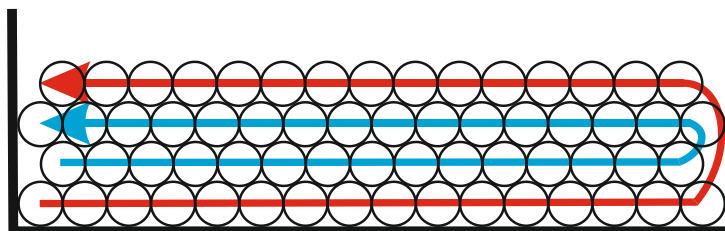


Рис. 1. Квадрупольная намотка волокна

Угловая скорость теплового дрейфа ВОГ, обусловленного термооптическим эффектом (эффект Шупе, далее по тексту тепловой дрейф), определяется известным интегралом [5–8]:

$$\Omega_T = \frac{1}{4NS_B} \int_0^L \left(\frac{dn_1}{dT} + n_1 \alpha_T \right) n_1 (2l - L) \frac{\partial T(t, l)}{\partial t} dl, \quad (1)$$

где N – количество витков на катушке; S_B – площадь одного витка; n_l – температурозависимый показатель преломления сердечника волокна; α_T – температурный коэффициент линейного расширения; L – длина волокна.

Нестационарное температурное поле в (1) является функцией двух переменных: времени t и координаты l по длине волокна $[0, L]$.

Показатель преломления является функцией температуры:

$$n_1 = n_{10} + h_T T(t, l), \quad (2)$$

где n_{10} – номинальное значение показателя преломления; h_T – температурный коэффициент показателя преломления.

Известно [9], что наибольший вклад в тепловой дрейф ВОГ, обусловленный термооптическим эффектом, дают радиальные температурные градиенты в катушке (рис. 2). Именно на минимизацию радиальных градиентов направлен квадрупольный способ намотки волокна.

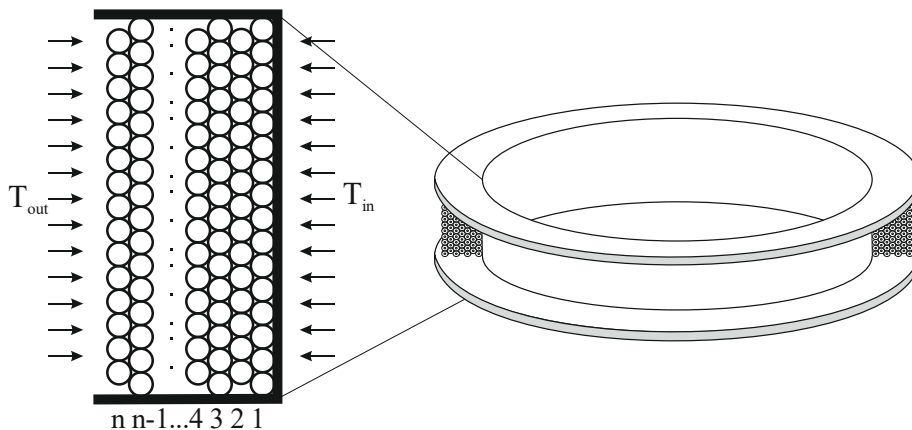


Рис. 2. Схематическое изображение поперечного среза катушки с волокном. Снизу обозначен номер слоя волокна

Положим, что температуры на внутренней (T_{in}) и внешней стороне (T_{out}) волоконной бухты являются функциями времени:

$$\begin{aligned} T_{out} &= f_{out}(t); \\ T_{in} &= f_{in}(t). \end{aligned} \quad (3)$$

Далее положим, что в радиальном направлении катушки температура изменяется линейно. В общем случае это, конечно, может не соответствовать действительности, но в рассматриваемом случае для реальных условий эксплуатации и типовых конструкций катушки это утверждение обоснованно. Покажем это на простом примере.

Массив нитей волокна на катушке представляет собой периодическую структуру, образованную слоями волокна с одинаковыми геометрическими размерами и теплофизическими характеристиками. Увеличением радиуса на диаметр волокна и, соответственно, площади слоя можно пренебречь, т. к. эта величина много меньше радиуса катушки.

Рассчитаем температуры в каждом слое волоконной бухты, используя метод балансов [9]. Для этого представим массив волокна в виде n слоев, каждый из которых является отдельным «элементарным объемом» с одинаковыми теплофизическими параметрами – массой, теплоемкостью и эквивалентной теплопроводностью (рис. 3).



Рис. 3. Тепловая модель волоконной бухты

Система дифференциальных уравнений тепловых балансов для такой упрощенной модели с учетом (3) имеет вид [9]:

$$\begin{aligned}
 c\dot{T}_1 &= -q(T_1 - T_2) - q(T_1 - f_{in}(t)); \\
 c\dot{T}_2 &= -q(T_2 - T_1) - q(T_2 - T_3); \\
 &\dots\dots\dots \\
 c\dot{T}_{n-1} &= -q(T_{n-1} - T_{n-2}) - q(T_{n-1} - T_n); \\
 c\dot{T}_n &= -q(T_n - T_{n-1}) - q(T_n - f_{out}(t)),
 \end{aligned} \tag{4}$$

где n – число слоев волокна; q – эквивалентный коэффициент теплопроводимости одного слоя; c – теплоемкость; T_i – температура i -го слоя.

Решим систему (4) для катушки с размерами, близкими к реальным: диаметр $D=100$ мм и высота $h=10$ мм. Также для расчетов параметров волокна будем использовать кварцевое одномодовое волокно марки PM40-810, которое применяется в ВОГ. Диаметр такого волокна равен 80 мкм. Рассчитанные значения теплоемкости и эквивалентной теплопроводимости для принятой конфигурации катушки для каждого слоя волокна имеют значения $q \approx 4$ Вт/°С, $c \approx 0.318$ Дж/°С.

В реальном ВОГ функции температур (3) качественно повторяют закон изменения температуры окружающей среды. Например, для гармонического закона функции температур (3) отличаются от него значениями амплитуды и фазы. Это подтверждено многократными расчетами на моделях реальных ВОГ [9, 16, 23, 25 и др.].

Исходя из этих рассуждений для примера примем гармонический закон изменения температур на внутренней и внешней стороне катушки:

$$\begin{aligned}
 T_{out} &= f_{out}(t) = 20 + 40\sin(0.00116t); \\
 T_{in} &= f_{in}(t) = 20 + 40\sin(0.00116t + \pi / 4).
 \end{aligned}$$

Для наглядности фазовый сдвиг принят равным $\pi/4$ (в модели реального ВОГ он много меньше), а частота соответствует периоду колебаний в 90 мин. Такой период соответствует минимальному времени облета спутником Земли на низких орбитах. Численное решение системы (4) для $n=20$, выполненное в специально разработанном программном обеспечении, в котором реализованы функции графического вывода результатов расчета, представлено на рис. 4.

Как можно видеть из приведенной диаграммы и графиков на рис. 4, температура в слоях волоконной бухты распределена линейно в радиальном направлении. Вычислительные эксперименты на базе системы (4) для других законов изменения температур (например, нагрева с постоянной скоростью) показывают сходные результаты.

На основании изложенного будем полагать, что в реальных условиях эксплуатации ВОГ при сравнительно невысокой скорости изменения температуры окружающей среды температура в волоконной бухте в радиальном направлении изменяется по линейному закону. Тогда с учетом изложенного функцию нестационарной температуры в волоконной бухте можно записать в виде

$$T(t, l) = \frac{T_n(t) - T_1(t)}{n} f(l) + T_1(t), \tag{5}$$

где $f(l)$ – функция, отражающая распределение температуры вдоль нити волокна; n – число слоев волокна на катушке.

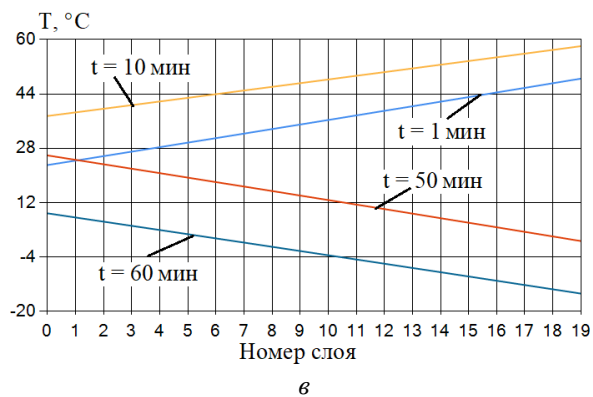
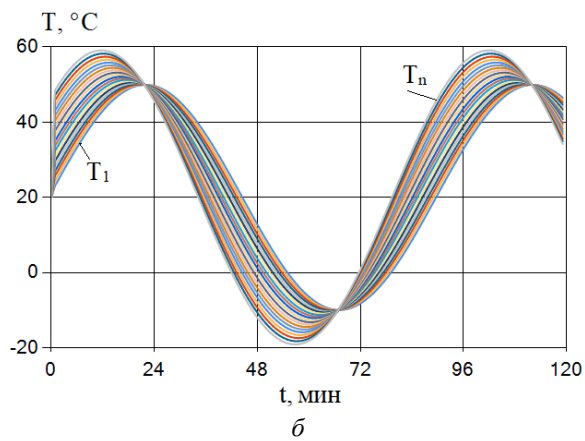
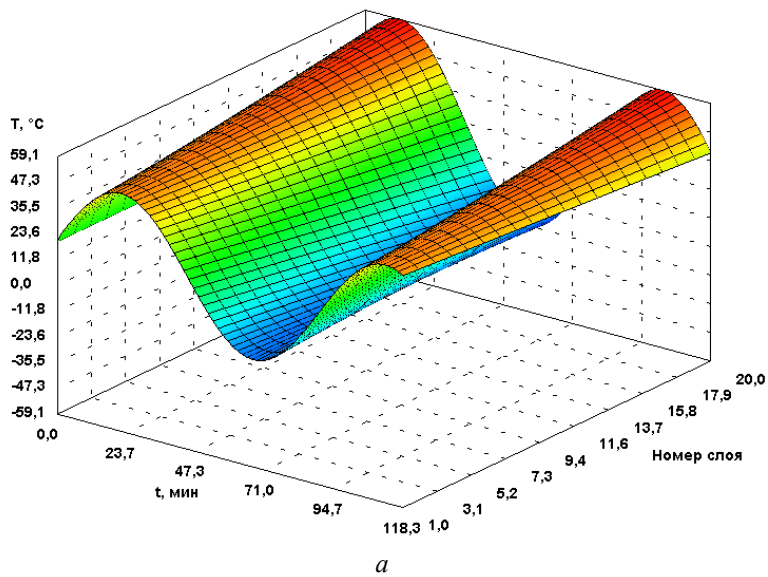


Рис. 4. Диаграмма изменения температур слоев во времени (*a*), температуры слоев волокна (*б*); графики температур в радиальном направлении в некоторые фиксированные моменты времени (*в*)

Таким образом, для вычисления интеграла (1) необходимо определить функцию $f(l)$ с учетом квадрупольного способа намотки волокна. При этом температуры на внешней и внутренней стороне катушки либо задаются известной функцией, либо вычисляются путем решения нестационарной задачи теплопроводности.

Обозначим длину участка волокна в одном слое за l_c :

$$l_c = 2\pi Rm, \quad (6)$$

где m – число витков в одном слое на катушке, которое определяется как отношение ширины бухты катушки к толщине волокна; R – радиус катушки.

Для определения функции $f(l)$ представим графически, как выглядит распределение температуры при радиальном перепаде по длине волокна при квадрупольной намотке. Поскольку мы рассматриваем радиальные температурные градиенты, температура на участке волокна, принадлежащего одному слою, будет близка к постоянной в силу существенно большей площади теплового контакта в радиальном направлении по сравнению с вертикальным. Тогда распределение температур вдоль нити волокна схематично будет выглядеть, как показано на рис. 5.

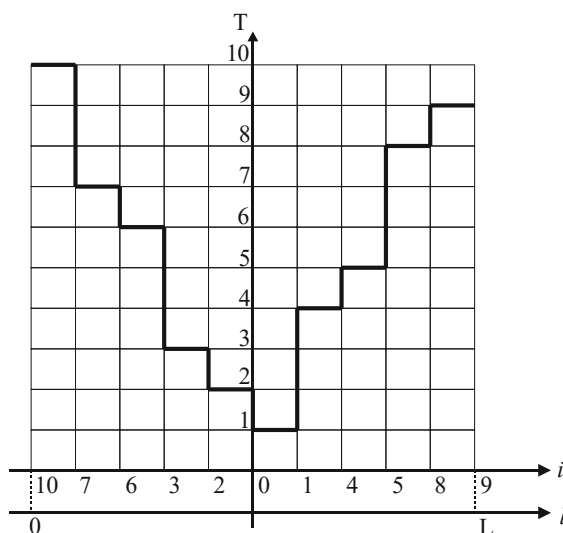


Рис. 5. Иллюстрация распределения радиального перепада температуры вдоль волокна при квадрупольной намотке

Здесь на графике i – номер слоя; l – координата по нити волокна; T – некоторая условная температура.

Таким образом, задача сводится к определению зависимости номера слоя i от координаты l , которая и определяет функцию $f(l)$. В общем случае для квадрупольной намотки эту зависимость можно определить следующей формулой:

$$f(l) = i = \begin{cases} \left[\frac{\left(\frac{L}{2} - l_c - l \right)}{l_c} \right] + 2 \left[\frac{\left(\frac{L}{2} + l_c - l \right)}{2l_c} \right] & \text{при } 0 \leq l < \frac{L}{2}; \\ \left[\frac{\left(l - \frac{L}{2} \right)}{l_c} \right] + 2 \left[\frac{\left(l - \frac{L}{2} \right)}{2l_c} \right] & \text{при } \frac{L}{2} \leq l \leq L. \end{cases} \quad (7)$$

Квадратными скобками здесь обозначена целая часть от вычисленного значения заключенного в них выражения.

Используя полученную формулу, можно построить распределение температуры по длине нити волокна в некоторый фиксированный момент времени для катушки с волокном произвольных размеров.

Построим график распределения температуры в волоконной бухте некоторой абстрактной катушки с теми же параметрами, что были приняты для вычисления системы (4). Тогда при данной геометрии и длине волокна в 1 км число слоев волокна $n = 24$, число витков в одном слое $m = 125$ и длина участка волокна в одном слое $l_c \approx 40$ м.

Пусть в некоторый момент времени $T_n = 25^\circ\text{C}$ и $T_1 = 20^\circ\text{C}$. Тогда с учетом (5), применяя формулу (7), построим график температур вдоль волокна (рис. 6).

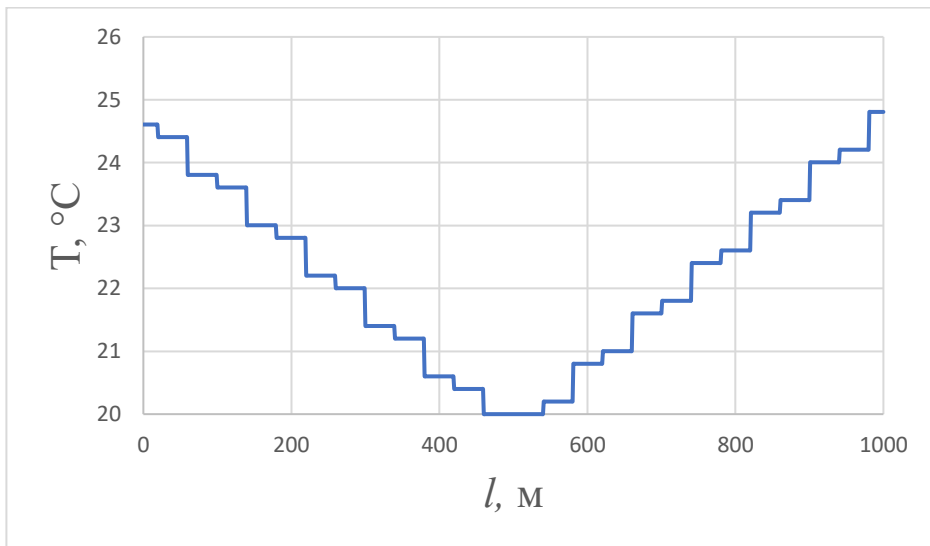


Рис. 6. Распределение радиального перепада температуры вдоль волокна при квадрупольной намотке

Полученный график иллюстрирует распределение температуры вдоль нити волокна при температурном градиенте в радиальном направлении для конкретных параметров катушки и оптического волокна.

Обозначим разницу температур на внешней и внутренней стороне волоконной бухты в (5):

$$\Delta T_R(t) = T_n(t) - T_1(t).$$

Преобразуем интеграл (1) с учетом (2), (5), пренебрегая членами второго порядка малости:

$$\Omega_T = \frac{(h_T + n_{10}\alpha_T)n_{10}}{4NS_B} \Delta \dot{T}_R(t) \int_0^L (2l - L)f(l)dl. \quad (8)$$

Входящие в (8) параметры для одномодового волокна обычно имеют следующие значения [5, 21]:

$$h_T = 10^{-5} \text{ 1/}^\circ\text{C}; \alpha_T = 5 \cdot 10^{-7} \text{ 1/}^\circ\text{C}; n_{10} = 1.45.$$

Тогда с учетом числовых значений параметров волокна и геометрии катушки получим выражение для теплового дрейфа:

$$\Omega_T = 6.5 \cdot 10^{-9} \Delta \dot{T}_R(t) \int_0^L (2l - L)f(l)dl. \quad (9)$$

Численное интегрирование (9) методом трапеций с шагом $\Delta l = 0.5$ м с учетом принятых геометрических параметров катушки дает следующий результат:

$$\Omega_T \approx 0.00004 \Delta \dot{T}_R(t) \text{ }^\circ\text{C}^{-1}. \quad (10)$$

Как можно видеть из полученного выражения, при радиальном температурном перепаде тепловой дрейф ВОГ, обусловленный термооптическим эффектом, прямо пропорционален скорости его изменения. Например, при нагреве ВОГ с постоянной скоростью через какое-то время от начала нагрева в результате переходных процессов $\Delta T_R(t)$ установится в постоянное значение и дрейф будет нулевым. Это утверждение подтверждается результатами расчетов других авторов. Например, в [21], показано, что при постоянном нагреве термооптическая составляющая дрейфа имеет небольшой всплеск в начале разогрева и по мере выравнивания температур стремится к нулю, а основной вклад в тепловой дрейф вносит упругооптический эффект.

Таким образом, мы получили математическую модель составляющей теплового дрейфа ВОГ, обусловленного термооптическим эффектом, которая дополняет модель теплового дрейфа прибора учетом особенностей квадрупольной намотки волокна, геометрических параметров катушки и оптического волокна.

Управление тепловым дрейфом ВОГ

Рассмотрим возможное применение полученной модели в одной из задач управления тепловым дрейфом ВОГ путем применения алгоритмической компенсации. Суть ее в следующем.

В блок управления ВОГ закладываются основные формулы и алгоритмы построенной математической модели теплового дрейфа. Поскольку рассматриваются радиальные градиенты температур в чувствительной катушке ВОГ, значения температуры снимаются с термодатчиков, расположенных максимально близко к ее внешней и внутренней поверхностям, вычисляется величина теплового дрейфа по формулам математической модели для конкретной конструкции ВОГ и подается на вход регулятора, компенсируя «уход» прибора.

Для примера используем упрощенную модель – будем идеализировать ВОГ в виде двух «элементарных объемов», соответствующих внутренней и наружной поверхностям катушки с волоконной бухтой, с эквивалентными теплофизическими характеристиками. Будем также предполагать, что на внутренней и наружной поверхностях катушки установлены идеальные термодатчики, изме-

ряющие «внутреннюю» T_1 и «наружную» T_2 температуры в зоне волоконной бухты.

Уравнения тепловых балансов такой системы имеют вид:

$$\begin{aligned} c\dot{T}_1 + q(T_1 - T_2) + q_c(T_1 - T_{in}) &= 0, \\ c\dot{T}_2 + q(T_2 - T_1) + q_c(T_2 - T_{out}) &= 0, \end{aligned} \quad (11)$$

где c – эффективные теплоемкости; q, q_c – теплопроводимости; T_{in}, T_{out} – «внутренняя» и «наружная» температуры окружающей среды.

Угловую скорость дрейфа в соответствии с полученным выражением (8) представим в виде

$$\Omega_T = A \cdot \Delta\dot{T}_R, \quad (12)$$

где $A = \frac{(h_T + n_{10}\alpha_T)n_{10}}{4NS_B} \int_0^L (2l - L)f(l)dl$, $\Delta\dot{T}_R(t) = \dot{T}_n(t) - \dot{T}_1(t)$.

При этом коэффициент A вычисляется для конкретной конструкции ВОГ и параметров применяемого оптического волокна.

В соответствии с (12) угловая скорость дрейфа в приборе запишется как

$$\Omega_T^{\Pi} = A \cdot \Delta\dot{T}_R^{\Pi}.$$

Положим для определенности, что используется пропорциональный закон регулирования. Сформируем сигнал по двум термодатчикам, расположенным в радиальном направлении в зоне волоконной бухты:

$$\Omega_T = k \cdot A \cdot \Delta\dot{T}_R,$$

где k – коэффициент усиления.

Это угловая скорость теплового дрейфа, определяемая по полученной математической модели.

Образум разность

$$\Delta\Omega_T = \Omega_T^{\Pi} - \Omega_T = A(\Delta\dot{T}_R^{\Pi} - k\Delta\dot{T}_R).$$

Далее определим коэффициент усиления k , минимизирующий $\Delta\Omega_T$.

Решение системы уравнений тепловых балансов (11) при нулевых начальных условиях в рассматриваемом случае примет вид

$$\Delta T_R = T_1 - T_2 = \frac{q_c \Delta T_c}{2q + q_c} \left(1 - e^{-\frac{2q+q_c}{c}t} \right), \quad \Delta\dot{T}_R = \frac{q_c \Delta T_c}{c} e^{-\frac{2q+q_c}{c}t},$$

где $\Delta T_c = T_{in} - T_{out}$.

Пусть температурный перепад и его производная по времени в реальном приборе имеют вид

$$\Delta T_R^{\Pi} = \Delta T_R^0 (1 - e^{-\gamma t}), \quad \Delta\dot{T}_R^{\Pi} = \Delta T_R^0 \gamma e^{-\gamma t}.$$

Тогда

$$\Delta\Omega_T = A \left(\Delta T_R^0 \gamma e^{-\gamma t} - k \frac{q_c \Delta T_c}{c} e^{-\frac{2q+q_c}{c}t} \right).$$

Отсюда видно, что если постоянные времени реального прибора и модели совпадают, т. е. $\gamma = (2q + q_c)/c$, то можно добиться «идеальной» компенсации:

$$\Delta\Omega_T = 0, \quad \text{при } k = \frac{\Delta T_R^0}{\Delta T_c} \cdot \frac{2q + q_c}{q_c}.$$

Отметим, что для реальных конструкций такая идеализация будет ограничена в силу погрешностей термодатчиков, затруднительности их произвольного размещения, погрешностей при дифференцировании сигналов, допущений, принятых для математической модели температурного дрейфа, однако применение предлагаемого алгоритма управления совместно с предварительной калибровкой прибора позволит обеспечить поддержание его теплового дрейфа на минимальном уровне в процессе эксплуатации.

Заключение. В работе была построена математическая модель теплового дрейфа ВОГ, обусловленного термооптическим эффектом, учитывающая особенности квадрупольной намотки волокна, для произвольных геометрических параметров катушки и оптического волокна. Построенная модель адаптирована для радиальных градиентов температуры, которые дают наибольший вклад в тепловой дрейф.

Расчет теплового дрейфа с помощью полученной модели для некоторого произвольно выбранного волоконного контура ВОГ хорошо согласуется с результатами расчетов других авторов, например с работой пермских разработчиков ВОГ [21], использующих САПР на основе методов конечно-элементного моделирования.

Кроме того, полученная модель вносит уточнение и дополнение в работу [9], в которой дана обобщенная математическая модель теплового дрейфа ВОГ для различной пространственной конфигурации теплового поля, но имеющая недостаток – она не учитывает особенности намотки волокна на катушку и ее геометрические размеры.

Авторами накоплен большой опыт применения модифицированного метода «элементарных» балансов [9, 16, 22–25 и др.] для решения задач анализа нестационарных температурных полей различных многокомпонентных приборов, устройств и отдельных датчиков. Предложенная модель для расчета теплового дрейфа ВОГ расширяет и дополняет возможности метода «элементарных» балансов. В комплексе эти методики позволят в процессе расчета нестационарных температурных полей оценить тепловой дрейф практически любого ВОГ типовой конструкции благодаря возможности реализовать простой и эффективный алгоритм расчета, не требующий привлечения дорогостоящих программных продуктов.

Показан пример возможного управления тепловым дрейфом ВОГ путем применения алгоритмической компенсации с использованием полученной математической модели.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Лукьянов Д.П., Распов В.Я., Филатов Ю.В. Прикладная теория гироскопов. Санкт-Петербург: Концерн «Центральный научно-исследовательский институт «Электроприбор»», 2015. 316 с. EDN VXEZMJ.
2. Волков Н.В. Теория и практика гироскопических устройств. Нижний Новгород: Нижегород. гос. техн. ун-т им. Р.Е. Алексеева, 2019. 151 с.
3. Распов В.Я., Лихошерст В.В. Датчик угловых скоростей на базе волнового твердотельного гироскопа с металлическим резонатором для систем ориентации, стабилизации и навигации // Мехатроника, автоматизация, управление. 2021. Т. 22. № 7. С. 374–382. DOI: 10.17587/mau.22.374-382. EDN: HJFZLY.
4. Распов В.Я., Шведов А.П. Резервная бесплатформенная система ориентации на отечественных микромеханических инерциальных датчиках // Мехатроника, автоматизация,

- управление. 2017. Т. 18. № 10. С. 699–705. DOI: 10.17587/mau.18.699-705. EDN: ZMNQSF.
5. *Шереметьев А.Г.* Волоконный оптический гироскоп. М.: Радио и связь, 1987. 152 с.
 6. *Lefevre H.C.* The Fiber-Optic Gyroscope. Boston: Artech House, 2014. 343 p.
 7. *Окосу Т., Окамото К. и др.* Волоконно-оптические датчики. Л.: Энергоатомиздат, 1991. 256 с.
 8. *Shupe D.M.* Thermally induced nonreciprocity in the fiber-optic interferometer // *Appl. Optics*. 1980. Vol. 19. No. 5. P. 654–655. DOI: 10.1364/AO.19.000654.
 9. *Джашитов В.Э., Панкратов В.М.* Датчики, приборы и системы авиакосмического и морского приборостроения в условиях тепловых воздействий. СПб: ГНЦ РФ ЦНИИ «Электроприбор», 2005. 404 с.
 10. *Schadt F., Mohr F.* Error signal formation in FOGs through thermal and elasto-optical environment influence on the sensing coil // *Proc. Inertial Sensors and Systems*. 2011. P. 2.1–2.13.
 11. *Novikov R.L., Egorov D.A., Neforosnyi S.T.* Influence of Methods for Fixing a Frameless Fiber Coil on Temperature Dependence of the FOG Output Signal // *Gyroscopy Navig.* 2024. No. 15. P. 305–313. DOI: 10.1134/S2075108725700026. EDN: WRHSAE.
 12. *Hong W., Hu X., Zang Z., Zhang P., Lou S., Huang B., Li Y., Zhang M.* Accurate measurement and enhancement of fiber coil symmetry // *Appl. Opt.* 2023. Vol. 62. P. E109–E118. DOI: 10.1364/ao.483537. EDN: PEMMXP.
 13. *Pillon J. et al.* Moisture-Induced Bias Drift in a Fiber-Optic Gyroscope // *Journal of Lightwave Technology*. 2025. P. 1–11. DOI: 10.1109/JLT.2025.3557251.
 14. *Meng Li, Xuyou Li, Dan Xu, Haoyu Li.* Performance analysis of the fiber coils combining hybrid polarization-maintaining fiber designs and symmetrical winding patterns // *Opt. Express*. 2023. Vol. 31. P. 22424–22443.
 15. *Ling W., Li X., Yang H., Liu P., Xu Z., Wei Y.* Reduction of the Shupe effect in interferometric fiber optic gyroscopes: The double cylinder wound coil // *Optics Communications*. 2016. Vol. 370. P. 62–67. DOI: 10.1016/j.optcom.2016.02.064. EDN: WVUOZR.
 16. *Джашитов В.Э., Панкратов В.М.* Применение метода элементарных балансов для анализа и синтеза системы терморегулирования на модулях Пельтье для БИНС на ВОГ // *Гироскопия и навигация*. 2013. № 2(81). С. 84–103.
 17. *Драцицына Е.В., Егоров Д.А., Унтилов А.А., Дейнека Г.Б., Шарков И.А., Дейнека И.Г.* Снижение влияния изменения температуры на выходной сигнал волоконно-оптического гироскопа // *Гироскопия и навигация*. 2012. № 4 (79). С. 10–20.
 18. *Колеватов А.П., Николаев С.Г., Андреев А.Г., Ермаков В.С., Кель О.Л., Шевцов Д.И.* Волоконно-оптический гироскоп бесплатформенных инерциальных систем навигационного класса. Разработка, термокомпенсация, испытания // *Гироскопия и навигация*. 2010. № 3. С. 49–60.
 19. *Курбатов А.М., Курбатов Р.А.* Пути повышения точности волоконно-оптических гироскопов // *Гироскопия и навигация*. 2012. № 1. С. 102–121.
 20. *Вахрамеев Е.И., Галягин К.С., Ивонин А.С., Ошивалов М.А.* Прогноз и коррекция теплового дрейфа волоконно-оптического гироскопа // *Изв. вузов. Приборостроение*. 2013. Т. 56. № 5. С. 79–84.
 21. *Есипенко И.А., Лыков Д.А.* Численный расчет и экспериментальная верификация фиктивной угловой скорости волоконно-оптического гироскопа при нестационарном температурном воздействии на его контур // *Вычислительная механика сплошных сред*. 2017. Т. 10. № 3. С. 313–323. DOI: 10.7242/1999-6691/2017.10.3.24. EDN: ZHZVJH.
 22. *Голиков А.В., Панкратов В.М., Панкратова Е.В.* Применение пассивных способов уменьшения температурных перепадов в волоконно-оптическом гироскопе на основе использования наноматериалов // *Гироскопия и навигация*. 2016. № 2(93). С. 33–40. DOI: 10.1134/S2075108716040039. EDN: TZJMMU.
 23. *Джашитов В.Э., Панкратов В.М., Голиков А.В., Николаев С.Г., Колеватов А.П., Плотников А.Д., Коффер К.В.* Иерархические тепловые модели бесплатформенной инерциальной навигационной системы на волоконно-оптических гироскопах // *Гироскопия и навигация*. 2013. № 1(80). С. 49–63. DOI: 10.1134/S2075108714030031. EDN: QYUEVJ.
 24. *Джашитов В.Э., Панкратов В.М., Голиков А.В., Николаев С.Г., Колеватов А.П., Плотников А.Д., Коффер К.В.* Температурная калибровка бесплатформенной инерциальной навигационной системы по сигналам распределенных термодатчиков // *Мехатроника, автоматизация, управление*. 2013. № 7(148). С. 62–68.
 25. *Джашитов В.Э., Панкратов В.М., Голиков А.В.* Активное управление температурными полями бесплатформенной инерциальной навигационной системы с волоконно-

- оптическими датчиками // Мехатроника, автоматизация, управление. 2014. № 1 (154). С. 67–72.
26. *Джашитов В.Э., Панкратов В.М., Барулина М.А.* Математические модели термоупругого напряженно-деформированного состояния и погрешности масштабного коэффициента волоконно-оптического гироскопического датчика // Проблемы машиностроения и надежности машин. 2013. № 2. С. 43–52.
 27. *Shen C., Chen X.* Analysis and modeling for fiber-optic gyroscope scale factor based on environment temperature // Applied Optics. 2012. Vol. 51. No. 14. P. 2541–2547.
 28. *Громов Д.С., Шарков А.В.* Тепловые режимы гироскопических приборов на базе волоконно-оптических гироскопов // Изв. вузов. Приборостроение. 2013. Т. 56. № 1. С. 62–67.

Статья поступила в редакцию 03.06.2025

MATHEMATICAL MODEL OF THERMAL DRIFT OF FIBER OPTIC GYROSCOPE TAKING INTO ACCOUNT QUADRUPOLE SPOOLING OF FIBER

A.V. Golikov¹, V.S. Popov^{1,2}, E.V. Pankratova¹

¹ Institute for Precision Mechanics and Control Problems of the Russian Academy of Sciences

A separate structural unit of the Federal Research Center "Saratov Scientific Center of the Russian Academy of Sciences" 24, Rabochaya St., Saratov, 410028, Russian Federation

² Yuri Gagarin State Technical University of Saratov 77, Politekhnikeskaya St., Saratov, 410054, Russian Federation

E-mail: golikov@iptmuran.ru, vic_p@bk.ru, pankratova@iptmuran.ru

Abstract. *The paper considers the development of a mathematical model of the thermal drift of a fiber-optic gyroscope (FOG) due to the thermo-optic effect, which takes into account the features of quadrupole spooling of fiber on the coil. These devices are widely used in stabilization, orientation and motion control systems of aerospace and ground techniques. The main task in achieving this goal was to separate the non-stationary temperature function into a temporal component and a spatial one – the function characterizing the temperature distribution along the fiber filament for the quadrupole spooling of fiber at radial temperature gradient. When developing the model, the initial allowing is to consider the array of fiber filaments on the spool as a periodic continuous structure - successive layers with the same thermophysical characteristics. This allows taking into account only radial temperature gradients and assuming that the temperature at each moment of time in the corresponding fiber layer on the spool is uniformly distributed. The study provides justification of the correctness of the proposed approach in constructing the thermal drift model by simulating the temperature in each layer of the fiber coil using the method of elementary balances. Modeling was performed in specially developed software, in which the functions of graphical output of calculation results are implemented. Based on computational experiments, it is substantiated that in real conditions of FOG operation at a relatively low rate of change in ambient temperature, the law of temperature change in the fiber coil in the radial direction can be assumed as linear. The function of the spatial distribution of the temperature field along the fiber filament is determined. Using this function, an algorithm of its application for plotting the temperature distribution in a fiber coil with given geometric parameters close to the real one is implemented. An example of calculating the thermal drift of the device for specified parameters of the fiber and geometric parameters of the coil, closed to the parameters of devices used in*



© The Author(s), 2025

¹Alexey V. Golikov (Ph.D. (Techn.)), Leading Researcher, Lab. of Analysis and Synthesis of Dynamic Systems in Precision Mechanics.

^{1,2}Viktor S. Popov (Dr. Sci. (Techn.)), Professor, Professor, Dept. of Applied Mathematics and Systems Analysis Department, Chief Researcher, Lab. of Analysis and Synthesis of Dynamic Systems in Precision Mechanics.

Elena V. Pankratova (Ph.D. (Techn.)), Senior Researcher, Lab. of Analysis and Synthesis of Dynamic Systems in Precision Mechanics.

This work was supported by the theme of the state task of the Ministry of Education and Science of the Russian Federation no. 125020501400-6.

practice, is given. The proposed model for calculating the thermal drift of a fiber-optic gyroscope extends and complements the capabilities of the method of elementary balances, which makes it possible to implement a simple and effective algorithm for calculating non-stationary temperature fields and thermal drift of almost any fiber-optic gyroscope of typical design. The developed model will allow developers of automatic object motion control systems to realize effective algorithms for calibration and correction of thermal drift of a fiber optic gyroscope.

Keywords: fiber-optic gyroscope, Sagnac effect, sensing element, thermal drift, mathematical model, temperature errors, quadrupole spooling, thermo-optic effect.

REFERENCES

1. *Lukyanov D.P., Raspopov V.Ya., Filatov Yu.V.* Prikladnaya teoriya giroskopov [Applied Theory of Gyroscopes]. Sankt-Peterburg: Koncern «Centralnyj nauchno-issledovatel'skiy institut «Elektropribor»», 2015. 316 p. (In Russian)
2. *Volkov N.V.* Teoriya i praktika giroskopicheskikh ustrojstv [Theory and Practice of Gyroscopic Devices]. Nizhnij Novgorod: Nizhegorod. gos. tekhn. un-t im. R.E. Alekseeva, 2019. 151 p. (In Russian)
3. *Raspopov V.YA., Lihosherst V.V.* Datchik uglovyyh skorostey na baze volnovogo tverdotelnogo giroskopa s metallicheskim rezonatorom dlya sistem orientacii, stabilizacii i navigacii [Angular Rate Sensor Based on a Wave Solid-State Gyroscope with a Metal Resonator for Orientation, Stabilization, and Navigation Systems] // Mekhatronika, avtomatizaciya, upravlenie. 2021. V. 22. № 7. P. 374–382. DOI: 10.17587/mau.22.374-382. (In Russian)
4. *Raspopov V.Ya., Shvedov A.P.* Rezervnaya besplatformennaya sistema orientacii na otechestvennyh mikromekhanicheskikh inercial'nyh datchikah [Backup Strapdown Orientation System Based on Domestic MEMS Inertial Sensors] // Mekhatronika, avtomatizaciya, upravlenie. 2017. T. 18. № 10. P. 699–705. DOI: 10.17587/mau.18.699-705. (In Russian)
5. *Sheremetev A.G.* Volokonnyj opticheskij giroskop [Fiber-Optic Gyroscope]. M.: Radio i svyaz, 1987. 152 p. (In Russian)
6. *Lefevre H.C.* The Fiber-Optic Gyroscope. Boston: Artech House, 2014. 343 p.
7. *Okosi T., Okamoto K. i dr.* Volokonno-opticheskie datchiki [Fiber-Optic Senso]. L.: Energoatomizdat, 1991. 256 p. (In Russian)
8. *Shupe D.M.* Thermally induced nonreciprocity in the fiber-optic interferometer // Appl. Optics. 1980. Vol. 19. No. 5. P. 654–655. DOI: 10.1364/AO.19.000654.
9. *Dzhashitov V.E., Pankratov V.M.* Datchiki, pribory i sistemy aviakosmicheskogo i morskogo priborostroeniya v usloviyah teplovyh vozdeystvij [Sensors, Devices, and Systems for Aerospace and Marine Instrumentation Under Thermal Effects]. SPb: GNCRFCNII «Elektropribor», 2005. 404 p. (In Russian)
10. *Schadt F., Mohr F.* Error signal formation in FOGs through thermal and elasto-optical environment influence on the sensing coil // Proc. Inertial Sensors and Systems. 2011. P. 2.1–2.13.
11. *Novikov R.L., Egorov D.A., Neforosnyi S.T.* Influence of Methods for Fixing a Frameless Fiber Coil on Temperature Dependence of the FOG Output Signal // Gyroscopy Navig. 2024. No. 15. P. 305–313. DOI: 10.1134/S2075108725700026.
12. *Hong W., Hu X., Zang Z., Zhang P., Lou S., Huang B., Li Y., Zhang M.* Accurate measurement and enhancement of fiber coil symmetry // Appl. Opt. 2023. Vol. 62. P. E109-E118. DOI: 10.1364/ao.483537.
13. *Pillon J. et al.* Moisture-Induced Bias Drift in a Fiber-Optic Gyroscope // Journal of Lightwave Technology. 2025. P. 1–11. DOI: 10.1109/JLT.2025.3557251.
14. *Meng Li, Xuyou Li, Dan Xu, Haoyu Li.* Performance analysis of the fiber coils combining hybrid polarization-maintaining fiber designs and symmetrical winding patterns // Opt. Express. 2023. Vol. 31. P. 22424–22443.
15. *Ling W., Li X., Yang H., Liu P., Xu Z., Wei Y.* Reduction of the Shupe effect in interferometric fiber optic gyroscopes: The double cylinder wound coil // Optics Communications. 2016. Vol. 370. P. 62–67. DOI: 10.1016/j.optcom.2016.02.064.
16. *Dzhashitov V.E., Pankratov V.M.* Primenenie metoda elementarnykh balansov dlya analiza i sinteza sistemy termoregulirovaniya na modulyah Pelte dlya BINS na VOG [Application of the Elementary Balances Method for Analysis and Synthesis of a Thermoregulation System

- Based on Peltier Modules for FOG-Based SINS] // *Giroskopiya i navigaciya*. 2013. № 2(81). P. 84–103. (In Russian)
17. *Dranicyna E.V., Egorov D.A., Untilov A.A., Dejneka G.B., Sharkov I.A., Dejneka I.G.* Snizhenie vliyaniya izmeneniya temperatury na vyhodnoj signal volokonno-opticheskogo giroskopa [Reducing the Influence of Temperature Variations on the Output Signal of a Fiber-Optic Gyroscope] // *Giroskopiya i navigaciya*. 2012. № 4 (79). P. 10–20. (In Russian)
 18. *Kolevatov A.P., Nikolaev S.G., Andreev A.G., Ermakov V.S., Kel O.L., Shevcov D.I.* Volokonno-opticheskij giroskop besplatformennyh inercial'nyh sistem navigacionnogo klassa. Razrabotka, termokompensaciya, ispytaniya [Fiber-Optic Gyroscope for Strapdown Inertial Navigation Systems of Navigation Grade. Development, Thermal Compensation, Testing] // *Giroskopiya i navigaciya*. 2010. № 3. P. 49–60. (In Russian)
 19. *Kurbatov A.M., Kurbatov R.A.* Puti povysheniya tochnosti volokonno-opticheskikh giroskopov [Ways to Improve the Accuracy of Fiber-Optic Gyroscopes] // *Giroskopiya i navigaciya*. 2012. № 1. P. 102–121. (In Russian)
 20. *Vahrameev E.I., Galyagin K.S., Ivonin A.S., Oshivalov M.A.* Prognoz i korekciya teplovogo drejfa volokonno-opticheskogo giroskopa [Prediction and Correction of Thermal Drift in Fiber-Optic Gyroscopes] // *Izv. vuzov. Priborostroenie*. 2013. V. 56. № 5. P. 79–84. (In Russian)
 21. *Esipenko I.A., Lykov D.A.* Chislennyj raschet i eksperimentalnaya verifikaciya fiktivnoj uglovoj skorosti volokonno-opticheskogo giroskopa pri nestacionarnom temperaturnom vozdejstvii na ego kontur [Numerical Calculation and Experimental Verification of the Fictitious Angular Rate of a Fiber-Optic Gyroscope Under Nonstationary Thermal Effects on Its Loop] // *Vychislitel'naya mekhanika sploshnyh sred*. 2017. V. 10. № 3. P. 313–323. DOI: 10.7242/1999-6691/2017.10.3.24. (In Russian)
 22. *Golikov A.V., Pankratov V.M., Pankratova E.V.* Primenenie passivnyh sposobov umensheniya temperaturnyh perepadov v volokonno-opticheskom giroskope na osnove ispolzovaniya nanomaterialov [Application of Passive Methods for Reducing Temperature Gradients in Fiber-Optic Gyroscopes Using Nanomaterials] // *Giroskopiya i navigaciya*. 2016. № 2(93). P. 33–40. DOI: 10.1134/S2075108716040039. (In Russian)
 23. *Dzhashitov V.E., Pankratov V.M., Golikov A.V., Nikolaev S.G., Kolevatov A.P., Plotnikov A.D., Koffer K.V.* Ierarhicheskie teplovyje modeli besplatformennoj inercialnoj navigacionnoj sistemy na volokonno-opticheskikh giroskopah [Hierarchical Thermal Models of a Strapdown Inertial Navigation System Based on Fiber-Optic Gyroscopes] // *Giroskopiya i navigaciya*. 2013. № 1(80). P. 49–63. DOI: 10.1134/S2075108714030031. (In Russian)
 24. *Dzhashitov V.E., Pankratov V.M., Golikov A.V., Nikolaev S.G., Kolevatov A.P., Plotnikov A.D., Koffer K.V.* Temperaturnaya kalibrovka besplatformennoj inercial'noj navigacionnoj sistemy po signalam raspredelennyh termodatchikov [Thermal Calibration of a Strapdown Inertial Navigation System Using Signals from Distributed Temperature Sensors] // *Mehatronika, avtomatizaciya, upravlenie*. 2013. № 7(148). P. 62–68. (In Russian)
 25. *Dzhashitov V.E., Pankratov V.M., Golikov A.V.* Aktivnoe upravlenie temperaturnymi polyami besplatformennoj inercialnoj navigacionnoj sistemy s volokonno-opticheskimi datchikami [Active Control of Thermal Fields in a Strapdown Inertial Navigation System with Fiber-Optic Sensors] // *Mekhatronika, avtomatizaciya, upravlenie*. 2014. № 1 (154). P. 67–72. (In Russian)
 26. *Dzhashitov V.E., Pankratov V.M., Barulina M.A.* Matematicheskie modeli termo-uprugogo napryazhenno-deformirovannogo sostoyaniya i pogreshnosti masshtabnogo koefitsienta volokonno-opticheskogo giroskopicheskogo datchika [Mathematical Models of Thermoelastic Stress-Strain State and Scale Factor Error in a Fiber-Optic Gyroscopic Sensor] // *Problemy mashino-stroeniya i nadezhnosti mashin*. 2013. № 2. P. 43–52. (In Russian)
 27. *Shen C., Chen X.* Analysis and modeling for fiber-optic gyroscope scale factor based on environment temperature // *Applied Optics*. 2012. Vol. 51. No. 14. P. 2541–2547.
 28. *Gromov D.S., Sharkov A.V.* Teplovyje rezhimy giroskopicheskikh priborov na baze volokonno-opticheskikh giroskopov [Thermal Regimes of Gyroscopic Devices Based on Fiber-Optic Gyroscopes] // *Izv. vuzov. Priborostroenie*. 2013. V. 56. № 1. P. 62–67. (In Russian)

Original article submitted 03.06.2025