

ISSN 2712-8687

ПРОБЛЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ

3/2023

CONTROL  SCIENCES

РЕДАКЦИОННЫЙ СОВЕТ

С. Н. Васильев, академик РАН,
И. А. Каляев, академик РАН,
В. А. Левин, академик РАН,
Н. А. Махутов, чл.-корр. РАН,
А. Ф. Резчиков, чл.-корр. РАН,
Е. А. Федосов, академик РАН

РЕДКОЛЛЕГИЯ

Ф. Т. Алескеров, д-р техн. наук,
В. Н. Афанасьев, д-р техн. наук,
Н. Н. Бахтадзе, д-р техн. наук,
В. Н. Бурков, д-р техн. наук,
В. М. Вишневский, д-р техн. наук,
А. О. Калашников, д-р техн. наук,
В. В. Клочков, д-р экон. наук,
С. А. Краснова, д-р техн. наук,
Н. В. Кузнецов, д-р физ.-мат. наук,
О. П. Кузнецов, д-р техн. наук,
В. В. Кульба, д-р техн. наук,
А. А. Лазарев, д-р физ.-мат. наук,
В. Г. Лебедев, д-р техн. наук,
В. Е. Лепский, д-р психол. наук,
Н. Е. Максимова, канд. техн. наук
(ответственный секретарь),
А. С. Мандель, д-р техн. наук,
Р. В. Мещеряков, д-р техн. наук,
А. И. Михальский, д-р биол. наук,
Д. А. Новиков, академик РАН
(гл. редактор),
Б. В. Павлов, д-р техн. наук,
Ф. Ф. Пашченко, д-р техн. наук
(зам. гл. редактора),
Л. Б. Рапопорт, д-р физ.-мат. наук,
С. В. Ратнер, д-р экон. наук,
Е. Я. Рубинович, д-р техн. наук,
М. В. Хлебников, д-р физ.-мат. наук,
А. Д. Цвиркун, д-р техн. наук,
П. Ю. Чеботарёв, д-р физ.-мат. наук,
И. Б. Ядыкин, д-р техн. наук

РУКОВОДИТЕЛИ РЕГИОНАЛЬНЫХ РЕДСОВЕТОВ

Владивосток – О. В. Абрамов, д-р техн. наук,
Волгоград – А. А. Воронин, д-р физ.-мат. наук,
Воронеж – С. А. Баркалов, д-р техн. наук,
Курск – С. Г. Емельянов, д-р техн. наук,
Липецк – А. К. Погодаев, д-р техн. наук,
Пермь – В. Ю. Столбов, д-р техн. наук,
Ростов-на-Дону – Г. А. Угольниковский,
д-р техн. наук,
Самара – М. И. Гераськин, д-р экон. наук,
Саратов – В. А. Кушников, д-р техн. наук,
Тамбов – М. Н. Краснянский, д-р техн. наук,
Уфа – Б. Г. Ильясов, д-р техн. наук,
Челябинск – О. В. Логиновский, д-р техн. наук

ADVISORY BOARD

E. A. Fedosov, Academician of RAS¹,
I. A. Kalyaev, Academician of RAS,
V. A. Levin, Academician of RAS,
N. A. Makhutov, Corr. Member of RAS,
A. F. Rezchikov, Corr. Member of RAS,
S. N. Vassilyev, Academician of RAS

EDITORIAL BOARD

V. N. Afanas'ev, Dr. Sci. (Tech.),
F. T. Aleskerov, Dr. Sci. (Tech.),
N. N. Bakhtadze, Dr. Sci. (Tech.),
V. N. Burkov, Dr. Sci. (Tech.),
P. Yu. Chebotarev, Dr. Sci. (Phys.-Math.),
A. O. Kalashnikov, Dr. Sci. (Tech.),
V. V. Klochkov, Dr. Sci. (Econ.),
M. V. Khlebnikov, Dr. Sci. (Phys.-Math.),
S. A. Krasnova, Dr. Sci. (Tech.),
V. V. Kulba, D. Sc. (Tech.),
N. V. Kuznetsov, Dr. Sci. (Phys.-Math.),
O. P. Kuznetsov, Dr. Sci. (Tech.),
A. A. Lazarev, Dr. Sci. (Phys.-Math.),
V. G. Lebedev, Dr. Sci. (Tech.),
V. E. Lepskiy, D. Sc. (Phych.),
A. S. Mandel, Dr. Sci. (Tech.),
N. E. Maximova, Cand. Sci. (Tech),
Executive Editor-in-Chief,
R. V. Meshcheryakov, Dr. Sci. (Tech.),
A. I. Michalski, Dr. Sci. (Biol.),
D. A. Novikov, Academician of RAS,
Editor-in-Chief,
F. F. Pashchenko, Dr. Sci. (Tech.),
Deputy Editor-in-Chief,
B. V. Pavlov, Dr. Sci. (Tech.),
L. B. Rapoport, Dr. Sci. (Phys.-Math.),
S. V. Ratner, Dr. Sci. (Econ.),
E. Ya. Rubinovich, Dr. Sci. (Tech.),
A. D. Tsvirkun, Dr. Sci. (Tech.),
V. M. Vishnevsky, Dr. Sci. (Tech.),
I. B. Yadykin, Dr. Sci. (Tech)

LEADERS OF REGIONAL BOARDS

Chelyabinsk – O. V. Loginovskiy, Dr. Sci. (Tech.),
Kursk – S. G. Emelyanov, Dr. Sci. (Tech.),
Lipetsk – A. K. Pogodaev, Dr. Sci. (Tech.),
Perm – V. Yu. Stolbov, Dr. Sci. (Tech.),
Rostov-on-Don – G. A. Ougolnitsky,
Dr. Sci. (Tech.),
Samara – M. I. Geraskin, Dr. Sci. (Econ.),
Saratov – V. A. Kushnikov, Dr. Sci. (Tech.),
Tambov – M. N. Krasnyanskiy, Dr. Sci. (Tech.),
Ufa – B. G. Ilyasov, Dr. Sci. (Tech.),
Vladivostok – O. V. Abramov, Dr. Sci. (Tech.),
Volgograd – A. A. Voronin, Dr. Sci. (Phys.-Math.),
Voronezh – S. A. Barkalov, Dr. Sci. (Tech.)

¹Russian Academy of Sciences.



CONTROL SCIENCES
Научно-технический
журнал

6 номеров в год
ISSN 1819-3161 (Print)
ISSN 2712-8687 (Online)
Издается с 2003 года

УЧРЕДИТЕЛЬ и ИЗДАТЕЛЬ

Федеральное государственное
бюджетное учреждение науки
Институт проблем управления
им. В.А. Трапезникова РАН

Главный редактор
академик РАН
Д.А. Новиков

Заместитель главного редактора
Ф.Ф. Пашенко

Ответственный секретарь
Н.Е. Максимова

Выпускающий редактор
Л.В. Петракова

Адрес редакции
117997, ГСП-7, Москва,
ул. Профсоюзная, д. 65, к. 410

Тел./факс (495) 198-17-20, доб. 1410

E-mail: pu@ipu.ru

Интернет: <http://pu.mtas.ru>
<http://controlsciences.org>

Опубликовано: 28 июня 2023 г.

Свидетельство о регистрации
ПИ № ФС 77-49203 от 30 марта 2012 г.
выдано Министерством Российской
Федерации по делам печати,
телерадиовещания и средств массовых
коммуникаций

Свидетельство о регистрации
Эл № ФС 77-80482 от 17 февраля 2021 г.
выдано Федеральной службой
по надзору в сфере связи,
информационных технологий и
массовых коммуникаций

Журнал входит в RSCI на платформе
Web of Science и Перечень
рецензируемых научных изданий ВАК

Журнал включен в Российский индекс
научного цитирования (РИНЦ).
На сайте Научной электронной
библиотеки (www.elibrary.ru) доступны
полные тексты статей.

© Федеральное государственное
бюджетное учреждение науки
Институт проблем управления
им. В.А. Трапезникова РАН

ПРОБЛЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ

3.2023

СОДЕРЖАНИЕ

Математические проблемы управления

Косоруков О.А., Лемтюжникова Д.В. Об одном методе
декомпозиции для решения задач синтеза коммуникационных
сетей 3

Анализ и синтез систем управления

Хлебников М.В., Стефанюк Е.А. Минимизация всплеска
в линейной системе управления с неопределенностями
при ограниченных внешних возмущениях 12

Управление в социально-экономических системах

Анохина М.Е. Параметрическое управление развитием
сельского хозяйства на основе когнитивного моделирования ... 20

Губанов Д.А., Новиков Д.А. Модели совместной динамики
мнений и действий в онлайн-социальных сетях.
Ч. 2. Линейные модели 40

Чернов И.В. Сценарно-когнитивное моделирование сложных
систем на основе событийной идентификации динамики
факторов 65

Управление подвижными объектами и навигация

Брагин А.В. Адаптивный алгоритм коррекции по расстоянию
между стопами в навигации пешехода 77



CONTROL SCIENCES
Scientific Technical
Journal

6 issues per year

ISSN 1819-3161 (Print)

ISSN 2712-8687 (Online)

Published since 2003

FOUNDER and PUBLISHER

V.A. Trapeznikov

Institute of Control Sciences
of Russian Academy of Sciences

Editor-in-Chief

D.A. Novikov, RAS Academician

Deputy Editor-in-Chief

F.F. Pashchenko

Executive Editor-in-Chief

N.E. Maximova

Editor

L.V. Petrakova

Editorial address

65 Profsoyuznaya st., office 410,
Moscow 117997, Russia

☎ +7(495) 198-17-20, ext. 1410

✉ pu@ipu.ru

URL: <http://pu.mtas.ru>

<http://controlsciences.org>

Published: June 28, 2023

Registration certificate of

ПИ № ФС 77-49203 of 30 March 2012

issued by the Ministry of Press,
Broadcasting, and Mass Media
of the Russian Federation

Registration certificate of

Эл № ФС 77-80482 of 17 February 2021

issued by the Federal Service
for Supervision of Communications,
Information Technology, and Mass Media

The Journal is indexed in RSCI (Russian
Science Citation Index) on the platform
Web of Science and in the list of peer-
reviewed scientific publications of HAC

On the website of the Scientific electronic
library (www.elibrary.ru) full texts of
articles are available

© V.A. Trapeznikov

Institute of Control Sciences

of Russian Academy of Sciences

CONTROL SCIENCES

3.2023

CONTENTS

Mathematical Problems of Control

Kosorukov, O.A. and Lemtyuzhnikova, D.V. On a Decomposition
Method for Designing Communication Networks 3

Analysis and Design of Control Systems

Khlebnikov, M.V. and Stefanyuk, E.A. Peak-Minimizing Design
for Linear Control Systems with Exogenous Disturbances and
Structured Matrix Uncertainties 12

Control in Social and Economic Systems

Anokhina, M.E. Parametric Control of Agricultural Development
Based on Cognitive Modeling 20

Gubanov, D.A. and Novikov, D.A. Models of Joint Dynamics
of Opinions and Actions in Online Social Networks. Part II:
Linear Models 40

Chernov, I.V. Scenario-Cognitive Modeling of Complex Systems
Based on Event-Driven Identification of Factor Dynamics 65

Control of Moving Objects and Navigation

Bragin, A.V. An Adaptive Aiding Algorithm for Pedestrian
Navigation 77

ОБ ОДНОМ МЕТОДЕ ДЕКОМПОЗИЦИИ ДЛЯ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ СИНТЕЗА КОММУНИКАЦИОННЫХ СЕТЕЙ¹

О.А. Косоруков, Д.В. Лемтюжникова

Аннотация. Рассматривается алгоритм решения задачи о формировании коммуникационной сети для нахождения гарантированного плана перевозок заданного объема при наличии неопределенных факторов. Объемы производств и пропускные способности коммуникаций выражены линейными функциями от вложенных ресурсов. Для решения двойственной задачи, в силу ее ступенчатой блочной структуры, применяется известный алгоритм декомпозиции Данцига – Вулфа. Возникающие на итерациях линейные задачи предлагаются решать, используя их специфику, на основе эффективных сетевых методов и методов теории графов, а именно: нахождения максимального потока, минимального разреза в сети, компонент связности и минимальных остовных деревьев графов. Существующие для этих задач алгоритмы имеют оценки сложности $O(mn^2)$, $O(n^2m)$ и $O(n+m)$, где n – число вершин графа, m – число ребер.

Ключевые слова: задача о спросе и предложении, коммуникационные сети, линейный синтез, методы декомпозиции, максимальный поток, минимальный разрез, минимальное остовное дерево.

ВВЕДЕНИЕ

Задачи сетевой структуры возникают не только при проектировании транспортных или иных реальных сетей, но и во многих других сферах человеческой деятельности. Общая постановка таких задач приведена, например, в работах [1, 2].

В настоящей статье рассматривается линейная задача синтеза для задачи Гейла о спросе и предложении [3] при наличии конечного числа неопределенных факторов, которая является задачей линейного программирования большой размерности. Эта задача имеет ярко выраженную специфику, а именно ступенчатую блочную структуру матрицы ограничений, которая наводит на мысль о поиске специальных алгоритмов для ее решения, отличных от общих алгоритмов решения задач линейного программирования. Как известно, для многих задач анализа коммуникационных сетей, таких как задача о перевозках, о кратчайшем пути, о максимальном потоке, о потоке минимальной стоимости и т. д., представляющих собой задачи линейного программирования, разработаны специальные,

значительно более эффективные алгоритмы, позволяющие увеличить размерность решаемых задач. Примером такого специального алгоритма может служить метод потенциалов для стандартной транспортной задачи и его различные модификации. Он является конкретизацией симплекс-метода для специального типа задач линейного программирования [4]. В научной литературе представлен и модифицированный метод потенциалов для задачи с ограничениями на пропускные способности коммуникаций [5]. В научных работах описан алгоритм метода потенциалов для решения многоиндексной транспортной задачи [6, 7], а также задачи о перевозках, т. е. задачи с сетью произвольной структуры [8]. Все вышеупомянутые методы относятся к задачам анализа коммуникационных сетей. Автором был разработан алгоритм обобщенных потенциалов для задач линейного синтеза коммуникационных сетей [9], а также и модификация этого метода для задачи линейного синтеза коммуникационных сетей при наличии неопределенных факторов [10], которая является предметом рассмотрения данной статьи.

В настоящей статье рассматривается алгоритм решения задачи о формировании коммуникационной сети для нахождения гарантированного плана перевозок заданного объема при наличии неопре-

¹ Результаты исследований частично получены за счет средств Российского научного фонда (проект № 22-71-10131).

деленных факторов. Объемы производств и пропускные способности коммуникаций представляют собой линейные функции от вложенных ресурсов. Для решения двойственной задачи, в силу ее блочной структуры с группой связующих строк, применяется известный алгоритм декомпозиции Данцига – Вулфа. Возникающие на итерациях линейные задачи предлагается решать, используя их специфику, на основе эффективных сетевых методов и методов теории графов, а именно: нахождения максимального потока, минимального разреза в сети, компонент связности и минимальных остовных деревьев графов. Существующие для этих задач алгоритмы имеют оценки сложности $O(mn^2)$, $O(n^2m)$ и $O(n + m)$, где n – число вершин графа, m – число ребер. Примеры таких алгоритмов имеются в работах [11–20]. Это существенно превосходит оценки сложности как для общих методов линейного программирования, которые имеют экспоненциальную сложность, так и для специальных методов, имеющих полиномиальную сложность [15], например $O(mn^4 + m^2n^3 + m^3n^2)$, где m – число ограничений задачи, а n – число переменных [14], что позволяет сделать вывод об эффективности предложенного метода.

1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Сформулируем математическую постановку задачи. Рассмотрим следующие составляющие задачи:

- ориентированный граф (G, Γ) с множеством дуг Γ и множеством вершин G ;
- продукт единственного типа, который может производиться в вершинах множества A и потребляться в вершинах множества C ;
- промежуточные вершины B , в которых продукт не производится и не потребляется;
- однородный сепарабельный ресурс, который распределяется по множеству вершин A и множеству дуг Γ .

При этом предполагаем, что зависимость объемов производства в вершинах множества A и зависимости пропускных способностей дуг множества Γ от вложенных ресурсов нам известны. Целью задачи является нахождение такого способа распределения ограниченного ресурса между пунктами производства и коммуникациями сети, чтобы при любом значении неопределенных факторов сеть допускала поток, удовлетворяющий спрос, и при этом стоимость этого распределения ресурсов была бы минимальной. Будем предполагать ресурс однородным и сепарабельным, т. е. произвольно делимым.

Задачу с n пунктами производства с ограниченными запасами продуктов можно свести к задаче с одним пунктом производства с неограниченным запасом продукта [2]. Для этого добавим в граф одну вершину (припишем ей номер 0), соединив ее с каждой i -й вершиной множества A дугой с пропускной способностью $\varphi_i(x_i, k)$. Расширенный граф также будем обозначать (G, Γ) . Предполагаем линейность функций пропускных способностей, а именно: $\varphi_i(x_i, k) = b_i^k + a_i^k x_i$, где b_i^k и a_i^k – коэффициенты соответствующих линейных зависимостей.

Введем следующие обозначения: d_i – потребность в продукте в i -м пункте; y_j^k – поток по дуге j при наличии k -го неопределенного фактора; x_j – количество ресурса, вложенного в дугу j ; $D(i)$ – номера дуг, входящих в вершину i ; $C(i)$ – номера дуг, выходящих из вершины i .

Математическая постановка задачи имеет вид:

$$\begin{aligned} & \min_{x, y} \left(\sum_{j \in \Gamma} x_j \right), \\ & \sum_{j \in C(i)} y_j^k - \sum_{j \in D(i)} y_j^k = 0, \quad i \in A \cup B, \\ & \sum_{j \in D(i)} y_j^k - \sum_{j \in C(i)} y_j^k \geq d_i, \quad i \in C, \\ & y_j^k - a_j^k x_j \leq b_j^k, \quad j \in \Gamma, \\ & x_j \geq 0, \quad y_j^k \geq 0, \quad j \in \Gamma, \quad k = 1, \dots, l. \end{aligned} \quad (1)$$

По известным правилам теории двойственности линейного программирования сформируем двойственную задачу для задачи (1):

$$\begin{aligned} & \max_{\lambda, \mu} \left(\sum_{i \in C} \left(\sum_{k=1}^l \lambda_i^k \right) d_i - \sum_{j \in \Gamma} \sum_{k=1}^l \mu_j^k b_j^k \right), \\ & 1 - \sum_{k=1}^l \mu_j^k a_j^k \geq 0, \quad j \in \Gamma \setminus C(0), \\ & -\lambda_{n_2(j)}^k + \mu_j^k \geq 0, \quad j \in C(0), \\ & \lambda_{n_1(j)}^k - \lambda_{n_2(j)}^k + \mu_j^k \geq 0, \quad j \in \Gamma, \\ & \mu_j^k \geq 0, \quad j \in \Gamma, \quad \lambda_i^k \geq 0, \quad i \in C, \quad k = 1, \dots, l, \end{aligned} \quad (2)$$

где векторы λ и μ – переменные двойственной задачи; $n_1(j)$ – индекс вершины-начала для дуги j ; $n_2(j)$ – индекс вершины-окончания соответственно.

Введем дополнительные наборы переменных $z, z^1, \dots, z^l$ для преобразования ограничений задачи к эквивалентным равенствам. Структура матри-



цы коэффициентов ограничений задачи (2) представлена на рис. 1, где E – единичная матрица; IN – матрица инцидентности графа сети; A^i – диагональная матрица:

$$A^i = \begin{pmatrix} a_1^i & \dots & 0 & 0 \\ 0 & \dots & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & \dots & 0 & a_n^i \end{pmatrix}.$$

λ^1	μ^1	z^1	λ^2	μ^2	z^2	$\dots$	z		b
0	A^1	0	0	A^2	0	$\dots$	E	x	1 ... 1
IN^T	E	$-E$	0	0	0	$\dots$	0	y^1	0 ... 0
$\dots$	$\dots$	$\dots$	$\dots$	$\dots$	$\dots$	$\dots$	$\dots$	$\dots$	$\dots$
0	0	0	0	IN^T	E	$-E$	0	y^j	0 ... 0

Рис. 1. Блочная структура матрицы коэффициентов

Как видно из рис. 1, матрица коэффициентов задачи (2) имеет ступенчатую блочную структуру с некоторым множеством связующих сток. Для таких задач существуют эффективные методы декомпозиции, один из которых – метод декомпозиции Данцига – Вулфа [12]. Будем рассматривать его модификацию для случая неограниченного множества, задаваемого блочными ограничениями. Идея метода состоит в декомпозиции задачи большой размерности на группу задач меньшей размерности, которые решаются последовательно на каждом шаге итерационного алгоритма. На каждом шаге метода декомпозиции возникает оптимизационная задача

$$\begin{aligned} \max_{\lambda, \mu} & \left(\sum_{i \in C} d_i \lambda_i^k - \sum_{j \in \Gamma} \mu_j^k \tilde{b}_j^k \right), \\ & -\lambda_{n_2(j)}^k + \mu_j^k \geq 0, \quad j \in C(0), \\ & \lambda_{n_1(j)}^k - \lambda_{n_2(j)}^k + \mu_j^k \geq 0, \quad j \in \Gamma \setminus C(0), \\ & \mu_j^k \geq 0, \quad j \in \Gamma, \quad \lambda_i^k \geq 0, \quad i \in C, \end{aligned} \quad (3)$$

где $\tilde{b}_j^k$ – переменные коэффициенты. В соответствии с методом Данцига – Вулфа необходимо либо найти оптимальное базисное решение (λ, μ) в

случае разрешимости задачи, либо найти базисный луч (λ, μ) , на котором целевая функция задачи не ограничена.

2. АЛГОРИТМ РЕШЕНИЯ

Начнем с анализа матрицы ограничений задачи (3), а именно с вычисления ее ранга, и докажем следующее утверждение.

Утверждение 1. Пусть A – матрица коэффициентов задачи (3). Тогда $\text{rang } A = n + m - 1$, где n – число вершин, а m – число дуг графа (G, Γ) .

Доказательство. Пусть (G, Γ_0) – некоторое связующее поддерево графа (G, Γ) , которое заведомо существует в силу связности графа (G, Γ) . Тогда, как известно, $|\Gamma_0| = n - 1$. Рассмотрим систему неравенств, состоящую из $n + m - 1$ ограничения, а именно

$$\begin{aligned} -\lambda_{n_2(j)}^k + \mu_j^k & \geq 0, \quad j \in C(0), \\ \lambda_{n_1(j)}^k - \lambda_{n_2(j)}^k + \mu_j^k & \geq 0, \quad j \in \Gamma_0 \setminus C(0), \\ \mu_j^k & \geq 0, \quad j \in \Gamma. \end{aligned}$$

Блочная структура матрицы коэффициентов вышеприведенной системы неравенств представлена ниже, где, как и ранее, IN – матрица инцидентности графа сети; E – единичная матрица; а $\tilde{E}$ – некоторая частично единичная матрица:

$$\tilde{A} = \begin{pmatrix} IN & -\tilde{E} \\ 0 & E \end{pmatrix}.$$

Матрица $\tilde{A}$ имеет размерность $m + n - 1$, где количество первой группы строк $n - 1$, а второй m . По известным теоремам теории графов [1] строки матрицы инцидентности ориентированного графа линейно независимы, тогда и только тогда, когда соответствующие им дуги не образуют цикла. Поскольку связующее поддерево не содержит циклов, то первая группа строк матрицы $\tilde{A}$ линейно независима. В силу присутствия нулевого блока во второй группе строк и вся система строк матрицы $\tilde{A}$ линейно независима. Откуда следует, что $\text{rang } A \geq n + m - 1$. Поскольку матрица A содержит $m + n - 1$ столбец, то $\text{rang } A \leq n + m - 1$. Из обоих полученных неравенств однозначно следует, что $\text{rang } A = n + m - 1$. Утверждение 1 доказано. ♦

Далее исследуем две альтернативы относительно коэффициентов $\tilde{b}_{j_0}^k$ из функционала рассматриваемой задачи.

Первая, когда среди этих коэффициентов есть отрицательный, т. е. $\exists j_0 : \tilde{b}_{j_0}^k < 0$. В этом случае задача (3) не имеет решения в силу неограниченности целевой функции. Для доказательства этого

утверждения сформируем следующий вектор (λ, μ) :

$$\lambda_i^k = 0, i \in G \cup C(0), \mu_i^k = 0, j \neq j_0, \mu_{j_0}^k = 1.$$

Очевидно, что векторы вида $p(\lambda, \mu)$, $p > 0$, являются допустимыми для задачи (3). Очевидно также, что при $p \rightarrow +\infty$ значение функционала задачи (3) стремится к $+\infty$. Согласно требованиям рассматриваемого метода декомпозиции, в этом случае необходимо построить базисный луч, на котором целевая функция стремится к $+\infty$. Как известно из теории линейного программирования, луч является базисным тогда и только тогда, когда он обращает в равенства $n + m - 2$ линейно независимых ограничений задачи (3).

Далее исследуем два случая относительно структуры графа сети. Пусть в первом случае после удаления дуги j_0 граф (G, Γ) сохраняет свойство связности. Алгоритм проверки связности графа имеет сложность порядка $O(n + m)$, где n – число вершин графа, m – число ребер [17]. В этом случае можно построить минимальное остовное поддерево (G, Γ_0) графа (G, Γ) такое, что $j_0 \notin \Gamma_0$. Луч (λ, μ) , построенный ранее, является базисным, в силу того, что обращает в равенство $n + m - 2$ линейно независимых ограничений:

$$\begin{aligned} -\lambda_{n_2(j)}^k + \mu_j^k &= 0, j \in \Gamma_0 \cap C(0), \\ \lambda_{n_1(j)}^k - \lambda_{n_2(j)}^k + \mu_j^k &= 0, j \in \Gamma_0 \setminus C(0), \\ \mu_j^k &= 0, j \in \Gamma, j \neq j_0. \end{aligned} \quad (4)$$

Во втором случае после исключения дуги j_0 граф теряет свойство связности. Очевидно, что единственно возможным результатом такого действия может быть образование двух связных компонент (G_1, Γ_1) и (G_2, Γ_2) . Сформируем следующий луч (λ, μ) :

$$\lambda_i^k = 0, i \in G_1, \lambda_i^k = 1, i \in G_2, \mu_i^k = 0, j \neq j_0, \mu_{j_0}^k = 1.$$

Как легко проверить, все векторы вида $p(\lambda, \mu)$, $p > 0$, удовлетворяют ограничениям задачи и при возрастающем значении параметра p значение целевой функции задачи не ограничено сверху. Покажем, что сформированный луч является базисным. Рассмотрим связующее поддерево (G, Γ_0) графа (G, Γ) . В этом случае линейно независимой группой ограничений-равенств, соответствующих данному лучу, будет система (4). Таким образом, случаем присутствия отрицательной компоненты $j_0 : \tilde{b}_{j_0}^k < 0$, полностью исследован.

Рассмотрим далее альтернативу, когда все коэффициенты дуг неотрицательны, т. е. $\forall j \in \Gamma, \tilde{b}_{j_0}^k \geq 0$. Введем в рассмотрение дополнительную вершину графа (G, Γ) , приписав ей номер η , а также группу дуг между данной вершиной и вершинами множества C с пропускными способностями d_i . Коэффициенты $\tilde{b}_j^k$ будем интерпретировать как пропускные способности соответствующих дуг. В результате мы сформировали коммуникационную сеть с источником 0 и стоком η с известными пропускными способностями всех ее коммуникаций (рис. 2).

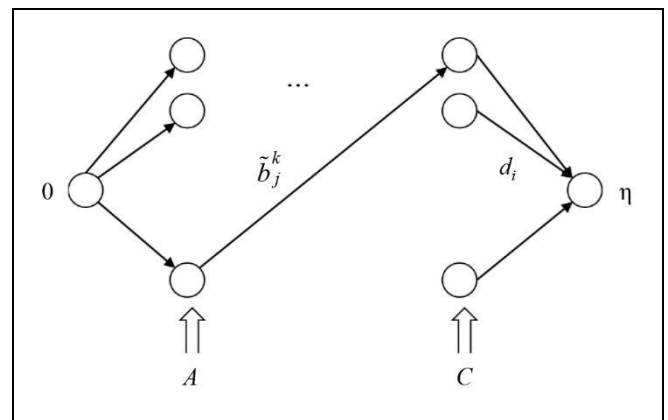


Рис. 2. Общая структура сформированного графа

Пользуясь правилами теории двойственности, сформируем двойственную задачу для задачи (3):

$$\begin{aligned} \min_{x, y} \quad & 0, \\ \sum_{j \in C(i)} y_j^k - \sum_{j \in D(i)} y_j^k &= 0, i \in A \cup B, \\ \sum_{j \in D(i)} y_j^k - \sum_{j \in C(i)} y_j^k &\geq d_i, i \in C, \\ y_j^k &\leq \tilde{b}_j^k, j \in \Gamma, y_j^k \geq 0, j \in \Gamma. \end{aligned} \quad (5)$$

Известно, что критерием разрешимости задачи (3) является непустота множества допустимых решений задачи (5). Поэтому представляет интерес критерий непустоты множества допустимых решений задачи (5); сформулируем его в виде утверждения 2.

Утверждение 2. Множество допустимых решений задачи (5) не пусто тогда и только тогда, когда величина максимального потока в сформированной выше двухполюсной сети равна

$$\sum_{i \in C} d_i.$$



Доказательство.

Достаточность. Будем исходить из того, что величина максимального потока в сети равна

$$\sum_{i \in C} d_i.$$

Поскольку введенные нами дополнительные дуги образуют разрез сети, то очевидно, что для максимального потока величины потоков по каждой из них равны их пропускным способностям. Из этого, в свою очередь, следует, что $\forall i, i \in C$, справедливы уравнения баланса

$$\sum_{j \in D(i)} y_j^k - \sum_{j \in C(i)} y_j^k = d_i.$$

Ограничения потока для остальных вершин $i \in A \cup B$ также реализуются в виде строгих равенств.

Необходимость. Будем исходить из того, что множество допустимых решений задачи (5) не пусто. В этом случае возможно формирование потока, который является допустимым решением задачи (5) и для которого справедлива система равенств

$$\sum_{j \in D(i)} y_j^k - \sum_{j \in C(i)} y_j^k = d_i, i \in C. \quad (6)$$

Предположим теперь, что существует такая вершина i , для которой балансовое ограничение потока является строгим неравенством, а именно

$$\sum_{j \in D(i)} y_j^k - \sum_{j \in C(i)} y_j^k = d_i + p, p > 0.$$

В этом случае можно заведомо утверждать, что в сети найдется путь между вершинами 0 и i , который не содержит дуг с нулевыми потоками. Обозначим минимальную величину потока вдоль данного пути как Δy ; она является положительной. Введем далее величину $Y = \min(\Delta y, p)$. Вычтем из величин потоков данного пути величину Y . Очевидно, что измененные таким образом дуговые потоки останутся неотрицательными и не нарушат ограничений задачи (5), в том числе и балансы промежуточных вершин вида

$$\sum_{j \in C(i)} y_j^k - \sum_{j \in D(i)} y_j^k = 0, i \in A \cup B.$$

Если в сети по-прежнему существуют вершины, нарушающие какое-либо из равенств (6), то реализуем вышеописанную процедуру повторно. За конечное число таких итераций будет сформирован допустимый поток задачи (5), для которого выполнены все соотношения (6) и величина которого равна

$$\sum_{i \in C} d_i.$$

В силу известной теоремы Форда и Фалкерсона [18] допустимые потоки задачи (5) ограничены сверху величиной

$$\sum_{i \in C} d_i,$$

что означает максимальность построенного нами потока и завершает доказательство утверждения 2. ♦

Вычислительная сложность алгоритма нахождения максимального потока в двухполюсной сети имеет порядок $O(mn^2)$ [16]. Таким образом, из утверждения 2 следует, что если величина максимального потока равна

$$\sum_{i \in C} d_i,$$

то множество допустимых решений задачи (5) не пусто, минимальное значение целевой функции задачи (5) равно нулю. Из теории двойственности линейного программирования очевидно следует, что максимальное значение целевой функции задачи (3) тоже равно нулю и оптимальным базисным решением задачи будет вектор (λ, μ) :

$$\lambda_i^k = 0, i \in G, \quad \mu_j^k = 0, j \in \Gamma.$$

Как уже было отмечено ранее, величина максимального потока не превосходит величину

$$\sum_{i \in C} d_i.$$

Предположим теперь, что величина максимального потока строго меньше величины

$$\sum_{i \in C} d_i.$$

Сформируем минимальный разрез данного потока. Согласно определению, разрез представляется разбиением множества вершин сети на два подмножества $G_1: 0 \in G_1$ и $G_2: \eta \in G_2$. Базу дуг разреза обозначим B . Согласно определению, она представляется следующим образом:

$$B = \{j \in \Gamma: n_1(j) \in G_1, n_2(j) \in G_2\}.$$

Вычислительная сложность алгоритма нахождения минимального разреза в двухполюсной сети имеет порядок $O(nm^2)$ [16]. Сформируем следующий граф $(G_2 \setminus \eta, \Gamma_2 \setminus D(\eta))$. Возможно, он имеет несколько компонент связности, которые обозначим как $(G_2^1, \Gamma_2^1), \dots, (G_2^p, \Gamma_2^p)$. Вычислительная сложность алгоритмов нахождения связных компонент в графе имеет порядок $O(n^2)$ или $O(m+n)$ [18]. Сформируем также множество $C_0 = G_2 \cap C$. При этом заметим, что $C_0 \neq \emptyset$, так как иначе пропускная способность разреза равнялась бы величине

$$\sum_{i \in C} d_i.$$

Рассмотрим разбиение множества C_0 на компоненты $C_1, \dots, C_p$, где $C_i = C_0 \cap G_2^i$. Рассмотрим также множества $B_q = \{j \in B: n_2(j) \in C_q\}$ (рис. 3). Справедливо следующее утверждение 3.

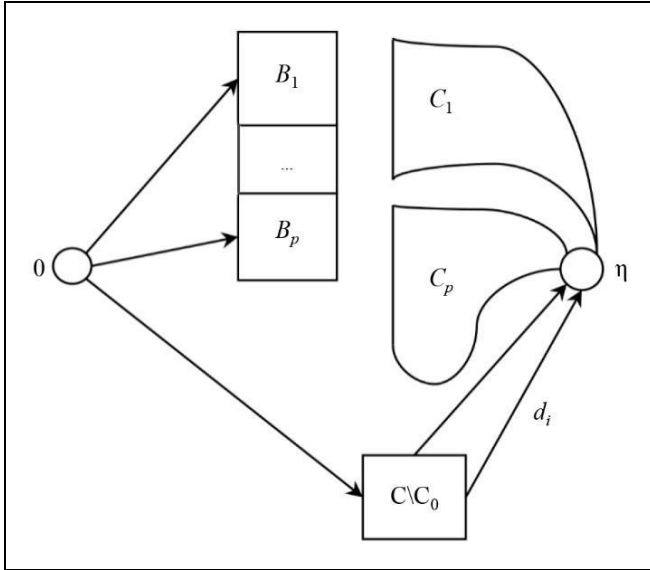


Рис. 3. Структура компонент связности графа

Утверждение 3. Существует по крайней мере одна компонента разбиения p_0 такая, что

$$\sum_{i \in C_{p_0}} d_i > \sum_{i \in B_{p_0}} \tilde{b}_j^k.$$

Доказательство проведем методом от противного, а именно предположим, что для $\forall m = 1, \dots, p$ выполнено обратное неравенство

$$\sum_{i \in C_m} d_i \leq \sum_{i \in B_m} \tilde{b}_j^k.$$

Суммируя эти неравенства по индексу m , получим интегральное неравенство

$$\sum_{m=1}^p \sum_{i \in C_m} d_i \leq \sum_{m=1}^p \sum_{i \in B_m} \tilde{b}_j^k.$$

Прибавив к обеим частям данного неравенства одну и ту же величину

$$\sum_{i \in C \setminus C_0} d_i.$$

получим следующее новое истинное отношение, а именно:

$$\sum_{i \in C} d_i \leq \sum_{i \in B} \tilde{b}_j^k.$$

Но данное соотношение противоречит предыдущим допущениям, а именно тому, что B – база дуг минимального разреза, а максимальный поток в сети строго меньше, чем

$$\sum_{i \in C} d_i.$$

Отсюда однозначно следует ошибочность предположения, сделанного нами в начале. ♦

Теперь можно сформировать ответ для рассматриваемого случая, а именно что величина максимального потока строго меньше величины

$$\sum_{i \in C} d_i.$$

Сформируем вектор (λ, μ) по следующим правилам:

$$\begin{aligned} \lambda_i^k &= 1, i \in G_2^{p_0}, \lambda_i^k = 0, i \in G \setminus G_2^{p_0}, \\ \mu_i^k &= 1, j \in B_{p_0}, \mu_i^k = 0, j \in \Gamma \setminus B_{p_0}. \end{aligned}$$

Как легко проверить, все векторы вида $p(\lambda, \mu)$, $p > 0$, удовлетворяют ограничениям задачи (3). Убедимся, что значение целевой функции задачи не ограничено сверху при возрастании параметра p . Действительно, целевая функция задачи (3) в точках вектора $p(\lambda, \mu)$ имеет вид

$$p \left(\sum_{i \in C_{p_0}} d_i - \sum_{j: n_2(j) \in G_{p_0}^2} \tilde{b}_j^k \right).$$

Но согласно утверждению 3 величина выражения в скобках строго положительна, откуда следует неограниченность целевой функции при возрастании параметра p .

Далее необходимо убедиться в том, что сформированный луч (λ, μ) является базисным. Введем обозначения размерностей ранее определенных множеств: $|\Gamma_0| = r_0$, $|G_{p_0}^2| = n_0$, $|\Gamma_{p_0}^2| = m_0$. Сформируем произвольные остовные поддеревья: $(G_{p_0}^2, \Gamma_{p_0}^*)$ в графе $(G_{p_0}^2, \Gamma_{p_0}^2)$ и $(\tilde{G}, \tilde{\Gamma})$ в графе $(G \setminus G_{p_0}^2, \Gamma \setminus (\Gamma_{p_0}^2 \cup B_{p_0}^2))$. Как уже отмечалось выше, алгоритмы имеют оценки сложности $O(mn^2)$, $O(n^2m)$, где n – число вершин, m – число ребер графа. Очевидна справедливость следующих соотношений:

$$\begin{aligned} -\lambda_{n_2(j)}^k + \mu_j^k &= 0, j \in \tilde{\Gamma} \cap C(0), \\ \lambda_{n_1(j)}^k - \lambda_{n_2(j)}^k + \mu_j^k &= 0, j \in \tilde{\Gamma} \setminus C(0), \\ \lambda_{n_1(j)}^k - \lambda_{n_2(j)}^k + \mu_j^k &= 0, j \in \Gamma_{p_0}^*, \\ \lambda_{n_1(j)}^k - \lambda_{n_2(j)}^k + \mu_j^k &= 0, j \in B_{p_0} \setminus C(0), \\ -\lambda_{n_2(j)}^k + \mu_j^k &= 0, j \in B_{p_0} \cap C(0), \\ \mu_j^k &= 0, j \in \Gamma \setminus B_{p_0}. \end{aligned} \quad (7)$$

Согласно известным теоремам теории графов $|\tilde{\Gamma}| = n - n_0 - 1$, $|\Gamma_{p_0}^*| = n_0 - 1$, $|\Gamma_0| = r_0$, и таким образом, общее количество равенств в системе (7) вы-

числяется как $(n - n_0 - 1) + (n_0 - 1) + r_0 + (m - r_0) = n + m - 2$. Что обосновывает свойство базисности предложенного луча (λ, μ) .

Предложенный подход можно изобразить в виде графической схемы (рис. 4).

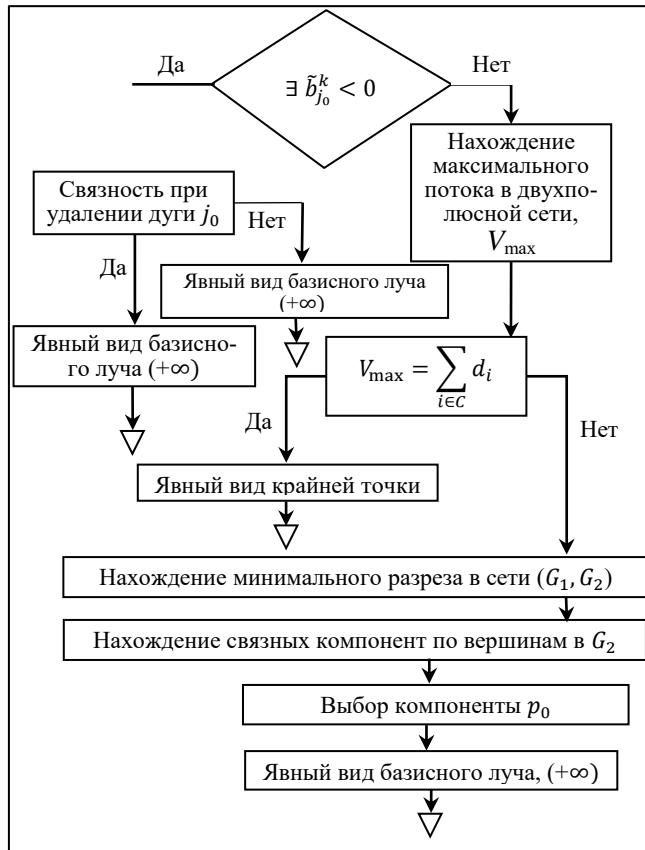


Рис. 4. Последовательность шагов предлагаемого метода

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В статье предложен алгоритм решения задачи о формировании коммуникационной сети для нахождения гарантированного плана перевозок заданного объема при наличии неопределенных факторов. Объемы производств и пропускные способности коммуникаций выражены линейными функциями от вложенных ресурсов.

Как уже отмечалось в начале статьи, вышеизложенный метод решения требует применения алгоритмов нахождения максимального потока и минимального разреза, а также алгоритмов выделения компонент связности и построения минимального остовного дерева. Известны эффективные вычислительные схемы для реализации таких алгоритмов [13, 14]. В статье приведены оценки вычислительной сложности некоторых их реали-

заций. Заметим, что алгоритм описывает решение двойственной задачи (5), а не исходной задачи (3). Однако переход к решению прямой задачи (3) осуществляется на основании общей теории двойственности линейного программирования и, по-видимому, не требует отдельного рассмотрения. Оценки сложности представленного алгоритма существенно превосходят оценки сложности как для общих методов линейного программирования, которые имеют экспоненциальную сложность, так и для специальных методов, имеющих полиномиальную сложность. Вследствие чего представленный алгоритм будет полезен для решения задач большой размерности данного типа.

ЛИТЕРАТУРА

1. Давыдов Э.Г. Игры, графы, ресурсы. – М.: Радио и связь, 1981. – 112 с. [Davydov, E.G. Games, Graphs, Resources. – M.: Radio and svyaz, 1981. – 112 s. (In Russian)]
2. Адельсон-Вельский Г.М., Диниц Е.А., Карзанов А.В. Поточковые алгоритмы. – М.: Наука, 1975. – 118 с. [Adelson-Velsky, G.M., Dinits, E.A., Karzanov, A.V. Streaming Algorithms. – Moscow: Nauka, 1975. – 118 p. (In Russian)]
3. Гейл Д. Теория линейных экономических моделей. – М.: Изд-во иностр. лит., 1963. – 418 с. [Gale, D. Theory of Linear Economic Models. – N.-Y.: McGraw-Hill, 1960.]
4. Романовский И.В. Алгоритмы решения экстремальных задач. – М.: Наука, 1977. – 352 с. [Romanovsky, I.V. Algorithms for Solving Extreme Problems. – Moscow: Nauka, 1977. – 352 p. (In Russian)]
5. Лемешко В.Ю. Методы оптимизации: лекции. – Новосибирск: Изд-во НГУ, 2009. – 126 с. [Lemeshko, V.Yu. Optimization Methods: Lectures. – Novosibirsk: Publishing House of NSU, 2009. – 126 p. (In Russian)]
6. Раскин Л.Г., Кириченко И.О. Многоиндексные задачи линейного программирования. – М.: Радио и связь, 1982. – 240 с. [Raskin, L.G., Kirichenko, I.O. Multi-index Problems of Linear Programming. – Moscow: Radio and Communication, 1982. – 240 p. (In Russian)]
7. Серая О.В. Многомерные модели логистики в условиях неопределенности: монография. – Харьков: ФОП Стеценко И.И., 2010. – 512с. [Seraya, O.V. Multidimensional Models of Logistics Under Uncertainty: monograph. – Kharkov: FOP Stetsenko, I.I., 2010. – 512p. (In Russian)]
8. Коноховский П.В. Математические методы исследования операций в экономике. – СПб: Питер, 2000. – 208 с. [Konukhovskiy, P.V. Mathematical Methods for Researching Operations in Economics. – St. Petersburg: Peter, 2000. – 208 p. (In Russian)]
9. Kosorukov, O. The Algorithm of the Method of Generalized Potentials for the Problem of Optimal Synthesis of Communication Network // International Journal of Communications. – 2017. – Vol. 2. – P. 77–85.
10. Kosorukov, O.A. Algorithm of the Method of Generalized Potentials for Problems of the Optimum Synthesis of Communication Networks with Undefined Factors // Moscow University Computational Mathematics and Cybernetic. – 2019. – Vol. 43, no. 3. – P. 138–142.

11. Майника Э. Алгоритмы оптимизации на сетях и графах. Пер. с англ. – М.: Мир, 1981. – 324 с. [Minieka, E. Optimization Algorithms for Networks and Graphs. – N.-Y.: M. Dekker, 1978.]
 12. Ласдон Л. С. Оптимизация больших систем. Пер. с англ. – М.: Наука, 1975. – 432 с. [Lasdon, L. S. Optimization Theory for Large Systems. – London: Macmillan & Co., 1970.]
 13. Бергс К. Теория графов и ее применения. – М.: Изд-во иностр. лит. – 1967. – 320 с. [Berge, C. Theory of Graphs and Its Applications. – London : Methuen, 1962.]
 14. Берзин Е.А. Оптимальное распределение ресурсов и элементы синтеза систем. – М.: Сов. радио, – 1974. – 303 с. [Berzin, E.A. Optimal Distribution of Resources and Elements of Systems Synthesis. – Moscow: Sov. Radio. – 1974. – 303 p. (In Russian)]
 15. Хачиян Л.Г. Полиномиальный алгоритм в линейном программировании // ДАН СССР. – 1979. – Т. 244. – С. 1093–1096. [Khachiyan, L. A Polynomial Algorithm in Linear Programming // Soviet Mathematics Doklady – 1979. – Vol. 20. – P. 191–194.]
 16. Кормен Т., Лейзерсон Ч., Ривест Р., Штайн К. Алгоритмы: построение и анализ. – М.: Вильямс. – 2005. – 1296 с. [Cormen, T.H., Leiserson, Ch.E., Rivest, R.L, and Stein, C. Introduction to Algorithms, 3rd ed. Cambridge: MIT Press, 2009.]
 17. Седжвик Р. Алгоритмы на графах. – Россия, Санкт-Петербург: «ДиаСофтЮП». – 2002. – 496 с. [Sedgwick, R. Algorithms on Graphs. – Boston: Addison-Wesley Professional, 2002. – 496 p.]
 18. Форд Л.Р., Фалкерсон Д.Р. Потоки в сетях. Пер. с англ. – М.: Мир, 1966. – 277 с. [Ford, L.R., Fulkerson, D.R. Flows in Networks. – Princeton, N.J.: Princeton University Press, 1962.]
 19. Hanaka, T., Kanemoto, K., Kagawa, S. Multi-perspective Structural Analysis of Supply Chain Networks // Economic Systems Research. – 2022. – Vol. 34, iss. 2. – P. 199–214.
 20. Turken, N., Cannataro, V., Geda, A., Dixit, A. Nature Inspired Supply Chain Solutions: Definitions, Analogies, and Future Research Directions // International Journal of Production Research. – 2020. – Vol. 58, iss. 15. – P. 91–102.
- Статья представлена к публикации членом редколлегии В.Н. Бурковым.*
- Поступила в редакцию 23.03.2023,
после доработки 13.05.2023.
Принята к публикации 15.05.2023.*
- Косоруков Олег Анатольевич** – д-р техн. наук, МГУ им. М.В. Ломоносова, г. Москва,
✉ kosorukovoa@mail.ru,
ORCID iD: <https://orcid.org/0000-0001-8235-4360>
- Лемтюжникова Дарья Владимировна** – канд. физ.-мат. наук, Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН; МАИ (национальный исследовательский университет), г. Москва,
✉ darabbt@gmail.com.
ORCID iD: <https://orcid.org/0000-0002-5311-5552>
- © 2023 Косоруков О.А., Лемтюжникова Д.В.



Эта статья доступна по лицензии Creative Commons «Attribution» («Атрибуция») 4.0 Всемирная.



ON A DECOMPOSITION METHOD FOR DESIGNING COMMUNICATION NETWORKS

O.A. Kosorukov¹ and D.V. Lemtyuzhnikova²

¹Moscow State University, Moscow, Russia

²Moscow Aviation Institute (National Research University), Moscow, Russia

²Trapeznikov Institute of Control Sciences, Russian Academy of Sciences, Moscow, Russia

✉ kosorukova@mail.ru, ✉ darabbbt@gmail.com

Abstract. This paper presents a communication network design algorithm for finding a guaranteed transportation plan of a given volume under uncertain factors. The volumes of production and the capacities of communication lines are expressed as linear functions of invested resources. The well-known Dantzig–Wolfe decomposition algorithm is applied to solve the dual problem due to its stepped block structure. In view of their specifics, the linear problems arising in iterations are solved using effective network and graph theory methods: the maximum flow, the minimum cutset in the network, the connectivity components, and the minimum spanning trees of the graphs are found. The existing algorithms for these problems have the complexity estimates $O(mn^2)$, $O(n^2m)$, and $O(n + m)$, where n is the number of graph vertices and m is the number of edges.

Keywords: supply and demand problem, communication networks, linear design, decomposition methods, maximum flow, minimum cutset, minimal spanning tree.

Funding. This work was supported in part by Russian Science Foundation (project no. 22-71-10131).

МИНИМИЗАЦИЯ ВСПЛЕСКА В ЛИНЕЙНОЙ СИСТЕМЕ УПРАВЛЕНИЯ С НЕОПРЕДЕЛЕННОСТЯМИ ПРИ ОГРАНИЧЕННЫХ ВНЕШНИХ ВОЗМУЩЕНИЯХ¹

М.В. Хлебников, Е.А. Стефанюк

Аннотация. Одной из важнейших характеристик переходного процесса в линейных динамических системах при ненулевых начальных условиях является величина максимального отклонения траектории от нуля, имеющая непосредственный инженерный смысл. Если ее значение велико, говорят о наличии эффекта всплеска. Статья завершает серию работ, посвященных исследованию эффекта всплеска в линейных системах управления. Рассматривается линейная система управления, подверженная воздействию неслучайных ограниченных внешних возмущений и системных неопределенностей. Предложен регулярный подход к синтезу стабилизирующей статической обратной связи, минимизирующей величину отклонения. Подход основан на технике линейных матричных неравенств и предполагает сведение исходной задачи к параметрической задаче полуопределенного программирования, легко решаемой численно. Предложенный подход может быть распространен на новые классы задач, в частности – на случай обратной связи по выходу системы с использованием наблюдателя или динамического регулятора.

Ключевые слова: линейная система управления, всплеск, структурированная матричная неопределенность, ограниченные внешние возмущения, линейные матричные неравенства, задача полуопределенного программирования.

ВВЕДЕНИЕ

В апреле 2023 г. исполнилось 75 лет со дня выхода в свет знаменитой статьи А.А. Фельдбаума [1], положившей начало исследованиям переходных режимов в линейных системах при ненулевых начальных условиях. Среди многочисленных характеристик переходного процесса одно из важнейших мест занимает величина максимального отклонения траектории от нуля в переходном режиме, имеющая непосредственный инженерный смысл. Если ее значение велико, говорят о наличии больших отклонений, или же об эффекте всплеска.

К настоящему времени предложены различные подходы к оцениванию отклонений траекторий динамических систем; здесь уместно, в частности, упомянуть работы отечественных ученых

А.П. Крищенко и А.Н. Канатникова [2–4], А.В. Ушакова и Н.А. Вундер (Полиновой) [5–7], И.Б. Фуртат [8], П.С. Щербакова [9].

Несмотря на то, что эффект всплеска ассоциирован с линейными системами, он весьма важен и в теории нелинейных систем. В самом деле, если траектории системы, линеаризованной в окрестности некоторой точки, покидают эту окрестность, претерпевая всплеск, то становится затруднительным дать какие-либо гарантированные оценки поведения исходной нелинейной системы.

Настоящая статья завершает серию работ, посвященных исследованию эффекта всплеска в линейных системах управления. Начало серии положила статья [10], в которой на основе линейных матричных неравенств был предложен подход к минимизации отклонений для линейных динамических систем и получены верхние оценки отклонений. Далее в работах [11, 12] эти результаты были распространены на линейные системы в непрерывном и дискретном времени, содержащие структурированную матричную неопределенность, а публикация [13] была посвящена непрерывным

¹ Исследование выполнено при частичной финансовой поддержке Российского научного фонда (проект № 21-71-30005), <https://rscf.ru/project/21-71-30005/>.



системам, подверженным воздействию неслучайных ограниченных внешних возмущений. В рамках развиваемого подхода весьма эффективным инструментом оказался аппарат линейных матричных неравенств [14–16], позволивший регулярным образом синтезировать обратную связь, минимизирующую величину всплеска. При этом, как показывают многочисленные примеры, степень консерватизма получаемых оценок весьма невелика.

В настоящей работе рассматриваются линейные системы управления в непрерывном (§ 1) и дискретном (§ 2) времени, подверженные воздействию системных неопределенностей и неслучайных ограниченных внешних возмущений. В равном объеме для них устанавливаются оценки максимального отклонения траекторий и предложен подход к синтезу обратной связи, минимизирующей величину отклонения. В § 3 эффективность развиваемого подхода демонстрируется на численном примере.

В статье используются следующие обозначения: $|\cdot|$ – евклидова норма вектора, $\|\cdot\|$ – спектральная норма матрицы, T – символ транспонирования, I – единичная матрица соответствующей размерности, а все матричные неравенства понимаются в смысле знакоопределенности матриц (в частности, запись $A \preceq 0$, где $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$, означает, что $x^T A x \leq 0$ для всех $x \in \mathbb{R}^n$).

1. НЕПРЕРЫВНЫЙ СЛУЧАЙ

Рассмотрим линейную систему управления в непрерывном времени

$$\dot{x} = (A + F\Delta(t)H)x + Bu + Dw, \quad x(0) = x_0, \quad (1)$$

где $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$, $F \in \mathbb{R}^{n \times p}$, $H \in \mathbb{R}^{q \times n}$, $B \in \mathbb{R}^{n \times r}$, $D \in \mathbb{R}^{n \times m}$ – заданные матрицы, с состоянием $x(t) \in \mathbb{R}^n$, управлением $u(t) \in \mathbb{R}^r$, внешним возмущением $w(t) \in \mathbb{R}^m$, ограниченным в каждый момент времени:

$$|w(t)| \leq \gamma \quad \text{для всех } t \geq 0, \quad (2)$$

и матричной неопределенностью

$$\|\Delta(t)\| \leq \delta \quad \text{для всех } t \geq 0. \quad (3)$$

При этом так называемые «обрамляющие» матрицы F и H задают структуру неопределенности в матрице системы, а величины γ и δ определяют «размахи» внешних возмущений и системных неопределенностей.

Задача состоит в поиске стабилизирующей статической линейной обратной связи по состоянию

$$u = Kx, \quad (4)$$

минимизирующей величину всплеска

$$\xi = \max_{t \geq 0} \max_{|x_0|=1} \max_{\|\Delta(t)\| \leq \delta} \max_{|w| \leq \gamma} |x(t)|$$

в замкнутой системе (1) при всех допустимых неопределенностях $\Delta(t)$ и при всех допустимых внешних возмущениях $w(t)$.

Напомним следующий результат [16], который приведем в несколько модифицированной формулировке.

Лемма 1. Для решений динамической системы

$$\dot{x} = Ax + Dw, \quad |w| \leq 1,$$

с устойчивой (гурвицевой) матрицей A справедлива оценка

$$\xi = \max_{t \geq 0} \max_{|x_0|=1} \max_{|w| \leq 1} |x(t)| \leq \sqrt{\|P_*\|},$$

где P_* – решение параметрической задачи полуопределенного программирования

$$\|P\| \rightarrow \min,$$

$$AP + PA^T + \alpha P + \frac{1}{\alpha} DD^T \preceq 0,$$

$$P \succeq I,$$

относительно матричной переменной $P = P^T \in \mathbb{R}^{n \times n}$ и скалярного параметра $\alpha > 0$.

Вернемся к системе (1); замыкая ее обратной связью (4), получаем замкнутую систему

$$\dot{x} = (A + BK + F\Delta(t)H)x + Dw. \quad (5)$$

Воспользовавшись леммой 1, приходим к задаче минимизации $\|P\|$ при ограничениях

$$(A + BK + F\Delta(t)H)P + P(A + BK + F\Delta(t)H)^T + \alpha P + \frac{\gamma^2}{\alpha} DD^T \preceq 0 \quad \text{и} \quad P \succeq I.$$

Первое из них представляет собой матричное неравенство, нелинейное по совокупности переменных P и K .

От нелинейности можно избавиться, введя вспомогательную матричную переменную $Y = KP \in \mathbb{R}^{r \times n}$ и тем самым исключив переменную K . При этом переменная K восстанавливается единственным образом: $K = YP^{-1}$. В результате приходим к неравенству

$$AP + PA^T + BY + Y^T B^T + \alpha P + \frac{\gamma^2}{\alpha} DD^T +$$

$$+ F\Delta(t)HP + PH^T \Delta^T(t)F^T \preceq 0, \quad (6)$$

которое должно выполняться при всех значениях матричной неопределенности $\Delta(t): \|\Delta(t)\| \leq \delta$.

Проверку знакоопределенности полученного матричного семейства можно свести к задаче разрешимости одного матричного неравенства относительно дополнительной скалярной переменной с помощью так называемой леммы Питерсена [17], которую приведем в следующей формулировке.

Лемма 2. Пусть $G = G^T \in \mathbb{R}^{n \times n}$, а $M \in \mathbb{R}^{n \times p}$ и $N \in \mathbb{R}^{q \times n}$ – ненулевые матрицы. Матричное неравенство

$$G + M\Delta N + N^T \Delta^T M^T \preceq 0$$

справедливо для всех $\Delta: \|\Delta\| \leq \delta$ тогда и только тогда, когда существует число $\varepsilon > 0$ такое, что

$$G + \varepsilon \delta^2 MM^T + \frac{1}{\varepsilon} N^T N \preceq 0.$$

Применяя Лемму 2 к матричному неравенству (6) при

$$G = AP + PA^T + BY + Y^T B^T + \alpha P + \frac{\gamma^2}{\alpha} DD^T,$$

$$M = F, \quad N = HP,$$

приходим к эквивалентному условию существования положительного числа ε , для которого

$$AP + PA^T + BY + Y^T B^T + \alpha P + \frac{\gamma^2}{\alpha} DD^T +$$

$$+ \varepsilon \delta^2 FF^T + \frac{1}{\varepsilon} PH^T HP \preceq 0.$$

Воспользовавшись леммой Шура, окончательно представим полученное соотношение в виде эквивалентного матричного неравенства, линейного по переменным P , Y и ε :

$$\begin{pmatrix} AP + PA^T + BY + Y^T B^T + \alpha P + \frac{\gamma^2}{\alpha} DD^T + \varepsilon \delta^2 FF^T & PH^T \\ HP & -\varepsilon I \end{pmatrix} \preceq 0.$$

Таким образом, установлена справедливость следующего утверждения.

Теорема 1. Пусть P_* , Y_* – решение оптимизационной задачи

$$\|P\| \rightarrow \min,$$

$$\begin{pmatrix} AP + PA^T + BY + Y^T B^T + \alpha P + \frac{\gamma^2}{\alpha} DD^T + \varepsilon \delta^2 FF^T & PH^T \\ HP & -\varepsilon I \end{pmatrix} \preceq 0,$$

$$P \succeq I,$$

где оптимизация проводится по матричным переменным $P = P^T \in \mathbb{R}^{n \times n}$, $Y \in \mathbb{R}^{r \times n}$, скалярной переменной ε и скалярному положительному параметру α .

Тогда для решений системы (1), замкнутой регулятором

$$K_* = Y_* P_*^{-1},$$

справедлива оценка

$$\xi \leq \sqrt{\|P_*\|}$$

при всех допустимых внешних возмущениях (2) и системных неопределенностях (3).

Замечание 1. Согласно изложенному в работе [16], квадратичная форма

$$V(x) = x^T P^{-1} x, \quad P \succ 0,$$

будет служить квадратичной функцией Ляпунова для замкнутой системы (1), поэтому эллипсоид

$$E = \{x \in \mathbb{R}^n: x^T P^{-1} x \leq 1\}$$

является инвариантным: траектория замкнутой системы, начавшись в произвольной точке этого эллипсоида, будет оставаться в нем для всех моментов времени при всех допустимых внешних возмущениях и неопределенностях, действующих на систему.

Первое из ограничений в задаче, сформулированной в теореме 1, нелинейно по совокупности переменных и представляет собой параметризованное линейное матричное неравенство со скалярным параметром α . При фиксированном значении α оптимизационная задача обращается в задачу полуопределенного программирования. Ее решение легко находится численно на одномерной сетке по параметру α .

2. ДИСКРЕТНЫЙ СЛУЧАЙ

Перейдем к задаче в дискретном времени и рассмотрим линейную систему управления

$$x_{k+1} = (A + F\Delta_k H)x_k + Bu_k + Dw_k, \quad (7)$$



где $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$, $F \in \mathbb{R}^{n \times p}$, $H \in \mathbb{R}^{q \times n}$, $B \in \mathbb{R}^{n \times r}$, $D \in \mathbb{R}^{n \times m}$ – заданные матрицы, с начальным условием x_0 , состоянием $x_k \in \mathbb{R}^n$, управлением $u_k \in \mathbb{R}^r$, внешним возмущением $w_k \in \mathbb{R}^m$, ограниченным в каждый момент времени:

$$|w_k| \leq \gamma \quad \text{для всех } k = 0, 1, 2, \dots \quad (8)$$

и матричной неопределенностью

$$\|\Delta_k\| \leq \delta \quad \text{для всех } k = 0, 1, 2, \dots \quad (9)$$

Будем искать стабилизирующую статическую линейную обратную связь по состоянию

$$u_k = Kx_k, \quad (10)$$

минимизирующую величину всплеска

$$\xi = \max_{k=0,1,2,\dots} \max_{|x_0|=1} \max_{\|\Delta_k\| \leq \delta} \max_{|w_k| \leq \gamma} |x_k|$$

в замкнутой системе (7) при всех допустимых неопределенностях Δ_k и всех допустимых внешних возмущениях w_k .

Согласно изложенному в работе [18], дискретным аналогом леммы 1 является следующий результат.

Лемма 3. Для решений динамической системы $x_{k+1} = Ax_k + Dw_k$, $|w_k| \leq 1$ с устойчивой (шуровской) матрицей A справедлива оценка

$$\xi = \max_{k=0,1,2,\dots} \max_{|x_0|=1} \max_{|w_k| \leq 1} |x_k| \leq \sqrt{\|P_*\|},$$

где P_* – решение параметрической задачи полуопределенного программирования

$$\begin{aligned} \|P\| &\rightarrow \min, \\ \frac{1}{\alpha} APA^T - P + \frac{1}{1-\alpha} DD^T &\preceq 0, \\ P &\succeq I, \end{aligned}$$

относительно матричной переменной $P = P^T \in \mathbb{R}^{n \times n}$ и скалярного параметра $0 < \alpha < 1$.

Система (7), замкнутая регулятором (10), имеет вид

$$x_{k+1} = (A + BK + F\Delta_k H)x_k + Dw_k.$$

Применяя к ней лемму 3, приходим к задаче минимизации $\|P\|$ при ограничениях

$$\begin{aligned} \frac{1}{\alpha} (A + BK + F\Delta(t)H) P (A + BK + F\Delta(t)H)^T - \\ - P + \frac{\gamma^2}{1-\alpha} DD^T \preceq 0 \quad \text{и} \quad P \succeq I. \end{aligned}$$

Первое из них, которому можно придать эквивалентный вид

$$\begin{pmatrix} -\alpha P & P(A + BK + F\Delta(t)H)^T \\ (A + BK + F\Delta(t)H)P & \frac{\gamma^2}{1-\alpha} DD^T - P \end{pmatrix} \preceq 0,$$

вновь является матричным неравенством, нелинейным по совокупности переменных P и K . Исключив переменную K путем введения, как и в непрерывном случае, вспомогательной матричной переменной $Y = KP \in \mathbb{R}^{r \times n}$, приходим к неравенству

$$\begin{pmatrix} -\alpha P & PA^T + Y^T B^T + PH^T \Delta^T(t) F^T \\ AP + BY + F\Delta(t)HP & \frac{\gamma^2}{1-\alpha} DD^T - P \end{pmatrix} \preceq 0, \quad (11)$$

которое должно выполняться при всех значениях матричной неопределенности $\Delta_k: \|\Delta_k\| \leq \delta$.

Представив соотношение (11) в виде

$$\begin{pmatrix} -\alpha P & PA^T + Y^T B^T \\ AP + BY & \frac{\gamma^2}{1-\alpha} DD^T - P \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ F \end{pmatrix} \Delta(t) (HP \ 0) + \\ + \begin{pmatrix} PH^T \\ 0 \end{pmatrix} \Delta^T(t) (0 \ F^T) \preceq 0$$

и воспользовавшись леммой Питерсена при

$$G = \begin{pmatrix} -\alpha P & PA^T + Y^T B^T \\ AP + BY & \frac{\gamma^2}{1-\alpha} DD^T - P \end{pmatrix}, \\ M = \begin{pmatrix} 0 \\ F \end{pmatrix}, \quad N = (HP \ 0),$$

приходим к эквивалентному условию существования положительного числа ε , для которого выполняется

$$\begin{pmatrix} -\alpha P & PA^T + Y^T B^T \\ AP + BY & \frac{\gamma^2}{1-\alpha} DD^T - P \end{pmatrix} + \varepsilon \delta^2 \begin{pmatrix} 0 \\ F \end{pmatrix} (0 \ F^T) + \\ + \frac{1}{\varepsilon} \begin{pmatrix} PH^T \\ 0 \end{pmatrix} (HP \ 0) \preceq 0.$$

Еще раз применяя лемму Шура, приходим к окончательному условию

$$\begin{pmatrix} -\alpha P & PA^T + Y^T B^T & PH^T \\ AP + BY & \frac{\gamma^2}{1-\alpha} DD^T - P + \varepsilon \delta^2 FF^T & 0 \\ HP & 0 & -\varepsilon I \end{pmatrix} \preceq 0.$$

Таким образом, установлен следующий результат.

Теорема 2. Пусть P_* , Y_* – решение оптимизационной задачи

$$\begin{aligned} & \|P\| \rightarrow \min, \\ & \begin{pmatrix} -\alpha P & PA^T + Y^T B^T & PH^T \\ AP + BY & \frac{\gamma^2}{1-\alpha} DD^T - P + \varepsilon \delta^2 FF^T & 0 \\ HP & 0 & -\varepsilon I \end{pmatrix} \preceq 0, \\ & P \succeq I, \end{aligned}$$

где оптимизация проводится по матричным переменным $P = P^T \in \mathbb{R}^{n \times n}$, $Y \in \mathbb{R}^{r \times n}$, скалярной переменной ε и скалярному параметру $0 < \alpha < 1$.

Тогда для решений системы (7), замкнутой регулятором

$$K_* = Y_* P_*^{-1},$$

справедлива оценка

$$\xi \leq \sqrt{\|P_*\|}$$

при всех допустимых внешних возмущениях (8) и системных неопределенностях (9).

Обратим внимание, что сделанное замечание 1 сохраняет свою силу и в дискретном случае.

3. ПРИМЕР

Проиллюстрируем предлагаемый подход на примере двухмассовой системы – системы из двух твердых тел с массами m_1 и m_2 , соединенных пружиной с коэффициентом упругости k , скользящих без трения вдоль неподвижного горизонтального стержня. К левому телу приложено управляющее воздействие для компенсации внешнего возмущения w , $|w| \leq 0,25$, действующего на правое тело (рис.1).

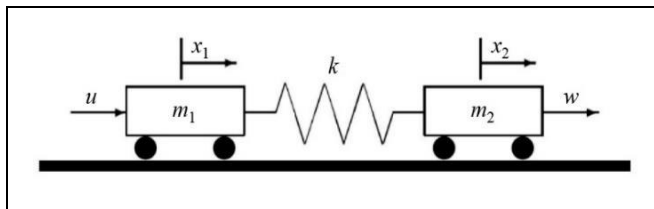


Рис. 1. Двухмассовая система

Пусть x_1 и v_1 – соответственно координата и скорость левого тела, а x_2 и v_2 – правого. Будем полагать, что массы тел единичны, а неопределенность сосредоточена в коэффициенте упругости пружины:

$$k = 1 + \Delta, \quad |\Delta| \leq \delta = 0,1.$$

Динамика рассматриваемой системы описывается уравнением (1) при

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad D = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix},$$

$$F = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}, \quad H = (-1 \ 1 \ 0 \ 0),$$

где вектор состояния системы имеет вид

$$x = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ v_1 \\ v_2 \end{pmatrix}.$$

Воспользовавшись теоремой 1, находим матрицу

$$P_* = \begin{pmatrix} 2,4483 & 1,0584 & -0,5874 & -1,1188 \\ 1,0584 & 3,7785 & 0,7298 & -0,4198 \\ -0,5874 & 0,7298 & 4,3554 & -0,8388 \\ -1,1188 & -0,4198 & -0,8388 & 2,8905 \end{pmatrix}$$

и соответствующий регулятор

$$K_* = (-2,0410 \ 0,2025 \ -1,4978 \ -0,8333),$$

который дает оценку отклонения

$$\xi \leq \sqrt{\|P_*\|} = 2,3131 \quad (12)$$

при всех допустимых внешних возмущениях и системных неопределенностях, действующих на систему.

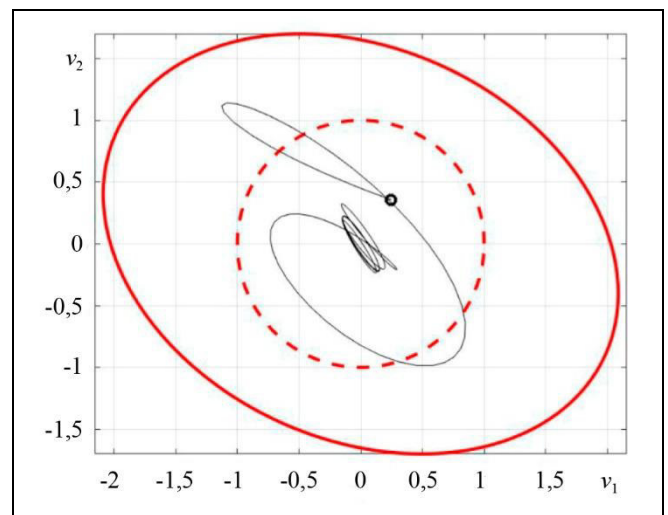


Рис. 2. Проекция траектории замкнутой системы на плоскость (v_1, v_2)

На рис. 2 показана проекция на плоскость (v_1, v_2) траектории $x_*(t)$ системы, замкнутой найденным регулятором K_* , при начальном условии



$$x_0 = \begin{pmatrix} 0,6493 \\ -0,5893 \\ -0,1444 \\ 0,4585 \end{pmatrix}, |x_0| = 1, \quad (13)$$

допустимом внешнем возмущении $w(t) = 0,25 \sin(2t)$ и реализации системной неопределенности $\Delta = 0,1$. На этом же рисунке показаны проекции инвариантного эллипсоида с матрицей P_* и единичного шара начальных условий.

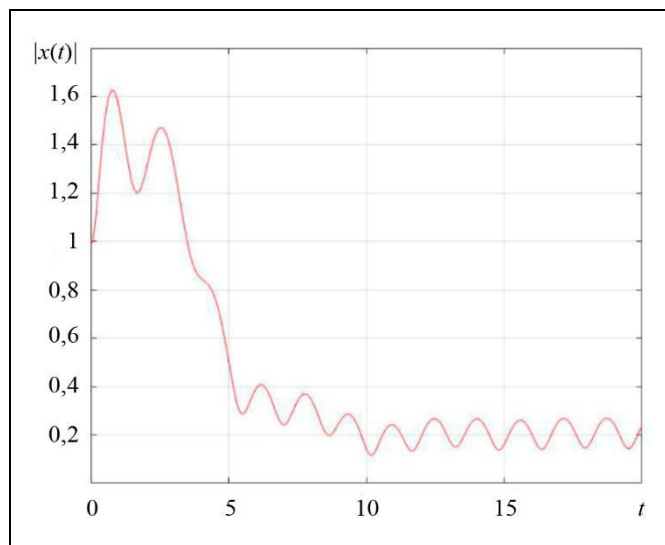


Рис. 3. Динамика величины $|x(t)|$

На рис. 3 показана динамика нормы траектории $x_*(t)$; всплеск в системе достигает значения 1,6281.

Вычисления проводились в среде Matlab R2019b v 9.7 с помощью свободно распространяемого программного пакета cvx [19].

Вопрос о «наихудшем» – дающем наибольшую величину всплеска – начальном условии весьма сложен, хотя в некоторых частных случаях на него можно дать содержательный ответ (см., например, работы [1, 9, 10]). Конечно, наихудшее начальное условие можно пытаться искать численным образом, однако проблема его аналитического нахождения в сравнительно общей постановке по-прежнему остается открытой.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Предложен подход к минимизации всплеска в линейной системе управления, подверженной воздействию произвольных ограниченных внешних возмущений и системных неопределенностей. Он основан на технике линейных матричных неравенств и предполагает сведение исходной задачи к параметрической задаче полуопределенного программирования.

Подход обладает большими возможностями для обобщений: он может быть распространен на новые классы задач, в частности – на случай обратной связи по выходу системы с использованием наблюдателя или динамического регулятора.

ЛИТЕРАТУРА

1. Фельдбаум А.А. О распределении корней характеристического уравнения систем регулирования // Автоматика и телемеханика. – 1948. – № 4. – С. 253–279. [Fel'dbaum, A.A. O raspredelenii kornej harakteristicheskogo uravneniya sistem regulirovaniya // Automation and Remote Control. – 1948. – Vol. 9, iss. 4. – P. 253–279. (In Russian)]
2. Канатников А.Н. Локализирующие множества и поведение траекторий неавтономных систем // Дифференциальные уравнения. – 2019. – Т. 55, № 11. – С. 1465–1475. [Kanatnikov, A.N. Localizing Sets and Behavior of Trajectories of Time-Varying Systems // Differential Equations. – 2019. – Vol. 55. – P. 1420–1430.]
3. Канатников А.Н. Об эффективности функционального метода локализации // Дифференциальные уравнения. – 2020. – Т. 56, № 11. – С. 1433–1438. [Kanatnikov, A.N. On the Efficiency of the Functional Localization Method // Differential Equations. – 2020. – Vol. 56. – P. 1402–1407.]
4. Канатников А.Н., Крищенко А.П. Функциональный метод локализации и принцип инвариантности Ла-Салля // Математика и математическое моделирование. – 2021. – № 1. – С. 1–12. [Kanatnikov, A.N., Krishchenko, A.P. Functional Method of Localization and LaSalle Invariance Principle // Mathematics & Mathematical Modelling. – 2021. – No. 1. – P. 1–12. (In Russian)]
5. Акунов Т.А., Дударенко Н.А., Полинова Н.А., Ушаков А.В. Исследование процессов в непрерывных системах с кратными комплексно-сопряженными собственными числами их матриц состояния // Научно-технический вестник информационных технологий, механики и оптики. – 2013. – Т. 13, № 4. – С. 25–33. [Akunov, T.A., Dudarenko, N.A. Polinova, N.A., Ushakov, A.V. Research of Processes in Continuous Systems with Multiple Complex Conjugated Eigenvalues of Their State Matrix // Scientific and Technical Journal of Information Technologies, Mechanics and Optics. – 2013. – Vol. 13, no. 4. – P. 25–33. (In Russian)]
6. Акунов Т.А., Дударенко Н.А., Полинова Н.А., Ушаков А.В. Степень близости простой и кратной структур собственных чисел: минимизация выброса траекторий свободного движения аperiodической системы // Научно-технический вестник информационных технологий, механики и оптики. – 2014. – Т. 14, № 2. – С. 39–46. [Akunov, T.A., Dudarenko, N.A. Polinova, N.A., Ushakov, A.V. Proximity Degree for Simple and Multiple Structures of the Eigenvalues: Overshoot Minimization for Free Motion Trajectories of Aperiodic System // Scientific and Technical Journal of Information Technologies, Mechanics and Optics. – 2014. – Vol. – 14, no. 2. – P 39–46. (In Russian)]
7. Vunder, N.A., Dudarenko, N. Robustness Estimation of Large Deviations in Linear Discrete-time Systems with Control Signal Delay // Proc. 16th International Conference on Informatics in Control, Automation and Robotics (ICINCO 2019). – Prague, 2019. – P. 281–288.

8. Фуртат И.Б., Гуцин П.А. Управление динамическими объектами с гарантией нахождения регулируемого сигнала в заданном множестве // Автоматика и телемеханика. – 2021. – № 4. – С. 121–139. [Furtat, I.B., Gushchin, P.A. Control of Dynamical Plants with a Guarantee for the Controlled Signal to Stay in a Given Set // Automation and Remote Control. – 2021. – Vol. 82, no. 4. – P. 654–669.]
 9. Shcherbakov, P. On Peak Effects in Discrete Time Linear Systems // Proc. 2017 25th Mediterranean Conference on Control and Automation (MED 2017). – Valletta, 2017. – P. 376–381.
 10. Поляк Б.Т., Тремба А.А., Хлебников М.В. и др. Большие отклонения в линейных системах при ненулевых начальных условиях // Автоматика и телемеханика. – 2015. – № 6. – С. 18–41. [Polyak, B.T., Tremba, A.A., Khlebnikov, M.V., et al. Large Deviations in Linear Control Systems with Nonzero Initial Conditions // Automation and Remote Control. – 2015. – Vol. 76, no. 6. – P. 957–976.]
 11. Квинто Я.И., Хлебников М.В. Верхние оценки больших отклонений в линейных системах при наличии неопределенности // Проблемы управления. – 2018. – № 3. – С. 2–7. [Kvinto, Ya.I., Khlebnikov, M.V. Upper Estimate of Large Deviations in Linear Systems in Presence of Uncertainty // Control Sciences. – 2018. – No. 3. – P. 2–7. (In Russian)]
 12. Квинто Я.И., Хлебников М.В. Верхние границы максимального отклонения траектории в линейных дискретных системах: робастная постановка // Управление большими системами. – 2019. – Вып. 77. – С. 59–79. [Kvinto, Ya.I., Khlebnikov, M.V. Upper Bounds of Large Deviations in Linear Discrete-Time Systems: The Robust Statement // Large-Scale Systems Control. – 2019. – Iss. 77. – P. 59–79. (In Russian)]
 13. Квинто Я.И., Хлебников М.В. Верхние оценки отклонений траекторий в линейной динамической системе с ограниченными внешними возмущениями // Проблемы управления. – 2019. – № 3. – С. 16–21. [Kvinto, Ya.I., Khlebnikov, M.V. Upper Bounds of the Deviations in Linear Dynamical System with Bounded Disturbances // Automation and Remote Control. – 2020. – Vol. 81, no. 9. – P. 1702–1710.]
 14. Boyd, S., El Ghaoui, L., Feron, E., Balakrishnan, V. Linear Matrix Inequalities in Systems and Control Theory. – Philadelphia: SIAM, 1994.
 15. Баландин Д.В., Коган М.М. Синтез законов управления на основе линейных матричных неравенств. – М.: Физматлит, 2007. – 280 с. [Balandin, D.V., Kogan, M.M. Sintez zakonov upravleniya na osnove lineinykh matrichnykh neravenstv (LMI-based Control System Design) – M.: Fizmatlit, 2007. – 280 s. (In Russian)]
 16. Поляк Б.Т., Хлебников М.В., Щербаков П.С. Управление линейными системами при внешних возмущениях: Техника линейных матричных неравенств. – М.: ЛЕНАНД, 2014. – 560 с. [Polyak, B.T., Khlebnikov, M.V., Shcherbakov, P.S., Control of Linear Systems Subjected to Exogenous Disturbances: An LMI Approach. – M.: LENAND, 2014. (In Russian)]
 17. Petersen, I. A Stabilization Algorithm for a Class of Uncertain Systems // System & Control Letters. – 1987. – Vol. 8. – P. 351–357.
 18. Назин С.А., Поляк Б.Т., Топунов М.В. Подавление ограниченных внешних возмущений с помощью метода инвариантных эллипсоидов // Автоматика и телемеханика. – 2007. – № 3. – С. 106–125. [Nazin, S.A., Polyak, B.T., Topunov, M.V. Rejection of Bounded Exogenous Disturbances by the Method of Invariant Ellipsoids // Automation and Remote Control. – 2007. – Vol. 68, no. 3. – P. 467–486.]
 19. Grant, M., Boyd, S. CVX: Matlab Software for Disciplined Convex Programming, Version 2.1. – URL: cvxr.com/cvx (дата обращения 20.02.2023).
- Статья представлена к публикации членом редколлегии С.А. Красновой.
- Поступила в редакцию 23.02.2023,
после доработки 04.04.2023.
Принята к публикации 13.04.2023.
- Хлебников Михаил Владимирович** – д-р. физ.-мат. наук,
✉ khlebnik@ipu.ru,
ORCID iD: <https://orcid.org/0000-0001-9086-1426>
- Стефанюк Елена Анатольевна** – мл. науч. сотрудник,
✉ stefa@ipu.ru,
- Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН,
г. Москва; Национальный исследовательский университет
«Московский физико-технический институт», г. Москва.
- © 2023 г. Хлебников М.В., Стефанюк Е.А.



Эта статья доступна по лицензии Creative Commons «Attribution» («Атрибуция») 4.0 Всемирная.



PEAK-MINIMIZING DESIGN FOR LINEAR CONTROL SYSTEMS WITH EXOGENOUS DISTURBANCES AND STRUCTURED MATRIX UNCERTAINTIES

M.V. Khlebnikov and E.A. Stefanyuk

Trapeznikov Institute of Control Sciences, Russian Academy of Sciences, Moscow, Russia
Moscow Institute of Physics and Technology, Dolgoprudny, Russia

✉ khlebnik@ipu.ru, ✉ stefa@ipu.ru

Abstract. A major characteristic of transients in linear dynamic systems with non-zero initial conditions is the maximum deviation of the trajectory from zero, which has a direct engineering meaning. If the maximum deviation is large, the so-called peak effect occurs. This paper completes a series of research works devoted to the peak effect in linear control systems. We consider a linear control system with non-random bounded exogenous disturbances and system uncertainties. A regular approach is proposed to design a stabilizing static state-feedback control law that minimizes the peak effect. The approach is based on the technique of linear matrix inequalities and reduces the original problem to a parameterized semidefinite programming one, which can be easily solved numerically. The proposed approach can be extended to new classes of problems, in particular, to the case of output feedback using an observer or a dynamic controller.

Keywords: linear control system, peak effect, structured matrix uncertainty, bounded exogenous disturbances, linear matrix inequalities, semidefinite programming.

Funding. This research was partially financially supported by Russian Science Foundation (project No. 21-71-30005), <https://rscf.ru/en/project/21-71-30005/>.

ПАРАМЕТРИЧЕСКОЕ УПРАВЛЕНИЕ РАЗВИТИЕМ СЕЛЬСКОГО ХОЗЯЙСТВА НА ОСНОВЕ КОГНИТИВНОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ

М.Е. Анохина

Аннотация. С использованием концепции параметрического управления сформирована доказательная база по идентификации противоречия между увеличением объема производства сельскохозяйственной продукции и отсутствием условий для расширенного воспроизводства в отрасли, что выступает основным ограничением национального аграрного роста. Конкретизированы теоретические основы параметрического управления социально-экономическими системами и обосновано введение в процесс управления этапа параметризации управляемой системы. Указано, что выбор управленческого решения определяется на основе сопоставления оценки двух блоков параметров – потенциала внешнего управленческого воздействия и внутреннего потенциала управляемой системы. Сравнительное несоответствие результатов параметризации свидетельствует о наличии противоречия в процессе управления и определяет необходимость корректировки управленческого решения. Инструментальной основой для определения содержания противоречия в управлении развитием сельского хозяйства явились технологии нечеткого когнитивного моделирования. С применением экспертных оценок и корреляционно-регрессионного анализа на основе статистических данных за период 2000–2020 гг. была осуществлена параметризация сельского хозяйства в форме нечеткой когнитивной карты. Структурно-целевой анализ и расчет системных показателей когнитивной карты позволил выявить основные ограничения в развитии процессов аграрной динамики. Результаты когнитивного моделирования сценариев управления аграрным развитием показали, что потенциал управленческих действий по отношению к сельскому хозяйству не формирует адекватный уровень потенциала аграрного роста. Соответственно, обоснована необходимость изменения подходов к управлению сельским хозяйством для достижения устойчивости и сбалансированности аграрной динамики в долгосрочной перспективе.

Ключевые слова: параметрическое управление, социально-экономическая система, сельское хозяйство, аграрный рост, когнитивное моделирование, нечеткая когнитивная карта.

ВВЕДЕНИЕ. ПОСТАНОВКА ПРОБЛЕМЫ

Развитие аграрной сферы в современной ситуации геополитического противостояния выступает не только необходимым условием достижения национальных целей в области национальной безопасности, но и обеспечивает возможность выполнения страной миссии мирового поставщика продовольствия в борьбе с голодом на планете. Сельское хозяйство России в последние годы развивается достаточно активно, увеличиваются объемы производимой аграрной продукции, усиливается вклад отрасли в рост экономики в целом. Однако, обладая значительным аграрным потенциалом, Россия не в полной мере его использует, что обусловлено, по мнению автора, наличием противоречия между ростом объема производства сельскохозяй-

ственной продукции и отсутствием необходимых условий для расширенного воспроизводства в отрасли. Поэтому в рамках данного исследования формируется доказательная база по идентификации и определению содержания указанного противоречия как основного ограничения аграрного развития страны. Основным индикатором развития сельского хозяйства выступает аграрный рост, под которым понимается процесс социально-экономической динамики отрасли, обеспечивающий увеличение объема и улучшение содержания создаваемого общественного аграрного продукта в соответствии с нынешними и будущими ценностями потребителей.

Достаточно очевидным проявлением наличия такого ограничения является несогласованность параметров базовых нормативно-правовых доку-



ментов, определяющих аграрную политику в стране в целом (табл. 1). Еще в большей степени усугубляет данную проблему то, что в базовых

регламентах используются различные показатели для одних и тех же функциональных направлений аграрного производства. Безусловно, учитывая

Таблица 1

Базовые параметры нормативно-правовых документов по управлению аграрным ростом

Наименование параметра, единица измерения	Государственная программа развития сельского хозяйства ¹	Стратегия развития агропромышленного и рыбохозяйственного комплексов ²	Государственная программа «Комплексное развитие сельских территорий» ³	Стратегия устойчивого развития сельских территорий ⁴	Федеральная научно-техническая программа развития сельского хозяйства на 2017–2025 годы ⁵
Индекс производства продукции сельского хозяйства (в сопоставимых ценах) в 2030 году к уровню 2020 г., %	114,6	125,4	—	—	—
Экспорт продукции агропромышленного комплекса, млрд долларов США	37	45	—	—	—
Валовая добавленная стоимость, создаваемая в сельском хозяйстве к 2024 году, млрд руб.	4 029,6	5 374,8	—	—	—
Уровень безработицы сельского населения трудоспособного возраста к 2025 г., %	—	6,0	5,7	—	—
Уровень занятости сельского населения трудоспособного возраста к 2025 г., %	—	80,0	80,0	69,3	—
Среднемесячная начисленная заработная плата работников сельского хозяйства (без субъектов малого предпринимательства) к 2024 г., руб.	43 473,0	—	—	—	—
Отношение заработной платы в сельском хозяйстве к среднему значению по экономике страны к 2024 г., %	—	—	—	64,1	—
Соотношение среднедушевых располагаемых ресурсов сельских и городских домохозяйств к 2024 г., %	—	—	79,0	77,9	—
Индекс физического объема инвестиций в основной капитал сельского хозяйства к 2024 г., %	115,8	110,6	—	—	—
Привлечение инвестиций в сельское хозяйство к 2024 г., тыс. руб.	—	—	—	—	3 175 660

¹ Государственная программа развития сельского хозяйства и регулирования рынков сельскохозяйственной продукции, сырья и продовольствия: утв. постановлением Правительства РФ от 14.07.2012 г. № 717.

² Стратегия развития агропромышленного и рыбохозяйственного комплексов Российской Федерации на период до 2030 года: утв. распоряжением Правительства РФ от 12.04.2020 № 993-р.

³ Государственная программа Российской Федерации «Комплексное развитие сельских территорий»: утв. постановлением Правительства РФ от 31.05.2019 № 696.

⁴ Стратегия устойчивого развития сельских территорий Российской Федерации на период до 2030 года: утв. постановлением Правительства РФ от 02.02.2015 №151-р.

⁵ Постановление Правительства РФ от 25 августа 2017 г. № 996 «Об утверждении Федеральной научно-технической программы развития сельского хозяйства на 2017–2025 годы».

специфику программных документов, априори выбор целевых параметров должен в первую очередь определяться особенностью объектной области управления и регулирования. Однако согласованность таких программных документов должна обеспечиваться соответствием их базовых целевых показателей как по содержанию, так и по уровню.

Процесс корректировки программных документов часто приводил к еще большей их несогласованности. Так, в 2018 г. была изменена концепция Государственной программы развития сельского хозяйства и регулирования рынков сельскохозяйственной продукции, сырья и продовольствия – в ней были выделены проектная и процессная части, увеличен срок действия документа до 2030 г. Все это обеспечило стратегическую направленность и комплексность подхода к управлению аграрным ростом. Однако произошла полная замена целевых показателей, что обусловило расхождение с параметрами других программных документов. Таким образом, ориентируясь на классическое правило управления «цель определяет результат», можно утверждать, что несогласованность по содержанию и по уровню целевых параметров программных документов, регулирующих аграрное производство в стране, выступает одним из барьеров эффективного управления стратегически важной отраслью, в том числе и ее ростом. Отдельные исследования также актуализируют организационные проблемы развития сельского хозяйства, связанные с необходимостью эффективной координации и унификации соответствующих государственных программ различного уровня [1].

Доказательство выдвинутой гипотезы о наличии противоречия между ростом сельского хозяйства и отсутствием условий для расширенного воспроизводства в отрасли построено на принципах параметрического управления. В качестве инструментария для прогнозирования параметров аграрного роста применяются технологии нечеткого когнитивного моделирования. Процесс доказательства включает в себя следующие этапы.

- Параметризация сельского хозяйства как объекта управления аграрным ростом в форме нечеткой когнитивной карты (НKK) на базе экспертных методов и корреляционно-регрессионного анализа.
- Структурно-целевой анализ НKK для оценки параметров и связей модели управления аграрным ростом.
- Проведение сценарного анализа НKK с целью оценки эффективности управления аграрным ростом на основе сопоставления потенциала управленческих действий по отношению к сель-

скому хозяйству с внутренним создаваемым потенциалом аграрной динамики.

Отметим, что инструментарий, используемый для формализации и решения задач управления сельским хозяйством как крупномасштабной системой, достаточно разнообразен. Примером может служить исследование на основе методов вероятностного математического моделирования перспектив развития российского агропромышленного комплекса (АПК), в ходе которого получена точно измеренная структура сельского хозяйства РФ [2]. Другим примером формализации поддержки принятия решений в АПК России является предложенная система математических моделей (операционное игровое сценарное моделирование, модели с иерархической структурой, модели межотраслевого баланса и др.) как основы построения единой цифровой платформы в аграрной сфере [3].

Выбор когнитивного моделирования в качестве инструментария данного исследования был предопределен рядом причин. Во-первых, доказательство выдвинутой гипотезы о наличии противоречия между ростом сельского хозяйства и отсутствием условий для расширенного воспроизводства в отрасли явилось частью комплексного исследования по разработке стратегии управления аграрным ростом, проведенного с помощью нечеткой логики [4–6]. Поэтому для доказательства была использована та же концептуальная основа и соответственно тот же инструментарий исследования. Во-вторых, моделируемая система управления аграрным ростом в данном исследовании идентифицирована как слабоструктурированная, так как с помощью экспертного метода была построена структура модели, определены факторы-концепты модели, установлены причинно-следственные связи между ними. Но вместе с тем, учитывая возможность получения количественных данных для оценки силы связей между факторами-концептами, были применены методы статистического анализа. Отметим, что когнитивные модели, построенные на основе комбинации экспертных оценок и статистического подхода, апробированы на нескольких прикладных задачах [7, 8].

В целом, применение когнитивного моделирования в решении задач управления социально-экономическими системами имеет ограниченный характер, однако достаточно активно развивается в современных условиях. В частности, для сельского хозяйства на основе когнитивного подхода построена модель экологического регулирования аграрного производства [9], разработаны сценарии инновационного развития отечественного аграрного сектора в условиях санкций [1], предложена модель управления комплексным развитием сельских



территорий [8, 10]. Исследования проблем управления аграрным ростом на основе когнитивных технологий в научной литературе не имеют комплексного характера и представлены отдельными направлениями решения задачи повышения эффективности динамики сельскохозяйственного производства. Так, нечеткая логика и инструментарий когнитивного моделирования были применены для принятия решений в области повышения интенсификации животноводства [11], при разработке прогнозов потенциальной урожайности сельскохозяйственных культур в растениеводстве [12], а также в ходе выбора стратегии социально-экономического развития и сокращения масштабов нищеты в сельских районах [13].

1. ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ПАРАМЕТРИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ

Идея параметрического управления нашла достаточно широкое применение в управлении сложными техническими и биофизическими системами [14–16]. В отдельных исследованиях параметрическое управление описывается наряду с координатным, структурным и смешанным управлением [17, 18]. Выделяя в качестве факторов активного воздействия на систему координату, параметр, структуру, авторы указывают соответственно на координатное, параметрическое, структурное и смешанное (координатно-параметрическое, координатно-структурное, координатно-параметрически-структурное) управление.

Непосредственно исследуя научные основания параметрического управления, А.С. Бондаревский и А.В. Лебедев [18] связывают его содержание с «кибернетикой второго порядка». По мнению авторов, с возникновением в 1948 г. кибернетики и последующим вовлечением в ее сферу систем объектов живой природы (социумов) произошел переход от одномерного (координатного) управления по Н. Винеру, или «кибернетики первого порядка» [19] к дву- или многомерному управлению, или «кибернетике второго порядка» [20–22]. Именно к этому виду управления относят параметрическое управление. При этом, по мнению А.С. Бондаревского и В.А. Лебедева [18], параметрическое управление хотя и должно, но принципиально не может осуществляться на реальных объектах, а может быть реализовано только на моделях объектов управления посредством включения этих моделей в контур управления.

Параметрическое управление применяется и для решения управленческих проблем в экономике. Ряд авторов [23] использовали теоретические положения параметрического управления при про-

ведении макроэкономического анализа и оценки оптимальных значений параметров экономической политики для управления развитием макроэкономических систем. Потенциал параметрического управления, по мнению А. Ашимова и др. [24], имеет значение для решения продовольственной проблемы. Авторы на основе модели общего равновесия Globe 1⁶, описывающей функциональное взаимодействие экономик девяти регионов, с помощью параметрического управления определили оптимальные значения инструментов экономической политики для достижения желаемого уровня регионального экономического роста, сокращения разрыва между богатыми и бедными регионами, увеличения производства сельскохозяйственной продукции. Теоретические основы параметрического управления были применены в ходе вычислительных экспериментов на модели общего равновесия и при решении задачи диверсификации экономического роста путем стимулирования отдельных отраслей Республики Казахстан и ее региональных торговых партнеров [25].

Идея параметрического управления лежит и в основе естественно-научной концепции в теоретической экономике, которая рассматривает построение экономики по образу и подобию естественных наук с привлечением математического моделирования. В частности, в работах Д.С. Чернавского и др. [26, 27] исследуется параметрическое управление системами с множественными устойчивыми состояниями и утверждается, что динамические модели в экономике позволяют качественно (и даже полуколичественно) описать переходы между состояниями экономической системы и выявить главные параметры, управляющие этими процессами.

Применение параметрического управления в экономике исследуется и в работах А.Ю. Обыденнова [28, 29]. Автором раскрывается концепция параметрического управления на примере моделирования поведения хозяйствующих субъектов в условиях ограниченной рациональности и делается вывод о том, что параметрическое управление выступает решением проблемы координации [29]. Автор отмечает, что суть параметрического управления состоит в стимулировании эволюции управляемой экономической системы к одному из собственных для нее и благоприятных для управляющего устойчивых состояний и режимов функционирования. Такие состояния автор называет аттракторами и определяет их для экономической системы как дискретное множество [29]. Состоя-

⁶ GLOBE 1. Applied General Equilibrium Modelling. URL: www.cgemod.org.uk/globe1.html (дата обращения 10.10.2022).

ние управляемой экономической системы задается динамическими переменными в фазовом пространстве, ее поведение описывается аналитическим уравнением, а управляющие параметры определяют вид фазового портрета. Изменяя в определенном порядке параметры, по мнению автора, можно осуществлять параметрическое управление системой. А.Ю. Обыденков определяет в качестве преимуществ параметрического управления снижение сопротивления управляемой системы, исключение неэффективных вариантов решения задач управления, сокращение затрат и минимизацию отклонения реального результата от желаемого [28, 29]. Идею параметрического управления автор переносит на методологию стратегического менеджмента [28, 30], соотносит ее с современными гибкими методами управления [31], обосновывает данный подход для решения проблем управления поведением хозяйствующих субъектов в условиях ограниченной рациональности [29], раскрывает способы математической формализации институтов для целей параметрического управления [32]; использует модель параметрического управления для выбора инструментов аграрной политики [33].

Примером использования параметрического управления является и система сбалансированных показателей (ССП), разработанная Д. Нортон и Р. Капланом [34]. В данной управленческой концепции используются четыре группы параметров, формируемых по проекциям «финансы», «клиенты», «бизнес-процессы», «сотрудники» и являющихся динамическими переменными, которые задают состояние управляемой социально-экономической системы. Однако, хотя и утверждается существенность причинно-следственных связей между этими параметрами, на практике достаточно сложно качественно и количественно их определить по причине отсутствия в данной концепции механизма учета и установления таких связей. То есть варьирование параметров как основа параметрического управления в рамках предложенной концепции не рассматривается. Поэтому метод СПП в практике управления используется часто формально на основе установления целевых значений показателей без обеспечения их сбалансированности по значениям с учетом их взвешенности. Усугубляется ситуация применения концепции СПП и турбулентностью окружения экономических систем, что часто приводит к нарушению основной идеи указанного метода – достижение целевых значений нефинансовых показателей должно обеспечивать достижение желаемых финансовых результатов [35].

Таким образом, можно констатировать, что единой концепции параметрического управления с определением ее содержания и механизма использования не сформировано. Имеет место достаточно широкое применение данного подхода в практике управления, что свидетельствует об определенном уровне его универсальности. Проведенный эксперимент по разработке стратегии управления аграрным ростом России позволил конкретизировать теоретическую основу параметрического управления социально-экономическими системами и продемонстрировать механизм его применения с обоснованием инструментальной базы для решения задач устойчивой динамики сельского хозяйства.

Прежде всего раскроем сущность данного вида управления социально-экономическими системами. Параметрическое управление – это управление по параметрам, которое путем формализации режима функционирования социально-экономической системы обеспечивает приведение ее в состояние устойчивости в соответствии с целями управления. В качестве параметров выступают динамические переменные, которые задают состояние управляемой системы и путем варьирования которых осуществляется поиск управленческих решений для достижения поставленных целей. При этом важно учитывать, что для выбора управленческого решения необходимо учитывать две группы параметров. Одна из них определяет эффективность самого управленческого воздействия как внешнего по отношению к объекту управления. Вторая характеризует по результатам воздействия внутреннюю потенциальную способность управляемой системы поддерживать свою устойчивость в заданном состоянии, не вызывая сопротивления управлению.

Параметрическое управление расширяет содержание классического варианта процесса принятия и реализации управленческих решений. Традиционно данный процесс представляет собой последовательность таких действий, как целеполагание, оценка ситуации, определение проблемы, разработка управленческих решений и их реализация, приводящая к желаемому состоянию управляемой системы (рис. 1). То есть достигнутые значения параметров управляемой системы являются результатом разработанного и реализованного управленческого решения. Само содержание управленческого решения определяется исходя из противоречия между целью и ситуацией, в которой функционирует система. При данном подходе у управляющего не в полной мере имеются возможности исключения неэффективных управленческих

решений, так как однозначно предсказать результат разработанного управленческого воздействия – желаемое состояние управляемой системы – достаточно сложно. Поэтому возникает риск увеличения разрыва между реальным результатом – достигнутым состоянием управляемой системы – и желаемым его уровнем.

При использовании параметрического управления вводится этап параметризации управления, содержание которого как совокупность параметров, полученных на основе перебора различных вариантов их комбинаций и отражающих состояние управляемой системы, определяет с учетом выявленной проблемы содержание самого управленческого решения (рис. 2). Для выбора управленческого решения необходимо сопоставить данные параметризации управляемой системы как результата внешнего управленческого воздействия с ее внутренним состоянием. Относительное равенство результатов параметризации между собой и их соответствие целевым значениям управления выступает в качестве критерия выбора управленческого решения. Наличие неравенства определяет необходимость и содержание корректировки управленческого решения.

Таким образом, изначально параметры управляемой системы, в зависимости от их вариаций, выполняют функции выбора управленческих решений, исключая из совокупности возможных вариантов неэффективные. Такая ситуация априори минимизирует сопротивление управляемой системы и ее элементов изменениям, определяемых выбранным управленческим решением. Соответ-

ственно, в совокупности оптимизируются ресурсы и сокращается разрыв между достигнутыми значениями параметров устойчивости системы и желаемым их уровнем. Кроме того, совокупность параметров как индикаторов состояния управляемой системы дает возможность эффективно контролировать процесс управления и обеспечивает поиск источника неудач на каждом из его этапов.

Этап параметризации управления необходимо выстраивать на изначально сформированной теоретической основе, элементами которой должны стать:

- теоретическая концепция, определяющая подходы и правила идентификации факторов управления социально-экономической системой и установления взаимосвязей между ними;
- принципы определения параметров состояния социально-экономической системы, описывающих варианты ее устойчивости в контексте решаемой управленческой проблемы;
- подходы к дифференциации параметров с выделением из них управляющих как рычагов управленческого воздействия для достижения целей и благоприятного режима функционирования социально-экономической системы;
- инструментарий моделирования состояния социально-экономической системы на основе вариаций параметров для достижения желаемого уровня ее устойчивости;
- критерии выбора управленческих решений и их оценки, реализация которых позволит разрешить проблему и достичь желаемого состояния устойчивости социально-экономической системы.



Рис. 1. Процесс управления социально-экономической системой (классический подход)

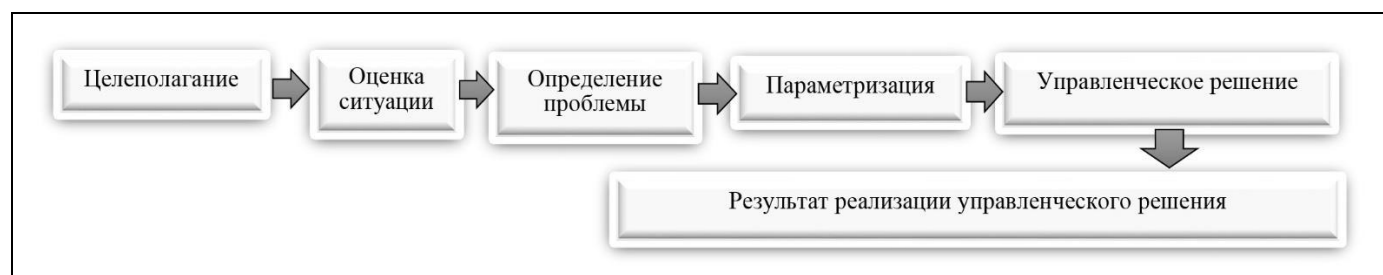


Рис. 2. Процесс параметрического управления социально-экономической системой (авторский подход)

Таким образом, введение этапа параметризации в процесс управления социально-экономическими системами позволяет изначально сформировать портрет управляемой системы и тем самым определить содержание управленческого решения. При этом состояние управляемой системы как результат реализации выбранного управленческого решения в силу наличия сформированного ее параметрического портрета обеспечит минимизацию отклонения от целевых параметров в сравнении с классической схемой управления.

Доказательная база сформулированных теоретических положений параметрического управления социально-экономическими системами была разработана в результате эксперимента на основе когнитивного моделирования стратегии управления аграрным ростом как инструмента идентификации противоречия между аграрным ростом и отсутствием условий для расширенного воспроизводства в отрасли.

2. ОСНОВНЫЕ МЕТОДИЧЕСКИЕ ПОЛОЖЕНИЯ КОГНИТИВНОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ ПАРАМЕТРОВ УПРАВЛЕНИЯ АГРАРНЫМ РОСТОМ

В качестве инструментария моделирования были использованы НКК В.Б. Силова [36, 37] и программная система СППР «ИГЛА» [38]. Нечеткая когнитивная карта – это причинно-следственная сеть, которая представляет исследуемую систему в виде графа и описывается выражением

$$G = \langle E, W \rangle,$$

где $E = \{e_1, e_2, \dots, e_k\}$ – множество факторов (концептов); W – бинарное отношение на множестве E , которое задает связи между его элементами. Отношение W – это набор чисел w_{ij} , определяющих направление и интенсивность влияния между концептами e_i (влияющим) и e_j (зависящим). При этом принимается

$$-1 \leq w_{ij} \leq 1.$$

Направление и интенсивность влияния в практике применения когнитивного моделирования слабоструктурированных систем могут определяться с помощью различных методов [6, 8, 39]. Учитывая, что ряд упрощений и допущений, используемых при разработке когнитивных моделей, обуславливают приближенный, в большей степени качественный результат моделирования, для повышения его точности и однозначного соответствия реальным тенденциям развития сельского хозяйства было принято решение об использовании исключительно количественных концептов. При этом определение интенсивности связей меж-

ду ними исключало применение экспертных методов и осуществлялось только на основе регрессионных моделей, построенных с использованием статистических данных за период 2000–2020 гг.

В нечеткой когнитивной карте для оценки прямых и опосредованных влияний концептов друг на друга применяется операция транзитивного замыкания, результатом которой является преобразование исходной матрицы взаимовлияний W в транзитивно замкнутую матрицу Z . В качестве элементов матрицы Z выступают пары значений: z_{ij} – характеризует силу положительного влияния и $\bar{z}_{ij}$ – силу отрицательного влияния i -го концепта на j -й. Алгоритм расчета нечеткого транзитивного замыкания подробно описан В.Б. Силовым [36]. Транзитивная матрица в ходе статического анализа НКК позволяет рассчитать системные показатели [10]. В рамках данного исследования использованы следующие из них.

- Оценка влияния i -го концепта на систему и оценка влияния системы на j -й концепт:

$$\bar{P}_i = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n p_{ij}, \quad (1)$$

$$\bar{P}_j = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n p_{ij}, \quad (2)$$

где n – количество концептов; p_{ij} – влияние (воздействие) i -го концепта на j -й:

$$p_{ij} = \text{sign}(z_{ij} + \bar{z}_{ij}) \max(|z_{ij}|, |\bar{z}_{ij}|), |z_{ij}| \neq |\bar{z}_{ij}|, \quad (3)$$

где $\text{sign}(x)$ – функция, возвращающая знак выражения x .

- Консонанс влияния i -го концепта на систему и консонанс влияния системы на j -й концепт:

$$\bar{C}_i = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n c_{ij}, \quad (4)$$

$$\bar{C}_j = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n c_{ij}, \quad (5)$$

где c_{ij} – консонанс влияния i -го концепта на j -й:

$$c_{ij} = \frac{|z_{ij} + \bar{z}_{ij}|}{|z_{ij}| + |\bar{z}_{ij}|}. \quad (6)$$

Анализ динамики системы управления аграрным ростом, заданной НКК, опирается на модель импульсного процесса на НКК, в котором значение параметров системы в момент времени $t + 1$ определяется по формуле

$$v_i(t+1) = S(v_i(t) + q_i(t+1) + o_i(t+1) + \sum_{j=1}^K T(w_{ij}, p_j(t))), \quad (7)$$

где $v_i(t+1)$ – значение i -го концепта в момент времени $t+1$; $v_i(t)$ – значение i -го концепта в момент времени t ; $q_i(t+1)$ – внешнее воздействие на i -й концепт в момент времени $t+1$; $o_i(t+1)$ – управляющее воздействие на i -й концепт в момент времени $t+1$; $w_{ij} = w(e_j, e_i)$ – сила связи между j -м и i -м концептом; $p_j(t)$ – изменение значения j -го концепта в момент времени t ; T – операция T -нормы (операция умножения); S – операция S -нормы (S -норма Лукасевича).

3. ПОСТРОЕНИЕ НЕЧЕТКОЙ КОГНИТИВНОЙ МОДЕЛИ УПРАВЛЕНИЯ АГРАРНЫМ РОСТОМ И ЕЕ СТРУКТУРНО-ЦЕЛЕВОЙ АНАЛИЗ

В соответствии с разработанной схемой параметрического управления социально-экономическими системами первоначально для формирования параметрического содержания системы управления аграрным ростом необходимо было сформировать теоретическую концепцию, в соответствии с которой будут идентифицированы факторы исследуемой системы, выбраны подходы к их дифференциации и методологически определены связи между ними. В рамках проведенного исследования для этого была применена авторская методология управления аграрным ростом, подробное описание которой представлено в работе [4]. Разработанная методология основывается на структурно-динамической модели системы управления аграрным ростом (рис. 3).

Конструкция модели определяет параметрическое содержание системы управления на основе идентификации для управленческого воздействия факторов структурного блока (с учетом отраслевой специфики в качестве таковых обоснованы природно-биологические ресурсы, трудовые ресурсы, капитал как базовые факторы роста; инвестиции, инновации, инфраструктура, технологии, структура как детерминанты роста) и для оценки результатов аграрной динамики факторов динамического блока (количественная, качественная и генерирующая динамика). Базовые факторы аграрного роста непосредственно влияют на аграрную динамику, без их наличия рост как таковой невозможен. Детерминанты оказывают опосредованное влияние на процессы динамики в сельском хозяйстве, обеспечивают воспроизводство базовых факторов ро-

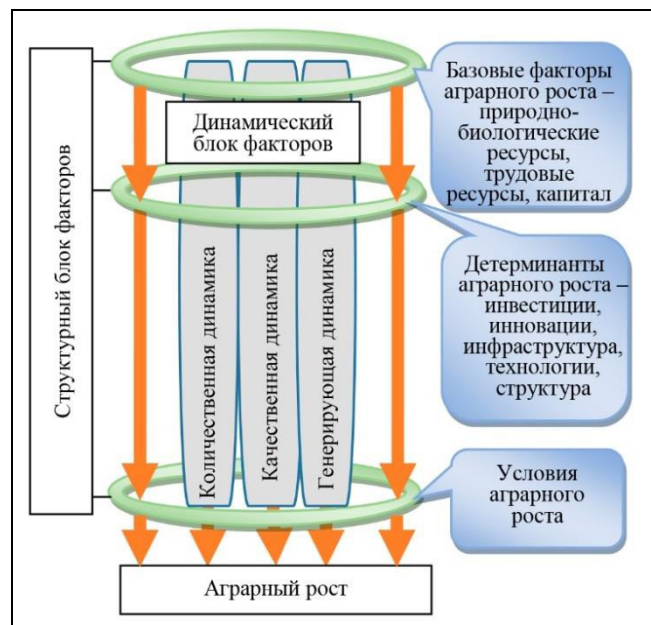


Рис. 3. Структурно-динамическая модель системы управления аграрным ростом

ста и более эффективное их использование. Количественная составляющая аграрного роста отражает объемное расширение аграрной экономики и определяет количественное приращение общественного аграрного продукта. Качественная аграрная динамика связана с интенсивным развитием сельского хозяйства и обеспечивает аграрному росту продолжительность, интенсивность и инновационность. Выделение количественной и качественной составляющих в аграрном росте является общепринятым подходом. Однако в современных условиях при наличии ограничений в ресурсах, значимости экологических факторов и необходимости сохранения условий для удовлетворения будущими поколениями своих потребностей, имеет место противоречие между обеспечением интенсивности аграрного роста и возможностями решения этих проблем. Поэтому следует учитывать третью важную составляющую аграрного роста – генерирующую, которая отражает условия обеспечения его устойчивости, сбалансированности, невозвратности и выступает основой нивелирования указанного противоречия.

Соответственно, концепция структурно-динамической модели строится на следующем положении – каждый базовый фактор и детерминанта имеют решающее значение для количественной, качественной и генерирующей аграрной динамики не столько в своем объективном проявлении как отдельные элементы системы, сколько в сочетании с другими базовыми факторами и детерминантами, что позволяет каждому из указанных блоков системы управления благодаря созданным условиям

выполнять соответствующие функции и генерировать дополнительные возможности аграрного роста. Структурный блок для достижения целей аграрного роста определяет факторы внешнего управленческого воздействия, динамический блок характеризует состояние сельского хозяйства и его внутреннюю способность поддерживать заданную управлением аграрную динамику.

Для определения параметров системы управления аграрным ростом России были использованы технологии когнитивного моделирования. Схема когнитивной методологии управления аграрным ростом и ее подробное описание представлены в работах [4, 5]. В рамках данного исследования для построения нечеткой когнитивной модели (НКМ), как указывалось выше, использовались исключительно количественные концепты, которые в основном соответствовали показателям-индикаторам регулирующих документов по управлению АПК РФ. При этом на основе экспертного метода все идентифицированные концепты были дифференцированы в соответствии со структурно-динамической моделью, содержание которой определяло также и подход к установлению связей между ними.

Были выбраны 14 концептов по структурному блоку и 16 концептов по динамическому блоку факторов. В каждом из этих блоков три целевых концепта были общими. Результатом когнитивного моделирования на данном этапе исследования явилась НКК (рис. 4) как визуализация нечеткой когнитивной матрицы. Интенсивность связей между концептами определялась путем построения моделей парной и множественной регрессии на основе данных Росстата за 2000–2020 гг. В процессе исследования для показателей, измеряемых в денежном выражении, были выполнены преобразования переменных с помощью метода прямого дефлятирования. В отдельные модели с учетом содержания показателей включались переменные с соответствующим лагом.

При верификации связей на основе парной и множественной регрессии применялись следующие критерии:

– высокий уровень статистической значимости уравнения и его коэффициентов,

– отсутствие мультиколлинеарности (для множественной регрессии),

– соответствие остатков нормальному закону распределения,

– соответствие модели требованиям тестов Вальда и Бреуша – Пагана.

Таким образом, были построены 30 моделей парной и множественной регрессии, удовлетворяющих установленным критериям. Для расчета весов связей был использован коэффициент эластичности

$$e_{ij} = k_{ij} \frac{i_{cp}}{j_{cp}},$$

где i_{cp} – среднее значение соответствующего факторного признака; j_{cp} – среднее значение результирующего признака; k_{ij} – регрессионный коэффициент в модели линейной регрессии.

Выбранная модель НКМ предписывает использование качественной/лингвистической шкалы, значения которой лежат в диапазоне $[-1, 1]$, поэтому нормализация коэффициентов эластичности осуществлена с помощью сигмоидальной нормировочной функции, вычисляемой по формуле

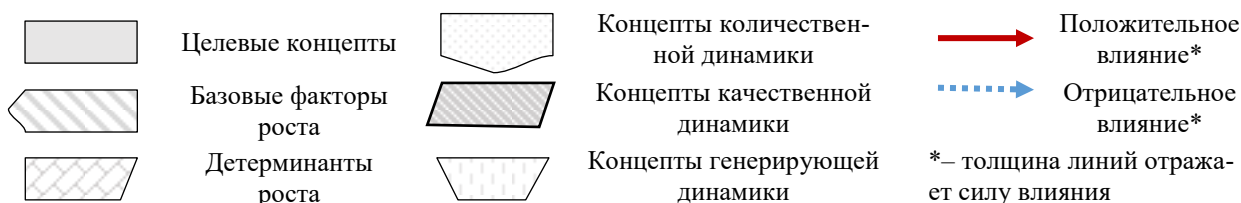
$$S_b(e_{ij}) = \frac{1 - \exp(-be_{ij})}{1 + \exp(-be_{ij})},$$

где b – коэффициент, определяющий угол наклона функции.

Одним из вариантов определения значения коэффициента b является задание экспертным путем значения эластичности $e_0 > 0$, при котором вес связи будет равен некоторому заданному значению α . В проведенном исследовании было задано $\alpha = 0,5$. Следовательно, для имеющихся положительных и отрицательных коэффициентов было принято значение e_0 , равное $e_{мед}$ – медианному значению соответствующего набора коэффициентов. При данном подходе коэффициент b рассчитывался по формуле

$$b = -\frac{1}{e_{мед}} \ln \frac{1 - \alpha}{1 + \alpha}.$$

Условные обозначения к рис. 4



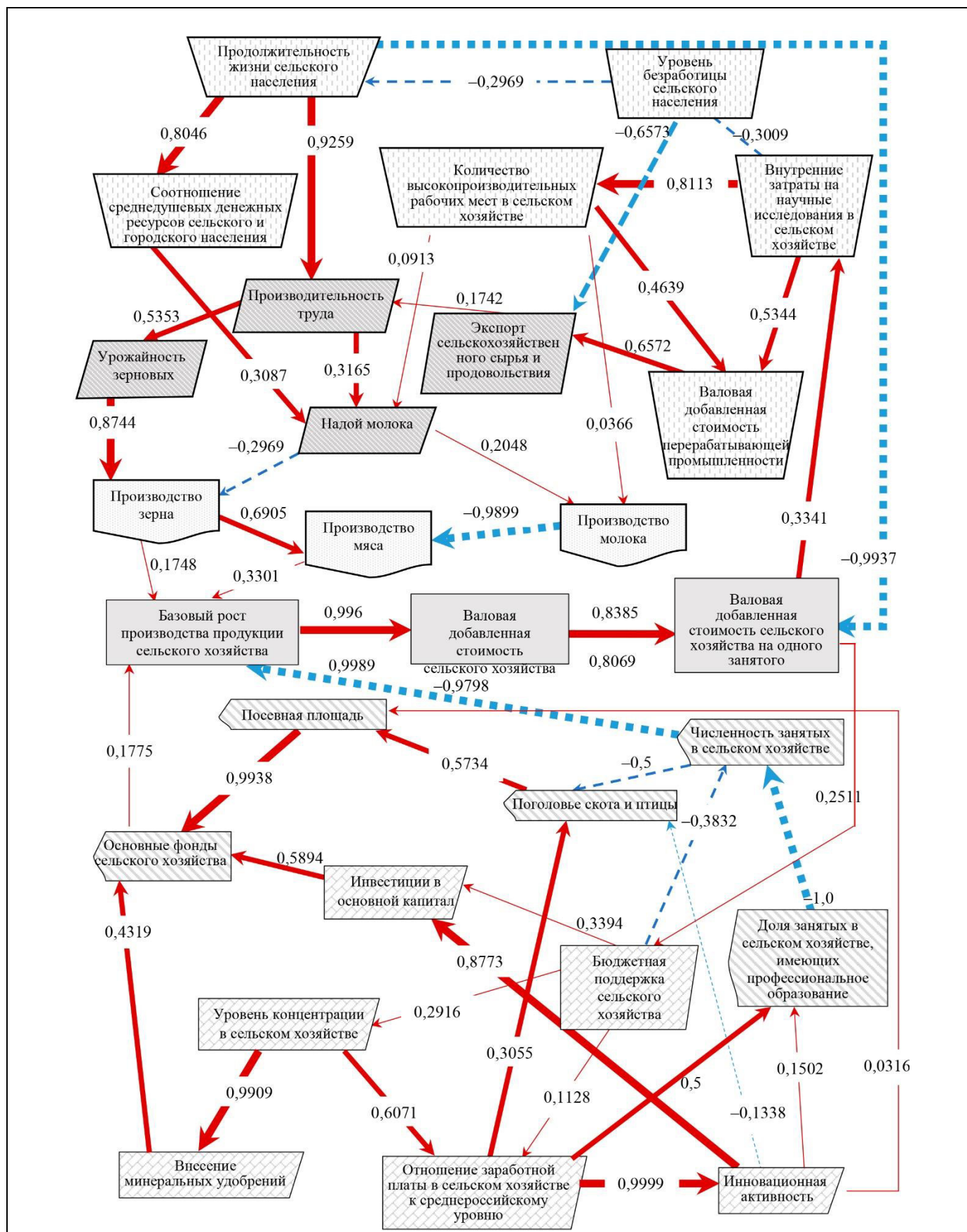


Рис. 4. Когнитивная карта управления аграрным ростом

Пример расчета весов связей НКК представлен в табл. 2.

В результате структурно-целевого анализа НКМ управления аграрным ростом по формулам (1)–(6) были рассчитаны основные системные показатели (табл. 3). Оценки консонанса влияния концептов на систему и консонанса влияния системы на концепты достаточно высокие, что определило высокую степень доверия как к знаку, так и к силе воздействия.

В структурном блоке факторов, с учетом содержания теоретической концепции управления аграрным ростом, концепты группы детерминант роста рассматривались в качестве управляемых концептов (см. рис. 4). Отметим, что инвестиционная («Инвестиции в основной капитал») и технологическая («Внесение минеральных удобрений») детерминанты практически не определяли аграрный рост, их влияние оказалось минимальным. Наибольшее влияние на аграрный рост исходило от структурных детерминант («Отношение заработной платы в сельском хозяйстве к среднероссийскому уровню» и «Концентрация сельскохозяйственного производства»). Анализируя влияние системы на целевые концепты как индикатор ее согласованности, отметим, что данные концепты поддерживались системой, так как оценки такого влияния соизмеримы или значительно превышали оценки обратного влияния.

По динамическому блоку факторов концепты

генерирующей динамики, согласно принятой концепции, рассматривались как управляемые (см. рис. 4). Существенное влияние на систему оказывали такие концепты, как «Продолжительность жизни сельского населения» и «Внутренние затраты на научные исследования в сельском хозяйстве». При этом отметим довольно значимое отрицательное влияние концепта «Производство молока» и незначительное, но также отрицательное влияние концепта «Надой на одну корову» на систему в целом. Такое влияние указанных концептов на систему противоречит их объективному содержанию как количественных и качественных факторов аграрного роста – априори увеличение производства молока и его эффективность должны положительно влиять на рост сельского хозяйства. Поэтому отрицательное влияние указанных концептов свидетельствует о формировании ограничений аграрного роста по данному отраслевому направлению.

На наличие проблем в системе в целом как основы формирования потенциала аграрного роста указывает также и отрицательное значение влияния системы на концепт «Продолжительность жизни сельского населения» при положительном его влиянии на систему. В совокупности наблюдался недостаточный уровень согласованности системы в целом, о чем свидетельствуют оценки влияния системы на целевые концепты, значения которых меньше оценок обратного влияния.

Таблица 2

Веса связей НКК между целевыми концептами

Содержание связи	Коэффициент регрессии	Коэффициент эластичности	Вес связи
Структурный блок параметров			
Влияние концепта «Базовый рост производства продукции сельского хозяйства» на концепт «Валовая добавленная стоимость сельского хозяйства»	46,1928	3,6383	0,9989
Влияние концепта «Валовая добавленная стоимость сельского хозяйства» на концепт «Валовая добавленная стоимость сельского хозяйства на одного занятого»	0,2569	1,2462	0,8589
Динамический блок параметров			
Влияние концепта «Базовый рост производства продукции сельского хозяйства» на концепт «Валовая добавленная стоимость сельского хозяйства»	46,1928	3,6383	0,996
Влияние концепта «Валовая добавленная стоимость сельского хозяйства» на концепт «Валовая добавленная стоимость сельского хозяйства на одного занятого»	0,2935	1,4233	0,8385



Таблица 3

Системные показатели когнитивной карты управления аграрным ростом

Концепты	$\vec{C}_i$	$\vec{C}_j$	$\vec{P}_i$	$\vec{P}_j$
Структурный блок параметров				
Базовый рост производства продукции сельского хозяйства	0,9579	0,9762	0,1766	0,1573
Валовая добавленная стоимость сельского хозяйства	0,9571	0,9770	0,1111	0,2227
Валовая добавленная стоимость сельского хозяйства на одного занятого в сельском хозяйстве	0,9562	0,9778	0,0637	0,2477
Численность занятых в сельском хозяйстве	0,9949	0,9976	-0,3063	-0,1836
Доля занятых в сельском хозяйстве, имеющих профессиональное образование	0,9950	0,9988	0,2407	0,0796
Посевная площадь	0,9677	0,7330	0,1132	0,0697
Поголовье скота и птицы	0,9833	0,7174	0,1057	0,0504
Основные фонды сельского хозяйства	0,9587	0,9011	0,0430	0,3137
Инвестиции в основной капитал	0,9677	0,9987	0,0671	0,2075
Инновационная активность	0,7812	0,9870	0,1190	0,1382
Внесение минеральных удобрений	0,9677	0,9832	0,0492	0,1112
Концентрация сельскохозяйственного производства	0,8791	0,9795	0,3136	0,0421
Отношение заработной платы в сельском хозяйстве к среднероссийскому уровню	0,8671	0,9832	0,3186	0,0681
Бюджетная поддержка сельского хозяйства	0,9554	0,9786	0,1882	0,0787
Динамический блок параметров				
Базовый рост производства продукции сельского хозяйства	0,7921	0,6151	0,1631	0,0324
Валовая добавленная стоимость сельского хозяйства	0,7329	0,6743	0,1010	0,0947
Валовая добавленная стоимость сельского хозяйства на одного занятого в сельском хозяйстве	0,7269	0,8300	0,0762	0,0579
Производство зерна	0,9105	0,5182	0,0947	0,0902
Производство мяса	0,8513	0,5559	0,0745	0,0355
Производство молока	0,9105	0,9339	-0,1358	0,0306
Урожайность зерновых	0,9556	0,9560	0,1373	0,0722
Надой на одну корову	0,9589	0,9472	-0,0338	0,0726
Производительность труда	0,7277	0,9351	0,1305	0,0725
Экспорт сельскохозяйственного сырья и продовольствия	0,7486	0,9058	0,0336	0,0562
Соотношение среднедушевых денежных ресурсов сельского и городского населения	0,9623	0,8539	0,0089	0,0444
Продолжительность жизни сельского населения	0,8112	0,8479	0,1056	-0,0091
Количество высокопроизводительных рабочих мест в сельском хозяйстве	0,5756	0,8419	0,0547	0,0908
Уровень безработицы сельского населения	0,8205	0,8419	-0,0937	-0,0337
Внутренние затраты на научные исследования в сельском хозяйстве	0,7209	0,8360	0,1037	0,0475
Валовая добавленная стоимость перерабатывающей промышленности	0,7694	0,8817	0,0631	0,0889

4. РАЗРАБОТКА СЦЕНАРИЕВ УПРАВЛЕНИЯ АГРАРНЫМ РОСТОМ

Определение параметров системы управления аграрным ростом как основы принятия решений по обеспечению динамичного развития отечественного сельского хозяйства было реализовано на базе сценарного анализа НКК с использованием технологии импульсных процессов (см. формулу (7)). Основная задача на данном этапе исследования заключалась в разработке сценариев аграрного роста России как совокупности тенденций, определяемых параметрами, которые характеризуют ситуацию в данный момент, выступают в качестве целевых ориентиров роста, формируют комплекс управляющих воздействий на ситуацию и иллюстрируют уровень аграрной динамики. Выбор сценариев определялся современной геополитической ситуацией и содержанием действующей аграрной политики России. Современные вызовы определяют необходимость эффективного использования аграрного потенциала страны и возможности государства занять лидирующие позиции на мировых агропродовольственных рынках.

Изменение действующей аграрной политики прежде всего связано с новым вариантом Стратегии развития агропромышленного и рыбохозяйственного комплексов Российской Федерации на период до 2030 года (далее – Стратегия), утвержденным распоряжением Правительства Российской Федерации от 8 сентября 2022 г. № 2567-р. Стратегия ориентирована на создание новой модели экономического развития, обеспечивающей устойчивый и динамичный рост сельского хозяйства. Учитывая эти два условия, для апробации теоретической концепции параметрического управления были определены три сценария:

- сценарий 1 – прогноз развития ситуации в рамках вновь принятой Стратегии развития агропромышленного и рыбохозяйственного комплексов Российской Федерации (стратегия «Действующая»);
- сценарий 2 – прогноз развития ситуации с комплексом мероприятий-управлений для сбалансированного и устойчивого роста сельского хозяйства в соответствии с имеющимся аграрным потенциалом (стратегия «Комплексная»);
- сценарий 3 – синтез комплекса мероприятий для достижения прорывного аграрного роста,

обеспечивающего стране положение мирового лидера агропродовольственного рынка (стратегия «Прорывная»).

Содержание каждого из сценариев составили два комплекса параметров. По структурному блоку сгенерированные параметры позволили определить набор средств и способов управленческого воздействия на аграрную динамику. Параметры динамического блока отражали состояние сельского хозяйства как результат процессов аграрного роста, формирующего устойчивость аграрной динамики на долгосрочную перспективу.

Значения состояния концептов рассчитывались как отношение текущего уровня показателей к целевому их уровню, определяемому экспертным методом с учетом лучшей зарубежной или отечественной практики. Далее в соответствии с используемой когнитивной технологией для определения состояния концептов полученные значения интерпретировались по шкале от 0 до 1, построенной по принципу равенства интервалов (табл. 4). Начальные состояния и значения концептов представлены в табл. 5.

Таблица 4

Шкала оценки концептов

Интервал значений	Интерпретация
0,000–0,142	Очень низкий
0,143–0,285	Низкий
0,286–0,428	Ниже среднего
0,429–0,571	Средний
0,572–0,714	Выше среднего
0,715–0,857	Высокий
0,858–1,000	Очень высокий

Горизонт этапов прогнозирования, с учетом специфики когнитивного моделирования, определяли модельным временем. В соответствии с принятой этапностью основных регулирующих развитие сельского хозяйства документов (первый этап – 2020–2025 гг.; второй этап – 2025–2030 гг.) были соотнесены шкалы модельного и физического времени. Содержание трех сценариев аграрной динамики как результат параметризации сельского хозяйства представлены в табл. 6.



Таблица 5

Начальные состояния и значения концептов когнитивной модели управления аграрным ростом

Концепты	Начальное состояние концепта	Значение начального состояния концепта
Целевой блок		
Базовый рост производства продукции сельского хозяйства	Низкий	0,21
Валовая добавленная стоимость сельского хозяйства	Низкий	0,28
Валовая добавленная стоимость сельского хозяйства на одного занятого в сельском хозяйстве	Очень низкий	0,14
Структурный блок		
Численность занятых в сельском хозяйстве	Выше среднего	0,7
Доля занятых в сельском хозяйстве, имеющих профессиональное образование	Ниже среднего	0,41
Посевная площадь	Средний	0,49
Поголовье скота и птицы	Ниже среднего	0,39
Основные фонды сельского хозяйства	Низкий	0,24
Инвестиции в основной капитал	Низкий	0,28
Инновационная активность	Очень низкий	0,14
Внесение минеральных удобрений	Низкий	0,22
Концентрация сельскохозяйственного производства	Ниже среднего	0,41
Отношение заработной платы в сельском хозяйстве к среднероссийскому уровню	Низкий	0,25
Бюджетная поддержка сельского хозяйства	Низкий	0,28
Динамический блок		
Производство зерна	Выше среднего	0,65
Производство мяса	Выше среднего	0,61
Производство молока	Низкий	0,28
Урожайность зерновых	Низкий	0,25
Надой на одну корову	Низкий	0,28
Производительность труда	Низкий	0,22
Экспорт сельскохозяйственного сырья и продовольствия	Низкий	0,24
Соотношение среднедушевых денежных ресурсов сельского и городского населения	Низкий	0,25
Продолжительность жизни сельского населения	Очень низкий	0,1
Количество высокопроизводительных рабочих мест в сельском хозяйстве	Очень низкий	0,12
Уровень безработицы сельского населения	Высокий	0,81
Внутренние затраты на научные исследования в сельском хозяйстве	Очень низкий	0,08
Валовая добавленная стоимость перерабатывающей промышленности	Низкий	0,2

Сценарий 1. Разработка данного сценария проводилась на основе изучения принятой 8 сентября 2022 г. Стратегии. По структурному блоку параметров в качестве основных управляющих воздействий рассматривались «Инвестиции в основной капитал», «Внесение минеральных удобрений» и «Бюджетная поддержка сельского хозяйства». По динамическому блоку параметров такими концептами выступили «Уровень безработицы сельского населения», «Внутренние затраты на научные исследования в сельском хозяйстве», «Валовая добавленная стоимость перерабатывающей промышленности» и «Соотношение среднедушевых денежных ресурсов сельского и городского населения». Величина, время и продолжительность импульса определялись в соответствии с показателями целевого варианта действующей Стратегии.

Полученные результаты моделирования по структурному блоку параметров позволили в целом признать потенциальную эффективность управленческих воздействий для достижения целевых значений параметров аграрного роста. Возможно достижение к 2030 г. уровня валовой добавленной стоимости сельского хозяйства, установленного Стратегией (6,55 трлн руб.). Следует ожидать увеличения в 2,8 раза валовой добавленной стоимости на одного занятого в сельском хозяйстве, но при снижении количества занятых до 2,5 млн чел. Однако достигнуть среднего роста сельскохозяйственного производства на уровне 102,9 %, определенного Стратегией, будет сложно (базовый рост – 129,7 %). Результаты моделирования по структурному блоку параметров указывают на более низкое его значение – 102,4 % (базовый

рост – 123,9 %). Но и такой уровень роста может быть ограничен, если учитывать данные моделирования по динамическому блоку параметров.

Состояние сельского хозяйства как результат количественных, качественных и генерирующих изменений показывает, что в среднем рост может быть обеспечен на уровне не более 102 % (базовый рост – 119,95 %). Валовая добавленная стоимость может увеличиться в 1,2 раза (достигнет значения 5,2 трлн руб.), что не позволит обеспечить уровень, определяемый целевым вариантом принятой Стратегии. Уровень параметра «Валовая добавленная стоимость на одного занятого» будет иметь неустойчивый характер и его значение в среднем практически не изменится.

Сценарий 2. Стратегия управления аграрным ростом по данному сценарию исходила из имеющихся возможностей и предполагала комплексное воздействие всех управляемых концептов с целью максимального использования национального аграрного потенциала. По структурному блоку параметров управленческое воздействие формировалось на основе поэтапного изменения всех детерминант роста и усиления в целом их влияния на два уровня относительно первоначального значения. Исключением стал концепт «Концентрация сельскохозяйственного производства» – значение этого показателя, учитывая многообразие форм хозяйствования в аграрном секторе, принято было повысить на один уровень.

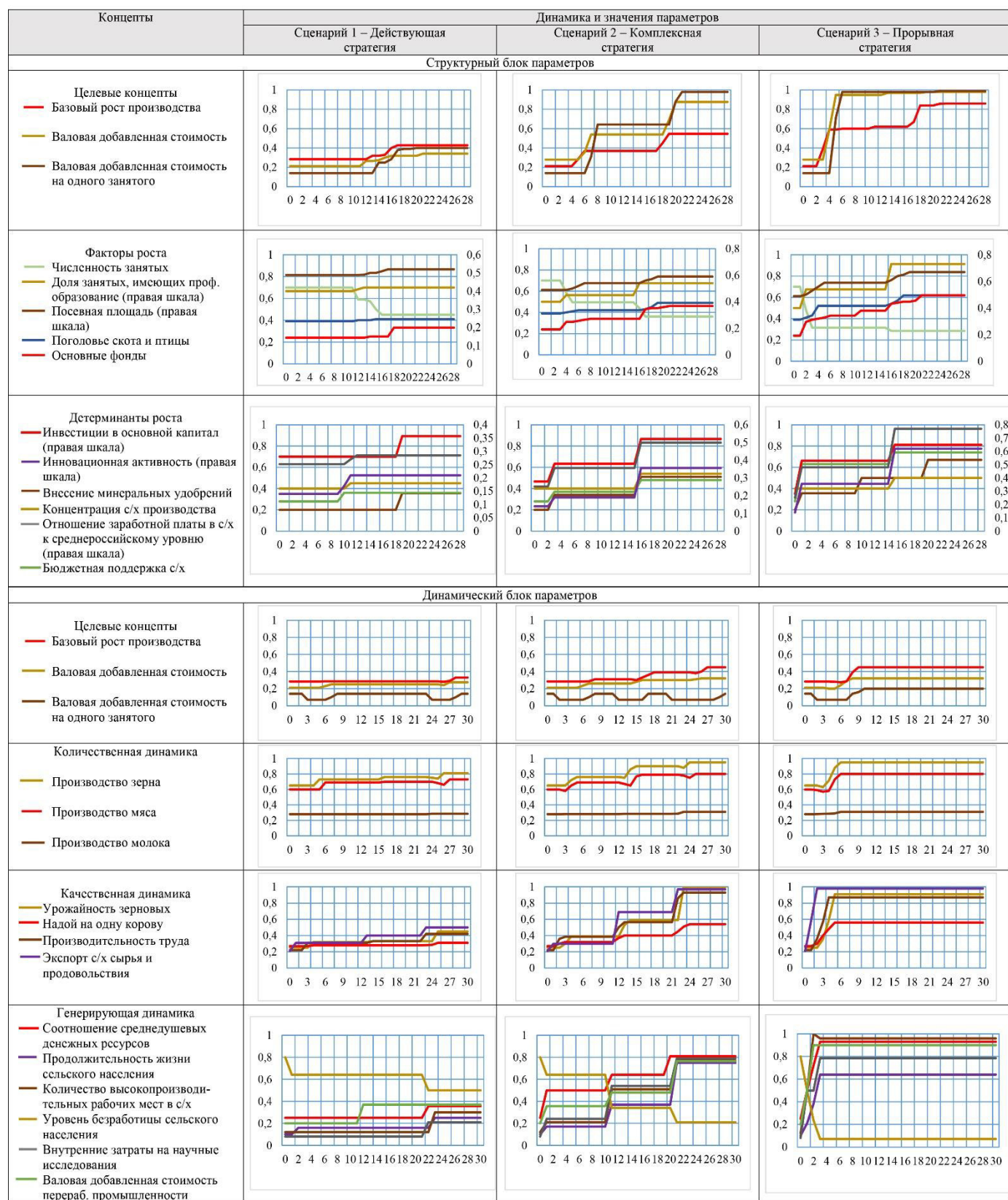
В результате спрогнозировано: средний рост производства продукции сельского хозяйства на уровне 103,8 % (базовый рост – 138,3 %), увеличение валовой добавленной стоимости более чем в три раза. Значительно, почти в семь раз, может повыситься параметр валовой добавленной стоимости на одного занятого при снижении численности занятых до 2 млн чел. Моделирование по динамическому блоку параметров в рамках комплексного подхода было реализовано на основе поэтапного усиления концептов генерирующей группы факторов. Усиление по каждому концепту определялось в зависимости от их экономического содержания и реальных национальных возможностей провести такие изменения. В результате ситуация оказалась схожей с предыдущим сценарием. Было установлено, что при достаточно высоком уровне эффективности управленческих воздействий на процессы аграрной динамики в рамках структурного блока параметров сформировать соответствующий внутренний потенциал аграрного роста в рамках динамического блока параметров не представляется возможным. Спрогнозированы средний рост производства на уровне 102,2 % (ба-

зовый рост – 122,4 %), увеличение валовой добавленной стоимости в 1,6 раза. Уровень параметра «Валовая добавленная стоимость на одного занятого» будет иметь еще более неустойчивый характер и его значение также практически не изменится.

Сценарий 3. По данному сценарию стратегии управления аграрным ростом придали прорывной характер. Предполагалось интенсивное изменение значений управляемых концептов на начальных этапах, что не всегда соответствовало реальным возможностям современной аграрной экономики страны. Однако целью такого сценария явилась проверка возможности нивелировать противоречие между аграрным ростом и отсутствием условий расширенного воспроизводства в сельском хозяйстве исходя из существующего опыта хозяйствования. По структурному блоку параметров инвестиции в основной капитал были увеличены в 2,3 раза, рост инновационной активности сельскохозяйственных организаций составил до 30%, обеспечение использования минеральных удобрений на уровне практики развитых стран (увеличение в 3,4 раза). С учетом изменений в подходах к бюджетной политике в сельском хозяйстве и заявление Правительства РФ о возможном увеличении бюджетной поддержки на уровне 900 млрд руб. концепт «Бюджетная поддержка сельского хозяйства» был увеличен в 2,7 раза. Одним из важных факторов, обеспечивающих аграрный рост в стране, по мнению автора, является социальная справедливость. Поэтому управляемый концепт «Отношение заработной платы в сельском хозяйстве к среднероссийскому уровню» был увеличен до 84 %. Как и в предыдущем сценарии, значение параметра «Концентрация сельскохозяйственного производства» было повышено на один уровень. Результат моделирования – возможность достижения среднего роста аграрного производства на уровне 106%. Значительно может быть увеличена валовая добавленная стоимость, созданная в сельском хозяйстве (в 3,5 раза). Более быстрыми темпами по сравнению с комплексной стратегией можно выйти на высокий уровень валовой добавленной стоимости на одного занятого в сельском хозяйстве (более чем в семь раз). При этом будет иметь место дальнейшее сокращение занятых в сельском хозяйстве до 1,6 млн чел. Результаты моделирования по динамическому блоку параметров свидетельствовали о том, что даже при достаточно интенсивном изменении управляемых концептов, начиная с первых тактов, внутренний потенциал роста сельского хозяйства не будет соответствовать потенциалу внешнего управленческого воздействия.

Таблица 6

Параметризация сельского хозяйства при различных сценариях аграрного роста



Максимально возможный средний рост останется на уровне 102,2 %, не увеличится и уровень валовой добавленной стоимости. Однако более устойчивый характер и рост в 1,4 раза будет наблюдаться по целевому концепту «Валовая добавленная стоимость на одного занятого», что значительно ниже прогнозируемого значения по структурному блоку параметров.

Таким образом, полученные результаты прогнозирования параметров аграрного роста с помощью методологии параметрического управления в качестве теоретической основы и когнитивных технологий в качестве инструментальной платформы позволили доказать, что противоречие между ростом сельскохозяйственного производства в стране и отсутствием условий расширенного воспроизводства при существующих подходах к управлению отраслью сохраняется. Такая ситуация выступает значимым барьером на пути решения стратегических задач по развитию аграрной экономики страны. Анализируя результаты структурно-целевого и сценарного анализа когнитивной модели, можно предположить в качестве основной причины наличия такого противоречия несогласованность параметрического содержания системы управления аграрным ростом.

Как было указано выше, с учетом актуальных тенденций политического, экономического, технологического, экологического и социального характера, с применением методологии когнитивного моделирования, автором разработана комплексная стратегия управления аграрным ростом по критериям достижения целевых показателей и вывода аграрного производства на новый уровень качества роста. Предложенная инструментальная база управления аграрным ростом включает в себя, с одной стороны, набор средств и способов управленческого воздействия на аграрную динамику, с другой – набор индикаторов для мониторинга ее соответствия заданным показателям [4].

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В исследовании для подтверждения гипотезы о наличии противоречия между ростом сельского хозяйства и отсутствием условий для расширенного воспроизводства в отрасли была использована концепция параметрического управления, которая позволила на основе экспертных оценок и статистических данных за последние 20 лет провести параметризацию сельского хозяйства как объекта управления, идентифицировать набор согласованных и сбалансированных показателей, сформиро-

вать аналитическую основу для когнитивного моделирования сценариев аграрного роста.

Полученные данные сценарного моделирования показали, что в современной практике хозяйствования потенциал управленческих действий по отношению к сельскому хозяйству как к объекту управления аграрным ростом превышает внутренний создаваемый потенциал роста самого сельского хозяйства. Поэтому достичь высоких показателей аграрного роста, обеспечить его устойчивость и сбалансированность в долгосрочной перспективе возможно только при изменении подходов к управлению отраслью.

ЛИТЕРАТУРА

1. Чернов И.В., Шелков А.Б. Сценарный подход к исследованию возможностей инновационного развития сельского хозяйства в современных условиях // Тр. 15-й Международной конференции «Управление развитием крупномасштабных систем» (MLSD'2022). – Москва, 2022. – С. 996–1005. [Chernov, I.V., Shelkov, A.B. Scenarnyj podhod k issledovaniyu vozmozhnostej innovacionnogo razvitiya sel'skogo khozyajstva v sovremennyh usloviyah / Tr. 15-j Mezhdunarodnoj konferencii «Upravlenie razvitiem krupnomasshtabnyh sistem» (MLSD'2022). – Moscow, 2022. – P. 996–1005. (In Russian)]
2. Богатырев А., Лутыев В. Математическое и вероятностное моделирование развития российского АПК // АПК: Экономика, управление. – 2016. – № 8. – С. 20–30. [Bogatyrev, A., Lituev, V. Matematicheskoe i veroyatnostnoe modelirovanie razvitiya rossijskogo APK // APK: Ekonomika, upravlenie. – 2016. – No. 8. – P. 20–30. (In Russian)]
3. Будзко В.И., Огнивцев С.Б., Цвиркун А.Д. и др. Моделирование экономических механизмов АПК // Тр. 14-й Международной конференции «Управление развитием крупномасштабных систем» (MLSD'2021). – Москва, 2021. – С. 1790–1817. [Budzko, V.I., Ognivcev, S.B., Cvirkun, A.D., et al. Modelirovanie ekonomicheskikh mekhanizmov APK / Tr. 14-j Mezhdunarodnoj konferencii «Upravlenie razvitiem krupnomasshtabnyh sistem» (MLSD'2021). – Moscow, 2021. – P. 1790–1817. (In Russian)]
4. Анохина М.Е. Моделирование стратегии управления экономическим ростом сельского хозяйства: монография. – М.: РУСАЙНС, 2020. – 330 с. [Anokhina, M.E. Modelirovanie strategii upravleniya ekonomicheskim rostom sel'skogo khozyajstva: monografiya. – M.: RUSAINS, 2020. – 330 s. (In Russian)]
5. Anokhina, M. Parameters of the Strategy for Managing the Economic Growth of Agricultural Production in Russia // Agricultural Economics. Czech. – 2020. – Vol. 66. – P. 141–149.
6. Anokhina, M. Fuzzy Cognitive Model of Agricultural Economic Growth // Economic Systems Research. – 2022. – DOI: 10.1080/09535314.2022.2065466.
7. Подвесовский А.Г., Исаев Р.А. Идентификация структуры и параметров нечетких когнитивных моделей: экспертные и статистические методы // International Journal of Open Information Technologies. – 2019. – Т. 7, № 6. – С. 35–61. [Podvesovskii, A.G., Isaev, R.A. Identification of Structure and



- Parameters of Fuzzy Cognitive Models: Expert and Statistical Methods. *International Journal of Open Information Technologies*. – 2019. – Vol. 7, no. 6. – P. 35–61. (In Russian)]
8. Подгорская С.В., Подвесовский А.Г., Исаев Р.А., Антонова Н.И. Построение нечетких когнитивных моделей социально-экономических систем на примере модели управления комплексным развитием сельских территорий // Бизнес-информатика. – 2019. – Т. 13, № 3. – С. 7–19. [Podgorskaya, S.V., Podvesovskii, A.G., Isaev, R.A., Antonova, N.I. Fuzzy Cognitive Models for Socio-Economic Systems as Applied to a Management Model for Integrated Development of Rural Areas. *Business Informatics*. – 2019. – Vol. 13, no. 3. – P. 7–19. (In Russian)]
 9. Christen, B., Kjeldsen, C., Dalgaard, T., Martin-Ortega, J. Can Fuzzy Cognitive Mapping Help in Agricultural Policy Design and Communication? // *Land Use Policy*. – 2015. – Vol. 45. – P. 64–75.
 10. Подгорская С.В., Подвесовский А.Г., Исаев Р.А. и др. Моделирование сценарного развития сельских территорий на основе нечеткой когнитивной модели // Проблемы управления. – 2019. – № 5. – С. 49–59. [Podgorskaya, S.V., Podvesovskii, A.G., Isaev, R.A., et al. Modeling of Scenario development of Rural Territories Based on Fuzzy Cognitive Model // *Control Sciences*. – 2019. – No. 5. – P. 49–59. (In Russian)]
 11. Alomia-Hinojosa, V., Groot, J.C.J., Andersson, J. A., et al. Assessing Farmer Perceptions on Livestock Intensification and Associated Trade-offs Using Fuzzy Cognitive Maps; A Study in Mixed Farming Systems in the Mid-Hills of Nepal // *Systems Research and Behavioral Science*. – 2023. – Vol. 40(1). – P. 146–158.
 12. Al-Gunaid, M.A., Salygina, I.I., Shcherbakov, M.V., et al. Forecasting Potential Yields under Uncertainty Using Fuzzy Cognitive Maps // *Agriculture and Food Security*. – 2021. – Vol. 10. – Art. no. 32.
 13. Papageorgiou, K., Singh, P.K., Papageorgiou, E., et al. Fuzzy Cognitive Map-Based Sustainable Socio-Economic Development Planning for Rural Communities // *Sustainability*. – 2020. – Vol. 12. – Art. no. 305.
 14. Глумов В.М., Земляков С.Д., Рутковский В.Ю. Адаптивное координатно-параметрическое управление нестационарными объектами: некоторые результаты и направления развития // Автоматика и телемеханика. – 1999. – № 6. – С. 100–116. [Glumov, V.M., Zemlyakov, S.D., Rutkovskii, V.Yu. Adaptive Coordinate-Parametric Control of Nonstationary Plants. *Recent Results and Prospects* // *Automation and Remote Control*. – 1999. – Vol. 60, no 6. – P. 839–851. (In Russian)]
 15. Романовский Ю.М., Степанова Н.В., Чернавский Д.С. Математическая биофизика. – М.: Наука, 1984. – 304 с. [Romanovskiy, Yu.M., Stepanova, N.V., Chernavskiy, D.S. *Matematicheskaya biofizika*. – М.: Nauka, 1984. – 304 s. (In Russian)]
 16. Ризниченко Г.Ю. Лекции по математическим моделям в биологии. – М.-Ижевск: Изд-во «Регулярная и хаотическая динамика», 2011. – 560 с. [Riznichenko, G.Yu. *Lektsii po matematicheskim modelyam v biologii*. – М.-Izhevsk: Izd-vo «Regulyarnaya i khaoticheskaya dinamika», 2011. – 560 s. (In Russian)]
 17. Бондаревский А.С., Лебедев А.В. О «кибернетике второго порядка»: научные основания и критерий применимости координатно-параметрического управления // Международный журнал прикладных и фундаментальных исследований. – 2010. – № 5. – С. 30–34. [Bondarevsky, A.S., Lebedev, A.V. About Second – Order Cybernetics: The Scientific Bases and Criterion of Applicability of Koordinatno-Parametrical Management // *International Journal of Applied and Fundamental Research*. – 2010. – No 5. – P. 30–34. (In Russian)]
 18. Бондаревский А.С., Лебедев А.В. О необходимости моделирования при параметрическом управлении // Современные наукоемкие технологии. – 2011. – № 2. – С. 17–22. [Bondarevsky, A.S., Lebedev, A.V. Necessity of Modelling at Parametrical Management // *Modern High Technologies*. – 2011. – No 2. – P. 17–22. (In Russian)]
 19. Винер Н. Кибернетика, или управление и связь в животном и машине. – М.: Советское радио, 1968. – 326 с. [Wiener, N. *Cybernetics or Control and Communication in the Animal and the Machine*. – М.: Soviet radio, 1968. – 326 s. (In Russian)]
 20. Beer, S. *Cybernetics and Management*. – London: The English University Press, 1959. – 214 p.
 21. Ashby, W.R. *An Introduction to Cybernetics*. London: Chapman and Hall, 1956. – 295 p.
 22. Foerster, H. *Understanding Understanding: Essays on Cybernetics and Cognition*. – N.-Y.: Springer-Verlag, 2003. – 362 p.
 23. Ashimov, A., Adilov, Z., Alshanov, R., et al. The Theory of Parametric Control of Macroeconomic Systems and Its Applications (I) // *Advances in Systems Science and Applications*. – 2014. – Vol. 14, no. 1. – P. 1–21.
 24. Ashimov, A., Borovskiy, Y. Solution of one Global Problem by Approach of the Parametric Control Theory // *Advances in Systems Science and Applications*. – 2018. – Vol. 18, no. 4. – P. 64–73.
 25. Ashimov, A., Borovskiy, Yu., Onalbekov, M.A. Parametric Control of the Diversification of Economic Growth by Stimulating Certain Industries. *Proceedings of the 2017 International Conference on Education, Economics and Management Research (ICEEMR 2017)* // Atlantis Press. *Advances in Social Science, Education and Humanities Research*. – 2017. – Vol. 95. – P. 44–48.
 26. Чернавский Д.С., Старков Н.И., Щербakov А.В. Естественно-научная концепция в теоретической экономике / Центр социально-экономического прогнозирования им. Д. И. Менделеева. – М.: Грифон, 2016. – 48 с. [Chernavskii, D.S., Starkov, N.I., Shcherbakov, A.V. *Estestvenno-nauchnaya kontseptsiya v teoreticheskoi ehkonomike* / Tsentr sotsial'no-ehkonomicheskogo prognozirovaniya im. D.I. Mendeleeva. – М.: Grifon, 2016. – 48 s. (In Russian)]
 27. Чернавский Д.С., Старков Н.И., Щербakov А.В. О проблемах физической экономики // Успехи физических наук. – 2002. – Т. 172, № 9. – С. 1045–1066. [Chernavskii, D.S., Starkov, N.I., Shcherbakov, A.V. On Some Problems of Physical Economics // *Physics-Uspekhi*. – 2002. – Vol. 45, no. 9. – P. 977–997. (In Russian)]
 28. Обыденнов А.Ю. Основания параметрического стратегического управления: институциональный анализ // Вопросы экономики. – 2016. – № 8. – С. 120–136. [Obydenov, A. *Foundations of the Parametric Strategic Management: An Institutional Economics Perspective* // *Voprosy Ekonomiki*. – 2016. – No. 8. – P. 120–136. (In Russian)]
 29. Обыденнов А.Ю. Параметрическое управление поведением хозяйствующих субъектов в условиях ограниченной рациональности // Стратегические решения и риск-менеджмент. – 2017. – № 4–5. – С. 58–67. [Obydenov, A.Y. *Parametric Management of Economic Actor Behavior Under Bounded Ra-*

- tionality // Strategic Decisions and Risk Management. – 2017. – No. 4–5. – P. 58–67. (In Russian)]
30. *Обыденов А.Ю.* Параметрическое стратегическое управление: генезис & праксис // Стратегические решения и риск-менеджмент. – 2018. – № 2. – С. 76–85. [*Obydenov, A.Y.* Parametric Strategic Management: Genesis & Praxis // Strategic Decisions and Risk Management. – 2018. – No. 2. – P. 76–85. (In Russian)]
31. *Обыденов А.Ю.* Гибкие методы управления и параметрическое стратегическое управление // Креативная экономика. – 2020. – Т. 14. – № 12. – С. 3503–3520. [*Obydenov, A.Y.* Agile Methods and Parametric Strategic Management // Kreativnaya ekonomika. – 2020. – Vol. 14. – No. 12. – P. 3503–3520. (In Russian)]
32. *Обыденов А.Ю.* Математическая формализация институтов // Стратегические решения и риск-менеджмент. – 2018. – № 4. – С. 54–57. [*Obydenov, A.Y.* Mathematical Formalization of Institutions // Strategic Decisions and Risk Management. – 2018. – No. 4. – P. 54–57. (In Russian)]
33. *Обыденов А.Ю.* Экономическая политика в области сельского хозяйства как форма параметрического управления // АПК: экономика, управление. – 2021. – № 1. – С. 27–34. [*Obydenov, A.Y.* Economic Policy in the Agriculture is as a Form of Parametric Management // AIC: Economics, Management. – 2021. – No. 1. – P. 27–34. (In Russian)]
34. *Kaplan, R.S., Norton, D.* The Balanced Scorecard – Measures that Drive Performance // Harvard Business Review. – 1992. – Vol. 70, no. 1. – P. 71–79.
35. *Ittner, C.D., Larcker, D.F.* Coming up Short on Nonfinancial Performance Measurement // Harvard Business Review. – 2003. – Vol. 81, no. 11. – P. 88–95.
36. *Силов В.Б.* Принятие стратегических решений в нечеткой обстановке. – М.: ИНПРО-РЕС, 1995. – 228 с. [*Silov, V.B.* Prinyatiye strategicheskikh reshenij v nechetkoj obstanovke. M.: INPRO-RES, 1995. – 228 s. (In Russian)]
37. *Борисов В.В., Круглов В.В., Федулов А.С.* Нечеткие модели и сети. – М.: Горячая линия – Телеком, 2018. – 284 с. [*Borisov, V.V., Kruglov, V.V., Fedulov, A.S.* Nchetkie modeli i seti. – M.: Goryachaya liniya – Telekom., 2018. – 284 s. (In Russian)]
38. *Подвесовский А.Г., Лагерева Д.Г., Коростелев Д.А., Исаев Р.А.* СППР «ИГЛА». Система поддержки принятия решений «Интеллектуальный Генератор Лучших Альтернатив». Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2019617827. Запер. 20.06.2019. [*Podvesovskii, A.G., Lagerev, D.G., Korostelev, D.A., Isaev, R.A.* SPPr «IGLA». Sistema podderzhki prinyatiya reshenii «Intel'ktual'nyi Generator Luchshikh Al'ternativ». Svidetel'stvo o gosudarstvennoj registracii programmy dlya EVM No. 2019617827. Reg. 20.06.2019. (In Russian)]
39. *Холодова М.А., Подвесовский А.Г., Исаев Р.А.* Нечеткая когнитивная модель стратегического управления агропродовольственным рынком // Модели, системы, сети в экономике, технике, природе и обществе. – 2022. – № 2. – С. 106–125. [*Kholodova, M.A., Podvesovskiy, A.G., Isaev, R.A.* Fuzzy Cognitive Model of Strategic Management of the Agri-food Market // Models, Systems, Networks in Economics, Technology, Nature and Society. – 2022. – No. 2. – P. 106–125. (In Russian)]

Статья представлена к публикации членом редколлегии
О.П. Кузнецовым.

Поступила в редакцию 21.11.2022,
после доработки 11.05.2023.
Принята к публикации 16.05.2023.

Анохина Марина Егоровна – канд. экон. наук, Российский экономический университет им. Г.В. Плеханова, г. Москва,
✉ Anokhina.ME@rea.ru, marina_anokhina@mail.ru,
ORCID iD: <https://orcid.org/0000-0003-4152-8795>

© 2023 г. Анохина М.Е.



Эта статья доступна по лицензии Creative Commons «Attribution» («Атрибуция») 4.0 Всемирная.



PARAMETRIC CONTROL OF AGRICULTURAL DEVELOPMENT BASED ON COGNITIVE MODELING

M.E. Anokhina

Plekhanov Russian University of Economics, Moscow, Russia

✉ Anokhina.ME@rea.ru, ✉ marina_anokhina@mail.ru

Abstract. The concept of parametric control is used to prove the existence of a contradiction between the growth of agricultural production and the lack of conditions for expanded reproduction in Russian agriculture. This contradiction is the main limitation of agricultural growth in the country. The theoretical foundations of parametric control are specified for socio-economic systems and the parameterization stage of the controlled system is included in the control process. A control action should be chosen by comparing the estimates of two blocks of parameters. The first block assesses the potential of an external control action affecting the system. The second block of parameters shows the internal potential of the controlled system. If the estimates do not match, the control process has a contradiction, and the control action should be corrected. Fuzzy cognitive modeling is used to determine the contradiction in the control of agricultural development. A fuzzy cognitive map of Russian agriculture is constructed using expert assessments and correlation-regression analysis according to statistical data for the period 2000–2020. The structural-target analysis of this map is performed and its system indicators are calculated to identify the main limitations in agricultural dynamic processes. Agricultural development is forecasted through the scenario analysis of the fuzzy cognitive map. According to the cognitive modeling results, the control action potential exceeds the agricultural growth potential. Therefore, for sustainable long-term agricultural growth in Russia, it is necessary to change approaches to agricultural management.

Keywords: parametric control, socio-economic system, agriculture, agricultural growth, cognitive modeling, fuzzy cognitive map.

МОДЕЛИ СОВМЕСТНОЙ ДИНАМИКИ МНЕНИЙ И ДЕЙСТВИЙ В ОНЛАЙНОВЫХ СОЦИАЛЬНЫХ СЕТЯХ.

Ч. 2. Линейные модели

Д.А. Губанов, Д.А. Новиков

Аннотация. На примере социальной сети ВКонтакте исследуется влияние различных факторов на динамику мнений и действий как на макроуровне («общественное мнение»), так и на микроуровне (мнения и действия отдельных агентов). Кратко рассматривается модель коллективного принятия решений, в которой в явном виде присутствуют взаимосвязанные параметры, отражающие и психические, и поведенческие компоненты деятельности агентов. Представлены результаты идентификации ее модифицированных частных случаев: линейных макро- и микромоделей совместной динамики мнений и действий агентов в социальной сети. Проведена оценка влияния различных факторов на мнения и действия агентов: обобщенного социального влияния (общественного мнения), собственных мнений и действий агента, мнений и действий социального окружения, а также механизмов доверия агента к источникам информации и содержанию информации.

Ключевые слова: социальная сеть, агент, мнение, действие, социальное влияние, когнитивный диссонанс, доверие к информации.

ВВЕДЕНИЕ

В первой части настоящей статьи [1] был проведен первичный анализ совместной динамики мнений и действий¹ на примере отношения к ношению медицинских масок в онлайн-социальной сети ВКонтакте в первый год пандемии COVID-19 – за период с марта 2020 г. по февраль 2021 г. включительно. На выборке из нескольких десятков тысяч постов и связанных с ними миллионов комментариев и лайков было исследовано поведение социальной сети: насколько поддерживают ношение масок отдельные пользователи и в целом онлайн-сообщество, насколько меняется «общественное мнение» со временем и т. д. Были получены ответы на первые три из рассматриваемого перечня вопросов:

1) Насколько согласованы между собой мнения агентов и их действия?

2) Изменяют ли со временем агенты свои мнения и действия?

¹ Мнением условно считалась оцениваемая автоматическим классификатором «тональность» комментария, написанного агентом; действием условно считалась тональность комментария, которому агент поставил лайк.

3) Кто эти (изменившие свои мнения и действия) агенты, отличаются ли они от других по своим социально-демографическим характеристикам?

4) Какие модели лучше описывают динамику мнений и действий агентов – линейные, пороговые и т. п.?

5) Существенно ли влияние действий на мнения (эффект *когнитивного диссонанса*) и наоборот?

6) Под влиянием каких факторов происходит изменение мнений и действий агентов:

- его собственные предыдущие мнения или/и действия;
- социальное влияние:
 - «общественное мнение» (усредненные доли тех или иных мнений и действий социальной сети в целом – так называемая «макромодель», в которой сеть условно рассматривается как один агент);
 - мнения или/и действия окружения агента (агенты, связанные с ним отношением «дружбы») – усредненные и/или индивидуальные (так называемая «микромодель»);
 - те или иные ненаблюдаемые (*латентные*) характеристики агента?



7) Зависит ли изменение мнения/действий агента от его доверия к источнику получаемой информации? А от содержания этой информации?

Структура изложения настоящей части следующая. В § 1 кратко описаны модели динамики мнений и действий, предложенные в работе [2]. В § 2 кратко описаны ключевые факторы для анализа и моделирования сетевых взаимодействий. В § 3 рассмотрены результаты идентификации линейных макро- и микромоделей совместной динамики мнений и действий. Этот раздел содержит ответы на вопросы 5–7. В заключении представлены промежуточные выводы.

1. ИЗВЕСТНЫЕ МОДЕЛИ СОВМЕСТНОЙ ДИНАМИКИ ПСИХИЧЕСКИХ И ПОВЕДЕНЧЕСКИХ КОМПОНЕНТ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ

В качестве базовой выбрана математическая модель совместной динамики мнений и действий агентов, которая была предложена в работе [2]. В ней рассматривается процесс совместного принятия взаимодействующими субъектами решений и приводятся оригинальные модели совместной динамики психических и поведенческих компонент в процессе их индивидуальной и коллективной деятельности. Вводится множество $N = \{1, 2, \dots, n\}$ взаимодействующих субъектов, называемых *агентами*. Номер агента обозначается нижним индексом, а номер периода времени – верхним.

Вводится параметр $r_i \in R_i$, называемый «*состоянием*» (внутренним) i -го агента, $i \in N$, и отражающий все его существенные индивидуальные характеристики, в том числе параметры структуры личности [3]. Содержательно состояние агента в прикладных задачах может интерпретироваться как: его мнение, убеждение или отношение (например, оценка некоторого объекта или субъекта), или эффективность его деятельности, или скорость научения, или наиболее желательный для него результат деятельности и т. п.

Считается, что агент $i \in N$ может выбирать действия y_i из множества A_i допустимых действий. По итогам выбора агентами действий реализуются результаты их деятельности, которые обозначаются $z_i \in A_{0i}$, где A_{0i} – множество допустимых результатов деятельности i -го агента. Возможное несовпадение действия агента и результата его деятельности может быть обусловлено влиянием внешней среды (ее состояние обозначим через $\theta \in \Omega$) или действиями других агентов.

В работе [2] отмечается, что связь между действием агента и результатом его деятельности может иметь сложную природу. Для простоты считается, что результат z_i деятельности i -го агента является известной детерминированной функцией $w_i(y_i, y_{-i}, \theta)$, действительное значение которой зависит от его действия y_i , вектора $y_{-i} = (y_1, \dots, y_{i-1}, y_{i+1}, \dots, y_n)$ действий всех остальных агентов (так называемой *обстановки игры* для i -го агента) и состояния внешней среды θ .

Считается, что каждый агент всегда знает свое состояние, а его действие полностью наблюдаемо для него и всех остальных агентов. При выборе действия агент руководствуется своими предпочтениями на множестве результатов A_{0i} и тем, как выбираемое действие влияет на результат деятельности. При известном своем состоянии, состоянии внешней среды и действиях других агентов i -й агент выберет действие y_i^* , максимизирующее его полезность:

$$y_i^*(y_{-i}^*, r_i, \theta) = \arg \max_{y_i \in A_i} f_i(w_i(y_i, y_{-i}^*, \theta), r_i), i \in N, (1)$$

где $f_i: A_{0i} \times R_i \rightarrow \mathbb{R}^1$ – функция полезности i -го агента.

В табл. 1 приведены факторы, влияющие на принятие агентом решений (столбцы), и научные направления (строки), исследующие модели принятия решений. В работе [2] рассматриваются все перечисленные в табл. 1 факторы (количество плюсов условно отражает степень учета фактора в соответствующем научном направлении), а в настоящей работе – факторы, соответствующие столбцам с желтой заливкой.

Далее в работе [2] вводятся различные предположения о поведении агентов, имеющие содержательные интерпретации, и рассматриваются соответствующие математические модели совместной динамики состояний и действий агентов, в частности модели информационного влияния и управления. Предположения следующие.

A.1. $A_i = A_{0i} = R_i = U_i = [0; 1]$, $i \in N$.

A.2. $w_i(y_i, y_{-i}, \theta) = w(y_i, y_{-i})$, $i \in N$.

A.3. При фиксированном состоянии агента r_i его функция полезности $f_i: [0; 1]^2 \rightarrow \mathbb{R}$ *однопиковая с точкой пика* r_i , $i \in N$.

A.4. $w(\cdot)$ – непрерывная, строго монотонно возрастающая по всем переменным функция, удовлетворяющая *условию единогласия*

$$\forall a \in [0; 1] \quad w(a, \dots, a) = a.$$

Таблица 1

Факторы принятия решений и научные направления [4]

Научные направления	Факторы						
	Полезность	Действие	Действия других	Социальное окружение	Внутреннее состояние	Предыстория	Управление
Индивидуальное принятие решений [5, 6]	+++	++		++	+	+	
Теория игр [7], теория коллективного поведения [8–10], поведенческая экономика [11]	++	+++	+++	+	+	+	+
Социальная психология [12–14], Психология личности [15–17] Математическая психология [18–21]	+	++	+	++	+++	+	+
Мультиагентные системы [22, 23]		+++	+	++	++	+	+
Теория управления (социальными и организационными системами) [24, 25]	++	++	++	+++	+	+	+++

Предположение А.1 является «техническим». Предположение А.2 более существенно, так как в соответствии с ним, во-первых, результат деятельности (*коллективное решение*) $z = w(y_i, y_{-i})$ един для всех агентов, а во-вторых, неопределенность относительно состояния внешней среды отсутствует. В соответствии с предположением А.3 функция полезности агента, определенная на множестве результатов деятельности, имеет единственную точку максимума, который достигается при результате, совпадающем с состоянием агента. Состояние агента может интерпретироваться как его *оценка, мнение* или *отношение/аттитюд* к тем или иным результатам деятельности. Предположение А.4 содержательно прозрачно: если цели всех агентов совпадают, то соответствующий результат их совместной деятельности достижим.

Если выражение (1) описывает однократное принятие агентами решений о своем действии, то для рассмотрения повторяющихся ситуаций принятия решений необходимо вводить те или иные дополнительные предположения. В работе [2] рассматривается динамика принятия решений и считается, что выполнено следующее предположение.

А.5. Динамика действий агентов следует процедуре индикаторного поведения

$$y_i^t = (1 - \gamma_i^t) y_i^{t-1} + \gamma_i^t y_i^* (y_{-i}^{t-1}, r_i^t), \quad t=1, 2, \dots, \quad (2)$$

с заданными начальными значениями (y_i^0, r_i^0) , $i \in N$, где $\gamma_i^t \in (0; 1]$ – известные константы. В каждый момент времени агент делает «шаг» (пропорциональный γ_i^t) от своего преды-

дущего состояния к своему наилучшему ответу y_i^* на обстановку, сложившуюся в предыдущий момент времени.

А.6. Динамика состояний агентов следует процедуре

$$\begin{aligned} r_i^t = & \left[1 - b_i B_i(r_i^{t-1}, u_i^t) - c_i C_i(r_i^{t-1}, y_{-i}^{t-1}) - \right. \\ & - d_i D_i(r_i^{t-1}, z^{t-1}) - e_i \left. \right] r_i^{t-1} + b_i B_i(r_i^{t-1}, u_i^t) u_i^t + \\ & + c_i C_i(r_i^{t-1}, y_{-i}^{t-1}) y_{-i}^{t-1} + d_i D_i(r_i^{t-1}, z^{t-1}) z^{t-1} + \\ & + e_i E_i(r_i^{t-1}, y_{-i}^{t-1}), \quad t = 1, 2, \dots, i \in N, \end{aligned} \quad (3)$$

где $u_i^t \in U_i$ – внешнее воздействие (управление), оказываемое на агента $i \in N$ в момент времени t .

Отметим, что именно выражениями типа (3) мы будем пользоваться ниже при построении и идентификации линейных моделей совместной динамики мнений и действий агентов.

А.7. Неотрицательные константы доверия (b_i, c_i, d_i, e_i) удовлетворяют ограничениям

$$b_i + c_i + d_i + e_i \leq 1, \quad i \in N.$$

А.8. Функции доверия $B_i(\cdot)$, $C_i(\cdot)$, $D_i(\cdot)$ и $E_i(\cdot)$, $i \in N$, принимают значения из отрезка $[0; 1]$; $\forall a \in [0; 1] E_i(a, \dots, a) = a$, $i \in N$.

А.9. Неотрицательные константы доверия (b_i, c_i, d_i, e_i) и функции доверия $B_i(\cdot)$, $C_i(\cdot)$ и $D_i(\cdot)$, $i \in N$, удовлетворяют условию

$$\forall x_1, x_2, x_3, x_4 \in [0; 1]$$

$$b_i B_i(x_1, x_2) + c_i C_i(x_1, x_3) + d_i D_i(x_1, x_4) + e_i \leq 1, \quad i \in N.$$



Предположения А.7 – А.9 гарантируют, что состояние динамической системы (2)–(3) не выйдет из множества допустимых значений.

«Веса»-константы (b_i, c_i, d_i, e_i) могут рассматриваться как отражающие отношение (доверие) i -го агента к соответствующему источнику информации, а функции $B_i(\cdot)$, $C_i(\cdot)$, $D_i(\cdot)$ и $E_i(\cdot)$ – как «функции доверия», отражающие доверие i -го агента к содержанию информации. Коэффициент $\left[1 - b_i B_i(r_i^{t-1}, u_i^t) - c_i C_i(r_i^{t-1}, y_i^{t-1}) - d_i D_i(r_i^{t-1}, z_i^{t-1}) - e_i\right]$ при первом слагаемом в правой части выражения (3) условно отражает силу собственных убеждений агента.

Содержательные интерпретации пяти слагаемых в правой части выражения (3) следующие. В соответствии с выражением (3) состояние i -го агента r_i^t в момент времени t в общем случае определяется (является «линейной комбинацией»):

I) его состоянием r_i^{t-1} в предыдущий момент времени $(t-1)$;

II) его действием y_i^{t-1} в предыдущий момент времени $(t-1)$;

III) действиями y_{-i}^{t-1} и, в общем случае, результатами деятельности z_{-i}^{t-1} остальных агентов в предыдущий момент времени $(t-1)$; это влияние может быть и опосредованным – «через» результат деятельности агента;

IV) результатом деятельности z_i^{t-1} в предыдущий момент времени $(t-1)$;

V) целенаправленным внешним воздействием (управлением) или обобщенным социальным влиянием u_i^t на него в момент времени

Далее в работе [2] рассматриваются модели, которые являются частными случаями общей модели (2)–(3) и учитывают влияние на состояние агента одного из факторов – I, II, III, IV или V. Приводятся также результаты исследования равновесий в такого рода моделях (модель активной экспертизы, модель информационного управления, модель консенсуса, модель конформного поведения и модели социального влияния, в частности, когнитивного диссонанса, хиндсайта и взаимовлияния агентов).

Завершив краткое описание модели взаимосвязи состояний, действий и результатов деятельности агентов, отметим, что для рассматриваемого класса моделей необходима экспериментальная верификация, в том числе анализ взаимосвязи состояний и действий, а также других факторов, влияющих на динамику состояний и действий агентов. Результаты такого исследования для агентов, яв-

ляющихся участниками онлайн-социальной сети, приводятся ниже. Отличие от работы [2] заключается в том, что вместо выражения (2) ниже рассматриваются линейные зависимости (аналогичные выражению (3)) действий агента от его предыдущих состояний и действий, а также состояний и действий других агентов и ряда других факторов.

2. КРАТКОЕ ОПИСАНИЕ КЛЮЧЕВЫХ ФАКТОРОВ ДЛЯ МОДЕЛИРОВАНИЯ И АНАЛИЗА СЕТЕВЫХ ВЗАИМОДЕЙСТВИЙ

Кратко рассмотрим введенную ранее (см. первую часть статьи [1]) формализацию факторов, необходимых для анализа и идентификации моделей совместной динамики мнений и действий. Участниками сети являются агенты из множества $N = \{1, 2, \dots, n\}$, которые совершают акты того или иного вида из фиксированного множества $K = \{1, 2, \dots, k\}$ в те или иные моменты времени t из интервала T . Ограничимся рассмотрением следующих видов актов ($K = \{1, 2\}$):

- публикация комментария к посту или комментарию,
- постановка лайка комментарию.

Обозначим множество актов через Δ . Каждый акт $a \in \Delta$ характеризуется тремя параметрами – совершившим его агентом, видом акта и моментом времени, в который акт был совершен. Введем характеризующие акт функции:

- $f_a: \Delta \rightarrow N$, которая каждому акту $a \in \Delta$ ставит в соответствие совершившего его агента $i \in N$;
- $f_t: \Delta \rightarrow T$, которая каждому акту $a \in \Delta$ ставит в соответствие время его совершения $t \in T$;
- $f_k: \Delta \rightarrow K$, которая каждому акту $a \in \Delta$ ставит в соответствие его вид $j \in K$.

На множестве актов зададим бинарное отношение частичного порядка « a является причиной b »: $a \rightarrow b$. Если $a \rightarrow b$ и $a \neq b$, но при этом не существует такого $c \in \Delta$, что $a \rightarrow c$ и $c \rightarrow b$, то a является непосредственной причиной b : $a \downarrow b$. Считаем, что бинарное отношение $a \rightarrow b$ выполнено в следующих случаях:

- a – комментарий, b – поставленный ему лайк,
- a – комментарий, b – комментарий к нему,
- a и b совпадают.

Для каждого агента $i \in N$ определим множество всех совершенных им актов $\delta_i = \{a \in \Delta \mid f_a(a) = i\}$, а также множество его друзей $N_i \subseteq N$ (формальное отношение «дружбы» в онлайн-социальной

сети предполагает, что агент может получать информацию о публикуемых друзьями комментариях, поставленных ими лайках и т. д.).

Мнения и действия. При рассмотрении моделей совместной динамики мнений и действий *мнением* агента будем условно считать отношение к ношению медицинских масок, выраженное в комментарии. Формально определим *мнение агента*, выраженное в комментарии $b \in \Delta$ ($f_k(b) = 1$), в трех вариантах:

- $r' \in \{0, 1, 2\}$, где 0 – результат классификации «против масок» (или «-»), 1 – «за маски» (или «+»), 2 – «непонятно/ нейтрально» (или «=»). Результат определяется на основании рассчитанного классификатором стохастического вектора (p_-, p_+, p_-) . Компоненты такого вектора трактуются в машинном обучении как вероятности того, что объект принадлежит к тому или иному классу.

- $r'' = \frac{p_+}{p_+ + p_-} \in [0; 1]$ – уверенность в том, что комментарий отражает мнение «за ношение масок» (при этом для данного комментария $r' = 0$ или $r' = 1$).

- $r = \frac{p_+ - p_-}{p_+ + p_-} \in [-1; 1]$ (при этом либо $r' = 0$, либо $r' = 1$), где $r = 1$ означает сильную уверенность в том, что выражено мнение «за ношение масок», а $r = -1$ означает сильную уверенность в том, что выражено мнение против.

Будем считать *действием* лайк к некоторому комментарию; оценка лайка совпадает с оценкой комментария, к которому поставлен лайк: $y' \in \{0, 1, 2\}$, $y'' \in [0; 1]$ и $y \in [-1; 1]$. Например, для лайка $a \in \Delta$ $y'(a) = r'(b)$, где b – комментарий, к которому поставлен лайк (т. е. $b \downarrow a$). Для упрощения записи примем соглашение: $r'(a) = y'(a)$, $r''(a) = y''(a)$, $r(a) = y(a)$. Считаем, что момент постановки лайка совпадает с моментом публикации комментария, которому поставлен лайк.

3. ЛИНЕЙНЫЕ МИКРО- И МАКРОМОДЕЛИ СОВМЕСТНОЙ ДИНАМИКИ МНЕНИЙ И ДЕЙСТВИЙ АГЕНТОВ

Ранее (см. первую часть статьи [1]) было показано, что «усредненные» мнения и действия агентов в социальной сети взаимосвязаны. Проведем теперь идентификацию линейных моделей динамики мнений и действий в онлайн-социальной

сети и ответим на вопросы 5–7, сформулированные во введении.

3.1. Макромодели

Рассмотрим равные последовательные интервалы времени $\tau_1, \tau_2, \dots$ (это может быть час, сутки и т. п., в настоящем разделе используется недельный интервал). Каждый акт в сети осуществляется в определенный момент времени, поэтому можно определить множество актов, совершенных в течение интервала τ_m :

$$\Delta(\tau_m) = \Delta^m = \{a \in \Delta \mid f_t(a) \in \tau_m\}.$$

Введем обозначения, необходимые для моделирования совместной динамики мнений и действий на макроуровне (на уровне всей сети):

- $r_+^m = \frac{|\{a \in \Delta^m \mid f_k(a) = 1, r'(a) = 1\}|}{|\{a \in \Delta^m \mid f_k(a) = 1\}|}$ – доля мнений «за»,

- $r_-^m = \frac{|\{a \in \Delta^m \mid f_k(a) = 1, r'(a) = 0\}|}{|\{a \in \Delta^m \mid f_k(a) = 1\}|}$ – доля мнений «против»,

- $y_+^m = \frac{|\{a \in \Delta^m \mid f_k(a) = 2, r'(a) = 1\}|}{|\{a \in \Delta^m \mid f_k(a) = 2\}|}$ – доля действий «за»,

- $y_-^m = \frac{|\{a \in \Delta^m \mid f_k(a) = 2, r'(a) = 0\}|}{|\{a \in \Delta^m \mid f_k(a) = 2\}|}$ – доля действий «против»,

где $m \in \mathbb{Z}_+$ – текущий шаг времени.

Рассмотрим такие макромодели совместной динамики мнений и действий, в которых мнения и действия в сети (т. е. доли мнений и действий) на следующем шаге $m + 1$ зависят от мнений и действий на текущем шаге $m = 1, 2, \dots$. Но для начала приведем на рис. 1 реальную динамику исследуемых за годовой период переменных.

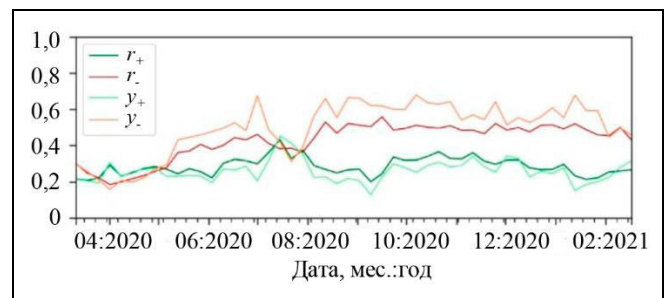


Рис. 1. Динамика мнений и действий

В начале рассматриваемого периода (см. рис. 1) виден рост доли мнений и действий как «за», так и «против». В какой-то момент происходит отрыв доли мнений и действий «против» (r_- , y_-) от доли «за», затем к концу лета доли «за» и «против» сравниваются, а дальше отрыв доли «против» становится окончательным. Значения корреляций переменных (используется коэффициент корреляции Пирсона) за весь годовой период приведены на рис. 2.

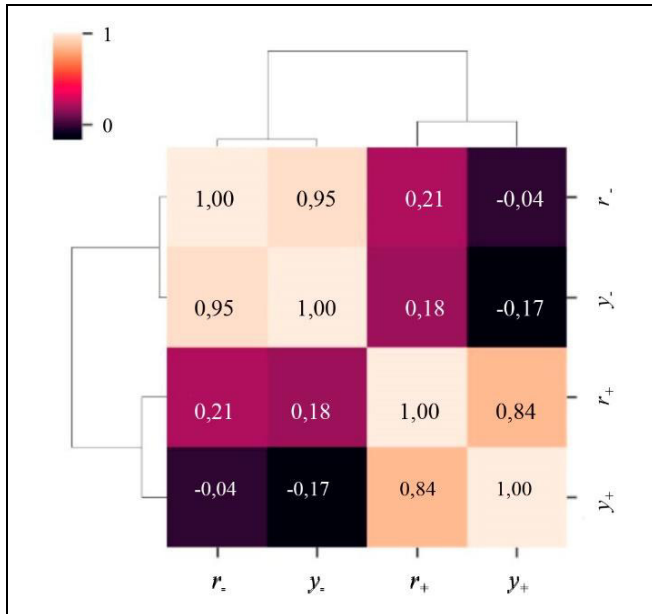


Рис. 2. Корреляции мнений и действий

Доли действий и мнений одной направленности хорошо коррелируют между собой: лучше всего

коррелируют мнения и действия «против», мнения «за» в некоторой степени коррелируют с мнениями и действиями «против». Однако на рис. 1 можно выделить два момента изменения динамики: начало июля и начало сентября 2020 г. Проверим, изменятся ли корреляции переменных для соответствующих периодов времени (см. таблицы на рис. 3).

Приведенные на рис. 3 данные подтверждают сильную положительную корреляцию между мнениями и действиями одинаковой направленности. При этом со временем происходит ослабление корреляции между переменными r_- и y_- . Можно отметить «монотонный» рост высказываний «против» (за исключением летнего месячного провала), и волнообразность доли высказываний «за». Выводы по отдельным периодам $T_1 - T_3$ следующие.

T_1) Положительная корреляция между переменными r_+ и r_- , которая может быть объяснена постепенной поляризацией общества (за счет уменьшения нейтральных высказываний), при этом y_+ плохо коррелирует с переменной y_- .

T_2) Сильная отрицательная корреляция между переменными r_+ и r_- , а также между переменными y_- и y_+ . Вероятно, достигнуты пределы роста за счет нейтральных высказываний.

T_3) Исчезновение корреляции между переменными r_+ и r_- . Уменьшилась отрицательная корреляция между переменными y_- и y_+ , возможно из-за исчезновения резких колебаний в сети.

Выводы подтверждаются динамикой мнений на рис. 4 (корреляция 0,21) и динамикой действий на рис. 5 (корреляция -0,17).

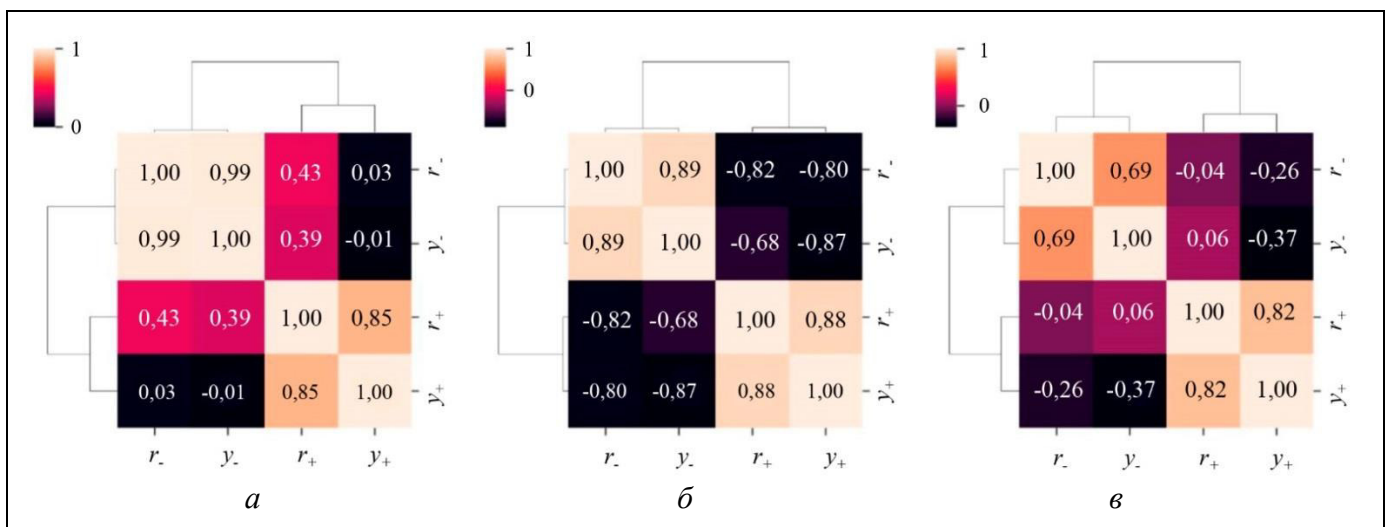


Рис. 3. Корреляции мнений и действий: а – март – июнь 2020 г. (T_1), б – июль – август 2020 г. (T_2), в – сентябрь 2020 г. – февраль 2021 г. (T_3)

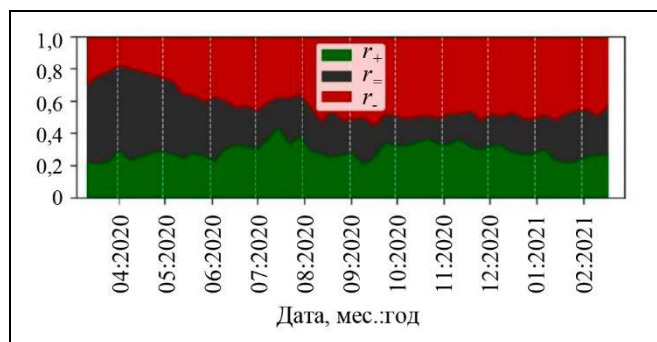


Рис. 4. Динамика мнений

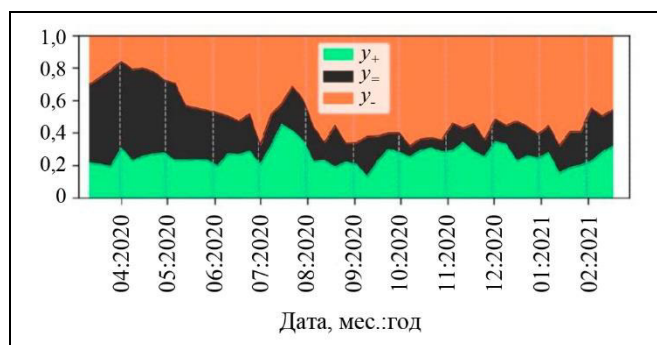


Рис. 5. Динамика действий

Вернемся к формальным моделям динамики мнений и действий, ограничимся рассмотрением марковских моделей², т. е. будем рассматривать только влияние предыдущего периода на текущий. Возможные зависимости между введенными переменными представлены на рис. 6.

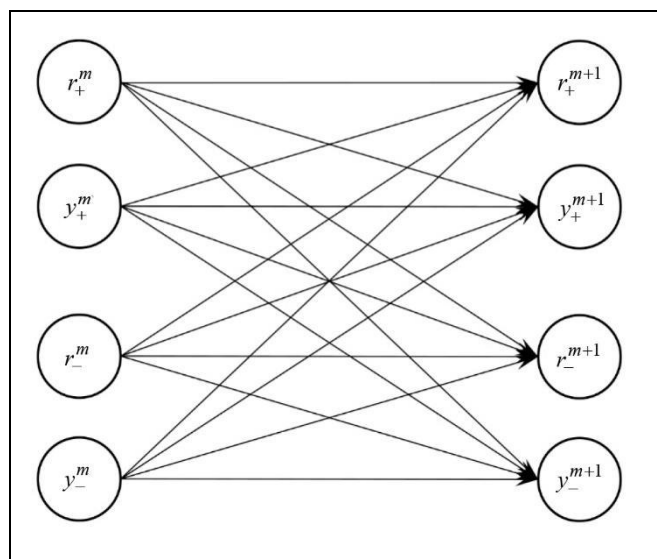


Рис. 6. Зависимости между переменными

² Рассмотрение соответствующих моделей с памятью представляется перспективным направлением будущих исследований.

Для таких зависимостей исследуются всевозможные линейные модели динамики мнений и действий (см. также выражение (3) в § 2), в частности:

$$r_+^{m+1} = (1 - \beta_{+1} - \beta_{+2} - \beta_{+3}) r_+^m +$$

$$+ \beta_{+1} y_+^m + \beta_{+2} r_-^m + \beta_{+3} y_-^m,$$

где коэффициенты $\beta_{+1}, \beta_{+2}, \beta_{+3} \geq 0$,

$$\beta_{+1} + \beta_{+2} + \beta_{+3} \leq 1. \quad (4)$$

Примем интервал дискретизации равным семи дням. Для каждой объясняемой переменной построим дерево возможных моделей (рис. 7–10): от моделей с одной объясняющей переменной до модели, включающей все объясняющие переменные. Кроме того, для сравнения добавим *модель-среднее*, которая каждый раз выдает прогноз, равный среднему за год значению, и *модель-тренд*, прогноз которой линейно зависит от шага времени.

Величина ошибки рассчитывается как

$$100(1 - R_0^2), \quad (5)$$

где $R_0^2 = 1 - \frac{\sum (x_i - \hat{x}_i)^2}{\sum x_i^2}$; x_i – фактическое значение

объясняемой переменной; $\hat{x}_i$ – прогнозируемое значение.

В каждой вершине *графов качества моделей* на рис. 7–10 приведены объясняющие переменные, соответствующие этим переменным коэффициенты в модели типа (4), а также величина ошибки (нижняя строчка в вершине). Зеленым цветом выделены вершины, лежащие на «критическом пути», соответствующем максимальному снижению ошибки, т. е. определяющем оптимальную последовательность увеличения числа объясняющих переменных (см. шестой вопрос, сформулированный во введении). На столбчатых диаграммах рис. 7–10 ошибка инерционной модели считается референсной (100%), относительно нее оценивается качество остальных моделей (изменение ошибки), в том числе моделей без стохастических переменных (5), а также моделей с дополнительными объясняющими переменными: константой, периодом (шагом времени), объемом постов за шаг (стандартизированным с учетом всего годового периода).

Переменная r_+ (доля мнений «за»): переменную r_+^{m+1} модель-среднее и модель-тренд объясняют хуже, чем модель с одной переменной r_+^m , но еще лучше объясняют модель динамики $0,96r_+^m + 0,04r_-^m$ и модель $0,91r_+^m + 0,04r_-^m + 0,04y_+^m$ (см. рис. 7).

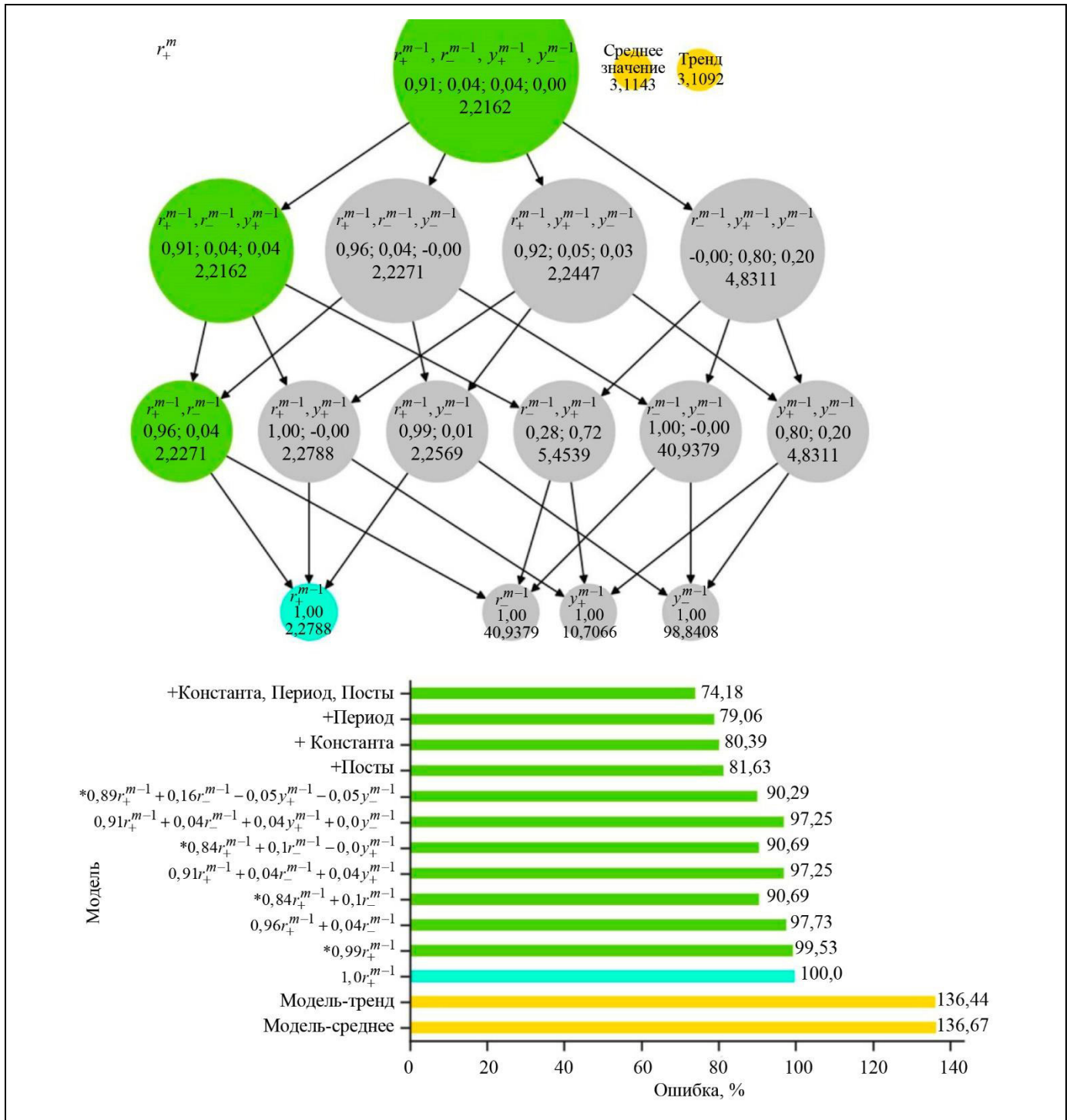
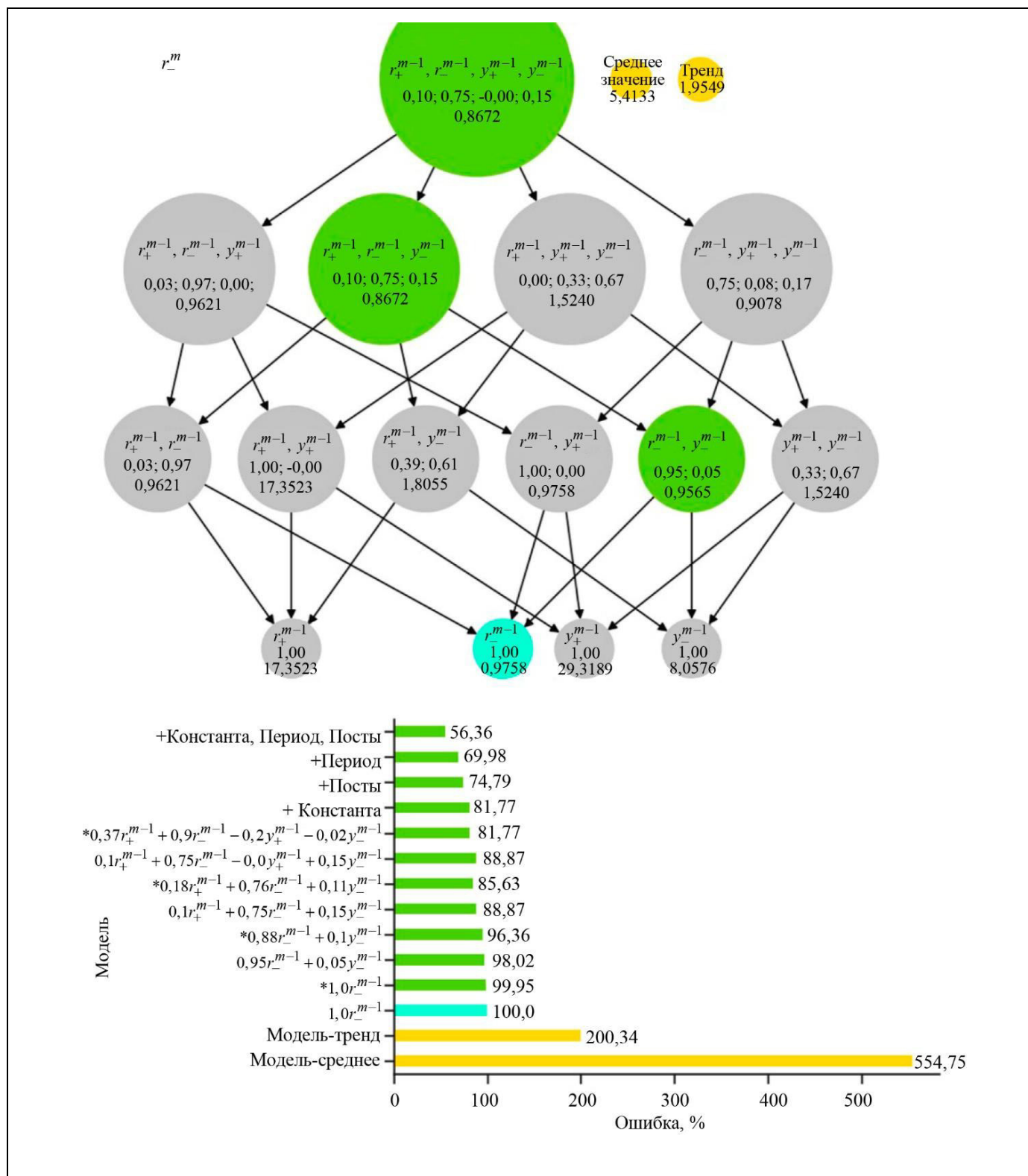


Рис. 7. Качество моделей для переменной r_+ (префикс «*» означает, что стохастические ограничения на коэффициенты модели не накладываются, префикс «+» означает, что к наиболее сложной модели (4) добавляются дополнительные переменные)

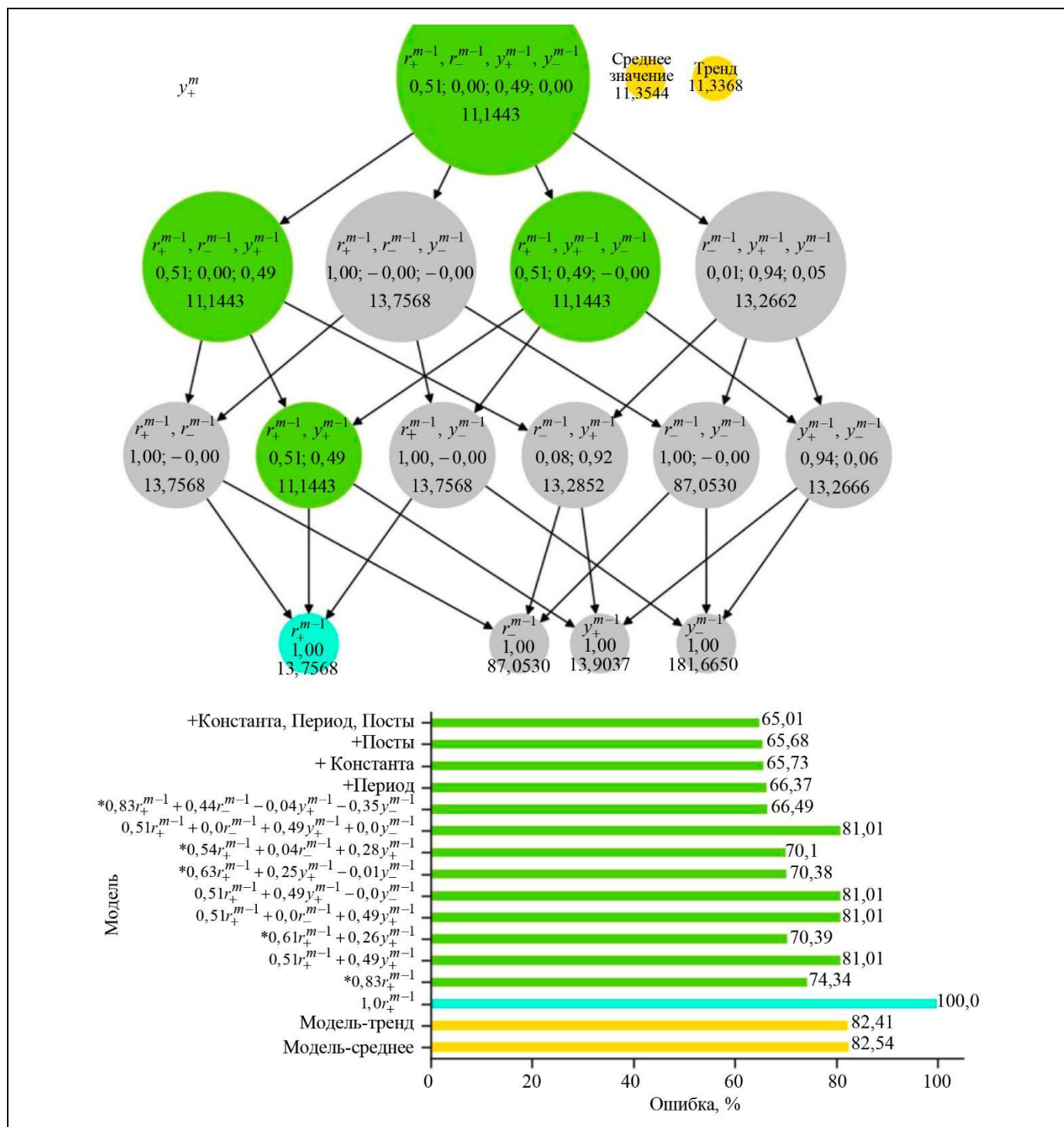
Переменная r_- (доля мнений «против»). Среди моделей с одной объясняющей переменной наилучшей является инерционная модель (модель-среднее и модель-тренд объясняют динамику гораздо хуже). С двумя – модель, которая учитывает

и мнение, и действие агента «против» $0,95r_-^m + 0,05y_-^m$. Модель с тремя переменными $0,1r_+^m + 0,75r_-^m + 0,15y_-^m$ позволяет достичь баланса между качеством и сложностью модели (см. рис. 8).


Рис. 8. Качество моделей для переменной r_+

Переменная y_+ (доля действий «за»): переменную y_+^{m+1} модель-среднее и модель-тренд объясняют точнее, чем модель с одной переменной

r_-^m , . В классе моделей со стохастическими ограничениями лучшие результаты показывает модель с двумя переменными $0,51r_+^m + 0,49y_+^m$ (см. рис. 9).

Рис. 9. Качество моделей для переменной y_+

Переменная y_- (доля действий «против»): переменную y_-^{m+1} модель-среднее и модель-тренд объясняют существенно хуже, чем модель с одной переменной y_-^m (инерционная модель). «Сбалансированное» качество показывает модель с двумя

объясняющими переменными $0,22r_-^m + 0,78y_-^m$ (см. рис. 10).

Построим теперь прогноз совместной динамики мнений и действий при помощи макромоделей без стохастических ограничений на коэффициенты и со свободным членом – константой (рис. 11).

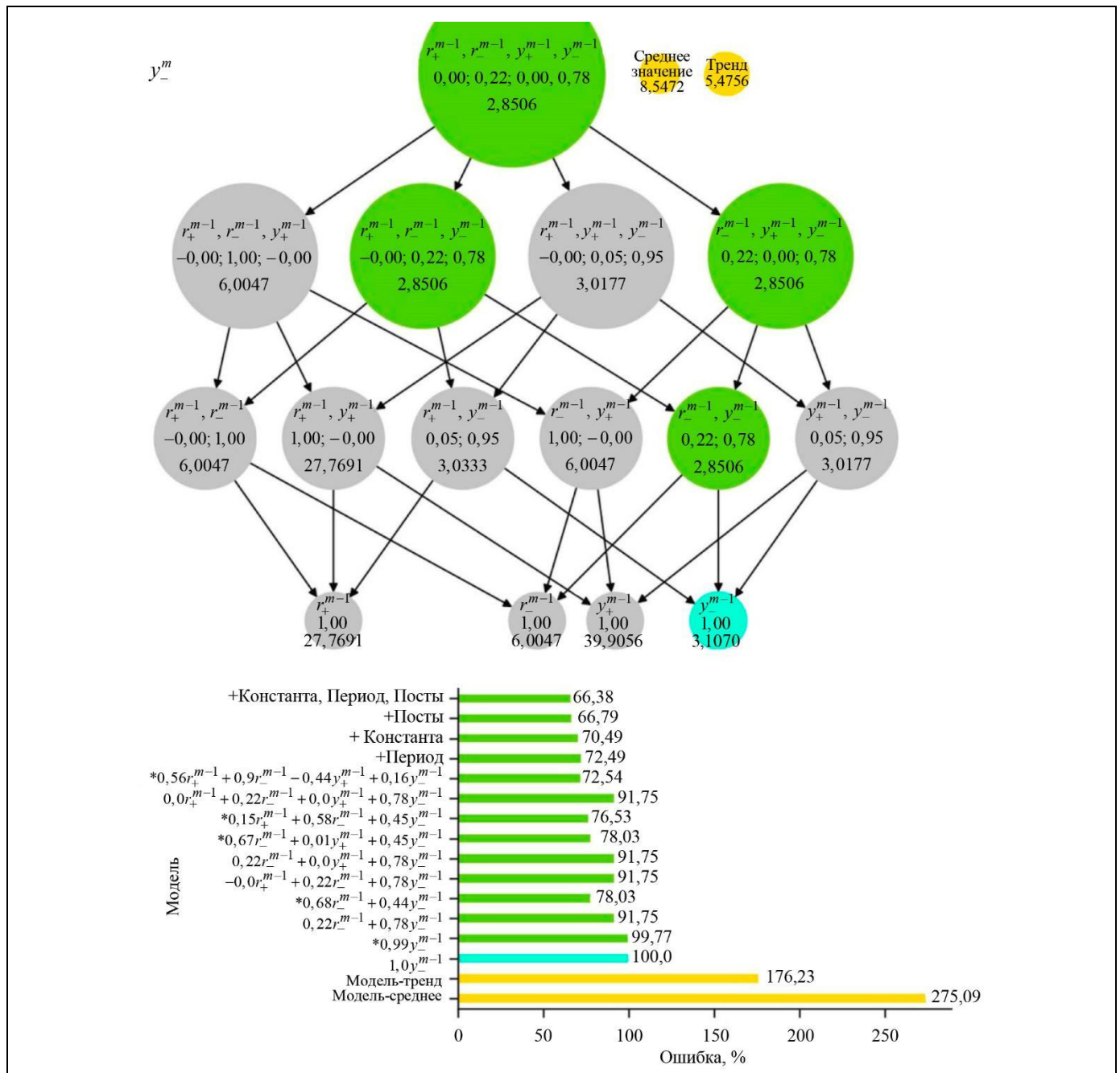


Рис. 10. Качество моделей для переменной y .

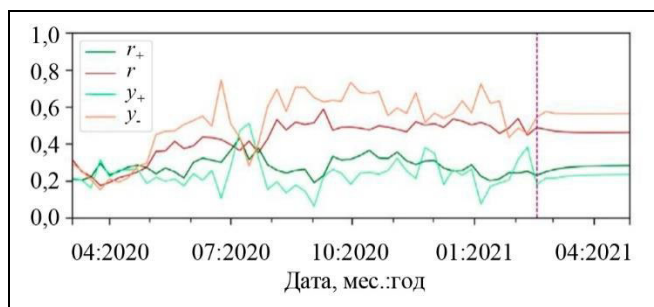


Рис. 11. Прогноз динамики мнений и действий (вертикальная линия разделяет фактические значения и прогнозные значения)

Оказывается, система довольно быстро достигает равновесия:

- $r_+^* = 0,28$, $r_-^* = 0,47$,
- $y_+^* = 0,24$, $y_-^* = 0,57$.

В целом, для исследования сложных закономерностей динамики мнений и действий следует учитывать влияние внешних факторов на сеть, а для решения задачи прогноза перспективным является применение нелинейных моделей.



Обсудим неформально полученные в данном разделе результаты для *макромодели* («причинно-следственной» взаимосвязи «усредненных» характеристик агентов).

Во-первых, даже «инерционная» модель с одной объясняющей переменной лучше отражает динамику объясняемой переменной, чем модель-среднее и модель-тренд (за исключением инерционной модели динамики доли действий «за», y_+). Включение в модель дополнительных объясняющих переменных – мнений и действий – приводит, конечно, к улучшению ее качества. При этом модель динамики r_+ является практически полностью инерционной (хотя отчасти и определяется переменными r_- и y_+). На значение переменной y_+ в текущий момент времени «поровну» влияют значения переменных r_+ и y_+ в предыдущий момент времени. Переменная r_- «зависит» от r_- на 75 %, от y_- на 15 % и на 10 % от r_+ (влияние этой переменной, возможно, отражает эффект реактивного сопротивления). Переменная y_- определяется на 78 % переменной y_- и на 22 % переменной r_- .

Во-вторых, происходит однозначное повышение качества при снятии стохастических ограничений (5) на коэффициенты модели: меньше для моделей динамики мнений (на ~7 %) и больше для моделей динамики действий (на ~15 %). Возможно, такое ослабление ограничений для модели динамики действий позволяет лучше учесть разнонаправленность воздействий мнений (возбуждающий эффект) и противоположных действий (тормозящий эффект).

В-третьих, добавление константы, периода времени (возможно, отражающего изменение настроений в обществе с развитием пандемии) и объема исходных постов (возможно, объясняющего внешнее информационное «управление») дает очередной прирост качества моделей динамики мнений на 18–31 % и моделей динамики действий на 2–8 %. Представляется, что эти факторы оказывают опосредованное мнениями влияние на действия агентов.

Таким образом, с одной стороны, можно сделать вывод о наличии двусторонней взаимосвязи между действиями и мнениями агентов в сети. С другой стороны, при моделировании желательно учитывать также и внешние по отношению к сети факторы.

3.2. Микромоделю

Перейдем к моделированию и анализу динамики мнений и действий на *микроуровне*. В таких моделях рассматривается динамика мнений и действий агента $i \in N$, который в течение интервала времени τ совершает акты «за» и «против»:

• $\delta_i^\pm(\tau) = \{a \in \delta_i \mid f_i(a) \in \tau, r'(a) \in \{0, 1\}\}$ – множество актов,

• $\delta_{i,1}^\pm(\tau) = \{a \in \delta_i^\pm(\tau) \mid f_k(a) = 1\}$ – множество комментариев,

• $\delta_{i,2}^\pm(\tau) = \{a \in \delta_i^\pm(\tau) \mid f_k(a) = 2\}$ – множество лайков.

На агента i оказывают воздействие следующие факторы.

• *Воздействие всей сети*

$$\bar{r}_{-i}(\tau) = \frac{\sum_{a \in \Delta(\tau) \mid f_k(a)=1, r'(a) \in \{0,1\}} r(a)}{|\{a \in \Delta(\tau) \mid f_k(a)=1, r'(a) \in \{0,1\}\}|} \in [-1; 1],$$

$$\bar{y}_{-i}(\tau) = \frac{\sum_{a \in \Delta(\tau) \mid f_k(a)=2, r'(a) \in \{0,1\}} r(a)}{|\{a \in \Delta(\tau) \mid f_k(a)=2, r'(a) \in \{0,1\}\}|} \in [-1; 1].$$

Сетевое воздействие является массовым/фоновым для агента: учитываются все мнения и действия сети безотносительно того, информирован о них агент или нет.

• *Воздействие на агента его собственных действий и мнений:*

$$\bar{r}_i(\tau) = \frac{\sum_{a \in \delta_{i,1}^\pm(\tau)} r(a)}{|\delta_{i,1}^\pm(\tau)|},$$

$$\bar{y}_i(\tau) = \frac{\sum_{a \in \delta_{i,2}^\pm(\tau)} r(a)}{|\delta_{i,2}^\pm(\tau)|}.$$

• *Косвенное воздействие друзей на мнение/действие агента $h \in [-1; 1]$:*

$$\bar{r}_{N_i}(\tau) = \sum_{j \in N_i, \delta_{j,1}^\pm(\tau) \neq \emptyset} e_{ij} \frac{\sum_{a \in \delta_{j,1}^\pm(\tau)} E_i(h, r(a)) r(a)}{|\delta_{j,1}^\pm(\tau)|},$$

$$\bar{y}_{N_i}(\tau) = \sum_{j \in N_i, \delta_{j,2}^\pm(\tau) \neq \emptyset} e_{ij} \frac{\sum_{a \in \delta_{j,2}^\pm(\tau)} E_i(h, r(a)) r(a)}{|\delta_{j,2}^\pm(\tau)|},$$

где $e_{ij} \in [0; 1]$ – доверие агента к другу j , $\sum_{j \in N_i} e_{ij} = 1$,

E_i – функция доверия агента к информации (область значений $[0; 1]$). Здесь оценивается воздействие на мнение (или на действие), высказанное агентом в начале интервала τ .

В итоге изменение мнения агента $i \in N$ между последовательными моментами его высказываний $m-1$ и m (которые задают интервал времени $\tau = [t_{m-1}; t_m]$) определяется воздействием сети

($\bar{r}_{-i}^{m-1} = \bar{r}_{-i}(\tau)$, $\bar{y}_{-i}^{m-1} = \bar{y}_{-i}(\tau)$), воздействием действий агента ($\bar{y}_i^{m-1} = \bar{y}_i(\tau)$) и воздействием друзей ($\bar{r}_{N_i}^{m-1} = \bar{r}_{N_i}(\tau)$, $\bar{y}_{N_i}^{m-1} = \bar{y}_{N_i}(\tau)$). В свою очередь, изменение действия агента $i \in N$ между последовательными моментами совершения действий $l-1$ и l ($\tau = [t_{l-1}; t_l]$) определяется воздействием сети ($\bar{r}_{-i}^{l-1} = \bar{r}_{-i}(\tau)$, $\bar{y}_{-i}^{l-1} = \bar{y}_{-i}(\tau)$), воздействием мнений агента ($\bar{r}_i^{l-1} = \bar{r}_i(\tau)$) и воздействием друзей ($\bar{r}_{N_i}^{l-1} = \bar{r}_{N_i}(\tau)$, $\bar{y}_{N_i}^{l-1} = \bar{y}_{N_i}(\tau)$).

Построим соответствующие микромоделли совместной динамики мнений и действий. В качестве примера приведем одну из возможных моделей динамики мнений:

$$r_i^m = (1 - \beta_{i1} - \beta_{i2} - \beta_{i3})r_i^{m-1} + \beta_{i1}\bar{r}_{-i}^{m-1} + \beta_{i2}\bar{y}_i^{m-1} + \beta_{i3}\bar{y}_{-i}^{m-1}, \quad (7)$$

где $m = 1, 2, \dots$, $\beta_{i1}, \beta_{i2}, \beta_{i3} \geq 0$, $\beta_{i1} + \beta_{i2} + \beta_{i3} \leq 1$.

Возможные варианты моделей динамики мнений типа (7) приведены в табл. 2, для таких вариантов необходимо оценить соответствующие зависимости между переменными. Аналогичную таблицу можно составить для вариантов модели динамики действий.

Микромоделли динамики мнений и действий построены для *значимых агентов*³. Для оценки влияния друзей на значимых агентов был выполнен дополнительный сбор информации о первых, были собраны все опубликованные на стенах друзей посты (за указанный ранее период), а также комментарии к ним и лайки. При помощи таких данных были идентифицированы мнения и действия друзей.

Линейные модели. В линейных микромоделях агент «усредняет» свое мнение с мнениями тех агентов, с которыми взаимодействует и которым доверяет (согласовывает с ними свое мнение). Последовательно рассмотрим все более сложные виды линейных микромоделей, которые являются частными случаями модели (2)–(3):

(I) микромоделли, в которых изменение мнений и действий объясняется воздействием сети;

(II) унифицированные микромоделли, в которых учитывается воздействие как сети, так и друзей;

(III) персонифицированные микромоделли, в которых учитывается воздействие как сети, так и

друзей, при этом функции доверия агентов позволяют учесть индивидуальные особенности агентов.

Таблица 2

Варианты моделей динамики мнений

Зависимости между переменными		$\bar{r}_{-i}^{m-1}$	$\bar{y}_i^{m-1}$	$\bar{y}_{-i}^{m-1}$
I	$r_i^m(r_i^{m-1})$			
II	$r_i^m(r_i^{m-1}, \bar{r}_{-i}^{m-1})$	+		
III	$r_i^m(r_i^{m-1}, \bar{y}_i^{m-1})$		+	
IV	$r_i^m(r_i^{m-1}, \bar{y}_{-i}^{m-1})$			+
V	$r_i^m(r_i^{m-1}, \bar{r}_{-i}^{m-1}, \bar{y}_i^{m-1})$	+	+	
VI	$r_i^m(r_i^{m-1}, \bar{r}_{-i}^{m-1}, \bar{y}_{-i}^{m-1})$	+		+
VII	$r_i^m(r_i^{m-1}, \bar{y}_i^{m-1}, \bar{y}_{-i}^{m-1})$		+	+
VIII	$r_i^m(r_i^{m-1}, \bar{r}_{-i}^{m-1}, \bar{y}_i^{m-1}, \bar{y}_{-i}^{m-1})$	+	+	+

(I) Линейные микромоделли с макропеременными

В такого рода моделях будем оценивать изменение мнений/действий агента в текущий момент времени в зависимости от мнения и действий агента в предыдущий момент времени и фонового воздействия всей сети:

$$r_i^m = \beta_{i10} + \beta_{i11}r_i^{m-1} + \beta_{i12}\bar{r}_{-i}^{m-1} + \beta_{i13}\bar{y}_i^{m-1} + \beta_{i14}\bar{y}_{-i}^{m-1}, \quad (8)$$

где $m = 1, 2, \dots$, $\beta_{i10}, \beta_{i11}, \beta_{i12}, \beta_{i13}, \beta_{i14} \in \mathbb{R}$.

$$y_i^l = \beta_{i20} + \beta_{i21}\bar{r}_i^{l-1} + \beta_{i22}\bar{r}_{-i}^{l-1} + \beta_{i23}y_i^{l-1} + \beta_{i24}\bar{y}_{-i}^{l-1}, \quad (9)$$

где $l = 1, 2, \dots$, $\beta_{i20}, \beta_{i21}, \beta_{i22}, \beta_{i23}, \beta_{i24} \in \mathbb{R}$.

Отметим, что для целей данной работы анализ коэффициентов исследуемых микромоделей (и, соответственно, их статистическая значимость) не имеет большого значения, бóльший интерес представляют вклады тех или иных факторов, оцениваемые по результатам сравнения различных микромоделей динамики мнений и действий.

На рис. 12 представлен *граф качества* семейства моделей (8)–(9); каждой вершине соответствуют модели агентов с приведенными на ней объясняющими переменными (здесь константа равна нулю, а остальные коэффициенты являются «стохастическими», т. е. они неотрицательные и их сумма равна единице). Для каждой вершины приведена средняя величина ошибки ее моделей⁵.

³ Агенты, проявившие в сети минимально необходимую для моделирования активность. Критерии отбора значимых агентов приведены в предыдущей части исследования [1].

⁴ Для каждого агента эти моменты времени, естественно, свои.

⁵ Напомним, что ошибка рассчитывается по формуле (6).

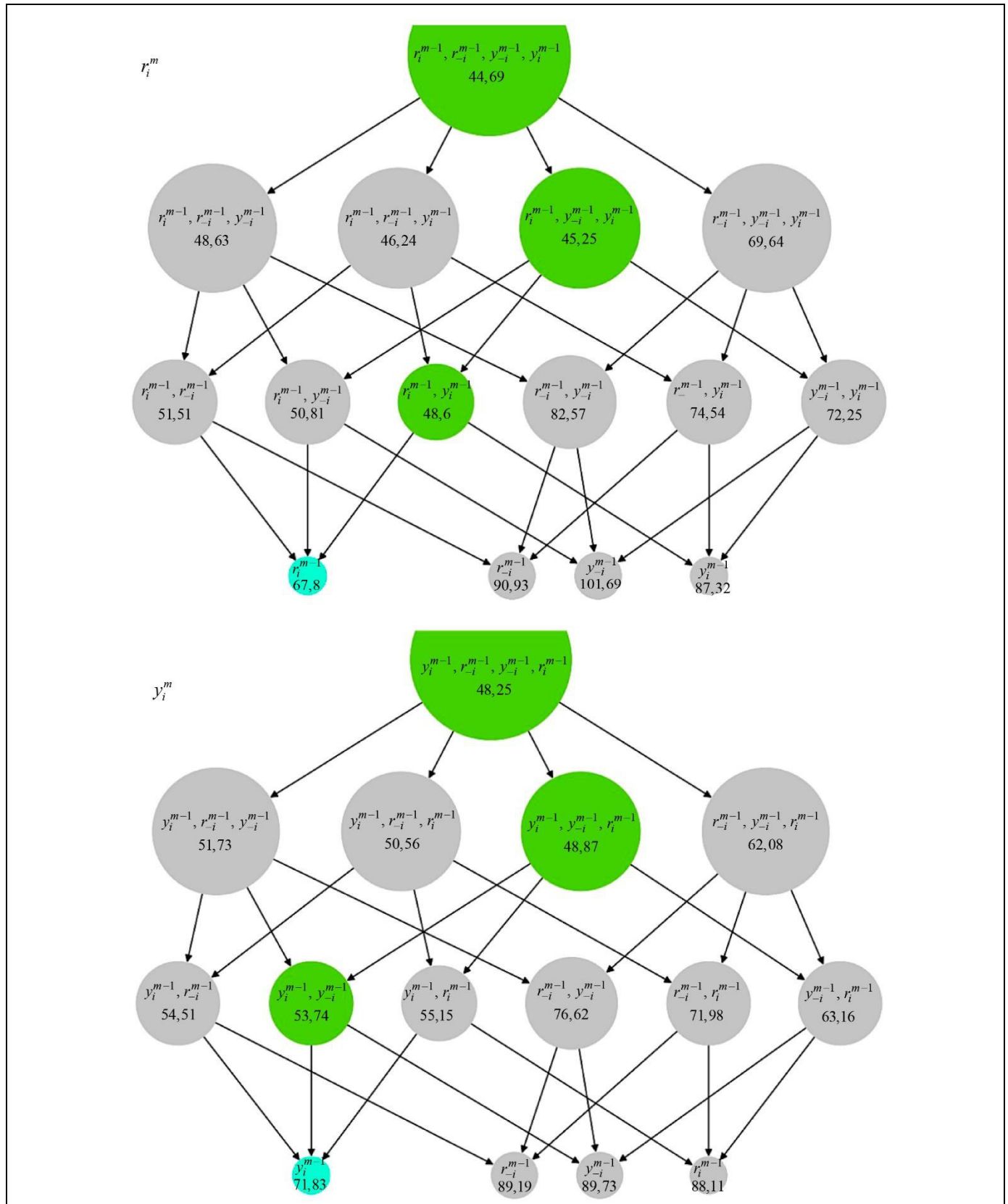


Рис. 12. Усредненное качество микромоделей динамики мнений и действий

На рис. 13 представлен граф качества моделей (8)–(9) без стохастических ограничений на коэффициенты.

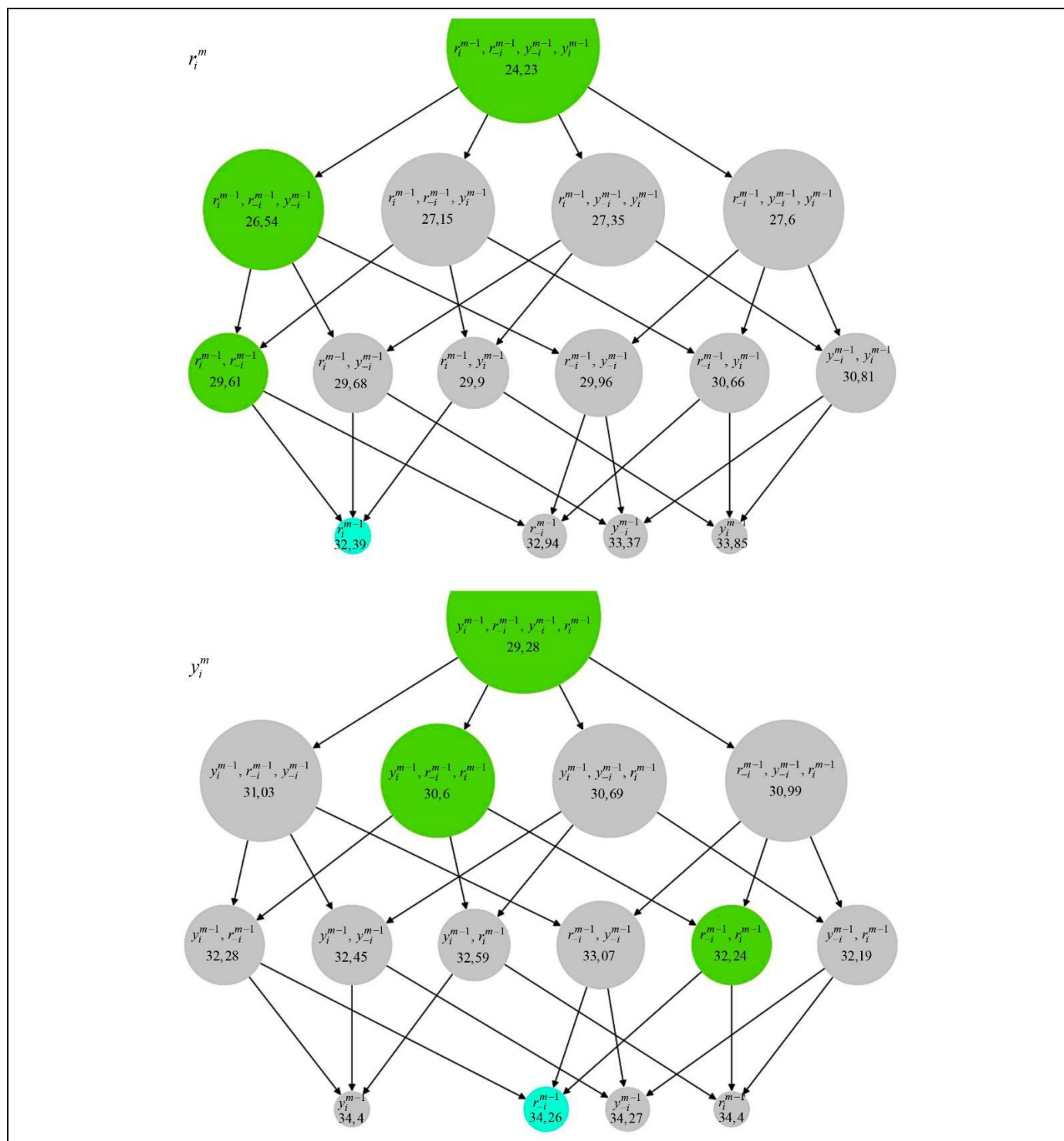


Рис. 13. Усредненное качество моделей (без стохастических ограничений и с учетом константы)

Сравним качество моделей динамики мнений и действий (8)–(9) с инерционной моделью⁶ по величине уменьшения ошибки. Для этого приведем на

⁶ Напомним, что инерционной называется модель, которая прогнозирует, что «завтра» будет то же самое, что и «сегодня».

рис. 14 распределение моделей агентов по величине уменьшения ошибки.

Учет воздействий сети и влияния агента на самого себя позволяет существенно улучшить качество микромоделей мнений и действий: для половины агентов значение ошибки уменьшилось как минимум на 60 % (для моделей динамики мнен-

ний) и на 57 % (для моделей динамики действий) по сравнению с инерционной моделью, а для пятой части агентов как минимум на 70 % и 68 % соответственно. Приведем пример модели динамики мнений одного из агентов (рис. 15).

Пример иллюстрирует, что воздействие сети (мнений и действий остальных агентов) приводит к изменению мнения агента.

(II) Унифицированные линейные микромоделли

В такого рода моделях будем оценивать изменение мнений и действий агента в зависимости от мнения и действий агента в предыдущий момент времени, воздействия всей сети и воздействия друзей этого агента. Каждый агент не «различает» друзей (рассматривает друзей как одного мета-

агента) и доверяет получаемой информации независимо от ее содержания:

$$r_i^m = \beta_{i10} + \beta_{i11}r_i^{m-1} + \beta_{i12}\bar{r}_{-i}^{m-1} + \beta_{i13}\bar{y}_i^{m-1} + \beta_{i14}\bar{y}_{-i}^{m-1} + \beta_{i15}\bar{r}_{N_i}^{m-1} + \beta_{i16}\bar{y}_{N_i}^{m-1}, \quad (10)$$

где $m=1, 2, \dots$, $\beta_{i10}, \beta_{i11}, \beta_{i12}, \beta_{i13}, \beta_{i14}, \beta_{i15}, \beta_{i16} \in \mathbb{R}$,

$$y_i^l = \beta_{i20} + \beta_{i21}\bar{r}_i^{l-1} + \beta_{i22}\bar{r}_{-i}^{l-1} + \beta_{i23}y_i^{l-1} + \beta_{i24}\bar{y}_{-i}^{l-1} + \beta_{i25}\bar{r}_{N_i}^{l-1} + \beta_{i26}\bar{y}_{N_i}^{l-1}, \quad (11)$$

где $l=1, 2, \dots$, $\beta_{i20}, \beta_{i21}, \beta_{i22}, \beta_{i23}, \beta_{i24}, \beta_{i25}, \beta_{i26} \in \mathbb{R}$.

Отметим, что в персонифицированных моделях, помимо коэффициентов, подбираются виды функций доверия при расчете воздействий со стороны друзей, т. е. переменных $\bar{r}_{N_i}^{m-1}$ и $\bar{y}_{N_i}^{m-1}$.

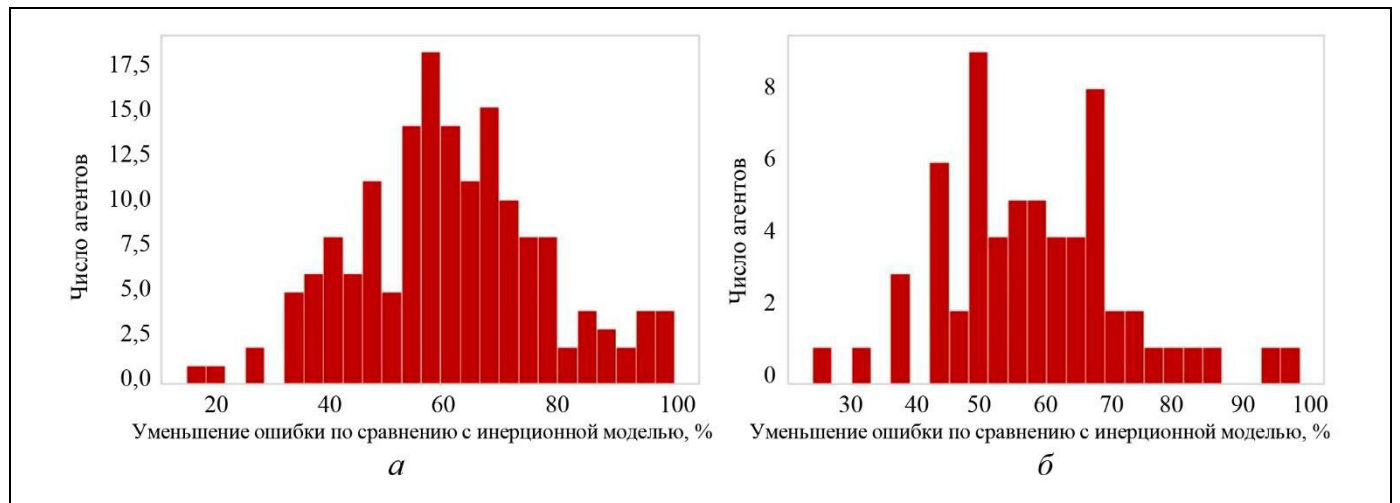


Рис. 14. Распределение моделей агентов по уменьшению ошибки (в процентах от ошибки инерционной модели): а – модели динамики мнений, б – модели динамики действий

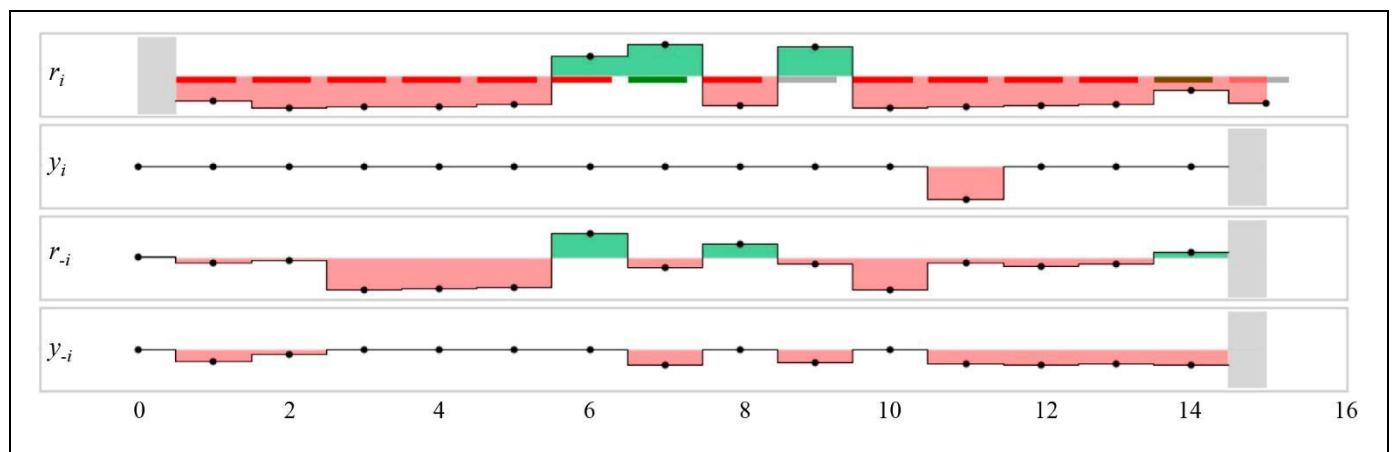


Рис. 15. Пример динамики переменных для одного из агентов

В унифицированных моделях для всех агентов при расчете переменных используется одна и та же функция доверия.

Сравним качество моделей динамики мнений и действий (10)–(11) с инерционной моделью по величине уменьшения ошибки (рис. 16).

Учет мнений и действий соседей агента позволяет улучшить качество микромоделей динамики мнений и действий: для половины агентов значение ошибки уменьшилось как минимум на 67 % и 61 % (соответственно для моделей мнений и моделей действий) по сравнению с инерционной моделью, а для пятой части агентов как минимум на 85 % и 75 % (в среднем на 68 % и 62 %).

Если нет необходимости и/или возможности для включения в модель всех переменных, то тогда

достаточно выбрать некоторое подмножество переменных, дающее наибольшее снижение ошибки. Для оценки такой возможности попробуем определить наилучшие в среднем модели агентов в зависимости от числа объясняющих переменных. Зависимость усредненной ошибки моделей от числа переменных показана на рис. 17 (на горизонтальной оси приведены переменные, включаемые в модель в оптимальной (убывающие кривые выпуклы) последовательности).

Отметим, что наилучшей (в среднем) микромоделью динамики мнений с одной объясняющей переменной является инерционная модель, а наилучшей моделью динамики действий с одной объясняющей переменной – та, в которой действие зависит от мнений сети в целом.

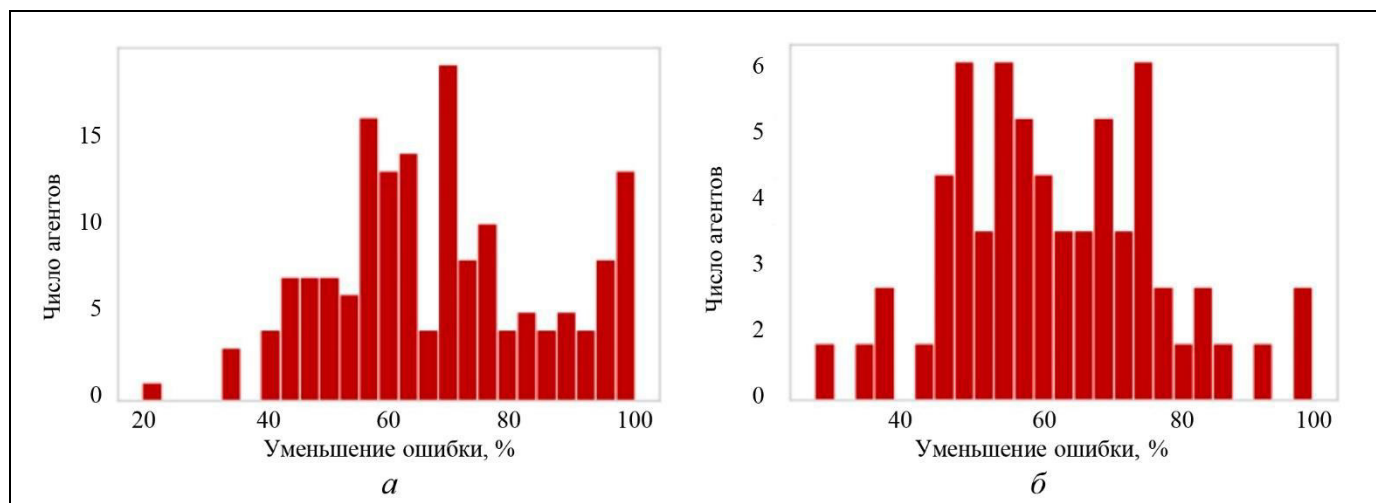


Рис. 16. Распределение моделей агентов по уменьшению ошибки (в процентах от ошибки инерционной модели): a – модели динамики мнений, b – модели динамики действий

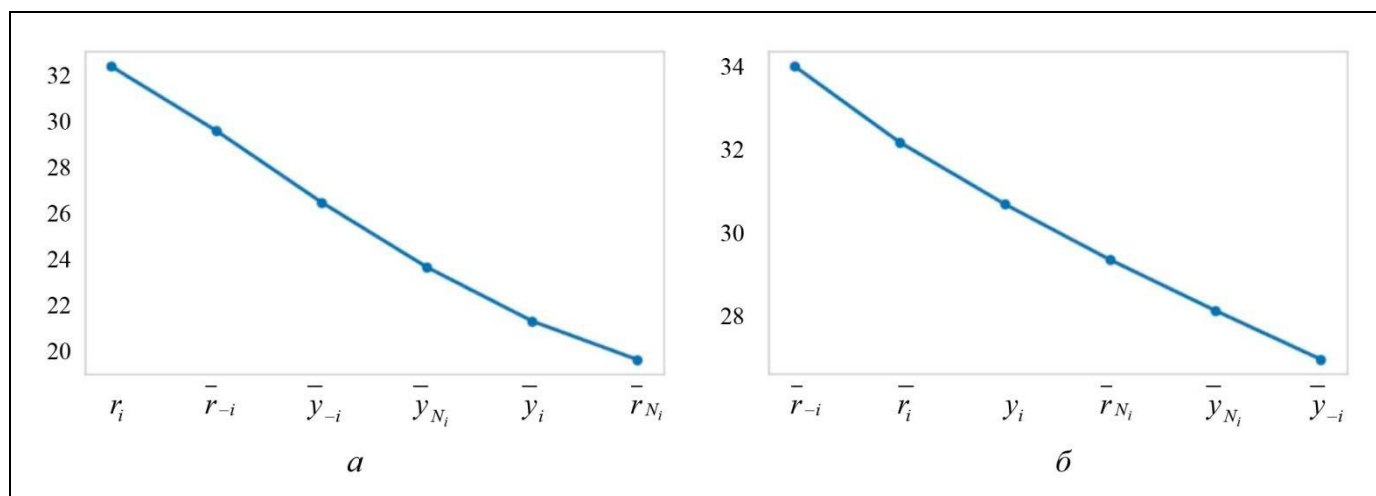


Рис. 17. Среднее качество семейства моделей (10)–(11): a – r_i^m , b – y_i^m

Рассмотрим теперь ситуацию, в которой оценивается значимость каждой отдельно взятой переменной. Зафиксируем одну из независимых переменных и рассмотрим наилучшие в среднем модели, которые ее не содержат. Насколько мы можем улучшить качество моделей каждого класса (толь-

ко с одной переменной, только с двумя и т. д.), если добавим в нее зафиксированную переменную? Прирост качества моделей динамики мнений показан на графиках рис. 18, а качества моделей динамики действий на рис. 19 (см. определение ошибки модели (6)).

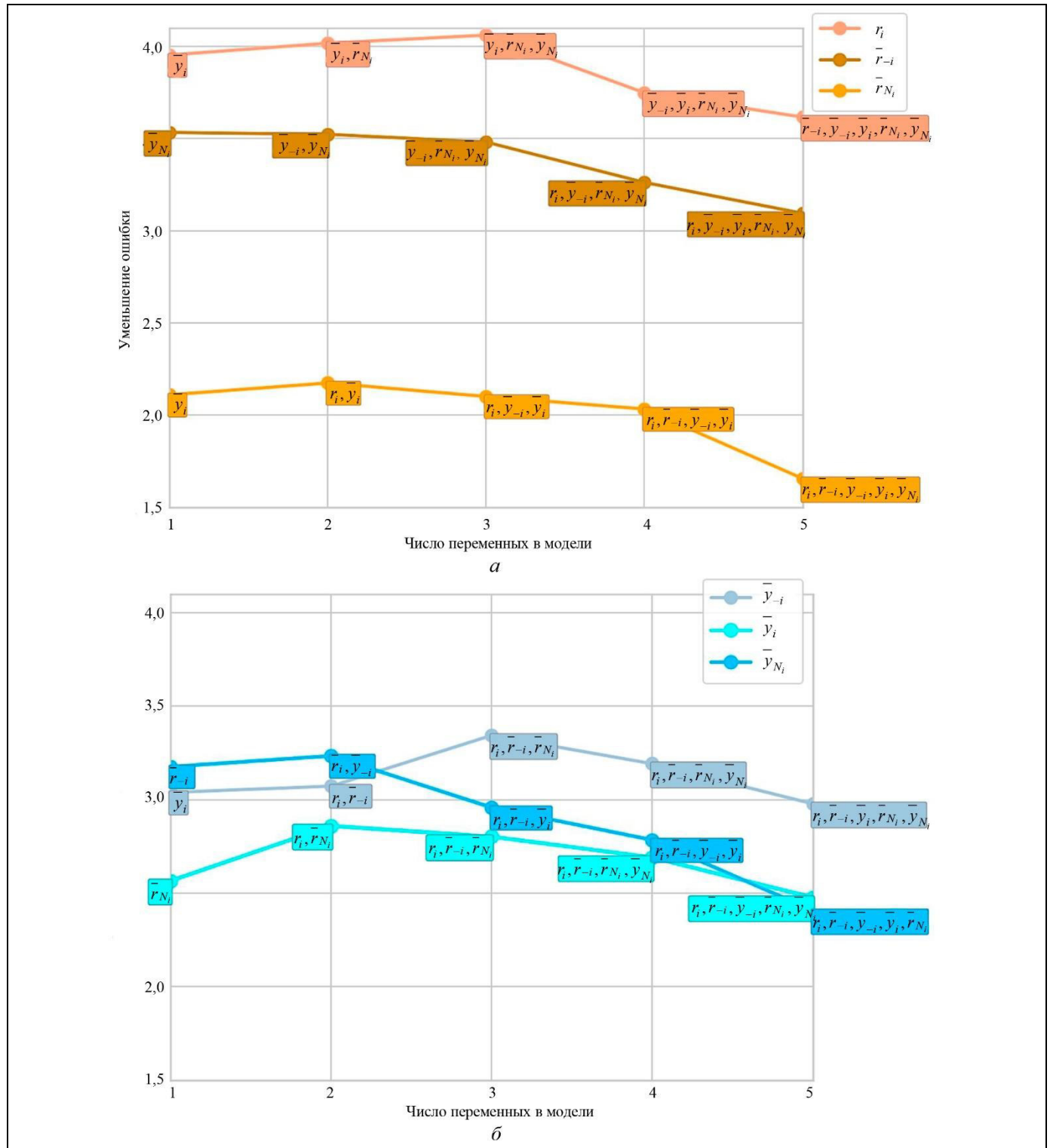


Рис. 18. Улучшение качества моделей динамики мнений при помощи заданных переменных (по горизонтальной оси указаны входящие в модель переменные, по вертикальной – величина уменьшения ошибки): а – зафиксированы переменные мнений, б – переменные действий

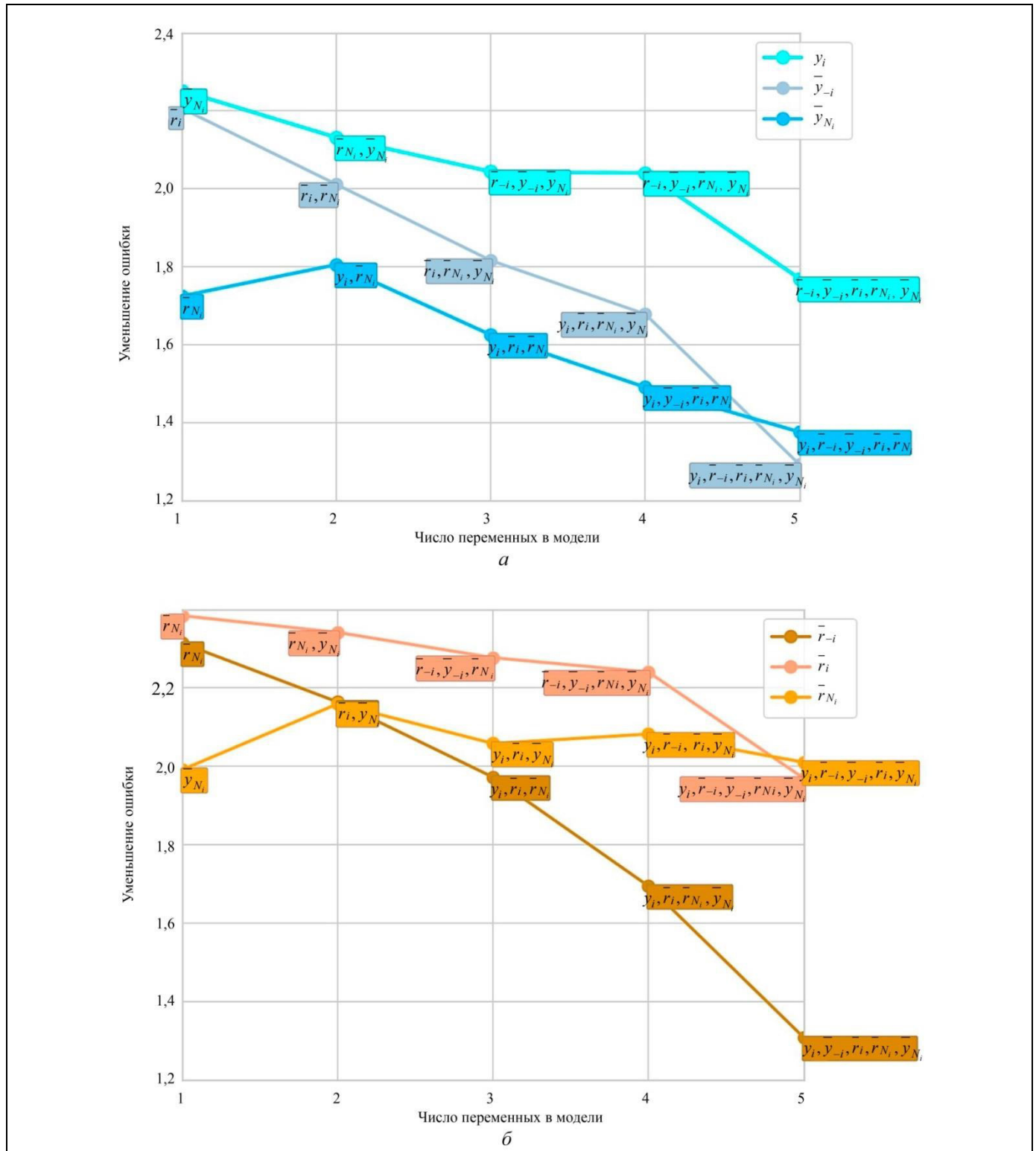


Рис. 191. Улучшение качества моделей динамики действий при помощи заданных переменных (по горизонтальной оси указаны входящие в модель переменные, по вертикальной – величина уменьшения ошибки): а – зафиксированы переменные действий, б – переменные мнений

Как можно видеть, *наибольший эффект для микромоделей динамики мнений дает переменная r_i^{m-1} (мнение в предыдущий момент времени), наименьший – переменная $\bar{r}_{N_i}$ (мнения друзей).*

В целом, включение отдельных переменных в микромоделей динамики действий дает меньшую отдачу по сравнению с включением в модели динамики мнений. Наибольшее снижение ошибки

для моделей динамики действий дает переменная $\bar{r}_i^{m-1}$ (мнения агента), наименьший – переменная $\bar{y}_{N_i}$ (действия друзей). При этом эффект при увеличении числа переменных в модели в целом снижается, но не монотонно.

(III) Персонализированные линейные микромоделли

В персонализированных моделях для каждого агента подбирается наилучшая конфигурация гиперпараметров линейной модели: вид функции доверия к информации и вид функции доверия к друзьям.

В качестве типовых рассмотрим следующие виды функций доверия к информации $E(\cdot)^7$:

• $E_c(h, g) = 1$ (агентов с такой функцией назовем *доверчивыми*);

$$E_\varepsilon^+(h, g) = \begin{cases} 1 - (h - g)^2, & h, g \in (0; 1), \\ \varepsilon > 0, & (h - g)^2 = 1, \end{cases}$$

где $\varepsilon > 0$ – сколь угодно малая строго положительная константа (*агенты-консерваторы*);

• $E_\varepsilon^-(h, g) = \min \{ \varepsilon + (h - g)^2, 1 \}$, где $\varepsilon > 0$ (*агенты-новаторы*).

В качестве типовой функции доверия к соседям $e(\cdot)$ рассмотрим «не дифференцирующую» функцию (агент рассматривает друзей как одного мета-агента), а также функции, в которых доверие к другу пропорционально⁸:

- единице;
- числу друзей друга;
- числу общих друзей с этим другом;
- единице (если друг активен, т.е. имеет мнение или совершает действия);
- числу друзей друга (если друг активен);
- числу общих друзей с другом (если друг активен);
- активности друга по комментариям;
- активности друга по лайкам, популярности друга.

Модели динамики мнений. Индивидуальный подбор функций доверия позволил уменьшить значение ошибки инерционной модели в среднем

на 77 % (как минимум на 78 % для половины агентов и на 97 % для пятой части агентов, рис. 20).

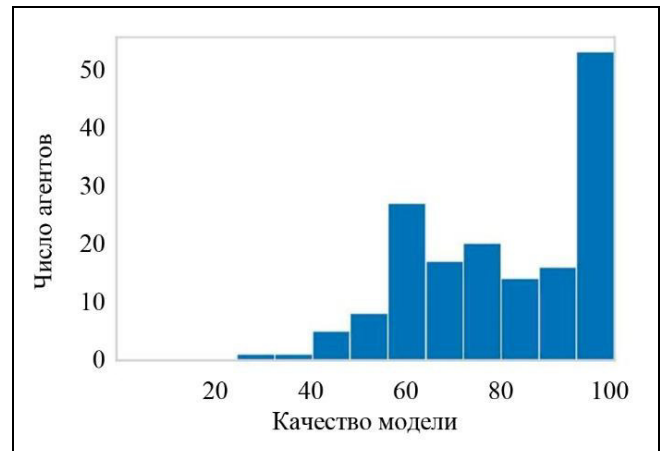


Рис. 20. Распределение персонализированных моделей динамики мнений агентов по уменьшению ошибки (в процентах от ошибки инерционной модели)

В целом средняя ошибка линейных микромоделей динамики мнений уменьшается по мере их усложнения (рис. 21): наибольшую ошибку дает инерционная модель, меньшую – модель с макропеременными и унифицированная модель, а наименьшую – персонализированная модель. Переход от унифицированной к персонализированной модели приводит уменьшению ошибки с 20 до 14 (напомним, что ошибка (6) принимает значение от 0 до 100).

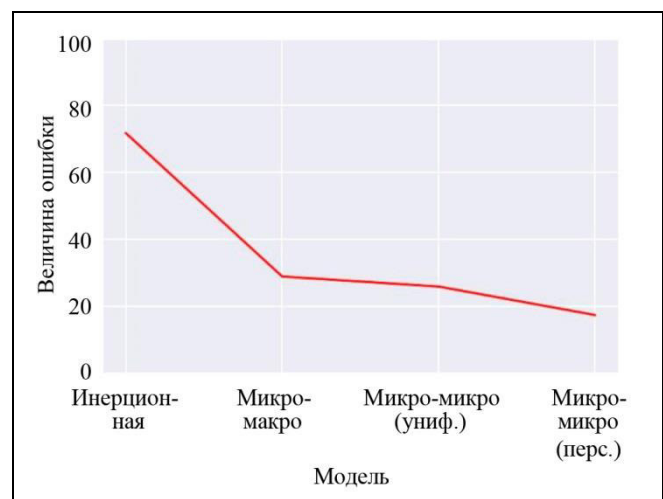


Рис. 21. Улучшение качества линейных моделей действий

Модели динамики действий. Индивидуальный подбор функции доверия позволил уменьшить значение ошибки инерционной модели в среднем

⁷ Введенные функции доверия отражают основные гипотезы в современных исследованиях о поведении индивидов в социальных сетях.

⁸ Для удовлетворения требования «стохастичности» ограничения.

на 74% (как минимум на 74 % для половины агентов и на 92 % для пятой их части, рис. 22). В этом случае переход от унифицированной к персонифицированной модели снижает ошибку с 26 до 17.

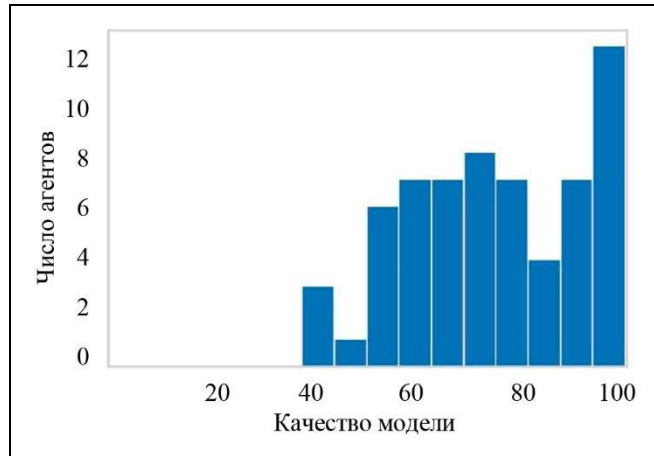


Рис. 22. Распределение персонифицированных моделей динамики действий агентов по уменьшению ошибки (в процентах от ошибки инерционной модели)

Вывод по классам микромоделей динамики действий аналогичен выводу относительно микромоделей динамики мнений (рис. 23): наибольшую среднюю ошибку дает инерционная модель, меньшую – модель с макропеременными и унифицированная модель, наименьшую – персонифицированная модель.

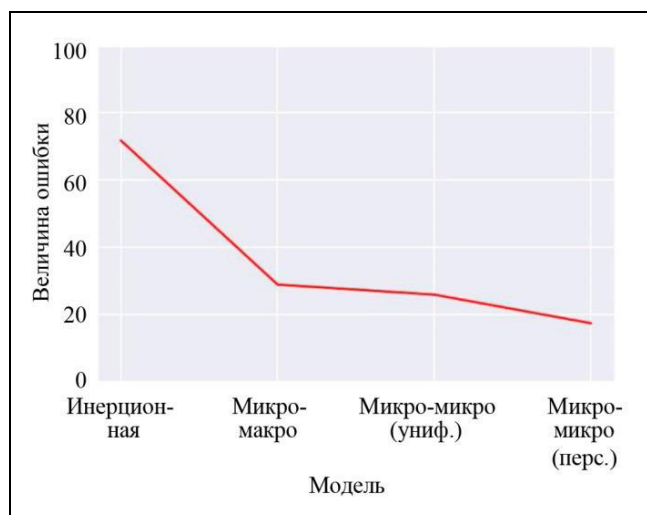


Рис. 23. Улучшение качества линейных моделей действий

Итак, мы получили частичный ответ на шестой вопрос, сформулированный во введении. Перейдем к седьмому вопросу.

Анализ значимости функций доверия, классы агентов. Оценим предпочтительность выбранных функций доверия и выделим классы агентов (или типы агентов) на основании того, как они доверяют друзьям и как доверяют поступающей к ним информации (подчеркнем, что вопрос о свойствах доверия агента своим соседям является одним из наиболее значимых в современных исследованиях моделей динамики мнений в социальных сетях).

А. Персонифицированные модели динамики мнений

Предпочтительность вида функции доверия к информации. Оказывается, что для 30 % агентов выбор функции доверия не влияет на качество наилучшей для агента модели. Для трети агентов (36 %) наилучшим является выбор функции доверия E_e^- (чем больше разница в оценках, тем больше доверие). Для четверти агентов (25 %) наилучшим выбором является функция E_e^+ (чем меньше разница в оценках, тем больше доверие). На рис. 24 приведена диаграмма Эйлера – Венна для трех множеств агентов: множества агентов, для которых наиболее предпочтительной является функция доверия E_e^+ ; множества агентов, для которых предпочтительна функция E_e^- ; и множества агентов, для которых предпочтительна функция E_c .

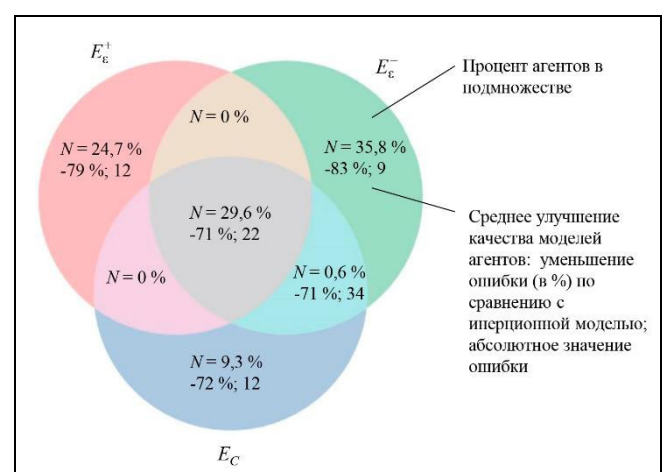


Рис. 24. Диаграмма Эйлера – Венна предпочтительности видов функций доверия к информации для моделей динамики мнений

Если рассматривать модели для агентов женского (69 агентов) и мужского (93 агента) пола от-

дельно, то оказывается, что среди мужчин выше доля тех, для которых вид функции доверия к информации не существен⁹ (30 % против 25 %), а также выше доля консерваторов (29 % против 20 %), в то время как среди женщин выше доля новаторов (45 % против 30 %); доверчивых примерно поровну – около 10 %.

Предпочтительность вида функции доверия к друзьям. Будем оценивать предпочтительность трех видов функции доверия $e_{ij}(\cdot)$:

- e_M – друзья воспринимаются агентом как одно целое, доверие к такому мета-агенту равно единице;

- e_U – все друзья равны по значимости ($e_{ij} = 1/|N_i|$, $j \in N_i$);

- e_D – друзья с большим числом друзей имеют

большую значимость: $e_{ij} = \frac{|N_j|}{\sum_{k \in N_i} |N_k|}$, $j \in N_i$.

Для 28 % агентов не существен вид функции доверия к друзьям. Большая по численности группа агентов (35 %) не «различает» друзей. Около 16 % агентов больше доверяет тем друзьям, у кого больше друзей, а 15 % агентов доверяет друзьям в равной степени (рис. 25).

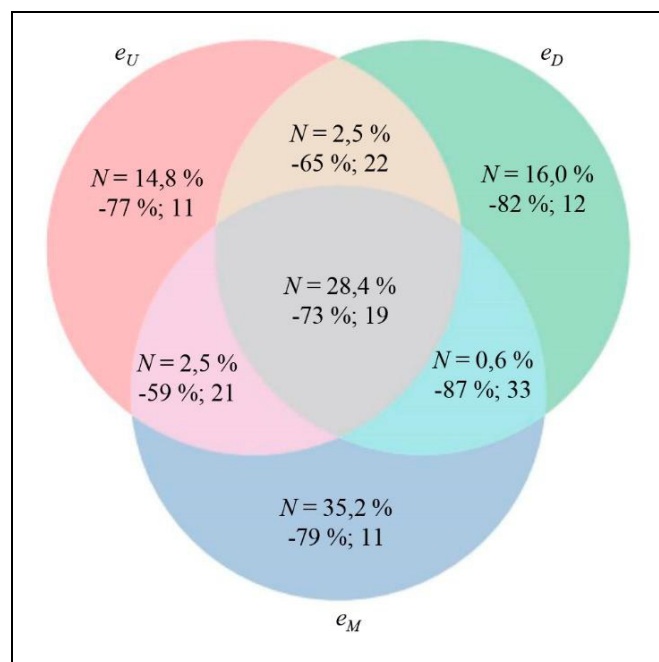


Рис. 25. Диаграмма Эйлера – Венна предпочтительности видов функций доверия к друзьям для моделей динамики мнений

⁹ В смысле улучшения качества наилучшей модели.

Если рассматривать модели для агентов женского и мужского пола отдельно, то оказывается, что среди мужчин выше доля тех, для которых не существен вид функции доверия к друзьям (31 % против 22 %), также для мужчин выше доля не различающих друзей (40 % против 30 %), в то время как среди женщин выше доля доверяющих одинаково друзьям (23 % против 9 %); доля тех, кто больше доверяет друзьям с большим числом друзей, одинакова (по 16%).

Б. Персонализированные модели динамики действий

Предпочтительность вида функции доверия к информации. Для 15 % агентов не существен вид функции доверия к информации. Большая часть агентов (61 %) является «чистыми» новаторами. Пятая часть агентов (19 %) является «чистыми» консерваторами. На рис. 26 приведена диаграмма Эйлера – Венна для трех множеств агентов: консерваторов, новаторов и доверчивых агентов.

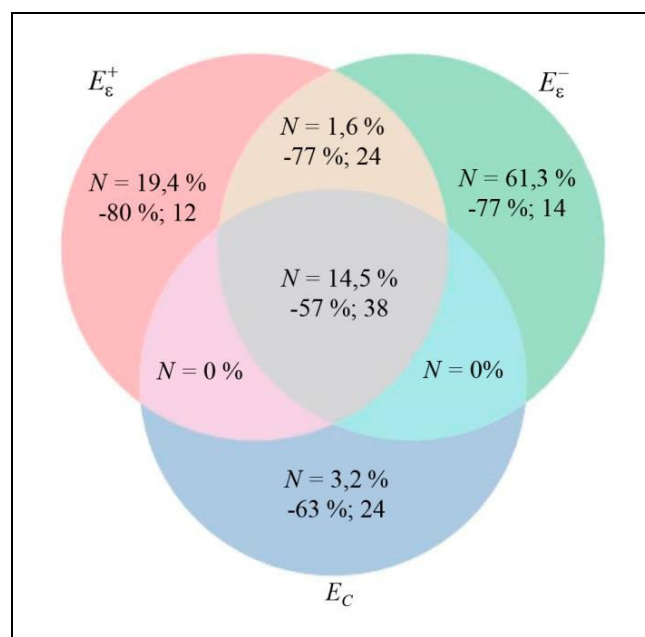


Рис. 26. Диаграмма Эйлера – Венна предпочтительности видов функций доверия к информации для моделей динамики действий

Раздельный анализ моделей для агентов женского (30 агентов) и мужского (32 агента) пола показывает, что среди мужчин выше доля тех, для которых не существен вид функции доверия к информации (16% против 10%), и выше доля доверчивых (10% против 0%), а среди женщин выше доля «новаторов» (67% против 56%), консерваторов примерно поровну – около 20%.

Предпочтительность вида функции доверия к друзьям

Оценивается предпочтительность трех видов функции доверия $e_{ij}(\cdot)$:

- e_M – друзья воспринимаются агентом как одно целое,
- e_U – все друзья равны по значимости,
- e_D – друзья с большим числом друзей имеют большую значимость.

Для 13 % агентов не существенен вид функции доверия к друзьям. Большая по численности группа агентов (40 %) не различает друзей. Около четверти агентов (26 %) больше доверяет друзьям с большим числом друзей (рис. 27).

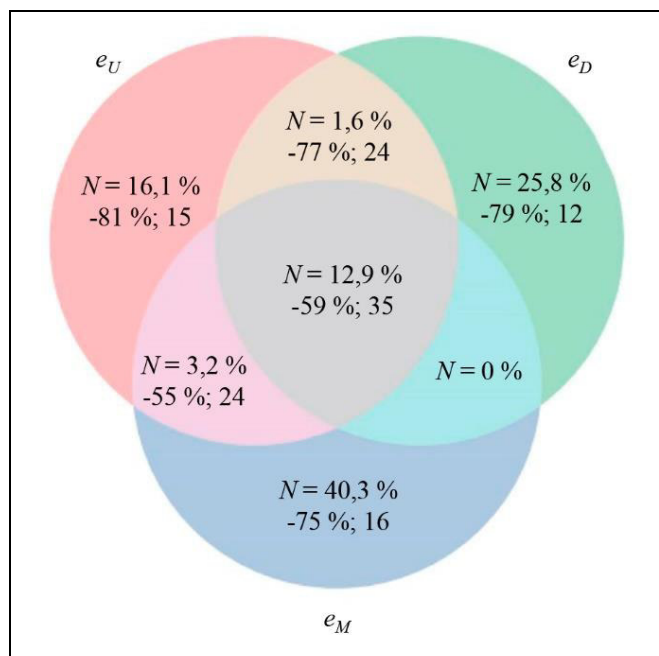


Рис. 27. Диаграмма Эйлера – Венна предпочтительности видов функций доверия к друзьям для моделей динамики действий

Оказывается, что среди мужчин выше доля тех, для которых не существенен вид функции доверия к друзьям (16% против 10%) и выше доля доверяющих одинаково друзьям (19% против 13%), в то время как среди женщин выше доля тех, кто не различает друзей (47% против 38%), доля доверяющих друзьям с большим числом друзей примерно одинакова: 27% (женщины), 25% (мужчины).

Общие выводы по персонифицированным линейным моделям

Среди мужчин больше тех, для кого не суще-

ственен вид функции доверия. Доля таких агентов увеличивается при рассмотрении динамики мнений (уменьшается при рассмотрении динамики действий).

Преобладает доля доверяющих информации, которая расходится с их мнением/действием, причем для женщин доля их больше. Доверчивых же меньше всего (т. е. доверяющих информации независимо от ее содержания).

Преобладает доля тех, кто не различает друзей (35–40 %). При рассмотрении динамики действий возрастает доля тех, кто больше доверяет друзьям с большим числом друзей (с 16 до 26 % по сравнению с ситуацией с динамикой мнений), причем эта доля одинакова и для мужчин, и для женщин. Доля одинаково доверяющих друзьям одна и та же (15 и 16 %) при рассмотрении моделей динамики мнений и действий.

В заключение проиллюстрируем на рис. 28 качество проанализированных в п. 3.2 линейных микромоделей мнений и действий агентов:

- качество инерционной модели («Инерционная» на рис. 28);
- качество моделей, которые не включают переменные, отражающие воздействия друзей (с одной объясняющей переменной, с двумя, с тремя и четырьмя);
- качество унифицированной модели с учетом воздействия друзей («Униф.» на рис. 28);
- качество персонифицированной модели с учетом воздействия друзей («Перс.» на рис. 28).

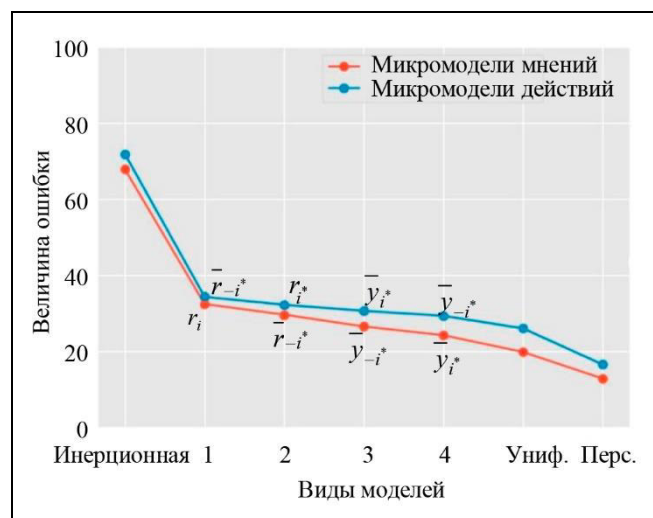


Рис. 28. Качество различных видов линейных микромоделей мнений и действий агентов



ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В настоящей работе выполнено исследование линейных моделей совместной динамики мнений и действий агентов в онлайн-социальной сети ВКонтакте (на примере отношения к ношению медицинских масок в период первого года пандемии COVID-19). Получены следующие результаты.

Проведена верификация формальных моделей динамики мнений и действий (вопрос 6 во введении): сначала рассматривались различные варианты макромоделей, в которых «общественное» мнение и действие в сети (т. е. доля мнений и действий «за» или «против») на текущем шаге зависит от мнений и действий на предыдущем шаге (п. 3.1); затем различные варианты линейных микромоделей, в которых учитываются воздействие сети, воздействие друзей агента и его индивидуальные особенности (п. 3.2). Результаты идентификации макромоделей позволяют сделать вывод о наличии связи между действиями и мнениями в сети, а также о желательности учета при моделировании внешних по отношению к сети факторов.

Микромодели рассматриваются только для значимых агентов. Качество таких микромоделей является приемлемым и улучшается по мере их усложнения. В классе линейных микромоделей наибольшую ошибку дает инерционная модель, меньшую – модель с макропеременными и унифицированная модель, а наименьшую – персонифицированная модель, в которой у каждого агента может быть своя функция доверия.

В случае персонифицированных моделей преобладает доля агентов, доверяющих информации тем больше, чем больше она расходится с их мнением или действием (причем доля таких агентов выше для агентов женского пола). Меньше всего агентов, доверяющих информации независимо от ее содержания. Что касается доверия к друзьям, то агенты преимущественно не разделяют действия друзей; немало тех, кто больше доверяет друзьям с большим числом друзей, а тех, кто доверяет друзьям в равной степени, меньше (вопрос 7).

Вопросам идентификации бинарных микромоделей, а также сравнению линейных и пороговых моделей (вопросы 4, 6 и 7) будет посвящена третья, заключительная часть исследования.

ЛИТЕРАТУРА

1. Губанов Д.А., Новиков Д.А. Модели совместной динамики мнений и действий в онлайн-социальных сетях. Ч. 1. Исходные данные и первичный анализ // Проблемы управления. – 2023. – № 2. – С. 37–53. [Gubanov, D.A., Novikov, D.A. Models of Joint Dynamics of Opinions and Actions in Online Social Networks. Part I: Primary Data Analysis // Control Sciences. – 2023. – No. 2. – P. 31–45.]
2. Новиков Д.А. Модели динамики психических и поведенческих компонент деятельности в коллективном принятии решений // Управление большими системами. – 2020. – Вып. 85. – С. 206–237. [Novikov, D.A. Dynamics Models of Mental and Behavioral Components of Activity in Collective Decision-Making // Large-Scale Systems Control. – 2020. – Iss. 85. – P. 206–237. (In Russian)]
3. Новиков Д.А. Управление, деятельность, личность. – М.: ИПУ РАН, 2020. – 80 с. [Novikov, D.A. Upravlenie, deyatelnost', lichnost'. – M.: IPU RAN, 2020. – 80 s. (In Russian)]
4. Novikov D. Models of Strategic Decision-Making under Informational Control // Mathematics. – 2021. – No. 9. – Art. No. 1889.
5. Fishburn P. Utility Theory for Decision Making. – London: R. E. Krieger Pub. Co, 1979.
6. von Neumann J., Morgenstern O. Theory of Games and Economic Behavior. Princeton: Princeton University Press, 1944.
7. Myerson R. Game Theory: Analysis of Conflict. – London: Harvard University Press, 1991.
8. Granovetter M. Threshold Models of Collective Behavior // The American Journal of Sociology. – 1978. – Vol. 83, no. 6. – P. 1420–1443.
9. Heckelman J., Miller N. Handbook of Social Choice and Voting. – London, UK: Edward Elgar Publishing, 2015.
10. Schelling T. Micromotives and Macrobehaviour. – New York, London: Norton & Co Ltd, 1978. – 256 p.
11. Dhami S. The Foundations of Behavioral Economic Analysis. – Oxford, UK: Oxford University Press, 2016.
12. Зимбардо Ф., Ляйппе М. Социальное влияние. – СПб.: Питер, 2000. – 448 с. [Zimbardo F., Lyaippe M. Sotsial'noe vliyanie. – SPb.: Piter, 2000. – 448 s. (In Russian)]
13. Майерс Д. Социальная психология. – СПб.: Питер, 1998. – 688 с. [Myers, D. Social Psychology. – Boston: McGraw-Hill, 1996.]
14. Чалдини Р. Психология влияния. – СПб.: Питер, 2003. – 258 с. [Cialdini, R. Influence: The Psychology of Persuasion. – N.-Y.: HarperCollins Publishers, 1993.]
15. Feist J., Feist G. Theories of Personality, 9th ed. – N.-Y.: McGraw-Hill Education, 2017.
16. Boyle, G.J., Matthews, G., Saklofske, D.H. The Sage Handbook of Personality Theory and Assessment. Vol. 1. Personality Theories and Models: An Overview. – Los Angeles: Sage Books, 2008.
17. Schultz D., Schultz S. Theories of Personality, 11th ed. – Boston: Cengage Learning, 2016.
18. Allbaracin, D., Shavitt S. Attitudes and Attitude Change // Annu. Rev. Psychol. – 2018. – Vol. 69, no. 4. – P. 1–29.
19. Banisch S., Olbrich E. Opinion Polarization by Learning from Social Feedback // The Journal of Mathematical Sociology. – 2019. – Vol. 43. – P. 76–103.
20. Hunter J., Danes J., Cohen S. Mathematical Models of Attitude Change. – Orlando: Academic Press, 1984. – 339 p.
21. Xia H., Wang H., Xuan Z. Opinion Dynamics: A Multidisciplinary Review and Perspective on Future Research // Int. Journal of Knowledge and Systems Science. – 2011. – Vol. 2, no. 4. – P. 72–91.
22. Shoham Y., Leyton-Brown K. Multiagent Systems: Algorithmic, Game-Theoretical and Logical Foundations. – Cambridge: Cambridge University Press, 2009.

23. Yakouda M., Abbel W. Multi-Agent System: A Two-Level BDI Model Integrating Theory of Mind // Int. J. Eng. Res. Technol. – 2020. – Vol. 9, no. 7. – P. 208–216.
24. Burkov V., Goubko M., Kondrat'ev V., et al. Mechanism Design and Management: Mathematical Methods for Smart Organizations. – N.-Y.: Nova Science Publishers, 2013.
25. Novikov D. Theory of Control in Organizations. N.-Y.: Nova Science Publishing, 2013.

Статья представлена к публикации членом редколлегии Ф.Т. Алескеровым.

*Поступила в редакцию 28.12.2022,
после доработки 27.03.2023.
Принята к публикации 05.04.2023.*

Губанов Дмитрий Алексеевич – д-р техн. наук,
✉ dmitry.a.g@gmail.com,
ORCID iD: <https://orcid.org/0000-0002-0099-3386>

Новиков Дмитрий Александрович – академик РАН,
✉ novikov@ipu.ru,
ORCID iD: <https://orcid.org/0000-0002-9314-3304>

Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН,
г. Москва.

© 2023 г. Губанов Д.А., Новиков Д.А.



Эта статья доступна по лицензии Creative Commons «Attribution» («Атрибуция») 4.0 Всемирная.

MODELS OF JOINT DYNAMICS OF OPINIONS AND ACTIONS IN ONLINE SOCIAL NETWORKS. PART II: Linear Models

D.A. Gubanov and D.A. Novikov

Trapeznikov Institute of Control Sciences, Russian Academy of Sciences, Moscow, Russia

✉ dmitry.a.g@gmail.com, ✉ novikov@ipu.ru

Abstract. Based on *Vkontakte* data, we study the influence of various factors on the dynamics of opinions and actions both at the macro level (“public opinion”) and at the micro level (the opinions and actions of individual agents). A model of collective decision-making is briefly considered; in this model, interconnected parameters reflect both the mental and behavioral components of the agents’ activity. Identification results are presented for two special modifications of the model, namely, linear macro- and micro models of the dynamics of opinions and actions in a social network. We estimate the influence of various factors on the opinions and actions of agents: aggregated social influence (public opinion), the agent’s individual opinions and actions, the opinions and actions of the social environment, and the mechanisms of the agent’s trust in information sources and information content.

Keywords: social network, agent, opinion, action, social influence, cognitive dissonance, trust in information.

СЦЕНАРНО-КОГНИТИВНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ СЛОЖНЫХ СИСТЕМ НА ОСНОВЕ СОБЫТИЙНОЙ ИДЕНТИФИКАЦИИ ДИНАМИКИ ФАКТОРОВ

И.В. Чернов

Аннотация. Работа посвящена методологическим проблемам повышения эффективности технологии сценарного анализа и моделирования процессов развития социально-экономических систем, результаты которого предназначены для использования в системах поддержки принятия управленческих решений с целью опережающей оценки их эффективности. Рассмотрен ряд ограничений традиционного подхода к сценарно-когнитивному моделированию, которые приводят прежде всего к упущению в получаемом в результате моделирования сценарии ключевых событий, непосредственно влияющих на оценку ситуации и принятие решений. Предложен подход, обеспечивающий возможность идентификации и анализа динамики изменения значений факторов модели в процессе ее исследования, а также формирование на его основе дополнительных сценарно-событийных взаимосвязей между факторами с целью повышения адекватности модели анализируемой ситуации. Разработан расчетный алгоритм анализа динамики поведения факторов модели, реализованный и апробированный в рамках программно-аналитического комплекса сценарного моделирования. Приведен пример использования алгоритма.

Ключевые слова: управление, сценарный подход, графовые модели, имитационное моделирование, событийная идентификация, факторы, верификация.

ВВЕДЕНИЕ

Процессы подготовки и опережающей оценки эффективности управленческих решений, особенно на длительном временном горизонте, требуют достаточно четкого представления об альтернативах развития ситуации как на объекте управления, так и во внешней среде. Эффективным инструментом, обеспечивающим возможность опережающего анализа данных альтернатив, является базирующийся на использовании математического аппарата знаковых орграфов сценарный подход, который в настоящее время фактически стал одним из ключевых элементов в структуре систем поддержки принятия решений. Потенциал рассматриваемого подхода заключается в широких возможностях исследования имитационных моделей, позволяющих проводить комплексный опережающий анализ разнообразных по своей природе взаимосвязанных и взаимозависимых процессов и явлений, отражающих возможные пути развития объекта управления и внешней среды [1].

В настоящее время накоплен значительный опыт решения широкого круга практических задач в области сценарного анализа процессов организа-

ционного управления [2]. Одновременно с этим обобщение результатов практического применения сценарного подхода позволило выявить и ряд имеющихся технологических ограничений, в частности, не позволяющих в полной мере анализировать влияние динамики изменения значений ключевых факторов модели и (или) моментов смены характера данной динамики на исследуемые свойства и характеристики моделируемых процессов развития сложных объектов управления (социально-экономических, общественно-политических, информационных и иных систем), что неизбежно сказывается на качестве генерируемых сценариев.

1. ПРОБЛЕМЫ ТРАДИЦИОННОГО ПОДХОДА К СЦЕНАРНО-КОГНИТИВНОМУ МОДЕЛИРОВАНИЮ

Методологической основой технологии сценарного анализа является математическая модель знаковых, взвешенных знаковых, функциональных знаковых ориентированных графов, представляющая собой расширение классической графовой модели. Кроме орграфа $G(X, E)$, где X – конечное множество вершин, а E – множество дуг графа, в

модель включаются дополнительные компоненты: вводится множество параметров вершин $V = \{v_i, i \leq N = \|X\|\}$; в соответствие каждой вершине x_i ставится ее параметр $v_i \in V$; вводится также функционал преобразования дуг, т. е. в соответствие каждой дуге ставится либо знак («+» или «-»), либо вес ($+W_{ij}$ или $-W_{ij}$), либо функция $f_{ij}(v_i, v_j)$ [2].

Содержательно параметрами вершин графа являются ключевые количественные или качественные показатели (факторы), структура знакового графа отражает причинно-следственные взаимосвязи между ними. Совокупность значений параметров вершин в графовой модели описывает конкретное состояние исследуемой ситуации в определенный момент времени. Изменение значений параметров вершин графа порождает импульс и интерпретируется как переход исследуемой системы из одного состояния в другое.

Развитие технологий моделирования на основе описанного математического аппарата длительное время шло преимущественно в направлении создания и анализа нечетких когнитивных моделей слабоструктурированных систем [3, 4], а также использования в процессе сценарного исследования сложных функциональных взаимосвязей между факторами [1, 2].

Несмотря на очевидные достоинства методологии сценарного моделирования при решении широкого круга задач повышения эффективности управленческих решений, в традиционном подходе, как уже упоминалось выше, существует ряд серьезных ограничений, накладываемых на формируемые модели:

- ограниченное количество характеристик факторов, которые можно использовать для расчетов результатов моделирования;
- невозможность гибкой перестройки структуры модели в зависимости от текущих (промежуточных) результатов моделирования, определяющих необходимость ее изменения в рамках поставленных целей исследования;
- сложность реализации межмодельных (и в особенности иерархических) связей;
- трудности содержательной интерпретации результатов моделирования и, соответственно, их понимания лицами, принимающими решения (ЛПР);
- сложности организации взаимосвязи с внешними источниками данных и информационными системами и т. д.

Ограниченное количество характеристик факторов, используемых как для расчетов результатов моделирования, так и при формировании взаимосвязей в структуре модели, значительно сужает возможности генерации и анализа полученных сценариев, а также сужает составляющее данные сценарии множество исследуемых процессов и явлений. Использование в процессе моделирования только трех типов составляющих (значения факторов, значения импульсов, шаги моделирования) приводит к тому, что в генерируемом сценарии могут быть упущены ключевые для анализа ситуации и принятия управленческих решений события, связанные, например, с типом и характером динамики изменения факторов, моментом его смены (например, с роста на снижение), абсолютным или относительным периодом сохранения характера данной динамики (в последнем случае – процентного соотношения периода сохранения определенного характера динамики выделенного фактора к полному временному интервалу сценарного исследования) и т. д.

Использование фиксированных причинно-следственных взаимосвязей между факторами модели также далеко не всегда в полной мере соответствует свойствам моделируемого объекта или ситуации. Зачастую в зависимости от характера получаемой в процессе моделирования динамики изменения значимых факторов должна гибко меняться структура модели. Например, рост значения одного значимого фактора и падение значения другого в течение определенного временного интервала (задаваемого в шагах моделирования), может привести к необходимости реализации дополнительных управленческих воздействий в качестве реакции на происходящие изменения ситуации. При этом моделирование данных воздействий будет осуществляться путем изменения свойств определенных причинно-следственных связей (в простейшем случае уменьшающих или увеличивающих взаимовлияние соответствующих факторов модели), активации или деактивации какого-либо фактора или группы факторов, внесения дополнительных внешних импульсов в выбранные подструктуры модели и т. п. Таким образом, для обеспечения большей адекватности модели исследуемому объекту управления или анализируемой ситуации необходимо наличие возможности гибкой перестройки структуры и состава факторов модели в зависимости от результатов оценивания текущих модельных результатов.

При моделировании сложного объекта или ситуации может возникнуть необходимость объединения нескольких моделей объектов управления,

смежных предметных областей или исследуемых процессов и систем в единую мультимодель. К основным особенностям применения технологий сценарного моделирования на базе аппарата знаковых функциональных графов в подобных ситуациях можно отнести наличие взаимосвязей трех базовых типов:

- прямые причинно-следственные связи между факторами внутри каждой подсистемы;
- опосредованные не прямые связи между отдельными подсистемами, основанные не на обязательной однозначной и практически одномоментной реакции одной подсистемы на любое изменение значений факторов другой, как в первом случае, а на результатах анализа динамики данного изменения, в конечном счете и определяющих рассматриваемую взаимосвязь;
- опосредованные иерархические связи между подсистемами различного уровня (например, «государство – регион – сфера деятельности»), основанные на анализе и оценке реакции каждого вышестоящего уровня иерархии на тенденции развития ситуации в подсистемах нижестоящих уровней с учетом определенной самостоятельности, обособленности и характера соподчиненности данных подсистем.

2. РАСШИРЕНИЕ ВОЗМОЖНОСТЕЙ ТЕХНОЛОГИИ ИМИТАЦИОННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ НА ОСНОВЕ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ РЕЗУЛЬТАТОВ АНАЛИЗА ДИНАМИКИ ПОВЕДЕНИЯ ФАКТОРОВ

Будем рассматривать выявленный в процессе моделирования характер динамики изменения значений определенного фактора, требующий установления (коррекции) опосредованной связи в процессе моделирования, как *событие*, и в соответствии с этим данную связь назовем *сценарно-событийной*. Для краткости будем называть *динамикой фактора* характер временной зависимости изменения его значений в процессе моделирования.

В соответствии с приведенным выше определением к формированию событий приводят изменения характеристик факторов, которые являются значимыми для анализа поведения объекта моделирования. Таким образом, если из всего множества факторов модели выделено подмножество значимых, то изменение динамики хотя бы одного из них (например, смена роста значения фактора на его падение) автоматически должно привести к появлению нового события в сценарии. Разумеется, это лишь простейший пример критерия для

формирования нового события. В общем случае событие может включать совокупности характеристик динамик факторов, образуя сложные логические выражения.

Введем в рассмотрение множество базовых типов динамики факторов, каждому i -му фактору присвоим соответствующий идентификатор текущей динамики SC_i (табл. 1).

Таблица 1

Идентификаторы элементарных динамик факторов

Идентификатор сценария SC	Тип динамики фактора
0	Не определен (не рассчитывается)
1	Рост
2	Падение
3	Постоянно
4	Колебания, ограниченные по амплитуде
5	Расходящиеся колебания
6	Сходящиеся колебания

В качестве примера рассмотрим упрощенную иерархическую мультимодельную структуру, представленную на рис. 1.

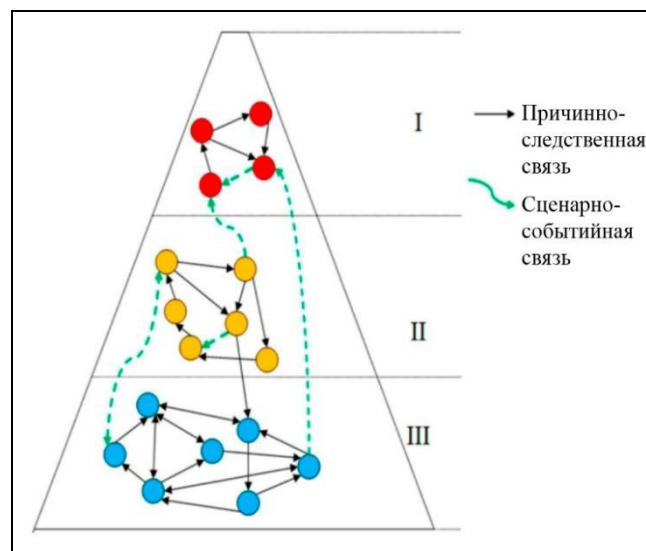


Рис. 1. Иерархия сценарной модели

Нередко при управлении иерархической структурой встречается ситуация, когда система верхнего уровня реагирует только на определенную долгосрочную динамику факторов, входящих в структуру системы нижнего уровня. Например, пусть V_{1i} – i -й фактор (вершина) подсистемы первого уровня, V_{2j} – j -й фактор (вершина) подсистемы второго

уровня, I_{2j} – импульс, исходящий из фактора $2j$. Тогда вес дуги D_{2j1i} мог бы быть таким:

$$D_{2j1i} = \text{iif}(SC_{2j} = 1, 2I_{2j}, 0),$$

что означает следующее: если изменение параметра вершины $2j$ является ростом в течении некоторого времени, то по дуге D_{2j1i} в каждый момент времени проходит импульс, равный $2I_{2j}$. Если динамика параметра иная (отличная от роста), то данной дуги вообще не существует (ее вес равен нулю).

Кроме того, связь между двумя подсистемами может быть следующей. Пусть V_{1i} – i -й фактор (вершина) подсистемы первого уровня, а V_{1j} – j -й фактор (вершина) той же подсистемы. Тогда вес дуги D_{1j1i} мог бы быть таким:

$$D_{1j1i} = \text{iif}(SC_{2j} = 2, -2I_{1j}, I_{1j}).$$

Это означает: если динамикой фактора вершины $2j$ является падение, то по дуге D_{1j1i} в каждый момент времени проходит импульс, равный $-2I_{1j}$. Если динамика фактора иная (отличная от падения), то вес этой дуги равен единице. То есть непосредственной дуги между двумя подсистемами может и не быть. Одновременно с этим отметим, что в общем случае динамика фактора одной подсистемы может оказывать влияние на вес дуги между факторами другой. Разумеется, могут применяться и более сложные условия с использованием логических операций отрицания (NOT), сложения (OR), умножения (AND), вычитания (XOR). Например, возможна такая конструкция: активировать (или деактивировать) ряд факторов, сгруппированных по определенному признаку (слой модели), если значение фактора v_k возрастало в течении последних десяти шагов и если значение фактора v_m убывало в 40 % прошедшего времени моделирования или пришел положительный импульс из фактора v_r .

В целях расширения возможностей моделирования сложных систем и процессов модифицируем процесс формирования аналитических данных для создания сценарно-событийных взаимосвязей между факторами. Введем следующие параметры:

- P – частота расчета динамик факторов (с помощью данного параметра имитируется частота мониторинга моделируемой системы);
- K – количество шагов моделирования, учитываемое при анализе динамик факторов (имитируется глубина мониторинга моделируемой системы);
- Z – количество шагов моделирования, используемое для имитации временной задержки процесса анализа исследуемой ситуации и принятия решения.

Общая схема моделирования с идентификацией событий сценария при этом выглядит следующим образом (рис. 2).

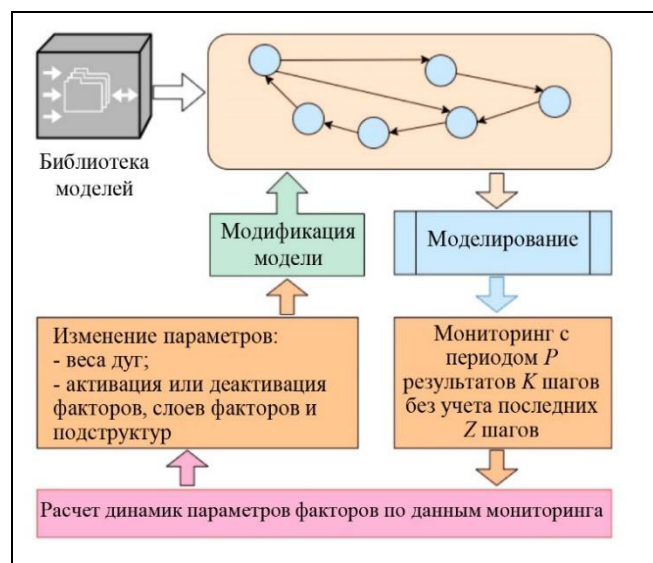


Рис. 2. Общая схема идентификации событий при сценарном моделировании

Например, если $P = 20$, $K = 10$, $Z = 2$, то через каждые 20 шагов моделирования будут обновляться данные о динамике факторов заданных вершин. При этом для расчета будут использоваться полученные значения за десять последних шагов без учета последних двух (к примеру, из-за задержки реакции управления на данные мониторинга развития ситуации). Например, на шаге моделирования, равном 40, запускается процедура перерасчета рассматриваемых показателей на шагах с 28-го по 38-й. Между запусками расчетной процедуры считается, что характер динамики факторов не изменяется.

Дальнейшее расширение аналитической составляющей в структуре модели предполагает расширение использования сценарных параметров в функциональных условиях активации или деактивации факторов (или их слоев).

3. АЛГОРИТМ СЦЕНАРНО-СОБЫТИЙНОЙ ИДЕНТИФИКАЦИИ

Целью разработки алгоритма является использование в процессе моделирования результатов анализа динамики поведения отдельных факторов модели (динамик факторов). Результатами расчетов являются переменные, характеризующие тип динамики факторов. Назовем элементарным сценарием фактора тип динамики изменения фактора модели в определенный момент времени.



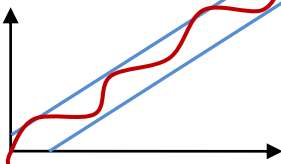
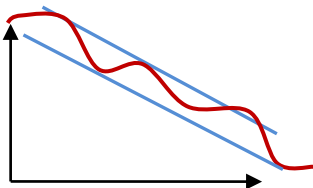
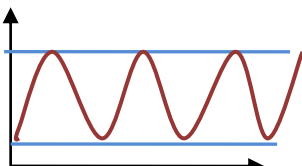
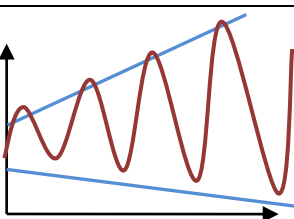
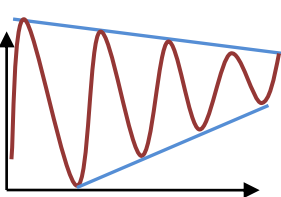
Идентификатор типа элементарного сценария может принимать значения, указанные выше в табл. 1. Очевидно, что все множество возможных динамик факторов можно охарактеризовать двумя линиями регрессии [5, 6]. В качестве исходных данных анализа для выбранного диапазона изменения значений факторов используются точки локальных максимумов и минимумов, на основе которых строятся верхняя и нижняя линии регрессии соответственно (табл. 2). Данный подход позволя-

ет в определенной мере детализировать более общий метод применения фиктивных переменных для точек перегиба, так как разделяет точки локальных максимумов и локальных минимумов на две выборки для отдельной оценки их тренда и дальнейшего сопоставления. При этом для подобного расчета не требуется оценка всей остальной выборки.

В случае линейного изменения фактора две линии регрессии совпадают.

Таблица 2

Регрессионные характеристики элементарных сценариев

Id	Описание динамики фактора	Динамика фактора модели и линии регрессии	Углы наклона линий регрессии	
			верхней	нижней
1	Рост		> 0	> 0
2	Падение		< 0	< 0
3	Постоянное значение		$= 0$	$= 0$
4	Колебания, ограниченные по амплитуде		$= 0$	$= 0$
5	Расходящиеся колебания		> 0	< 0
6	Сходящиеся колебания		< 0	> 0

Алгоритм анализа динамик i -го фактора модели f_i (f_i – логарифм значения i -го фактора) для периода времени с t_k до t_n включает несколько этапов.

Шаг 1. Для выбранного диапазона определяют множества локальных минимальных $f_i^{\min}$ и максимальных $f_i^{\max}$ значений (точек перегиба) фактора модели и соответствующих им значений шага моделирования $t_i^{\min}$ и $t_i^{\max}$. При этом отбрасываются «ложные» (незначительные) точки перегиба.

Шаг 2. Подсчитываются мощности множеств $\text{col}_i^{\min} = |f_i^{\min}|$ и $\text{col}_i^{\max} = |f_i^{\max}|$.

Шаг 3. Если $\text{col}_i^{\min} < 2$ или $\text{col}_i^{\max} < 2$, то переходим к шагу 4, иначе к шагу 8.

Шаг 4. Для выбранного временного диапазона изменения значения фактора модели определяются средние значения двух переменных (время и значение фактора):

$$t_i^{\text{cp}} = \frac{(t_n - t_k)}{n - k},$$

$$t_i^{\text{cp}} = \sum_{j=k}^n \frac{t_i(j)}{n - k + 1},$$

$$f_i^{\text{cp}} = \sum_{j=k}^n \frac{f_i(j)}{n - k + 1}.$$

Шаг 5. Расчет ковариаций и выборочных дисперсий для этих двух переменных:

$$S(f_i) = \text{cov}(f_i, f_i) = \sum_{j=k}^n \frac{(f_i(j) - f_i^{\text{cp}})^2}{n - k + 1},$$

$$\text{cov}(f_i, t_i) = \sum_{j=k}^n \frac{(f_i(j) - f_i^{\text{cp}})(t_i(j) - t_i^{\text{cp}})}{n - k + 1},$$

$$S(t_i) = \text{cov}(t_i, t_i) = \sum_{j=k}^n \frac{(t_i(j) - t_i^{\text{cp}})^2}{n - k + 1}.$$

Шаг 6. Расчет угла наклона линий регрессии (показывает, насколько изменится значение минимума или максимума фактора с ростом шага):

$$\theta_i = \text{cov}(f_i, t_i) / \text{cov}(t_i, t_i).$$

Шаг 7. Вычисление коэффициента детерминации R^2 , который используется в качестве меры выраженности в данных наблюдениях линейной связи между переменными (между трендом и самими значениями) и определяет, насколько хорошо подобрана регрессия:

$$\text{если } \text{cov}(f_i, t_i) = 0 \text{ (} t_i, t_i \text{) = 0, то } R^2 = 0,$$

$$\text{иначе } R^2 = \left(\frac{\text{cov}(f_i, t_i)}{\sqrt{\text{cov}(t_i, t_i)} \times \sqrt{\text{cov}(f_i, f_i)}} \right)^2.$$

Минимальное значение коэффициента детерминации равно нулю. В этом случае тенденция линейной связи между переменными не обнаруживается, т. е. подобранная модель не объясняет изменчивость переменной f_i .

Максимальное значение коэффициента детерминации равно единице. В этом случае тенденция линейной связи между переменными выражена в наибольшей степени: все значения f_i располагаются на одной прямой $f_i = \alpha_i + \theta_i * t$. Это означает, что подобранная модель в полной мере объясняет изменчивость переменной f_i .

Таким образом, для коэффициента детерминации справедливо соотношение $0 \leq R^2 \leq 1$. При работе с эмпирическими данными в классических эконометрических расчетах крайние значения для R^2 недостижимы. Однако смоделированные по итогам симуляции результаты не являются случайными переменными, а регрессионный анализ используется для классификации сценариев в качестве метода машинного обучения. Поэтому возможны случаи, когда коэффициент детерминации равен единице, например, если динамика изучаемой переменной строго растет или падает в результате проведенного моделирования.

Переход к шагу 12.

Шаг 8. Определяются средние значения для каждого множества $f_i^{\min}$, $f_i^{\max}$, $t_i^{\min}$ и $t_i^{\max}$:

$$f_i^{\min \text{cp}} = \sum_{j=1}^{\text{col}_i^{\min}} \frac{f_i^{\min}(j)}{\text{col}_i^{\min}},$$

$$t_i^{\min \text{cp}} = \sum_{j=1}^{\text{col}_i^{\min}} \frac{t_i^{\min}(j)}{\text{col}_i^{\min}},$$

$$t_i^{\max \text{cp}} = \sum_{j=1}^{\text{col}_i^{\max}} \frac{t_i^{\max}(j)}{\text{col}_i^{\max}}.$$

Шаг 9. Расчет ковариаций и дисперсий для ЭТИХ множеств:

$$\text{cov}(f_i^{\max}, f_i^{\max}) = \sum_{j=1}^{\text{col}_i^{\max}} \frac{(f_i^{\max}(j) - f_i^{\max \text{cp}})^2}{\text{col}_i^{\max}},$$

$$\text{cov}(t_i^{\max}, t_i^{\max}) = \sum_{j=1}^{\text{col}_i^{\max}} \frac{(t_i^{\max}(j) - t_i^{\max \text{cp}})^2}{\text{col}_i^{\max}},$$

$$\begin{aligned} \text{cov}(f_i^{\max}, t_i^{\max}) &= \\ &= \sum_{j=1}^{\text{col}_i^{\max}} \frac{(f_i^{\max}(j) - f_i^{\max \text{cp}})(t_i^{\max}(j) - t_i^{\max \text{cp}})}{\text{col}_i^{\max}}, \end{aligned}$$

$$\text{cov}(f_i^{\min}, f_i^{\min}) = \sum_{j=1}^{\text{col}_i^{\min}} \frac{(f_i^{\min}(j) - f_i^{\min \text{cp}})^2}{\text{col}_i^{\min}},$$

$$\text{cov}(t_i^{\min}, t_i^{\min}) = \sum_{j=1}^{\text{col}_i^{\min}} \frac{(t_i^{\min}(j) - t_i^{\min \text{cp}})^2}{\text{col}_i^{\min}},$$

$$\begin{aligned} \text{cov}(f_i^{\min}, t_i^{\min}) &= \\ &= \sum_{j=1}^{\text{col}_i^{\min}} \frac{(f_i^{\min}(j) - f_i^{\min \text{cp}})(t_i^{\min}(j) - t_i^{\min \text{cp}})}{\text{col}_i^{\min}}. \end{aligned}$$

Шаг 10. Вычисление коэффициента детерминации R^2 аналогично шагу 7.

Шаг 11. Расчет угла наклона линий регрессии для двух множеств точек перегибов:

$$\theta_i^{\max} = \text{cov}(f_i^{\max}, t_i^{\max}) / \text{cov}(t_i^{\max}, t_i^{\max}),$$

$$\theta_i^{\min} = \text{cov}(f_i^{\min}, t_i^{\min}) / \text{cov}(t_i^{\min}, t_i^{\min}).$$

Шаг 12. Определение типа элементарного сценария на основе вычисленных параметров регрессии.

Шаг 13. Определение остальных параметров линий регрессии для графического представления результатов моделирования. Линия регрессии представлена формулой $y = \alpha + \theta x$. Параметры для верхней и нижней (по точкам перегиба ло-

кальных максимумов и минимумов) линии регрессии вычисляются по формулам:

$$\infty_i^{\max} = f_i^{\max \text{cp}} - \theta_i^{\max} t_i^{\max \text{cp}},$$

$$\infty_i^{\min} = f_i^{\min \text{cp}} - \theta_i^{\min} t_i^{\min \text{cp}}.$$

Шаг 14. Получение выражений для линий регрессии:

$$f_i^{\max}(t) = \varphi_i^{\max} + \theta_i^{\max} t,$$

$$f_i^{\min}(t) = \alpha_i^{\min} + \theta_i^{\min} t,$$

по которым находятся координаты линий для визуального представления.

4. ПРИМЕР ИСПОЛЬЗОВАНИЯ АЛГОРИТМА СЦЕНАРНО-СОБЫТИЙНОЙ ИДЕНТИФИКАЦИИ

В качестве примера работы алгоритма приведем результаты исследования довольно известной модели регулирования экологической ситуации в регионе [2]. Структура модели представлена на рис. 3.

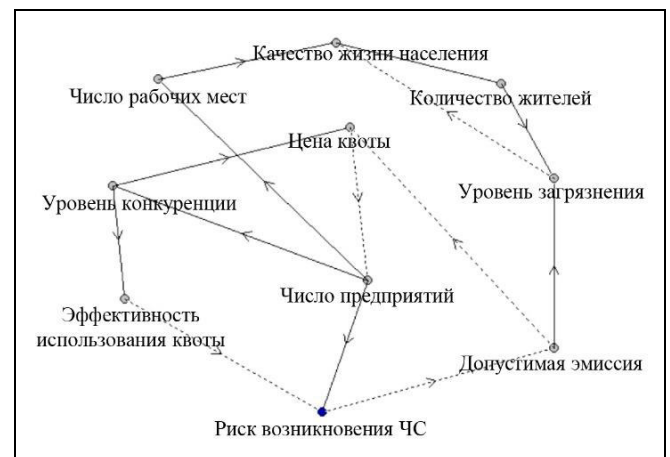


Рис. 3. Структура модели регулирования экологической ситуации в регионе

На рис. 4 приведен пример графического представления полученной в результате моделирования динамики двух факторов модели управления ликвидацией последствий чрезвычайной ситуации с наложенными линиями регрессии (слева) и отдельно линии регрессии (справа). Тестовое описание автоматически сгенерированного в соответствии с результатом анализа сценария представлено в табл. 3, а в табл. 4 представлен пример результатов расчета параметров регрессии. Прописными буквами обозначены факторы, изменение динамики которых привело к формированию нового события в сценарии.

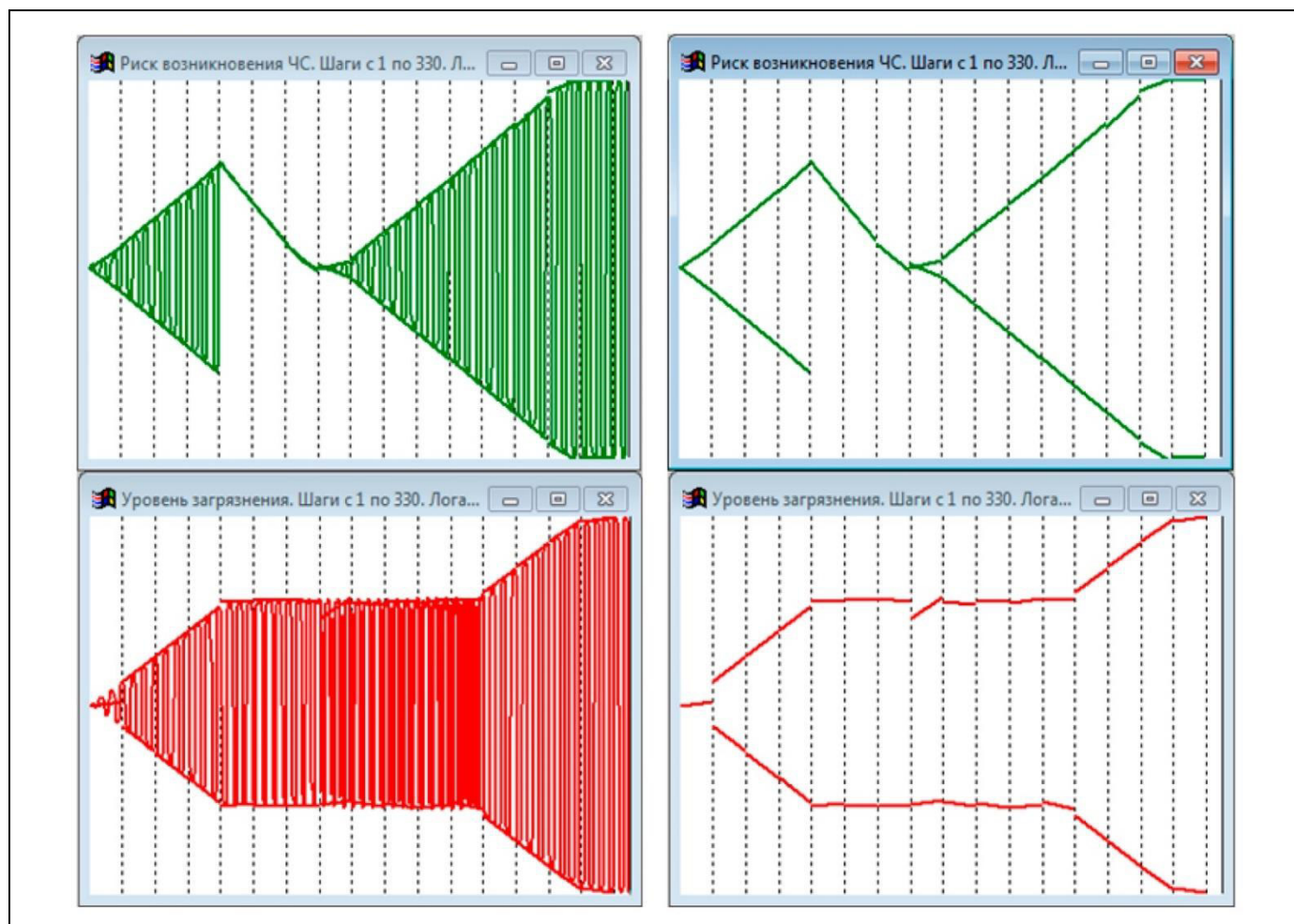


Рис. 4. Графики динамики факторов модели и линий регрессий

Таблица 3

Текстовое описание сценария

№ этапа	Шаги		Поведение факторов, формирующих события (этапы) сценария
	от	до	
1	1	20	«Риск возникновения ЧС» – Постоянно «Уровень загрязнения» – Постоянно
2	21	40	«РИСК ВОЗНИКНОВЕНИЯ ЧС» – НЕСТАБИЛЬНО «УРОВЕНЬ ЗАГРЯЗНЕНИЯ» – РАСТЕТ
3	41	100	«Риск возникновения ЧС» – Нестабильно «УРОВЕНЬ ЗАГРЯЗНЕНИЯ» – НЕСТАБИЛЬНО
4	101	120	«РИСК ВОЗНИКНОВЕНИЯ ЧС» – УМЕНЬШАЕТСЯ «УРОВЕНЬ ЗАГРЯЗНЕНИЯ» – РАСТЕТ
5	121	140	«Риск возникновения ЧС» – Уменьшается «УРОВЕНЬ ЗАГРЯЗНЕНИЯ» – НЕСТАБИЛЬНО
6	141	160	«Риск возникновения ЧС» – Уменьшается «УРОВЕНЬ ЗАГРЯЗНЕНИЯ» – УМЕНЬШАЕТСЯ

См. окончание табл. 3



Окончание табл. 3

№ этапа	Шаги		Поведение факторов, формирующих события (этапы) сценария
	от	до	
7	161	180	«РИСК ВОЗНИКНОВЕНИЯ ЧС» – НЕСТАБИЛЬНО
			«УРОВЕНЬ ЗАГРЯЗНЕНИЯ» – РАСТЕТ
8	181	220	«Риск возникновения ЧС» – Нестабильно
			«УРОВЕНЬ ЗАГРЯЗНЕНИЯ» – УМЕНЬШАЕТСЯ
9	221	240	«Риск возникновения ЧС» – Нестабильно
			«УРОВЕНЬ ЗАГРЯЗНЕНИЯ» – РАСТЕТ
10	241	260	«Риск возникновения ЧС» – Нестабильно
			«УРОВЕНЬ ЗАГРЯЗНЕНИЯ» – УМЕНЬШАЕТСЯ
11	261	320	«Риск возникновения ЧС» – Нестабильно
			«УРОВЕНЬ ЗАГРЯЗНЕНИЯ» – НЕСТАБИЛЬНО
12	321	340	«РИСК ВОЗНИКНОВЕНИЯ ЧС» – УСТОЙЧИВОЕ СОСТОЯНИЕ
			«Уровень загрязнения» – Нестабильно

Таблица 4

Результаты расчета параметров регрессии

Шаги		Имя вершины	Id	Описание сценария	$R^2_{\max}$	$R^2_{\min}$	$\theta_{\max}$	$\theta_{\min}$
от	до							
1	2	3	4	5	6	7	8	9
		...						
20	40	Риск возникновения ЧС	5	Нестабильно	0,9997	0,9965	0,230	–0,235
20	40	Уровень загрязнения	5	Нестабильно	1,0000	0,9932	0,247	–0,235
40	60	Риск возникновения ЧС	5	Нестабильно	0,9925	0,9990	0,232	–0,231
40	60	Уровень загрязнения	5	Нестабильно	1,0000	0,9970	0,230	–0,232
60	80	Риск возникновения ЧС	5	Нестабильно	0,9966	0,9999	0,235	–0,234
60	80	Уровень загрязнения	5	Нестабильно	0,9947	0,9991	0,232	–0,234
80	100	Риск возникновения ЧС	2	Уменьшается	0,9994	0,9994	–0,344	–0,344
80	100	Уровень загрязнения	1	Растет	0,9356	0,7590	0,013	0,033
100	120	Риск возникновения ЧС	2	Уменьшается	1,0000	1,0000	–0,339	–0,339
100	120	Уровень загрязнения	5	Нестабильно	0,9999	0,9997	0,005	–0,010
120	140	Риск возникновения ЧС	2	Уменьшается	0,9601	0,9601	–0,235	–0,235
320	340	Уровень загрязнения	5	Нестабильно	0,9965	0,9975	0,034	–0,029
		...						

Таким образом, кроме использования аналитических результатов при формировании функциональных зависимостей в структуре модели, появляется возможность автоматической генерации полученного сценария не только в графическом виде, но и в форме по-событийного текста сценария. Типовые описания динамик факторов, значимых для формирования событий («Уменьшается», «Растет» и т. п.), можно заменить на термины предметной области, получая тем самым текст сценария в виде, привычном для ЛПР. Например, для фактора «Политическая обстановка» «Растет» использовать термин «Благоприятная для РФ». Таким образом, для каждого фактора в программно-аналитическом

комплексе можно определить свой набор терминов описания его поведения, которые в виде словаря предметной области сохраняются в едином файле структуры модели.

На этом же примере можно проиллюстрировать иерархию связей. Например, существует иерархия моделей (рис. 5), такая что модель регулирования экологической ситуации в регионе (модель В) связана с моделью социальной стабильности (модель А). Причем в обеих моделях в структуре имеется фактор «Качество жизни населения». В модели А он имеет идентификатор А9 а в модели В идентификатор В4. Между этими моделями существует связь – дуга D_{B4A9} .

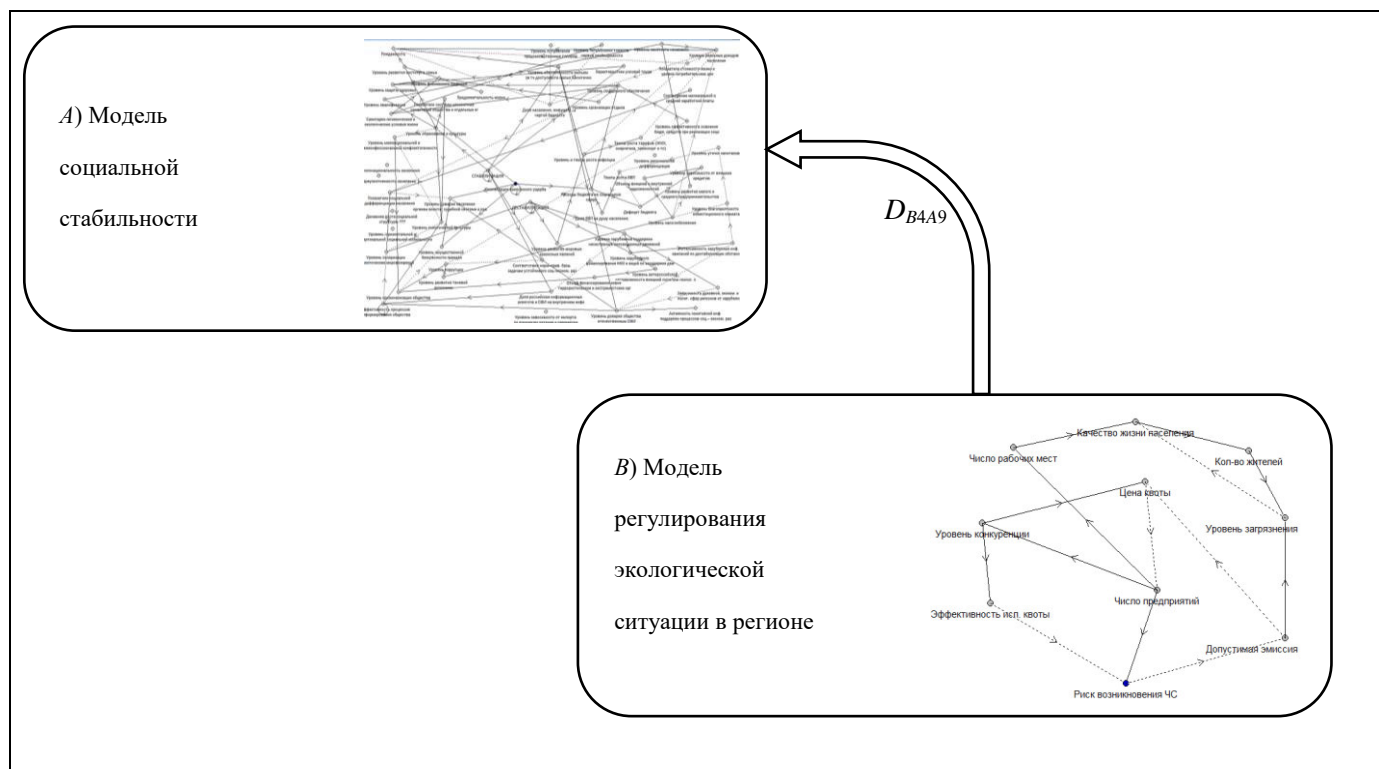


Рис. 5. Пример иерархии сценарной модели

Одной из причин социальной напряженности может являться снижение качества жизни населения, причем не одномоментные колебания этого фактора, а относительно долговременные и имеющие негативную историю в прошлом тенденции, что вполне соответствует реальности. К тому же будем полагать, что строго негативные тенденции оказывают намного более сильное влияние на социальную напряженность, чем прочие. Поэтому вполне обоснованным представляется формирование функционала одной из связей между этими моделями на основе сценарно-событийной идентификации. Тогда вес дуги D_{B4A9} мог бы быть, например, таким:

$$D_{B4A9} = \text{iif}(SC_{B4}=2 \text{ and } TS_{B4}=10 \\ \text{and } \text{dol}_{B4}(2) = 25, 2I_{B4}, 0).$$

Это означает следующее: если изменение параметра вершины $B4$ является падением ($SC_{B4} = 2$) и такая динамика сохранялась на протяжении десяти шагов моделирования ($TS_{B4} = 10$), причем эта же динамика в совокупности имела место в течении 25 % всего прошедшего времени моделирования ($\text{dol}_{B4}(2) = 25$), то по дуге D_{2j1i} в каждый момент времени проходит импульс, равный $2I_{B4}$. Если динамика параметра иная, то влияние ничтожно. В данном упрощенном примере рассмотренная ситуация означает разрыв дуги, хотя, безусловно, в модели можно выстроить ряд вложенных логических выражений, отражающих подобные ситуации.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Представленная в работе технология сценарного моделирования реализована в пилотном варианте программно-аналитического комплекса сценарного моделирования, целью разработки которого является автоматизация процессов сценарного исследования социально-экономических систем [2]. Программный комплекс предназначен для использования в рамках систем поддержки принятия решений с целью опережающей оценки их эффективности на основе анализа генерируемых альтернативных сценариев развития исследуемых ситуаций, процессов и явлений.

Практическая апробация предложенного подхода к расширению моделирующих возможностей показала высокую эффективность в процессе сценарного исследования сложных моделей социально-экономических систем. Применение предложенного подхода и алгоритма сценарно-событийной идентификации позволило реализовать механизм событийных функциональных взаимосвязей между факторами модели, в частности многослойного (в том числе – иерархического) представления структуры мультимодели, что обеспечивает возможность эффективного применения знаний экспертов в различных предметных



областях на стадиях разработки и исследования процессов развития социально-экономических и политических систем.

Программная реализация разработанного алгоритма позволила повысить качество визуализации результатов моделирования благодаря возможности представления текста сценария в терминах предметной области. Кроме того, появилась возможность передачи текущих аналитических данных моделирования в режиме реального времени в сторонние программные комплексы. В настоящее время, в частности, реализован такой интерфейс с геоинформационной системой «Панорама» и системами мониторинга информационного пространства.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Модели и методы анализа и синтеза сценариев развития социально-экономических систем: в 2-х кн.* / Под ред. В.Л. Шульца и В.В. Кульбы. – М.: Наука, 2012. Кн. 1. – 304 с., кн. 2. – 358 с. [*Modeli i metody analiza i sinteza scenarijev razvitiya so-cial'no-ekonomicheskikh sistem: v 2-h kn.* / Pod red. V.L. Shul'ca i V.V. Kul'by. – М.: Nauka, 2012. Кн. 1. – 304 с., кн. 2. – 358 с. (In Russian)]
2. Дранко О.И., Новиков Д.А., Райков А.Н., Чернов И.В. Управление развитием региона. Моделирование возможностей. – М.: URSS, ООО «ЛЕНАНД», 2023. – 432 с. [*Dranko O.I., Novikov D.A., Rajkov A.N., Chernov I.V. Upravlenie razvitiem regiona. Modelirovanie vozmozhnostej.* – М.: URSS, ООО «ЛЕНАНД», 2023. – 432 с. (In Russian)]
3. Авдеева З.К., Коврига С.В. О постановке задач управления ситуацией со многими активными субъектами с использо-

ванием когнитивных карт // Управление большими системами. – 2017. – Вып. 68. – С. 74–99. [Avdeeva, Z.K., Kovriga S.V. On the Statement of Control Problems of the Situation with Many Active Stakeholders with Use of Cognitive Maps // Large-Scale Systems Control. – 2017. – Vol. 68. – P. 74–99. (In Russian)]

4. Plonsky, O., Apel, R., Ert, E., et al. Predicting Human Decisions with Behavioral Theories and Machine Learning // arXiv. – 2019. – DOI: <https://doi.org/10.48550/arXiv.1904.06866>.
5. Stulp, F., and Sigaud, O. Many Regression Algorithms, One Unified Model: A Review // Neural Networks. – 2015. – Vol. 69. – P. 60–79.
6. Wooldridge, J.M. Introductory Econometrics: A Modern Approach // Boston: Cengage Learning, 2019.

Статья представлена к публикации членом редколлегии академиком РАН Д.А. Новиковым.

Поступила в редакцию 04.04.2023,
после доработки 16.05.2023.
Принята к публикации 18.05.2023.

Чернов Игорь Викторович – канд. техн. наук, Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН, г. Москва,
✉ ichernov@gmail.com

ORCID iD: <https://orcid.org/0000-0002-8776-3064>

© 2023 г. Чернов И.В.



Эта статья доступна по лицензии Creative Commons «Attribution» («Атрибуция») 4.0 Всемирная.

SCENARIO-COGNITIVE MODELING OF COMPLEX SYSTEMS BASED ON EVENT-DRIVEN IDENTIFICATION OF FACTOR DYNAMICS

I.V. Chernov

Trapeznikov Institute of Control Sciences, Russian Academy of Sciences, Moscow, Russia

✉ ichernov@gmail.com

Abstract. This paper is devoted to methodological problems of increasing the effectiveness of scenario analysis and modeling of development processes in socio-economic systems. The corresponding results can be used in management decision support systems for proactive evaluation of their effectiveness. Several limitations of the traditional approach to scenario-cognitive modeling are considered; due to these limitations, the resulting scenario neglects key events directly affecting the assessment of the current situation and decision-making. A novel approach is proposed to identify and analyze the dynamics of factor values when studying the model as well as to form additional scenario-event relationships between the factors in order to increase the adequacy of the model to the situation. A computational algorithm is developed to analyze the dynamics of factor values of the model. This algorithm is implemented and tested within the program-analytical complex of scenario modeling. Finally, an example of using the algorithm is given.

Keywords: control, scenario approach, graph models, simulation modeling, event identification, factors, verification.

АДАПТИВНЫЙ АЛГОРИТМ КОРРЕКЦИИ ПО РАССТОЯНИЮ МЕЖДУ СТОПАМИ В НАВИГАЦИИ ПЕШЕХОДА

А.В. Брагин

Аннотация. Предложен новый алгоритм коррекции в задаче автономной навигации пешехода при помощи инерциальных измерительных блоков, закрепленных на стопах. Основой автономной пешеходной навигации является интегрирование упрощенных уравнений инерциальной навигации и коррекция навигационного решения по нулевой скорости. В отсутствие внешней информации, такой как сигналы спутниковых навигационных систем или сигналы локальных сетей Wi-Fi, Bluetooth, необходимо применять дополнительные методы коррекции. Два основных класса таких методов – коррекция по информации об ограниченности расстояния между стопами (требует установки блоков на каждую стопу) и информация о прямолинейности движения. Первый метод не учитывает неравноточность инерциальных блоков, а второй существенно зависит от типа траектории. В работе предпринята попытка избавиться от недостатков обоих методов. Новый алгоритм представляет из себя адаптивный вариант коррекции по расстоянию между стопами. Адаптивность обеспечивается изменением матрицы измерений для блока, который считается менее точным. Вывод о точности делается на основе анализа траектории, при котором используется информация о прямолинейности движения. Приведены результаты проверки алгоритма на экспериментальных данных. Применение нового алгоритма позволило увеличить точность навигации. Разработанный метод целесообразно применять в составе комплексной системы пешеходной навигации при отсутствии внешней информации.

Ключевые слова: инерциальный измерительный блок, навигация пешехода, навигация внутри помещений, инерциальная навигация, алгоритмы коррекции.

ВВЕДЕНИЕ

Задача навигации пешехода – относительно новая область науки и техники, в которой разрабатываются методы и устройства для определения местоположения, специфичные именно для навигации людей [1, 2]. Эти методы в основном ориентированы на позиционирование человека в помещении, поскольку на открытой местности, как правило, доступны сигналы спутниковых навигационных систем, которые можно использовать для позиционирования человека. В помещениях есть два варианта навигации – автономный и опирающийся на предустановленную инфраструктуру.

Первый может быть полезен военным, пожарным, геологам при исследовании пещер, а также всем тем, кто не может обеспечить развертывание инфраструктуры в нужном месте заранее. Основным инструментом в таком сценарии – инерциальные датчики (акселерометры и гироскопы), а также другие устройства, помогающие корректировать

навигационное решение, полученное по инерциальным датчикам, но не требующие инфраструктуры. Среди наиболее часто используемых устройств можно выделить магнитометры и видеокамеры. Комплексирование инерциальных датчиков с ними дает хорошие результаты, однако всегда возможны ситуации, когда любая информация, кроме инерциальной, может оказаться мало достоверной. Для камеры такой ситуацией является слабая освещенность или высокоинтенсивное движение носителя, для магнитометров – нахождение в среде с большим количеством магнитных аномалий (типичная проблема в зданиях с большим количеством металлоконструкций) и т. д. Поэтому повышение точности автономного решения навигационной задачи остается актуальным.

Второй вариант (использование предустановленной инфраструктуры) подходит для навигации в помещениях (торговых центрах, медицинских учреждениях, на производстве). В помещении, как правило, можно развернуть на всей площади объ-

екта сеть устройств, излучающих какие-либо сигналы (обычно это Wi-Fi, Bluetooth или Ultra-Wide Band (UWB)). Пользователь снабжается устройством, принимающим эти сигналы. Местоположение его можно определить с помощью различных методов, основанных, например, на работе со временем от излучения до получения сигнала (*Time of Arrival* – ToA), или уровня принимаемого сигнала (*Received Signal Strength Indicator* – RSSI) [3, 4].

В настоящей работе рассматривается первый вариант – автономная навигация пешехода, когда единственным источником информации служат инерциальные измерительные блоки (ИИБ), прикрепленные к стопам. Первые работы по данной тематике появились в 1990-х гг. [5]. Применение автономной навигации пешехода виделось автору работы [5] в первую очередь военным. Уже тогда были предложены основные идеи, позволяющие решать задачу инерциальной навигации путем применения дешевых и низкоточных микромеханических (МЭМС) инерциальных датчиков. Главная идея – крепление к стопе, чтобы в фазах опоры (когда стопа человека стоит на земле) корректировать навигационное решение по нулевой скорости (в англоязычной литературе *Zero velocity UpdaTe* – ZUPT). Тогда же возникла и идея использования расстояния между стопами [6] (для краткости будем называть такой способ коррекции *Distance UPdaTe* – DUPT) как дополнительного измерения, призванного уменьшить ошибку курса, которая не устраняется коррекцией по нулевой скорости и потому растет неограниченно. Этот способ дает информацию только о разности курсов двух ИИБ [7], но в случае симметричности ошибок курса (т. е. когда ошибки противоположны по знаку и одинаковы по модулю) позволяет уменьшить абсолютную ошибку координат [8]. Эта идея получила развитие в более поздних работах, в которых было показано, что такой способ коррекции позволяет уменьшить ошибку позиционирования [9, 10]. Другой способ уменьшения ошибки курса был предложен еще несколько позднее. Главная идея этого способа – коррекция угла курса на основе информации о том, что в здании человек в основном движется вдоль стен. При этом направления стен используются как измерения курса для коррекции навигационного решения [11, 12]. Общее название таких методов – *heuristic drift elimination* (HDE). Эти методы также получили развитие в работах [13, 14]: авторы пытались увеличить надежность алгоритма, обнаруживающего прямолинейное движение пешехода, который играет ключевую роль в HDE.

Описанные выше методы коррекции на основе DUPT и HDE имеют свои сильные и слабые стороны. Первый универсален, поскольку использует информацию о том, что расстояние между стопами человека ограничено сверху, однако он не учитывает, что ошибки курса двух ИИБ могут отличаться по величине и необязательно являются симметричными. Другими словами, DUPT просто притягивает координаты левой и правой ног к средней точке. Метод HDE имеет значительное преимущество перед DUPT в случае, если человек движется в здании по прямым вдоль стен, поскольку в этом случае корректируется абсолютный (а не относительный, как в случае DUPT) курс ИИБ. Однако качество работы HDE ухудшается при усложнении траектории, когда прямолинейных участков становится мало. Именно поэтому основное направление улучшения HDE – ужесточение критериев прямолинейности движения. Но при таком подходе в случае сложной траектории коррекция будет практически все время отключена.

В данной работе предлагается алгоритм, в котором одновременно используется информация о расстоянии между стопами и о прямолинейности движения. При этом последняя используется лишь для настройки DUPT, а не для коррекции навигационного решения. Тем самым делается попытка исправить симметричный характер DUPT-коррекции и заодно избавиться от главной проблемы HDE – низкой надежности в случае сложных траекторий.

Статья организована следующим образом. В § 1 кратко описан базовый алгоритм пешеходной навигации, в § 2 и 3 – HDE и DUPT соответственно. В § 4 описан новый алгоритм, а в § 5 приведены результаты работы всех алгоритмов на экспериментальных данных.

1. БАЗОВЫЙ АЛГОРИТМ

В пешеходной навигации обычно применяются МЭМС-датчики, имеющие низкую точность. В большинстве работ по пешеходной навигации (см. например, публикации [15, 16]) используются упрощенные уравнения инерциальной навигации в прямоугольной системе координат, связанной с Землей. При этом скорость вращения Земли и ее сферичность не учитываются.

Положение пешехода отождествляется с положением ИИБ, который состоит из блока акселерометров и блока гироскопов. Блок акселерометров обычно состоит из трех одноосных датчиков со своими чувствительными массами, однако рассто-



яние между ними мало и в случае низкоточных систем им обычно пренебрегают, говоря об обобщенной чувствительной массе (обозначим ее точкой M). Положение ИИБ задается положением точки M . Если блок закреплен на стопе, определяется положение стопы. Начало траектории обозначается точкой O .

Введем системы координат (с. к.), необходимые для дальнейшего изложения:

- $Ms = Ms_1s_2s_3$ – приборная с. к., в ней известны показания инерциальных датчиков.

- $M's' = M's'_1s'_2s'_3$ – модель приборной с. к., реализованная в вычислителе, будем называть ее модельной с. к.

- $On = On_1n_2n_3$ – опорная с. к., в ней решаются уравнения движения. Ось On_3 направлена вверх. Оси On_1, On_2 лежат в плоскости горизонта. Их направление произвольно, поскольку низкоточные датчики угловой скорости (ДУС) не позволяют определить начальный угол курса. Обычно он полагается равным нулю. В таком случае одна из горизонтальных осей опорной с. к. совпадает с проекцией продольной оси приборной с. к. в плоскость горизонта в начальный момент времени.

- $Oz = Oz_1z_2z_3$ – квазиинструментальная с. к. [17]. Эта система координат понадобится для преобразования уравнений ошибок. Она получается в результате перехода от приборной системы координат с помощью модельных (полученных вычислителем) параметров ориентации.

Связь систем координат можно видеть на диаграмме (рис. 1), для удобства начала всех с. к. помещены в точку O , т. е. с. к. Os', Os – результат параллельного переноса $M's', Ms$ в точку O :

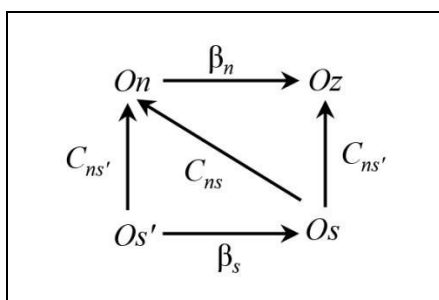


Рис. 1. Связь систем координат

Здесь β_s, β_n – векторы малого поворота; $C_{ns'}$ – матрица ориентации, связывающая модельную и опорную с. к.; C_{ns} – матрица ориентации, связывающая приборную и опорную с. к.

Уравнения движения ИИБ (будем называть их опорными уравнениями) состоят из двух групп:

- Второго закона Ньютона, описывающего движение точки M :

$$\begin{aligned}\dot{p}_n &= v_n, \\ \dot{v}_n &= C_{ns}f_s + g_n.\end{aligned}$$

- Уравнения Пуассона, описывающего изменение ориентации приборной с. к. относительно опорной:

$$\dot{C}_{ns} = -C_{ns}\hat{\omega}_s, \hat{\omega}_s = \begin{bmatrix} 0 & \omega_{s3} & -\omega_{s2} \\ -\omega_{s3} & 0 & \omega_{s1} \\ \omega_{s2} & -\omega_{s1} & 0 \end{bmatrix}.$$

Здесь p_n – вектор координат в навигационной с. к.; v_n – вектор скорости в навигационной с. к.; C_{ns} – матрица ориентации, описывающая переход от приборной к навигационной с. к. (например, $p_n = C_{ns}p_s$); f_s – удельная сила, действующая на чувствительную массу акселерометра; ω_s – угловая скорость приборной с. к. относительно инерциальной; $g_n = (0, 0, -g)^T$, g – ускорение силы тяжести.

В вычислителе интегрируются уравнения, структурно повторяющие опорные. Будем называть их модельными. Обозначения модельных переменных, в отличие от идеальных, сопровождаются штрихом:

$$\begin{aligned}\dot{p}'_n &= v'_n, \\ \dot{v}'_n &= C_{ns'}f'_s + g_n, \\ \dot{C}_{ns'} &= -C_{ns'}\hat{\omega}'_s.\end{aligned}\quad (1)$$

Здесь $f'_s = f_s + r_s$, $\omega'_s = \omega_s - v_s$ – модели измерений датчиков; r_s, v_s – погрешности акселерометров и ДУС соответственно. Они считаются белыми шумами. Поскольку дрейфы МЭМС ДУС от запуска к запуску могут достигать сотен градусов в час, показания ДУС осредняются на этапе начальной выставки (определения начальных параметров ориентации), когда пешеход неподвижен, а затем полученные средние значения вычитаются из показаний ДУС при обработке. Это позволяет не включать смещения ДУС в вектор ошибок. Смещения акселерометров достаточно стабильны от запуска к запуску, поэтому их можно оценить заблаговременно и вычесть из показаний при обработке.

Интегрирование модельных уравнений (1) дает оценки координат, скоростей и ориентации ИИБ.

Коррекция навигационного решения по нулевой скорости (ZUPT–коррекция) происходит в фазе опоры, которая обнаруживается детектором движения, использующим измерения инерциальных датчиков. В литературе предложено множество детекторов движения – от простых детерминированных алгоритмов [18] до адаптивных [19] и нейросетевых [20, 21]. В данной работе использовался детектор движения, предложенный в статье [18].

Для коррекции применяется так называемый расширенный фильтр Калмана (РФК) [7]. Динамическая система – это уравнения ошибок, описывающие отличие значений модельных переменных от истинных. Уравнения ошибок получаются путем линеаризации уравнений движения в окрестности модельной траектории и могут быть записаны в разных переменных [17]. Было показано [7], что в задаче навигации пешехода целесообразно записывать уравнения ошибок в так называемых «динамических ошибках» [17]. Поэтому сразу приведем соответствующую форму:

$$\begin{aligned}\delta\dot{p}_n &= \delta v_n - p'_n \times v_n, \\ \delta\dot{v}_n &= -g_n \times \beta_n - v'_n \times v_n + r_n, \\ \dot{\beta}_n &= v_n.\end{aligned}\quad (2)$$

Здесь

$$\begin{aligned}\delta p_n &= \Delta p_n - p'_n \times \beta_n, \quad \Delta p_n = p'_n - p_n, \\ \delta v_n &= \Delta v_n - v'_n \times \beta_n, \quad \Delta v_n = v'_n - v_n,\end{aligned}$$

v_n, r_n – белые шумы, полученные из погрешностей v_s, r_s .

При обнаружении фазы опоры формируется измерение нулевой скорости в следующей форме [22]:

$$\left. \begin{aligned}Z &= v_n = 0 \\ Z' &= v'_n + r^{\text{ZUPT}}\end{aligned} \right\} \Rightarrow z = Z' - Z = v'_n + r^{\text{ZUPT}} =$$

$$= H^{\text{ZUPT}} x + r^{\text{ZUPT}},$$

$$H^{\text{ZUPT}} = \begin{bmatrix} 0 & I & 0 \end{bmatrix}, \quad x = \begin{pmatrix} \delta p_n \\ \delta v_n \\ \beta_n \end{pmatrix},$$

где r^{ZUPT} – шум измерения нулевой скорости, I – единичная матрица размера 3×3 . Это измерение обрабатывается РФК.

После получения оценки вектора состояния x^+ координаты, скорости и матрица ориентации, полученные в результате решения модельных уравнений, корректируются следующим образом (здесь верхний индекс «+» обозначает апостериорную оценку):

$$\begin{pmatrix} p'^{+}_n \\ v'^{+}_n \\ C'^{+}_{ns'} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} p'_n - (\delta p'_n - \hat{\beta}^+_n p'_n) \\ v'_n - (\delta v'_n - \hat{\beta}^+_n v'_n) \\ (I + \hat{\beta}^+_n) C'_{ns'} \end{pmatrix}.$$

Здесь $\hat{\beta}^+_n$ – это кососимметрическая матрица, составленная из компонент β^+_n . После коррекции вектор состояния обнуляется: $x^+ = 0$.

При описании алгоритмов коррекции далее будет приводиться только вид измерений и соответствующие матрицы, поскольку динамическая система (2) не претерпевает изменений.

2. DUPT-КОРРЕКЦИЯ

Предполагается [8–10], что во время движения пешехода выполнено неравенство

$$\|p'^l_n - p'^r_n\| < d.$$

Здесь $\|\cdot\|$ – норма вектора; d – константа, обозначающая максимальную длину шага; верхние индексы l и r здесь и далее обозначают принадлежность параметров левой или правой ноге. Рассмотрим измерения

$$Z^{\text{DUPT}} = \|p'^l_n - p'^r_n\| = d,$$

$$Z'^{\text{DUPT}} = \|p'^l_n - p'^r_n\| + r^{\text{DUPT}} = d' + r^{\text{DUPT}}.$$

Здесь r^{DUPT} – шум измерения расстояния между стопами с интенсивностью R^{DUPT} .

Если фиксируется нарушение условия $\|p'^l_n - p'^r_n\| < d$, то формируется измерение для уравнений ошибок (2) следующего вида:

$$z^{\text{DUPT}} = Z'^{\text{DUPT}} - Z^{\text{DUPT}} = \|p'^l_n - p'^r_n\| - d =$$

$$= H^{\text{DUPT}} x^{lr} + r^{\text{DUPT}}, \quad x^{lr} = \begin{pmatrix} x^l \\ x^r \end{pmatrix},$$

$$S^l = \frac{1}{d'} \begin{bmatrix} (p'^l_n - p'^r_n)^T & 0_{1 \times 3} & (p'^l_n - p'^r_n)^T \hat{p}'^l_n \end{bmatrix},$$

$$S^r = \frac{1}{d'} \begin{bmatrix} -(p'^l_n - p'^r_n)^T & 0_{1 \times 3} & -(p'^l_n - p'^r_n)^T \hat{p}'^r_n \end{bmatrix},$$

$$H^{\text{DUPT}} = \begin{bmatrix} S^l & S^r \end{bmatrix}.$$

Здесь x^{lr} – это объединенный вектор ошибок, соответствующий системе из двух ИИБ, левого и правого; $\hat{p}'^l_n, \hat{p}'^r_n$ – кососимметрические матрицы, соответствующие векторному произведению, т. е. $\hat{p}'^l_n p'^r_n = -p'^l_n \times p'^r_n$.



Видно, что матрица измерений обладает следующим свойством: $S^r = -S^l$. Следовательно, вектор ошибок, который вычисляется как $x^{lr+} = P\{H^{\text{DUPT}}\}^T (H^{\text{DUPT}} P\{H^{\text{DUPT}}\}^T + R^{\text{DUPT}})^{-1} z^{\text{DUPT}}$, также будет обладать свойством $x^{r+} = -x^{l+}$ при условии, что блоки матрицы ковариаций, соответствующие левой и правой БИНС, примерно равны (при одинаковых настройках РФК для обоих БИНС это условие выполнено). Здесь P обозначает матрицу ковариаций вектора x^{lr} . Из приведенного выше рассуждения следует, что траектории двух ног будут «притягиваться» к точке $\bar{p} = (p^l + p^r) / 2$.

Гипотеза, на которой базируется DUPT-коррекция – это симметричность ошибок курса двух ИИБ [8]. Фактически, считается, что наши ИИБ равноточны и нет оснований корректировать ИИБ в разной степени (сильнее «притягивать» одну ногу к другой). В данной работе предпринимается попытка учесть асимметрию, поскольку ИИБ могут быть неравноточны.

3. МЕТОД HDE

Описываемый ниже метод предназначен для одного ИИБ. В системе из двух ИИБ этот метод будет работать независимо для каждого блока.

Базовое предположение в алгоритмах типа HDE – пешеход движется в здании вдоль стен [11, 12]. При этом предположения относительно взаимного расположения стен могут быть различными. Обычно считается, что стены расположены под прямым углом. Выбираются направления стен. Например, если считается, что стены располагаются под прямым углом, то выбирается угол ψ_0^{wall} (обычно его полагают равным направлению первого прямолинейного участка), а три других угла получаются так: $\psi_i^{\text{wall}} = \psi_0^{\text{wall}} + \frac{\pi}{2}i, i = 1, 2, 3$.

Все время работает алгоритм, определяющий прямолинейность движения (будем называть его детектором прямолинейного движения и обозначать SLP – *Straight Line Path*), который анализирует несколько соседних следовых точек и выдает бинарный признак прямолинейного движения. Сначала для обнаружения прямолинейного движения проверяется, что длина шага больше некоторой заранее выбранной константы:

$$\|p_n'(t_{k+1}) - p_n'(t_k)\| > c.$$

Здесь $p'(t_i)$ – координаты следовой точки (момент времени t_i – конец фазы опоры); c – константа,

характеризующая минимально допустимую длину шага (при расчетах принято $c = 0,7$ м). Если указанное условие выполнено, формируется признак прямолинейного движения:

$$\text{SLP} = \text{SLP}(p_n(t_{k+1}), \dots, p_n(t_{k-N})).$$

В данной работе используется детектор прямолинейного движения, предложенный в публикации [13]. Для пяти соседних следовых точек вычисляется средний путевой угол «следовой дорожки» $\psi_{k-3:k+1}^{\text{step}}$:

$$\psi_{k-3:k+1}^{\text{step}} = \frac{1}{5} \sum_{i=k-3}^{k+1} \psi_i^{\text{step}},$$

$$\psi_i^{\text{step}} = \arctg \left(\frac{p_{n1}'(t_i) - p_{n1}'(t_{i-1})}{p_{n2}'(t_i) - p_{n2}'(t_{i-1})} \right);$$

затем вычисляется максимальное отклонение от него. Полученное отклонение сравнивается с константой c_ψ , характеризующей максимально допустимое отклонение от прямолинейного движения (при расчетах $c_\psi = 3^\circ$). Бинарный признак SLP формируется следующим образом:

$$\text{SLP} = \begin{cases} 1, & \max(|\psi_j^{\text{step}} - \psi_{k-3:k+1}^{\text{step}}|) < c_\psi, \\ & j = k-3, \dots, k+1 \\ 0, & \max(|\psi_j^{\text{step}} - \psi_{k-3:k+1}^{\text{step}}|) > c_\psi. \\ & j = k-3, \dots, k+1 \end{cases}$$

При обнаружении прямолинейного движения пешехода необходимо определить, вдоль какой стены он идет. Направления стен фиксированы и нужно выбрать одно из них. Для этого ищется «курс стены» ψ_{k+1}^{wall} , ближайший к направлению движения пешехода, которое отождествляется с углом ψ_{k+1}^{step} . Это нужно, чтобы сформировать измерение ошибки курса. Определяется ψ_{k+1}^{wall} следующим образом:

$$\psi_{k+1}^{\text{wall}} = \min_{i=1, \dots, N_w} (|\psi_{k+1}^{\text{step}} - \psi_{k+1}^{\text{wall}, i}|).$$

Здесь $\psi^{\text{wall}, i}, i = 1, \dots, N_w$ – направления стен; N_w – их количество (в данной работе $N_w = 4$).

Затем формируется корректирующее измерение для уравнений ошибок:

$$z_{k+1}^{\text{HDE}} = \psi_{k+1}^{\text{step}} - \psi_{k+1}^{\text{wall}} = H^{\text{HDE}} x + r^{\text{HDE}}.$$

Здесь r^{HDE} – шум измерений.

В работе [12] было показано, что допустимо следующее приближенное выражение для матрицы измерений:

$$H^{\text{HDE}} = \begin{bmatrix} 0_{1 \times 3} & 0_{1 \times 3} & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Это значит, что третья компонента угла малого поворота, соответствующая повороту вокруг вертикальной оси и описывающая ошибку курса ИИБ, отождествляется с ошибкой курса пешехода. Несмотря на грубость этого допущения, использование точной матрицы измерений, куда входят модельные углы курса и тангажа, не дает улучшения точности.

Метод HDE дает хорошие результаты в экспериментах, где пешеход действительно в основном движется вдоль стен. Однако в случае сложных траекторий (содержащих множество участков, на которых $SLP = 0$) качество коррекции резко ухудшается.

4. АДАПТИВНЫЙ DUPT – ADUPT

Стандартная DUPT-коррекция «симметрична», т. е. поправки к координатам, скоростям и ориентации обоих ИИБ примерно равны по модулю и противоположны по знаку. Оба ИИБ корректируются в равной степени. Однако если можно определить, что навигационное решение одного из ИИБ имеет более высокую точность, то следует учесть эту информацию.

В работе предлагается модификация алгоритма DUPT-коррекции, названная «адаптивным DUPT». Предлагается корректировать ИИБ в разной степени в зависимости от соотношения между их «мерами ошибок». Мера ошибки – это косвенная характеристика точности ИИБ. Информацию о мерах ошибок блоков можно получить из HDE. Для этого предлагается для каждого блока выполнять все этапы HDE, кроме коррекции, т. е. обнаруживать прямолинейные участки, выбирать ближайшую стену, находить отклонение от нее (формировать z^{HDE}). Мерой ошибки будет функция от z^{HDE} , конкретный ее вид будет приведен далее.

Иллюстрация этой идеи приведена на рис. 2. Пунктирные линии синего и красного цветов показывают независимые решения левого и правого ИИБ, т. е. решения только с применением ZUPT-коррекции. При этом очевидно, что точность навигационного решения левого блока хуже – ошибка курса растет быстрее, в результате траектория левого ИИБ сильнее отклоняется от направления стены (которое в данном случае совпадает с истинным направлением движения пешехода), чем траектория правого, что приводит к большей ошибке координат. Сплошные линии показывают те же решения после применения стандартной DUPT-коррекции. Видно, что траектории проходят посередине между независимыми решениями. Если бы меньшую точность навигационного решения левого блока удалось учесть, итоговую точность

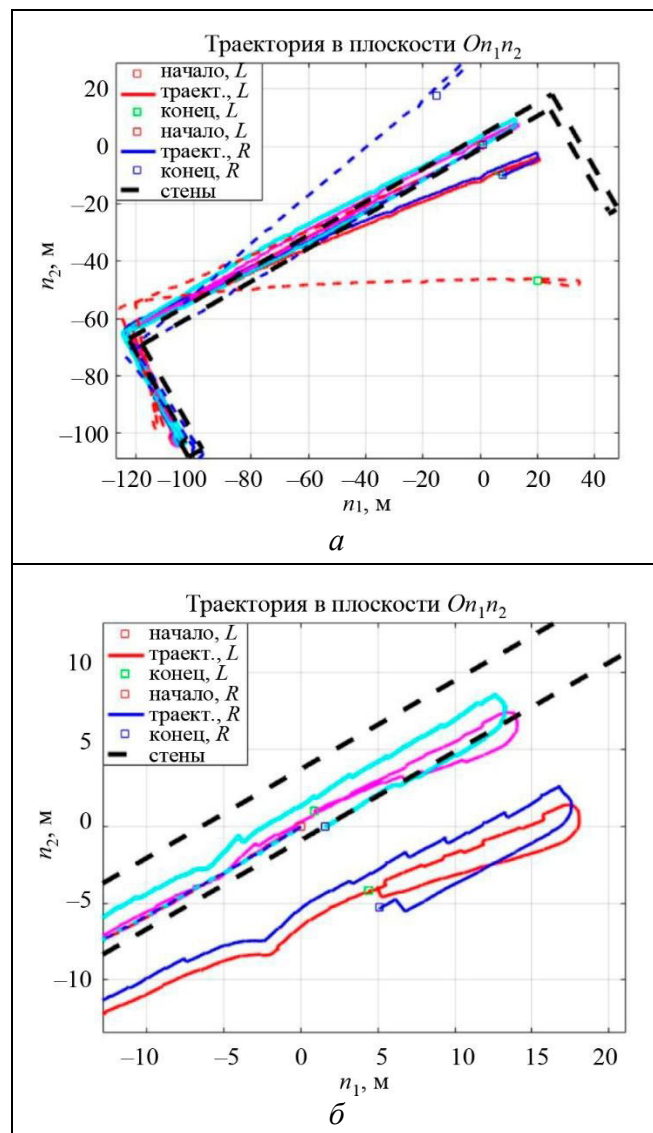


Рис. 2. Траектории левого и правого ИИБ при различных способах коррекции: а – траектория целиком, б – увеличенный фрагмент области возле стартовой точки

удалось бы повысить. Малиновая и голубая сплошные линии – результат применения адаптивной DUPT-коррекции. Разная скорость нарастания ошибки курса, выражающаяся в более сильном отклонении красной траектории, была учтена, и итоговая точность оказалась выше, чем у стандартного алгоритма (по условиям эксперимента пешеход двигался по замкнутой траектории и точность оценивалась как отклонение конечной точки от начальной). На рис. 2 видно, что голубая и фиолетовая линии приходят практически в ту же точку, откуда начинаются, в то время как синяя и красная сплошные линии приходят в точку, отстоящую от начала траектории примерно на 8-10 м. Далее будет описано, как именно вычислялись меры ошибок ИИБ, позволившие настроить DUPT-коррекцию, и как они вводились в алгоритм.



Мерой ошибки называется величина

$$\alpha_k^{l(r)} = \sum_{i=1}^k |z_i^{\text{HDE}, l(r)}|.$$

Она формируется после начала движения и обновляется, когда обнаруживается прямолинейное движение. То есть в моменты сложного движения используется накопленная к текущему моменту информация о мере ошибки каждого ИИБ. Далее формируется коэффициент α_k , который внесет несимметричность в DUPT, а именно, в матрицу измерений:

$$H^{\text{ADUPT}} = [\alpha_k S^l \quad (1 - \alpha_k) S^r].$$

Естественно потребовать, чтобы значение этого коэффициента стремилось к единице, если мера ошибки правого ИИБ стремится к нулю. Это значит, что при точном правом ИИБ корректируется только левый и чем ниже точность правого ИИБ, тем меньше коэффициент α_k и тем сильнее корректируется траектория правого ИИБ. Простейший вариант соотношения между α_k^l и α_k^r , дающий такой результат, имеет вид:

$$\alpha_k = \frac{\alpha_k^l}{\alpha_k^l + \alpha_k^r}.$$

На рис. 3 представлены графики изменения значений коэффициентов α_k^l и α_k^r и соответствующий им график изменения значения α_k . Эти значения посчитаны на траектории, приведенной на рис. 2. Видно, что значения α_k^l стабильно больше и благодаря этому значение коэффициента α_k превышает 0,5, т. е. низкая точность левого ИИБ учтена. Отметим, что в выборе функции, связывающей коэффициент α_k и меры ошибок каждого ИИБ, есть большой простор. Однако для проверки работоспособности метода был выбран самый простой вариант.

5. ПРОВЕРКА НА ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ ДАННЫХ И ОБСУЖДЕНИЕ

Чтобы выяснить работоспособность описанного алгоритма, была осуществлена его проверка на экспериментальных данных. Были проведены две серии экспериментов. Во всех экспериментах пешеход перемещался по замкнутым траекториям, т. е. возвращался в точку старта. Мерой точности было отклонение местоположения пешехода от стартовой точки в конце эксперимента. Сравнивалась средняя точность в каждой серии экспериментов.

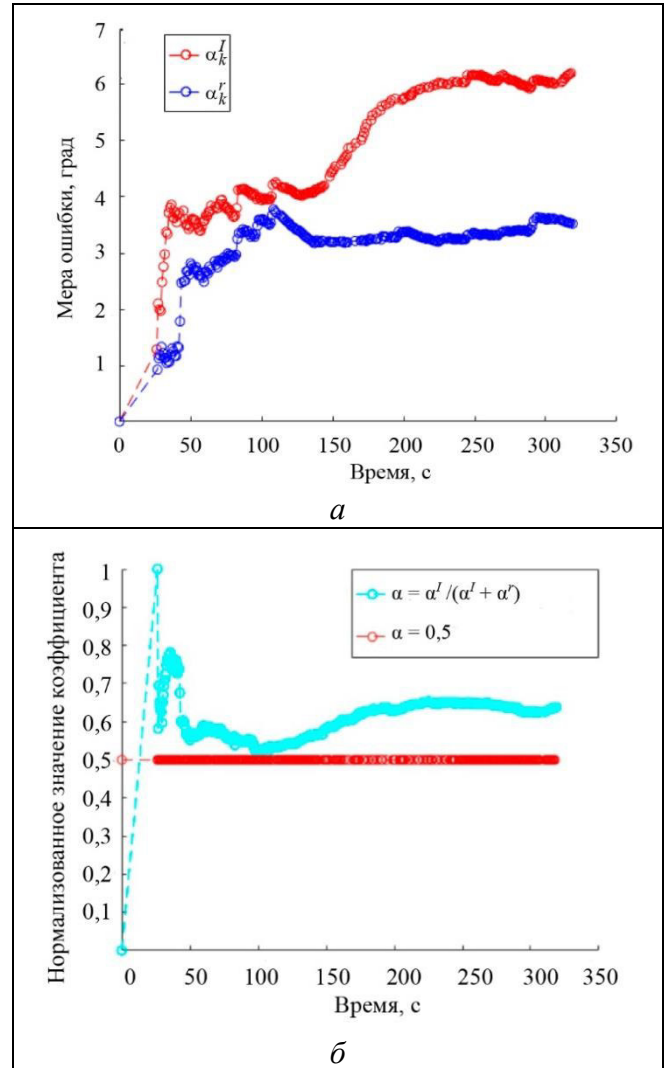


Рис. 3. Графики изменения значений коэффициентов для трека, приведенного на рис. 2: а – α_k^l и α_k^r , б – α_k

Использовались датчики MPU9250. Частота записи равнялась 125 Гц. Данные с датчиков передавались по Bluetooth на смартфон. Дрейфы от запуска к запуску достигали сотен градусов в час, поэтому в процессе начальной выставки, когда блок был неподвижен, показания ДУС осреднялись и полученное значение вычиталось из сигнала при последующей обработке. Нестабильность нулевого сигнала по вариации Аллана оценивалась в 8 градусов в час, что очень много для навигационных задач, но типично для микроэлектромеханических датчиков. Внешний вид датчика и способ крепления на стопах приведен на рис. 4.

Первая серия состояла из 60 записей длиной 1, 3, 5 и 10 мин. В экспериментах участвовало 15 испытуемых. Пешеход перемещался в здании исключительно вдоль стен. Спутниковое изображение здания, в котором проводились эксперименты, и вид типовой траектории приведены на рис. 5.

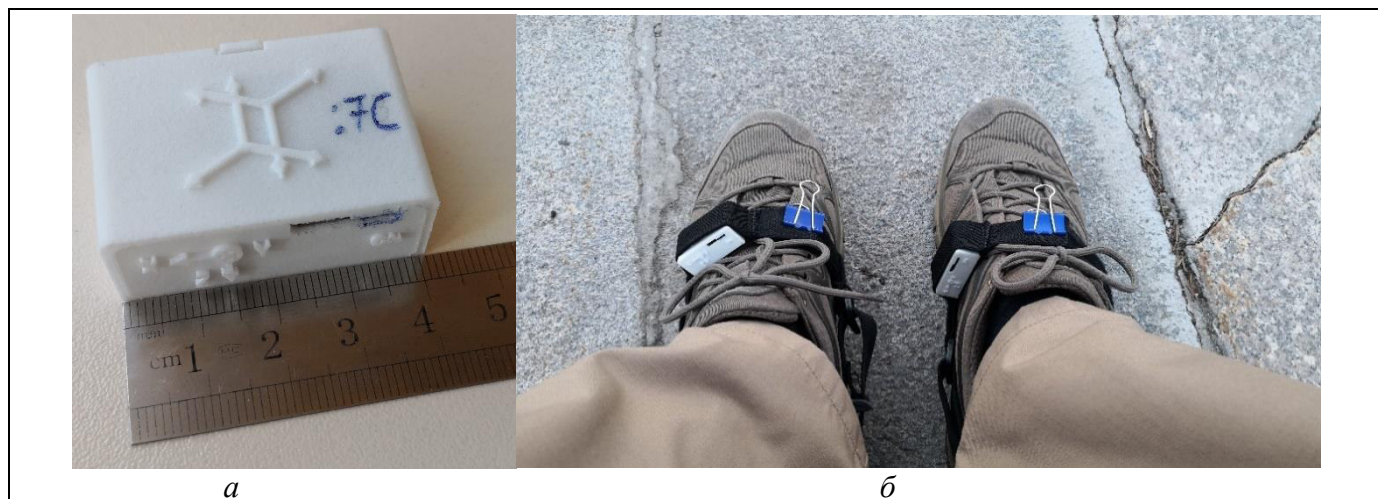


Рис. 4. Внешний вид датчика (а) и способ крепления датчиков на стопах (б)

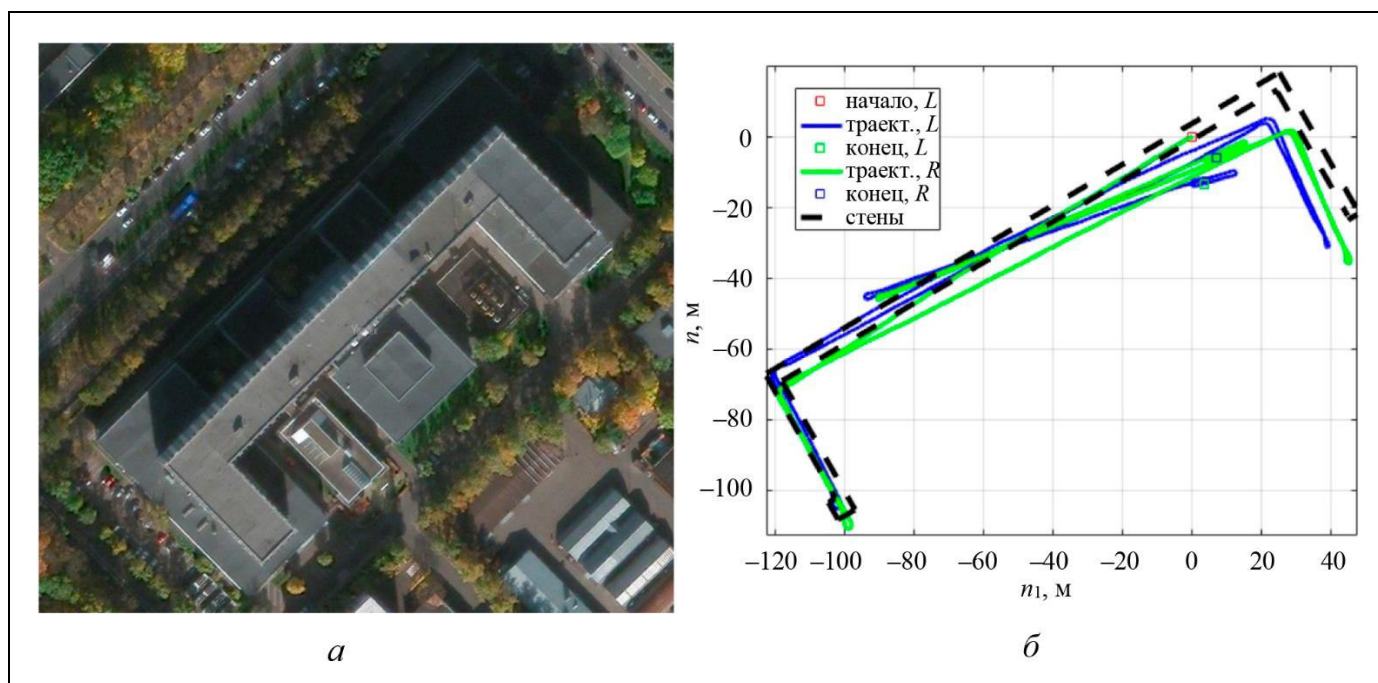


Рис. 5. Здание, в котором проводились эксперименты (а) и пример траектории (б) в 10-минутном эксперименте

В первой серии экспериментов лучшие результаты показал алгоритм HDE. Это было ожидаемо, поскольку почти в течение всего времени движения происходила коррекция угла курса. На втором месте по точности оказался ADUPT. Он предсказуемо показал лучший результат, чем DUPT, поскольку информация о направлениях стен, использовавшаяся для адаптации алгоритма, была достоверна. Лучше это видно на пяти- и десятиминутных записях (соответствующие данные приведены в таблице).

Таким образом, в случае «простых» траекторий, т. е. траекторий, содержащих в основном прямолинейные участки, ADUPT показал лучшие

результаты, чем DUPT, но худшие, чем HDE. Необходимо было проверить, что при усложнении траектории новый алгоритм не потеряет преимущество перед DUPT, а также выяснить, сможет ли он показать лучший результат, чем HDE.

Для исследования качества алгоритма ADUPT на «сложных» траекториях была проведена вторая серия экспериментов. Они проводились на улице, что дает возможность записи эталонной траектории от спутниковых навигационных систем. При участии трех испытуемых было проведено девять экспериментов длительностью от 5 до 15 мин. Несколько траекторий приведены на рис. 6. Желтая линия – траектория, полученная от спутниковой

Средняя ошибка навигации в горизонтальной плоскости, м

Тип алгоритма	Эксперименты в здании				Эксперименты на улице
	1 мин	3 мин	5 мин	10 мин	
ZUPT	1,3	6,9	21,6	23,2	24,6
ZUPT+HDE	0,7	1,7	3,3	4,6	–
ZUPT+DUPT	1,17	5,11	19,5	15,6	23,6
ZUPT+ADUPT	1,14	5,10	18,4	13,4	21,2

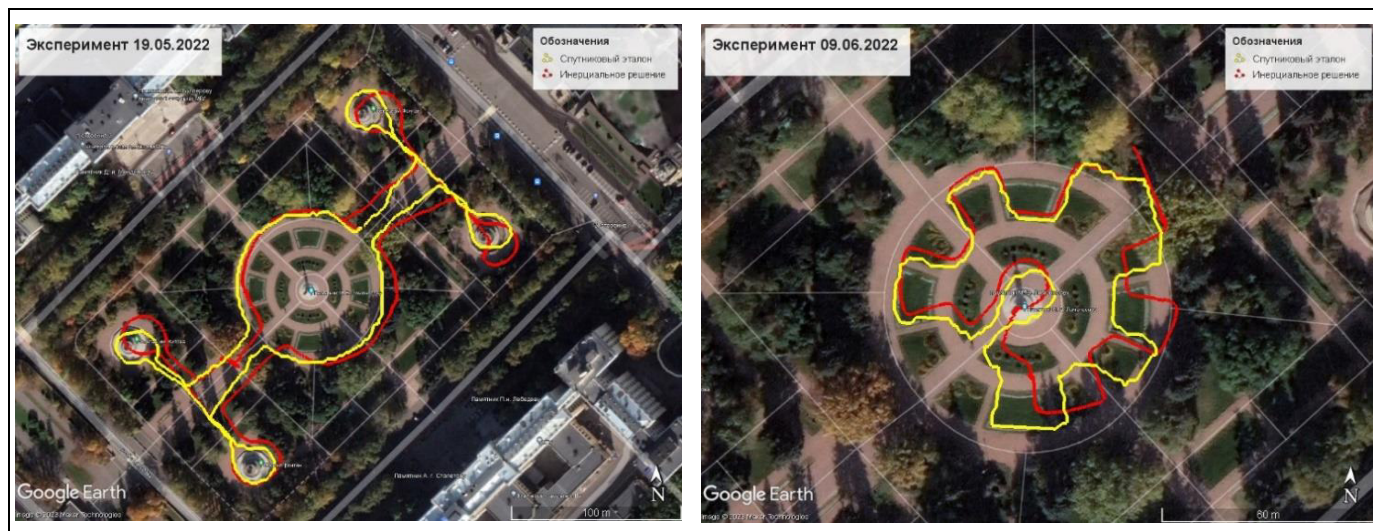


Рис. 6. Спутниковый эталон и инерциальное решение для двух экспериментов

навигационной системы, красная линия – инерциальное решение. Траектории были замкнуты и содержали множество дуг окружностей разных радиусов и небольшое количество прямолинейных участков.

Настроить должным образом детектор прямолинейного движения для таких данных затруднительно. Настройка – это выбор пороговых значений. Фактически выбирается, какие углы поворота считаются нарушающими условие прямолинейного движения, а какие нет. Если выбрать пороги так, что малые (порядка нескольких градусов) углы поворота будут приводить к отключению коррекции курса, то при движении пешехода по «сложной» траектории коррекция практически не будет осуществляться. Назовем это «жесткой» настройкой. Увеличивая пороги так, чтобы незначительные изгибы траектории считались детектором прямолинейного движения прямыми, получим настройку, которую назовем «мягкой». В этом случае коррекция курса на одной и той же траектории будет происходить чаще, чем в случае «жесткой» настройки. Таким образом, наилучшие настройки детектора прямолинейного движения должны быть разными для разных траекторий.

Во второй серии экспериментов лучший результат показал алгоритм ADUPT (см. таблицу). Для проверки ADUPT был выбран вариант «мягкой» настройки, поскольку «жесткая» настройка оставила бы DUPT без изменений. Здесь DUPT показал несколько худший результат, чем ADUPT. Результат работы HDE не приводится. Использование «жестких» настроек приводило к отключению коррекции почти на всех участках в большинстве экспериментов, в результате чего точности при применении HDE оказались примерно равны точностям, получавшимся в режиме только ZUPT-коррекции. При использовании «мягких» настроек HDE становился неработоспособен (давал искаженные траектории). Оказалось, что на сложных траекториях адаптивная коррекция позволила не потерять надежность (как в случае применения HDE) и при этом увеличить точность по сравнению с DUPT.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Предложена модификация известного алгоритма коррекции по расстоянию между стопами. Он основан на информации о том, что расстояние

между блоками, закрепленными на разных стопах, не может превышать определенной константы. В модифицированном алгоритме учитываются меры ошибок ИИБ в матрице измерений, тогда как при стандартном подходе блоки считаются равноточными. Мера ошибок ИИБ вычисляется с использованием инструментария другого алгоритма коррекции – HDE. HDE хорошо работает в случае выполнения довольно жестких условий на траекторию движения пешехода. Основное условие – пешеход должен двигаться вдоль прямых, расположенных под существенно разными наперед заданными углами. Предполагается, что эти направления – направления стен, вдоль которых пешеход двигается в здании. При обнаружении прямолинейных участков движения алгоритм определяет, вдоль какой стены перемещается пешеход, и формирует соответствующее измерение курса. В предложенном алгоритме выполняются все шаги HDE, кроме коррекции. Накапливающиеся суммы абсолютных значений измерений курса, которые формируются как разности между «курсом» стен и курсом пешехода, служат мерой ошибок ИИБ. Соотношение между ними используется для настройки адаптивного алгоритма коррекции по расстоянию между стопами.

Предложенный алгоритм проверен как на данных, подходящих для применения HDE (ходьба вдоль стен в здании с ортогональными стенами, см. рис. 5), так и на данных, где применение HDE приводит к недостоверным траекториям либо не влияет на решение вовсе, в зависимости от настроек детектора прямолинейного движения (см. рис. 6). В обоих случаях предложенный алгоритм показал лучшую точность по сравнению со стандартным алгоритмом коррекции по расстоянию между стопами.

Благодарности. Автор выражает благодарность своему научному руководителю Ю.В. Болотину, а также рецензентам за ценные замечания при подготовке статьи.

ЛИТЕРАТУРА

1. Tom Judd, C. A Personal Dead Reckoning Module // Proceedings of the 10th International Technical Meeting of the Satellite Division of The Institute of Navigation. – Kansas City, 1997. – P. 47–51.
2. Kourogi, M., Kurata, T. Personal Positioning Based on Walking Locomotion Analysis with Self-contained Sensors and a Wearable Camera // Proceedings of the Second IEEE and ACM International Symposium on Mixed and Augmented Reality. – Tokyo, 2003. – P. 103–112.
3. Husen, M.N., Lee, S. Indoor Location Sensing with Invariant Wi-Fi Received Signal Strength Fingerprinting // Sensors. – 2016. – Vol. 16, no. 11. – Art. no. 1898.
4. Ni, L.M., Liu, Y., Lau, Y.C., Patil, A.P. LANDMARC: Indoor Location Sensing Using Active RFID // Wireless Networks. – 2004. – Vol. 10, no. 6. – P. 701–710.
5. Elwell, J. Inertial Navigation for the Urban Warrior // Proceedings of the Digitalization of the Battlespace IV Conference. – Orlando, 1999. – P. 196–204.
6. Brand, T.J., Phillips, R.E. Foot-to-Foot Range Measurement as an Aid to Personal Navigation // Proceedings of the 59th Annual Meeting of The Institute of Navigation and CIGTF 22nd Guidance Test Symposium. – Albuquerque, 2003. – P. 113–121.
7. Болотин Ю.В., Брагин А.В., Гулевский Д.В. Исследование состоятельности расширенного фильтра Калмана в задаче навигации пешехода с БИНС, закрепленными на стопах // Гироскопия и Навигация. – 2021. – Т. 29, № 2. – С. 59–77. [Bolotin, Y.V., Bragin, A.V., Gulevskii, D.V. Studying the Consistency of Extended Kalman Filter in Pedestrian Navigation with Foot-Mounted SINS // Gyroscopy and Navigation. – 2021. – Vol. 12, no. 2. – P. 155–165.]
8. Lee, J.H., Park, S.Y., Cho, S.Y., Park, C. Reduction of Heading Error Using Dual Foot-Mounted IMU // CEUR Workshop Proceedings. – 2019. – Vol. 2498. – P. 370–376.
9. Skog, I., Nilsson, J.O., Zachariah, D., Handel, P. Fusing the Information from Two Navigation Systems Using an Upper Bound on Their Maximum Spatial Separation // Proceedings of IPIN. – Sydney, 2012. – P. 1–5.
10. Zachariah, D., Skog, I., Jansson, M., Handel, P. Bayesian Estimation with Distance Bounds // IEEE Signal Processing Letters. – 2012. – Vol. 19, no. 12, pp. 880–883.
11. Borenstein, J., Ojeda, L. Heuristic Drift Elimination for Personnel Tracking Systems // Journal of Navigation. – 2010. – Vol. 63. – P. 591–606.
12. Abdulrahim, K., Hide, C., Moore, T., Hill, C. Aiding MEMS IMU with Building Heading for Indoor Pedestrian Navigation // Proceedings of Ubiquitous Positioning Indoor Navigation and Location Based Service (UPINLBS). – Kirkkonummi, 2010. – P. 1–6.
13. Jimenez, A.R., Zampella, F., Seco, F.J., Prieto, J.C. Improved Heuristic Drift Elimination (iHDE) for Pedestrian Navigation in Complex Buildings // Proceedings of IPIN. – Guimaraes, 2011. – P. 1–8.
14. Ju, H.J., Lee, M.S., Park, C.G., Lee, S. Advanced Heuristic Drift Elimination for Indoor Pedestrian Navigation // Proceedings of IPIN. – Busan, 2014. – P. 729–732.
15. Foxlin, E. Pedestrian Tracking with Shoe-Mounted Inertial Sensors // IEEE Computer Graphics and Applications. – 2005. – Vol. 25, no. 6. – P. 38–46.
16. Ojeda, L., Borenstein, J. Non-GPS Navigation for Security Personnel and First Responders // Journal of Navigation. – 2007. – Vol. 60, no. 3. – P. 391–407.
17. Вавилова Н.Б., Голован А.А., Парусников Н.А. Математические основы инерциальных навигационных систем. – М.: Изд-во Московского университета, 2020. – 164 с. [Vavilova, N.B., Golovan, A.A., Parusnikov, N.A. Mathematical Basis of Inertial Navigation Systems. – Moscow: Moscow State University Press, 2020. – 164 s. (In Russian)]



18. Skog, I., Handel, P., Nilsson, J., Rantakokko, J. Zero-Velocity Detection – An Algorithm Evaluation // IEEE Transactions on Biomedical Engineering. – 2010. – Vol. 57, no. 11. – P. 2657–2666.
19. Tian, X., Chen, J., Han, Y. et al. A Novel Zero Velocity Interval Detection Algorithm for Self-Contained Pedestrian Navigation System with Inertial Sensors // Sensors. – 2016. – Vol. 16, no. 10. – Art. no. 1578.
20. Wagstaff, B., Kelly, J. LSTM-Based Zero-Velocity Detection for Robust Inertial Navigation // Proceedings of IPIN2018. – Nantes, 2018. – P. 1–8.
21. Zhang, L., Chen, B., Li, H. and Liu, Y., Deep Neural Network-Based Adaptive Zero-Velocity Detection for Pedestrian Navigation System. // Electron. Lett. – 2022. – Vol. 58, iss. 1. – P. 28–31.
22. Bolotin, Y., Bragin, A., Gartseev, I. Covariance Error Analysis for Pedestrian Dead Reckoning with Foot Mounted IMU // CEUR Workshop Proceedings. – 2019. – Vol. 2498. – P. 243–250.

Статья представлена к публикации членом редколлегии Л.Б. Рапопортом.

*Поступила в редакцию 02.02.2023,
после доработки 16.05.2023.
Принята к публикации 16.05.2023.*

Брагин Александр Викторович – мл. науч. сотрудник, МГУ имени М.В. Ломоносова,
✉ avb9676@yandex.ru.
ORCID iD: <https://orcid.org/0009-0001-5819-1642>

© 2023 г. Брагин А.В.



Эта статья доступна по лицензии Creative Commons «Attribution» («Атрибуция») 4.0 Всемирная.

AN ADAPTIVE AIDING ALGORITHM FOR PEDESTRIAN NAVIGATION

A.V. Bragin

Moscow State University, Moscow, Russia

✉ avb9676@yandex.ru

Abstract. This paper presents a novel aiding algorithm for pedestrian navigation using foot-mounted inertial measurement units (IMUs). Autonomous pedestrian navigation with foot-mounted IMUs is based on the integration of simplified navigation equations and the correction of the navigational solution with zero velocity. Additional aiding algorithms are needed in the absence of external information such as GNSS or Wi-Fi and Bluetooth signals. There are two main groups of such algorithms: aiding based on information about bounded step length (two IMUs on both feet are required) and aiding based on straight-line path detection (heuristic drift elimination, HDE). The first method does not consider different accuracy of IMUs whereas the performance of the second one strongly depends on trajectory form. An attempt to eliminate the drawbacks of both algorithms is undertaken below. The novel algorithm is an adaptive version of the method based on bounded step length. Adaptivity is provided by tuning the measurement matrix for the less accurate IMU. The accuracy is assessed through the trajectory analysis based on information about straight-line motion. The novel algorithm is tested on experimental data. According to the testing results, this algorithm has better performance in the experiments with complicated trajectories. It can be used within an integrated pedestrian navigation system in the absence of external information.

Keywords: inertial measurement unit, pedestrian navigation, indoor navigation, inertial navigation, aiding algorithms.

Acknowledgments. The author is grateful to his scientific supervisor Yu.V. Bolotin and reviewers for careful reading of the manuscript and helpful remarks.