УДК 519.71:519.86:007.5 DOI: http://doi.org/10.25728/pu.2024.3.3

МОДЕЛЬ РЕСТРУКТУРИЗАЦИИ СИСТЕМЫ ВОСПРОИЗВОДСТВА С КОМБИНИРОВАННЫМ УПРАВЛЕНИЕМ

В. Б. Гусев

Институт проблем управления им. В. А. Трапезникова РАН

✉ gusvbr@ipu.ru

Аннотация. Рассмотрена модель синтеза управления системой воспроизводства, учитывающая синхронное изменение технологической матрицы в процессе ее реструктуризации. Такой тип моделей можно характеризовать как модели с комбинированными (прямыми и косвенными) управляющими связями. В случае наличия резерва производственных ресурсов процессы изменения управляющих параметров и преобразования технологических связей должны происходить одновременно. Получены инварианты соотношений между объемами затрат и выпусков многоотраслевой экономики. Это позволило модифицировать формализованное представление модели структурного управления системой воспроизводства. В результате линейную модель воспроизводства потребовалось заменить нелинейной. Приведены результаты численных расчетов для предложенной модели, полученные с использованием реальных данных многоотраслевой экономики. На основе этих результатов проведен сравнительный анализ полученной модели и исходной модели реструктуризации системы воспроизводства.

Ключевые слова: синтез структурного управления, нелинейная модель, система воспроизводства, преобразование технологической матрицы, оптимальная реструктуризация.

ВВЕДЕНИЕ

Модель технологического ядра воспроизводства, отражающая состояние многоотраслевой экономики на определенном этапе, может основываться на данных об использовании ресурсов и услуг [1]. Стандартная модель «затраты – выпуск» предполагает, что прямые затраты линейно зависят от объемов выпуска и цен. В таком предположении построен ряд моделей управления экономикой, в частности предложенных в работах [2, 3]. При малых изменениях управляющих параметров это предположение можно считать справедливым. Однако при конечных диапазонах изменения этих параметров предположение линейности некорректно, поскольку величины объемов и цен непосредственно влияют на оценку величин технологических коэффициентов для соответствующих отраслей.

Пусть стоимость объема выпуска i-й отрасли V_i многоотраслевой экономической системы, имеющей n отраслей, образует вектор $\mathbf{V}$. Объемы затрат и выпуска в стоимостном выражении также зависят от цен P_i на соответствующие виды продукции. Изменение цен и объемов выпуска на этапе k задается векторами индексов цен $\mathbf{p}$ и индексов выпуска $\mathbf{v}$:

$$v_i^k = V_i^k / V_i^{k-1},\ p_i^k = P_i^k / P_i^{k-1},\ \ i = 1,..., n\ .$$

Обозначим $\mathbf{Z} = \left[Z_{ij} \right]$ матрицу объемов затрат ресурсов в процессе воспроизводства, $i,\ j = 1,...,n,$ где j – номер отрасли, использующей в производстве ресурс номер i. Эта матрица позволяет определить коэффициенты a_{ij}, которые вычисляются по формуле

$$a_{ij} = Z_{ij} / V_j\ ,\ \ i, j = 1,...,n,$$

и образуют технологическую матрицу $\mathbf{A} = \left[a_{ij} \right]$, имеющую спектр (набор собственных значений) $\mathbf{S}$. Последний используется для определения свойств преобразований технологической матрицы и моделей устойчивого воспроизводства.

Воспользуемся определением [2] *продуктивности* экономической системы как отношения добавленной стоимости к промежуточным затратам

$\pi = Y/Z$, где Y – валовая добавленная стоимость (ВВП), Z – сумма промежуточных затрат по отраслям. Обозначим V валовой выпуск, тогда материалоемкость $a = Z/V$, $V = Y + Z$, отсюда для продуктивности справедливо соотношение $\pi = 1/a - 1$.

Целенаправленная реструктуризация технологического ядра направлена на увеличение его продуктивности. При построении моделей синтеза управления системой воспроизводства в качестве управляющих параметров i-й отрасли можно использовать объем выпуска V_i и цены P_i на продукцию.

Стандартная модель «затраты – выпуск» предполагает, что прямые затраты линейно зависят от объемов выпуска и цен. Однако это предположение некорректно. Действительно, в предположении линейности на каждом этапе управляющего воздействия коэффициенты a_{ij} предполагаются неизменными. Однако нужно учитывать, что с изменением управляющих параметров технологическая матрица $\mathbf{A}$ также будет изменяться от этапа к этапу.

В связи с этим технологическое ядро может подвергаться двум типам преобразований: без изменения спектра $\mathbf{S}$ (вращению) и с изменением спектра $\mathbf{S}$ (деформации).

При изменении индексов выпуска матрица $\mathbf{A}$ справа и слева умножается на диагональные матрицы $\mathbf{D}$ и $\mathbf{D}^{-1}$ с коэффициентами $D_{jj} = v_j$ и $D^{-1}{}_{jj} = 1/v_j$ соответственно. При изменении индексов цен матрица $\mathbf{A}$ справа и слева умножается на диагональные матрицы $\mathbf{C}$ и $\mathbf{C}^{-1}$ с коэффициентами $C_{jj} = p_j$ и $C^{-1}{}_{jj} = 1/p_j$ соответственно

Если матрица $\mathbf{A}$ – шуровская ($\max|\mathbf{S}| < 1$), справедливы следующие утверждения [3, 4].

• Если a – максимальное собственное число матрицы $\mathbf{A}$, r – максимальное собственное число матрицы $\mathbf{A}^{\mathrm{T}}$, то система воспроизводства устойчива и в стабильном состоянии удовлетворяет уравнениям

$$a\mathbf{v} = \mathbf{A}\mathbf{v},$$

$$r\mathbf{p} = \mathbf{A}^{\mathrm{T}}\mathbf{p}.$$

Устойчивость системы воспроизводства здесь обеспечивается устойчивостью матрицы $\mathbf{A}$ и понимается как сходимость итерационного процесса

$$\mathbf{x}^{k+1} = \mathbf{A}\,\mathbf{x}^k \frac{\|\mathbf{x}^k\|}{\|\mathbf{A}\,\mathbf{x}^k\|},\ k = 0, 1, 2, \ldots,$$

который можно интерпретировать как поэтапный процесс перехода к стабильному состоянию (в индексах выпуска и цен) или монотонному (магистральному) росту в абсолютных величинах.

• Преобразования, порождаемые матрицами $\mathbf{D}$ и $\mathbf{C}$, имеют несколько инвариантов. Спектр $\mathbf{S}$ полученных после преобразования матриц остается неизменным. Эти преобразования можно назвать соответственно объемным и ценовым вращениями.

• Для каждого вектора индексов цен $\mathbf{p}$ имеется вектор индексов выпуска $\mathbf{v}$, соответствующий устойчивому состоянию системы воспроизводства с максимальным собственным числом a технологической матрицы $\mathbf{D}^{-1}\mathbf{A}\mathbf{D}$.

• Аналогично для каждого вектора индексов выпуска $\mathbf{v}$ имеется вектор индексов цен $\mathbf{p}$, соответствующий устойчивому состоянию системы воспроизводства с максимальным собственным числом r технологической матрицы $\mathbf{C}^{-1}\mathbf{A}\mathbf{C}$.

• Собственные числа устойчивого состояния a и r совпадают и не зависят от матриц преобразования $\mathbf{D}$ и $\mathbf{C}$.

• Деформация технологического ядра может происходить при изменении матрицы промежуточных затрат $\mathbf{Z} = \left[Z_{ij} \right]$, не являющемся мультипликативным, – например, при внедрении новой технологии или при изменении структуры конечного потребления.

Задача реструктуризации выпуска

Эта задача построена в терминах линейной модели Леонтьева [5]. Рассмотрим билинейную модель структурной оптимизации воспроизводства. Компоненты вектора затрат производств $\mathbf{Z}$ равны

$$Z_i = \sum_{j=1}^{n} Z_{ij} = \sum_{j=1}^{n} a_{ij} V_j,\ i = 1, \ldots, n. \qquad (1)$$

Верхняя граница коэффициента прямых затрат в предположении зависимости коэффициентов материалоемкости от объемов выпуска определяется из соотношения

$$a v_i \geq \sum_{j=1}^{n} a_{ij} V_j.$$

Задача оптимизации структуры выпуска [2] имеет вид

$$\min_{a,\mathbf{V}} a \qquad (2)$$

при условии реализуемости оптимального решения

$$\theta \geq v_i \geq 1,\ \ \theta > 1.$$

План-прогноз развития экономики в объемных показателях рассчитывается следующим образом. Будем использовать критерий роста объема вы-

пуска $\gamma = 1/a$. Процесс расчета индикативной динамики объемных показателей, приводящих к максимуму этого критерия на этапе k, k = 1, 2,…, имеет вид

$$\left.\begin{aligned} &\max_{\gamma,\mathbf{v}^i} \gamma, \\ &\mathbf{v}^k \geq \gamma \mathbf{A}^k \mathbf{v}^k, \\ &\mathbf{I} \leq \mathbf{v}^k \leq \theta \mathbf{I},\ k = 1,\ 2,\ 3,..., \\ &\mathbf{A}^{k+1} = (\mathbf{D}^k)^{-1} \mathbf{A}^k \mathbf{D}^k, \end{aligned}\right\} \quad (3)$$

где $\mathbf{I}$ – вектор, составленный из единиц.

Проблема заключается в том, что технологическая матрица изменяется от итерации к итерации, в то время как внутри задачи (3) она считается неизменной. В пределе при малых допустимых интервалах изменения индексов выпуска это можно считать оправданным. Однако при конечных величинах размера этих интервалов решение становится не точным. Это потребовало модифицировать вид ограничений задачи (3).

Задача реструктуризации в стоимостном выражении

Объем выпуска равен $V_j p_j$, коэффициенты a_{ij} преобразуются в $a_{ij} p_i / p_j$.

Компоненты вектора затрат $\mathbf{R}$ на производство ресурсов равны

$$R_j = \sum_{i=1}^{n} x_{ij} = \sum_{i=1}^{n} a_{ij} V_j,\ j = 1,..., n.$$

Верхняя граница коэффициента себестоимости c определяется из соотношения

$$c V_j p_j \leq \sum_{i=1}^{n} a_{ij} V_j p_i,$$

тогда задача оптимизации индексов цен на отдельном этапе цен имеет вид

$$\left.\begin{aligned} &\min_{c,\mathbf{p}} c, \\ &c p_i \leq \sum_{j=1}^{n} a_{ji} p_j, \\ &\eta \geq p_i \geq 1,\ \eta > 1. \end{aligned}\right\} \quad (4)$$

При переходе на следующий этап матрица $\mathbf{A}^k$ преобразуется в матрицу $(\mathbf{C}^k)^{-1}\mathbf{A}^k\mathbf{C}^k$. Задачи реструктуризации выпуска и реструктуризации цен целесообразно решать последовательно друг за другом, для того чтобы предельный уровень продуктивности достигал большего значения. Тогда этапы для соответствующих задач нумеруются нечетными и четными числами соответственно.

1. МОДИФИЦИРОВАННАЯ НЕЛИНЕЙНАЯ МОДЕЛЬ СТРУКТУРНОЙ ОПТИМИЗАЦИИ ВОСПРОИЗВОДСТВА

Учет зависимости коэффициентов материалоемкости a_{ij} от управляющих параметров приводит к необходимости перехода к нелинейной модели. В предположении непрерывной зависимости коэффициентов материалоемкости от объемов выпуска в установившемся режиме синхронного изменения промежуточных затрат и вращения технологических связей получим инварианты вращения.

Утверждение 1. *При синхронном преобразовании прямого (объемного) вращения технологической матрицы и линейном изменении промежуточных затрат отношения между затратами и выпуском постоянны и имеют вид*

$$Z_{ki} = c_{ki} V_i^2 / V_k,$$

где $c_{ki} = Z_{ki}^0 V_k^0 / \left(V_i^0\right)^2 = a_{ki} V_k^0 / V_i^0$, Z_{ki}^0, Z_i^0, V_i^0 – *начальные значения компонент затрат и выпуска, или*

$$Z_{ki} = \left(a_{ki} V_k^0 / V_i^0\right) V_i^0 / V_k.$$

Доказательство этого утверждения приведено в приложении.

Следствие 1. Рассмотрим применение инварианта для $Z_i = \sum_{j=1}^{n} Z_{ij}$.

В результате синхронного вращения технологической матрицы получим

$$Z_i = \left(V_i^0 / V_i\right) \sum_{j=1}^{n} Z_{ij}^0 V_j^2 / \left(V_j^0\right)^2 =$$

$$= \left(1/V_i\right) \sum_{j=1}^{n} a_{ij} \left(V_i^0 / V_j^0\right) V_j^2 = \left(1/V_i\right) \sum_{j=1}^{n} c_{ij} V_j^2,$$

где $c_{ij} = a_{ij} \left(V_i^0 / V_j^0\right)$. ♦

Следствие 2. В результате объемного вращения при векторе выпуска $\mathbf{V}$ отраслевые коэффициенты a_{ij} преобразуются в $a_{ij} V_i / V_j = Z_{ij} / V_j$, где i, j = 1,…, n. При этом условие воспроизводства имеет вид

$$a V_i^2 \geq \sum_{j=1}^{n} c_{ij} V_j^2.$$

Для индексов выпуска $v_i = V_i / V_i^0$

$$Z_i = 1/v_i \sum_{j=1}^{n} Z_{ij}^0 v_j^0;$$

условие воспроизводства имеет вид

$$av_i^2 \ge \sum_{j=1}^{n} b_{ij} v_j^2,$$

где агрегаты $b_{ij} = Z_{ij}^0 / V_i^0 = a_{ij} V_j^0 / V_i^0$. ♦

Таким образом, с учетом обозначения $(\mathbf{v})^2$ вектора с квадратами коэффициентов v_i^2, новая формулировка задачи реструктуризации принимает вид

$$\left.\begin{aligned} &\max_{\gamma, \mathbf{v}^i} \gamma, \\ &(\mathbf{v}^k)^2 \ge \gamma \mathbf{B}^k (\mathbf{v}^k)^2, \\ &\mathbf{I} \le \mathbf{v}^k \le \theta \mathbf{I},\ k = 1,\ 3,\ 5,..., \\ &D^k{}_{ij} = \begin{cases} v^k{}_i,\ j = i, \\ 0,\quad j \ne i, \end{cases} \\ &\mathbf{B}^{k+1} = \left(\mathbf{D}^k\right)^{-1} \mathbf{B}^k \mathbf{D}^k. \end{aligned}\right\} \qquad (5)$$

Следствие 3. При $\theta \to 1$ решение задачи (5) непрерывно зависит от параметра θ, а следовательно, переходит в решение задачи (3).

Действительно, при $\theta = 1$ решением в обоих случаях будет единичный вектор **I**. В силу ограничения

$$\mathbf{I} \le \mathbf{v}^k \le \theta \mathbf{I},\ k = 1,\ 3,\ 5,...,$$

вектор $\mathbf{v}^k$ тем ближе к **I**, чем меньше θ. При этом оптимум целевой функции в обоих случаях одинаков и равен

$$\gamma = 1 / \min_i \sum_j b_{ij}.$$

При $\theta \to 1$ значения v_k также стремятся к единице. ♦

Для задачи реструктуризации в стоимостном выражении справедливо следующее утверждение, аналогичное утверждению 1.

Утверждение 2. *При синхронном преобразовании ценового вращения технологической матрицы соотношения между затратами и выпуском имеют вид*

$$R_{ki} = d_{ki} P_i^2 / P_k,$$

где $d_{ki} = R_{ki}^0 P_k^0 / \left(P_i^0\right)^2 = a_{ki} P_k^0 / P_i^0$, R_{ki}^0, R_i^0, P_i^0 – *начальные значения компонент затрат и цен.*

Ввиду симметрии постановки задач (2), (5) доказательство этого утверждения проходит по той же схеме, что доказательство утверждения 1. Точно также формулируются и доказываются следствия, симметричные следствиям 1–3.

Следствие 4. Рассмотрим применение инварианта для $R_i = \sum_{j=1}^{n} R_{ij}$.

В результате синхронного вращения технологической матрицы получим

$$R_i = \left(P_i^0 / P_i\right) \sum_{j=1}^{n} R_{ij}^0 P_j^2 / \left(P_j^0\right)^2 =$$

$$= \left(1/P_i\right) \sum_{j=1}^{n} a_{ij} \left(P_i^0 / P_j^0\right) P_j^2 = \left(1/P_i\right) \sum_{j=1}^{n} c_{ij} P_j^2,$$

где $c_{ij} = a_{ij} \left(P_i^0 / P_j^0\right)$. ♦

Следствие 5. В результате объемного вращения при векторе выпуска **V** отраслевые коэффициенты преобразуются в $a_{ij} P_i / P_j$, где $i, j = 1,\ldots, n$. При этом условие воспроизводства имеет вид

$$cP_i^2 \ge \sum_{j=1}^{n} c_{ji} P_j^2.$$

Для индексов выпуска $p_i = P_i / P_i^0$ условие воспроизводства имеет вид

$$cp_i^2 \ge \sum_{j=1}^{n} b_{ij} p_j^2,$$

где агрегаты $b_{ij} = a_{ij} P_j^0 / P_i^0$. ♦

Рассмотрим процесс расчета индикативной динамики объемных и ценовых показателей, приводящих к совместному балансу выпусков и цен. Будем использовать критерии роста рентабельности $r = 1/c$:

$$\left.\begin{aligned} &\max_{r,p} r, \\ &\left(\mathbf{p}^m\right)^2 \ge r \mathbf{B}^{m\mathrm{T}} \left(\mathbf{p}^m\right)^2, \\ &\mathbf{I} \le \mathbf{p}^m \le \eta \mathbf{I},\ m = 2,\ 4,\ 6,..., \\ &C^m{}_{ij} = \begin{cases} p_i^m,\ j = i, \\ 0,\quad j \ne i, \end{cases} \\ &\mathbf{B}^{m+1} = \left(\mathbf{C}^m\right)^{-1} \mathbf{B}^m \mathbf{C}^m. \end{aligned}\right\} \qquad (6)$$

Решения задач (4), (6) выполняются последовательно при заданной верхней границе θ, $\eta>1$ для рентабельности r и индекса промежуточного потребления a. На такте k могут быть получены объемы индикативных выпусков и цен в абсолютных единицах.

Следствие 6. При $\eta\to 1$ решение задачи (6) непрерывно зависит от параметра η, а следовательно, переходит в решение задачи (4).

Действительно, при $\eta = 1$ решением в обоих случаях будет единичный вектор **I**. В силу ограничения

$$\mathbf{I}\le\mathbf{p}^k\le\eta\,\mathbf{I},\ k=1,\ 3,\ 5,...,$$

вектор $\mathbf{p}^k$ тем ближе к **I**, чем меньше η. При этом оптимум целевой функции в обоих случаях одинаков и равен

$$r=1/\min_i\sum_j b_{ji}.$$

При $\eta\to 1$ значения p_i также стремятся к единице. ♦

Процедуры расчета решений нелинейных задач (5), (6) могут быть построены путем модификации метода проекции градиента [3]. При этом все изменения состоят в замене индексов границ θ, η на θ^2, η^2, а также в замене операции присвоения результирующих векторов **v**, **p** на векторы $\left((\mathbf{v})^2\right)^{1/2}$, $\left((\mathbf{p})^2\right)^{1/2}$.

Как и для линейной модели, согласованная пара цен и объемов выпуска ведет себя подобным образом, поскольку индексы рентабельности r и промежуточного потребления a в этом случае одинаковы для всех отраслей, что в перспективе приводит к равномерному развитию экономической системы (так называемый магистральный эффект [6]). Однако, как и для линейной модели, на начальных этапах ликвидации диспропорций отраслевые показатели изменяются весьма неравномерно.

2. РЕЗУЛЬТАТЫ И ОБСУЖДЕНИЕ

Для получения индикативного плана, учитывающего совместное изменение объема выпуска и цен, решается серия задач оптимизации при ограничении допускаемого изменения индексов в заданных границах. Границы изменения индексов цен определяются из требований допустимой инфляции или дефляции. Выбор единицы в качестве нижней границы индексов означает, что для отраслей в плане предусмотрено не уменьшение выпуска и цен.

Рассмотрим пример совместного планирования объемов выпуска и цен. Ниже показаны результаты расчетов. При расчетах величины v_i интерпретируются как индексы объемов выпуска или выполняемых услуг, а p_i как индексы цен. Ограничения на них в предположении не убывания соответственно имеют вид

$$v_i(t)\ge 1,\ p_i(t)\ge 1,\ i=1,...,n.$$

Для данных по многоотраслевой экономике РФ за 2020 г. [1] были получены кривые индикативной динамики индексов выпуска и цен, приводящие через определенное число шагов к сбалансированной структуре, что соответствует магистральному эффекту для оптимизационных моделей экономики [6].

Вычислительный процесс реструктуризации автоматически формирует три группы отраслей: отрасли: с ростом выпуска (инвестируемые), с ростом цен (инвестирующие), и с постоянными выпуском и ценами на продукцию (нейтральные). Согласно изложенному в работе [7], для реализации инвестиций в отрасли с растущим выпуском может быть предложен механизм акцизных сборов для отраслей с растущими ценами.

Всего в использованном списке ОКВЭД содержатся 60 отраслей. У инвестируемых отраслей индексы выпуска больше единицы, у инвестирующих отраслей индексы цен больше единицы. Для получения численного результата применялся модифицированный программный пакет решения задач билинейного программирования и преобразований технологических матриц. Схема взаимодействия отраслей представлена на рис. 1.

План рассчитывается при ограничениях на изменение индексов выпуска в интервале [1; 1,01] (рис. 2) и цен в интервале [1; 1,01] (рис. 3).

Графики на рис. 2, 3 мало отличаются друг от друга и подтверждают заключения следствий 3, 5.

При увеличении допустимых границ изменения управляющих параметров различие между графиками динамики их оптимальных значений для линейной и самосогласованной нелинейной модели становится больше (рис. 4, 5).

Инвестируемые отрасли

1. Продукция горнодобывающих производств
2. Продукты пищевые, напитки, изделия табачные
3. Кокс и нефтепродукты
4. Средства транспортные и оборудование, прочие
5. Сооружения и строительные работы
6. Услуги по оптовой торговле, кроме оптовой торговли автотранспортными средствами и мотоциклами
7. Услуги по розничной торговле, кроме розничной торговли автотранспортными средствами и мотоциклами
8. Услуги, связанные с недвижимым имуществом
9. Услуги в сфере государственного управления и обеспечения военной безопасности; услуги по обязательному социальному обеспечению
10. Услуги в области здравоохранения

Инвестирующие отрасли

1. Текстиль и изделия текстильные, одежда, кожа и изделия из кожи
2. Древесина и изделия из дерева и пробки, кроме мебели; изделия из соломки и материалов для плетения
3. Услуги печатные и услуги по копированию звуко- и видеозаписей, а также программных средств
4. Средства лекарственные и материалы, применяемые в медицинских целях
5. Продукты минеральные неметаллические прочие
6. Оборудование электрическое
7. Средства транспортные и оборудование, прочие
8. Мебель, изделия готовые прочие
9. Услуги по водоотведению; шлам сточных вод; услуги по сбору, обработке и удалению отходов; услуги по утилизации отходов; услуги по рекультивации и прочие услуги по утилизации отходов
10. Услуги водного транспорта
11. Услуги воздушного и космического транспорта
12. Услуги издательские
13. Услуги по производству кинофильмов, видеофильмов и телевизионных программ, звукозаписей и изданию музыкальных записей; услуги в области теле- и радиовещания
14. Услуги телекоммуникационные
15. Услуги туристических агентств, туроператоров и прочие услуги по бронированию и сопутствующие им услуги
16. Услуги общественных организаций

Рис. 1. Схема взаимодействия отраслей в процессе реструктуризации

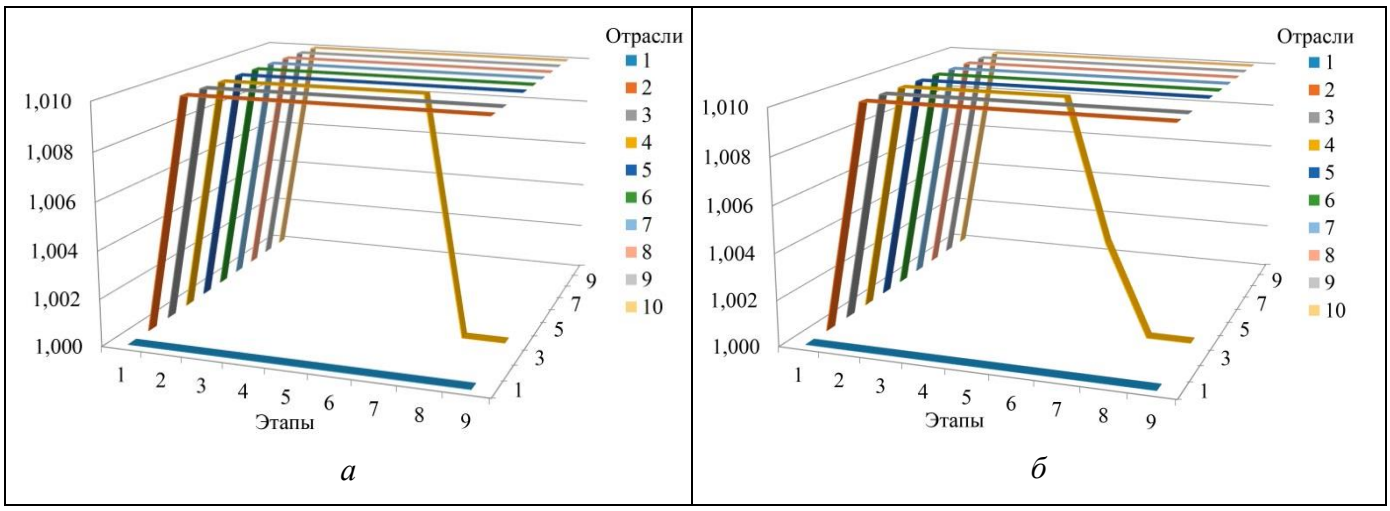

Рис. 2. Динамика индексов выпуска с диапазоном изменения [1; 1,01]: *а* – линейная модель; *б* – нелинейная модель

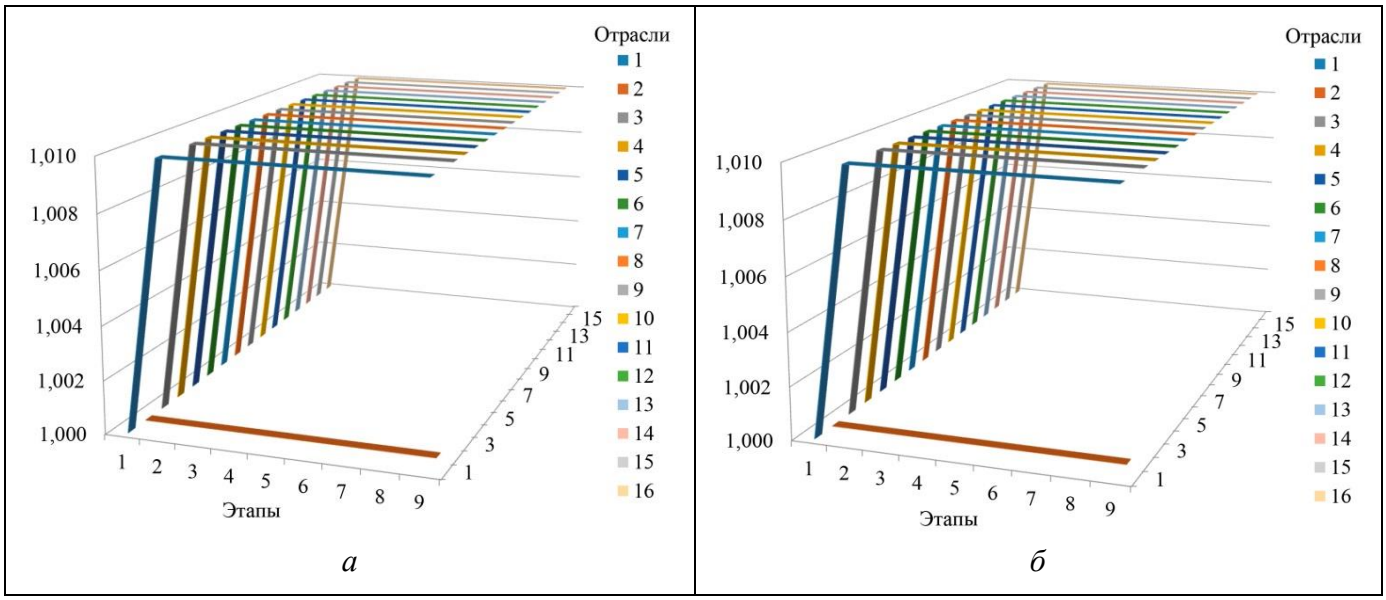

Рис. 3. Динамика индексов цен с диапазоном изменения [1; 1,01]: *а* – линейная модель; *б* – нелинейная модель

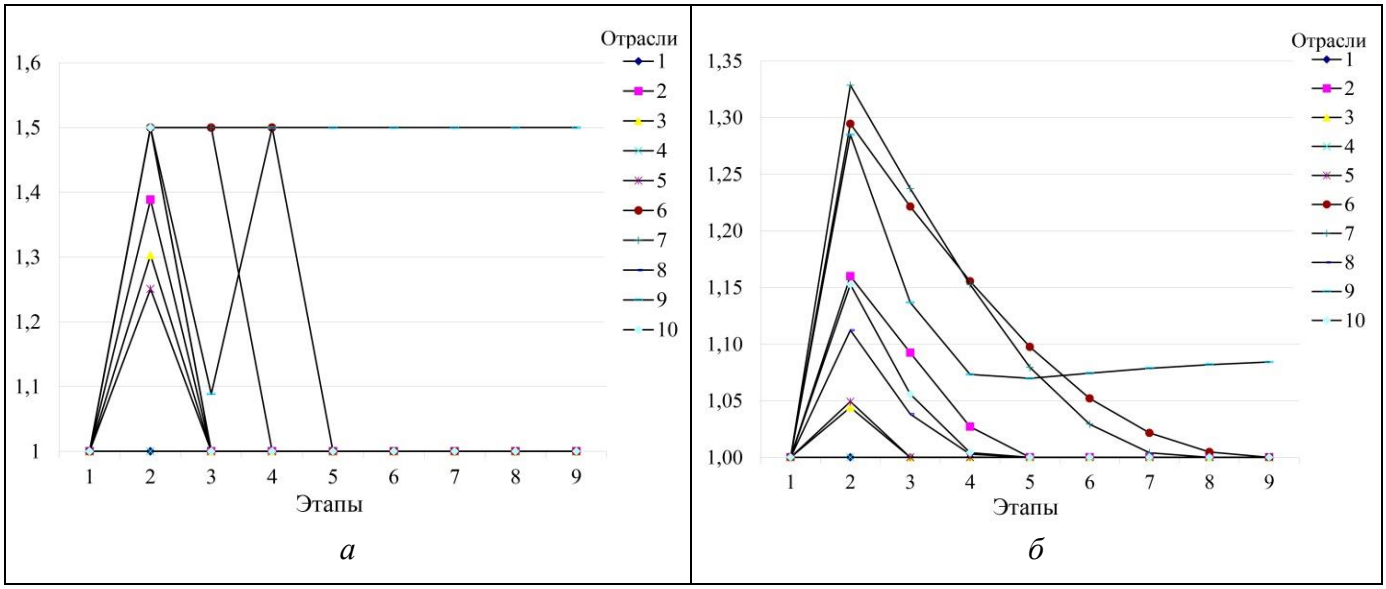

Рис. 4. Динамика индексов выпуска с допустимым диапазоном изменения [1; 1,5]: *а* – линейная модель; *б* – нелинейная модель

Максимальные различия оптимальных индексов выпуска для линейной и нелинейной модели наблюдаются на начальных этапах реструктуризации.

Оптимальные индексы цен для нелинейной модели убывают медленнее, чем для линейной модели. Таким образом, качественно результаты расчетов аналогичны, однако чем больше интервал изменения параметров управления, тем больше погрешность результатов вычислений для линейной модели.

Динамика продуктивности для линейной и нелинейной модели различается – для нелинейной модели она ниже. Однако предельный уровень для нелинейной модели несколько выше (рис. 6).

Из приведенных рисунков видно, что для обеих моделей цены росли в тех отраслях, где план выпуска не увеличивался и, с учетом роста выпуска в других (инвестируемых) отраслях, относительно уменьшался. Это напоминает эффект рыночного регулирования цен. Однако масштабы роста цен здесь определяются исходя из роста продуктивности системы воспроизводства вместо критерия максимума отраслевой прибыли.

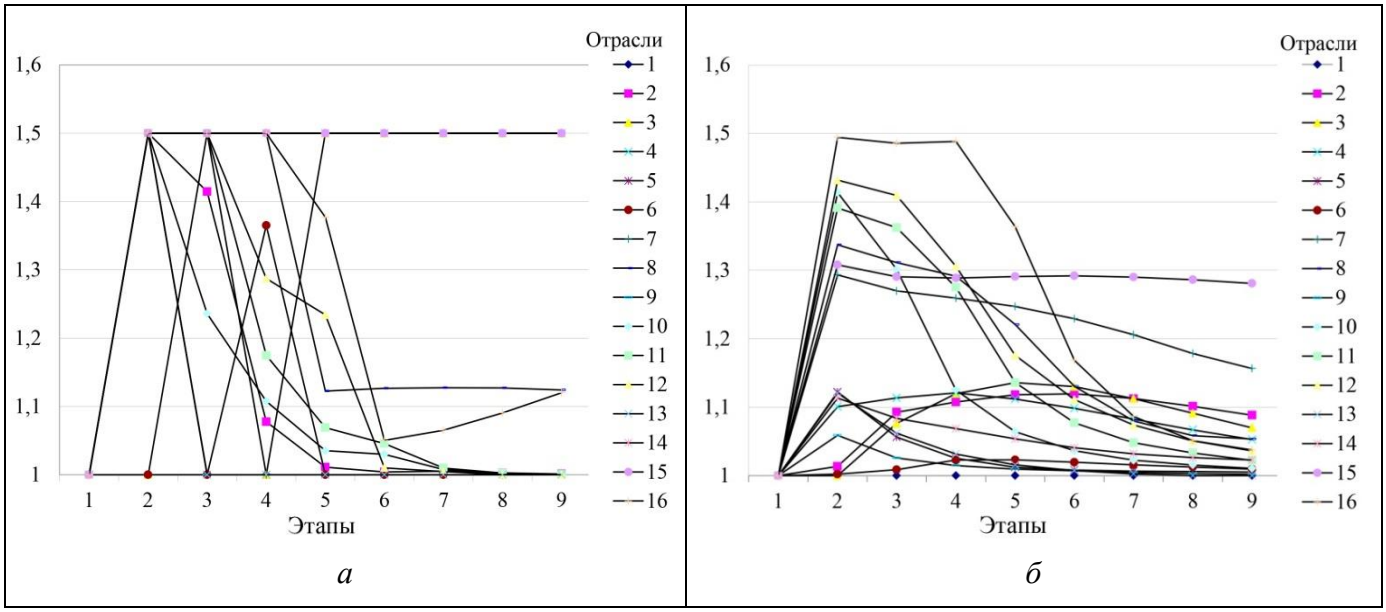

Рис. 5. Динамика индексов цен с допустимым диапазоном изменения [1; 1,5]: *а* – линейная модель; *б* – нелинейная модель

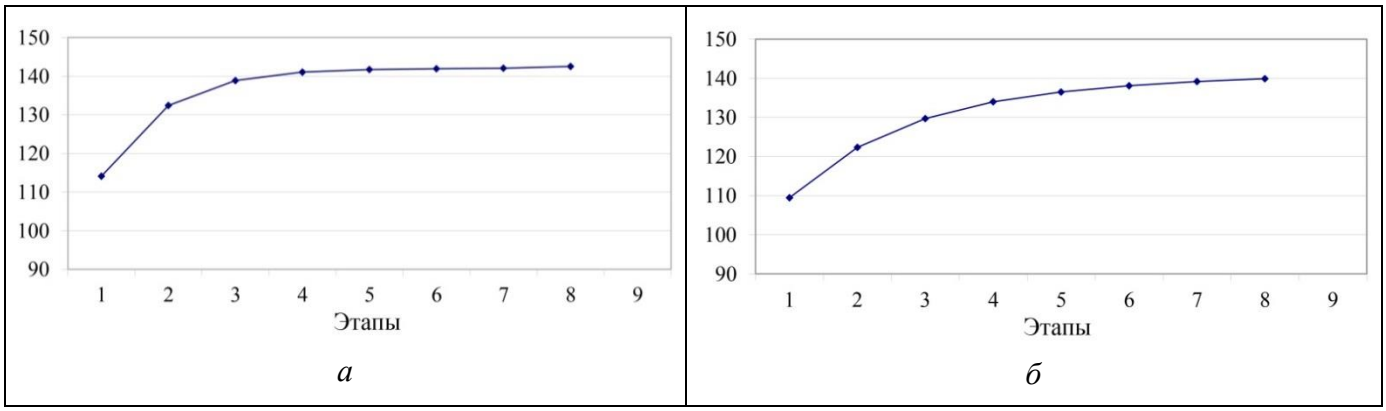

Рис. 6. Динамика продуктивности: *а* – линейная модель; *б* – нелинейная модель

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Необходимость разработки самосогласованной модели с синтезом управления для процесса воспроизводства обусловлена тем, что при сохранении структуры исходной линейной модели ее структурные параметры также зависят от управляющих переменных. Такой тип моделей можно характеризовать как модели с прямыми и косвенными управляющими связями. В результате поиск оптимального решения становится искаженным и несет неточность. Величина искажения прямо зависит от размера допустимого интервала изменения управляющих переменных. Один путь решения этой проблемы заключается в применении ограничений на изменение управляющих параметров с малым допустимым интервалом. Путем перехода к самосогласованной нелинейной модели удалось избавиться от этого эффекта при любых размерах допустимого интервала. Результаты расчетов, полученные на реальных данных многоотраслевой экономики РФ, подтвердили теоретические выводы, а также эффективность разработанных вычислительных процедур.

Представленные в работе результаты могут повысить адекватность применяемых в экономической теории моделей [8], что, по мнению автора, разумно учитывать в практике стратегического планирования и стандартах национального счетоводства [9].

Разработанная самосогласованная модель может найти применение в ряде областей, таких как анализ процессов охраны окружающей среды [10], сельского хозяйства [11], территориального развития [12].

ПРИЛОЖЕНИЕ

Доказательство утверждения 1.

Будем считать, что технологическая матрица **A** приведена к виду, позволяющему работать с индексами выпуска путем преобразования $\mathbf{D}^{-1}\mathbf{AD}$, где **D** - диагональная матрица с компонентами V_i на диагонали. Обозначим v_i индекс цен на продукцию *i*:

$$v_i = 1 + \Delta V_i / V_i.$$

Тогда

$$Z_{ki} + \Delta Z_{ki} = a_{ki}(1 + \Delta V_i / V_i) / (1 + \Delta V_k / V_k) \times$$
$$\times (\Delta V_i + V_i)\ k,\ \ i = 1,...,n.$$

Если $\Delta V_i = 0$, то

$$\partial Z_{ki} / \partial V_k = -Z_{ki} / V_k,$$
$$\partial \ln Z_{ki} = -\partial \ln V_k,$$
$$Z_{ki} V_k = V_k^0 Z_{ki}^0.$$

Если $\Delta V_k = 0$, то

$$\partial Z_{ki} / \partial V_i = 2Z_{ki} / V_i,$$
$$\partial \ln Z_{ki} = \partial 2 \ln V_i,$$
$$Z_{ki} / V_i^2 = Z_{ki}^0 / \left(V_i^0\right)^2.$$

Таким образом, в результате вращения технологического ядра получим

$$Z_{ki} = \left(b_{ki} / V_k\right)\left(d_{ki} \left(V_i\right)^2\right),$$

где

$$b_{ki} = V_k^0 Z_{ki}^0,\ \ d_{ki} = Z_{ki}^0 / \left(V_i^0\right)^2,$$

или

$$Z_{ki} = \left(Z_{ki}^0 V_k^0 / \left(V_k^0\right)^2\right) V_i^2 / V_k = c_{ki} V_i^2 / V_k.$$

Инвариант равен

$$c_{ki} = Z_{ki}^0 V_k^0 / \left(V_i^0\right)^2 = a_{ki}\left(V_k^0 / V_i^0\right).$$

ЛИТЕРАТУРА

1. *Таблицы* ресурсов и использования товаров и услуг Российской Федерации за 2020 год. – URL: https://rosstat.gov.ru/storage/mediabank/tri-2020.xlsx (дата обращения 26.12.2022 г.). [*Tablicy* resursov i ispol'zovaniya tovarov i uslug Rossijskoj Federacii za 2020. – URL: https://rosstat.gov.ru/storage/mediabank/tri-2020.xlsx (accessed December 26, 2022). (In Russian)]
2. *Гусев В.Б.* Экстремальные характеристики модели технологического ядра крупномасштабной экономической системы // Проблемы управления. – 2021. – № 6. – С. 30–39. [*Gusev, V.B.* The Technological Core Model of a Large-Scale Economic System: Optimal Characteristics // Control Sciences. – 2021. – No. 6. – P. 25–33.]
3. *Гусев В.Б.* Бинарная модель управления реструктуризацией технологического ядра экономики // Проблемы управления. – 2022. – № 6. – С. 14–25. [*Gusev, V.B.* A Strategic Management Model for Restructuring the Technological Core of an Economy // Control Sciences. – 2022. – No. 6. – P. 11–20.]
4. *Поляк Б.Т., Хлебников М.В., Рапопорт Л.Б.* Математическая теория автоматического управления. – М.: Издательство URSS, 2019. – 500 с. [*Polyak, B.T., Khlebnikov, M.V., Rapoport, L.B.* Matematicheskaya teoriya avtomaticheskogo upravleniya. – M.: Izdatel'stvo URSS, 2019. – 500 c. (In Russian)]
5. *Леонтьев В.В.* Экономические эссе. Теории, исследования, факты и политика. – М.: Политиздат, 1990. [*Leontief, W.* Essays in Economics. Theories, Theorizing, Facts, and Policies. – New York: Transaction Books, 1985. – 424 p.]
6. *Dorfman, R., Samuelson, P.A.,Solow, R.M.* Linear Programming and Economic Analysis. – New York: Dorfman Publications, Inc., 1958. – 525 p.
7. *Гусев В.Б.* Метод планирования реструктуризации и перехода к экономическому росту в условиях санкций // Математические методы в технологиях и технике. – 2022. – № 11. – С. 84–87. – DOI: 10.52348/2712-8873_MMTT_2022_11_84. [*Gusev, V.B.* A Method of Planning the Restructuring and Transition to Economic Growth in the Face of Sanctions // Mathematical Methods in Technologies and Technics. – 2022. – No. 11. – P. 84–87. – DOI: 10.52348/2712-8873_MMTT_2022_11_84. (In Russian)]
8. *Veduta, E.N., Dzhakubova, T.N.* Economic Science and Economic-Mathematical Modeling / Mathematical Modeling in Economy. – 2017. – No. 3-4. – P. 10–22.
9. *Ведута Е.Н.* Международный стандарт национального счетоводства // Стандарты и качество. – 2019. – № 5 (983). – С. 46–51. [*Veduta, E.N.* The International Standard on National Accounting // Standarty i kachestvo. – 2019. – No. 5 (983). – P. 46–51. (In Russian)]
10. *Perlaza, J.M., Guida, A.J., Díaz-Márquez, A.M.* Urban Metabolism of Human Settlements in Small Island-Protected Environments // Environmental and Sustainability Indicators – 2023. – Vol. 21, no. 6. – Art. no. 100324. – DOI: 10.1016/j.indic.2023.100324.
11. *Alemu, A.E.* Determinants of Ssmallholders' Preference to Hybrids – Prospect for Upgrading to High-Value Food Chains // J. Agribus. Rural Dev. – 2016. – No. 3(41). – P. 1–11. – DOI: 10.17306/JARD.2016.50.
12. *Olarte, S., Díaz-Márquez, A.* Social Determinants, Urban Planning, and Covid-19 Response: Evidence From Quito, Ecuador // Urban Planning. – 2023. – No. 8. – P. 281–291. – DOI: 10.17645/up.v8i2.6189.

Статья представлена к публикации членом редколлегии В.В. Клочковым.

Поступила в редакцию 22.12.2023,
после доработки 06.03.2024.
Принята к публикации 03.04.2024.

Гусев Владислав Борисович – канд. физ.-мат. наук, Институт проблем управления им. В. А. Трапезникова РАН, г. Москва,
✉ gusvbr@ipu.ru.
ORCID iD: https://orcid.org/0000-0001-6382-7441

© 2024 г. Гусев В. Б.

Эта статья доступна по лицензии Creative Commons «Attribution» («Атрибуция») 4.0 Всемирная.

A COMBINED MANAGEMENT MODEL FOR RESTRUCTURING A REPRODUCTION SYSTEM

V. B. Gusev

Trapeznikov Institute of Control Sciences, Russian Academy of Sciences, Moscow, Russia

✉ gusvbr@ipu.ru

Abstract. This paper considers a management model for a reproduction system with the synchronous change of the technological matrix during its restructuring. Such models can be characterized as models with combined (direct and indirect) control links. In the case of production resource reserves, the processes of changing control parameters and transforming technological links should be simultaneous. Invariants are obtained for the relationship between the volume of inputs and outputs of a multi-sector (diversified) economy. As a result, the formalized representation of the structural management model of a reproduction system is modified, and the linear reproduction model is replaced by a nonlinear one. The results of numerical calculations using this model and the real data of a diversified economy are presented. Based on the results, the obtained model is compared with the original restructuring model of a reproduction system.

Keywords: structural management, nonlinear model, reproduction system, transformation of the technological matrix, optimal restructuring process.