ОПТИМИЗАЦИЯ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ВОЗДУШНЫХ СУДОВ ПО АВИАЛИНИЯМ ПРИ НЕЧЁТКИХ ИСХОДНЫХ ДАННЫХ

Романенко В. А.[1]

(*Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королёва, Самара*)

Решен вариант задачи оптимальной расстановки воздушных судов (ВС) заданных типов на заданной сети авиалиний. Распределение ВС по авиалиниям является одной из узловых проблем, определяющей эффективность деятельности авиакомпании. Рассмотренная задача состоит в определении для каждой авиалинии недельного числа рейсов ВС, обеспечивающего максимальный экономический эффект от перевозки пассажиров. Новизна постановки задачи заключается в том, что уровни спроса на пассажирские перевозки приняты не полностью определёнными экспертно заданными нечёткими величинами, что соответствует этапу предварительного проектирования расписания. Оптимизация расстановки ВС по авиалиниям сформулирована как целочисленная задача математического программирования с нечётким критерием и чёткими ограничениями. Благодаря использованию приёма дефаззификации нечёткая задача сведена к обычной задаче математического программирования, решаемой имеющимися эффективными методами на базе доступного программного обеспечения. С использованием программного пакета IBM ILOG OPL получено решение модельных примеров задачи в нечёткой и «чёткой» постановках. Выполненное сравнение выявило существенные различия наиболее значимых результатов решения оптимизационной задачи в нечёткой и «чёткой» постановках, что свидетельствует о целесообразности учёта нечёткой неопределённости исходных данных.

Ключевые слова: оптимизация, математическое программирование, распределительная задача, нечёткое число, воздушные суда, авиалинии.

1. Введение

Рассматривается вариант одной из типичных распределительных задач математического программирования, часто встречающейся в практике планирования работы авиатранспортных предприятий. Задача состоит в оптимальной расстановке на заданной сети авиалиний воздушных судов (ВС) определённых типов таким образом, чтобы обеспечить экстремум

[1] *Владимир Алексеевич Романенко, к.т.н., доцент* (*vla_rom@mail.ru*).

некоторого показателя, имеющего, как правило, экономический смысл. Расстановка ВС по авиалиниям является одной из узловых проблем, в значительной степени определяющей эффективность эксплуатации авиакомпанией своего авиапарка. Особенностью описанной ниже оптимизационной модели является учёт неопределённого характера некоторых величин, входящих в состав исходных данных, посредством задания этих величин в нечёткой форме.

Рациональное распределение по авиалиниям ВС, имеющихся в распоряжении авиаперевозчика, возможно при наличии информации относительно уровней пассажиропотоков на рассматриваемых авиалиниях. На этапе решения распределительной задачи спрос на перевозки может быть известен лишь предположительно. Для формирования оценок уровня спроса на тех авиалиниях, по которым перевозки авиакомпанией уже выполнялись, может быть использована накопленная статистика. В этом случае прогнозы спроса будут описываться в терминах теории вероятностей. Для открываемых же вновь авиалиний или при недостаточном объеме статистики источником информации, вероятно, станут мнения экспертов. Разброс мнений, неизбежно присущий экспертам, их представления об изменчивости оцениваемого параметра традиционно находят отражение в выборе нечёткой формы представления параметра, который рассматривается как нечёткая величина с экспертно заданной функцией принадлежности. Чтобы обеспечить возможность учёта неопределённости в уровнях спроса при решении оптимизационной задачи, будем рассматривать все неопределённые величины как нечёткие, предварительно приводя случайные величины к нечёткой форме представления. Использование нечётких величин вместо статистических распределений позволит упростить оптимизационную модель, сохранив возможность учёта влияния на результат неопределённости в предполагаемых уровнях пассажиропотоков. Таким образом, задача оптимизации распределения ВС по авиалиниям будет решаться при нечётких данных о пассажиропотоках.

Оптимизация распределения ВС по авиалиниям была одной из первых задач математического программирования, успешно применённых на практике еще в середине 1950-х годов. Впервые её решение в детерминированной постановке было представлено в работе [15]. Практически в то же время теми же авторами началась разработка методов решения рассматриваемой задачи с учётом стохастичности пассажиропотоков [3, 16]. Ранние этапы исследований в рассматриваемой области отражены в работах отечественных авторов [1, 7].

К настоящему времени разработаны методики решения задачи в весьма сложных и детальных постановках, базирующиеся на двух основных методических подходах. Первый подход, основанный на предложенной и развитой в работах [9, 24] пространственной модели, сводит рассматриваемую задачу к задаче целочисленного программирования при возможности учёта движения многочисленного парка ВС на разветвлённой сети авиалиний со многими промежуточными посадками. Ограничения накладываются на уровень спроса и провозные ёмкости. Могут учитываться также временные ограничения на параметры графика оборота ВС, необходимость возвращения ВС в базовый аэропорт и некоторые другие факторы. Второй подход, отличающийся большей детализацией и, соответственно, приводящий к большей размерности задачи, основан на предложенной в работе [18] пространственно-временной модели сети авиалиний. Введение бинарных переменных позволило учесть ряд важных ограничений, таких как, например, возможность «стыковки» авиарейсов, что необходимо для авиакомпаний со значительной долей трансферных перевозок. В рамках обоих подходов для эффективного решения задачи либо минимизации расходов, либо максимизации прибыли разработаны весьма изощрённые многоэтапные алгоритмы.

Рядом авторов справедливо отмечается [1, 10, 26], что задача распределения ВС по авиалиниям является лишь частью общей проблемы принятия решений в управлении авиакомпанией и должна решаться совместно с другими оптимизационными задачами. С ростом возможностей вычислительной техники наблюдается тенденция к расширению комплекса оптимизационных задач, решаемых совместно. К настоящему времени разработаны интегрированные детерминированные оптимизационные модели распределения ВС по авиалиниям совместно со следующими задачами: формирование расписания полётов

[23, 24, 27–29], формирование авиалиний [10, 11], планирование технического обслуживания ВС [12, 13], составление расписания и назначение экипажей на рейсы [10–12, 17, 26].

Эволюция исследований стохастической задачи идет по пути как расширения комплекса совместно решаемых оптимизационных задач, так и увеличения числа учитываемых случайных факторов. Если в более ранних работах [16, 22] оптимизировалось распределение ВС по авиалиниям при случайном спросе, то, например, в [20] был учтен также стохастический характер цен на авиатопливо, а в [25] распределение ВС рассмотрено параллельно с формированием авиалиний, составлением расписания полётов и планированием технического обслуживания ВС при случайном спросе и отклонениях от расписания. Комплекс задач в одной из наиболее сложных постановок представлен в статье [19], где одновременно решаются задачи распределения ВС, формирования авиалиний и составления расписания с учётом необходимости технического обслуживания ВС и наличия код-шеринговых соглашений между перевозчиками. Случайными считаются спрос, время наземной стоянки ВС и отклонения от расписания. Обстоятельные обзоры работ по рассматриваемой тематике представлены в [19, 30]. Вызывает некоторое недоумение тот факт, что из пяти десятков наиболее значимых работ, упомянутых в этих обзорах, ни в одной из них неопределённость не описывается в терминах нечёткости. Настоящая работа призвана отчасти восполнить пробел в исследованиях задачи распределения авиапарка при частичной нечёткости исходных данных.

2. Описание неопределённости исходных данных

Напомним используемые ниже понятия и приемы нечёткой арифметики. Под нечётким множеством $\tilde{A}$ на универсальном множестве U понимается совокупность кортежей вида $\langle \mu_{\tilde{A}}(u), u \rangle$, где $\mu_{\tilde{A}}(u)$ – степень принадлежности элемента $u \in U$ нечёткому множеству $\tilde{A}$, которая задается как действительное число из интервала [0, 1]. Функция, позволяющая вычислить степень принадлежности универсальному множеству произвольного его элемента, называется функцией принадлежности. Под нечёткой величиной понимается нечёткое множество, заданное на множестве действительных чисел [5].

Ограничимся использованием нечётких величин, относящихся к типу нормальных с треугольными профилями функций принадлежности, или «треугольных нечётких чисел» (ТНЧ). ТНЧ характеризует неопределённость типа «приблизительно равно» и является одним из наиболее часто используемых, интуитивно понятных, простых и удобных для практических вычислений типов нечётких величин. ТНЧ $\tilde{A}$ может быть представлено в виде кортежа $\tilde{A} = \left\langle a^L, a^M, a^R \right\rangle$, включающего координаты опорных точек функции принадлежности $\mu_{\tilde{A}}(u)$:

$$\mu_{\tilde{A}}(u) = \begin{cases} \dfrac{u - a^L}{a^M - a^L}, & a^L \le u \le a^M, \\ \dfrac{a^R - u}{a^R - a^M}, & a^M \le u \le a^R, \\ 0, & u \le a^L,\ a^M \le u, \end{cases} \tag{1}$$

где a^M – наиболее возможное значение u (мода); a^L, a^R – соответственно наименьшее и наибольшее из возможных значений u (соответственно левая и правая границы ТНЧ), $a^L \le a^M \le a^R$.

Разности $\Delta a^L = a^M - a^L$ и $\Delta a^R = a^R - a^M$ называются соответственно левым и правым коэффициентами нечёткости, а их отношения к модальному значению a^M – левым $k^{a\,L}$ и правым $k^{a\,R}$ относительными коэффициентами нечёткости:

$$k^{a\,L} = \frac{\Delta a^L}{a^M}, \quad k^{a\,R} = \frac{\Delta a^R}{a^M}.$$

ТНЧ $\tilde{A}$ принято называть симметричным (СТНЧ) в случае равенства величин его левых и правых коэффициентов:

$$\Delta a^L = \Delta a^R = \Delta a, \quad k^{a\,L} = k^{a\,R} = k^a. \tag{2}$$

Основываясь на принципе обобщения Заде [5] определим необходимые ниже операции с ТНЧ. Пусть даны ТНЧ $\tilde{A}$ и «обычное» (не нечёткое) число b. Результатами их нечёткого сложения (+), перемножения (×), взятия максимума (max) и минимума (min) будут ТНЧ, определяемые соответственно как

$$\tilde{A} + (\times) b = \left\langle a^L + (\times) b,\, a^M + (\times) b,\, a^R + (\times) b \right\rangle,$$

(3) $$\max(\min)(\tilde{A}, b) = \left\langle \max(\min)(a^L, b),\, \max(\min)(a^M, b),\, \max(\min)(a^R, b) \right\rangle.$$

Для дефаззификации ТНЧ, т.е. приведения к чёткой форме, используем далее метод центроида [5], в соответствии с которым чёткое число $\bar{a}$ – результат дефаззификации ТНЧ $\tilde{A} = \left\langle a^L, a^M, a^R \right\rangle$ – определяется как

(4) $$\bar{a} = \operatorname{def}(\tilde{A}) = \frac{a^L + a^M + a^R}{3}.$$

Очевидно, что если $\tilde{A}$ – СТНЧ, то $\bar{a} = \operatorname{def}(\tilde{A}) = a^M$.

Примем, что неопределённость экспертного прогноза учитывается путем задания оценок уровней спроса в форме СТНЧ. Если же благодаря наличию статистических данных формируется вероятностный прогноз, подчиняющийся нормальному распределению, то СТНЧ может быть использовано для его аппроксимации. Пусть в результате обработки накопленных за предыдущие периоды статистических данных получен частотный прогноз спроса, подчиняющийся нормальному распределению. Необходимо адаптировать его для решения задачи оптимизации распределения авиапарка, трансформировав в СТНЧ.

Рассмотрим задачу формирования функции принадлежности СТНЧ на базе нормального распределения случайной величины. Предположим, что имеется нормальное частотное распределение [2] для переменной u с известными параметрами математического ожидания m, среднеквадратического отклонения σ и функцией плотности

(5) $$f(u) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{u-m}{\sigma}\right)^2}.$$

Требуется определить параметры a^M и k^a СТНЧ $\tilde{A}$ с функцией принадлежности $\mu_{\tilde{A}}(u)$ вида (1), (2), аппроксимирующего распределение (5). В силу симметричности функции плотности $f(u)$ и функции принадлежности $\mu_{\tilde{A}}(u)$ параметр a^M СТНЧ $\tilde{A}$, очевидно, совпадает с параметром m нормального частотного распределения:

$$a^M \equiv m.$$

Проведём нормализацию функции плотности нормального распределения, понимая в данном случае под этим процедуру получения на основе $f(u)$ такой функции $f'(u)$, максимальное значение которой, достигаемое в точке $u = m$, равно единице. Учитывая, что для $u = m$ плотность $f(u)$ принимает значение $f(u = m) = \dfrac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}$, получаем следующую нормализованную функцию

(6) $$f'(u) = \frac{f(u)}{f(u = m)} = \sigma\sqrt{2\pi}\, f(u),$$

для которой $f'(u = m) = 1$.

В качестве наилучшего приближения нормального распределения (6) нечётким числом (1) будем рассматривать СТНЧ с $a^M \equiv m$ и такими координатами a^L и a^R, которые обеспечивают равенство двух площадей над осью абсцисс:

(7) $S_f = S_\mu$,

где S_f, S_μ – площади, ограничиваемые функцией распределения (6) и функцией принадлежности (1) соответственно.

Площадь S_f для нормального распределения:

(8) $$S_f = \int_{-\infty}^{\infty} f'(u)du = \sigma\sqrt{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} f(u)du = \sigma\sqrt{2\pi}.$$

Величина S_μ определяется как площадь равнобедренного треугольника единичной высоты $\mu_{\tilde{A}}(u = m) = 1$, построенного на основании длиной $(a^R - a^L) = 2 \cdot \Delta a = 2 \cdot k^a \cdot m$:

(9) $$S_\mu = \frac{1}{2}\cdot \mu_{\tilde{A}}(u = m)\cdot(a^R - a^L) = k^a \cdot m.$$

Приравнивая в соответствии с условием (7) выражения (8) и (9), получаем искомый относительный коэффициент нечёткости аппроксимирующего СТНЧ:

(10) $k^a = \dfrac{\sigma\sqrt{2\pi}}{m}$.

Следует отметить, что равенство площадей (7) является не единственным условием, используемым при подборе параметров нечёткого приближения нормального распределения. Например, в [8] для определения численно-аналитическим методом наилучшего нечёткого интервала, аппроксимирующего нормальное распределение, наряду с (7), использовано условие минимума интеграла квадратичных отклонений значений плотности нормального распределения и функции принадлежности нечёткого интервала. В случае с СТНЧ $\tilde{A}$ указанное условие в общем виде запишется как:

(11) $\int\limits_{-\infty}^{\infty}\Big(f'(u,m,\sigma)-\mu_{\tilde{A}}(u,a^M=m,k^a)\Big)^2 du \xrightarrow[k^a]{} \min$.

Однако процедура поиска величины k^a, доставляющей минимум целевой функции (11), существенно более сложна, чем расчёт по формуле (10). При этом, как показала серия численных решений задачи (11) в широком диапазоне исходных значений m и σ, различия в величинах k^a, найденных двумя описанными выше подходами не превышают 5–6%.

3. Постановка задачи

Ограничимся одной из простых постановок задачи распределения ВС, позволяющей оценить целесообразность учёта нечёткости исходных данных и её влияние на результаты.

Пусть авиакомпания, располагающая ВС J типов, планирует выполнять беспосадочные рейсы из своего базового аэропорта в I других аэропортов. Задано количество ВС каждого (j-го, $j = 1, \ldots, J$) типа n_j. Для ВС каждого типа известны дальность d_j и пассажировместимость b_j.

В соответствии с практикой предположим, что пассажиропотоки в прямом направлении – из базового аэропорта в i-й аэропорт – в общем случае отличаются от пассажиропотоков в обратном направлении. Различаются также затраты на обслуживание одного пассажира в аэропортах на рейсах в прямом и обратном направлениях. Совпадающими примем средние тарифы на перевозку пассажира «туда» и средние тарифы на перевозку «обратно». Обозначим h направление перевозки и будем присваивать h одно из двух значений: «1» – в случае перевозки из базового аэропорта, «2» – в случае перевозки в базовый аэропорт. Поскольку цикличность повторяемости дней выполнения рейсов в расписании, как правило, соответствует недельному интервалу [6], то при необходимости будем приводить значения параметров к указанному временному интервалу. Примем заданными следующие параметры для каждой (i-й, $i = 1, \ldots, I$) авиалинии: расстояние между базовым и i-м аэропортами (протяжённость авиалинии) l_i, средний тариф на перевозку пассажира в одном направлении s_i, прогнозы недельного спроса $\tilde{q}_i^h$ и затраты c_i^h на аэропортовое обслуживание одного пассажира в прямом и обратном направлениях, $h = 1, 2$. Учтем, что сокращение фактической недельной частоты выполнения рейсов ниже минимально допустимого уровня может привести к неприемлемому с точки зрения потенциальных пассажиров увеличению промежутков времени между рейсами, что послужит причиной труднопрогнозируемого падения спроса на перевозки на данной авиалинии. Поэтому набор перечисленных выше параметров авиалинии дополним заданным минимально допустимым недельным числом рейсов k_i.

Будем считать, что авиакомпания, действуя в конкурентной среде, не является единственным перевозчиком на каждой авиалинии, поэтому пассажиры, которым не находится мест на рейсах рассматриваемой авиакомпании, имеют возможность уйти к конкурентам. Таким образом, неудовлетворенный в течение рассматриваемой недели спрос не переходит на следующие периоды и считается упущенным.

Предположим известными следующие величины, зависящие как от типа ВС j, так и от авиалинии i: затраты C_{ij} на выполнение парного («туда и обратно») рейса ВС j-го типа на авиалинии i; максимально возможное недельное количество K_{ij} рейсов одного ВС j-го типа на авиалинии i. Затраты C_{ij} не включают расходы на обслуживание пассажиров в аэропортах. Максимальное количество рейсов K_{ij} должно быть определено заранее исходя из протяжённости авиалинии, рейсовой скорости ВС, продолжительности наземной стоянки ВС в аэропортах, затрат времени на техническое обслуживание ВС и т.д.

Введём принадлежащие множеству целых неотрицательных чисел $\boldsymbol{Z}_+$ переменные x_{ij}, $i = 1, \ldots, I$, $j = 1, \ldots, J$, представляющие собой численности парных рейсов ВС j-го типа на авиалинии i. Назовём «плановым» недельное число пассажиров i-й авиалинии в направлении h, на перевозку которых авиакомпания будет вправе рассчитывать при некоторых x_{ij}, $i \in \{1, \ldots, I\}$, $j = 1, \ldots, J$. Ясно, что плановое недельное число пассажиров не сможет превысить как прогнозируемого недельного спроса $\tilde{q}_i^h$, так и суммарного числа мест P_i на всех рейсах в одном направлении i-й авиалинии:

(12) $$P_i = \sum_{j=1}^{J} x_{ij} b_j \ .$$

Поскольку плановое недельное число пассажиров будет зависеть от ТНЧ $\tilde{q}_i^h$, то оно также будет ТНЧ. Обозначим это ТНЧ $\tilde{p}_i^h$ и будем, исходя из приведённых выше соображений, определять её по правилам нечётких вычислений (3) как

(13) $$\tilde{p}_i^h = \min(P_i,\ \tilde{q}_i^h)\ .$$

В качестве максимизируемой целевой функции логично выбрать операционную прибыль от выполнения перевозок, которая представляет собой разность между доходами от продаж перевозок и расходами на выполнение рейсов с учётом затрат на обслуживание пассажиров и определяется с использованием введенных выше величин и правил (3) как ТНЧ $\tilde{E}$:

(14) $$\tilde{E} = \sum_{i=1}^{I} \sum_{h=1}^{2} \tilde{p}_i^h s_i - \left(\sum_{i=1}^{I} \sum_{j=1}^{J} C_{ij} x_{ij} + \sum_{i=1}^{I} \sum_{h=1}^{2} \tilde{p}_i^h c_i^h \right) \xrightarrow[\{x_{ij}\}]{} \max\ .$$

Используются следующие ограничения.

На минимальное недельное число рейсов на авиалинии, которое не может быть ниже заданного минимально допустимого недельного числа:

(15) $$\sum_{j=1}^{J} x_{ij} \geq k_i\,, \qquad \forall i \in \{1,\ldots,I\}\ .$$

На максимальное количество используемых ВС j-го типа, которое не может быть меньше имеющегося в составе авиапарка перевозчика числа ВС того же типа:

(16) $\sum_{i=1}^{I} \frac{x_{ij}}{K_{ij}} \le n_j , \quad \forall j \in \{1,...,J\}$.

Запрет назначения на авиалинию ВС, дальность которого меньше протяжённости авиалинии:

(17) $x_{ij} = 0 , \qquad \forall i \in \{1,...,I\} , \ \forall j \in \{1,...,J\} \ : \ l_i > d_j$.

Оптимизационная задача с чёткими ограничениями (15)–(17) и нечёткой целевой функцией (14) в силу нечёткости последней является задачей с бесконечным числом целевых функций [4]. Поэтому формулировку (14)–(17) следует рассматривать как условную. Чтобы придать постановке задачи определённость, используем в качестве целевой функции значение $\overline{E}$, полученное в результате дефаззификации (4) ТНЧ $\tilde{E}$:

(18) $\overline{E} = \mathrm{def}(\tilde{E}) \to \max$.

Таким образом, задача оптимального распределения ВС по авиалиниям сводится к определению множества $\{x_{ij} \in \boldsymbol{Z}_+, \ i = 1, …, I, \ j = 1, …, J\}$, обеспечивающего максимум целевой функции $\overline{E}$ (18) и удовлетворяющего ограничениям (15)–(17) при заданных n_j, d_j, b_j, l_i, s_i, k_i, $\tilde{q}_i^h$, c_i^h, C_{ij}, K_{ij} ($i = 1, …, I, \ j = 1, …, J, \ h = 1, 2$). Решение задачи, относящейся к классу задач целочисленного математического программирования, достигается известными «чёткими» методами математического программирования, в том числе при небольшой размерности задачи, используемыми программной надстройкой «Поиск решения» табличного процессора Microsoft Excel. Решение рассмотренных ниже примеров получено с помощью программного пакета IBM ILOG OPL.

4. Модельные примеры

Источником исходных данных для модельных примеров послужили результаты транспортной работы авиакомпаний, выполняющих перевозки из одного из крупных региональных аэропортов РФ. Рассматривается распределение по 20 авиалиниям (I = 20) ВС пяти типов (J = 5), характеристики и численность которых представлены в таблице 1.

Исходные данные по авиалиниям сведены в таблицу 2. Величины, имеющие экономический смысл, выражены в условных денежных единицах (усл. ед.).

Таблица 1. Характеристики авиапарка

j	1	2	3	4	5
b_j, пас.	210	160	100	70	50
d_j, км	5100	5100	2950	1370	2500
n_j	2	5	5	2	2

Таблица 2. Характеристики авиалиний

i	l_i, км.	s_i, усл. ед.	$q_i^{(1)M}$, пас.	$q_i^{(2)M}$, пас.	k_i, рейсов, по вариантам			
					I	II	III	IV
1	870	6,5	14760	16400	110	104	88	54
2	1360	9,4	6312	6801	66	62	52	32
3	1350	9,3	6039	5929	31	28	25	16
4	3200	20,1	1859	1828	10	10	8	5
5	1630	11,0	1185	1261	10	10	8	5
6	2100	13,7	1118	1117	14	13	11	7
7	2350	15,2	1021	902	6	6	5	3
8	1150	8,2	938	902	8	8	6	4
9	1800	12,0	881	770	10	10	8	5
10	765	5,9	740	826	12	11	10	6
11	1600	10,8	552	481	5	5	4	3
12	1200	8,5	460	410	3	3	2	2
13	1915	12,6	397	399	2	2	2	1
14	2250	14,6	408	244	2	2	2	1
15	2005	13,2	310	331	5	5	4	3
16	2200	14,3	284	308	2	2	2	1
17	1770	11,8	257	296	2	2	2	1
18	1040	7,5	198	278	3	3	2	2
19	510	4,4	180	176	2	2	2	1
20	280	3,0	146	105	2	2	2	1
Всего			38042	39762	305	290	245	153

Для всех авиалиний затраты на обслуживание пассажира в аэропортах приняты одинаковыми: $c_i^h = 0,6$ усл. ед., $i = 1, \ldots, I$. Недельный спрос на перевозки по авиалиниям задан модальными значениями $q_i^{(1)M}$ и $q_i^{(2)M}$ СТНЧ $\tilde{q}_i^{(1)}$ и $\tilde{q}_i^{(2)}$ соответственно и относительными коэффициентами нечёткости, которые для всех СТНЧ приняты одинаковыми: $k^{\tilde{q}_i^{(1)}} = k^{\tilde{q}_i^{(2)}} = 0,15$, $i = 1,\ldots,I$.

Решение получено для четырёх приведённых в таблице 2 вариантов ограничений на минимальное недельное число рейсов. Вариант I, соответствующий наиболее жестким требованиям к частотам выполнения рейсов, практически совпадает с фактическим расписанием. Варианты II, III и IV допускают сокращение суммарного недельного числа рейсов на 5%, 20% и 50% соответственно.

Модельные затраты на выполнение парных рейсов C_{ij} и максимально возможные недельные численности рейсов K_{ij} одного ВС приведены в таблице 3. Прочерки соответствуют случаям недостаточной дальности ВС.

Для оценки влияния нечёткости на результаты оптимизации задача оптимального распределения ВС по авиалиниям была решена также в «чёткой» постановке с целевой функцией E, вычисляемой по формулам (12)–(14), где ТНЧ заменены обычными «чёткими» числами. В составе исходных данных вместо нечётких величин спроса $\tilde{q}_i^h$ использованы их чёткие аналоги q_i^h, равные дефаззифицированным значениям СТНЧ $\tilde{q}_i^h$, совпадающим с их модальными значениями. Далее для задач в нечёткой и «чёткой» постановках использованы сокращения «НЗ» и «ЧЗ», соответственно.

Результаты для варианта ограничений I, представленные более подробно, приводятся в таблицах 4 и 5. Несмотря на то, что подсчитанные для каждой (i-й) авиалинии суммарные недельные численности рейсов x_i ВС всех типов в ЧЗ и НЗ практически совпадают, распределения числа рейсов ВС различных типов по авиалиниям в этих двух задачах заметно различаются.

В таблице 5 приводятся значения операционной прибыли, как по отдельным авиалиниям, так и суммарные, и параметры плановых пассажиропотоков, как по каждому направлению, так и суммарные.

Таблица 3. Характеристики авиалиний для ВС различных типов

i	C_{ij}, усл. ед., по типам ВС (j)					K_{ij}, рейсов, по типам ВС (j)				
	1	2	3	4	5	1	2	3	4	5
1	1890	1440	1260	650	960	21	35	28	28	35
2	2800	2140	1880	980	1430	21	28	28	21	28
3	2780	2120	1860	970	1420	21	28	28	21	28
4	6230	4760	–	–	–	14	14	–	–	–
5	3300	2520	2220	–	1690	14	21	21	–	28
6	4180	3190	2800	–	2150	14	21	21	–	21
7	4650	3550	3120	–	2390	14	14	14	–	21
8	2420	1850	1620	840	1230	21	28	28	21	35
9	3620	2770	2430	–	1860	14	21	21	–	21
10	1700	1300	1130	580	860	21	35	35	28	42
11	3250	2480	2180	–	1660	14	21	21	–	28
12	2510	1920	1680	870	1280	21	28	28	21	28
13	3840	2930	2570	–	1970	14	21	21	–	21
14	4460	3410	2990	–	2290	14	21	14	–	21
15	4000	3060	2690	–	2050	14	21	21	–	21
16	4370	3330	2930	–	2240	14	21	21	–	21
17	3570	2720	2390	–	1830	14	21	21	–	21
18	2210	1680	1480	760	1120	21	28	28	28	35
19	1210	930	810	400	610	28	42	42	42	49
20	790	600	530	240	390	28	49	49	56	63

Несмотря на то, что общая сумма прибыли будет положительной, часть авиалиний могут стать убыточными. ЧЗ по сравнению с НЗ даёт более «оптимистичный» прогноз по прибыли. Как следует из результатов НЗ, лишь в редких случаях на некоторых направлениях ожидается удовлетворение всего имеющегося спроса вплоть до максимально возможных уровней. Это предполагается на тех авиалиниях, где наблюдается значительный дисбаланс в пассажиропотоках «туда» и «обратно». Как правило, выделяемые провозные ёмкости позволяют перевезти близкое к модальному число пассажиров. В целом дефаззифицированные плановые пассажиропотоки в НЗ несколько ниже, чем в ЧЗ.

Таблица 4. Оптимальное количество рейсов

i	НЗ						ЧЗ					
	x_{ij}, рейсов, по типам ВС (j)					x_i, рейсов	x_{ij}, рейсов, по типам ВС (j)					x_i, рейсов
	1	2	3	4	5		1	2	3	4	5	
1	0	78	0	32	0	110	1	77	0	32	0	110
2	0	0	50	16	0	66	5	9	28	14	10	66
3	0	32	0	0	0	32	13	20	0	0	0	33
4	0	10	0	0	0	10	5	5	0	0	0	10
5	0	7	0	0	3	10	0	3	7	0	0	10
6	2	1	0	0	11	14	0	2	4	0	8	14
7	3	0	3	0	0	6	1	5	0	0	0	6
8	2	0	5	0	1	8	0	4	1	2	1	8
9	0	0	9	0	1	10	1	2	0	0	7	10
10	0	0	3	0	9	12	0	2	0	0	10	12
11	0	3	0	0	2	5	0	3	0	0	2	5
12	0	2	1	0	0	3	1	1	0	0	1	3
13	2	0	0	0	0	2	1	1	0	0	0	2
14	0	2	0	0	0	2	0	2	0	0	0	2
15	0	0	1	0	4	5	0	0	1	0	4	5
16	0	2	0	0	0	2	0	2	0	0	0	2
17	0	1	1	0	0	2	0	2	0	0	0	2
18	0	1	0	1	1	3	0	0	1	2	0	3
19	0	1	0	1	0	2	0	0	1	1	0	2
20	0	0	0	2	0	2	0	0	0	0	2	2
$\sum$	9	140	73	52	32	306	28	140	43	51	45	307

Рис. 1 иллюстрирует механизм трансформации СТНЧ «прогнозируемый недельный спрос» в ТНЧ «плановый недельный пассажиропоток» под влиянием ограничений на провозные способности «назначенных» ВС. Рассмотрены характерные примеры результатов НЗ для трех направлений. Судя по графикам функций принадлежности, суммарное число P_5 мест на ВС в аэропорт 5 является недостаточным для удовлетворения спроса, если он будет близок к максимальному прогнозируемому уровню. Суммарное число P_{10} мест на ВС из аэропорта 10 не «покрывает» не только максимального возможного уровня прогнозируемого спроса, но и модального его уровня. На направле-

нии в аэропорт 14 число P_{14} выделяемых мест заметно ниже любого возможного уровня спроса.

Таблица 5. Результаты оптимизации

i	НЗ							ЧЗ		
	$\overline{E}_i$, усл. ед.	$p_i^{(1)M}$, пас.	$p_i^{(2)M}$, пас.	$k^{P_i^{(1)}L}$	$k^{P_i^{(1)}R}$	$k^{P_i^{(2)}L}$	$k^{P_i^{(2)}R}$	E_i, усл. ед.	$p_i^{(1)}$, пас.	$p_i^{(2)}$, пас.
1	34415	14720	14720	0.15	0.00	0.05	0.00	40309	14760	14770
2	–5328	6120	6120	0.12	0.00	0.06	0.00	967	6312	6770
3	20873	5120	5120	0.00	0.00	0.02	0.00	24522	5930	5929
4	14361	1600	1600	0.01	0.00	0.03	0.00	16746	1850	1828
5	1712	1185	1261	0.15	0.07	0.15	0.01	1424	1180	1180
6	–7289	1118	1117	0.15	0.01	0.15	0.01	–5547	1118	1117
7	2599	930	902	0.07	0.00	0.15	0.03	5088	1010	902
8	–663	938	902	0.15	0.03	0.15	0.08	1973	930	902
9	–5188	881	770	0.15	0.08	0.15	0.15	–3391	880	770
10	–3578	740	750	0.15	0.01	0.06	0.00	–2993	740	820
11	–445	552	481	0.15	0.05	0.15	0.15	–259	552	481
12	821	420	410	0.07	0.00	0.15	0.02	838	420	410
13	1568	397	399	0.15	0.06	0.15	0.05	2105	370	370
14	1076	320	244	0.00	0.00	0.15	0.15	1076	320	244
15	–3595	300	300	0.12	0.00	0.06	0.00	–3364	300	300
16	1246	284	308	0.15	0.13	0.15	0.04	1433	284	308
17	502	257	260	0.15	0.01	0.03	0.00	739	257	296
18	–390	198	278	0.15	0.15	0.15	0.01	9	198	240
19	18	180	176	0.15	0.15	0.15	0.15	74	170	170
20	78	140	105	0.11	0.00	0.15	0.15	98	100	100
$\sum$	52793	36400	36223	-	-	-	-	81847	37681	37907

В двух из трех рассмотренных выше случаях СТНЧ $\tilde{q}_i^{(h)}$ ($\langle h, i \rangle \in \{\langle 1, 5 \rangle, \langle 2, 10 \rangle\}$) преобразуются в ТНЧ $\tilde{p}_i^{(h)}$, не являющиеся симметричными, с коэффициентами нечёткости более низкими, чем у исходных СТНЧ $\tilde{q}_i^{(h)}$. В случае же с направлением в аэропорт 14 исходное СТНЧ $\tilde{q}_{14}^{(1)}$ вообще редуцируется в «чёткое» число.

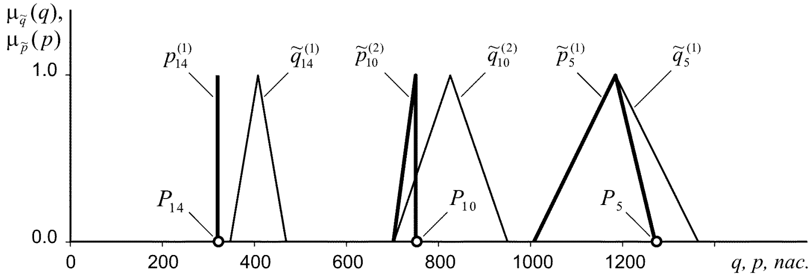

Рис. 1. Примеры функций принадлежности нечётких параметров пассажиропотоков

Уместно отметить, что введение нечёткости в постановку задачи приводит к некоторому сокращению среднего уровня плановых пассажиропотоков, что выше уже упоминалось. Поясним этот момент на примере сравнения чётких оценок пассажиропотоков для двух постановок задачи. В рассмотренном для направления в аэропорт 5 примере при «чёткой» постановке задачи плановое недельное чёткое число пассажиров $p_5^{(1)}$ совпадает с прогнозируемым спросом $q_5^{(1)}$ (как было сказано выше, в ЧЗ принимается $q_5^{(1)} = \mathrm{def}(\tilde{q}_5^{(1)}) = q_5^{(1)M}$). Однако в случае нечёткой постановки дефаззифицированное плановое недельное число пассажиров $\bar{p}_5^{(1)} = \mathrm{def}(\tilde{p}_5^{(1)})$, очевидно, будет меньше «чёткого» аналога $p_5^{(1)}$. Следовательно, введение нечёткости должно приводить к различиям в результатах решения задачи в «чёткой» и нечёткой постановках.

На практике результаты из представленных выше примеров означают, что на направлении в аэропорт 5 перевозчику следует ориентироваться на пассажиропоток, который будет близок к прогнозируемому, но не достигнет пиковых прогнозов. На направлении из аэропорта 10 авиакомпания может с высокой степенью определённости рассчитывать на перевозку P_{10} пассажиров либо немного меньшего их числа при высоких коэффициентах занятости мест на рейсах. Наконец, на рейсах в аэропорт 14 все места определённо будут заняты пассажирами, число которых составит P_{14}. Учёт авиакомпанией такого рода результатов в своей деятельности позволит ей скорректировать свою коммерческую политику, стратегию и тактику в отношении использования собственных ресурсов.

Материалы таблицы 6, рис. 2 и 3 дают возможность сравнить результаты НЗ и ЧЗ для всех четырёх вариантов ограничений. В таблицу 6 сведены недельные величины операционной прибыли E, суммарные численности рейсов x^{Σ} и пассажиров p^{Σ}, а также средние коэффициенты занятости пассажирских мест $K_з$, подсчитанные как отношение суммарного планового недельного числа пассажиров p^{Σ} к общему недельному числу мест на запланированных рейсах всех ВС. Для НЗ приведены дефаззифицированные значения нечётких величин, при этом символика, обозначающая дефаззификацию, опущена. Приводятся также относительные отклонения δ результатов ЧЗ относительно НЗ.

Таблица 6. Результаты оптимизации для различных вариантов ограничений

Вариант	E, тыс.усл.ед.		δ_E, %	x^{Σ}, рейсов		δ_X, %	p^{Σ}, пас.		δ_P, %	$K_з$		δ_K, %
	НЗ	ЧЗ		НЗ	ЧЗ		НЗ	ЧЗ		НЗ	ЧЗ	
I	54,4	81,8	50,4	306	307	0,3	70,7	75,6	6,9	0,960	0,984	2,5
II	70,6	96,6	36,8	290	291	0,3	72,1	76,2	5,7	0,951	0,975	2,5
III	108,5	121,0	11,5	245	259	5,7	68,8	73,7	7,1	0,975	0,995	2,1
IV	121,7	129,8	6,7	220	236	7,3	66,0	69,3	5,0	0,986	0,997	1,1

Столбчатые диаграммы, позволяющие сравнить распределение рейсов по типам ВС для обеих задач и различных вариантов ограничений, отображены на рис. 2.

Оптимальные значения целевой функции (18) НЗ для вариантов ограничений I, …, IV в виде точек с координатами $\overline{E}_I,...,\overline{E}_{IV}$ и графики функций принадлежности соответствующих ТНЧ $\widetilde{E}_I,...,\widetilde{E}_{IV}$ представлены на рис. 3. Для тех же четырёх вариантов ограничений показаны оптимальные значения целевой функции ЧЗ E_I, …, E_{IV}.

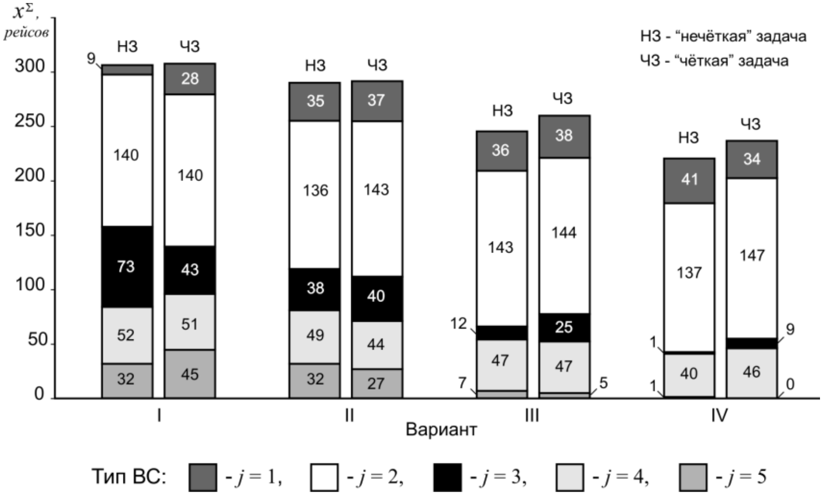

Рис. 2. Оптимальное недельное число рейсов ВС

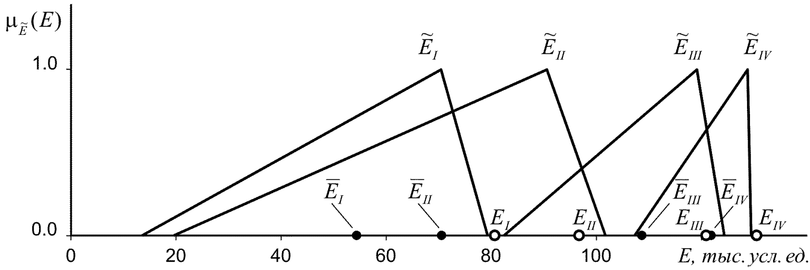

Рис. 3. Оптимальные значения целевой функции

Анализ представленных результатов позволяет сделать следующие выводы. По всем четырём вариантам суммарные и средние значения параметров, за исключением операционной прибыли, полученные при решении НЗ и ЧЗ, близки. Нечёткое решение по сравнению с «чётким» предполагает выполнение несколько меньшего числа рейсов при меньшем плановом числе пассажиров, что объясняется описанной выше особенностью нечёткой модели. С увеличением порядкового номера варианта ограничений, т.е. со снижением жёсткости требований по минимальным обязательным частотам выполнения рейсов на авиалиниях, суммарные численности рейсов и пассажиров вполне логично сокращаются. Оптимизация распределения ВС по авиалиниям позволяет весьма эффективно использовать авиапарк, о чем говорит очень высокая занятость мест на ВС, имеющая тенденцию к росту со снижением минимальных обязательных частот. Эта закономерность объясняется тем, что уменьшение минимального обязательного числа рейсов позволяет снизить занятость ВС выполнением рейсов и более эффективно перераспределить ВС различных типов.

При более детальном анализе результатов различия между «чёткой» и нечёткой моделями становятся более заметными. Как следует из рис. 2, недельные численности рейсов при близости суммарных значений значительно различаются для отдельных типов ВС. Так, например, относительные отклонения численности рейсов ВС небольшой пассажировместимости (не более 100 мест) для ЧЗ относительно НЗ составляют от 7 до 31%. По отдельным типам ВС эти расхождения могут быть еще более значительными. При этом с сокращением потребной (и фактической) частоты рейсов снижается интенсивность использования небольших ВС и, соответственно, возрастает нагрузка на большие ВС. Описанная тенденция вполне объяснима: если нет необходимости выполнять рейсы часто, то затраты при тех же доходах можно сократить, если выбирать самолёты большей пассажировместимости, позволяющие перевезти всех желающих меньшим числом рейсов.

Как следует из материалов таблицы 6 и рис. 3, различия нечёткого и «чёткого» решений наиболее ярко проявляются, если судить по полученным значениям целевой функции. Отклонения операционной прибыли для ЧЗ относительно НЗ составляют от 7 до 50% в зависимости от варианта исходных данных. С ужесточением требований к минимальной недельной частоте выполнения рейсов – в «реальных» задачах такие требования могут быть вполне жёсткими – отклонения возрастают.

Таким образом, результаты нечёткой и «чёткой» оптимизации распределения ВС на авиалиниях, схожие по менее значимым параметрам, заметно разнятся в наиболее существенных характеристиках: ожидаемой величине прибыли от выполнения транспортной операции и распределении ВС по авиалиниям.

При представленном наборе исходных данных на базе современной персональной вычислительной техники с использованием пакета IBM ILOG OPL затраты машинного времени на получение оптимальных решений задачи в нечёткой постановке составили около 3–4 минут, в чёткой постановке – порядка 1 минуты.

Уместно остановиться ещё на одном моменте, связанном с целесообразностью решения в нечёткой постановке задачи оптимального распределения ВС. Из представленного выше описания следует, что решение ЧЗ и НЗ умеренной размерности достигается при сравнительно малых затратах машинного времени. Однако с повышением размерности задач следует ожидать значительно больших временных затрат на их решение, особенно ощутимых в случае НЗ. Проверим возможность отказа от использования более сложной нечёткой модели с игнорированием фактической неопределенности спроса. С этой целью оптимальные значения x_{ij}, $i = 1, \ldots, I$, $j = 1, \ldots, J$, полученные при решении ЧЗ, используем для расчёта недельных показателей деятельности авиакомпании в условиях нечёткого спроса в соответствии с нечёткой моделью. Такой подход позволит оценить последствия неучёта возможных нарушений прогноза пассажирского спроса при поиске оптимального распределения ВС. Расчеты, выполненные для рассмотренных выше вариантов исходных данных, показали, что сокращение дефаззифицированной прибыли в случае «подстановки» решения ЧЗ в нечёткую модель достигает 12% по сравнению с использованием соответствующего решения НЗ. Еще большее падение прибыли фиксируется при повышении степени неопределённости прогноза. Так, при относительных коэффициентах нечеткости спроса, равных 0,3 и 0,45, использование решения ЧЗ становится причиной снижения дефаззифицированной прибыли по сравнению с решением НЗ на 14% и 25% соответственно. При этом в отличающемся низкой рентабельностью случае жестких требований к частотам выполнения рейсов различия по прибыли не столь велики, однако использование решения ЧЗ при неопределённом спросе чревато угрозой возникновения убытков. В отношении других показателей перевозочного процесса, таких как уровень пассажиропотока, суммарная численность рейсов и коэффициент занятости пассажирских мест, можно сказать, что использование решения ЧЗ вместо решения НЗ приводит к их незначительному росту. Можно сказать, что это означает для авиакомпании необходимость несколько больших затрат ресурсов на осуществление перевозок при меньшей прибыли. Таким образом, решение задачи оптимального распределения ВС в нечёткой постановке при заданном в нечёткой форме прогнозе пассажирского спроса следует считать весьма желательным; замена нечёткого оптимального решения чётким нецелесообразна.

5. Заключение

В статье решена задача оптимального распределения ВС известных типов и численности на заданной сети авиалиний. Новизна постановки задачи состоит в том, что уровни спроса на пассажирские перевозки приняты не полностью определёнными экспертно заданными нечёткими величинами, что соответствует этапу предварительного проектирования сезонного расписания. Значимость задачи определяется тем, что результаты её решения напрямую влияют на экономическую эффективность перевозочной деятельности авиакомпании. Для случая, когда одна часть исходных данных задается экспертами в нечёткой форме, а другая часть определяется в результате обработки имеющейся статистики как частотные распределения, предложена методика, позволяющая аппроксимировать частотные распределения нечёткими числами, сводя таким образом все исходные данные к единой нечёткой форме. Следует отметить, что и в случае комбинирования в составе исходных данных нечётких с обычными числами постановка и подход к решению оптимизационной задачи не изменится.

Задача оптимизации расстановки ВС по авиалиниям сформулирована как целочисленная задача математического программирования с нечётким критерием и чёткими ограничениями. С целью придания постановке определённости использован приём дефаззификации, позволивший нечёткую задачу свести к обычной задаче математического программирования, решаемой имеющимися действенными методами на базе доступного программного обеспечения. Решение модельных примеров получено с использованием программного обеспечения IBM ILOG OPL. Затраты машинного времени на решение задачи в нечёткой постановке при принятых исходных данных составили не более нескольких минут, что свидетельствует о практической реализуемости решения в условиях действующих предприятий гражданской авиации.

Выполненное сравнение позволило сделать вывод о существенных различиях наиболее значимых результатов решения оптимизационной задачи в нечёткой и «чёткой» постановках, что свидетельствует о желательности учёта неопределённости исходных данных, заданной в нечёткой форме. Задача решена на примере перевозок пассажиров, однако оптимизационная модель может быть без существенных переработок применена для случаев любых других видов корреспонденций. Целесообразным следует считать использование нечётких моделей и в случае более детальных и комплексных постановок задачи распределения ВС и смежных задач управления на воздушном транспорте.

Литература

1. АНДРОНОВ А.М., ХИЖНЯК А.Н. *Математические методы планирования и управления производственно-хозяйственной деятельностью предприятий гражданской авиации*. – М.: Транспорт, 1977. – 215 с.
2. ВАДЗИНСКИЙ Р.Н *Справочник по вероятностным распределениям*. – СПб.: Наука, 2001. – 294 с.
3. ДАНЦИГ Д.Б. *Линейное программирование, его применения и обобщения*. – М.: Прогресс, 1966. – 600 с.
4. ОРЛОВСКИЙ С.А. *Проблемы принятия решений при нечёткой исходной информации*.– М.: Наука, 1981. – 208 с.
5. ПЕГАТ А. *Нечёткое моделирование и управление*. – М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2013. – 798 с.
6. *Приказ Министерства транспорта РФ от 12 декабря 2011 г. N 310 «Об утверждении Порядка формирования, утверждения и опубликования расписания регулярных воздушных перевозок пассажиров и (или) грузов, выполняемых перевозчиками, имеющими соответствующие лицензии»*. –

URL: https://mintrans.gov.ru/documents/2/2207 (дата обращения: 10.12.2024).
7. САКАЧ Р.В., ПИНАЕВ Е.Г., ГЛАДЫШЕВСКАЯ Г.Н. и др. *Моделирование в планировании гражданской авиации*. – М.: Транспорт, 1983. – 173 с.
8. СТОРОЖЕВ С.В. *Алгоритм двухпараметрической аппроксимации нормального частотного распределения нечёткими интервалом* // Вестник Донецкого национального университета. Серия А: Природные науки. – 2014. – №2. – С. 78–80.
9. ABARA J. *Applying integer linear programming to the fleet assignment problem* // Interfaces. – 1989. – Vol. 19, No. 4. – P. 20–28. – DOI: 10.1287/inte.19.4.20.
10. BARNHART C., SMITH B. *Quantitative Problem Solving Methods in the Airline Industry* // International Series in Operations Research and Management Science. – Springer Science & Business Media, 2012. – 462 p. – DOI: 10.1007/978-1-4614-1608-1.
11. BAZARGAN M. *Airline operations and scheduling*. – Routledge, 2010. – 302 p.
12. CLARKE L.W., HANE C.A., JOHNSON E.L. et al. *Maintenance and crew considerations in fleet assignment* // Transportation Science. – 1996. – Vol. 30, No. 3. – P. 249–260.
13. CLARKE M., SMITH B. *Impact of operations research on the evolution of the airline industry* // Journal of Aircraft. – 2004. – Vol. 41, No. 1. – P. 62–72. – DOI: 10.2514/1.900.
14. DESAULNIERS G., DESROSIERS J., DUMAS Y. et al. *Daily aircraft routing and scheduling* // Management Science. – 1997. – Vol. 43, No. 6. – P.841–855. – DOI: 10.1287/mnsc.43.6.841.
15. FERGUSON A.R., DANTZIG G.B. *The problem of routing aircraft – a mathematical solution* // Aeronaut. Engng. Rev. – 1955. – Vol. 14, No. 4. – P. 51–55.
16. FERGUSON A.R., DANTZIG G.B. *The allocation of aircraft to routes – an example of linear programming under uncertain demand* // Manag. Sci. – 1956. – Vol. 3, No. 1. – P. 45–73. – DOI: 10.1515/9781400884179-029.
17. GARG A., AGARWAL Y., SRIVASTAVA R.K. et al. *Integrated commercial and operations planning model for schedule de-*

sign, aircraft rotation and crew scheduling in airlines // Networks. – 2024. – Vol. 83 , Iss. 4. – P. 653–672. – DOI: 10.1002/net.22211.

18. HANE C.A., BARNHART C., JOHNSON E.L. et al. *The fleet assignment problem: Solving a large-scale integer program* // Mathematical Programming. – 1995. – Vol. 70. – P. 211–232.
19. KIZILOGLU K., SAKALLI U.S. *Integrating Flight Scheduling, Fleet Assignment, and Aircraft Routing Problems with Codesharing Agreements under Stochastic Environment* // Aerospace. – 2023. – Vol. 10, No. 12. – DOI: 10.3390/aerospace 10121031.
20. NAUMANN M., SUHL L., FRIEDEMANN M. *A stochastic programming model for integrated planning of re-fleeting and financial hedging under fuel price and demand uncertainty* // Procedia – Soc. Behav. Sci. – 2012. – Vol. 54. – P. 47–55. – DOI: 10.1016/j.sbspro.2012.09.724.
21. NUGROHO A., SUHARTO A.M. *Airline Fleet Assignment and Schedule Planning* // Jurnal Manajemen Transportasi & Logistik. – 2014. – Vol. 1, No. 1. – P. 31–42. – DOI: 10.54324/j.mtl. v1i1.5.
22. PILLA V.L., ROSENBERGER J.M., CHEN V.C. et al. *A statistical computer experiments approach to airline fleet assignment* // IIE Trans. – 2008. – Vol. 40, No. 5. – P. 524–537. – DOI: 10.1080/07408170701759734.
23. REXING B., BARNHART C., KNIKER T.S. et al. *Airline fleet assignment with time windows* // Transportation Science. – 2000. – Vol. 34, No. 1. – P. 1–20. – DOI: 10.1287/trsc.34.1.1. 12277 .
24. RUSHMEIER R.A., KONTOGIORGIS S.A. *Advances in the optimization of airline fleet assignment* // Transportation Science. – 1997. – Vol. 31, No. 2. – P. 159–169.
25. SAFAK O., CAVUS O., AKTURK M.S. *Multi-stage airline scheduling problem with stochastic passenger demand and non-cruise times* // Transp. Res. Part B Methodol. – 2018. – Vol. 114. – P. 39–67. – DOI: 10.1016/j.trb.2018.05.012.
26. SHERALI H.D., BISH E.K., ZHU X. *Airline fleet assignment concepts, models, and algorithms* // European Journal of Opera-

tional Research. – 2006. – Vol. 172, No. 1. – P. 1–30. – DOI: 10.1016/j.ejor.2005.01.056.
27. XU Y., ADLER N., WANDELT S. et al. *Competitive integrated airline schedule design and fleet assignment* // European Journal of Operational Research. – 2024. – Vol. 314, No. 1. – P. 32–50. – DOI: 10.1016/j.ejor.2023.09.029.
28. YAN C., BARNHART C., VAZE V. *Choice-Based Airline Schedule Design and Fleet Assignment: A Decomposition Approach* // Transportation Science. – 2022. – Vol. 56, No. 6. – P. 1410–1431. – DOI: 10.1287/trsc.2022.1141.
29. YAN S., TSENG C.-H. *A passenger demand model for airline flight scheduling and fleet routing* // Computers and Operations Research. – 2002. – Vol. 29, No. 11. – P. 1559–1581. – DOI: 10.1016/s0305-0548(01)00046-6.
30. ZHOU L., CHOU C.-A., CHAOVALITWONGSE W.A. et al. *Airline planning and scheduling: Models and solution methodologies* // Front. Eng. Manag. – 2020. – Vol. 7, No. 1. – P. 1–26. – DOI: 10.1007/s42524-020-0093-5.

OPTIMIZATION OF AIRCRAFT ASSIGNMENT TO AIRLINES WITH FUZZY INITIAL DATA

Vladimir Romanenko, Samara National Research University, Samara, Cand.Sci., associate professor (vla_rom@mail.ru).

Abstract: A variant of the problem of optimal assignment of aircraft of specified types and numbers on a given airline network has been solved. The distribution of aircraft by airline is one of the key problems determining the efficiency of an air transport company. The considered task is to determine for each airline the weekly number of aircraft flights, which ensures the maximum economic effect of passenger transportation. The novelty of the problem statement lies in the fact that the levels of demand for passenger transportation are not fully defined expertly set fuzzy values, which corresponds to the stage of preliminary schedule design. Optimization of aircraft assignment by airlines is formulated as an integer mathematical programming problem with a fuzzy criterion and clear constraints. Thanks to the use of the defuzzification technique, the fuzzy problem is reduced to an ordinary mathematical programming problem solved by the available effective methods based on accessible software. Using the IBM ILOG OPL software package, the solution of model examples of the problem in fuzzy and "crisp" formulations was obtained. The comparison revealed significant differences between the most significant results of solving the *optimization problem in fuzzy and "crisp" formulations, which indicates the expediency of taking into account the fuzzy uncertainty of the initial data.*

Keywords: optimization, mathematical programming, distribution problem, fuzzy number, aircraft, airlines.

УДК 519.85 + 510.644.4 + 656.7.022.1
ББК 22.185.432 + 22.126 + 39.580.3

Статья представлена к публикации
членом редакционной коллегии В.Г. Лебедевым.

Поступила в редакцию 23.12.2024.
Опубликована 31.05.2025.