



Известия Саратовского университета. Новая серия. Серия: Математика. Механика. Информатика. 2025. Т. 25, вып. 1. С. 70–79

Izvestiya of Saratov University. Mathematics. Mechanics. Informatics, 2025, vol. 25, iss. 1, pp. 70–79 https://mmi.sgu.ru https://doi.org/10.18500/1816-9791-2025-25-1-70-79, EDN: ODBWYX

Научная статья УДК 004.942:531.3:532.3

# Численное моделирование гидродинамики обтекания тела в режиме суперкавитации

# К. Н. Жильцов $^{\boxtimes}$ , И. М. Тырышкин, А. Н. Ищенко, А. С. Дьячковский, А. В. Чупашев

Национальный исследовательский Томский государственный университет, Россия, 634045, г. Томск, пр-кт Ленина, д. 36

**Жильцов Константин Николаевич**, научный сотрудник лаборатории математической физики, konstantin@niipmm. tsu.ru, https://orcid.org/0000-0003-4594-9116, SPIN: 8679-3704, AuthorID: 904266

**Тырышкин Илья Михайлович**, инженер-исследователь лаборатории математической физики, tyryshkin@niipmm. tsu.ru, https://orcid.org/0000-0002-2298-0754, SPIN: 9477-8010, AuthorID: 175973

**Ищенко Александр Николаевич**, заведующий отделом быстропротекающих процессов, ischan@niipmm.tsu.ru, SPIN: 4129-6433, AuthorID: 7409

**Дьячковский Алексей Сергеевич**, заведующий сектором, lex\_okha@mail.ru, https://orcid.org/0000-0001-8553-6645, SPIN: 1073-8519, AuthorID: 854289

**Чупашев Андрей Владимирович**, младший научный сотрудник лаборатории прикладной газодинамики, chupashevav@gmail.com, SPIN: 7192-9069, AuthorID: 864662

Аннотация. Работа посвящена исследованию высокоскоростного обтекания удлиненного тела в водной среде на различных глубинах в режиме суперкавитации. Целью исследования является изучение состояния окружающей среды в окрестности тела, погруженного в воду, и возможного влияния возмущений среды на движение в воде группы метаемых тел. При моделировании обтекания применялась математическая модель сжимаемой среды на основе уравнений Навье - Стокса. Учитывались двухфазность, турбулентность и процесс фазового перехода с использованием моделей Смеси,  $k-\epsilon$  и полной модели кавитации Сингхала. В работе рассматривались удлиненные конические ударники с различными диаметрами кавитатора и обтекаемые потоком жидкости с различной скоростью. Численные результаты приводились в сравнении с экспериментальными результатами, полученными при метании ударников на гидробаллистической трассе на базе Научно-исследовательского института прикладной математики и механики Томского государственного университета. В результате численного моделирования было показано, что предложенная математическая модель позволяет точно предсказывать геометрическую форму и размеры каверны. Численные результаты также хорошо согласуются с полуэмпирической аппроксимационной формулой для формы каверны. Расчеты показывают, что в окрестности тела формируется ударно-волновая картина течения и возмущения потока распространяются на достаточное удаление от тела. На прямом уступе с переднего торца тела — кавитатора — происходит срыв потока, а за скачком уплотнения происходит резкое понижение давления до значений давления насыщенного пара. Геометрические размеры каверны зависят от скорости и окружающего давления: чем больше скорость потока, тем больше размеры каверны. Из расчетов следует, что при повышении давления среды, в случае имитации глубоководного метания при одних и тех же условиях для скорости, происходит уменьшение объема каверны и сокращение области распространения возмущений среды, что может положительно сказываться на кучности метания группы тел в воде.

**Ключевые слова:** математическое моделирование, кавитация, каверна, суперкавитирующее движение **Благодарности:** Работа выполнена при финансовой поддержке Российского научного фонда (проект № 19-19-00233).



**Для цитирования:** Жильцов К. Н., Тырышкин И. М., Ищенко А. Н., Дьячковский А. С., Чупашев А. В. Численное моделирование гидродинамики обтекания тела в режиме суперкавитации // Известия Саратовского университета. Новая серия. Серия: Математика. Механика. Информатика. 2025. Т. 25, вып. 1. С. 70–79. https://doi.org/10.18500/1816-9791-2025-25-1-70-79, EDN: ODBWYX Статья опубликована на условиях лицензии Creative Commons Attribution 4.0 International (CC-BY 4.0)

Article

# Numerical study of the hydrodynamics of supercavitation flow around an underwater body

## K. N. Zhiltsov<sup>™</sup>, I. M. Tyryshkin, A. N. Ischenko, A. S. Diachkovskii, A. V. Chupashev

National research Tomsk State University, 36 Lenina Pr., Tomsk, 634045, Russia

Konstantin N. Zhiltsov, konstantin@niipmm.tsu.ru, https://orcid.org/0000-0003-4594-9116, SPIN: 8679-3704, AuthorID: 904266

**Ilya M. Tyryshkin**, tyryshkin@niipmm.tsu.ru, https://orcid.org/0000-0002-2298-0754, SPIN: 9477-8010, AuthorID: 175973

Aleksander N. Ischenko, ischan@niipmm.tsu.ru, SPIN: 4129-6433, AuthorID: 7409

**Alexey S. Diachkovskii**, lex\_okha@mail.ru, https://orcid.org/0000-0001-8553-6645, SPIN: 1073-8519, AuthorID: 854289

Andrey V. Chupashev, chupashevav@gmail.com, SPIN: 7192-9069, AuthorID: 864662

Abstract. The work is devoted to the study of the high-speed flow around an elongated body in water at various depths in the supercavitation regime. The aim of the research is to study the state of the environment around a submerged body and the possible influence of environmental disturbances on the movement of a group of bodies. The mathematical model of a compressible medium was used based on the Navier - Stokes equations. Two-phase, turbulence and phase transition were taken into account using the Mixture model,  $k-\epsilon$  equations and Singhal full cavitation model, respectively. In the work, elongated conical bodies with different cavitator diameters and streamlined by a fluid flow at different speeds were considered. The numerical results were compared with the experimental results obtained by launching bodies on a hydroballistic track at the RIAMM TSU. Numerical simulation results showed that the proposed mathematical model can accurately predict the geometric shape and dimensions of the cavity. The numerical results are also in good agreement with the semi-empirical approximation for the cavity shape. Flow calculations show that a shock-wave flow pattern is formed near the body and flow disturbances propagate to a sufficient distance. On a cavitator at the front end of the body the flow is stalled and there is a sharp decrease of pressure to the values of saturated vapor pressure behind the shock wave. The dimensions of the cavity depend on the speed and ambient pressure — a greater flow rate leads to an increase in the size of the cavity. From calculations it follows that in the case of simulating deep-water launching under the same conditions of speed, following the medium pressure increase the volume of the cavity and the area of a disturbances propagation in the medium decreases, which can positively affect the accuracy of moving a group of bodies in a water.

**Keywords:** mathematical modeling, cavitation, cavity, supercavitating flow

**Acknowledgements:** This work was supported by the Russian Science Foundation (project No. 19-19-00233).

**For citation:** Zhiltsov K. N., Tyryshkin I. M., Ischenko A. N., Diachkovskii A. S., Chupashev A. V. Numerical study of the hydrodynamics of supercavitation flow around an underwater body. *Izvestiya of Saratov University*. *Mathematics*. *Mechanics*. *Informatics*, 2025, vol. 25, iss. 1, pp. 70–79 (in Russian). https://doi.org/10.18500/1816-9791-2025-25-1-70-79, EDN: ODBWYX

This is an open access article distributed under the terms of Creative Commons Attribution 4.0 International License (CC-BY 4.0)



#### Введение

На сегодняшний день существуют четкие представления о развитии кавитационных течений для малых скоростей применительно к различным подводным аппаратам [1]. На основе экспериментальных работ по исследованию явления кавитации выработаны инженерные подходы к определению основных характеристик каверн и их влиянию на движущиеся под водой тела [2–4]. Развитие численного моделирования [5] позволило расширить представления о явлении кавитации и получить новые знания о физических процессах, происходящих при движении тел в воде.

Большая часть исследовательских работ о суперкавитирующем движении тел в воде сводится к рассмотрению единичных тел. В работах [6–10] рассматриваются задачи о движении в воде или входе в воду одиночных тел под разными углами атаки на дозвуковых и сверхзвуковых скоростях [10] при различных числах кавитации с переменной плотностью среды [9]. Рассматриваются как оперенные тела большой массы, так и инертные тела. В то же время остро стоит необходимость рассматривать группу тел, движущихся относительно недалеко друг от друга [11]. Поэтому особый интерес представляет работа [12], посвященная суперкавитирующему обтеканию двух тел, которые движутся последовательно друг за другом. В работе представлены результаты зависимости коэффициента сопротивления от числа кавитации и расстояния тел друг от друга. Таким образом, можно сделать вывод, что работ, которые исследуют групповое движение тел, недостаточно, а большая часть из них посвящена процессу численных исследований и сводится к оценке поведения тела в воде и процессу формирования каверны.

В данной работе проведено численное исследование суперкавитирующего движения одиночного тела. Подробно представлены результаты моделирования процессов гидро- и газодинамики в результате движения с последующим образованием каверны. Приведены результаты состояния окружающей среды в условиях нахождения движущегося тела на различных глубинах. Представлены оценки области влияния движущегося тела в суперкавитирующем режиме, которое необходимо учитывать в случае группового метания тел.

### 1. Физическо-математическая постановка задачи

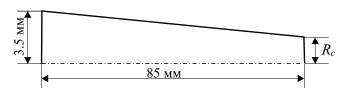


Рис. 1. Форма и геометрические размеры тела Fig. 1. Shape and geometric size of the body

Рассматривается процесс обтекания конического тела (рис. 1) слоем воды с фиксированной скоростью потока V. При обтекании за прямым уступом тела — кавитатором, происходит срыв потока и образование скачка уплотнения с резким падением давления за скачком. В области пониженного давления развивается процесс фазового перехода

с образованием кавитационного пузыря. С течением времени каверна полностью охватывает тело и обтекание переходит в режим суперкавитации. Анализ литературы показал, что процессы гидродинамики при обтекании тела в водной среде в условиях суперкавитации хорошо моделируются с помощью осредненных по Рейнольдсу уравнений Навье – Стокса [9, 13, 14]. Система уравнений гидродинамики на основе законов сохранения для многофазной среды включает в себя уравнение неразрывности [15], уравнение движения, уравнение энергии и замыкается уравнениями турбулентности  $k-\epsilon$  [16] и уравнением кавитации. Система принимает вид:

$$\frac{\partial}{\partial t} \left( \rho_m \right) + \nabla \left( \rho_m \vec{v}_m \right) = 0, \tag{1}$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \left( \rho_m \vec{v}_m \right) + \nabla \left( \rho_m \vec{v}_m \vec{v}_m \right) = -\nabla p + \nabla \left[ \mu_m \left( \nabla \vec{v}_m + \nabla \vec{v}_m^T \right) \right] + \vec{F} + \nabla \left( \sum_{k=1}^n \alpha_k \rho_k \vec{v}_{dr,k} \vec{v}_{dr,k} \right), \tag{2}$$



$$\frac{\partial}{\partial t} \sum_{k=1}^{n} \alpha_k \rho_k E_k + \nabla \sum_{k=1}^{n} \left( \alpha_k \vec{v}_k \left( \rho_k E_k + p \right) \right) = \nabla \left[ k_{eff} \nabla T \right], \tag{3}$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \left( \alpha_k \rho_k \right) + \nabla \left( \alpha_k \rho_k \vec{v}_m \right) = -\nabla \left( \alpha_k \rho_k \vec{v}_{dr,k} \right) + \sum_{q=1}^n \left( \dot{m}_{qk} - \dot{m}_{kq} \right), \tag{4}$$

$$\frac{\partial k}{\partial t} + \bar{u}\frac{\partial \epsilon}{\partial x_i} = \frac{\partial}{\partial x_i} \left[ \left( C_k \frac{k^2}{\epsilon} + \gamma \right) \frac{\partial k}{\partial x_i} \right] + P - \epsilon, \tag{5}$$

$$\frac{\partial \epsilon}{\partial t} + \bar{u} \frac{\partial \epsilon}{\partial x_i} = \frac{\partial}{\partial x_i} \left[ \left( C_{\epsilon} \frac{k^2}{\epsilon} + \gamma \right) \frac{\partial \epsilon}{\partial x_k} \right] + C_{\epsilon 1} \frac{\epsilon}{k} P - C_{\epsilon 2} \frac{\epsilon^2}{k}, \tag{6}$$

где  $\rho_m$  — плотность смеси,  $\vec{v}_m$  — скорость смеси,  $\nabla$  — оператор Лапласа в осесимметричной системе координат, p — давление,  $\mu_m$  — вязкость смеси,  $\alpha_k$  — объемная концентрация k-й фазы,  $\rho_k$  — плотность k-й фазы,  $\vec{v}_{dr,k}$  — скорость дрейфа k-й фазы,  $E_k$  — энергия k-й фазы,  $k_{eff}$  — эффективная теплопроводность, T — температура,  $\dot{m}_{qk}$  — массоперенос из q-й фазы в k-ю фазу.

Процесс кавитации моделировался с использованием уравнения полной кавитационной модели Сингхала [5]:

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho f_v) + \nabla (\rho f_v \vec{v}_v) = \nabla (\Gamma \nabla f_v) + R_e - R_c, \tag{7}$$

где  $f_v$  — концентрация пара,  $\Gamma$  — коэффициент диффузии,  $R_e$  и  $R_c$  — источниковые члены, определеющие скорости испарения и конденсации, соответственно.

Система уравнений (1)–(7) замыкается при помощи уравнений общеизвестного уравнения состояния идеального газа для газообразной фазы и уравнения Тейта для сжимаемости воды.

Задача решалась в осесимметричной постановке. В начальный момент времени задаются распределения газодинамических параметров: давление  $P_0$ , температура  $T_0$ , скорость набегающего потока  $V_0$ . Граница  $\Gamma 1$  (рис. 2) является осью симметрии. На границе  $\Gamma 2$  задаются

условия скорости потока  $V={\rm const.}$  На границах  $\Gamma 3$  расчетной области задаются мягкие граничные условия. На стенках метаемого тела, границы  $\Gamma 4$  соблюдаются условия прилипания.

Решение системы уравнений (1)-(7) с уравнениями состояния для газообразной и жидкой фаз основано на применении метода контрольных объемов [14]. Для

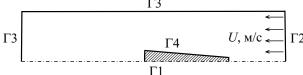


Рис. 2. Схема расчетной области и расстановки граничных условий

Fig. 2. Computational domain and boundary condition

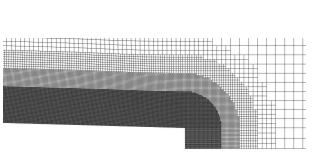
проведения математического моделирования использовался программный продукт ANSYS FLUENT. Интегрирование дифференциальных уравнений по времени и пространству проводилось с использованием неявной разностной схемы первого порядка точности, а дискретизация градиентов — по формуле Грина – Гаусса.

## 2. Верификация методики расчета

Тесты на сеточную сходимость проводились для оценки необходимой и достаточной размерности сетки для проведения численного моделирования. Оригинальный шаг расчетной сетки в части расчетной области, где по результатам полуэмпирической аппроксимации [2] формируется каверна, составлял 0.5 мм, в окрестности метаемого тела составил 0.25 мм. Сгущение проводилось кратно двум за один этап, таким образом, минимальный шаг сетки в окрестности метаемого тела составил 0.03125 мм. На рис. 3 представлено изображение конечной расчетной сетки, дающее представление об этапах сгущения. Результаты тестов на сеточную сходимость отображены в табл. 1. На рис. 4 представлена форма каверны в зависимости от размерности расчетной сетки. Из табл. 1 видно, что когда шаг сетки составляет



0.0625 мм, погрешность в оценке сил и радиуса каверны становятся минимальными. Данный шаг сетки и был выбран для проведения расчетов.



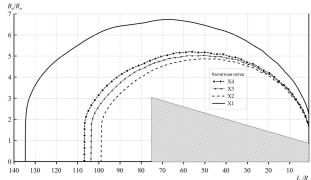


Рис. 3. Сгущения расчетной сетки в окрестности метаемого тела

Fig. 3. Computational grid around the body

Рис. 4. Сравнение геометрической формы каверны в зависимости от размерности расчетной сетки

Fig. 4. Comparison of the cavity geometric shape depending on the computational grid

Таблица 1 / Table 1

Результаты сходимости расчетной сетки Convergence results of the calculated grid

Расчетная сетка	Размер ячейки,	Коэффициент	$R_c/R_n$	Ошибка	Ошибка
	MM	сопротивления, $C_f$		$C_f$ , %	$R_c/R_n$ , %
X1	0.25000	2.8729	6.73	_	_
X2	0.12500	1.2748	4.86	55.63	27.79
X3	0.06250	1.1767	5.02	7.70	3.41
X4	0.03125	1.1348	5.19	3.56	3.48

Валидация математической модели и расчетной методики проводилась в сравнении с результатами эксперимента для движения суперкавитирующего тела в воде и результатами, полученными с использованием эмпирической аппроксимации для формы суперкаверны за дисковым кавитатором [2]:

$$\bar{R}^2 = 3.659 + 0.847(\bar{x} - 2) - 0.236\sigma(\bar{x} - 2)^2, \quad \bar{x} > 2,$$
 (8)

где  $\bar{R} = R_c/R_n$ ,  $\bar{x} = x/R_n$ ,  $R_c$  — радиус каверны в точке x,  $R_n$  — радиус кавитатора, x — координата сечения каверны (x = 0 — положение кавитатора),  $\sigma = 2\Delta p/(\rho V^2)$ .

В табл. 2 представлены результаты экспериментов для конического ударника (см. рис. 1) при давлении на глубине 0.25 м и результаты аппроксимации [2]. В табл. 2 указаны: радиус

Таблица 2 / Table 2

Данные экспериментов, на основании которых проводилась валидация расчетной методики Experimental data on which the calculation method was validated

Эксперимент	$R_n$ , MM	V, м/с	H, M	$R_c/R_n$
Эксперимент № 1	1.0725	356	0.25	8.09
Эксперимент № 2	1.1450	269	0.25	9.76

кавитатора  $R_n$ , скорость обтекания V и глубина H, которая определяется путем задания противодавления в окружающей области,  $R_c/R_n$  — отношение радиуса миделя каверны к радиусу кавитатора.

На рис. 5 представлено сравнение результатов численного моделирования с экспериментом для скорости натекания потока  $V=356\,\mathrm{m/c}$ 

(см. табл. 2). Форма каверны, полученная численно при значении коэффициента объемной доли  $\alpha=0.5$  (рис. 5,  $\delta$ ) качественно совпадает с формой каверны, полученной на гидробаллистической трассе в НИИ ПММ ТГУ. Контурная карта давления, полученная



численно (рис. 5,  $\epsilon$ ) показывает, что тело создает кавитатором скачки уплотнения различной интенсивности, которые достигают в окрестности кавитатора 80 атм и более. Составляющие аксиальной и радиальной скоростей (рис.  $\epsilon$ ,  $\epsilon$ ,  $\epsilon$ ,  $\epsilon$ ) для представленного случая показывают границы распространение возмущения среды в окрестности обтекаемого тела.

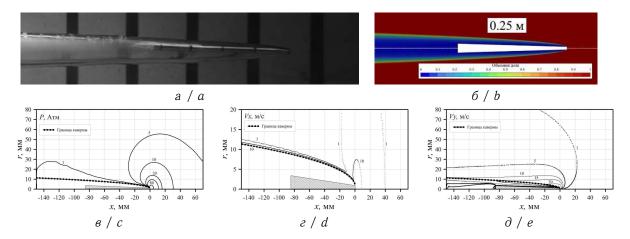


Рис. 5. Сравнение эксперимента № 1 с численным моделированием на глубине  $0.25\,\mathrm{m}$ : a — эксперимент; b — моделируемая форма каверны; b — изолинии распределения давления в области метаемого тела; b — изолинии распределения радиальной скорости (цвет онлайн)

Fig. 5. Comparison of experiment No. 1 with numerical simulation at a depth of  $0.25 \,\mathrm{m}$ : a is experiment; b is the simulated shape of the cavity; c is isolines of pressure distribution in the area of the projectile body; d is isolines of axial velocity distribution; e is isolines of radial velocity distribution (color online)

На рис. 6 представлено сравнение результатов численного моделирования с экспериментом для скорости натекания потока  $V=269\,\mathrm{m/c}$  (см. табл. 2). Форма каверны также хорошо предсказывается численными расчетами в сравнении с экспериментом (рис. 6, a,  $\delta$ ). Данные контурных карт давления и составляющих скорости (рис. 6, a, a, a) говорят о меньшей интенсивности распространения ударной волны и возмущений потока.

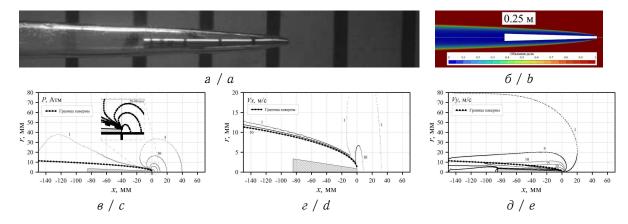


Рис. 6. Сравнение эксперимента № 2 с численным моделированием на глубине 0.25 м: a — эксперимент; b — моделируемая форма каверны; b — изолинии распределения давления в области метаемого тела; b — изолинии распределения радиальной скорости (цвет онлайн)

Fig. 6. Comparison of experiment No. 2 with numerical simulation at a depth of  $0.25 \, \text{m}$ : a is experiment; b is the simulated shape of the cavity; c is isolines of pressure distribution in the area of the projectile body; d is isolines of axial velocity distribution; e is isolines of radial velocity distribution (color online)

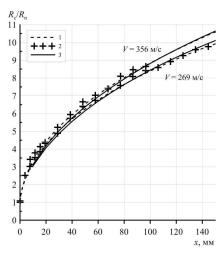


Рис. 7. Сравнение радиуса сформированной каверны вдоль оси  $O_x$ для представленных расчетных случаев: 1 — численное моделирование; 2 — экспериментальные данные; 3 формула [2]

Fig. 7. Comparison of the cavity radius along the  $O_x$  axis for the presented calculations: 1 — numerical simulation; 2 — experimental data; 3 — equation [2]

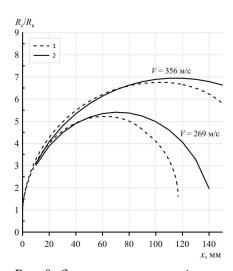


Рис. 8. Сравнение радиуса сформированной каверны вдоль оси  $O_x$  для представленных расчетных случаев на глубине  $100 \,\mathrm{m}$ : 1 -численное моделирование;  $2 - \phi$ ормула [2] Fig. 8. Comparison of the cavity radius along the  $O_x$  axis for the presented calculations at a depth of 100 m: 1 — numerical simulation; 2 formula [2]

На рис. 7 приводится сравнение отношения  $R_c/R_n$ полученное в эксперименте, при численном моделировании и с использованием аппроксимации [2]. Для двух рассмотренных случаев скорости набегающего потока полуэмпирическая аппроксимация [2] и представленная в данной работе математическая модель (1)–(7) позволяют с высокой точностью предсказывать форму каверны, полученную в эксперименте.

### Результаты исследований

Гидробаллистическая трасса, на базе которой проводится метание суперкавитирующих тел, не имеет возможности имитировать глубоководный пуск, а полуэмпирическая аппроксимация [2] позволяет оценивать только длину и радиус каверны, учитывая радиус кавитатора и состояние среды. На основании предложенной математической модели были проведены расчеты обтекания тела со скоростями набегающего потока  $V_1 = 356\,\mathrm{m/c}$  и  $V_2 = 269\,{\rm m/c}$  для глубины погружения  $100\,{\rm m}$ . Глубина погружения задается давлением в окружающей области. Для глубины 100 м величина давления составляет 10 атм.

На рис. 8 представлен график изменения отношения  $R_c/R_n$ , полученный при математическом моделировании, в сравнении с данными по аппроксимационной формуле [2]. Видно, что на исследуемой глубине погружения в 100 м объем каверны для обоих скоростей существенно уменьшился по сравнению обтеканием у поверхности воды. Уменьшились и длина,

> и радиус каверны. Причем для скорости  $V_2$  длина каверны такова, что закрывается в непосредственной близости от тыльной стороны тела. Аппроксимационная формула из [2], в данном случае, предсказывает большую длину и больший радиус каверны, при этом разница в определении радиуса каверны значительно меньше, нежели при определении длины.

> На рис. 9 представлено сравнение контуров давления для обтекания тела на глубине 100 м для исследуемых скоростей. Помимо уменьшения интенсивности распространения ударной волны в связи с уменьшением скорости следует отметить тот факт, что закрытие каверны, а в случае скорости  $V_2 = 269 \,\mathrm{m/c}$  это явление зафиксировано, происходит со значениями давлений, близкими к давлениям на кавитаторе. Непосредственно над каверной образуется область «разряжения» среды, затрагивая практически всю длину каверны.

> На рис. 10 представлены аксиальные и радиальные составляющие скорости. В потоке жидкости аксиальные скорости формируют область ускорения перед кавитатором. Данная область меньше по размеру в сравнении с условиями низкого противодавления и такая динамика характерна для обеих рассматриваемых скоростей обтекания. Важно обратить внимание на то, что в точке



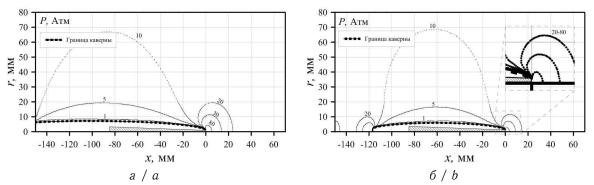


Рис. 9. Сравнение распределения давления, полученного при математическом моделировании, в окрестности тела на глубине 100 м для скоростей 356 м/с (а) и 269 м/с (б)

Fig. 9. Comparison of the pressure distribution obtained by mathematical modeling in the vicinity of a body at a depth of 100 m for velocities of 356 m/s (a) and 269 m/s (b)

захлопывания каверны (рис. 10,  $\delta$ ) аксиальная скорость показывает всплеск значений, образуя большую область скачка скорости на расстоянии  $20R_n$  от тела, что может быть вызвано возросшими давлениями в области закрытия каверны (рис. 9,  $\delta$ ). Данные по распределению радиальных составляющих скорости также подтверждают наличие возмущений в области схлопывания каверны, причем их интенсивность при скорости  $269\,\mathrm{m/c}$  практически аналогична возмущениям на кавитаторе. В случае большей скорости  $356\,\mathrm{m/c}$  интенсивность заметных возмущений гораздо ниже и, очевидно, зависит как от скорости потока, так и от давления окружающей среды.

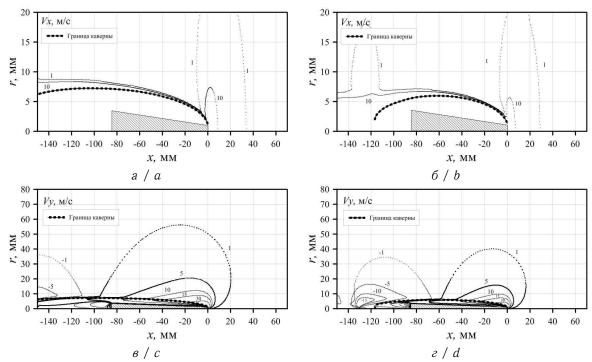


Рис. 10. Сравнение распределения составляющих  $V_x$  и  $V_y$  скорости среды на глубине 100 м, полученное при математическом моделировании для скоростей тела 356 м/с (a, e) и 269 м/с (b, e) Fig. 10. Comparison of the  $V_x$  and  $V_y$  velocity component distribution at a depth of 100 m, obtained by mathematical modeling for velocities 356 m/s (a, c), and 269 m/s (b, d)

Учитывая полученные данные по распределению радиальных составляющих скорости можно сделать вывод о том, что при групповом метании двух тел у поверхности воды летящее следом тело будет попадать в область интенсивных радиальных скоростей впереди



идущего тела  $(V_y>5\,{\rm m/c})$  при расстоянии между телами менее  $20R_c$  (при  $V=269\,{\rm m/c})$  и менее  $25R_c$  (при  $V=356\,{\rm m/c}$ ). При увеличении глубины погружения для рассматриваемых случаев это расстояние уменьшится до  $16R_c$  (при  $V=269\,{\rm m/c}$ ) и до  $20R_c$  (при  $V=356\,{\rm m/c}$ ). Следует отметить, что зона распространения радиальной скорости от кавитатора нелинейна вдоль каверны и имеет возмущения в области схлопывания каверны. Таким образом, важное значение будут иметь степень отставания одного тела от другого и расстояние между телами.

Существенное влияние на движущиеся в воде тела при групповом метании может оказать и фронт ударной волны, создаваемый кавитатором, поскольку отстающее метаемое тело будет проходить через скачок уплотнения, созданный впереди идущим телом. В данном случае ударные волны будут взаимодействовать друг с другом. В таком случае необходимо проводить отдельную оценку интерференции ударных волн в условиях плотной среды и их силы воздействия на движущиеся в потоке тела.

## Выводы

В работе реализована математическая модель обтекания тела в режиме суперкавитации на дозвуковых и трансзвуковых скоростях. Результаты математического моделирования приведены в сравнении с экспериментальными данными и хорошо согласуются с результатами, полученными полуэмперической аппроксимацией для определения геометрического размера каверны.

В рамках осесимметричной постановки для одиночного тела проведены численные исследования его обтекания на глубинах 100 м и у поверхности воды. Сравнение численного результата с результатами, полученными полуэмперической аппроксимацией, также хорошо согласуются между собой.

Реализованная математическая модель позволяет расширить возможности аналитических и экспериментальных оценок гидро- и газодинамических процессов, происходящих в окружающей среде в окрестности метаемого тела. На основании этих результатов можно проводить оценки о возможности метания тел на различных глубинах и с различными скоростями, оценивать возможное взаимовлияние тел при их групповом метании.

#### Список литературы

- 1. Рождественский В. В. Кавитация. Ленинград: Судостроение, 1977. 247 с.
- 2. *Савченко Ю. Н.* Исследование суперкавитационных течений // Прикладна гідромеханіка. 2007. Т. 9, № 2. С. 150–158.
- 3. *Hrubes J. D.* High-speed imaging of supercavitating underwater projectiles // Experiments in Fluids. 2001. Vol. 30, iss. 1. P. 57–64. https://doi.org/10.1007/s003480000135
- 4. *Truscott T. T., Epps B. P., Belden J.* Water entry of projectiles // Annual Review of Fluid Mechanics. 2014. Vol. 46. P. 355–378. https://doi.org/10.1146/annurev-fluid-011212-140753
- 5. *Кулагин В. А., Пьяных Т. А.* Исследование кавитационных течений средствами математического моделирования // Журнал Сибирского федерального университета. Серия: Техника и Технологии. 2012. Т. 5, № 1. С. 57–62. EDN: OXZAOD
- 6. *Xulong X., Tao X.* Hydrodynamic characteristics of a supercavitating vehicle's aft body // Ocean Engineering. 2016. Vol. 114. P. 37–46. https://doi.org/10.1016/j.oceaneng.2016.01.012
- 7. *Saranjam B*. Experimental and numerical investigation of an unsteady supercavitating moving body // Ocean Engineering. 2013. Vol. 59. P. 613–626. https://doi.org/10.1016/j.oceaneng.2012.12.021
- 8. *Qing Mu, Yipin Lv, Kangjian Wang, Tianhong Xiong, Wenjun Yi* Numerical simulation on the cavitation flow of high speed oblique water entry of revolution body // Mathematical Problems in Engineering. 2019. Vol. 2019. P. 1–10. https://doi.org/10.1155/2019/8034619
- 9. *Chunyong Fan, Zengliang Li, Khoo B. C., Mingchao Du*. Supercavitation phenomenon research of projectiles passing through density change area // AIP Advances. 2019. Vol. 9, iss. 4. Art. 045303. https://doi.org/10.1063/1.5087625
- 10. Van-Tu Nguyen, Warn-Gyu Park. Numerical study of the thermodynamics and supercavitating flow around an underwater high-speed projectile using a fully compressible multiphase flow model // Ocean Engineering. 2022. Vol. 257. Art. 111686. https://doi.org/10.1016/j.oceaneng.2022.111686
- 11. Ищенко А. Н., Афанасьева С. А., Буркин В. В., Дьячковский А. С., Чупашев А. В. Исследование взаимного влияния группы ударников при высокоскоростном одновременном входе в воду //



- Письма в журнал технической физики. 2019. Т. 45, № 20. С. 47–50. https://10.21883/PJTF.2019. 20.48395.17950, EDN: LYQMTM
- 12. *Huang X., Cheng C., Zhang X.* Machine learning and numerical investigation on drag reduction of underwater serial multi-projectiles // Defence Technology. 2022. Vol. 18, iss. 2. P. 229–237. https://doi.org/10.1016/j.dt.2020.12.002
- 13. *Xu C., Khoo B. C.* Numerical investigation on free surface effect on the supercavitating flow over a low aspect ratio wedge-shaped hydrofoil // Journal of Hydrodynamics. 2020. Vol. 32, iss. 1. P. 20–30. https://doi.org/10.1007/s42241-020-0003-7
- 14. Патанкар С. В. Численное решение задач теплопроводности и конвективного теплообмена при течении в каналах / пер. с англ. Е. В. Калабина под ред. Г. Г. Янькова. Москва : Изд-во МЭИ, 2003. 312 с. EDN: QMIDVJ
- 15. *Manninen M., Taivassalo M.* On the mixture model for multiphase flow. Espoo: Technical Research Centre of Finland, VTT Publications 288, 1996. 67 p.
- 16. *Launder B.E., Spalding D. B.* Lectures in mathematical model of turbulence. London: Academic Press, 1972. 176 p.

### References

- 1. Rozhdestvenskiy V. V. Kavitatsiya [Cavitation]. Leningrad, Sudostroenie, 1997. 247 p. (in Russian).
- 2. Savchenko Yu. N. Study of supercavitational flows. *Prikladna gidromekhanika* [Applied Hydromechanics], 2007, vol. 9, iss. 2, pp. 150–158 (in Russian).
- 3. Hrubes J. D. High-speed imaging of supercavitating underwater projectiles. *Experiments in Fluids*, 2001, vol. 30, iss. 1, pp. 57–64. https://doi.org/10.1007/s003480000135
- 4. Truscott T. T., Epps B. P., Belden J. Water entry of projectiles. *Annual Review of Fluid Mechanics*, 2014, vol. 46, pp. 355–378. https://doi.org/10.1146/annurev-fluid-011212-140753
- 5. Kulagin V. A., Pyanykh T. A. Research of cavitating flows by methods of mathematical simulation. *Journal of the Siberian Federal University. Engineering and Technologies*, 2012, vol. 5, iss. 1, pp. 57–62 (in Russian). EDN: OXZAOD
- 6. Xulong X., Tao X. Hydrodynamic characteristics of a supercavitating vehicle's aft body. *Ocean Engineering*, 2016, vol. 114, pp. 37–46. https://doi.org/10.1016/j.oceaneng.2016.01.012
- 7. Saranjam B. Experimental and numerical investigation of an unsteady supercavitating moving body. *Ocean Engineering*, 2013, vol. 59, pp. 613–626. https://doi.org/10.1016/j.oceaneng.2012.12.021
- 8. Qing Mu, Yipin Lv, Kangjian Wang, Tianhong Xiong, Wenjun Yi. Numerical simulation on the cavitation flow of high speed oblique water entry of revolution body. *Mathematical Problems in Engineering*, 2019, vol. 2019, pp. 1–10. https://doi.org/10.1155/2019/8034619
- 9. Chunyong Fan, Zengliang Li, Khoo B. C., Mingchao Du. Supercavitation phenomenon research of projectiles passing through density change area. *AIP Advances*, 2019, vol. 9, iss. 4, art. 045303. https://doi.org/10.1063/1.5087625
- 10. Van-Tu Nguyen, Warn-Gyu Park. Numerical study of the thermodynamics and supercavitating flow around an underwater high-speed projectile using a fully compressible multiphase flow model. *Ocean Engineering*, 2022, vol. 257, art. 111686. https://doi.org/10.1016/j.oceaneng.2022.111686
- 11. Ishchenko A., Afanas'eva S., Burkin V., Diachkovskii A., Chupashev A. Studying the mutual influence of a set of strikers during simultaneous high-velocity entry into water. *Technical Physics Letters*, 2019, vol. 45, iss. 10, pp. 1059–1062. https://10.1134/S1063785019100225, EDN: DWXYND
- 12. Huang X., Cheng C., Zhang X. Machine learning and numerical investigation on drag reduction of underwater serial multi-projectiles. *Defence Technology*, 2022, vol. 18, iss. 2, pp. 229–237. https://doi.org/10.1016/j.dt.2020.12.002
- 13. Xu C., Khoo B. C. Numerical investigation on free surface effect on the supercavitating flow over a low aspect ratio wedge-shaped hydrofoil. *Journal of Hydrodynamics*, 2020, vol. 32, iss. 1, pp. 20–30. https://doi.org/10.1007/s42241-020-0003-7
- 14. Patankar S. V. *Numerical heat transfer and fluid flow*. New York, Hemisphere Publishing Corporation, 1980. 197 p. (Russ. ed.: Moscow, MEI Publ., 2003. 312 p.).
- 15. Manninen M., Taivassalo M. *On the mixture model for multiphase flow*. Espoo, Technical Research Centre of Finland, VTT Publications 288, 1996. 67 p.
- 16. Launder B. E., Spalding D. B. Lectures in mathematical model of turbulence. London, Academic Press, 1972. 176 p.

Поступила в редакцию / Received 29.06.2023 Принята к публикации / Accepted 17.11.2023 Опубликована / Published 28.02.2025