

СТРОИТЕЛЬНАЯ МЕХАНИКА ИНЖЕНЕРНЫХ КОНСТРУКЦИЙ И СООРУЖЕНИЙ

2025 Том 21 № 4

DOI: 10.22363/1815-5235-2025-21-4

<http://journals.rudn.ru/structural-mechanics>

Издается с 2005 г.

Свидетельство о регистрации СМИ ПИ № ФС 77-19706 от 13 апреля 2005 г.

выдано Федеральной службой по надзору в сфере связи, информационных технологий и массовых коммуникаций (Роскомнадзор)

Учредитель: Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования

«Российский университет дружбы народов имени Патриса Лумумбы»

ISSN 1815-5235 (Print), 2587-8700 (Online)

Периодичность: 6 выпусков в год.

Языки: русский, английский.

Журнал индексируют: РИНЦ, RSCI, Cyberleninka, DOAJ, Google Scholar, Ulrich's Periodicals Directory, WorldCat, Dimensions.

Включен в Перечень ведущих научных журналов и изданий ВАК при Минобрнауки России по группе научных специальностей 2.1.1. Строительные конструкции, здания и сооружения (технические науки), 2.1.2. Основания и фундаменты, подземные сооружения (технические науки), 2.1.9. Строительная механика (технические науки).

Международный научно-технический журнал «Строительная механика инженерных конструкций и сооружений» знакомит читателей с достижениями отечественных и зарубежных ученых в области геометрии пространственных конструкций, сопротивления материалов, строительной механики, теории упругости и расчета строительных и машиностроительных конструкций, освещает вопросы научно-технического прогресса в строительстве и машиностроении, публикует аналитические обзоры по теме журнала.



Сайт журнала содержит полную информацию о журнале, его редакционной политике и этических принципах, требования к подготовке и условия публикации статей, а также полные выпуски журнала с 2008 г. (в рамках политики свободного доступа).

РЕДАКЦИОННАЯ КОЛЛЕГИЯ

ГЛАВНЫЙ РЕДАКТОР

Ватин Н.И., д-р техн. наук, проф., РУДН, Москва, Россия

ЗАМЕСТИТЕЛИ ГЛАВНОГО РЕДАКТОРА

Ерофеев В.Т., акад. РААСН, д-р техн. наук, проф., МГУ им. Н.П. Огарева, Саранск, Россия

Колчунов В.И., акад. РААСН, д-р техн. наук, проф., НИУ МГСУ, Москва, Россия

ОТВЕТСТВЕННЫЙ РЕДАКТОР

Мамиева И.А., РУДН, Москва, Россия

ЧЛЕНЫ РЕДАКЦИОННОЙ КОЛЛЕГИИ:

Агапов В.П., д-р техн. наук, проф., НИУ МГСУ, Москва, Россия

Абдильхаджаев А.И., д-р техн. наук, проф., ТГТУ, Ташкент, Узбекистан

Базаров Д.Р., д-р техн. наук, проф., ТИИМ, Ташкент, Узбекистан

Ванин В.В., д-р техн. наук, проф., КПИ им. Игоря Сикорского, Киев, Украина

Варум У., д-р философии, проф., Университет Порту, Порту, Португалия

Войццкий З., проф., Вроцлавский научно-технический университет, Вроцлав, Польша

Волосухин В.А., д-р техн. наук, проф., Кубанский ГАУ, Краснодар, Россия

Галишикова В.В., д-р техн. наук, проф., НИУ МГСУ, Москва, Россия

Дуцев М.В., д-р архитектуры, проф., ННГАСУ, Нижний Новгород, Россия

Евкин А.Ю., д-р техн. наук, проф., независимый исследователь, Торонто, Канада

Какоев С., д-р философии, проф., Технологический университет ПЕТРОНАС, Перак, Малайзия

Карпенко Н.И., акад. РААСН, д-р техн. наук, проф., НИИСФ РААСН, Москва, Россия

Козлов Д.В., д-р техн. наук, проф., НИУ МГСУ, Москва, Россия

Красич С., канд. техн. наук, Нишский университет, Ниш, Сербия

Кудрявцев С.А., чл.-корр. РААСН, д-р техн. наук, проф., ДВГУПС, Хабаровск, Россия

Курбацкий Е.Н., д-р техн. наук, проф., МИИТ, Москва, Россия

Лазарев Ю.Г., д-р техн. наук, проф., СПбПУ, Санкт-Петербург, Россия

Магуле Ф., проф., Высшая инженерная школа «Централь Сьопелек», Университет Париж-Сакли, Париж, Франция

Мендонка П., д-р философии, Архитектурная школа, Университет Минью, Брага, Португалия

Пенькова М.В., д-р архитектуры, доцент, СПбПУ, Санкт-Петербург, Россия

Сантос Р., исследователь, Национальная лаборатория строительной техники, Лиссабон, Португалия

Травуш В.И., акад. РААСН, д-р техн. наук, проф., ЭНПИ, Москва, Россия

Федюк Р.С., д-р техн. наук, доцент, ДВФУ, Владивосток, Россия

Якутов Н.М., чл.-корр. РИА, д-р техн. наук, проф., ИММ ФИЦ КазНЦ РАН, Казань, Россия

СОДЕРЖАНИЕ

АНАЛИТИЧЕСКИЕ И ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ РАСЧЕТА КОНСТРУКЦИЙ

- Агапов В.П., Маркович А.С.* Использование объемных суперэлементов при нелинейных расчетах плитно-балочных конструкций в вычислительном комплексе ПРИНС 283
- Гайдзуров П.П., Савельева Н.А., Брис Робин З.Б.Т.* Численное моделирование восстанавливающего эффекта от постнапряжения в плите перекрытия монолитного железобетонного каркаса 294
- Шагивалеев К.Ф., Сурнин Д.А., Сурнина Е.К.* Напряженно-деформированное состояние ортотропной прямоугольной пластинки, свободно опертой по всем сторонам 307

РАСЧЕТ И ПРОЕКТИРОВАНИЕ СТРОИТЕЛЬНЫХ КОНСТРУКЦИЙ

- Savin S.Yu.* Stages of Resistance of Reinforced Concrete Frames in Accidental Design Situation (Стадии напряженно-деформированного состояния железобетонных каркасов зданий в аварийной расчетной ситуации) ... 321
- Маркина Ю.Д.* Расчетные направления ветра при экспертизе несущей способности трехгранных антенно-мачтовых сооружений 334

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ

- Abrakhin S.I., Lukina A.V., Lisyatnikov M.S., Chibrikin D.A.* Predictive Modeling Methods for Estimating the Residual Strength of Wooden Structures Based on Experimental Data (Методы предсказательного моделирования для оценки остаточной прочности деревянных конструкций на основе экспериментальных данных) 346

СТРОИТЕЛЬНЫЕ МАТЕРИАЛЫ И ИЗДЕЛИЯ

- Morozova Y.A., Okolnikova G.E., Morozov A.A., Pritykin A.I., Yazyev S.B.* Determination of Key Quality Indicators of Multilayer Building Structures (Определение основных показателей качества многослойных строительных конструкций) 358

Редактор И.Л. Панкратова
Редактор англоязычных текстов С.Л. Шамбина
Дизайн обложки Ю.Н. Ефремовой
Компьютерная верстка Н.В. Маркеловой

Адрес редакции:

Российский университет дружбы народов имени Патриса Лумумбы
Российская Федерация, 117198, Москва, ул. Миклухо-Маклая, д. 6; тел./факс: +7 (495) 955-08-28; e-mail: stmj@rudn.ru, i_mamieva@mail.ru

Подписано в печать 24.08.2025. Выход в свет 26.08.2025. Формат 60×84/8.

Бумага офсетная. Печать офсетная. Гарнитура «Times New Roman». Усл. печ. л. 10,93. Тираж 250 экз. Заказ № 1677. Цена свободная.

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования «Российский университет дружбы народов имени Патриса Лумумбы»
Российская Федерация, 117198, Москва, ул. Миклухо-Маклая, д. 6

Отпечатано в типографии ИПК РУДН
Российская Федерация, 115419, Москва, ул. Орджоникидзе, д. 3

STRUCTURAL MECHANICS OF ENGINEERING CONSTRUCTIONS AND BUILDINGS

2025 VOLUME 21 No. 4

DOI: 10.22363/1815-5235-2025-21-4

<http://journals.rudn.ru/structural-mechanics>

Founded in 2005

by Peoples' Friendship University of Russia named after Patrice Lumumba

ISSN 1815-5235 (Print), 2587-8700 (Online)

Published 6 times a year.

Languages: Russian, English.

Indexed by RSCI, Russian Index of Science Citation, Cyberleninka, DOAJ, Google Scholar, Ulrich's Periodicals Directory, WorldCat, Dimensions.

The journal has been included in the list of the leading review journals and editions of the Highest Certification Committee of Ministry of Education and Science of Russian Federation in which the basic results of PhD and Doctoral Theses are to be published.

International scientific-and-technical peer-reviewed journal "Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings" shows the readers round the achievements of Russian and foreign scientists in the area of geometry of spatial structures, strength of materials, structural mechanics, theory of elasticity and analysis of building and machine-building structures, illuminates the problems of scientific-and-technic progress in building and machine-building, publishes analytic reviews on the aims and scope of the journal.



The journal website contains full information about the journal, editorial policy and ethics, requirements for the preparation and publication of the articles, etc., as well as full-text issues of the journal since 2008 (Open Access).

EDITORIAL BOARD

EDITOR-IN-CHIEF

Nikolai I. Vatin, DSc, Professor, RUDN University, Moscow, Russia

ASSISTANT EDITORS-IN-CHIEF

Vladimir T. Erofeev, member of the RAACS, DSc, Professor, Ogarev Mordovia State University, Saransk, Russia

Vitaly I. Kolchunov, member of the RAACS, DSc, Professor, NRU MGSU, Moscow, Russia

MANAGING EDITOR

Iraida A. Mamieva, RUDN University, Moscow, Russia

MEMBERS OF EDITORIAL BOARD:

Anvar I. Adylkhodzhaev, DSc, Professor, TSTU, Tashkent, Uzbekistan

Vladimir P. Agapov, DSc, Professor, NRU MGSU, Moscow, Russia

Dilshod R. Bazarov, DSc, Professor, TIAME, Tashkent, Uzbekistan

Mikhail V. Dutsev, Dr. of Architecture, NNGASU, Nizhny Novgorod, Russia

Alexander Yu. Evkin, DSc, Professor, independent scientist, Toronto, Canada

Roman S. Fedyuk, DSc, Associate Professor, FEFU, Vladivostok, Russia

Vera V. Galishnikova, DSc, Professor, MGSU, Moscow, Russia

Saeid Kakooei, PhD, senior lecturer, Universiti Teknologi PETRONAS, Seri Iskandar, Malaysia

Nikolay I. Karpenko, member of the RAACS, DSc, Professor, NIISF RAACS, Moscow, Russia

Dmitriy V. Kozlov, DSc, Professor, MGSU, Moscow, Russia

Sonja Krasic, PhD of Technical Science, University of Nis, Nis, Serbia

Sergey A. Kudryavtsev, corresponding member of the RAACS, DSc, Professor, FESTU, Khabarovsk, Russia

Evgeniy N. Kurbatskiy, DSc, Professor, MIIT, Moscow, Russia

Yuriy G. Lazarev, DSc, Professor, SPbPU, St. Petersburg, Russia

Fredéric Magoulès, DSc, Professor, Centrale Supélec, Université Paris-Saclay, Paris, France

Paulo Mendonça, Associate Professor, Architecture School, University of Minho, Braga, Portugal

Margarita V. Perkova, Dr. of Architecture, SPbPU, St. Petersburg, Russia

Ricardo Santos, PhD in Civil Engineering, Laboratório Nacional de Engenharia Civil, Lisbon, Portugal

Vladimir I. Travush, member of the RAACS, DSc, Professor, ENPI, Moscow, Russia

Vladimir V. Vanin, DSc, Professor, NTUU KPI, Kiev, Ukraine

Humberto Varum, Full Professor, University of Porto, Porto, Portugal

Viktor A. Volosukhin, DSc, Professor, KubSAU, Krasnodar, Russia

Zbigniew Wójcicki, Professor, Wrocław University of Science and Technology, Wrocław, Poland

Nukh M. Yakupov, corresponding member of the Russian Academy of Engineering, DSc, Professor, IME of FIC KazanSC of RAS, Russia

CONTENTS

ANALYTICAL AND NUMERICAL METHODS OF STRUCTURAL

ANALYSIS

- Agapov V.P., Markovich A.S.* Using Solid Superelements for Nonlinear Analysis of Slab-and-Beam Structures in the PRINS Software 283
- Gayzhurov P.P., Savelyeva N.A., Bris Robin Z.B.T.* Numerical Simulation of the Restoring Effect from Post-Stress in the Slab of a Cast-in-Situ Reinforced Concrete Frame 294
- Shagivaleev K.F., Surnin D.A., Surnina E.K.* Stress-Strain State of an Orthotropic Rectangular Plate Simply Supported on All Sides 307

ANALYSIS AND DESIGN OF BUILDING STRUCTURES

- Savin S.Yu.* Stages of Resistance of Reinforced Concrete Frames in Accidental Design Situation 321
- Markina Yu.D.* Design Wind Directions in Bearing Capacity Assessment of Triangular Antenna-Mast Structures 334

EXPERIMENTAL RESEARCH

- Abrakhin S.I., Lukina A.V., Lisyatnikov M.S., Chibrikov D.A.* Predictive Modeling Methods for Estimating the Residual Strength of Wooden Structures Based on Experimental Data 346

CONSTRUCTION MATERIALS AND PRODUCTS

- Morozova Y.A., Okolnikova G.E., Morozov A.A., Pritykin A.I., Yazyev S.B.* Determination of Key Quality Indicators of Multilayer Building Structures 358

Copy Editor I.L. Pankratova

English Texts' Editor S.L. Shambina

Graphic Designer Iu.N. Efremova

Layout Designer N.V. Markelova

Address of the Editorial Board:

Peoples' Friendship University of Russia named after Patrice Lumumba

6 Miklukho-Maklaya St, Moscow, 117198, Russian Federation; tel./fax: +7 (495) 955-08-28; e-mail: stmj@rudn.ru, i_mamieva@mail.ru

Printing run 250 copies. Open price

Peoples' Friendship University of Russia named after Patrice Lumumba

6 Miklukho-Maklaya St, Moscow, 117198, Russian Federation

Printed at Publishing House of RUDN University

3 Ordzhonikidze St, Moscow, 115419, Russian Federation

© Peoples' Friendship University of Russia named after Patrice Lumumba, 2025

© Grinko S.O., photo on the cover of the journal (Hangzhou Grand Theatre, Hangzhou, China), 2025

АНАЛИТИЧЕСКИЕ И ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ РАСЧЕТА КОНСТРУКЦИЙ ANALYTICAL AND NUMERICAL METHODS OF STRUCTURAL ANALYSIS

DOI: 10.22363/1815-5235-2025-21-4-283-293

EDN: CEBUAP

Научная статья / Research article

Использование объемных суперэлементов при нелинейных расчетах плитно-балочных конструкций в вычислительном комплексе ПРИНС

В.П. Агапов¹, А.С. Маркович^{1,2}✉¹ Российский университет дружбы народов, Москва, Российская Федерация² Национальный исследовательский Московский государственный строительный университет, Москва, Российская Федерация

✉ markovich-as@rudn.ru

Поступила в редакцию: 11 апреля 2025 г.

Доработана: 13 июня 2025 г.

Принята к публикации: 3 июля 2025 г.

Аннотация. Описана методика нелинейного статического расчета комбинированных плитно-балочных конструкций с использованием конечных элементов, построенных с применением трехмерной теории упругости и пластичности. При этом используются многослойные элементы плит и оболочек, а также многослойные объемные балочные элементы (суперэлементы), позволяющие рассчитывать конструкции, выполненные из неоднородных материалов, в том числе и железобетонные. В большинстве применяемых в настоящее время программных комплексах конечные элементы балок строятся либо на основе классической теории сопротивления материалов, либо на основе трехмерной теории упругости. При использовании трехмерной теории вводятся ограничения по форме и размерам поперечных сечений, а все характеристики приводятся к точкам, лежащим в торцевых сечениях балок на их осях. Оба этих подхода затрудняют одновременный учет физической и геометрической нелинейности, поэтому разработка альтернативных методик нелинейного статического расчета конструкций является актуальной задачей. Для устранения этого недостатка в данной работе предложен суперэлемент для моделирования железобетонных колонн и балок в составе комбинированных плитно-балочных расчетных схем. На сегодняшний день аналоги предлагаемого суперэлемента для расчета железобетонных конструкций отсутствуют в известных коммерческих конечно-элементных продуктах. Приведенная методика адаптирована к вычислительному комплексу ПРИНС, разрабатываемому авторами для использования в инженерно-технических и научных целях. Для демонстрации возможностей этого комплекса приведен тестовый пример расчета несущей способности двухэтажной рамы. Вычислительный комплекс ПРИНС может быть эффективно использован инженерами проектных и научных организаций для решения инженерных задач, связанных с расчетом железобетонных конструкций.

Ключевые слова: метод конечных элементов, вычислительный комплекс ПРИНС, строительные конструкции, массивные железобетонные сооружения, физическая нелинейность, пластичность, теория течения, механика деформируемых тел

Вклад авторов: Агапов В.П. — научное руководство, концепция исследования, валидация; Маркович А.С. — написание текста, концепция исследования, обзор литературы, научное рецензирование и редактирование. Все авторы ознакомлены с окончательной версией статьи и одобрили ее.

Для цитирования: Агапов В.П., Маркович А.С. Использование объемных суперэлементов при нелинейных расчетах плитно-балочных конструкций в вычислительном комплексе ПРИНС // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2025. Т. 21. № 4. С. 283–293. <http://doi.org/10.22363/1815-5235-2025-21-4-283-293>

Агапов Владимир Павлович, доктор технических наук, профессор кафедры технологий строительства и конструкционных материалов, инженерная академия, Российский университет дружбы народов, Российская Федерация, 117198, г. Москва, ул. Миклухо-Маклая, д. 6; eLIBRARY SPIN-код: 2422-0104, ORCID: 0000-0002-1749-5797; e-mail: agapovvp@mail.ru

Маркович Алексей Семенович, доктор технических наук, доцент кафедры технологий строительства и конструкционных материалов, инженерная академия, Российский университет дружбы народов, Российская Федерация, 117198, г. Москва, ул. Миклухо-Маклая, д. 6; профессор кафедры металлических и деревянных конструкций, Национальный исследовательский Московский государственный строительный университет, Российская Федерация, 129337, г. Москва, Ярославское ш., д. 26; eLIBRARY SPIN-код: 9203-1434; ORCID: 0000-0003-3967-2114; e-mail: markovich-as@rudn.ru

© Агапов В.П., Маркович А.С., 2025

This work is licensed under a Creative Commons Attribution-NonCommercial 4.0 International License
<https://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/legalcode>

Using Solid Superelements for Nonlinear Analysis of Slab-and-Beam Structures in the PRINS Software

Vladimir P. Agapov¹ , Alexey S. Markovich^{1,2}  

¹ RUDN University, Moscow, Russian Federation

² Moscow State University Of Civil Engineering (National Research University), Moscow, Russian Federation

✉ markovich-as@rudn.ru

Received: April 11, 2025

Revised: June 13, 2025

Accepted: July 3, 2025

Abstract. The article presents a methodology for nonlinear static analysis of slab-and-beam structures using finite elements constructed using the three-dimensional theory of elasticity and plasticity. Multilayer plate/shell elements and solid beam elements (superelements) are used to analyze structures made of heterogeneous materials, including reinforced concrete. In most currently used software products, beam finite elements are constructed either on the basis of the classical theory of strength of materials or on the basis of the three-dimensional elasticity theory. When using the three-dimensional theory, restrictions are introduced on the shape and size of cross-sections, and all characteristics are reduced to points lying in the end sections of the beams along their axes. Both of these approaches make it difficult to simultaneously take into account physical and geometric nonlinearity, therefore the development of alternative methods for nonlinear static analysis of structures is relevant. To avoid this drawback, a superelement for modeling reinforced concrete columns and beams as part of combined slab-and-beam systems is proposed in this article. To date, there are no alternatives of the proposed superelement for analyzing reinforced concrete structures in known commercial finite element products. The developed methodology is adapted to the PRINS software. An example of calculating the load-bearing capacity of a two-story frame using this software is given. The PRINS software can be used by engineers of design and scientific organizations to solve engineering problems related to the analysis of reinforced concrete structures.

Keywords: finite element method, PRINS computational program, building structures, solid reinforced concrete structures, physical nonlinearity, plasticity, flow theory, structural mechanics

Authors' contribution: Agapov V.P. — supervision, conceptualization, validation; Markovich A.S. — writing, conceptualization, literature review, peer review and editing. All authors read and approved the final version of the article.

For citation: Agapov V.P., Markovich A.S. Using solid superelements for nonlinear analysis of slab-and-beam structures in the PRINS software. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*. 2025;21(4):283–293. (In Russ.) <http://doi.org/10.22363/1815-5235-2025-21-4-283-293>

1. Введение

Предпосылки для расчета железобетонных конструкций в нелинейной постановке обусловлены развитием компьютерных технологий, с одной стороны, и развитием численных методов строительной механики, в первую очередь метода конечных элементов [1–4], — с другой. При этом нелинейное деформирование бетона с учетом реальных упругопластических свойств в условиях объемного напряженного состояния исследовалось учеными на протяжении XX века¹ [5–9].

Очевидно, что современные методы расчеты железобетонных конструкций должны разрабатываться на основании численных методов строительной механики с учетом нелинейных эффектов, присущих бетону и арматуре и установленных экспериментальным путем.

При выполнении нелинейных расчетов важной задачей является корректное вычисление усилий и напряжений, возникающих в бетоне и арматуре. При использовании одномерных стержневых конечных элементов балочного (рамного) типа для моделирования колонн или балок, в силу особенно-

¹ CEB, CEB-FIP Model Code 1990 / CEB Bulletin d'Information No. 213/214. Lausanne: Comite Euro-International du Beton, 1993. 437 p.

Vladimir P. Agapov, Doctor of Technical Sciences, Associate Professor of the Department of Construction Technology and Structural Materials, Academy of Engineering, RUDN University, 6 Miklukho-Maklaya St, Moscow, 117198, Russian Federation; eLIBRARY SPIN-code: 2422-0104, ORCID: 0000-0002-1749-5797; e-mail: agapovpb@mail.ru

Alexey S. Markovich, Doctor of Technical Sciences, Associate Professor of the Department of Construction Technology and Structural Materials, Academy of Engineering, RUDN University, 6 Miklukho-Maklaya St, Moscow, 117198, Russian Federation; Professor of the Department of Metal and Timber Structures, National Research Moscow State University of Civil Engineering, 26 Yaroslavl Highway, Moscow, 129337, Russian Federation; eLIBRARY SPIN-code: 9203-1434, ORCID: 0000-0003-3967-2114; e-mail: markovich-as@rudn.ru

стей построения этих элементов, значения усилий в бетоне и арматуре, равно как и прочность конструкции, не могут быть точно определены. Один из путей решения этой задачи видится в использовании для моделирования тела колонн (и/или балок) конечных элементов сплошной среды (тип solid). С одной стороны, применение элементов сплошной среды ведет к неоправданному увеличению числа неизвестных расчетной схемы и количеству разрешающих уравнений, что требует дополнительных вычислительных ресурсов для решения задач большой размерности. С другой стороны, для моделирования арматуры, располагаемой в теле конструкции, обычно используются одномерные стержневые конечные элементы, заключенные в узлах элементов сплошной среды. Для учета всех особенностей расположения арматуры в теле бетона (длины, шага, защитного слоя и т.д.) от расчетчика требуются значительные временные затраты для построения корректной модели армированной конструкции.

Для устранения указанных недостатков авторами предлагается объемный суперэлемент, предназначенный для моделирования железобетонных колонн (и/или балок). Данный конечный элемент построен на основе объемной теории упругости и пластичности. Суперэлемент вдоль оси разбивается на определенное количество слоев, а в пределах слоя составляется из объемных элементов и включает в себя возможность автоматического задания параметров армирования и генерации арматурных стержней. Тем самым для пользователя исключается необходимость ручного построения арматурных стержней в теле бетонной конструкции, что существенным образом упрощает процесс создания расчетных моделей реальных конструкций.

2. Метод

Предлагается методика физически и геометрически нелинейного статического расчета железобетонных плитно-балочных конструкций с использованием разработанных ранее профессором В.П. Агаповым многослойных конечных элементов [10]. Методика заключается в следующем. Решение задачи с помощью вычислительной программы (решателя), исключая формирование блока исходных данных и визуализацию результатов, делится на два этапа: составление разрешающего уравнения и его решение. Авторы статьи для нелинейного статического расчета используют уравнение равновесия, полученное в работе [11] и имеющее вид

$$(\mathbf{K} + \mathbf{K}_\sigma + \mathbf{K}_{NL_1} + \mathbf{K}_{NL_2}) \Delta \mathbf{u} = \Delta \mathbf{P}, \quad (1)$$

где $\mathbf{K}$, $\mathbf{K}_{NL_1}$ и $\mathbf{K}_{NL_2}$ — матрицы жесткости нулевого, первого и второго порядков; $\mathbf{K}_\sigma$ — матрица начальных напряжений; $\Delta \mathbf{u}$ и $\Delta \mathbf{P}$ — векторы приращений узловых перемещений и нагрузок соответственно.

Формулы для вычисления всех приведенных выше матриц представлены в [11]. Особенностью предлагаемого алгоритма является использование для моделирования плитно-балочных конструкций конечных элементов, основанных на трехмерной теории упругости и пластичности. Для моделирования колонн и балок используется суперэлемент, составленный из объемных шестигранных конечных элементов (бетон) и одномерных стержневых элементов (арматура) (рис. 1), а для моделирования плит — многослойный элемент пластинки/оболочки (рис. 2), особенности построения которого рассмотрены в работе [12].

Арматура в плите представляется слоем эквивалентной толщины с однонаправленными свойствами.

Как видно из рис. 1, суперэлемент колонны (или балки) разбивается вдоль оси на определенное количество слоев, а в пределах слоя составляется из объемных элементов. Все характеристики суперэлемента приводятся к узлам, лежащим в его торцевых сечениях. Узлы сетки на торцах суперэлемента и плиты в месте стыка должны совпадать. Это обеспечивает совместность перемещений и в то же время податливость в месте соединения плиты с колонной.

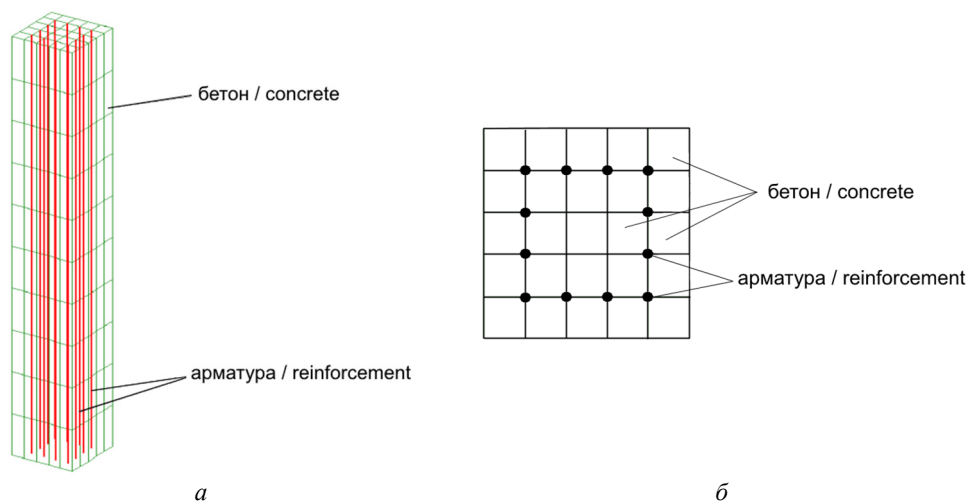


Рис. 1. Суперэлемент железобетонной колонны:
a — общий вид конечного элемента; *б* — расположение арматуры в поперечном сечении колонны
 Источник: выполнено В.П. Агаповым, А.С. Марковичем

Figure 1. Superelement of reinforced concrete column:
a — general view of the finite element; *b* — position of reinforcement in the cross section of the column
 Source: made by V.P. Agapov, A.S. Markovich

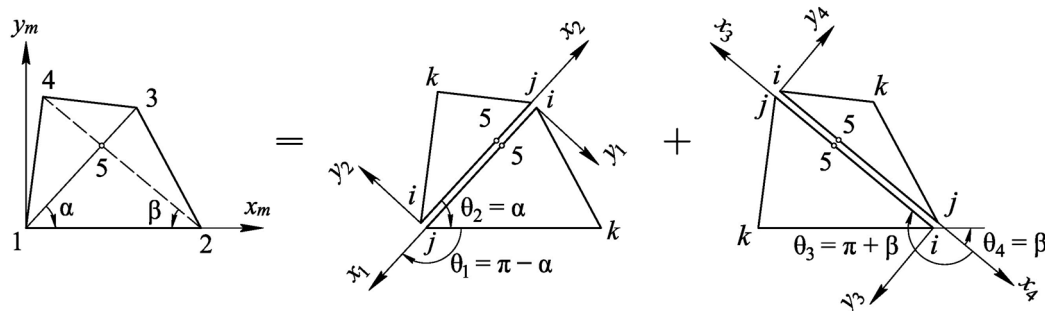


Рис. 2. Составной четырехугольный конечный элемент пластинки/оболочки
 Источник: выполнено В.П. Агаповым, А.С. Марковичем

Figure 2. Combined quadrilateral plate/shell finite element
 Source: made by V.P. Agapov, A.S. Markovich

Так как способы вычисления матричных характеристик используемых конечных элементов подробно описаны в работах [10; 11], в данной статье они не рассматриваются. Отметим, однако, особенность вычисления матрицы жесткости нулевого порядка $\mathbf{K}$ при учете физической нелинейности. В этом случае не удастся получить аналитическое выражение для матрицы $\mathbf{K}$ в явном виде, так как ее элементы зависят от изменяющихся на шаге нагружения свойств материала. Однако ее можно найти в численном виде в начале и конце шага. Если обозначить эти матрицы, как $\mathbf{K}_0$ и $\mathbf{K}_1$ соответственно, то матрицу $\mathbf{K}$ можно приближенно найти как полусумму матриц $\mathbf{K}_0$ и $\mathbf{K}_1$:

$$\mathbf{K} = \frac{1}{2}(\mathbf{K}_0 + \mathbf{K}_1). \quad (2)$$

Представим матрицу $\mathbf{K}$ в виде

$$\mathbf{K} = \mathbf{K}_0 + \Delta\mathbf{K}. \quad (3)$$

С учетом (2) и (3) получаем

$$\Delta \mathbf{K} = \mathbf{K} - \mathbf{K}_0 = \frac{1}{2}(\mathbf{K}_0 + \mathbf{K}_1) - \mathbf{K}_0 = \frac{1}{2}(\mathbf{K}_1 - \mathbf{K}_0). \quad (4)$$

Учитывая формулу (4), уравнение (1) принимает вид

$$(\mathbf{K}_0 + \Delta \mathbf{K} + \mathbf{K}_\sigma + \mathbf{K}_{NL_1} + \mathbf{K}_{NL_2}) \Delta \mathbf{u} = \Delta \mathbf{P}. \quad (5)$$

Перенесем слагаемые матрицы жесткости, зависящие от шаговых перемещений, в правую часть уравнения (5) и будем решать это уравнение итерационным методом:

$$(\mathbf{K}_0 + \mathbf{K}_\sigma)_j \Delta \mathbf{u}_j^{(i)} = \Delta \mathbf{P}_j - (\Delta \mathbf{K} + \mathbf{K}_{NL_1} + \mathbf{K}_{NL_2})_j^{(i-1)} \Delta \mathbf{u}_j^{(i-1)}. \quad (6)$$

Итерации повторяются до достижения заданной точности. По окончании итераций находятся приращения напряжений по формуле

$$\Delta \boldsymbol{\sigma} = \mathbf{C}_{ep} \Delta \boldsymbol{\varepsilon}, \quad (7)$$

где $\mathbf{C}_{ep}$ — упругопластическая матрица характеристик материалов.

Полные значения перемещений и напряжений вычисляются по формулам:

$$\mathbf{u} = \mathbf{u}_0 + \Delta \mathbf{u}, \quad \boldsymbol{\sigma} = \boldsymbol{\sigma}_0 + \Delta \boldsymbol{\sigma}. \quad (8)$$

При этом возможна коррекция напряжений в соответствии с заданной диаграммой напряжение — деформация. Поэтому при достижении сходимости по перемещениям в алгоритме, принятом в программе ПРИНС, осуществляются итерации равновесия по напряжениям с использованием формулы

$$(\mathbf{K}_0 + \mathbf{K}_\sigma) \Delta \mathbf{u}_j^{(i)} = \mathbf{P}_j - \mathbf{F}_j^{(i-1)}, \quad (9)$$

где $\mathbf{P}_j$ — полный вектор узловой нагрузки, $\mathbf{F}_j^{(i-1)}$ — вектор узловых сил, обусловленных внутренними напряжениями.

3. Результаты и обсуждение

Для иллюстрации предложенной выше методики (см. уравнения (1)–(9)) решена задача по определению несущей способности двухэтажной железобетонной рамы при действии горизонтальной нагрузки. При таком воздействии основная нагрузка воспринимается колоннами, что дает возможность оценить влияние различных расчетных моделей колонн на окончательное напряженно-деформированное состояние конструкции. В связи с этим рассматривались две конечно-элементные схемы с различными способами моделирования колонн. В первой схеме колонны моделировались при помощи суперэлемента типа 46 (согласно спецификации конечных элементов в программе ПРИНС), а во второй схеме — стандартным балочным элементом типа 32. Плиты моделировались многослойным элементом пластинки/оболочки типа 26. Суперэлемент 46 позволяет учитывать как геометрическую, так и физическую нелинейности, тогда как в элементе 32 учитывается только геометрическая нелинейность.

Расчетные схемы при использовании элементов 46 и 32 показаны на рис. 3, а и б соответственно.

Отметим одну особенность расчетной схемы, приведенной на рис. 3, а. Суперэлементы колонн должны сопрягаться с плитой во всех узлах своих торцевых сечений. Это приводит к необходимости

генерировать на плите густую сетку конечных элементов в местах стыков. Если распространять эту сетку на всю плиту, это может привести к ее неоправданной густоте, и, как следствие, к неоправданному увеличению числа степеней свободы конструкции. Чтобы избежать этого, в вычислительном комплексе ПРИНС разработан модуль, который автоматически генерирует сетку конечных элементов с переменным шагом в окрестности стыка, что и отражено на рис. 3, а.

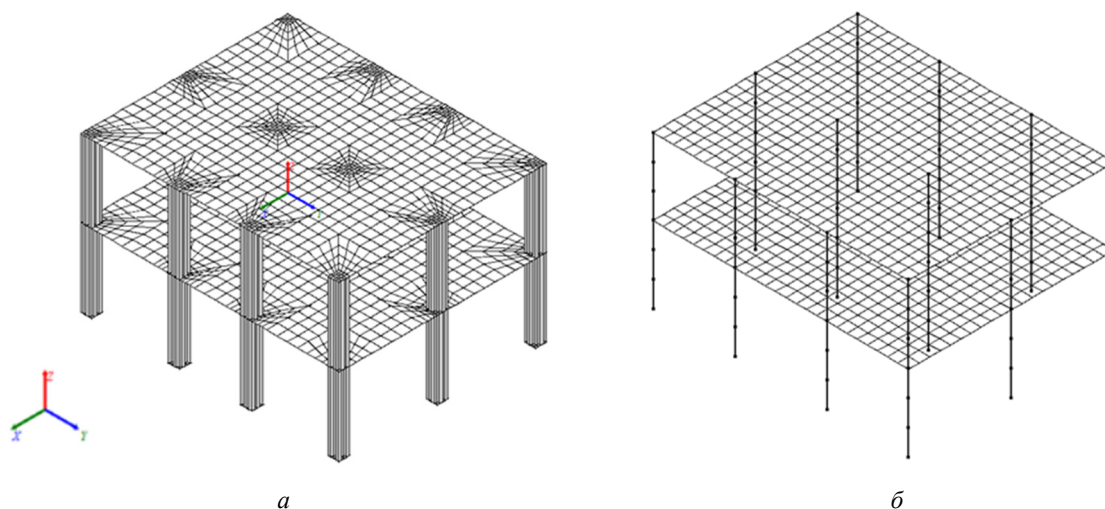


Рис. 3. Расчетные схемы рамы:

а — с использованием для моделирования колонн суперэлементов; б — то же элементов балочного типа

И с т о ч н и к: выполнено В.П. Агаповым, А.С. Марковым

Figure 3. Finite element model of the frame:

а — using superelements for modeling columns; б — the same for beam-type elements

S o u r c e: made by V.P. Agapov, A.S. Markovich

В расчетах использовался бетон класса В25 и арматура класса А400. Размеры сечения колонн — 40×40 см при армировании стержнями диаметром 2 см по схеме, приведенной на рис. 1, б.

Для бетона колонн использовалась физическая модель нелинейно-упругого деформирования при хрупком разрушении [13]. Для плит применялась упругопластическая модель с модифицированным критерием текучести Губера — Мизеса [14]. При этом использовалась нелинейная диаграмма деформирования бетона согласно европейским стандартам². Для арматуры принималась диаграмма Прандтля.

Ветровая (горизонтальная) нагрузка принималась по Своду правил, действующему на территории Российской Федерации СП 20.13330.2020³ для четвертого ветрового района. Равнодействующая ветровой нагрузки прикладывалась в виде сосредоточенных сил в верхних сечениях колонн с наветренной стороны в направлении оси x . Расчет выполнялся шагово-итерационным методом до полного разрушения конструкции. Коэффициент к шаговой нагрузке принимался равным 0,1.

Ниже приводятся некоторые из результатов расчета по программе ПРИНС и дается их подробный анализ.

Так, на рис. 4 показаны деформации элементов рамы, соответствующие двум расчетным схемам. Отметим, что в предельном состоянии перемещения центральной точки плиты для рамы с колоннами балочного типа превышают более чем в 9 раз перемещения, отвечающие схеме, для моделирования колонн которой использовались суперэлементы (рис. 4).

² CEB, CEB-FIP Model Code 1990 / CEB Bulletin d'Information No. 213/214. Lausanne: Comite Euro-International du Beton, 1993. 437 p.

³ СП 20.13330.2020. Нагрузки и воздействия. Актуализированная редакция СНиП 2.01.07-85*. ЦНИИСК им. В.А. Кучеренко АО «НИЦ «Строительство». 2020. 147 с.

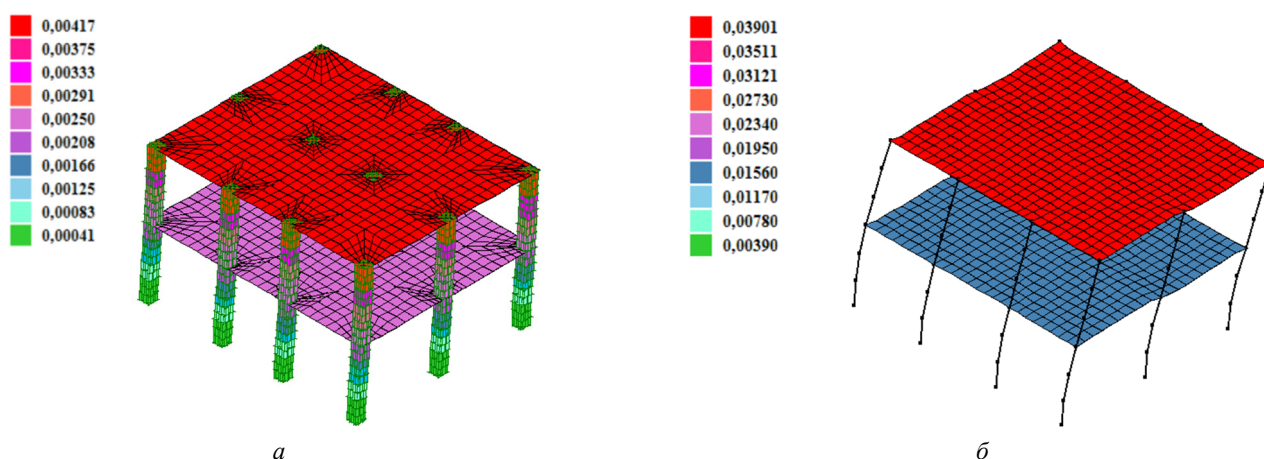


Рис. 4. Перемещения (м) центральной точки плиты на предпоследнем шаге нагружения:
a — с использованием для моделирования колонн суперэлементов; *б* — то же элементов балочного типа
 Источник: выполнено В.П. Агаповым, А.С. Марковичем

Figure 4. Displacement (m) of the central point of the slab at the penultimate loading step:
a — using superelements for modeling columns; *б* — the same for beam-type elements
 Source: made by V.P. Agapov, A.S. Markovich

Применение для моделирования колонн суперэлементной технологии позволяет корректно оценивать напряжения, возникающие в теле колонны (в бетоне) и арматурной стали. Так, для рассматриваемой рамы на рис. 5 приведены нормальные напряжения в бетоне и арматуре колонн среднего ряда.

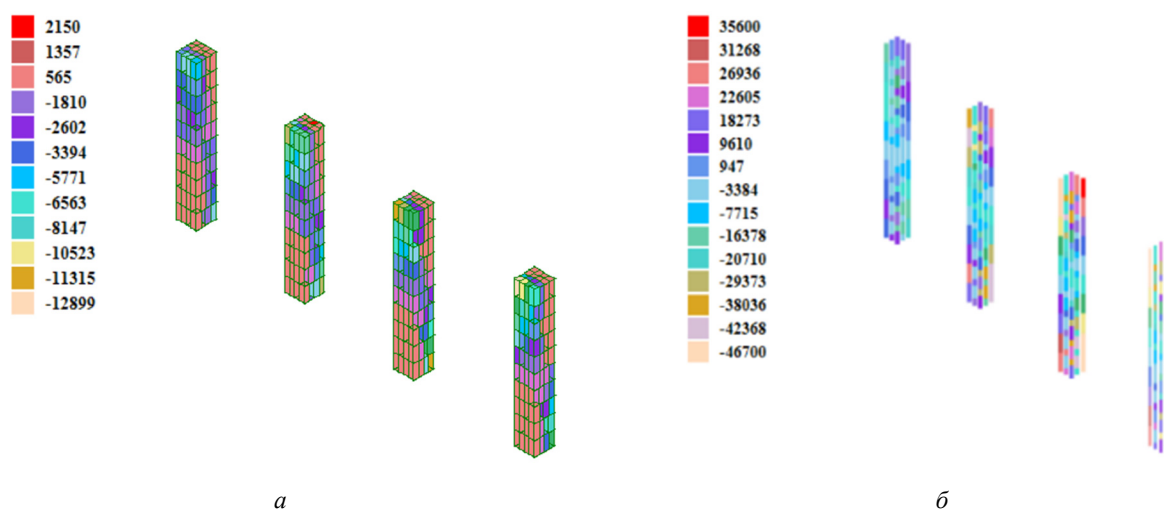


Рис. 5. Напряжения в суперэлементах (колоннах) среднего ряда:
a — нормальные напряжения σ_z (кПа) в бетоне; *б* — нормальные напряжения (кПа) в арматуре
 Источник: выполнено В.П. Агаповым, А.С. Марковичем

Figure 5. Stresses in the superelements (columns) of the middle row:
a — normal stresses σ_z (kPa) in the concrete; *б* — normal stresses (kPa) in the reinforcement
 Source: made by V.P. Agapov, A.S. Markovich

Трещинообразование на верхних и нижних поверхностях плит первого этажа в предельном состоянии для двух вариантов расчетных схем рамы показано на рис. 6 и 7 соответственно.

Поля интенсивности напряжений σ_i , соответствующие трещинообразованию на верхних поверхностях плит (рис. 6), приведены на рис. 8.

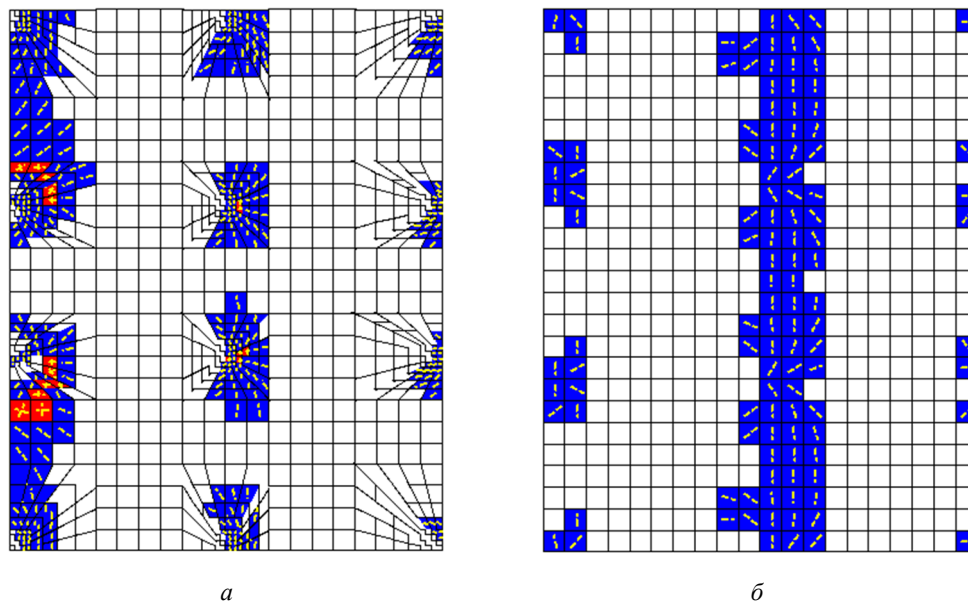


Рис. 6. Трещины на верхних поверхностях плит первого этажа:
a — с использованием для моделирования колонн суперэлементов; *б* — то же элементов балочного типа
 Источник: выполнено В.П. Агаповым, А.С. Марковичем

Figure 6. Cracks on the upper surfaces of the first floor slabs:
a — using superelements for modeling columns; *б* — the same for beam-type elements
 Source: made by V.P. Agapov, A.S. Markovich

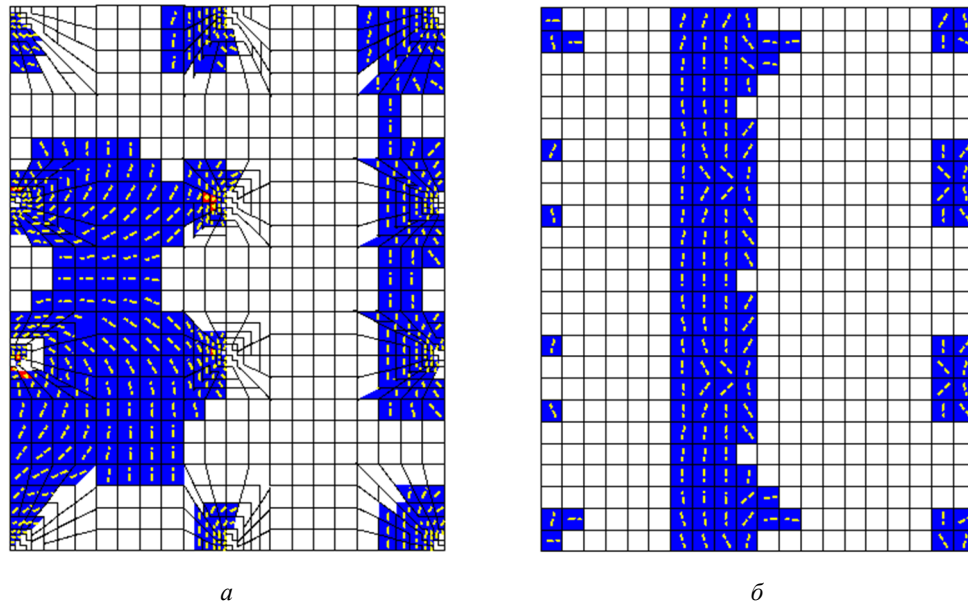


Рис. 7. Трещины на нижних поверхностях плит первого этажа:
a — с использованием для моделирования колонн суперэлементов; *б* — то же элементов балочного типа
 Источник: выполнено В.П. Агаповым, А.С. Марковичем

Figure 7. Cracks on the lower surfaces of the first floor slabs:
a — using superelements for modeling columns; *б* — the same for beam-type elements
 Source: made by V.P. Agapov, A.S. Markovich

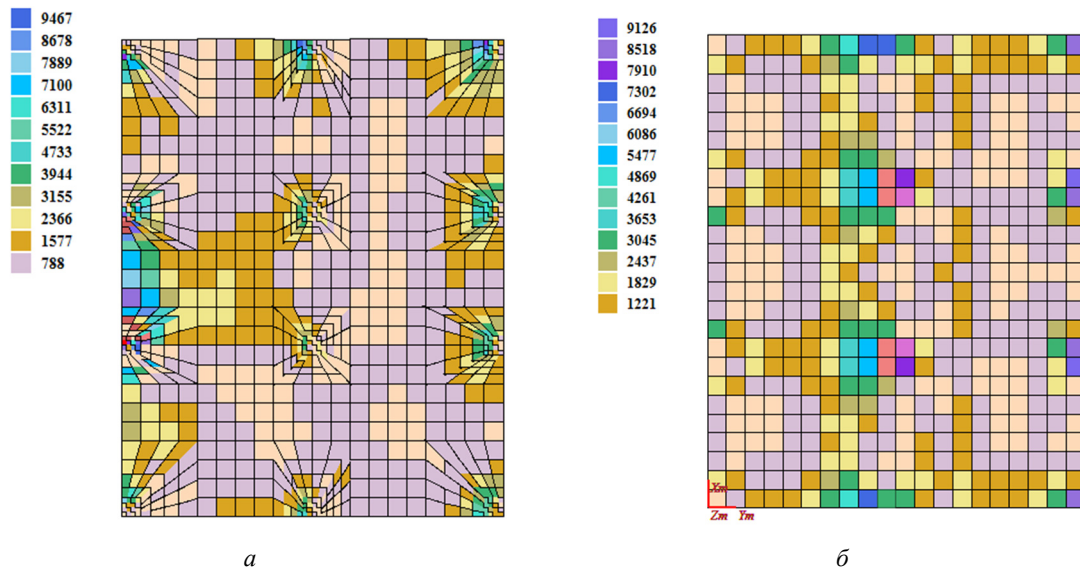


Рис. 8. Интенсивность напряжений σ_i (кПа) на верхних поверхностях плит первого этажа:
a — с использованием для моделирования колонн суперэлементов, *б* — то же элементов балочного типа
 Источник: выполнено В.П. Агаповым, А.С. Марковичем

Figure 8. Stress intensity σ_i (kPa) on the upper surfaces of the first floor slabs:
a — using superelements for modeling columns; *b* — the same for beam-type elements
 Source: made by V.P. Agapov, A.S. Markovich

Предельный параметр нагрузки (коэффициент запаса прочности) для первой расчетной схемы рамы, в которой колонны моделировались суперэлементом (см. рис. 3, *a*), равнялся 13,5. При этом для второй схемы с колоннами стандартного балочного типа (см. рис. 3, *б*) составил 34. Равновесные кривые «перемещение — параметр нагрузки», отвечающие указанным расчетным схемам, для центральной точки плиты приведены на рис. 9.

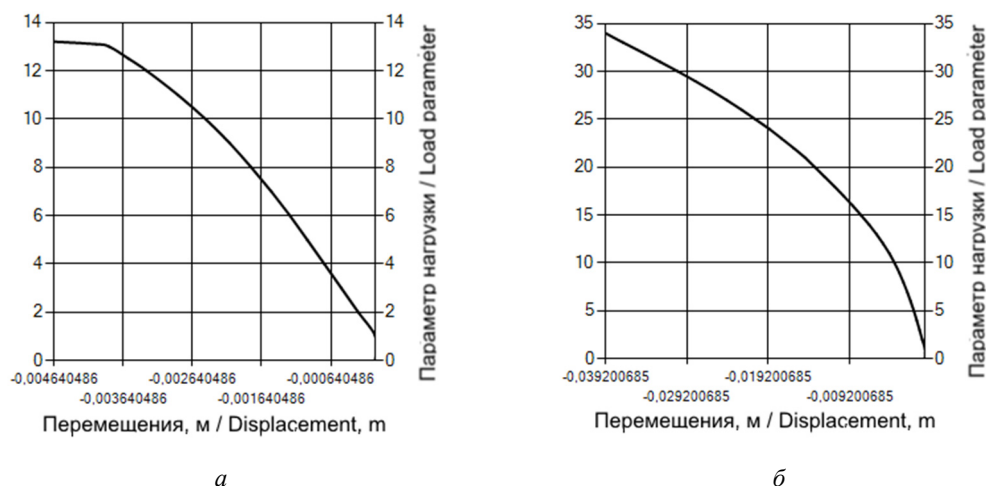


Рис. 9. Равновесные кривые «перемещение — параметр нагрузки»:
a — с использованием для моделирования колонн суперэлементов; *б* — то же для элементов балочного типа
 Источник: выполнено В.П. Агаповым, А.С. Марковичем

Figure 9. “Displacement — load parameter” equilibrium curves:
a — using superelements for modeling columns; *b* — the same for beam-type elements
 Source: made by V.P. Agapov, A.S. Markovich

4. Заключение

Как видно из рис. 4–9, результаты расчета по двум схемам различаются.

1. Основное различие заключается в существенном расхождении в величине предельного параметра нагрузки (коэффициента запаса прочности). Так, для рамы (см. рис. 3, *а*), в которой колонны моделировались с использованием суперэлементов, он равен 13,5, а для рамы с колоннами стандартного балочного (см. рис. 3, *б*) — 34. Такое расхождение объясняется тем, что в элементе 46 учитывается как геометрическая, так и физическая нелинейности, а в элементе 32 — только геометрическая. Поэтому можно было ожидать, что в раме с элементами 32 предельная нагрузка будет определяться несущей способностью плит, а не колонн, что и подтвердилось расчетами. В то время как в схеме с элементами 46 предельная нагрузка в большей степени, определяется прочностью колонн.

2. Отметим также, что в элементе 46, в отличие от элемента 32, естественным образом учитываются искривление оси, деформации поперечного сдвига, депланация и изменение формы и размеров поперечных сечений. Кроме того, в суперэлементах типа 46 имеется возможность анализа напряжений как в бетоне колонн (см. рис. 5, *а*), так и в арматуре (см. рис. 5, *б*). Таким образом, расчетная схема с применением предложенных суперэлементов является более адекватной рассматриваемой конструкции.

Тем самым предлагаемая методика расчета плитно-балочных систем позволяет существенным образом уточнить поведение конструкции в стадиях нагружения, предшествующих разрушению, исследовать действительное напряженно-деформированное состояние и более точно определять значение коэффициента запаса прочности.

Список литературы

1. *Bathe K.J., Wilson E.L.* Numerical methods in finite element analysis. N.J. : Prentice-Hall, 1976. 528 p. ISBN 0136271901, 9780136271901
2. *Zienkiewicz O.C., Taylor R.L.* The Finite Element for Solid and Structural Mechanics. Sixth edition. McGraw-Hill, 2005. 631 p. <http://doi.org/10.1016/B978-075066431-8/50186-7>
3. *Crisfield M.A.* Non-linear finite element analysis of solids and structures. UK : John Wiley & Sons Ltd, 1977. 488 p.
4. *Oden J.T.* Finite elements in nonlinear continua. New York : McGraw, Hill Book Company, 1972. 464 p.
5. *Kupfer H., Hilsdorf H., Rusch H.* Behavior of Concrete under Biaxial Stresses // ACI Journal Proceedings. 1969. Vol. 66. No. 8. P. 656–666. <http://doi.org/10.14359/7388>
6. *Launay P., Gachon H.* Strain and Ultimate Strength of Concrete under Triaxial Stress // ACI Spec. Publ. 1972. Vol. 34. P. 269–282. URI: <http://www.lib.ncsu.edu/resolver/1840.20/29024> (accessed: 05.03.2025).
7. *Mills L.L., Zimmerman R.M.* Compressive Strength of Plain Concrete under Multiaxial Loading Conditions // ACI Journal. October 1970. Vol. 67. No. 10. P. 802–807. <http://doi.org/10.14359/7310>
8. *Корсун В.И., Недорезов А.В., Макаренко С.Ю.* Сопоставительный анализ критериев прочности для бетонов // Современное промышленное и гражданское строительство. 2014. Т. 10. № 1. С. 65–78. EDN: THXXCZ
9. *Hansen .C.* Triaxial test with concrete and cement paste: Report № 319. Lyngby : Technical University of Denmark, 1995. 54 p. ISBN 87-7740-156-5
10. *Агапов В.П., Васильев А.В.* Моделирование колонн прямоугольного сечения объемными элементами с использованием суперэлементной технологии // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2012. № 4. С. 48–54. EDN: PFPUUT
11. *Агапов В.П.* Метод конечных элементов в статике, динамике и устойчивости конструкций. Москва : АСВ, 2005. 245 с. ISBN 5-93093-303-0 EDN: QMECWX
12. *Agapov V.P., Markovich A.S.* The family of multilayered finite elements for the analysis of plates and shells of variable thickness: La familia de elementos finitos multicapa para el análisis de placas y cascos de espesor variable // South Florida Journal of Development. 2021. Vol. 2. No. 4. P. 5034–5048. <https://doi.org/10.46932/sfjdv2n4-007>

13. Агапов В.П., Маркович А.С. Расчет массивных железобетонных конструкций с учетом трещинообразования // Промышленное и гражданское строительство. 2023. № 7. С. 43–49. <https://doi.org/10.33622/0869-7019.2023.07.43-49> EDN: LRCNLR

14. Агапов В.П., Маркович А.С. Нелинейные модели бетонных и железобетонных конструкций. Теория и реализация в ВК ПРИНС. Москва : РУДН, 2023. 263 с. ISBN 978-5-209-11784-1

References

1. Bathe K.J., Wilson E.L. *Numerical methods in finite element analysis*. N.J.: Prentice-Hall; 1976. ISBN 0136271901, 9780136271901

2. Zienkiewicz O.C., Taylor R.L. *The Finite Element for Solid and Structural Mechanics*. Sixth edition. McGraw-Hill; 2005. <http://doi.org/10.1016/B978-075066431-8/50186-7>

3. Crisfield M.A. *Non-linear finite element analysis of solids and structures*. John Wiley & Sons, 2012. ISBN 1118376013, 9781118376010

4. Oden J.T. *Finite elements in nonlinear continua*. New York: McGraw, Hill Book Company; 1972. Available from: <https://archive.org/details/finiteelementsof0000oden/page/n3/mode/2up> (accessed: 12.01.2025)

5. Kupfer H., Hilsdorf H., Rusch H. Behavior of Concrete under Biaxial Stresses. *ACI Journal Proceedings*. 1969;66(8):656–666. <http://doi.org/10.14359/7388>

6. Launay P., Gachon H. Strain and Ultimate Strength of Concrete under Triaxial Stress. *ACI Spec. Publ.* 1972;34:269–282. Available from: <http://www.lib.ncsu.edu/resolver/1840.20/29024> (accessed: 05.03.2025)

7. Mills L.L., Zimmerman R.M. Compressive strength of plain concrete under multiaxial loading conditions. *ACI Journal*. October 1970;67(10):802–807. <http://doi.org/10.14359/7310>

8. Korsun V.I., Nedorezov A.V., Makarenko S.Yu. Comparative analysis of the strength criteria for concrete. *Modern Industrial and Civil Construction*. 2014;10(1):65–78. (In Russ.) EDN: THXXCZ

9. Hansen T.C. *Triaxial test with concrete and cement paste*: Report No. 319. Lyngby: Technical University of Denmark, 1995. ISBN 87-7740-156-5

10. Agapov V.P., Vasiliev A.V. Modeling of rectangular columns with volumetric finite elements using super-element technology. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*. 2012;(4):48–54. (In Russ.) EDN: PFPUUT

11. Agapov V.P. *Finite element method in statics, dynamics and stability of structures*. Moscow: ASV Publ.; 2004. (In Russ.) ISBN 5-93093-303-0 EDN: QMECWX

12. Agapov V.P., Markovich A.S. The family of multilayered finite elements for the analysis of plates and shells of variable thickness: La familia de elementos finitos multicapa para el análisis de placas y cascos de espesor variable. *South Florida Journal of Development*. 2021;2(4):5034–5048. <https://doi.org/10.46932/sfjdv2n4-007>

13. Agapov V.P., Markovich A.S. Calculation of Massive Reinforced Concrete Structures Including Cracks. *Industrial and Civil Engineering*. 2023;(7):43–49. (In Russ.) <https://doi.org/10.33622/0869-7019.2023.07.43-49> EDN: LRCNLR

14. Agapov V.P., Markovich A.S. *Nonlinear models of concrete and reinforced concrete structures. Theory and implementation in PRINS software*: monograph. Moscow: RUDN; 2023. (In Russ.) ISBN 978-5-209-11784-1

Численное моделирование восстанавливающего эффекта от постнапряжения в плите перекрытия монолитного железобетонного каркаса

П.П. Гайджуров¹, Н.А. Савельева¹, З.Б.Т. Брис Робин²

¹ Донской государственный технический университет, Ростов-на-Дону, Российская Федерация

² Южно-Российский государственный политехнический университет (НПИ) имени М.И. Платова, Новочеркасск, Российская Федерация

✉ gpp-161@yandex.ru

Поступила в редакцию: 11 мая 2025 г.

Доработана: 13 июня 2025 г.

Принята к публикации: 3 июля 2025 г.

Аннотация. Разработана методика конечно-элементного моделирования усиления монолитной плиты перекрытия повторяющегося фрагмента монолитного каркаса предварительно напряженными тросами без сцепления с бетоном. Анализ напряженно-деформированного состояния фрагмента с учетом постнапряжения выполнен в линейно-упругой постановке. Для ансамблирования исследуемой пластинчато-стержневой конструкции использовались трехмерные пластинчатые и балочные конечные элементы вычислительного комплекса ANSYS Mechanical. Предлагаемая концепция моделирования восстанавливающего усилия от предварительно напряженного троса бетону базируется на следующей последовательности шагов: сначала с использованием ферменных и комбинированных конечных элементов комплекса ANSYS Mechanical решается плоская задача определения вертикальных и горизонтальных реакций, обусловленных натяжением троса, затем осуществляется сплайновая интерполяция полученных значений вертикальных реакций для задания соответствующих узловых усилий на элементы перекрытия. Численное моделирование результирующего восстанавливающего эффекта от постнапряжения, создаваемого в плите перекрытия, реализовано с применением двумерной интерполяции полей перемещений от предварительного напряжения по двум заданным схемам на вспомогательную регулярную конечно-элементную сетку с последующей суперпозицией. Выполнено сравнение результатов расчета с использованием предлагаемого подхода и методики Научно-исследовательского, проектно-конструкторского и технологического института бетона (НИИЖБ) им. А.А. Гвоздева.

Ключевые слова: метод конечных элементов, монолитный железобетонный каркас, предварительное напряжение, тросовая арматура

Заявление о конфликте интересов. Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

Вклад авторов: Гайджуров П.П. — научное руководство, формализация математической модели, написание исходного текста, формулировка выводов. Савельева Н.А. — написание макросов, выполнение вычислительных экспериментов, обзор литературы, практические рекомендации по расчетам. Брис Робин З.Б.Т. — построение конечно-элементной модели, подготовка исходных данных для тестового примера, обработка результатов моделирования, визуализация. Все авторы ознакомлены с окончательной версией статьи и одобрили ее.

Для цитирования: Гайджуров П.П., Савельева Н.А., Брис Робин З.Б.Т. Численное моделирование восстанавливающего эффекта от постнапряжения в плите перекрытия монолитного железобетонного каркаса // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2025. Т. 21. № 4. С. 294–306. <http://doi.org/10.22363/1815-5235-2025-21-4-294-306>

Гайджуров Петр Павлович, советник РААСН, доктор технических наук, профессор кафедры строительной механики и теории сооружений, Донской государственный технический университет, Российская Федерация, 344010, г. Ростов-на-Дону, пл. Гагарина, д. 1; eLIBRARY SPIN-код: 6812-9718, ORCID: 0000-0003-3913-9694; e-mail: gpp-161@yandex.ru

Савельева Нина Александровна, кандидат технических наук, старший преподаватель кафедры строительной механики и теории сооружений, Донской государственный технический университет, Российская Федерация, 344010, г. Ростов-на-Дону, пл. Гагарина, д. 1; eLIBRARY SPIN-код: 8437-8080, ORCID: 0000-0002-8702-5168; e-mail: ninasav86@mail.ru

Брис Робин Зу Би Ти, аспирант кафедры промышленного, гражданского строительства, геотехники и фундаментостроения, Южно-Российский государственный политехнический университет (НПИ) имени М.И. Платова, Российская Федерация, 346428, Ростовская область, г. Новочеркасск, ул. Просвещения, д. 132; ORCID: 0009-0005-1886-8777; e-mail: robin.zu.92@inbox.ru

© Гайджуров П.П., Савельева Н.А., Брис Робин З.Б.Т., 2025



This work is licensed under a Creative Commons Attribution-NonCommercial 4.0 International License
<https://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/legalcode>

Numerical Simulation of the Restoring Effect from Post-Stress in the Slab of a Cast-in-Situ Reinforced Concrete Frame

Peter P. Gaidzhurov¹✉, Nina A. Savelyeva¹, Zu Bi Ti Bris Robin²

¹ Don State Technical University, Rostov-on-Don, Russian Federation

² Platov South Russian State Polytechnic University, Novocherkassk, Russian Federation

✉ gpp-161@yandex.ru

Received: May 11, 2025

Revised: June 13, 2025

Accepted: July 3, 2025

Abstract. A technique has been developed for finite element modeling of reinforcement of a cast-in-situ floor slab of a repeating fragment of a cast-in-situ frame with pre-stressed cables without adhesion to concrete. The analysis of the stress-strain state of the fragment, taking into account post-stress, is performed in linearly elastic setting. Three-dimensional plate and beam finite elements of the ANSYS Mechanical computational software were used to assemble the studied frame structure. The proposed concept of modeling the restoring force from a prestressed cable to concrete is based on the following sequence of steps: first, using truss and combined finite elements of the ANSYS Mechanical software, the plane problem of determining vertical and horizontal reactions caused by cable tension is solved, then spline interpolation of the obtained values of vertical reactions for setting the appropriate nodal forces on the slab elements is performed. The numerical simulation of the resulting restoring effect from the post-stress created in the floor slab is implemented using two-dimensional interpolation of the displacement distributions from the pre-stress according to two specified schemes onto an auxiliary regular finite element grid with subsequent superposition. The calculation results were compared using the proposed approach and methodology of the A.A. Gvozdev Scientific Research, Design and Technological Institute of Concrete (NIIZHB).

Keywords: finite element method, cast-in-situ reinforced concrete frame, pre-tension, cable reinforcement

Conflicts of interest. The authors declare that there is no conflict of interest.

Authors' contribution: Gayzhurov P.P. — supervision, formalization of mathematical model, writing original draft, conclusions. Savelyeva N.A. — writing macros, performing computational experiments, literature review, practical recommendations on calculations. Bris Robin Z.B.T.— finite element model construction, preparation of initial data for a test case, processing of modeling results, visualization. All authors read and approved the final version of the article.

For citation: Gayzhurov P.P., Savelyeva N.A., Bris Robin Z.B.T. Numerical simulation of the restoring effect from post-stress in the slab of a cast-in-situ reinforced concrete frame. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*. 2025; 21(4):294–306. (In Russ.) <https://doi.org/10.22363/1815-5235-2025-21-4-294-306>

1. Введение

Создание постнапряжения в монолитных железобетонных конструкциях с помощью тросовой арматуры без сцепления с бетоном широко применяется в США и странах Евросоюза¹ [1–3]. Преимуществом данной технологии по сравнению с преднапряжением, создаваемым в арматуре до бетонирования, является возможность ее реализации непосредственно на строительной площадке, а также в постпостроечных условиях для усиления несущих конструкций. В дальнейшем будет рас-

¹ ACI Committee 318, Building code requirements for reinforced concrete (ACI 318-08), in: American Engineering and Industrial Standards, American Standards Association, New York, NY, United States, 2008. [https://etabsmate.ir/File/ACI%20318-19%20\(www.ETABSMATE.ir\).pdf](https://etabsmate.ir/File/ACI%20318-19%20(www.ETABSMATE.ir).pdf); BS EN, Eurocode 2: Design of Concrete Structures: Part 1–1: General Rules and Rules for Buildings, British Standards Institution, 2004. <https://regbar.com/wp-content/uploads/2019/09/bsen1992-1-1-2004Eurocode 2.pdf>

Peter P. Gaidzhurov, Advisor of the Russian Academy of Architecture and Construction Sciences, Doctor of Technical Sciences, Professor of the Department of Structural Mechanics and Theory of Structures, Don State Technical University, 1 Gagarin Sq., Rostov-on-Don, 344003, Russian Federation; eLIBRARY SPIN-code: 6812-9718, ORCID: 0000-0003-3913-9694; e-mail: gpp-161@yandex.ru

Nina A. Savelyeva, Candidate of Technical Sciences, Senior Lecturer of the Department of Structural Mechanics and Theory of Structures, Don State Technical University, 1 Gagarin Sq., Rostov-on-Don, 344003, Russian Federation; eLIBRARY SPIN-code: 8437-8080, ORCID: 0000-0002-8702-5168; e-mail: ninasav86@mail.ru

Zu Bi Ti Bris Robin, post-graduate student of the Department of Industrial and Civil Engineering, Geotechnology and Foundation Construction, Platov South-Russian State Polytechnic University (NPI), 132 Prosvecheniya St, Novocherkassk, Rostov region, 346428, Russian Federation; ORCID: 0009-0005-1886-8777; e-mail: robin.zu.92@inbox.ru

смотрен способ активного преднапряжения на бетон посредством тросовой арматуры без сцепления с бетоном.

Точность конечно-элементного моделирования эффекта от активного преднапряжения в монолитных бетонных и железобетонных конструкциях зависит от методики определения вертикальных сил, обусловленных натяжением арматуры. Для определения соответствующих вертикальных усилий, формирующих восстанавливающий (разгружающий) эффект, как правило, используется упрощенный подход, основанный на составлении уравнений равновесия² [4–6]. При этом усилие обжатия от преднапряжения (P_{pr}) в зависимости от траектории армирования уравнивается либо сосредоточенными силами (P), либо распределенной (q_1, q_2) нагрузкой (рис. 1).



Рис. 1. Вертикальные силы при различных траекториях активного армирования

И с т о ч н и к: выполнено Д.В. Портаевым [6]

Figure 1. Vertical forces at different trajectories of active reinforcement

S o u r c e: made by D.V. Portaev [6]

В настоящее время в практике отечественного проектирования жилых и социальных зданий из монолитного железобетона применяется главным образом многоэтажная и многопролетная каркасная схема, включающая повторяющиеся фрагменты из плит межэтажных перекрытий, колонн и пилонов. Отчасти это объясняется тем, что данная расчетная схема в известной степени обеспечивает «живучесть» здания при потере несущей способности одной или нескольких поперечных и продольных связей.

Определенный практический интерес представляет концепция сочетания обычного «фоновое» армирования и активного преднапряжения в плитах безбалочных перекрытий монолитного каркаса в направлениях вдоль линий ориентации колонн. В данном случае траектория тросовой напрягаемой арматуры вдоль каждого направления в зонах примыкания колонн к плите имеет огибающий характер (рис. 2).

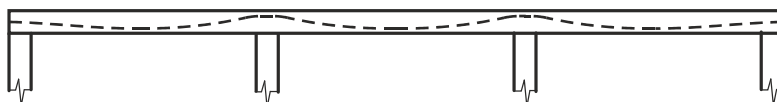


Рис. 2. Траектория активного армирования вдоль линии ориентации колонн

И с т о ч н и к: выполнено З.Б.Т. Брис Робин

Figure 2. The trajectory of the active reinforcement along the orientation line of the columns

S o u r c e: made by Z.B.T. Bris Robin

Фрагмент схемы приведения усилия преднапряжения к эквивалентной распределенной нагрузке для плиты перекрытия монолитного каркаса показан на рис. 3 [9]. Как видно из графика (рис. 3), на опорных участках и пролетной части перекрытия возникают вертикальные усилия с разными знаками. Формулы для определения интенсивности распределенных нагрузок на различных участках перекрытия каркаса имеют вид [9; 10]

² Конструкции железобетонные монолитные с напрягаемой арматурой без сцепления с бетоном. Правила проектирования. Методические указания. Москва 2017. <https://files.stroyinf.ru/Data2/1/4293739/4293739403.pdf> 10. СП 52-102-2004. Предварительно напряженные железобетонные конструкции.

$$q_{p1} = 8 \frac{P_{pr} f_1}{l_1^2}; \quad q_{p2} = 8 \frac{P_{pr} f_2}{l_2^2}; \quad q_{p3} = 8 \frac{P_{pr} f_3}{l_3^2}.$$

В эти формулы усилие P_{pr} входит с учетом потерь.

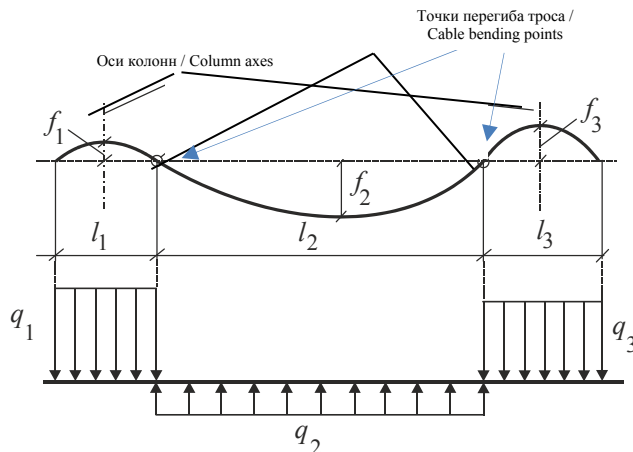


Рис. 3. Схема приложения восстанавливающей нагрузки в плите перекрытия

И с т о ч н и к: выполнено по: Конструкции железобетонные монолитные с напрягаемой арматурой без сцепления с бетоном: правила проектирования: методические указания. Москва, 2017.

Figure 3. Diagram of the application of the restoring load in the floor slab

S o u r c e: made by Cast-in-situ reinforced concrete structures with post-tensioned reinforcement. Design rules. Methodological guidelines. Moscow, 2017.

В работах [7–14] приведены результаты конечно-элементного моделирования напряженно-деформированного состояния предварительно напряженных железобетонных конструкций балочного типа с учетом сцепления арматуры и бетона. Бетонный массив балки моделировался объемными, а напрягаемая арматура — стержневыми конечными элементами (КЭ). В [12] усилие предварительного напряжения прикладывалось путем задания начальной эквивалентной температурной деформации. Аналогичный подход реализован в [15], где в качестве объекта исследования рассматривалась ребристая монолитная плита перекрытия. В монографии [6] с помощью метода конечных элементов решена задача о перераспределении внутренних сил в плите перекрытия и прилегающих колоннах за счет обжатия по линиям активного армирования. Следует отметить, что в [6] и [17] расчеты выполнялись в программном комплексе SCAD с использованием для плиты перекрытия пластинчатых конечных элементов. Среди программных комплексов, реализующих метод конечных перемещений, следует выделить комплекс DIANA [16], который позволяет моделировать длительное деформирование железобетонных конструкций.

Активное армирование, как технологический прием, реализуется путем применения так называемых монострендов [1; 2; 6], т. е. стальных тросов, заключенных в пластиковую оболочку. Между тросом и оболочкой имеется тонкий слой антикоррозионной и антифрикционной смазки. Моностренды, как и фоновая арматура, укладываются в опалубку перед заливкой бетона по заранее размеченным траекториям с учетом самого неблагоприятного сценария нагружения. После набора бетоном необходимой прочности с помощью гидравлических домкратов осуществляют двухстороннее обжатие конструкции. При этом в балочных и плитных системах после обжатия появляется выгиб [6]. В Своде правил, действующем на территории РФ, СНиП 2.01.07-85*³ (п. 10.19), приведены нормативы, регламентирующие выгибы (табл.).

³ СНиП 2.01.07-85*. Нагрузки и воздействия. Актуализированная редакция. Москва: ОАО «ЦПП», 2011. 80 с.

Значения выгибов / Bend values

Длина элемента, м / Element length, m	3	6	9	12
Выгиб, мм / Bend, mm	15	25	35	40

И с т о ч н и к: выполнено по: СНиП 2.01.07-85*/СНиП 2.01.07-85*. Нагрузки и воздействия.

Актуализированная редакция. Москва : ОАО «ЦПП», 2011. 80 с.

S o u r c e: made by SNiP 2.01.07-85* Loads and actions. Updated version. Moscow : JSC “TSPP”, 2011.

Вместе с тем, как отмечается в [19], вследствие деформации ползучести бетона величина выгиба со временем может существенно превзойти первоначальную величину.

В качестве *объекта настоящего исследования* рассмотрен повторяющийся фрагмент монолитного железобетонного каркаса с преднапряжением плиты перекрытия, созданным с помощью тросовой арматуры без сцепления с бетоном. *Цель исследования* — разработка в рамках линейной теории упругости методики конечно-элементного моделирования восстанавливающего эффекта в плите перекрытия с учетом схемы и криволинейной траектории раскладки тросовой арматуры. В *задачи исследования* входило: на конкретном числовом примере определить для заданных направлений и схем активного армирования усилия от натяжения троса в узлах двух нерегулярных конечно-элементных сеток; осуществить конвертацию и упорядочивание результатов расчетов полей перемещений, полученных на неравномерных сетках; выполнить суперпозицию полей перемещений с помощью процедуры двойной интерполяции на равномерной сетке.

2. Метод исследования

Фрагмент монолитного многопролетного каркаса, принятый в качестве объекта исследования, показан на рис. 4. Рассмотрена задача об определении нагрузки, передаваемой на плиту перекрытия от гибкого предварительно растянутого троса, зафиксированного в соответствии с заданной траекторией армирования [18; 19].

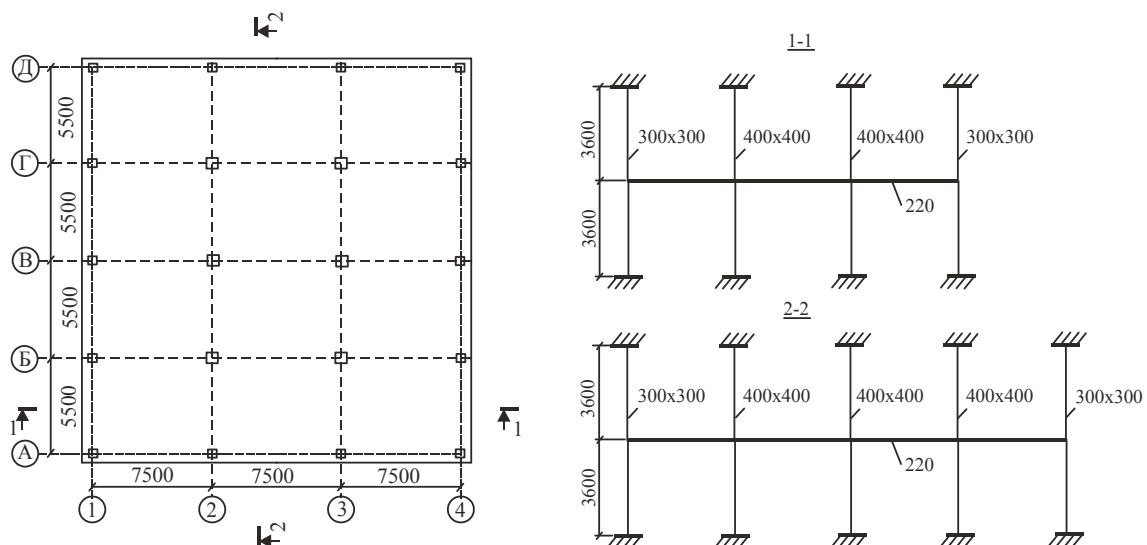


Рис. 4. Схема фрагмента каркаса с перекрытием и прилегающими колоннами

И с т о ч н и к: выполнено по: Конструкции железобетонные монолитные с напрягаемой арматурой без сцепления с бетоном : правила проектирования : методические указания. Москва, 2017.

Figure 4. Diagram of a fragment of a frame with a slab adjacent columns

S o u r c e: made by Cast-in-situ reinforced concrete structures with post-tensioned reinforcement. Design rules. Methodological guidelines. Moscow, 2017.

Повторяющиеся фрагменты схем раскладки активной (преднапряженной) тросовой арматуры вдоль цифровых и буквенных осей приведены на рис. 5. На рис. 6 изображена траектория раскладки активной арматуры вдоль цифровой оси (в правой части рис. 6 размеры указаны в метрах). Так же как и в Методических указаниях⁴, полагалось, что для преднапряжения применяется трос с номинальным диаметром 12,9 мм и площадью поперечного сечения $0,1307 \times 10^3 \text{ м}^2$. Модуль упругости троса $E_{tr} = 1,95 \times 10^5 \text{ МПа}$. Усилие предварительного натяжения троса $P_{pr} = 105,6 \text{ кН}$.

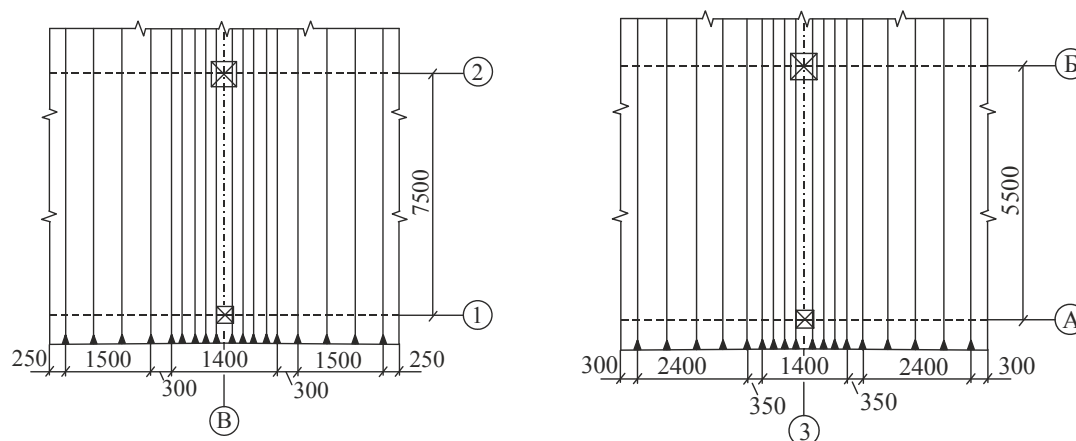


Рис. 5. Фрагменты схем раскладки активной арматуры в направлении цифровых и буквенных осей

И с т о ч н и к: выполнено по: Конструкции железобетонные монолитные с напрягаемой арматурой без сцепления с бетоном : правила проектирования : методические указания. Москва, 2017.

Figure 5. Fragments of the layout schemes of active fittings in the direction of the numeric and letter axes

S o u r c e: made by Cast-in-situ reinforced concrete structures with post-tensioned reinforcement. Design rules. Methodological guidelines. Moscow, 2017.

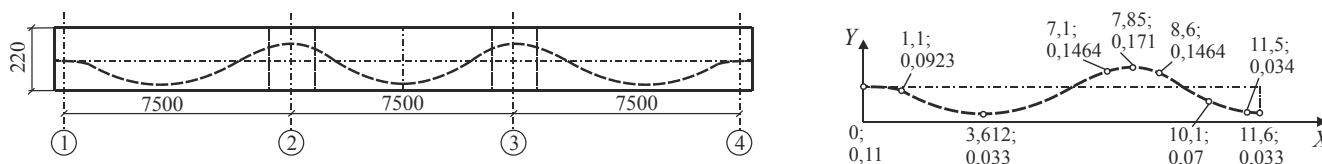


Рис. 6. Траектория активной арматуры в направлении осей 1, 2, 3, 4

И с т о ч н и к: выполнено по: Конструкции железобетонные монолитные с напрягаемой арматурой без сцепления с бетоном : правила проектирования : методические указания. Москва, 2017.

Figure 6. Trajectory of the active reinforcement in the direction of axes 1, 2, 3, 4

S o u r c e: made by Cast-in-situ reinforced concrete structures with post-tensioned reinforcement. Design rules. Methodological guidelines. Moscow, 2017.

Расчетная конечно-элементная модель фрагмента преднапряженного моностренда, показанная на рис. 7, образована из ферменных (LINK188) и комбинированных (COMBIN14) КЭ программного комплекса ANSYS Mechanical⁵. На основании феноменологического подхода принимались следующие значения жесткостей комбинированных КЭ: $k_x = 1 \times 10^3 \text{ Н/м}$; $k_y = 3 \times 10^{10} \text{ Н/м}$ [18]. Здесь величина k_y полагалась эквивалентной модулю упругости бетона. Значение k_x априори соответствова-

⁴ Конструкции железобетонные монолитные с напрягаемой арматурой без сцепления с бетоном : правила проектирования : методические указания. Москва, 2017.

⁵ ANSYS Inc. Theory Reference for the Mechanical APDL. URL: https://www.mm.bme.hu/~gyebro/files/ans_help_v182/ans_thry/ans_thry.html (accessed: 20.04.2025).

ло силе трения, обусловленной натяжением моностренда. Полагалось, что значения восстанавливающих сил численно равны соответствующим реакциям комбинированных КЭ с обратным знаком, т. е. $F_i = -r_y(x_i)$. Результаты моделирования для активного армирования вдоль цифровой оси (см. рис. 4) в виде эпюр реакций r_y и r_x представлены на рис. 8 и 9. Аналогично выполнялся расчет реакций r_y и r_x для троса, уложенного вдоль буквенной оси.

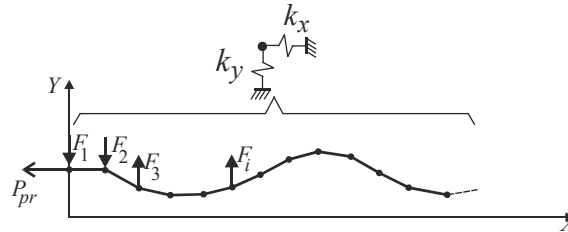


Рис. 7. Модель моностренда

И с т о ч н и к: выполнено П.П. Гайджуровым и др. [18]

Figure 7. Monostrand model

S o u r c e: made by P.P. Gayzhurov et al. [18]

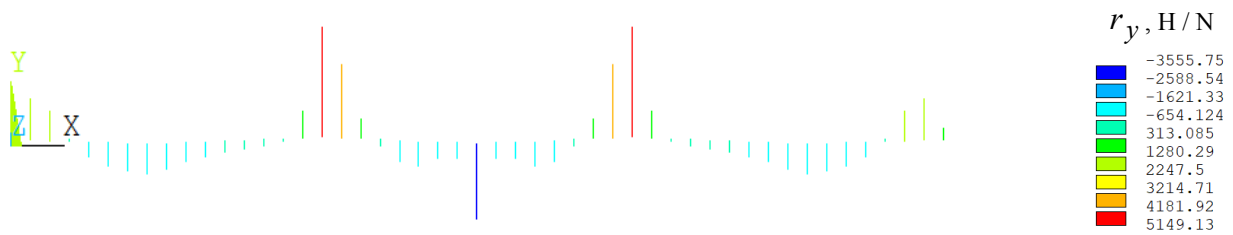


Рис. 8. Эпюра реакций r_y

И с т о ч н и к: выполнено Н.А. Савельевой

Figure 8. Diagram of reaction r_y

S o u r c e: made by N.A. Savelyeva

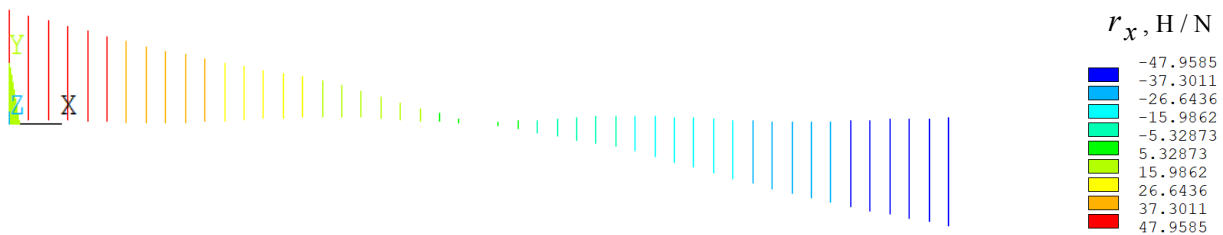


Рис. 9. Эпюра реакций r_x

И с т о ч н и к: выполнено Н.А. Савельевой

Figure 9. Diagram of reaction r_x

S o u r c e: made by N.A. Savelyeva

Графики сплайн-интерполяции значений восстанавливающих сил $F_1, F_2, \dots, F_i$, передаваемой на плиту перекрытия для рассматриваемых схем активного армирования, представлены на рис. 10. С помощью полученных сплайнов задавалась внешняя нагрузка на перекрытие. На этих графиках оси X и Y соответствуют направлениям армирования вдоль осей 1-2-3-4 и А-Б-В-Г-Д.

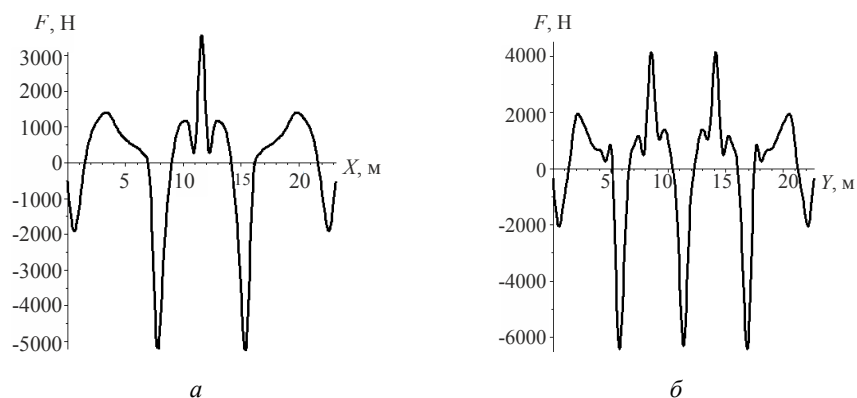


Рис. 10. График сплайн-интерполяции восстанавливающей силы:
 a — армирование вдоль цифровой оси; b — армирование вдоль буквенной оси
 И с т о ч н и к: выполнено П.П. Гайджуровым

Figure 10. Graph of the spline interpolation of the restoring force:
 a — reinforcement along the numeric axis; b — reinforcement along the letter axis
 S o u r c e: made by P.P. Gaydzhurov

В дальнейшем с помощью выполненной сплайновой интерполяции определялись значения F_i в узлах конечно-элементных сеток плиты перекрытия, построенных для рассматриваемых схем активного армирования.

3. Результаты и обсуждение

Нерегулярные конечно-элементные сетки, предназначенные для моделирования выгиба плиты перекрытия, обусловленного предварительным напряжением вдоль осей 1-2-3-4 и А-Б-В-Г-Д, показаны на рис. 11. Здесь дискретизация выполнена с учетом сгущения активного армирования вдоль линий сопряжения плиты перекрытия и колонн. Отметим, что обе сетки построены в «общей» системе координат.

Картины распределения восстанавливающей силы вдоль оси Y в узлах нерегулярных сеток (рис. 11) приведены на рис. 12. Отметим, что данная нагрузка прикладывается к плите перекрытия вдоль каждого моностренда.

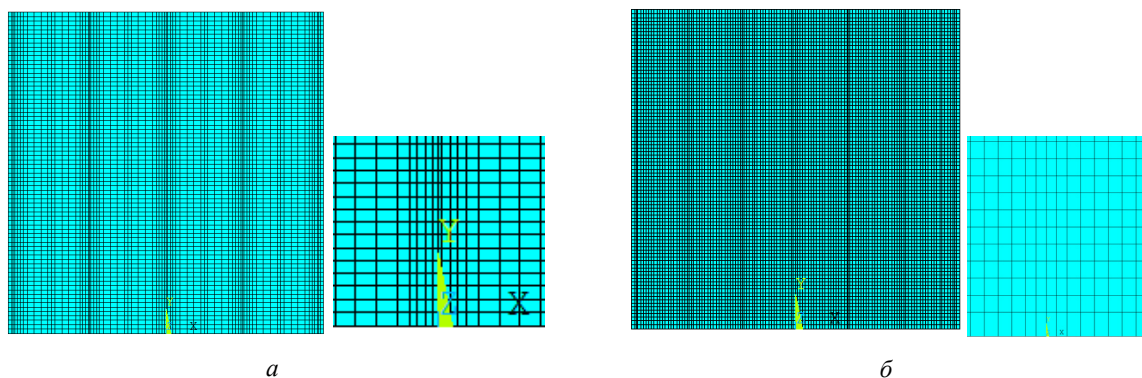


Рис. 11. Конечно-элементные сетки:
 a — армирование вдоль цифровой оси; b — армирование вдоль буквенной оси
 И с т о ч н и к: выполнено П.П. Гайджуровым

Figure 11. Finite element grids:
 a — reinforcement along the numeric axis; b — reinforcement along the letter axis
 S o u r c e: made by P.P. Gaydzhurov

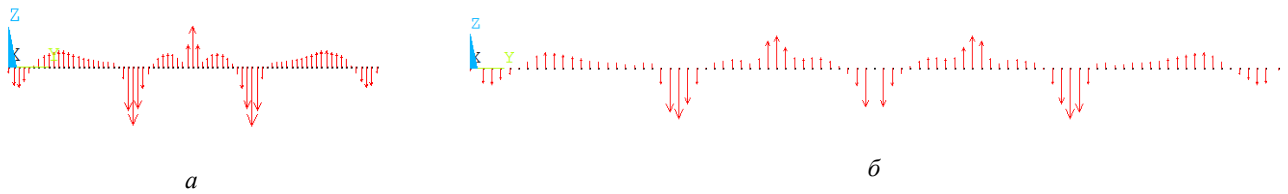


Рис. 12. Эпюры восстанавливающей силы:
 а — армирование вдоль цифровой оси; б — армирование вдоль буквенной оси
 Источник: выполнено Н.А. Савельевой, З.Б.Т. Брис Робин

Figure 12. Diagrams of restoring force:
 а — reinforcement along the numeric axis; б — reinforcement along the letter axis
 Source: made by N.A. Savelyeva, Z.B.T. Bris Robin

Визуализация картин распределения полей перемещения u_z , ассоциируемых с выгибом перекрытия, от действия восстанавливающей силы в направлении осей 1-2-3-4 и А-Б-В-Г-Д по предлагаемой методике и методике НИИЖБ приведены соответственно на рис. 13 и 14.

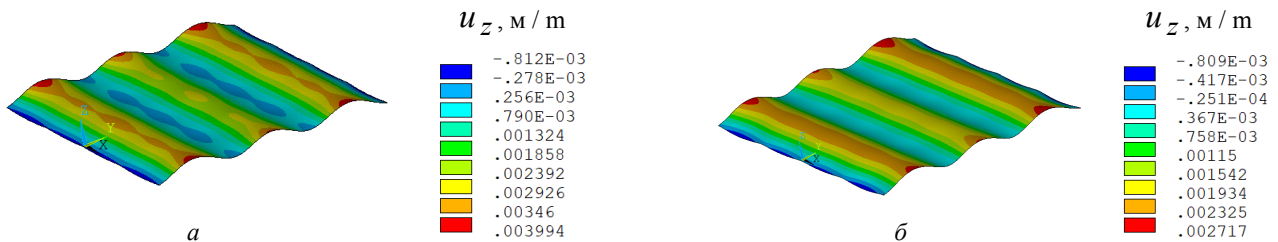


Рис. 13. Распределение поля u_z от преднапряжения вдоль цифровой оси:
 а — по предлагаемой методике; б — по методике НИИЖБ
 Источник: выполнено Н.А. Савельевой, З.Б.Т. Брис Робин

Figure 13. Distribution of u_z from the pre-stress along the numeric axis:
 а — according to the proposed methodology; б — according to the NIIZHB methodology
 Source: made by N.A. Savelyeva, Z.B.T. Bris Robin

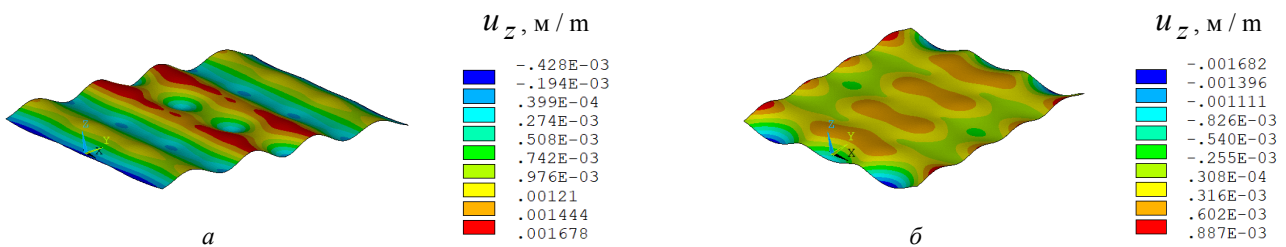


Рис. 14. Распределение поля u_z от преднапряжения вдоль буквенной оси:
 а — по предлагаемой методике; б — по методике НИИЖБ
 Источник: выполнено Н.А. Савельевой, З.Б.Т. Брис Робин

Figure 14. Distribution of u_z from the pre-stress along the letter axis:
 а — according to the proposed methodology; б — according to the NIIZHB methodology
 Source: made by N.A. Savelyeva, Z.B.T. Bris Robin

Визуализация моделирования восстанавливающего эффекта в плите перекрытия по методике НИИЖБа приведена на рис. 15. Отметим, что в отличие от предлагаемой схемы в подходе НИИЖБа усилие преднапряжения прикладывается к отдельным участкам перекрытия в виде равномерно распределенной нагрузки.

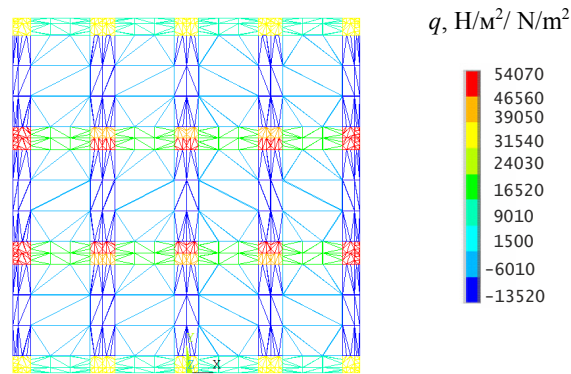


Рис. 15. Визуализация нагружения плиты перекрытия по методике НИИЖБ

Источник: выполнено З.Б.Т. Брис Робин

Figure 15. Visualization of the loading of the floor slab using the NIIZHB method

Source: made by Z.B.T. Brice Robin

Из полученных данных устанавливаем, что максимальные значения u_z для схем «активного» армирования вдоль осей 1-2-3-4 и А-Б-В-Г-Д, вычисленные по предлагаемой методике, соответственно в 1,5 и 1,9 раза больше, чем значения выгиба по методике НИИЖБа. При этом поля перемещений u_z на рис. 13 и 14 качественно совпадают.

Для суперпозиции перемещений u_z , представленных на рис. 13, а, и рис. 14, а, вводилась регулярная конечно-элементная сетка перекрытия с шагом вдоль осей X и Y , равным 0,35 м. Двумерная интерполяция полей u_z на равномерной сетке выполнялась в следующей последовательности.

- Выделялись узлы на сетке (см. рис. 11, б), принадлежащие перекрытию, с координатами $x = 0$ и $y = 0$. Выполнялось упорядочивание выделенных узлов в порядке возрастания координат x и y .

- Формировался массив перемещений u_z , соответствующий упорядоченной последовательности узлов неравномерной сетки.

- Выделялись и упорядочивались узлы равномерной сетки. На основании полученных данных выполнялась двумерная интерполяция для схем активного армирования вдоль осей 1-2-3-4 и А-Б-В-Г-Д. Визуализация полученных таким образом картин u_z представлена на рис. 16.

Для реализации процесса интерполяции применялась функция *interp2* из математической библиотеки системы компьютерного моделирования MATLAB [20]. Данная функция позволила выполнить квадратичную интерполяцию данных, заданных табличным способом $\left(x_i, y_i, \{u_z\}_{ij} \right)$ для $i = 1, \dots, n_x$ и $j = 1, \dots, n_y$. При использовании *interp2* квадратичный сплайн q строился по шести точкам. Первая — это ближайшая к (x_i, y_i) точка, остальные пять — это точки (x_i, y_j) , $(x_{i \pm 1}, y_j)$, $(x_i, y_{j \pm 1})$. Функция *interp2* позволила определить значения квадратичного сплайна $q(x_i, y_i)$ на упорядоченной прямоугольной сетке.

Данные на рис. 13, а, и рис. 14, а, практически совпадают с соответствующими данными на рис. 15, а, б.

Для суперпозиции полей u_z , приведенных на рис. 16, а, и рис. 16, б, выполнялось приведение полученных результатов к общим осям. Схема базовой ориентации осей перекрытия X и Y показана на рис. 17. Формулы для приведения результатов к осям X и Y имеют вид

$$x = \bar{y} - \Delta_x; \quad y = \bar{x} + \Delta_y, \quad \text{где } \Delta_x = 11,6 \text{ м}; \quad \Delta_y = 11,35 \text{ м}.$$

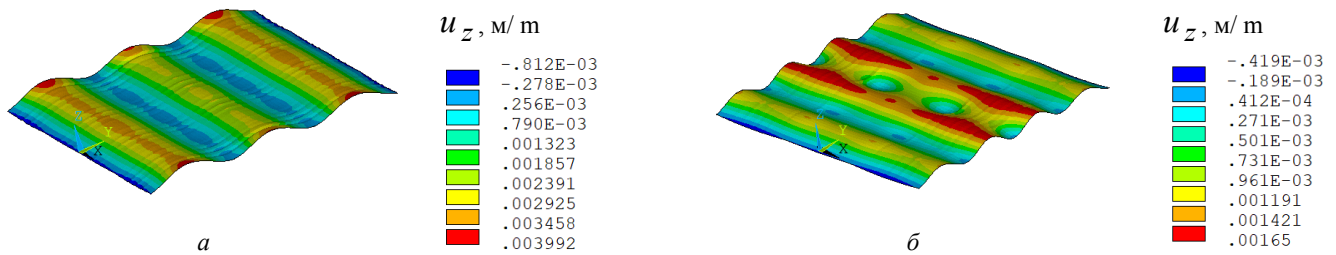


Рис. 16. Визуализация картин распределения u_z , полученных после двумерной интерполяции:
 а — армирование вдоль цифровой оси; б — армирование вдоль буквенной оси

И с т о ч н и к: выполнено П.П. Гайджуrowым

Figure 16. Visualization of u_z distribution patterns obtained after two-dimensional interpolation:
 а — reinforcement along the numeric axis; б — reinforcement along the letter axis

S o u r c e: made by P.P. Gaydzhurow

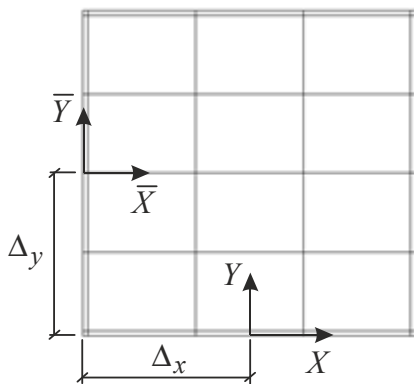


Рис. 17. Схема базовой ориентации осей X и Y плиты перекрытия

И с т о ч н и к: выполнено П.П. Гайджуrowым

Figure 17. Diagram of the basic orientation of the X and Y axes of the floor slab

S o u r c e: made by P.P. Gaydzhurow

Визуализация картин распределения результирующего выгиба плиты перекрытия на равномерной сетке от преднапряжения по двум направлениям приведена на рис. 18.

На рис. 19 представлено поле u_z от преднапряжения и собственного веса фрагмента каркаса. При этом полагалось, что гравитационная составляющая добавляется после распалубки плиты перекрытия.

Анализируя распределение поля u_z на рис. 18, устанавливаем, что при заданной величине усилия предварительного натяжения каната максимальный выгиб в плите перекрытия составляет 4,7 мм. Из рис. 19 следует, что учет собственного веса приводит к существенному перераспределению начального поля u_z .

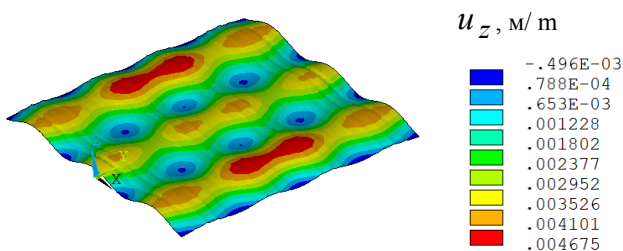


Рис. 18. Результирующая картина u_z от преднапряжения

И с т о ч н и к: выполнено Н.А. Савельевой

Figure 18. The resulting u_z pattern from prestress

S o u r c e: made by N.A. Savelyeva

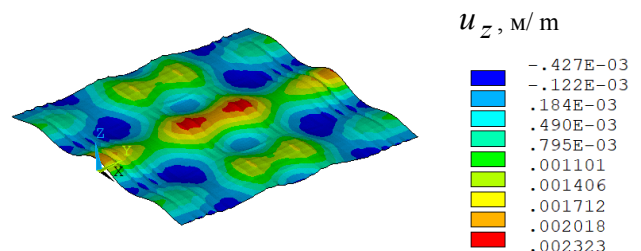


Рис. 19. Картина u_z от преднапряжения и собственного веса фрагмента каркаса

И с т о ч н и к: выполнено Н.А. Савельевой

Figure 19. u_z pattern from the prestress and dead weight of the frame fragment

S o u r c e: made by N.A. Savelyeva

4. Заключение

1. Разработана методика численного моделирования восстанавливающего эффекта в плите перекрытия многопролетного каркаса в случае, когда выгиб плиты обусловлен предварительным натяжением тросовой арматуры в двух взаимно перпендикулярных направлениях вдоль линий ориентации колонн.

2. Выполненное конечно-элементное моделирование показало, что максимальное значение выгиба плиты перекрытия, определенное с использованием предлагаемой методики, превышает величину выгиба, вычисленную по упрощенной методике научно-исследовательского, проектно-конструкторского и технологического института бетона (НИИЖБ) им. А.А. Гвоздева, базирующейся на концепции приведения усилий преднапряжения от отдельных тросов к эквивалентной распределенной нагрузке.

3. Предлагаемая методика позволяет на стадии проектирования качественно и количественно оценить, насколько преднапряжение, создаваемое в бескапитальных и безригельных плитах перекрытий многоэтажного и многопролетного каркаса здания, компенсирует эксплуатационную нагрузку.

Список литературы

1. Lin T.Y., Burns N.H. Design of prestressed concrete structures. Wiley Publ.; 1981. 646 p. ISBN 10 9812531173
2. Михайлов К.В., Волков Ю.С. Предварительно напряженный железобетон: состояние и перспективы развития // Бетон и железобетон. 2023. № 5/6. С. 7–10. EDN: PXJNZR
3. Wight J.K. Reinforced concrete: Mechanics and design. Pearson Publ.; 2013. 117 p. ISBN 10 1-292-10600-X
4. Михайлов В.В. Предварительно-напряженные железобетонные конструкции (теория, расчет и подбор сечений). Москва : Стройиздат, 1978. 383 с. URL: <https://dwg.ru/dnl/8087> (дата обращения: 20.04.2025).
5. Гибшман Е.Е., Гибшман М.Е. Теория и расчет предварительно напряженных железобетонных мостов. Москва : Автотрансиздат, 1963. 399 с. URL: <https://dwg.ru/dnl/10396> (дата обращения: 20.04.2025).
6. Портаев Д.В. Расчет и конструирование преднапряженных конструкций гражданских зданий. Москва : АСВ, 2011. 248 с.
7. Wolanski A.J. Flexural behavior of reinforced and prestressed concrete beams using finite element analysis. Marquette University, 2004. <https://epublications.marquette.edu/theses/4322> (accessed: 20.04.2025).
8. Abdelatif A.O., Owen J.S., Hussein M.F.M. Modelling the prestress transfer in pre-tensioned concrete elements // Finite Elements in Analysis and Design. 2015. Vol. 94. P. 47–63. <https://doi.org/10.1016/j.finel.2014.09.007>
9. Ibrahim A.M., Mubarak H.M. Finite element modeling of continuous reinforced concrete beam with external prestressing / 2010 Concrete Bridge Conference: Achieving Safe, Smart & Sustainable Bridges. 2010. P. 1–12. URL: <https://www.researchgate.net/publication/268982383> (accessed: 20.04.2025).
10. Hartl H., Sparowitz L., Elgamal A. The 3D computational Modeling of Reinforced and Prestressed Concrete Structures // Proceedings of the 3rd International PhD Symposium in Civil Engineering, Vienna, 2000. Vol. 2. P. 69–79. URL: <https://www.researchgate.net/publication/228540729> (accessed: 20.04.2025).
11. Ayoub F.C., Filippou F.C. Finite-element model for pretensioned prestressed concrete girders // Journal of Structural Engineering. 2010. Vol. 136. P. 401–409. [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)ST.1943-541X.0000132](https://doi.org/10.1061/(ASCE)ST.1943-541X.0000132) EDN: OEKDXF
12. Colajanni P., Recupero A., Spinella N. Design procedure for prestressed concrete beams // Computers and Concrete. 2014. Vol. 13. No. 2. P. 235–253. <https://doi.org/10.12989/cac.2014.13.2.235>
13. Ahn J.H., Jung C.Y., Kim S.H. Evaluation on structural behaviors of prestressed composite beams using external prestressing member // Structural Engineering and Mechanics. 2010. Vol. 34 (2). P. 247–275. <https://doi.org/10.12989/sem.2010.34.2.247> EDN: OEJQPL
14. Прокопович А.А. Сопротивление изгибу железобетонных конструкций с различными условиями сцепления продольной арматуры с бетоном. Самара : НВФ «Сенсоры. Модули, Системы», 2000. 296 с. URL: <https://djvu.online/file/XP8BprJZYRgEp> (дата обращения: 20.04.2025).
15. Di Luzio G., Cedolin L., Beltrami C. Tridimensional long-term finite element analysis of reinforced concrete structures with rate-type creep approach. *Applied Sciences*. 2020. Vol. 10. No. 14. Article no. 4772. <https://doi.org/10.3390/app10144772>
16. Manie J. DIANA — Finite Element Analysis User's Manual release 9.4.4. 2011. URL: <https://dianafea.com/manuals/d944/ConcMas/ConcMas.html> (дата обращения: 20.04.2025).
17. Дзюба И.С., Ватин Н.И., Кузнецов В.Д. Монолитное большепролетное ребристое перекрытие с постнапряжением // Инженерно-строительный журнал. 2008. № 1. С. 5–12. EDN: NBMYSCH

18. Гайджуrow П.П., Аль-Джабоби Сами Фахль, Аль-Хадж Махмуд Абдо Хаса. Конечно-элементное моделирование передачи усилия натяжения стального каната на бетон // Известия высших учебных заведений. Северо-Кавказский регион. Технические науки. 2017. № 2. С. 73–78. <https://doi.org/10.17213/0321-2653-2017-2-73-78> EDN: YTPOFH
19. Гайджуrow П.П., Исхакова Э.Р., Савельева Н.А. Влияние ползучести бетона на выгиб предварительно напряженной мостовой балки // Железобетонные конструкции. 2023. Т. 3. № 3. С. 3–10. <https://doi.org/10.22227/2949-1622.2023.3.3-10> EDN: NJWSGW
20. Кетков Ю.Л., Кетков А.Ю., Шульц М.М. MATLAB 6.x: программирование численных методов. СПб. : БХВ-Петербург, 2004. 672 с. ISBN 5-94157-373-1 EDN: QMNBMP

References

1. Lin T.Y., Burns N.H. *Design of prestressed concrete structures*. Wiley Publ.; 1981. ISBN-10 9812531173
2. Mikhailov K.V., Volkov Yu.S. Prestressed reinforced concrete: the state and prospects of development. *Concrete and reinforced concrete*. 2023;(5/6):7–10. (In Russ.) EDN: PXJNZR
3. Wight J.K. *Reinforced concrete: Mechanics and design*. Pearson Publ.; 2013. ISBN 10 1-292-10600-X
4. Mikhailov V.V. *Prestressed reinforced concrete structures: (Theory, calculation and selection of sections)*. Moscow: Stroyizdat Publ.; 1978. (In Russ.) Available from: <https://dwg.ru/dnl/8087> (accessed: 20.04.2025).
5. Gibshman E.E., Gibshman M.E. *Theory and calculation of prestressed reinforced concrete bridges*. Moscow: Avtotransizdat Publ.; 1963. (In Russ.) Available from: <https://dwg.ru/dnl/10396> (accessed: 20.04.2025).
6. Portayev D.V. *Calculation and construction of prestressed structures of civil buildings*. Moscow: DIA Publ.; 2011. (In Russ.) ISBN 978-5-93093-824-1 EDN: QNPMDF
7. Wolanski A.J. Flexural behavior of reinforced and prestressed concrete beams using finite element analysis. Marquette University, 2004. Available from: <https://epublications.marquette.edu/theses/4322> (accessed: 20.04.2025).
8. Abdelatif A.O., Owen J.S., Hussein M.F.M. Hussein Modelling the prestress transfer in pre-tensioned concrete elements. *Finite Elements in Analysis and Design*. 2015;94:47–63. <https://doi.org/10.1016/j.finel.2014.09.007>
9. Ibrahim A.M., Mubarak H.M. Finite element modeling of continuous reinforced concrete beam with external prestressing. *2010 Concrete Bridge Conference: Achieving Safe, Smart & Sustainable Bridges*. 2010:1–12. Available from: <https://www.researchgate.net/publication/268982383> (accessed: 20.04.2025).
10. Hartl H., Sparowitz L., Elgamal A. The 3D computational Modeling of Reinforced and Prestressed Concrete Structures. *Proceedings of the 3rd International PhD Symposium in Civil Engineering*. Vienna, 2000;2:69–79. Available from: <https://www.researchgate.net/publication/228540729> (accessed: 20.04.2025).
11. Ayoub F.C. Filippou F.C. Finite-element model for pretensioned prestressed concrete girders. *Journal of Structural Engineering*. 2010;136:401–409. [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)ST.1943-541X.0000132](https://doi.org/10.1061/(ASCE)ST.1943-541X.0000132) EDN: OEKDXF
12. Colajanni P., Recupero A., Spinella N. Design procedure for prestressed concrete beams. *Computers and Concrete*. 2014;13(2):235–253. <https://doi.org/10.12989/cac.2014.13.2.235>
13. Ahn J.H., Jung C.Y., Kim S.H. Evaluation on structural behaviors of prestressed composite beams using external prestressing member. *Structural Engineering and Mechanics*. 2010;34(2):247–275. <https://doi.org/10.12989/sem.2010.34.2.247> EDN: OEJQPL
14. Prokopovich A.A. *Bending resistance of reinforced concrete structures with different conditions of adhesion of longitudinal reinforcement to concrete*. Samara: NVF Sensors. Modules, Systems Publ.; 2000. (In Russ.) Available from: <https://djuv.online/file/XP8BprJZYRgEp> (accessed: 20.04.2025).
15. Di Luzio G., Cedolin L., Beltrami C. Tridimensional long-term finite element analysis of reinforced concrete structures with rate-type creep approach. *Applied Sciences*. 2020;10(14):4772. <https://doi.org/10.3390/app10144772>
16. Manie J. *DIANA — Finite Element Analysis User's Manual release 9.4.4*. 2011. Available from: <https://dianafea.com/manuals/d944/ConcMas/ConcMas.html> (accessed: 20.04.2025).
17. Dzyuba I.S., Vatin N.I., Kuznetsov V.D. Monolithic large-span ribbed overlap with poststressing. *Magazine of Civil Engineering*. 2008;(1):5–12. EDN: NBMYCH
18. Gaidzhurov P.P., Al-Jabobi S.F., Al-Yaj M.A.H. Finite element modeling of force transmission the tension of the steel tendon on the concrete. *Bulletin of Higher Educational Institutions. North Caucasus Region. Technical Sciences*. 2017; (2):73–78. (In Russ.) <https://doi.org/10.17213/0321-2653-2017-2-73-78> EDN: YTPOFH
19. Gaidzhurov P.P., Iskhakova E.R., Savelyeva N.A. Influence of concrete creep on the bending of a prestressed bridge beam. *Reinforced concrete structures*. 2023;3(3):3–10. (In Russ.) <https://doi.org/10.22227/2949-1622.2023.3.3-10> EDN: NJWSGW
20. Ketkov Yu.L., Ketkov A.Yu., Schultz M.M. *MATLAB 6.x: programming numerical methods*. St. Petersburg: BHV-Petersburg Publ.; 2004. (In Russ.) ISBN 5-94157-373-1 EDN: QMNBMP

Напряженно-деформированное состояние ортотропной прямоугольной пластинки, свободно опертой по всем сторонам

К.Ф. Шагивалеев^{ID}, Д.А. Сурнин^{ID}, Е.К. Сурнина^{ID}✉

Саратовский государственный технический университет имени Гагарина Ю.А., Саратов, Российская Федерация

✉ eksurnina@mail.ru

Поступила в редакцию: 29 июня 2025 г.

Доработана: 10 августа 2025 г.

Принята к публикации: 15 августа 2025 г.

Аннотация. Ввиду широкого применения в инженерной практике конструкций из композитных материалов актуальной задачей является исследование их напряженно-деформированного состояния при действии различных нагрузок. Рассматривалась свободно опертая по четырем сторонам ортотропная прямоугольная пластинка. Исследовалось напряженно-деформированное состояние пластинки под действием нормально приложенной нагрузки. Для получения разрешающего дифференциального уравнения использовалось операционное исчисление, связанное с преобразованием Лапласа. Получены в общем виде аналитические выражения, которые позволяют определять напряженно-деформированное состояние в ортотропной пластинке при разных геометрических параметрах пластинки, при разных упругих характеристиках материала пластинки и при разных размерах площадки нагружения. Используя выведенные общие аналитические выражения, можно получить различные частные решения: при действии нагрузки, нормально приложенной по всей поверхности пластинки, при действии локальных и сосредоточенных нагрузок. В качестве тестовой задачи представлены результаты расчетов ортотропной пластинки из углепластика при действии нагрузки, равномерно распределенной по всей поверхности пластинки.

Ключевые слова: композиционный материал, нагрузка, дифференциальное уравнение, операционное исчисление, оригинал, изображение, аналитическое решение

Заявление о конфликте интересов. Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

Вклад авторов: Шагивалеев К.Ф. — концепция исследования, рецензирование и выводы, редактирование текста; Сурнин Д.А. — расчет, результаты напряженно-деформированного состояния, обработка результатов, написание текста; Сурнина Е.К. — обзор литературы. Все авторы сделали эквивалентный вклад в подготовку публикации.

Для цитирования: Шагивалеев К.Ф., Сурнин Д.А., Сурнина Е.К. Напряженно-деформированное состояние ортотропной прямоугольной пластинки, свободно опертой по всем сторонам // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2025. Т. 21. № 4. С. 307–320. <http://doi.org/10.22363/1815-5235-2025-21-4-307-320>

Шагивалеев Камил Фатыхович, кандидат технических наук, доцент кафедры строительных материалов, конструкций и технологий, Саратовский государственный технический университет имени Гагарина Ю.А., Российская Федерация, 410054, Саратовская обл., г. Саратов, ул. Политехническая, д. 77; eLIBRARY SPIN-код: 9726-5456, ORCID: 0009-0001-6962-9355; e-mail: kfshag@yandex.ru

Сурнин Дмитрий Аркадьевич, аспирант кафедры транспортного строительства, Саратовский государственный технический университет имени Гагарина Ю.А., Российская Федерация, 410054, Саратовская обл., г. Саратов, ул. Политехническая, д. 77; eLIBRARY SPIN-код: 9654-2120, ORCID: 0009-0005-5373-8804; e-mail: dasurnin98@mail.ru

Сурнина Елена Камилевна, кандидат технических наук, доцент кафедры транспортного строительства, Саратовский государственный технический университет имени Гагарина Ю.А., Российская Федерация, 410054, Саратовская обл., г. Саратов, ул. Политехническая, д. 77; eLIBRARY SPIN-код: 5584-2282, ORCID: 0000-0003-2500-1256; e-mail: eksurnina@mail.ru

© Шагивалеев К.Ф., Сурнин Д.А., Сурнина Е.К., 2025



This work is licensed under a Creative Commons Attribution-NonCommercial 4.0 International License
<https://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/legalcode>

Stress-Strain State of an Orthotropic Rectangular Plate Simply Supported on All Sides

Kamil F. Shagivaleev^{id}, Dmitry A. Surnin^{id}, Elena K. Surnina^{id}✉

Saratov State Technical University named after Yu.A. Gagarin, Saratov, Russian Federation

✉ ekurnina@mail.ru

Received: June 29, 2025

Revised: August 10, 2025

Accepted: August 15, 2025

Abstract. Abstract. In view of the wide application of composite structures in engineering practice, an important task is to study their stress-strain state under the action of various loads. An orthotropic rectangular plate simply supported on four sides was considered. The stress-strain state of the plate under the action of a normally applied load was investigated. General analytical expressions are obtained that allow determining the stress-strain state in an orthotropic plate for different geometric parameters of the plate, for different elastic characteristics of the plate material and for different dimensions of the loading area. Using the derived general analytical expressions, various particular solutions can be obtained: under the action of a normal load applied over the entire surface of the plate, under the action of local and concentrated loads. The results of calculations of an orthotropic carbon fiber plate under the action of a uniformly distributed load applied over the entire surface of the plate are presented as a test problem. To obtain the resolving differential equation, operational calculus associated with the Laplace transform was used.

Keywords: composite material, load; differential equation, operational calculus, original, image, analytical solution

Conflicts of interest. The authors declare that there is no conflict of interest.

Authors' contribution: *Shagivaleev K.F.* — conceptualization, review and conclusions, editing; *Surnin D.A.* — calculation, results of stress-strain state, processing of results, text writing; *Surnina E.K.* — literature review, editing. All authors read and approved the final version of the article.

For citation: Shagivaleev K.F., Surnin D.A., Surnina E.K. Stress-strain state of an orthotropic rectangular plate simply supported on all sides. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*. 2025;21(4):307–320. (In Russ.) <http://doi.org/10.22363/1815-5235-2025-21-4-307-320>

1. Введение

Прямоугольные панели широко применяются в конструкциях различного назначения. В гражданском и промышленном строительстве, в авиа-, судо-, автомобилестроении часто используют панели, изготовленные из композиционных материалов. Данные материалы придают элементам конструкции большую прочность при меньшем весе по сравнению с традиционными материалами. Панели из композиционных материалов в общем случае являются анизотропными. Однако на практике часто их изготавливают из ортотропного материала, для которого характерно различие упругих свойств материала вдоль трех взаимно перпендикулярных направлений.

В основу расчета данных конструкций положены основные положения теории тонкой упругой пластинки. Математической моделью пластинок из ортотропного материала является бигармоническое уравнение для их прогиба. Задав определенный вид закрепления краев пластины и вид нагружения, определяют значение прогиба. Используя найденное значение прогиба, можно легко определить все компоненты напряженного состояния: изгибающие моменты и перерезывающие силы.

В настоящее время теоретическому исследованию ортотропных пластин посвящены многие работы [1–19]. Для решения задач изгиба ортотропных прямоугольных пластин авторы используют

Kamil F. Shagivaleev, Candidate of Technical Sciences, Associate Professor of the Department of Building Materials, Structures and Technologies, Saratov State Technical University named after Yu.A. Gagarin, 77 Politechnicheskaya St, Saratov, 410054, Russian Federation; eLIBRARY SPIN-code: 9726-5456, ORCID: 0009-0001-6962-9355; e-mail: kfshag@yandex.ru

Dmitry A. Surnin, Postgraduate student of the Department of Transport Construction, Saratov State Technical University named after Yu.A. Gagarin, 77 Politechnicheskaya St, Saratov, 410054, Russian Federation; eLIBRARY SPIN- code: 9654-2120, ORCID: 0009-0005-5373-8804; e-mail: dasurnin98@mail.ru

Elena K. Surnina, Candidate of Technical Sciences, Associate Professor of the Department of Transport Construction, Saratov State Technical University named after Yu.A. Gagarin, 77 Politechnicheskaya St, Saratov, 410054, Russian Federation; eLIBRARY SPIN- code: 5584-2282, ORCID: 0000-0003-2500-1256; e-mail: ekurnina@mail.ru

различные методы: методы интегральных преобразований, вариационные методы, метод Канторовича, метод собственных функций и т.д.

В работе [1] задача изгиба ортотропной защемленной по всем сторонам пластинки решается расширенным методом Канторовича, а в работе [2] используется симплектический метод.

Метод начальных функций используется в статье [3] для исследования поведения ортотропной пластины, находящейся под действием нормальной равномерно распределенной по ее поверхности нагрузки.

В работе [4] решение изгиба ортотропной пластины представлено в виде ряда по собственным функциям оператора Гамильтона. Сначала уравнения ортотропной прямоугольной тонкой пластины преобразуют в гамильтонову систему, а соответствующий гамильтонов оператор бесконечной размерности получают с помощью метода разделения переменных. Затем вычисляют собственные значения и соответствующие собственные функции гамильтонова оператора. Наконец, с помощью метода симплектической суперпозиции получают аналитические решения изгиба полностью защемленных ортотропных тонких пластин.

В статье [5] с использованием метода Галеркина решается задача изгиба равномерно нагруженной защемленной прямоугольной пластины.

В работе [6] для определения изгиба тонкой ортотропной прямоугольной пластины авторы используют полиномы Лежандра и Чебышева первого рода.

Метод интерполяции по коэффициенту формы применяют в работе [7] для расчета прямоугольных ортотропных пластин с однородными граничными условиями.

Часто для получения решений задач изгиба ортотропных прямоугольных пластин с различными граничными условиями применяют различные типы метода интегрального преобразования. В работах [8; 9] для решения изгиба пластин с различными сложными граничными условиями используют двойное интегральное конечное синус-преобразование Фурье. Авторы работы [10] задействуют метод обобщенного интегрального преобразования (GITT) для получения точного решения изгиба полностью защемленных пластин. В исследованиях [11–15] также применяют метод конечных интегральных преобразований для решения задач изгиба прямоугольных ортотропных тонких пластин с различными условиями закрепления при различных условиях нагружения.

Несмотря на известные достижения в теории и методах расчета конструкций из композитных материалов, совершенствование методов расчета таких конструкций остается актуальной задачей. В частности, получение простых математических формул (решений), с помощью которых можно оценить прогибы в прямоугольных пластинах из композиционного материала, шарнирно опертых по всему контуру и находящихся под нагрузкой, не проводя длительных вычислений с использованием компьютера, представляет ценность для проектировщиков конструкций, работающих во многих областях промышленности.

Цель исследования — с использованием метода интегрального преобразования (преобразования Лапласа) получить решения изгиба ортотропных прямоугольных тонких пластин, шарнирно опертых по всему контуру и находящихся под действием нормально приложенной нагрузки.

Задачи исследования:

- вывести решения изгиба ортотропных прямоугольных тонких пластин, шарнирно опертых по всему контуру и находящихся под действием нормально приложенной нагрузки;
- исследовать напряженно-деформированное состояние пластины при действии нагрузки, равномерно распределенной по всей поверхности пластины;
- проверить достоверность и точность получаемых по этому методу результатов на основе сравнения их с данными, опубликованными в научной литературе.

2. Постановка задачи и метод решения

Рассмотрена шарнирно опертая по всему контуру прямоугольная ортотропная пластинка (рис. 1), которая изгибается нормально приложенной нагрузкой $q(x, y)$, распределенной по закону

$$q(x, y) = \begin{cases} 0, & \text{при } 0 \leq x < c; \\ q_0 \sin \frac{n\pi y}{b}, & \text{при } c \leq x \leq c + \tau; \\ 0, & \text{при } c + \tau < x \leq a, \end{cases} \quad (1)$$

где $n = 1, 3, 5 \dots$

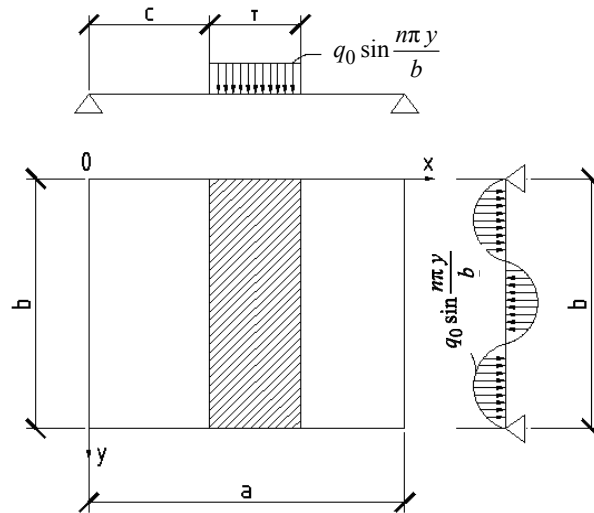


Рис. 1. Схема пластинки при действии полосовой нагрузки

Источники: выполнено Д.А. Сурниным

Figure 1. Diagram of the plate under the action of a strip load

Source: made by D.A. Surnin

Главные направления упругости совпадали с направлениями сторон (рис. 1).

Граничные условия для свободно опертых краев:

$$\begin{aligned} w = 0, \quad \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} = 0 & \quad \text{при } x = 0 \text{ и } x = a; \\ w = 0, \quad \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} = 0 & \quad \text{при } y = 0 \text{ и } y = b. \end{aligned} \quad (2)$$

Дифференциальное уравнение изогнутой поверхности пластинки имеет вид [20; 21]

$$D_1 \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2D_3 \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + D_2 \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} = \begin{cases} 0, & \text{при } 0 \leq x < c; \\ q_0 \sin \frac{n\pi y}{b}, & \text{при } c \leq x \leq c + \tau; \\ 0, & \text{при } c + \tau < x \leq a, \end{cases} \quad (3)$$

где

$$D_1 = \frac{E_1 h^3}{12(1 - \mu_1 \mu_2)}; \quad D_2 = \frac{E_2 h^3}{12(1 - \mu_1 \mu_2)}; \quad D_k = G \frac{h^3}{12}; \quad D_3 = D_1 \mu_2 + 2D_k.$$

E_1, E_2 — модули упругости; μ_1, μ_2 — коэффициенты Пуассона; G — модуль сдвига; h — толщина пластинки.

Решение уравнения (3) приняли в виде

$$w(x, y) = f(x) \sin \frac{n\pi y}{b}. \quad (4)$$

Подставляя (4) в (3), после сокращения всех членов на $\sin \frac{n\pi y}{b}$, получили обыкновенное дифференциальное уравнение

$$\frac{d^4 f}{dx^4} - 2r^2 \frac{d^2 f}{dx^2} + s^4 f = \begin{cases} 0, & \text{при } 0 \leq x < c; \\ \frac{q_0}{D_1}, & \text{при } c \leq x \leq c + \tau; \\ 0, & \text{при } c + \tau < x \leq a, \end{cases} \quad (5)$$

$$\text{где } r^2 = \frac{D_3}{D_1} \lambda^2; \quad s^4 = \frac{E_2}{E_1} \lambda^4; \quad \lambda = \frac{n\pi}{b}.$$

Для решения дифференциального уравнения 4 порядка применили операционное исчисление, связанное с преобразованием Лапласа [22]. Преобразование Лапласа позволило уменьшить количество нахождения произвольных постоянных в два раза и снизить математическую сложность решения задачи путем преобразования исходного дифференциального уравнения 4-го порядка в алгебраическое уравнение в пространстве изображений. Решив полученное алгебраическое уравнение в пространстве изображений, получили выражение для перемещений в виде функций комплексной переменной (изображений). Затем полученное выражение для изображений преобразовали обратно в исходную пространственную область с помощью обратного преобразования Лапласа, возвращая решение в физическую плоскость.

Полагая $f(x) \Leftrightarrow W(p)$ и учитывая граничные условия при $x = 0$, по теореме дифференцирования оригинала получили

$$\begin{aligned} f'(x) &\Leftrightarrow pW(p); \\ f''(x) &\Leftrightarrow p^2 W(p) - w'(0); \\ f'''(x) &\Leftrightarrow p^3 W(p) - pw'(0); \\ f^{IV}(x) &\Leftrightarrow p^4 W(p) - p^2 w'(0) - w'''(0), \end{aligned} \quad (6)$$

где p — комплексный параметр; $w'(0)$ и $w'''(0)$ — произвольные постоянные.

Изображение правой части уравнения (5) имеет вид [22]

$$\frac{q_0}{D_1} \frac{1}{p} (1 - e^{-p\tau}) e^{-pc}. \quad (7)$$

Переходя в уравнении (5) от оригиналов к выражениям (6), (7), получили операторное уравнение

$$p^4 W(p) - p^2 w'(0) - w'''(0) - 2r^2 [p^2 W(p) - w'(0)] + s^4 W(p) = \frac{q_0}{D_1} \frac{1}{p} (1 - e^{-p\tau}) e^{-pc}. \quad (8)$$

Из (8) нашли

$$W(p) = \frac{q_0}{D_1} \frac{(1 - e^{-p\tau}) e^{-pc}}{p(p^4 - 2r^2 p^2 + s^4)} + \frac{p^2 - 2\frac{D_3}{D_1} \lambda^2}{p^4 - 2r^2 p^2 + s^4} w'(0) + \frac{1}{p^4 - 2r^2 p^2 + s^4} w'''(0). \quad (9)$$

Переходя в выражении (9) от изображений к оригиналам [22; 23], получили искомое решение. Произвольные постоянные $w'(0)$ и $w''(0)$ нашли из граничных условий (2) при $x = a$.

Так как при решении уравнения $p^4 - 2r^2 p^2 + s^4$ можем иметь действительные, кратные и мнимые корни, то соответственно получили и три различных искомых решений уравнения.

Ввиду громоздкости все промежуточные операции не приводятся.

Окончательно имеем:

при $r > s$:

$$w(x, y) = \frac{q_0}{2s^4 \gamma D_1} \left\{ \left[2\gamma + P_2^2 \operatorname{ch} P_1 (x - c) - P_1^2 \operatorname{ch} P_2 (x - c) \right] \eta(x - c) - \right. \\ \left. - \left[2\gamma + P_2^2 \operatorname{ch} P_1 (x - c - \tau) - P_1^2 \operatorname{ch} P_2 (x - c - \tau) \right] \eta(x - c - \tau) - P_2^2 k_1 \operatorname{sh} P_1 x + P_1^2 k_2 \operatorname{sh} P_2 x \right\} \sin \lambda y, \quad (10)$$

где $\gamma = \sqrt{r^4 - s^4}$; $P_1 = \sqrt{r^2 + \gamma}$; $P_2 = \sqrt{r^2 - \gamma}$;

$$k_1 = \frac{\operatorname{ch} P_1 (a - c) - \operatorname{ch} P_1 (a - c - \tau)}{\operatorname{sh} P_1 a}; \quad k_2 = \frac{\operatorname{ch} P_2 (a - c) - \operatorname{ch} P_2 (a - c - \tau)}{\operatorname{sh} P_2 a};$$

$\eta(x - c)$ — единичная функция, которая при $x \geq c$ равна 1 и при $x < c$ равна 0;

$\eta(x - c - \tau)$ — единичная функция, которая при $x \geq c + \tau$ равна 1 и при $x < c + \tau$ равна 0.

При $r = s$:

$$w(x, y) = \frac{q_0}{r^4 D_1} \left\{ \left[1 - \operatorname{chr}(x - c) + \frac{1}{2} r(x - c) \operatorname{shr}(x - c) \right] \eta(x - c) - \right. \\ \left. - \left[1 - \operatorname{chr}(x - c - \tau) + \frac{1}{2} r(x - c - \tau) \operatorname{shr}(x - c - \tau) \right] \eta(x - c - \tau) + k_3 \operatorname{shr} x + k_4 r x \operatorname{chr} x \right\} \sin \lambda y, \quad (11)$$

где

$$k_3 = \frac{1}{2 \operatorname{sh}^2 r a} \left\{ (2 \operatorname{sh} r a + r a \operatorname{chr} a) [\operatorname{chr}(a - c) - \operatorname{chr}(a - c - \tau)] - \right. \\ \left. - r \operatorname{shr} a [(a - c) \operatorname{shr}(a - c) - (a - c - \tau) \operatorname{shr}(a - c - \tau)] \right\};$$

$$k_4 = -\frac{1}{2 \operatorname{sh} r a} [\operatorname{chr}(a - c) - \operatorname{chr}(a - c - \tau)].$$

При $r < s$:

$$w(x, y) = \frac{q_0}{2s^4 \gamma_1 \gamma_2 D_1} \left[(2\gamma_1 \gamma_2 - 2\gamma_1 \gamma_2 Y_1 + r^2 Y_4) \eta(x - c) - (2\gamma_1 \gamma_2 - 2\gamma_1 \gamma_2 \bar{Y}_1 + r^2 \bar{Y}_4) \eta(x - c - \tau) \right. \\ \left. + (-r^2 \eta_1 + 2\gamma_1 \gamma_2 \eta_2) X_2 + (r^2 \eta_2 + 2\gamma_1 \gamma_2 \eta_1) X_3 \right] \sin \lambda y, \quad (12)$$

где

$$\gamma_1 = \sqrt{\frac{1}{2}(s^2 + r^2)}; \quad \gamma_2 = \sqrt{\frac{1}{2}(s^2 - r^2)};$$

$$X_1 = \cos \gamma_2 x \operatorname{ch} \gamma_1 x; \quad Y_1 = \cos \gamma_2 (x - c) \operatorname{ch} \gamma_1 (x - c);$$

$$X_2 = \sin \gamma_2 x \operatorname{ch} \gamma_1 x; \quad Y_2 = \sin \gamma_2 (x - c) \operatorname{ch} \gamma_1 (x - c);$$

$$X_3 = \cos \gamma_2 x \operatorname{sh} \gamma_1 x; \quad Y_3 = \cos \gamma_2 (x - c) \operatorname{sh} \gamma_1 (x - c);$$

$$X_4 = \sin \gamma_2 x \operatorname{sh} \gamma_1 x; \quad Y_4 = \sin \gamma_2 (x - c) \operatorname{sh} \gamma_1 (x - c);$$

$$\overline{Y}_1 = \cos \gamma_2 (x - c - \tau) \operatorname{ch} \gamma_1 (x - c - \tau);$$

$$\overline{Y}_2 = \sin \gamma_2 (x - c - \tau) \operatorname{ch} \gamma_1 (x - c - \tau);$$

$$\overline{Y}_3 = \cos \gamma_2 (x - c - \tau) \operatorname{sh} \gamma_1 (x - c - \tau);$$

$$\overline{Y}_4 = \sin \gamma_2 (x - c - \tau) \operatorname{sh} \gamma_1 (x - c - \tau).$$

$$\eta_1 = [A_2(B_4 - C_4) + A_3(B_1 - C_1)](A_2^2 + A_3^2)^{-1};$$

$$\eta_2 = [A_2(B_1 - C_1) - A_3(B_4 - C_4)](A_2^2 + A_3^2)^{-1};$$

$$A_1 = \cos \gamma_2 a \operatorname{ch} \gamma_1 a; \quad B_1 = \cos \gamma_2 (a - c) \operatorname{ch} \gamma_1 (a - c);$$

$$A_2 = \sin \gamma_2 a \operatorname{ch} \gamma_1 a; \quad B_2 = \sin \gamma_2 (a - c) \operatorname{ch} \gamma_1 (a - c);$$

$$A_3 = \cos \gamma_2 a \operatorname{sh} \gamma_1 a; \quad B_3 = \cos \gamma_2 (a - c) \operatorname{sh} \gamma_1 (a - c);$$

$$A_4 = \sin \gamma_2 a \operatorname{sh} \gamma_1 a; \quad B_4 = \sin \gamma_2 (a - c) \operatorname{sh} \gamma_1 (a - c);$$

$$C_1 = \cos \gamma_2 (a - c - \tau) \operatorname{ch} \gamma_1 (a - c - \tau);$$

$$C_2 = \sin \gamma_2 (a - c - \tau) \operatorname{ch} \gamma_1 (a - c - \tau);$$

$$C_3 = \cos \gamma_2 (a - c - \tau) \operatorname{sh} \gamma_1 (a - c - \tau);$$

$$C_4 = \sin \gamma_2 (a - c - \tau) \operatorname{sh} \gamma_1 (a - c - \tau).$$

Обращаем внимание на то, что единичные функции $\eta(x - c)$ и $\eta(x - c - \tau)$ приняты только для сокращения записи выражений. Они указывают, с какого значения координаты x появляется в выражении данное слагаемое.

Имея $w(x, y)$, можно получить выражения для $M_x, M_y, N_x, N_y, H_{xy}$ [20; 21].

Выражения (10), (11), (12) позволяют рассчитать ортотропную пластинку при любом положении полосовой нагрузки и при различных размерах участка нагружения τ . Из выражений (10), (11), (12) можно получить различные частные решения.

Положив в выражениях (10), (11), (12) $c = 0$ и $\tau = a$, получили решение для случая, когда нагрузка действует по всей поверхности пластинки (рис. 2).

При $r > s$:

$$w(x, y) = \frac{q_0}{2s^4 \gamma D_1} \left(2\gamma + P_2^2 \operatorname{ch} P_1 x - P_1^2 \operatorname{ch} P_2 x - P_2^2 k_5 \operatorname{sh} P_1 x + P_1^2 k_6 \operatorname{sh} P_2 x \right) \sin \lambda y, \quad (13)$$

где

$$k_5 = \frac{\operatorname{ch} P_1 a - 1}{\operatorname{sh} P_1 a}, \quad k_6 = \frac{\operatorname{ch} P_2 a - 1}{\operatorname{sh} P_2 a}.$$

При $r = s$:

$$w(x, y) = \frac{q_0}{r^4 D_1} \left(1 - chrx + \frac{1}{2} rx shrx + k_7 shrx + k_8 rx chrx \right) \sin \lambda y, \quad (14)$$

где

$$k_7 = \frac{1}{2 sh^2 ra} \left[(2 shra + rachra)(chra - 1) - ra sh^2 ra \right], \quad k_8 = -\frac{1}{2 shra} (chra - 1).$$

При $r < s$:

$$w(x, y) = \frac{q_0}{2s^4 \gamma_1 \gamma_2 D_1} \left[2\gamma_1 \gamma_2 - 2\gamma_1 \gamma_2 X_1 + r^2 X_4 + (-r^2 \eta_3 + 2\gamma_1 \gamma_2 \eta_4) X_2 + \right. \\ \left. + (r^2 \eta_4 + 2\gamma_1 \gamma_2 h_3) X_3 \right] \sin \lambda y, \quad (15)$$

где

$$\eta_3 = \frac{sh \gamma_1 a}{\cos \gamma_2 a + ch \gamma_1 a}, \quad \eta_4 = -\frac{\sin \gamma_2 a}{\cos \gamma_2 a + ch \gamma_1 a}.$$

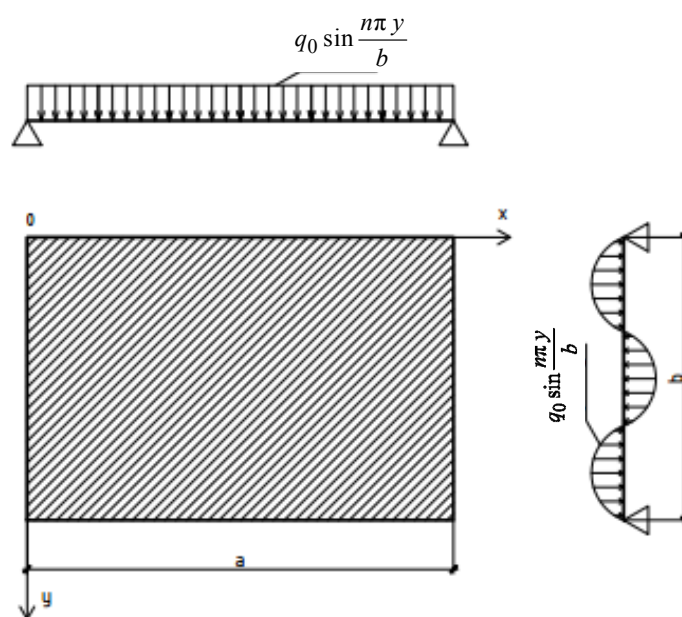


Рис. 2. Схема пластинки при действии неравномерно распределенной нагрузки по всей поверхности пластинки

Источник: выполнено Д.А. Сурниным

Figure 2. Diagram of the plate under the action of an unevenly distributed load over the entire plate surface

Source: made by D.A. Surnin

Выражениями (10), (11), (12) можно воспользоваться при получении решений для свободно опертой ортотропной прямоугольной пластинки при действии нагрузки, равномерно распределенной вдоль оси x и распределенной вдоль оси y по любому закону. С той целью нагрузку $q(x, y)$ надо представить в виде тригонометрического ряда.

Так, в случае действия нагрузки, равномерно распределенной по всей поверхности пластинки, имеем

$$q(x, y) = q_0 \frac{4}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \sin \lambda y, \quad (16)$$

где $n = 1, 3, 5$.

При $r > s$:

$$w(x, y) = \frac{q_0}{D_1} \frac{2}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{s^4 \gamma_n} \times \left(2\gamma + P_2^2 ch P_1 x - P_1^2 ch P_2 x - P_2^2 k_5 sh P_1 x + P_1^2 k_6 sh P_2 x \right) \sin \lambda y. \quad (17)$$

При $r = s$:

$$w(x, y) = \frac{q_0}{D_1} \frac{4}{\pi} \sum_{n=1,3,..}^{\infty} \frac{1}{r^4 n} \left(1 - ch r x + \frac{1}{2} r x sh r x + k_7 sh r x + k_8 r x ch r x \right) \sin \lambda y. \quad (18)$$

При $r < s$:

$$w(x, y) = \frac{q_0}{D_1} \frac{2}{\pi} \sum_{n=1,3,..}^{\infty} \frac{1}{s^4 \gamma_1 \gamma_2 n} \times \left[2\gamma_1 \gamma_2 - 2\gamma_1 \gamma_2 X_1 + r^2 X_4 + \left(-r^2 \eta_3 + 2\gamma_1 \gamma_2 \eta_4 \right) X_2 + \right. \\ \left. + \left(r^2 \eta_4 + 2\gamma_1 \gamma_2 \eta_3 \right) X_3 \right] \sin \lambda y. \quad (19)$$

3. Результаты и обсуждение

В качестве примера для исследования напряженно-деформированного состояния рассмотрена ортотропная прямоугольная пластинка с отношением сторон $\frac{b}{a} = 1,5$. Материал пластинки — углепластик [24]:

$$E_1 = 1,4 \times 10^4 \text{ кН/см}^2; \quad E_2 = 0,097 \times 10^4 \text{ кН/см}^2; \quad G = 0,55 \times 10^3 \text{ кН/см}^2; \\ \mu_1 = 0,29; \quad \mu_2 = 0,02. \quad (20)$$

В табл. 1 и 2 приведены результаты расчета ортотропной прямоугольной пластинки при действии равномерно распределенной нагрузки.

Значения, приведенные в табл. 1 и 2, необходимо умножить: для w на $q_0 \frac{a^4}{D_2}$; для M_x на $q_0 a^2$;

для M_y на $q_0 a^2$; для N_x на $q_0 a$.

Результаты расчета (табл. 2) показали, что при вычислении прогиба достаточно взять три члена ряда; при вычислении M_x — 5 членов ряда; при вычислении M_y и N_x — 7 членов ряда.

Полученные выражения позволяют решать многочисленные задачи оптимального проектирования пластинок. В работе [20] указано, как можно решить задачу, если пластинка изготовлена из ортотропного материала так, что главные направления упругости материала не совпадают с направлениями координатных линий x и y .

Таблица 1 / Table 1

Результаты расчета ортотропной пластинки при действии равномерно распределенной нагрузки /
Calculation results of the orthotropic plate under the action of a uniformly distributed load

x	$w\left(x, \frac{b}{2}\right)$	$M_x\left(x, \frac{b}{2}\right)$	$M_y\left(x, \frac{b}{2}\right)$	$N_x\left(x, \frac{b}{2}\right)$	$N_y\left(x, \frac{b}{2}\right)$	$N_{x,y}\left(x, \frac{b}{2}\right)$
0	0	0	0	0,517665	0	0
0,1a	0,000292	0,046344	0,001232	0,414555	0	0
0,2a	0,000553	0,082382	0,002209	0,312134	0	0
0,3a	0,000757	0,108186	0,002921	0,208866	0	0
0,4a	0,000886	0,123707	0,003355	0,104684	0	0
0,5a	0,0009305	0,1288888	0,0035014	0	0	0
0,6a	0,000886	0,123707	0,003355	– 0,104684	0	0
0,7a	0,000757	0,108186	0,002921	– 0,208866	0	0
0,8a	0,000553	0,082382	0,002209	– 0,312134	0	0
0,9a	0,000292	0,046344	0,001232	– 0,414555	0	0
a	0	0	0	– 0,517665	0	0

И с т о ч н и к: выполнено Д.А. Сурниным / S o u r c e: made by D.A. Surnin

Таблица 2 / Table 2

Максимальные значения перемещения, моментов и перерезывающей силы
в ортотропной пластинке при разном числе удерживающих членов ряда /
Maximum values of displacement, moments and shear force
in the orthotropic plate for different numbers of retained series terms

Число членов ряда / Number of terms in series	$w_{\max}$	$(M_x)_{\max}$	$(M_y)_{\max}$	$(N_x)_{\max}$	$N_y\left(x, \frac{b}{2}\right)$	$N_{x,y}\left(x, \frac{b}{2}\right)$
1	0,00104302	0,1454828	0,0074583	0,60942727	0	0
3	0,0009305	0,1292586	0,0040447	0,52788353	0	0
5	0,0009277	0,1288888	0,00359	0,51996853	0	0
7	0,0009274	0,128863	0,0035014	0,51766495	0	0
9	0,0009274	0,1288558	0,0034744	0,5166987	0	0

И с т о ч н и к: выполнено Д.А. Сурниным / S o u r c e: made by D.A. Surnin

Положив во всех приведенных выражениях $E_1 = E_2 = E$ и $\mu_1 = \mu_2 = \mu$, получим решения для изотропной пластинки.

Для проверки достоверности и точности получаемых по данному методу результатов было проведено сравнение их с данными, опубликованными в научной литературе [20; 25].

Был выполнен расчет ортотропной прямоугольной пластинки с исходными параметрами по формуле (с применением двойного тригонометрического ряда), приведенной в [20]. При вычислении было взято 16 членов ряда. В результате расчетов получили максимальный прогиб $w_{\max} = 0,000967 q_0 \frac{a^4}{D_2}$.

Расхождение значений, полученных по формулам из работы [20], и значений, вычисленных с использованием формулы (19), составило 3,8 %.

Также был выполнен по полученным в данной работе выражениям расчет изотропной прямоугольной пластинки с исходными геометрическими параметрами и $\mu = 0,3$.

Результаты расчета представлены в табл. 3.

Таблица 3 / Table 3

**Результаты расчета изотропной пластинки при действии равномерно распределенной нагрузки /
Results of calculation of the isotropic plate under the action of a uniformly distributed load**

Число членов ряда / Number of terms in series	$w_{\max}$	$(M_x)_{\max}$	$(M_y)_{\max}$	$(N_x)_{\max}$	$N_y\left(x, \frac{b}{2}\right)$	$N_{x,y}\left(x, \frac{b}{2}\right)$
1	0,007919	0,084566	0,056979	0,474617	0	0
3	0,007727	0,081338	0,050424	0,431638	0	0
5	0,007724	0,081201	0,04998	0,426736	0	0
7	0,007724	0,081201	0,049894	0,425309	0	0
9	0,007724	0,081201	0,049894	0,424711	0	0

И с т о ч н и к: выполнено Д.А. Сурниным / S o u r c e: made by D.A. Surnin

Значения, приведенные в табл. 3, необходимо умножить: для w на $q_0 \frac{a^4}{D_2}$; для M_x на $q_0 a^2$; для M_y на $q_0 a^2$; для N_x на $q_0 a$.

Результаты расчета табл. 3 полностью совпадают с данными, приведенными в работе [25].

Анализ результатов выполненных расчетов показал, что при расчетах ортотропной прямоугольной пластинки по полученным формулам при действии полосовой нормально приложенной нагрузки получается более быстрая сходимость решений и значительно уменьшается вычислительная работа по сравнению с ранее применяемыми методами.

Проделав аналогичные операции, можно получить решения и при других вариантах граничных условий.

4. Заключение

В ходе проведенного исследования следует отметить следующее:

1. На основе операционного исчисления, связанного с преобразованием Лапласа, впервые получены в общем виде точные аналитические решения для ортотропной прямоугольной пластинки при действии полосовой нормально приложенной нагрузки.

2. Практический расчет пластин с использованием полученных решений не вызывает затруднений, так как расчет сводится к вычислению гипербола-тригонометрических функций при малых значениях аргумента, при больших значениях аргумента формулы упрощаются и расчет сводится к вычислению показательных и тригонометрических функций.

3. Представленные результаты показывают, что при расчетах ортотропной прямоугольной пластинки по полученным формулам при действии полосовой нормально приложенной нагрузки получается более быстрая сходимость решений и значительно уменьшается вычислительная работа по сравнению с ранее применяемыми методами.

4. Полученные аналитические выражения позволяют рассчитать ортотропную прямоугольную пластинку при любом положении полосовой нагрузки и при различных размерах участка нагружения, а также при действии локальных и сосредоточенных нагрузок.

5. Предложенный подход может быть использован при расчете ортотропных прямоугольных пластинок и при других вариантах граничных условий.

6. Результаты работы могут быть использованы инженерами, аспирантами и студентами.

Список литературы

1. Leng B., Xu H., Yan Y., Wang K., Yang G., Meng Y. An Analytical Solution for the Bending of Anisotropic Rectangular Thin Plates with Elastic Rotation Supports // Buildings. 2024. Vol. 14. No. 3. P. 756. <https://doi.org/10.3390/buildings14030756>

2. Lim C.W., Cui S., Yao W. On new symplectic elasticity approach for exact bending solutions of rectangular thin plates with two opposite sides simply supported // *International Journal of Solids and Structures*. 2007. Vol. 44. No. 16. P. 5396–5411. <https://doi.org/10.1016/j.ijsolstr.2007.01.007>
3. Голоскоков Д.П., Матросов А.В. Метод начальных функций в расчете изгиба защемленной по контуру тонкой ортотропной пластинки // *Вестник Санкт-Петербургского университета. Прикладная математика. Информатика. Процессы управления*. 2021. Т. 17. № 4. С. 330–344. <https://doi.org/10.21638/11701/spbu10.2021.402> EDN: RIFCWU
4. Eburlitu F., Alatanang L. Analytical bending solutions of clamped orthotropic rectangular thin plates with the symplectic superposition method // *Applied Mathematics and Mechanics*. 2018. Vol. 39. No. 3. P. 311–323. <https://doi.org/10.21656/1000-0887.380092>
5. Mbakogu F.C., Pavlovic M.N. Bending of clamped orthotropic rectangular plates: A variational symbolic solution // *Computers and Structures*. 2000. Vol. 77. No. 2. P. 117–128. [https://doi.org/10.1016/S0045-7949\(99\)00217-5](https://doi.org/10.1016/S0045-7949(99)00217-5) EDN: XNRNDF
6. Germider O.V., Popov V.N. Mathematical modeling of bending of a thin orthotropic plate clamped along the contour *Vestnik of Saint Petersburg University // Applied Mathematics. Computer Science. Control Processes*. 2024. Vol. 20. No. 3. P. 310–323. <https://doi.org/10.21638/spbu10.2024.301>
7. Коробко А.В., Савин С.Ю. Расчет прямоугольных ортотропных пластинок с однородными граничными условиями методом интерполяции по коэффициенту формы // *Строительная механика и расчет сооружений*. 2011. № 1. С. 11–15. EDN: NDLOUX
8. Li R., Zhong Y., Tian B., Yu L. On the finite integral transform method for exact bending solutions of fully clamped orthotropic rectangular thin plates // *Applied Mathematics Letters*. 2009. Vol. 22. P. 1821–1827. <https://doi.org/10.1016/j.aml.2009.07.003>
9. Li R., Tian B., Zhong Y. Analytical bending solutions of free orthotropic rectangular thin plates under arbitrary loading // *Meccanica*. 2013. Vol. 48. No. 10. P. 2497–2510. <https://doi.org/10.1007/s11012-013-9764-1>
10. An C., Gu J., Su J. Exact solution of bending problem of clamped orthotropic rectangular thin plates // *Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering*. 2016. Vol. 38. No. 2. P. 601–607. <https://doi.org/10.1007/s40430-015-0329-1> EDN: XPEDZJ
11. Zhang S., Xu L. Bending of rectangular orthotropic thin plates with rotationally restrained edges: A finite integral transform solution // *Applied Mathematical Modelling*. 2017. Vol. 46. P. 48–62. <https://doi.org/10.1016/j.apm.2017.01.053>
12. Zhang S., Xu L. Analytical solutions for flexure of rectangular orthotropic plates with opposite rotationally restrained and free edges // *Archives of Civil and Mechanical Engineering*. 2018. Vol. 18. P. 965–972. <https://doi.org/10.1016/j.acme.2018.02.005>
13. He Y., Duan M., Su J. Bending of rectangular orthotropic plates with rotationally restrained and free edges: Generalized integral transform solutions // *Engineering Structures*. 2021. Vol. 247. Article no. 113129. <https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2021.113129>
14. Xu Q., Yang Z., Ullah S., Zhang J., Gao Y. Analytical bending solutions of orthotropic rectangular thin plates with two adjacent edges free and the others clamped or simply supported using finite integral transform method // *Advances in Civil Engineering*. 2020. Vol. 2020. Article no. 8848879. <https://doi.org/10.1155/2020/8848879>
15. Fu G., Tuo Y., Su B., Shi C., Su J. Bending of variable thickness rectangular thin plates resting on a double-parameter foundation: Integral transform solution // *Engineering Computations*. 2022. Vol. 39. No. 7. P. 2689–2704. <https://doi.org/10.1108/EC-11-2021-0692>
16. Фирсанов В.В., Гавва Л.М. Анализ краевых эффектов и основного напряженно-деформированного состояния конструктивно-анизотропных панелей летательных аппаратов с применением композиционных материалов по уточнённой теории // *Конструкции из композиционных материалов*. 2021. № 1 (161). С. 3–9. https://doi.org/10.52190/2073-2562_2021_1_3 EDN: SBEAFX
17. Сухотерин М.В., Сосновская А.А. Устойчивость высокоупругой прямоугольной пластинки с защемленно-свободными краями при одноосном сжатии // *Научно-технический вестник информационных технологий, механики и оптики*. 2024. Т. 24. № 2. С. 276–283. <https://doi.org/10.17586/2226-1494-2024-24-2-276-283> EDN: KGNTES
18. Трещев А.А., Юценко Н.С. К расчету ортотропной пластины с учетом нелинейной зависимости жесткостных характеристик от вида напряженного состояния // *Фундаментальные поисковые и прикладные исследования РААСН по научному обеспечению развития архитектуры, градостроительства и строительной отрасли Российской Федерации в 2022–2023 годы : научные труды РААСН : в 2 томах*. Москва : Издательство АСБ, 2024. С. 429–437. EDN: IFGRJM
19. Eshmatov B.Kh., Mirsaidov M.M., Abdikarimov R.A., Vatin N.I. Buckling of a viscoelastic anisotropic fiber reinforced plate under rapidly increasing shear load // *Magazine of Civil Engineering*. 2024. Vol. 17. No. 5. Article no. 12910. <https://doi.org/10.34910/MCE.12910>
20. Лехницкий С.Г. Анизотропные пластинки. Москва, Ленинград : Гостехиздат, 1947. 355 с.
21. Бажанов В.Л., Гольденблат И.И., Копнов В.А., Поспелов А.Д., Синюков А.М. Пластинки и оболочки из стеклопластиков / под ред. И. И. Гольденблата. Москва : Высшая школа. 1970. 407 с.

22. Араманович И.Г., Лунц Г.Л., Эльсгольц Л.Э. Функции комплексного переменного. Операционное исчисление. Теория устойчивости. Москва : Наука, 1968. 416 с.
23. Бейтмен Г., Эрдейи А. Таблицы интегральных преобразований. Т. 1 : Преобразования Фурье, Лапласа, Меллина. Москва : Наука, 1969. 343 с. URL: <https://djvu.online/file/rt93OK3K3rn0L> (дата обращения: 20.05.2025).
24. Смердов А.А., Буянов И.А., Чуднов И.В. Анализ оптимальных сочетаний требований к разрабатываемым углепластикам для крупногабаритных ракетно-космических конструкций // Известия высших учебных заведений. Машиностроение. 2012. № 8. С. 70–77. EDN: PBJFXB
25. Тимошенко С.П., Войновский-Кригер С. Пластинки и оболочки. Москва : Наука, 1966. 635 с.

References

1. Leng B., Xu H., Yan Y., Wang K., Yang G., Meng Y. An Analytical Solution for the Bending of Anisotropic Rectangular Thin Plates with Elastic Rotation Supports. *Buildings*. 2024;14(3):756. <https://doi.org/10.3390/buildings14030756>
2. Lim C.W., Cui S., Yao W. On new symplectic elasticity approach for exact bending solutions of rectangular thin plates with two opposite sides simply supported. *International Journal of Solids and Structures*. 2007;44(16):5396–5411. <https://doi.org/10.1016/j.ijsolstr.2007.01.007>
3. Goloskokov D.P., Matrosov A.V. Method of initial functions in analyses of the bending of a thin orthotropic plate clamped along the contour. *Bulletin of Saint Petersburg University. Applied Mathematics. Computer Science. Control Processes*. 2021;17(4):330–344. (In Russ.) <https://doi.org/10.21638/11701/spbu10.2021.402> EDN: RIFCWU
4. Eburlitu F., Alataancang L. Analytical bending solutions of clamped orthotropic rectangular thin plates with the symplectic superposition method. *Applied Mathematics and Mechanics*. 2018;39(3):311–323. <https://doi.org/10.21656/1000-0887.380092>
5. Mbakogu F.C., Pavlovic M.N. Bending of clamped orthotropic rectangular plates: A variational symbolic solution. *Computers and Structures*. 2000;77(2):117–128. [https://doi.org/10.1016/S0045-7949\(99\)00217-5](https://doi.org/10.1016/S0045-7949(99)00217-5) EDN: XNRNDF
6. Germider O.V., Popov V.N. Mathematical modeling of bending of a thin orthotropic plate clamped along the contour *Vestnik of Saint Petersburg University. Applied Mathematics. Computer Science. Control Processes*. 2024;20(3):310–323. <https://doi.org/10.21638/spbu10.2024.301>
7. Korobko A.V., Savin S.Yu. Calculation of rectangular orthotropic plates with homogeneous boundary conditions with usage of interpolation technique by shape factor. *Structural Mechanics and Analysis of Constructions*. 2011;(1):11–15. (In Russ.) EDN: NDLOUX
8. Li R., Zhong Y., Tian B., Yu L. On the finite integral transform method for exact bending solutions of fully clamped orthotropic rectangular thin plates. *Applied Mathematics Letters*. 2009;22:1821–1827. <https://doi.org/10.1016/j.aml.2009.07.003>
9. Li R., Tian B., Zhong Y. Analytical bending solutions of free orthotropic rectangular thin plates under arbitrary loading. *Meccanica*. 2013;48(10):2497–2510. <https://doi.org/10.1007/s11012-013-9764-1>
10. An C., Gu J., Su J. Exact solution of bending problem of clamped orthotropic rectangular thin plates. *Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering*. 2016;38(2):601–607. <https://doi.org/10.1007/s40430-015-0329-1> EDN: XPEDZJ
11. Zhang S., Xu L. Bending of rectangular orthotropic thin plates with rotationally restrained edges: A finite integral transform solution. *Applied Mathematical Modelling*. 2017;46:48–62. <https://doi.org/10.1016/j.apm.2017.01.053>
12. Zhang S., Xu L. Analytical solutions for flexure of rectangular orthotropic plates with opposite rotationally restrained and free edges. *Archives of Civil and Mechanical Engineering*. 2018;18:965–972. <https://doi.org/10.1016/j.acme.2018.02.005>
13. He Y., Duan M., Su J. Bending of rectangular orthotropic plates with rotationally restrained and free edges: Generalized integral transform solutions. *Engineering Structures*. 2021;247:113129. <https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2021.113129>
14. Xu Q., Yang Z., Ullah S., Zhang J., Gao Y. Analytical bending solutions of orthotropic rectangular thin plates with two adjacent edges free and the others clamped or simply supported using finite integral transform method. *Advances in Civil Engineering*. 2020;2020:8848879. <https://doi.org/10.1155/2020/8848879>
15. Fu G., Tuo Y., Su B., Shi C., Su J. Bending of variable thickness rectangular thin plates resting on a double-parameter foundation: Integral transform solution. *Engineering Computations*. 2022;39(7):2689–2704. <https://doi.org/10.1108/EC-11-2021-0692>
16. Firsanov V.V., Gavva L.M. Analysis of edge effects and main stress-strain state of structurally-anisotropic aircraft panels comprising composite materials in refined theory. *Composite materials constructions*. 2021;1(161):3–9. (In Russ.) https://doi.org/10.52190/2073-2562_2021_1_3 EDN: SBEAFX
17. Sukhoterin M.V., Sosnovskaya A.A. Stability of a highly elastic rectangular plate with clamped-free edges under uniaxial compression. *Scientific and Technical Journal of Information Technologies, Mechanics and Optics*. 2024;24(2): 276–283. (In Russ.) <http://doi.org/10.17586/2226-1494-2024-24-2-276-283> EDN: KGNTES

18. Treshchev A.A., Yushchenko N.S. To calculation of orthotropic plate with considering the nonlinear dependence of rigidity characteristics on the type of stress state. *Fundamental search and applied research of the RAASN on scientific support for the development of architecture, urban planning and the construction industry of the Russian Federation in 2022-2023: scientific works of RAASN*. In 2 volumes. Moscow: ASV Publ.; 2024. P. 429–437. (In Russ.) EDN: IFGRJM
19. Eshmatov B.Kh., Mirsaidov M.M., Abdikarimov R.A., Vatin N.I. Buckling of a viscoelastic anisotropic fiber reinforced plate under rapidly increasing shear load. *Magazine of Civil Engineering*. 2024;17(5):12910. <https://doi.org/10.34910/MCE.129.10>
20. Lekhnitsky S.G. *Anisotropic plates*. Moscow, Leningrad. Gostekhizdat Publ.; 1947. (In Russ.)
21. Bazhanov V.L., Goldenblat I.I., Kopnov V.A., Pospelov A.D., Sinyukov A.M. *Fiberglass Plates and Shells*. I.I. Goldenblat (ed.). Moscow: Vysshaya Shkola Publ.; 1970. (In Russ.)
22. Aramanovich I.G., Lunts G.L., Elsgolts L.E. *Functions of a complex variable. Operational calculus. Stability theory*. Moscow: Nauka Publ.; 1968. (In Russ.)
23. Bateman G., Erdelyi A. *Tables of integral transforms*. Vol. 1. Fourier, Laplace, Mellin transforms. Moscow: Nauka Publ.; 1969. (In Russ.) Available from: <https://djvu.online/file/rt93OK3K3rn0L> (accessed: 20.05.2025).
24. Smerdov A.A., Buyanov I.A., Chudnov I.V. Analysis of optimal combinations of requirements to developed CFRP for large space-rocket designs. *BMSTU Journal of Mechanical Engineering*. 2012;8:70–77. (In Russ.) EDN: PBJFXB
25. Timoshenko S.P., Woinowsky-Krieger S. *Theory of Plates and Shells*. McGraw-Hill, New York; 1959.

РАСЧЕТ И ПРОЕКТИРОВАНИЕ СТРОИТЕЛЬНЫХ КОНСТРУКЦИЙ ANALYSIS AND DESIGN OF BUILDING STRUCTURES

DOI: 10.22363/1815-5235-2025-21-4-321-333

EDN: CGZOGJ

Research article / Научная статья

Stages of Resistance of Reinforced Concrete Frames in Accidental Design Situation

Sergei Yu. Savin 

Moscow State University of Civil Engineering (National Research University) (MGSU), Russian Federation

✉ suwin@yandex.ru

Received: May 14, 2025

Revised: July 21, 2025

Accepted: July 30, 2025

Abstract. The study addresses the stress-strain state stages of reinforced concrete frames in zones of potential local collapse due to failure of a vertical element, such as a column or pylon. The paper provides initial assumptions about the mechanisms of secondary failure propagation in multi-storey reinforced concrete building frames, depending on the initial local collapse scenario. Based on these assumptions, the paper formulates force and deformation criteria for the stress-strain state stages of reinforced concrete building frames in the zone of potential local collapse. Using energy balance conditions, simplified relations were developed to estimate the ultimate static load for compressive arch and catenary actions of floor slab structures. The calculated force and deformation criteria values were compared with the experimental values. These comparisons demonstrate that the accuracy of the proposed relations is acceptable for engineering calculations.

Keywords: compressive arch action, catenary action, reinforced concrete frame, structure, progressive collapse, robustness

Conflicts of interest. The author declares that there is no conflict of interest.

Funding. The research was carried out with the support of the grant of the Russian Science Foundation No. 24-49-10010, <https://rscf.ru/project/24-49-10010/>

For citation: Savin S.Yu. Stages of resistance of reinforced concrete frames in accidental design situation. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*. 2025;21(4):321–333. <http://doi.org/10.22363/1815-5235-2025-21-4-321-333>

Стадии напряженно-деформированного состояния железобетонных каркасов зданий в аварийной расчетной ситуации

С.Ю. Савин 

Национальный исследовательский Московский государственный строительный университет, Москва, Российская Федерация

✉ suwin@yandex.ru

Поступила в редакцию: 14 мая 2025 г.

Доработана: 21 июля 2025 г.

Принята к публикации: 30 июля 2025 г.

Аннотация. Исследованы стадии напряженно-деформированного состояния железобетонных рамных конструкций каркасов зданий в зоне возможного локального разрушения при потере несущей способности одного из вертикальных элементов (колонны, пилоны). Приведены исходные предпосылки о механизмах распространения вторичных разрушений в желе-

Sergei Yu. Savin, Candidate of Technical Sciences, Associate Professor of the Department of Reinforced Concrete and Masonry Structures, Moscow State University of Civil Engineering (National Research University) (MGSU), 26 Yaroslavskoe shosse, Moscow, 129337, Russian Federation, eLIBRARY SPIN-code: 1301-4838, ORCID: 0000-0002-6697-3388; e-mail: suwin@yandex.ru

© Savin S.Yu., 2025

This work is licensed under a Creative Commons Attribution-NonCommercial 4.0 International License
<https://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/legalcode>

зобетонных многоэтажных каркасах зданий в зависимости от сценария начального локального разрушения. На основе этого сформулированы силовые и деформационные критерии стадий напряженно-деформированного состояния железобетонных рамных конструкций каркасов зданий в зоне возможного локального разрушения. С использованием положений энергетического баланса построены упрощенные зависимости для оценки предельной статической нагрузки для арочной и цепной стадий напряженно-деформированного состояния конструкций перекрытий. Приведены результаты сопоставления расчетных значений силовых и деформационных критериев с экспериментальными данными. Продемонстрирована приемлемая для инженерных расчетов точность предложенных в работе зависимостей.

Ключевые слова: арочная стадия, цепная стадия, железобетонная рама, каркас, прогрессирующее обрушение, живучесть

Заявление о конфликте интересов. Автор заявляет об отсутствии конфликта интересов.

Финансирование. Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда № 24-49-10010, <https://rscf.ru/project/24-49-10010/>

Для цитирования: Савин С.Ю. Стадии напряженно-деформированного состояния железобетонных каркасов зданий в аварийной расчетной ситуации // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2025. Т. 21. № 4. С. 321–333. <http://doi.org/10.22363/1815-5235-2025-21-4-321-333>

1. Introduction

Buildings and structures are exposed to physical impact of various nature and intensity during their service life, including accidental situations, i.e., situations not covered by the normal operating conditions of construction objects. Accidental impact occurs much less frequently than climatic or functional loads. However, the failure of one or more load-bearing elements as a result of an accidental impact can cause *damage* that is disproportionate to the initial impact, such as the *collapse* of part of the frame or the entire structure.

One special aspect of designing reinforced concrete building frames taking into account the risk of an accidental situation (failure of a load-bearing element or connection) is the consideration of the arch and catenary action stages of slab structure deformation as allowable states [1–3]. The consideration of such stages of resistance allows to reduce the costs of ensuring mechanical safety, which can be generally limited to the installation of a system of additional restraints and local frame strengthening. In [4], experimental data on the deformation of fragments of reinforced concrete building structures in the form of plane and spatial frames are presented, demonstrating significant excess bearing capacity when resisting according to the catenary or membrane mechanisms. At the same time, [5–7] show that when transitioning to the catenary mechanism of resistance, the corner columns and columns around the perimeter of the building become vulnerable to failure.

Studies [1; 5] have provided experimental data on the boundaries of the deformation stages in damaged frames of building structures. Based on experimentally proven assumptions, [8–11] provide analytical dependencies for evaluating the resistance of structures according to the arch and catenary mechanisms. However, it should be noted that such studies have a number of limitations. For example, experimental studies [9; 12] consider two-span beam structures over local collapse, restrained from horizontal displacements, which does not allow to take into account the influence of the bearing capacity and deformability of vertical elements (columns, pylons) on the mechanisms of secondary failure propagation in a structural system damaged as a result of an accidental impact. In order to overcome this limitation, studies [1; 5] consider single-storey fragments of reinforced concrete building frames. However, these results cannot be directly extrapolated to multi-storey frame structures, in which, in most cases, it is impossible to consider the behavior of isolated elements, since their load-bearing capacity and deformability depend on the topology of the structural system and kinematically possible failure mechanisms. Another limitation is the simplified application of concentrated loads and the approximation of the curvature diagram along the length of the two-span girder above a distant vertical element.

Thus, despite the presence of a significant number of publications with the results of experimental and numerical studies on the issues of arch and catenary actions of reinforced concrete frame structures, there are no formalized force and deformation criteria for transitioning into these stages, taking into account the

interaction of elements in the frames of multi-storey buildings, as well as the bearing capacity and deformability of vertical elements, the presence of a system of additional restraints, various scenarios of initial local collapse. In this regard, the purpose of this study was to formulate and substantiate the strength and deformation criteria for the stages of resistance of reinforced concrete multi-storey building frames in an accidental situation in case of failure of one of the elements of the structural system.

2. Models and Methods

2.1. Initial Assumptions

To analyze the stages of resistance of reinforced concrete multi-storey building frames in an accidental situation, a zone of possible local collapse is identified [13] — an area bounded by one span in each direction from the element being removed, taking into account the superimposed restraints simplistically modeling the interaction with the rest of the structural system. Limiting the analyzed area allows to obtain an analytical solution to the problem, while it is consistent with the results of experimental and numerical studies, as well as the requirements of design standards for limiting secondary failure.

Depending on the scenario (location) of the initial local failure, various mechanisms of secondary failure are possible in the structural system of a building damaged by accidental impact. Based on the analysis of the cases of collapse of buildings, structures and their parts as a result of failure of a bearing element, as well as data from experimental and numerical studies, the classification of secondary failure mechanisms was performed (Table 1).

Table 1

Characteristic mechanisms of secondary failure in damaged reinforced concrete multi-storey building frames

Structural elements of the building frame	Characteristics of the failure mechanism	Scenarios of initial local failure		
		Removal of a corner column	Removal of the column of the edge or middle row, in which the zone of possible local failure includes the contour of the building	Removal of an edge or middle row column, in which the area of possible local failure does not include the contour of the building
Structural elements of floors (beams, crossbars)	Fracture in normal cross-sections during the bending stage of operation	Fedorova N.V., Korenkov P.A. [14], Iliushchenko T.A. et al. [15], Adam J. et al. [4]	No data	No data
	Fracture along normal cross-sections at the stage of compressive arch action	No data	Fedorova N.V., Korenkov P.A. [14], Iliushchenko T.A. et al. [15]	Pham A.T. et al. [1; 5]
	Fracture from rebar breakage at the stage of catenary action	No data	Pham A.T. et al. [1; 5], Fedorova N.V. et al. [16; 17]	Pham A.T. et al. [1; 5]
	Fracture along inclined and spatial sections during combined resistance of elements	Kolchunov V.I., Moskovtseva V.S. [18]	Kolchunov V.I., Moskovtseva V.S. [18]	No data
Vertical elements (columns, pylons)	Fracture along normal cross-sections	Savin S.Yu. et al. [19]	Pham A.T. et al. [1; 5]	Pham A.T. et al. [1; 5]
	Fracture along the supporting inclined sections	Kolchunov V.I. et al. [6]	Kolchunov V.I. et al. [6]	No data
	Fracture along inclined sections in the anchoring zone of floor slab reinforcement in tension	No data	Choi H., Kim J. [20], Kolchunov V.I., Moskovtseva V.S. [18]	No data

Source: made by S.Yu. Savin

Three characteristic scenarios of initial local failure are identified here, depending on the degree of influence on the possibility of achieving specific stages of resistance of damaged building frames (arch, catenary). Thus, when a corner column (pylon) is removed in case of accident, there is no thrust in the slab structure above the local failure due to the absence of horizontal restraints, which makes it impossible to develop compressive arch action and subsequently transition to resistance according to the catenary mechanism. When removing the column of the edge or middle row, in which the zone of possible local failure includes the contour of the building, the deformability of the vertical elements of the edge rows has a significant impact on the possibility and parameters of the arch and catenary resistance mechanisms. In addition, in this scenario of initial failure, vertical elements along the contour of the building are vulnerable to fracture along normal or inclined sections. The third scenario for removing the column of the edge or middle row, in which the zone of possible local failure does not include the contour of the building, almost always allows for the compressive arch action of the slabs, and with appropriate reinforcement and anchoring parameters, the transition to the catenary action after the fracture of concrete in the support zone and in the middle of the span. At the same time, there is a decrease in the risk of failure of the vertical elements, which in this case have excess bearing capacity according to the criteria of the accidental limit state.

2.2. Force and Deformation Criteria for Multi-Level Resistance

A reinforced concrete frame structure in the area of possible local failure is considered (Figure 1). At this step, the cases of collapse associated with failure of elements under combined resistance, such as combined action of bending moment and torque, shear forces, which require independent detailed analysis, are not considered.

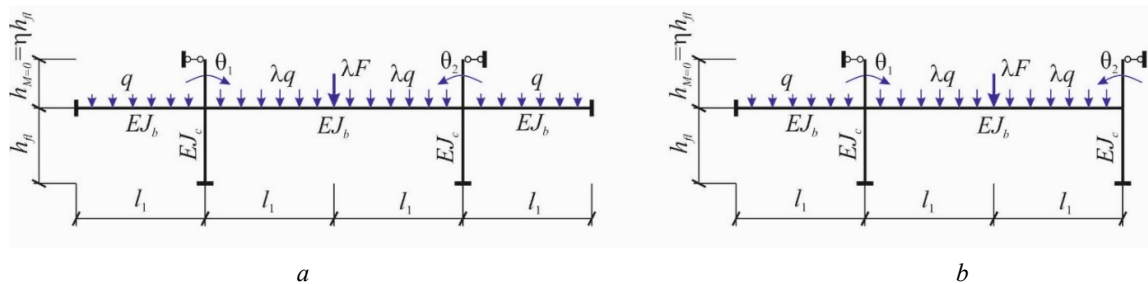


Figure 1. Reinforced concrete frame structure in the zone of potential local collapse:

a — fully braced; *b* — partially braced

Source: made by S.Yu. Savin

Taking into account possible mechanisms of secondary failure discussed in Table 1, multi-level resistance of the structural system of a building can be represented as a piecewise linear diagram of the relationship between the generalized load P and the displacement of the structural node above the local failure, as shown in Figure 2. The characteristic points of this diagram represent the force and deformation criteria for changing the stages of resistance and exhaustion of the bearing capacity of the analyzed area of possible local failure.

Then, from the energy balance condition [21–23], the maximum static load that can be resisted by the load-bearing system in the arch and catenary action stages of resistance can be determined from the following expressions:

- for the compressive arch action stage:

$$P_{s,u,CAA} = \frac{1}{2z_3} [P_1 z_1 + (P_1 + P_2)(z_2 - z_1) + (P_2 + P_3)(z_3 - z_2)], \quad (1)$$

- for the catenary action stage:

$$P_{s,u,CA} = \frac{1}{2z_4} \left[P_1 z_1 + (P_1 + P_2)(z_2 - z_1) + (P_2 + P_3)(z_3 - z_2) + (P_3 + P_4)(z_4 - z_3) \right]. \quad (2)$$

Upon removal of a corner column $P_2 = P_3 = P_4 = 0$.

The characteristic points of the diagram in Figure 2 are discussed further using assumptions based on the results of experimental studies and kinematic analysis.

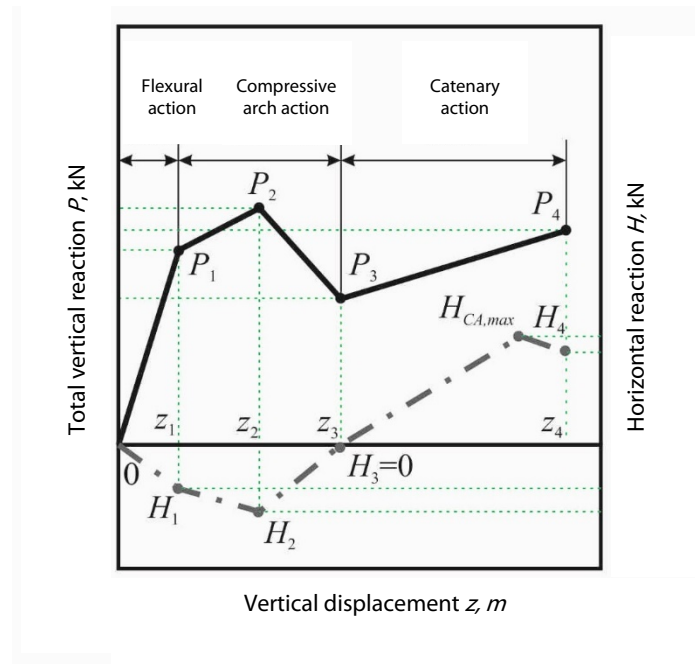


Figure 2. Schematic deformation diagram of the reinforced concrete frame in the zone of potential local collapse

Source: made by S.Yu. Savin

2.3. Flexural Stage of Resistance of Slabs

The ultimate load and deflection during the flexural stage of resistance are determined from the conditions:

$$P_1 = P(M_{ult}), \quad z_1 = \int_0^{l_1} \left(\frac{1}{r} \right) \left(\frac{l_1}{2} - x \right) dx. \quad (3)$$

Here, according to the design code approach¹, in the margin of stiffness, the curvature can be determined from a conditional elastic calculation:

$$\left(\frac{1}{r} \right) = \frac{\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{bm}}{h_0} = \frac{(M - 0.8M_{crc})}{E_s A_s z_s h_0} + \frac{0.9M}{E_{b,red} A_b z_s h_0}, \quad (4)$$

where z_s , A_b is the moment arm of the inner couple of forces and the area of compressed concrete, determined from the calculation of the ultimate forces for the flexural stage of resistance of the element.

¹ SP 63.13330.2018 Concrete and reinforced concrete structures. General provisions. <https://docs.cntd.ru/document/554403082>

The ultimate bending moment in the normal section of the element during the transition to the compressive arch action stage of resistance in terms of the generalized load P is expressed as:

$$M_{ult} = \min(|M_{sup,ult}|, |M_{spn,ult}|), \quad (5)$$

where

$$\begin{aligned} -M_{sup,ult} &= \frac{F_{ult}l}{8} + \frac{q_{ult}l^2}{12} = P_1 \frac{l_1}{4} \frac{1 + \frac{2}{3}\beta}{1 + \beta}, \\ M_{spn,ult} &= \frac{F_{ult}l}{8} + \frac{q_{ult}l^2}{24} = P_1 \frac{l_1}{4} \frac{1 + \frac{1}{3}\beta}{1 + \beta}. \end{aligned} \quad (6)$$

The following notation is adopted in (6):

F is the concentrated force applied to the node of a two-span girder over local failure in the structural system of a building;

q is the uniformly distributed load on the two-span girder.

The relationship between loads F , q and the generalized load P :

$$P = (F + ql) = F(1 + \beta) = ql \frac{1 + \beta}{\beta}, \quad \beta = \frac{ql}{F}, \quad l = 2l_1. \quad (7)$$

In quasi-static analysis, simultaneous consideration of loads F and q , which is inherent in the pull-down and push-down approaches, respectively, allows to partially eliminate the disadvantages of these approaches, discussed in more detail in [24].

2.4. Compressive Arch Action Stage of Resistance of Slabs

The maximum load carried at the compressive arch action stage in a two-span girder with equal spans and the corresponding deflection are determined taking into account the physical constraints from the following conditions:

$$\begin{aligned} \frac{\partial M_{ult}}{\partial z} &= 0 \Rightarrow z_2 = z_{ult}; \\ P_2 &= P_{ult} = \frac{4M_{ult}}{l_1}, \end{aligned} \quad (8)$$

where l is the length of one span (according to the initial model) in the two-span girder; $M_{ult} = M_{ult}(z)$ is the ultimate bending moment resisted by the support section of the girder at the compressive arch action stage, calculated as for an eccentrically loaded element, taking into account the acting thrust:

$$N = \Delta L \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} = \left[(l_1^2 + 2(h_0 - a')z - z^2)^{\frac{1}{2}} - l_1 \right] \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2}. \quad (9)$$

Here, C_1 , C_2 are the reactions due to unit horizontal displacement of the left and right support sections of the arbitrary arch.

At the same time, the following conditions must be satisfied to ensure the bearing capacity of vertical elements at the flexural and compressive arch action stages of the slab structures:

$$\begin{cases} M_c = 4\mu i_b \theta_2 \leq M_{c,ult}(N_c); \\ Q_{cn} = \frac{6\mu i_b \theta_2}{h_{fl}} \leq Q_{cn,ult}; \\ Q_{cv} = N_b \leq Q_{cv,ult}. \end{cases} \quad (10)$$

The following notation is adopted in (10):

N_b is the thrust force as a result of girder deformation, determined by formula (9); M_c is the bending moment in the upper support section of the lower storey column; Q_{cn} is the shear force in the upper support section of the lower storey column; Q_{cv} is the shear force in the lower support section of the upper storey column.

The angle of deflection of the corresponding node of the girder to column connection θ_i is determined by the following formula for a fully braced frame (see Figure 1, *a*):

$$\begin{aligned} \theta &= \frac{\eta q l_1^2 (6\lambda - \beta + 10\beta\lambda)}{12\beta i_b (5\eta + 3\mu + 4\eta\mu)}, \\ i_b &= \frac{EI_b}{l_1}; \quad \mu = \frac{EI_b}{l_1} \cdot \frac{h_{fl}}{EI_c}; \quad \eta = \frac{h_{M=0}}{h_{fl}}. \end{aligned} \quad (11)$$

For a partially braced frame (see Figure 1, *b*):

$$\begin{aligned} \theta_1 &= \frac{\eta q l_1^2 (18\eta\lambda - 3\beta\mu - 2\beta\eta + 18\lambda\mu + 30\beta\eta\lambda - 4\beta\eta\mu + 30\beta\lambda\mu + 24\eta\lambda\mu + 40\beta\eta\lambda\mu)}{12\beta i_b (16\eta^2\mu^2 + 32\eta^2\mu + 1\eta^2 + 24\eta\mu^2 + 9\mu^2)}, \\ \theta_2 &= \frac{\eta q l_1^2 (42\eta\lambda - \beta\eta + 18\lambda\mu + 70\beta\eta\lambda + 30\beta\lambda\mu + 24\eta\lambda\mu + 40\beta\eta\lambda\mu)}{12\beta i_b (16\eta^2\mu^2 + 32\eta^2\mu + 1\eta^2 + 24\eta\mu^2 + 9\mu^2)}. \end{aligned} \quad (12)$$

At the moment of transition to the catenary action stage, by assuming the first-order approximation $z_3 = (h_0 - a')$, the following is obtained:

$$P_3 = (h_0 - a') \left(\frac{\sum_{i=1}^n \sigma_{si} A_{si}}{l_1 - \Delta_{x1}} + \frac{\sum_{j=1}^m \sigma_{sj} A_{sj}}{l_2 - \Delta_{x2}} \right). \quad (13)$$

Here, σ_{s1} , σ_{s2} can be determined according to²:

$$\sigma_{si, \max} = 2.39 \sqrt{\frac{\tau_{b, \max} E_s}{d_s} \Delta L_{CAA}^{1.4}} \leq R_s. \quad (14)$$

Where $\tau_{b, \max}$ is the maximum bond stress, corresponding to elastic resistance of the reinforcement; d_s is the diameter of longitudinal rebar; ΔL_{CAA} is the maximum elongation of the girder edge upon transitioning from the compressive arch action to the catenary action, determined by the formula:

$$\Delta L_{CAA} = \sqrt{l_1^2 + (h_0 - a')^2} - l_1. \quad (15)$$

² FIB Model Code 2010. CEB and FIP, 2011.

For longitudinal rebars located at distance z_{si} from the center of gravity of the compressed longitudinal reinforcement in the section, ΔL_{si} is obtained as:

$$\Delta L_{si} = \frac{\Delta L_{CAA}}{h_0 - a'} z_{si}. \quad (16)$$

By substituting ΔL_{si} instead of ΔL_{CAA} into formula (14), stress σ_{si} can be determined in all longitudinal rebars in the section.

If $\sigma_s > R_s$ as a result of evaluating formula (14), the stress in the reinforcement in tension is determined by formula

$$\sigma_{si, \max} = R_s + \frac{R_{su} - R_s}{\varepsilon_{su}} (\varepsilon_{s, \max} - \varepsilon_{s2}),$$

$$\varepsilon_{s, \max} = \left\{ \frac{8\tau_{bm, pl} \varepsilon_{su}}{d_s (R_{su} - R_s)} \left[\Delta L_{CAA} - 0.288 \left(\frac{d_s R_s^2}{\tau_{b, \max} E_s} \right)^{0.714} - 2d_s \frac{R_s}{E_s} \right] + \varepsilon_{s2}^2 \right\}^{0.5}, \quad (17)$$

where $\tau_{bm, pl} = 0.27\tau_{b, \max}$ is the average bond stress in the plastic region of the rebar; ε_{su} is the ultimate strain of the longitudinal rebar.

The adjusted value of deflection upon the transition from the compressive arch action stage to the catenary action is determined from expression

$$z_3 = z_{30} + \theta l_1, \quad \theta = \frac{\theta_1 + \theta_2}{2}. \quad (18)$$

2.5. Catenary Action Stage of Resistance of Slabs

If the condition of $\sigma_s < R_{su}$ is satisfied for the deformed structure in the transition state (P_3, z_3), the maximum deflection z_4 at the moment of rupture of the most stretched reinforcing bars in one of the support sections at the catenary action stage of resistance can be found by assuming $\sigma_s = R_{su}$:

$$z_4 = \sqrt{(l_1 + \Delta L_{CA})^2 - (l_1 - \Delta_x)^2},$$

$$\Delta L_{CA} = \frac{R_{su} - R_s}{\tau_{bm, pl}} \frac{d_s}{4} \frac{\varepsilon_{su}}{2} + \frac{R_s}{E_s} 2d_s + 0.288 \left(\frac{d_s R_s^2}{\tau_{b, \max} E_s} \right)^{0.714}. \quad (19)$$

The ultimate load P_4 is calculated by formulas (13), substituting z_4 instead of $(h_0 - a')$. At the same time, for the normal sections of the edge columns at the point of connection with the girder in partially braced frame structures, the following condition must be satisfied:

$$M_c \eta_{\text{crit}} \leq M_{c, \text{ult}}(N), \quad \eta_{\text{crit}} = \frac{1}{1 - \frac{\sum P}{\sum P_{\text{crit}}}}. \quad (20)$$

Here, by following the approach considered in ACI 318³, the coefficient of buckling upon relative horizontal displacement of the slabs of one floor is determined taking into account the action of all the

³ ACI 318-19. Building Code Requirements for Structural Concrete. An ACI Standard. Reported by ACI Committee 318.

columns of the floor in question on one side of the local failure in the structural system, where $\sum P$, $\sum P_{crit}$ are the sums of the effective longitudinal forces and critical forces in these columns. In the case when the analyzed zone of possible local failure includes the columns of the edge row or the corner column, the signs of the sum in (20) disappear, and the formula is modified to the known form for the analysis of individual elements.

3. Results and Discussion

3.1. Comparison with Results of Studies by A.T. Pham and K.H. Tan

To verify the proposed strength and deformation criteria for the stages of resistance of reinforced concrete frame structures of buildings, a comparison was made with the results of experimental studies by A.T. Pham and K.H. Tan [1], who tested several substructures of reinforced concrete frames at different levels of gravitational load applied to the node at the midspan and the rate of its application. The general view of the frame structure, its dimensions and loading scheme are shown in Figure 3, *a*. Mechanical characteristics of the structural materials: yield strength of longitudinal reinforcement is at least 535 MPa, temporary rupture strength is at least 615 MPa; the average cylinder strength of concrete under uniaxial compression is 35 MPa. The calculation results in the form of a $P - z$ diagram are shown in Figure 3, *b*.

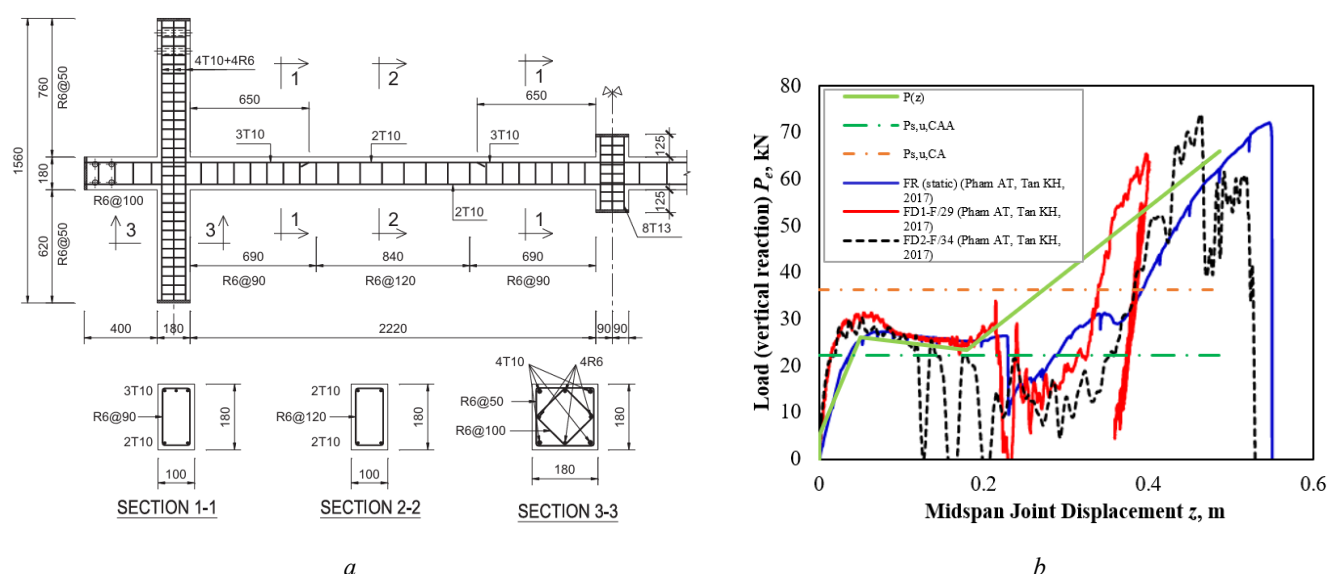


Figure 3. Comparison with experiments by Pham and Tan [1]:

a — dimensions and reinforcement layout of the RC frames;

b — calculated and experimental Load (vertical reaction) vs. Midspan Joint Displacement curves

Source: *a* — made by A.T. Pham, K.H. Tan [1]; *b* — made by S.Yu. Savin

As seen from the graphs, the curves constructed according to the relationships proposed in this study quite well reproduce the experimental diagrams at the characteristic points of transition of the resistance stages. However, due to the absence of intermediate points in the diagram at the catenary action stage, there is a more significant gap between the experimental curves and the analytical line passing through characteristic points (P_3 , z_3), (P_4 , z_4). The result of such a discrepancy may be an overestimation of the ultimate static load according to the energy balance method, which is resisted at the catenary action stage of the slabs above local failure. In this regard, an approximation by a tangent function can be used to refine the region of the diagram corresponding to the catenary mechanism of deformation.

3.2. Comparison with Results of Experimental Studies of Multi-Storey Frames

To verify the initial assumptions about the strength parameters of the elements of a reinforced concrete structural system in the zone of possible local collapse as a result of an accident at different stages, taking into account the design features, initial stress-strain state due to static operational load and specific resistance mechanisms, the results of experimental studies of reinforced concrete frame structures subjected to two-step static-dynamic loading from an accident event are analyzed.

A semi-precast reinforced concrete frame is considered, the test results of which are given in [6]. The frame structure is shown in Figure 4, *a*.

The height of the precast section made of grade B35 concrete is $h_2 = 70$ (mm); the height of the cast-in-situ section made of grade B50 concrete is $h_1 = 30$ (mm); the distance between the longitudinal axes of the two components is $\omega = 50$ mm. The longitudinal reinforcement of compound girders is made of grade B500 reinforcement with a diameter of 4 (mm). The transverse reinforcement of the girders is made of wire reinforcement with a diameter of 2 mm and characteristics similar to grade A240 reinforcement.

The experimental frames were loaded with a static load transmitted through a system of arms. The load was applied in the form of concentrated forces in the thirds of the girder spans. The values of the concentrated loads applied to the frame girders were: $P_1 = 3.2$ kN, $P_2 = 2.64$ kN, $P_3 = 2.04$ kN. Here, the highest load value corresponded to the upper floor, and the lowest to the lower floor of the frame.

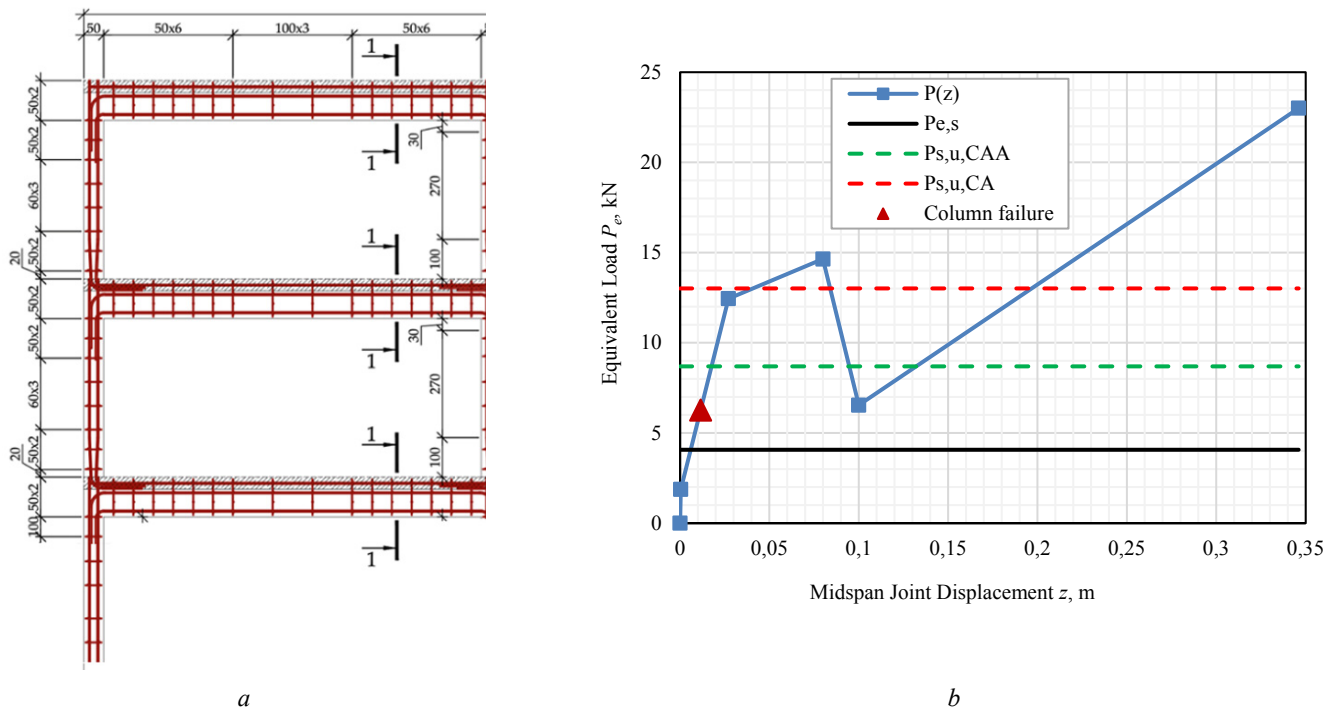


Figure 4. Comparison with experiments by [6]:
a — dimensions and reinforcement layout of the RC frames;
b — calculated and experimental Load (vertical reaction) vs. Midspan Joint Displacement curves

Source: made by S.Yu. Savin

According to the methodology, the physical model of the reinforced concrete frame is tested in two steps. At the first step, gravitational load is applied incrementally (in 10 increments) to the nodes of the experimental model of the structure using a system of arms.

At the second step, the intermediate support, imitating the column of the middle row, is instantly removed. When modeling the accidental impact on the physical model, the column turns into an

instantaneously variable system, which is equivalent to the instantaneous removal of connection in the structural system. To simplify the procedure of physical modeling, the boundary conditions of the node of the frame connection to the intermediate support represent a pin support.

Figure 4, *b* shows the calculated load-displacement diagrams of an equivalent model of a two-span girder of the experimental reinforced concrete frame, obtained using the relationships proposed in the study. Horizontal lines P_{es} , $P_{s,u,CAA}$, $P_{s,u,CA}$ represent the equivalent static load on the frame, the ultimate static load in the arch and catenary action stages of the structure, respectively. It should be noted that when constructing the diagrams, the stiffness of the supports to horizontal displacement and rotation was taken into account, however, the load-bearing capacity of the columns was not checked. Therefore, the point corresponding to the fracture of the frame columns along inclined and normal sections occupies an intermediate position between the extreme points of the flexural and compressive arch action stages of resistance in the theoretical $P - z$ diagrams. This confirms the need to check the load-bearing capacity according to the criteria of the accidental limit state not only of the slab structures above local failure, but also of the vertical elements (columns, pylons) in the area of possible local collapse, primarily for corner columns and columns of the extreme rows.

The general view of the deformed state of the frame as a result of an accidental impact is shown in Figure 5.

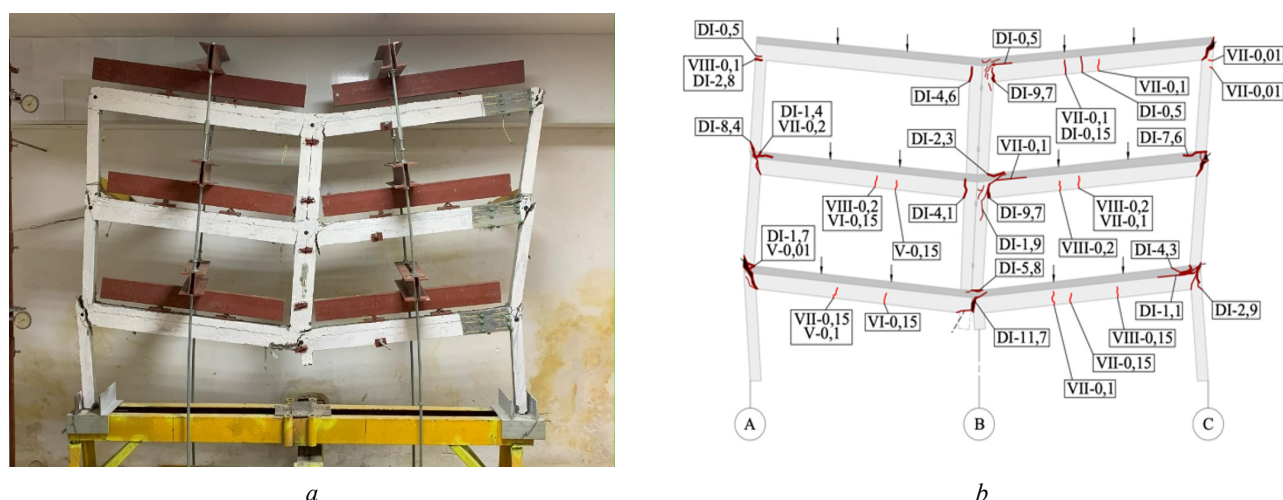


Figure 5. Frame of the second type after accident impact tests: *a* — general view; *b* — the crack and fracture pattern

Source: made by V.I. Kolchunov et al. [6]

As a result of an accident related to the failure of the middle row column (simulated by a removable support), the load was redistributed along alternative paths. The formation of normal cracks in the support and span sections of the two-span girders above the local failure on all floors of the frame structure was noted. Longitudinal cracks formed along the contact of the cast-in-situ and precast parts of the girders. The columns of the edge rows on almost all floors fractured along inclined sections. The column of the first floor along axis *C* fractured along the normal section with the formation of a plastic hinge in the upper support section.

4. Conclusion

1. The force and deformation criteria of the stages of resistance of reinforced concrete frame structures of buildings in the zone of possible local collapse due to sudden failure of a vertical element (column, pylon) are formulated.

2. Using the obtained criteria and the energy balance conditions, simplified relationships were constructed to estimate the ultimate static load for the arch and catenary action stages of resistance of the slab structures.

3. The comparison of the calculation results based on the relationships obtained in the study for the force and deformation criteria of the resistance stages with the data of experimental studies confirmed their reliability, and also demonstrated the need to take into account the joint deformation of slab structures and vertical load-bearing elements for correct evaluation of the deformed state of building frames in case of an accident.

References

1. Pham A.T., Tan K.H. Experimental study on dynamic responses of reinforced concrete frames under sudden column removal applying concentrated loading. *Engineering Structures*. 2017;139:31–45. <http://doi.org/10.1016/j.engstruct.2017.02.002>
2. Kolchunov V.I., Savin S.Yu. Resistance of reinforced concrete frames to progressive collapse at catenary action of beams. *Reinforced Concrete Structures*. 2024;6(2):43–53. <http://doi.org/10.22227/2949-1622.2024.2.43-53> EDN: FCSSTT
3. Almusallam T., Al-Salloum Y., Elsanadedy H., Tuan N., Mendis P., Abbas H. Development limitations of compressive arch and catenary actions in reinforced concrete special moment resisting frames under column-loss scenarios. *Structure and Infrastructure Engineering*. Taylor & Francis. 2020;16(12):1616–1634. <http://doi.org/10.1080/15732479.2020.1719166> EDN: DBUUUL
4. Adam J.M., Buitrago M., Bertolesi E., Sagaseta Ju., Moragues Ju.J. Dynamic performance of a real-scale reinforced concrete building test under a corner-column failure scenario. *Engineering Structures*. 2020;210:110414. <http://doi.org/10.1016/j.engstruct.2020.110414> EDN: POAKZI
5. Pham A.T., Brenneis Ch., Roller Ch., Tan K.H. Blast-induced dynamic responses of reinforced concrete structures under progressive collapse. *Magazine of Concrete Research*. 2022;74(16):850–863. <http://doi.org/10.1680/jmacr.21.00115> EDN: VPPOYT
6. Kolchunov V.I., Fedorova N.V., Savin S.Y., Kaydas P.A. Collapse behavior of a precast reinforced concrete frame system with layered beams. *Buildings*. 2024;14(6):1776. <http://doi.org/10.3390/buildings14061776> EDN: YCLTNL
7. Savin S.Yu. Levels of stress-strain state of reinforced concrete frame structures under accidental impacts. *News of Higher Educational Institutions. Construction*. 2025;(6):5–21. (In Russ.) <http://doi.org/10.32683/0536-1052-2025-798-6-5-21> EDN: NCVLTU
8. Lu X., Lin K., Li Ch., Li Y. New analytical calculation models for compressive arch action in reinforced concrete structures. *Engineering Structures*. 2018;168:721–735. <http://doi.org/10.1016/j.engstruct.2018.04.097>
9. Wang S., Peng J., Kang S.-B. Evaluation of compressive arch action of reinforced concrete beams and development of design method. *Engineering Structures*. 2019;191:479–492. <http://doi.org/10.1016/j.engstruct.2019.04.083>
10. Yu J., Tan K.H. Analytical model for the capacity of compressive arch action of reinforced concrete sub-assemblages. *Magazine of Concrete Research*. 2014;66(3):109–126. <http://doi.org/10.1680/macrs.13.00217>
11. Tao Y., Huang Y., Yi W. Analytical model for compressive arch action in unbonded prestressed concrete beam-column subassemblages under a column-loss scenario. *Engineering Structures*. 2022;273:115090. <http://doi.org/10.1016/j.engstruct.2022.115090> EDN: BRWNPM
12. Xi Zh., Zhang Zh., Qin W., Zhang Pu. Experiments and a reverse-curved compressive arch model for the progressive collapse resistance of reinforced concrete frames. *Engineering Failure Analysis*. 2022;135:106054. <http://doi.org/10.1016/j.engfailanal.2022.106054> EDN: TTXIRJ
13. Savin S.Yu., Kolchunov V.I. Robustness check of reinforced concrete frames at initial localized failure. *News of Higher Educational Institutions. Construction*. 2024;(10):50–64. (In Russ.) <http://doi.org/10.32683/0536-1052-2024-790-10-50-64> EDN: UHMOLJ
14. Fyodorova N., Korenkov P. Static and dynamic deformation of monolithic reinforced concrete frame building in ultimate limit and beyond limits states. *Building and Reconstruction*. 2016;6(68):90–100. (In Russ.) EDN: XBKCCV
15. Iliushchenko T.A., Kolchunov V.I., Fedorov S.S. Crack resistance of prestressed reinforced concrete frame structure systems under special impact. *Building and Reconstruction*. 2021;93(1):74–84. (In Russ.) <http://doi.org/10.33979/2073-7416-2021-93-1-74-84> EDN: JVKPHT
16. Fedorova N., Vu N.T. Deformation criteria for reinforced concrete frames under accidental actions. *Magazine of Civil Engineering*. 2022;109(1). <http://doi.org/10.34910/MCE.109.2> EDN: XPYFGL
17. Fedorova N.V., Ngoc V.T. Deformation and failure of monolithic reinforced concrete frames under special actions. *Journal of Physics: Conference Series*. 2019;1425(1):012033. <http://doi.org/10.1088/1742-6596/1425/1/012033> EDN: SPPYUZ

18. Kolchunov V.I., Moskovtseva V.S. Robustness of reinforced concrete frames with elements experiencing bending with torsion. *Engineering Structures*. 2024;314:118309. <http://doi.org/10.1016/j.engstruct.2024.118309> EDN: PNBEQJ
19. Savin S., Kolchunov V., Fedorova N., Tuyen Vu N. Experimental and numerical investigations of RC frame stability failure under a corner column removal scenario. *Buildings*. 2023;13(4):908. <http://doi.org/10.3390/buildings13040908> EDN: XFEVTO
20. Choi H., Kim J. Progressive collapse-resisting capacity of RC beam–column sub-assembly. *Magazine of Concrete Research*. 2011;63(4):297–310. <http://doi.org/10.1680/macr.9.00170>
21. Bažant Z.P., Verdure M. Mechanics of progressive collapse: Learning from world trade center and building demolitions. *Journal of Engineering Mechanics*. 2007;133(3):308–319. [http://doi.org/10.1061/\(ASCE\)0733-9399\(2007\)133:3\(308\)](http://doi.org/10.1061/(ASCE)0733-9399(2007)133:3(308))
22. Tur V.V., Tur A.V., Lizahub A.A. Checking of the robustness of precast structural systems based on the energy balance method. *Monthly Journal on Construction and Architecture*. 2021;16(8):1015–1033. (In Russ.) <http://doi.org/10.22227/1997-0935.2021.8.1015-1033> EDN: CZLNAM
23. Geniev G.A. On dynamic effects in rod systems made of physical non-linear brittle materials. *Industrial and Civil Engineering*. 1999;(9):23–24. (In Russ.) EDN: ZCGTGX
24. Savin S.Yu., Fedorova N.V. Comparison of methods for analysis of structural systems under sudden removal of a member. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*. 2022;18(4):329–340. (In Russ.) <http://doi.org/10.22363/1815-5235-2022-18-4-329-340> EDN: WHZYBW

Расчетные направления ветра при экспертизе несущей способности трехгранных антенно-мачтовых сооружений

Ю.Д. Маркина^{ID}

Нижегородский государственный архитектурно-строительный университет, Нижний Новгород, Российская Федерация

✉ poluektoff@bk.ru

Поступила в редакцию: 11 июня 2025 г.

Доработана: 1 августа 2025 г.

Принята к публикации: 5 августа 2025 г.

Аннотация. Рассмотрено влияние направления ветровой нагрузки на напряженно-деформированное состояние трехгранных решетчатых антенно-мачтовых сооружений высотой от 40 до 72 м. Объектами исследования выступают пять реально эксплуатируемых металлических башен различной геометрии, установленных в различных областях Российской Федерации. Расчеты выполнены методом конечно-элементного моделирования с использованием программного комплекса SCAD Office. В рамках исследования проведено сравнение усилий в элементах конструкций (поясах, раскосах, распорках) при действии ветра в двух направлениях: нормативном (перпендикулярно наветренной грани башни) и вдоль одной из граней, не предусмотренном национальными нормативами. Установлено, что при воздействии ветра вдоль грани в ряде случаев возникают усилия, превышающие значения при направлении перпендикулярно наветренной грани башни на 20–60 % и более. Зафиксированы характерные изменения в распределении усилий по высоте и наличие пространственного закручивания конструкции. Полученные данные подтверждают необходимость расширения расчетных сценариев для башенных сооружений и учитывать направления ветрового воздействия, ранее не рассматриваемые в инженерной практике. Представленные результаты восполняют пробел в научной литературе и могут быть использованы для совершенствования нормативной базы и методов проектирования решетчатых антенно-мачтовых сооружений.

Ключевые слова: АМС, МКЭ, НДС, РНС, ветровая нагрузка, опора сотовой связи, стальная башня, трехгранная решетчатая конструкция, нормы проектирования

Заявление о конфликте интересов. Автор заявляет об отсутствии конфликта интересов.

Для цитирования: Маркина Ю.Д. Расчетные направления ветра при экспертизе несущей способности трехгранных антенно-мачтовых сооружений // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2025. Т. 21. № 4. С. 334–345. <http://doi.org/10.22363/1815-5235-2025-21-4-334-345>

Design Wind Directions in Bearing Capacity Assessment of Triangular Antenna-Mast Structures

Yulia D. Markina^{ID}

Nizhny Novgorod State University of Architecture and Civil Engineering, Nizhny Novgorod, Russian Federation

✉ poluektoff@bk.ru

Received: June 11, 2025

Revised: August 1, 2025

Accepted: August 5, 2025

Abstract. The influence of wind direction on the stress-strain state of triangular lattice antenna-mast structures with heights ranging from 40 to 72 meters is examined. The study focuses on five real-world steel towers of varying geometries, located in the Kaluga, Tula, and Ryazan Regions of the Russian Federation. Structural analysis was performed using the finite element method in

Маркина Юлия Дмитриевна, старший преподаватель кафедры теории сооружений и технической механики, Нижегородский государственный архитектурно-строительный университет (ННГАСУ), 603000, Российская Федерация, г. Нижний Новгород, ул. Ильинская, д. 65; eLIBRARY SPIN-код: 4203-4240, ORCID: 0009-0006-7167-0652; e-mail: poluektoff@bk.ru

© Маркина Ю.Д., 2025

This work is licensed under a Creative Commons Attribution-NonCommercial 4.0 International License
<https://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/legalcode>

the SCAD Office software environment. The investigation involved pairwise comparisons of internal forces in key structural elements (chords, diagonals, and horizontal braces) under two wind directions: the standard (perpendicular to the windward face of the tower) and along one of the faces, which is not considered in national design codes. It was found that wind acting along a tower face can, in several cases, induce internal forces that exceed those under the standard direction by 20–60%. Distinct patterns of force redistribution along the tower height and spatial torsional effects were also observed. The results demonstrate the necessity of expanding design scenarios for tower structures to include non-standard wind directions, which are currently overlooked in engineering practice. This study fills a research gap and contributes to the development of improved design methods and regulatory frameworks for lattice antenna-mast structures.

Keywords: antenna-mast structures, FEM, stress-strain state, calculation of bearing capacity, wind load, cellular communication support, steel tower, triangular lattice structure, design standards

Conflicts of interest. The author declares that there is no conflict of interest.

For citation: Markina Yu.D. Design wind directions in bearing capacity assessment of triangular antenna-mast structures. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*. 2025;21(4):334–345. (In Russ.) <http://doi.org/10.22363/1815-5235-2025-21-4-334-345>

1. Введение

Научно-технический прогресс формирует направления развития всех сфер деятельности человеческого общества. Появление телевидения и сотовой связи потребовало массового строительства высотных башен для размещения, передающего и ретранслирующего оборудования. Необходимость обеспечения покрытия услугами на обширных территориях поставила перед наукой и практикой задачу разработки универсальных конструкций, которые эффективно функционировали бы в различных природно-климатических условиях. Большая высота антенно-мачтовых сооружений делает их в значительной степени чувствительными к воздействию ветровой нагрузки. Аэродинамике и ветровому воздействию на решетчатые башенные конструкции посвящено множество исследований [1–6], в которых рассматриваются как экспериментальные методы (в аэродинамической трубе), так и численное моделирование на идеализированных геометриях. Однако в подавляющем большинстве таких работ анализ проводится при нормативном направлении ветра — перпендикулярно наветренной грани конструкции, что соответствует требованиям Свода правил Российской Федерации СП 20.13330.2016 «Нагрузки и воздействия. Актуализированная редакция СНиП 2.01.07-85*»¹.

Наибольшее распространение среди АМС имеют трехгранные и четырехгранные конструкции [7–9], при этом трехгранные конструкции являются более экономичными. По ряду источников² [10; 11], масса четырехгранной башни превышает массу трехгранной на 10–15 %, а шестигранной — на 20 %, что делает трехгранные АМС наиболее привлекательными при массовом строительстве. В соответствии с требованиями СП 20.13330.2016 значение ветровой нагрузки для расчета несущей способности элементов АМС необходимо определять при направлении ветрового потока W1, показанного на рис. 1. При заданном направлении атаки ветра ветровая нагрузка действует перпендикулярно наветренной грани башни, вызывая максимальные сжимающие усилия в ее подветренном поясе. В отличие от растяжения, сжатие пояса может привести к потере устойчивости, что особенно опасно, поскольку потеря устойчивости происходит внезапно и при нагрузках, существенно ниже предельных прочностных значений. Таким образом, направление ветра W1 может являться критическим при проверке несущей способности поясов АМС. При этом максимальные сжимающие усилия в элементах решетки конструкции должны возникать при действии ветра вдоль одной из граней W2,

¹ СП 20.13330.2016. Нагрузки и воздействия. Актуализированная редакция СНиП 2.01.07-85*. 154 с.

² ENV 1993-1-3 EuroCode 3: Design of steel structures. Part 1-3: General rules. Supplementary rules for cold formed thin gagemembers and sheeting. European Committee for Standardisation CEN. Brussels, 1996; Wind Actions on Structures: ISO 4354:2009. [2009-06-04]. Geneva, Switzerland: International Organization for Standardization, 2009. 68 p.

что не учитывается в нормативной и учебной литературе³. В данной статье приведены результаты определения усилий в элементах пяти трехгранных АМС, расположенных в различных областях России, при направлениях ветра перпендикулярно грани (W1) и вдоль грани (W2).

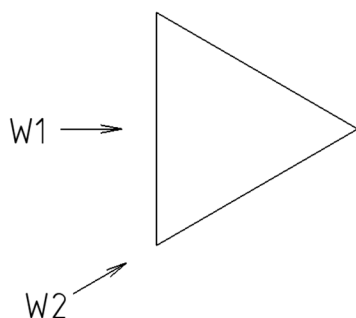


Рис. 1. Рассматриваемые направления ветра по отношению к конструкции: W1 — перпендикулярно наветренной грани; W2 — вдоль грани
Источник: выполнено Ю.Д. Маркиной

Figure 1. The wind directions considered in relation to the structure are:
W1 — perpendicular to the windward face;
W2 — along the face
Source: made by Yu.D. Markina

Современные исследования в области аэродинамики решетчатых башенных сооружений сосредоточены преимущественно на воздействии ветра, направленного перпендикулярно наветренной грани конструкции [12–14]. В [15–17] отмечается, что при отклонении направления ветра от нормативного могут возникать дополнительные усилия, однако такие сценарии рассматриваются либо на упрощенных моделях, либо без учета реальной геометрии объектов. В отечественной нормативной базе расчет на нестандартные направления ветрового воздействия, в том числе вдоль одной из граней (направление W2), не регламентируется. Таким образом, выявляется недостаточность комплексных численных исследований, охватывающих реальные антенно-мачтовые сооружения, с целью оценки влияния направления ветра на напряженно-деформированное состояние. Указанное обстоятельство позволяет сформулировать исследовательскую лакуну, на восполнение которой направлена настоящая работа.

Объектами исследования являются типовые трехгранные антенно-мачтовые сооружения высотой от 40 до 72 м, представляющие собой решетчатые пространственные конструкции, эксплуатируемые в различных регионах Российской Федерации.

Цель исследования — количественная оценка влияния направления ветрового воздействия на продольные усилия в основных элементах решетчатых башен, с акцентом на анализ нестандартного направления вдоль грани (W2), не учитываемого действующими нормативами.

Для достижения поставленной цели решаются следующие задачи:

- 1) формирование расчетных моделей пяти реально эксплуатируемых башенных конструкций различной высоты и конфигурации;
- 2) проведение численного моделирования ветрового воздействия в двух направлениях: нормативном (W1) и вдоль грани (W2);
- 3) анализ полученных усилий в поясах, раскосах и распорках конструкций;
- 4) сравнение результатов с ранее опубликованными данными;
- 5) формулирование инженерных выводов, направленных на совершенствование расчетных подходов при проектировании АМС.

2. Методы

Объекты исследования:

АМС1 (рис. 2, а) высотой 72 м — расположена в Рязанской области Российской Федерации. Внешняя форма башни до отм. +48,000 — трехгранная усеченная пирамида; с отм. +48,000 до отм. +72,000 — трехгранная призма. В основании башня имеет базу 9,50 м; на отм. +12,000 — 6 м и на отм. +48,000 — 2,75 м. Башня состоит из 6 секций высотой 12,0 м. Секции состоят из отдельных элементов с креплением на болтах. Пояса изготовлены из бесшовных горячедеформированных труб,

³ Actions on Structures. Part 1–4. General actions. Wind Actions: Eurocode 1. Brussels, Belgium: CEN, 2004. 155 p.; Design of Steel Structures. Part 3–1. Towers, masts and Chimneys. Towers and Masts: Eurocode 3. Brussels, Belgium: CEN, 2006. 79 p.; Minimum Design Loads for Buildings and Other Structures: ASCE 7-05. [2006-01-01]. Virginia, USA: American Society of Civil Engineers. 419 p.

а решетка — из бесшовных горячедеформированных труб и равнополочных гнутых швеллеров. Соединения поясов — болтовое на фланцах. Крепление раскосов и распорок к поясам — болтовое через фасонки.

АМС2 (рис. 2, б) высотой 70 м — расположена в Тульской области Российской Федерации. Башня представляет собой пространственную стержневую конструкцию, имеющую внешнюю форму в виде трехгранной усеченной пирамиды до отм. 49,726 м и в виде трехгранной призмы между отметками 49,726 м — 70,000 м. Башня состоит из 11 секций различной высоты. Элементы конструкции башни запроектированы из бесшовных горячедеформированных труб, стальных горячекатаных равнополочных уголков, стального горячекатаного круглого проката.

АМС3 (рис. 2, в) высотой 67,5 м — расположена в Калужской области Российской Федерации. Вид решетчатой конструкции с отметки 0,000 — трехгранная усеченная пирамида, с отметки +52,500 — трехгранная призма. Пояса, раскосы и трубы выполнены из горячедеформированных бесшовных труб по Государственному стандарту ГОСТ 8732-78⁴, действующему на территории РФ. Башня включает 9 секций высотой 7,5 м. Секции состоят из отдельных элементов с креплением на болтах. Соединение отдельных секций между собой осуществляется посредством фланцев на высокопрочных болтах.

АМС4 (рис. 2, г) высотой 72,5 м — находится в Калужской области Российской Федерации. Внешняя форма башни до отм. +60,000 м — трехгранная усеченная пирамида; с отм. +60,000 м и выше — трехгранная призма. В основании башня имеет базу 8,5 м и на отм. +60,000 м — 3,0 м. Башня состоит из 9 секций высотой 7,5 м и одной — 5,0 м. Пояса, раскосы и трубы выполнены из горячедеформированных бесшовных труб.

АМС5 (рис. 2, д) высотой 40 м — расположена в Калужской области Российской Федерации. Башня высотой 40,0 м состоит из четырех унифицированных секций длиной 10,0 м. Верхняя секция SC-1 — треугольная в плане со стороной равностороннего треугольника, равного 1,5 м. Остальные секции — усеченная пирамида треугольного сечения, с уклоном поясов 2,1° и нижняя SC-4 с уклоном поясов 13°. Пояса секций изготовлены из круглых труб, решетка башни из квадратных труб. Соединения поясов — фланцевые на болтах. Крепление раскосов из квадратных труб к поясам — болтовое.

Все расчеты выполнены в соответствии с требованиями действующих нормативных документов.

В качестве расчетной схемы каждой из опор принята пространственная стержневая статически неопределимая система. Расчеты выполнены в ПК SCAD Office. Расчетные схемы (РС) — системы общего вида (признак 5), конечные элементы — пространственные стержни (тип 5). Краткие характеристики РС АМС сведены в табл. 1.

Таблица 1 / Table 1

Характеристики РС АМС / Characteristics of AMS models

№ АМС / No. АМС	1	2	3	4	5
Общее количество элементов / Total number of elements	327	366	315	327	306
Общее количество узлов / Total number of nodes	117	138	111	114	117
Количество типов жесткости / Number of types of stiffness	8	8	12	9	7

Источники: выполнено Ю.Д. Маркиной / Source: made by Yu.D. Markina

Учтены следующие постоянные нагрузки:

- собственный вес конструкций;
- вес оборудования;

⁴ ГОСТ 8732-78. Трубы стальные бесшовные горячедеформированные. Министерство черной металлургии СССР. 1988. 29 с.



a

б



в

г

д

Рис. 2. Общий вид объектов исследования:
a — AMC1; *б* — AMC2; *в* — AMC3; *г* — AMC4; *д* — AMC5
 Источник: выполнено А.А. Маркиным

Figure 2. General view of the research objects:
a — AMS1; *б* — AMS2; *в* — AMS3; *г* — AMS4; *д* — AMS5
 Source: made by A.A. Markin

Учтены временные нагрузки:

- гололедная нагрузка;
- статическая составляющая ветра;
- динамическая составляющая ветра.

Расчеты выполнены для следующих основных сочетаний нагрузок:

- 100 % ветровая нагрузка + нагрузка от собственного веса конструкций опоры и оборудования;
- 25 % ветровая нагрузка на покрытые гололедом элементы башни и кабельной трассы + 60 % ветровая нагрузка на покрытые гололедом остальные элементы + нагрузка от собственного веса конструкций опоры и оборудования + гололедная нагрузка.

Расчетным сочетанием при определении усилий в элементах каждой опоры является сочетание — 100 % ветровая нагрузка + нагрузка от собственного веса конструкций опоры, оборудования и кабелей.

3. Результаты и обсуждение

Результаты определения максимальных величин сжимающих усилий $N_{\max}$ от расчетных комбинаций загружений при направлениях ветра перпендикулярно грани W1 и вдоль грани W2 (см. рис. 1) в элементах решетки AMC1 и AMC2 для каждой панели приведены в табл. 2. Результаты определения величин продольных усилий во всех элементах конструкций приведены на рис. 3.

Таблица 2 / Table 2

Максимальные значения сжимающих усилий от расчетных комбинаций
загружений в элементах решетки AMC1 и AMC2 /
The maximum values of compressive forces from the design combinations
of loads in the lattice elements of AMS1 and AMS2

Отм. низа / Height of the lower point	AMS1						AMS2						
	Раскосы / Braces			Распорки / Spacers			Отм. низа / Height of the lower point	Раскосы / Braces			Распорки / Spacers		
	$N_{\max}$ (т) при напр. ветра (см. рис. 1) / $N_{\max}$ (t) in the wind direction (see Figure 1)		Прирост $N_{\max}$ / Increase in $N_{\max}$, %	$N_{\max}$ (т) при напр. ветра (см. рис. 1) / $N_{\max}$ (t) in the wind direction (see Figure 1)		Прирост $N_{\max}$ / Increase in $N_{\max}$, %		$N_{\max}$ (т) при напр. ветра (см. рис. 1) / $N_{\max}$ (t) in the wind direction (see Figure 1)		Прирост $N_{\max}$ / Increase in $N_{\max}$, %	$N_{\max}$ (т) при напр. ветра (см. рис. 1) / $N_{\max}$ (t) in the wind direction (see Figure 1)		Прирост $N_{\max}$ / Increase in $N_{\max}$, %
	W1	W2		W1	W2			W1	W2		W1	W2	
0,000	8,22	10,30	25	0,00	0,00	0	0,000	2,45	2,79	14	0,00	0,00	0
3,000	8,65	10,58	22	0,01	0,04	300	3,911	2,21	2,58	17	1,01	1,17	15
6,000	9,43	10,28	9	0,01	0,04	300	7,821	2,25	2,47	10	1,01	1,17	15
9,000	9,83	10,59	8	4,44	4,74	7	10,814	1,93	2,26	17	0,97	1,17	21
12,000	9,73	10,96	13	4,44	4,74	7	13,807	1,36	1,56	14	1,07	1,21	14
15,000	9,14	10,47	15	0,26	0,40	51	16,801	1,44	1,63	14	1,07	1,21	14
18,000	8,73	10,02	15	0,26	0,40	51	19,794	1,32	1,53	17	0,92	1,08	18
21,000	7,77	9,56	23	3,50	5,58	59	22,787	1,38	1,60	16	0,88	1,03	18
24,000	9,70	10,07	4	3,50	5,58	59	25,780	1,36	1,55	14	0,88	1,03	18
27,000	8,76	9,44	8	0,54	0,48	−11	28,774	1,44	1,63	14	0,89	0,95	6
30,000	8,39	9,08	8	0,54	0,48	−11	31,767	1,30	1,54	18	0,80	0,95	19
33,000	7,43	8,54	15	2,69	1,76	−34	34,760	1,28	1,47	14	0,76	0,92	22
36,000	3,63	4,26	17	2,69	3,03	13	37,753	1,24	1,49	20	0,69	0,82	19
39,000	3,05	3,52	15	2,62	3,03	15	40,746	1,25	1,42	14	0,65	0,80	23
42,000	3,12	3,59	15	2,21	2,60	18	43,740	1,18	1,37	16	0,54	0,65	22
45,000	3,12	3,59	15	3,21	2,30	−28	46,733	1,28	1,50	17	1,84	1,68	−9
48,000	6,02	6,87	14	3,21	2,30	−28	49,726	3,19	3,66	15	1,95	2,26	16
52,000	5,43	6,23	15	3,24	3,70	14	52,726	2,97	3,43	15	1,95	2,26	16
56,000	4,79	5,50	15	2,52	2,82	12	55,726	2,31	2,64	14	1,71	1,96	15
60,000	3,97	4,56	15	2,52	2,82	12	58,726	1,86	2,12	14	1,34	1,53	14
64,000	2,72	3,14	16	1,98	2,17	10	61,726	1,89	2,16	14	1,10	1,21	10
68,000	1,29	1,50	16	0,24	1,31	448	65,900	0,67	0,78	15	0,84	0,78	−7

И с т о ч н и к : выполнено Ю.Д. Маркиной / S o u r c e : made by Yu.D. Markina

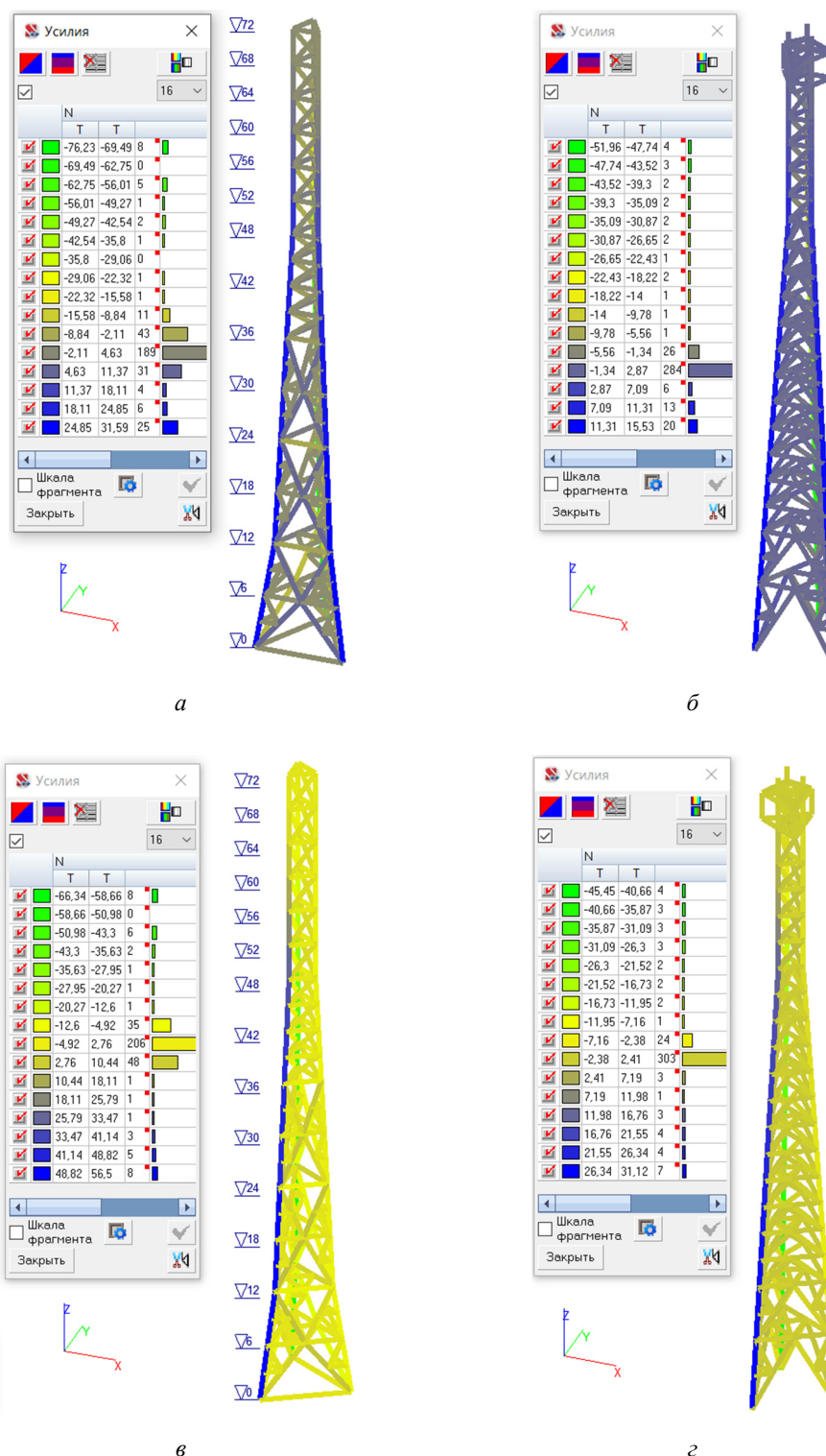


Рис. 3. Продольные усилия от расчетных комбинаций нагрузок в элементах:

a — AMC1 при действии ветра по направлению W1; *б* — AMC2 при действии ветра по направлению W1;
в — AMC1 при действии ветра по направлению W2; *г* — AMC2 при действии ветра по направлению W2

И с т о ч н и к: выполнено Ю.Д. Маркиной

Figure 3. The longitudinal forces from the design combinations of loads in the elements:

a — AMS1 when the wind is acting in the direction W1; *б* — AMS2 when the wind is acting in the direction W1;
в — AMS1 when the wind is acting in the direction W2; *г* — AMS2 when the wind is acting in the direction W2

S o u r c e: made by Y.D. Markina

Величины усилий в элементах всех рассматриваемых башен сравнивались в абсолютных и относительных значениях. При вычислении прироста сжимающих усилий в процентном отношении за основу (100 %) принимались усилия в элементах АМС, полученные при направлении атаки ветра перпендикулярно W1 (см. рис. 1), что соответствует методике определения ветровой нагрузки СП 20.13330.2016. Максимальные усилия в поясах всех АМС получены при направлении атаки W1. Максимальные усилия в раскосах всех АМС получены при направлении атаки вдоль грани W2, они превышают усилия, возникающие от воздействия ветровой нагрузки, определяемой в соответствии с СП 20.13330.2016, в среднем на 20 %. Наименьшую предсказуемость показывают значения усилий в распорках АМС, прирост сжимающих усилий при направлении ветра W2 относительно направления ветра W1 варьируется в среднем от –50 до +60 %. Уровень прироста сжимающих усилий при изменении направления атаки ветра различен для каждого из объектов исследования и меняется в зависимости от высоты и типа рассматриваемого элемента решетки. Можно предположить, что он будет зависеть от геометрических параметров исследуемого объекта: типа решетки, размеров секций, сечений элементов и пр. Для более точных выводов данный аспект нуждается в дополнительных более тщательных исследованиях.

Результаты выборки максимальных величин сжимающих усилий в распорках и раскосах АМС3-АМС5 по секциям приведены в табл. 3. Результаты определения величин продольных усилий во всех элементах конструкций приведены и на рис. 4.

При этом для каждого объекта исследования тенденция изменения сжимающих усилий при переходе от направления ветра W1 к направлению W2 остается одинаковой: снижение максимальных продольных сил от расчетной комбинации загружений в элементах пояса, рост в раскосах и нестабильное поведение в распорках. Результаты исследования доказывают необходимость учета в расчете несущей способности АМС обоих направлений ветрового потока.

Таблица 3 / Table 3

**Максимальные величины сжимающих усилий от расчетных комбинаций
загружений в элементах решетки АМС3 — АМС5 /
The maximum values of compressive forces from the design combinations
of loads in the lattice elements of AMS3 — AMS5**

№ секции / Section number	АМС3						АМС4						АМС5					
	Раскосы (см. рис. 1) / Braces (see Figure 1)			Распорки (см. рис. 1) / Spacers (see Figure 1)			Раскосы / Braces		Распорки (см. рис. 1) / Spacers (see Figure 1)				Раскосы (см. рис. 1) / Braces (see Figure 1)		Распорки (см. рис. 1) / Spacers (see Figure 1)			
	$N_{\max}$ (т) при напр. ветра / $N_{\max}$ (t) in the wind direction		Прирост $N_{\max}$ / Increase in $N_{\max}$, %	$N_{\max}$ (т) при напр. ветра / $N_{\max}$ (t) in the wind direction		Прирост $N_{\max}$ / Increase in $N_{\max}$, %	$N_{\max}$ (т) при напр. ветра / $N_{\max}$ (t) in the wind direction		Прирост $N_{\max}$ / Increase in $N_{\max}$, %			Прирост $N_{\max}$ / Increase in $N_{\max}$, %	$N_{\max}$ (т) при напр. ветра / $N_{\max}$ (t) in the wind direction		Прирост $N_{\max}$ / Increase in $N_{\max}$, %		Прирост $N_{\max}$ / Increase in $N_{\max}$, %	
	W1	W2		W1	W2		W1	W2					W1	W2				
1	1,90	1,94	2	0,13	0,17	31	4,05	4,22	4	1,33	1,71	29	3,39	3,46	2	1,5	1,25	–17
2	1,63	2,05	26	0,19	0,23	21	2,45	2,56	4	0,23	0,26	13	1,49	1,63	9	0,52	0,57	10
3	2,23	2,29	3	0,12	0,18	50	3,16	3,48	10	0,20	0,24	20	1,05	1,24	18	0,46	0,44	–4
4	1,75	2,16	23	0,11	0,16	45	2,48	2,61	5	0,69	0,18	–74	1,14	1,28	12	0,1	0,08	–20
5	2,05	2,15	5	0,16	0,19	19	2,36	2,45	4	0,07	0,13	86	–	–	–	–	–	–
6	1,85	2,12	15	0,17	0,10	–41	3,41	3,44	1	0,18	0,14	–22	–	–	–	–	–	–
7	2,53	2,71	7	0,24	0,22	–8	2,76	2,78	1	0,09	0,13	44	–	–	–	–	–	–
8	1,81	2,38	31	0,99	0,48	–52	1,75	2,07	18	0,91	0,13	–86	–	–	–	–	–	–
9	1,82	2,57	41	0,70	0,76	9	0,86	1,92	123	0,48	0,57	19	–	–	–	–	–	–
10							0,43	0,92	114	0,23	0,32	39	–	–	–	–	–	–

И с т о ч н и к: выполнено Ю.Д. Маркиной / S o u r c e: made by Y.D. Markina

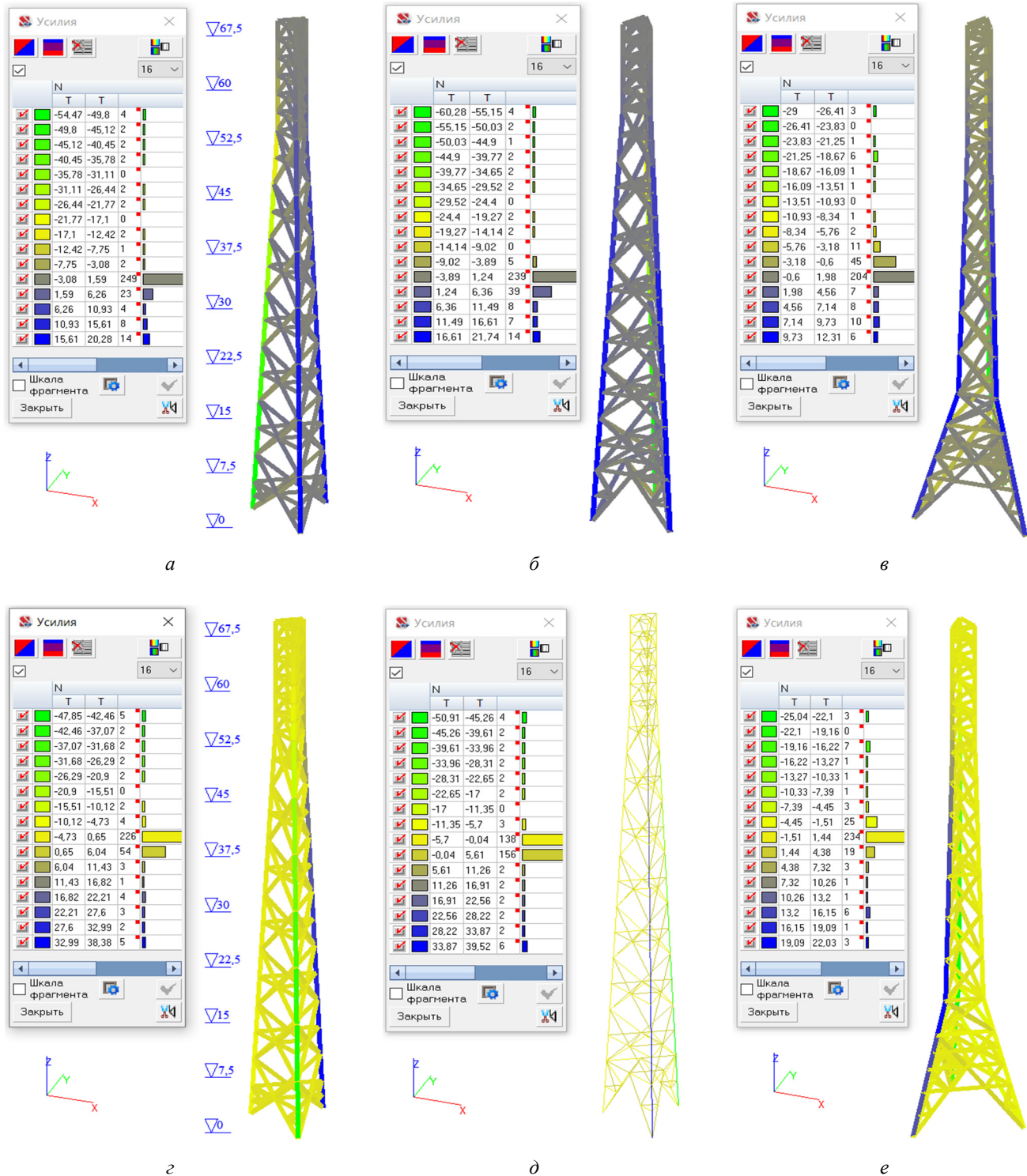


Рис. 4. Продольные усилия от расчетных комбинаций нагрузок в элементах:

a — AMC3 при действии ветра по направлению W1; *б* — AMC4 при действии ветра по направлению W1; *в* — AMC5 при действии ветра по направлению W1; *г* — AMC3 при действии ветра по направлению W2; *д* — AMC4 при действии ветра по направлению W2; *е* — AMC5 при действии ветра по направлению W2

И с т о ч н и к: выполнено Ю.Д. Маркиной

Figure 4. The longitudinal forces from the design combinations of loads in the elements:

a — AMS3 when the wind is acting in the direction W1; *б* — AMS4 when the wind is acting in the direction W1; *в* — AMS5 when the wind is acting in the direction W1; *г* — AMS3 when the wind is acting in the direction W2; *д* — AMS4 when the wind is acting in the direction W2; *е* — AMS5 when the wind is acting in the direction W2

S o u r c e: made by Y.D. Markina

Значительные усилия в элементах решетки АМС, а также перемещения конструкций свидетельствуют о возникновении эффекта закручивания башен вследствие асимметричности по отношению к граням башни направления атаки ветра W2. Полученные результаты подтверждаются сопоставимостью с результатами анализа напряженно-деформированного состояния трехгранной стальной вытяжной башни, внутри которой расположен пакет из трех труб, при различных углах атаки ветра [18; 19].

Полученные значения продольных усилий и их вариации в зависимости от направления ветра сопоставимы с результатами, представленными в работах других авторов. Так, в [12; 13] показано, что при действии ветра под косым углом к фасетной поверхности решетчатой башни возможно увеличение усилий в отдельных элементах до 15–25 %. В [14; 16] также отмечено, что воздействие вдоль одной из граней приводит к перераспределению нагрузок и локальным концентрациям усилий.

Однако в настоящем исследовании впервые проведен системный анализ пяти реально существующих АМС, выполненный по единой методике, с учетом двух направлений ветрового воздействия (W1 — нормативного и W2 — вдоль грани). В отличие от [12; 14] в данной работе внимание акцентировано не только на абсолютных значениях усилий, но и на сравнительной опасности направления W2, которое в нормативной базе не учитывается.

Дополнительно подтвержден и количественно зафиксирован эффект торсионного скручивания башен при ветровом воздействии вдоль грани, что ранее упоминалось только качественно [16], без привязки к конкретным конструкциям. Таким образом, предложенный подход позволяет выявлять критические направления ветра, игнорируемые стандартными расчетами, и обосновывает необходимость их учета в инженерной практике.

Следует отметить, что в рамках настоящего исследования не учитывалось возможное снижение коэффициента лобового сопротивления при ветровом воздействии вдоль одной из граней башни (направление W2). Согласно данным ряда авторов, изменение угла атаки воздушного потока может существенно влиять на аэродинамическую эффективность решетчатых конструкций, формируя условия для частичного рассеивания потока и снижения аэродинамической нагрузки.

Так, в [20] на основе аэродинамического эксперимента показано, что для трубчатых и угловых элементов, используемых в поперечинах башенных сооружений, продольное обтекание может приводить к снижению аэродинамического сопротивления до 30 % по сравнению с перпендикулярным воздействием. В [21] предложена методика учета проницаемой структуры башни на основе элементного подхода, позволяющая более точно оценивать перераспределение потока при продольном обтекании. Авторы подчеркивают, что традиционные модели сопротивления воздуха переоценивают нагрузку при направлении вдоль решетки.

В [22] рассмотрено влияние ураганных ветров на свободностоящие башни, и установлено, что обтекание вдоль решетчатых элементов сопровождается уменьшением результирующего давления за счет аэродинамической стабилизации. Кроме того, в отечественном исследовании [23] подтверждено, что понижающий коэффициент давления, формируемый при ветровом воздействии вдоль грани, существенно отличается от нормативных значений и требует уточнения в расчетных процедурах.

В связи с изложенным целесообразно проведение дополнительных исследований, направленных на количественное определение снижения коэффициента лобового сопротивления для трехгранных антенно-мачтовых сооружений при действии ветра вдоль грани. Учет данного эффекта позволит повысить точность моделирования ветровой нагрузки и станет основой для корректировки существующих расчетных подходов.

4. Заключение

1. В ходе численного моделирования и анализа пяти различных трехгранных решетчатых АМС установлено, что определяющим фактором в проверке несущей способности конструкций является не только ветровая нагрузка, направленная перпендикулярно наветренной грани (традиционно используемая в строительных нормах), но и нагрузка вдоль одной из граней башни, которая вызывает более высокие усилия в ряде элементов.

2. Показано, что при действии ветра вдоль грани в элементах раскосов возникают максимальные сжимающие усилия, превышающие значения, получаемые при нормативном направлении ветра (в среднем на 20 %). Это может привести к снижению устойчивости и должно учитываться при проверке конструкций на предельные состояния.

3. Выявлена высокая чувствительность распорок к направлению ветровой нагрузки: при изменении угла атаки ветра прирост усилий может колебаться в среднем от –50 до +60 %. Такая непредсказуемость требует индивидуального подхода к моделированию этих элементов при инженерной экспертизе.

4. Обнаружен эффект закручивания (торсионной деформации) башен при ветре вдоль грани. Этот эффект обусловлен асимметрией нагрузки и может значительно влиять на пространственную работу конструкции, особенно у высоких башен со значительной гибкостью.

5. В отличие от отечественных норм, в которых направление ветра предполагается только перпендикулярным к грани, результаты настоящего исследования подчеркивают необходимость рассмотрения нескольких критических направлений ветровой нагрузки, исходя из пространственной геометрии сооружения и ее аэродинамических особенностей. Следует опираться на расчетные сценарии, определяемые инженерным анализом.

6. Установлено, что конструкция при направлении ветра вдоль грани становится более обтекаемой, что может снижать аэродинамическое сопротивление и усилия. Однако данный эффект не был учтен в расчетах и требует дополнительных экспериментальных и численных исследований с целью уточнения коэффициента лобового сопротивления.

7. Результаты могут быть использованы для пересмотра подходов к проектированию и экспертизе высотных башенных сооружений в международной практике. Методика применима не только к российским конструкциям, но и к аналогичным антенно-мачтовым системам, широко распространенным в странах с развитой телекоммуникационной инфраструктурой, особенно в регионах с переменными направлениями ветра.

References / Список литературы

1. Pichugin S. Makhinko A. Probabilistic model of wind load maxima. *Problems of the Technical Meteorology: proceedings of the 3-rd International Conference*, 2006 May 22–26; Lviv, 2006. P. 92–97.

2. Belash T.A., Safin R.R. Wind load simulation for the analysis of the antenna dual-purpose poles aerodynamics. *Bulletin of the Scientific Research Center Construction*. 2024;2(41):18–28. (In Russ.) [https://doi.org/10.37538/2224-9494-2024-2\(41\)-18-28](https://doi.org/10.37538/2224-9494-2024-2(41)-18-28) EDN: CQQMAP

Белаш Т.А., Сафин Р.Р. Моделирование ветровой нагрузки для анализа аэродинамики опор двойного назначения с антеннами, установленными на них // Вестник НИЦ Строительство. 2024. № 2 (41). С. 18–28. [https://doi.org/10.37538/2224-9494-2024-2\(41\)-18-28](https://doi.org/10.37538/2224-9494-2024-2(41)-18-28) EDN: CQQMAP

3. Ioskevich A.V., Savchenko A.V., Egorova E.S., Ioskevich V.V., Polyanskikh M.A. Pulsation effects of wind to the antenna mast structures in software SCAD Office. *Construction of Unique Buildings and Structures*. 2015;3(30):81–97. (In Russ.) EDN: TUHVUR

Иоскевич А.В., Савченко А.В., Егорова Е.С., Иоскевич В.В., Полянских М.А. Пульсационные воздействия ветра на антенно-мачтовые сооружения в SCAD Office // Строительство уникальных зданий и сооружений. 2015. № 3 (30). С. 81–97. EDN: TUHVUR

4. Ioskevich A.V., Savchenko A.V. Comparison of SCAD Office and LIRA-SAPR on the example of calculation of communications tower. *Construction of Unique Buildings and Structures*. 2014;10(25):7–21. (In Russ.) EDN: TBGDPF

Иоскевич А.В., Савченко А.В. Сравнение ПВК SCAD Office и Лира-САПР на примере расчета башни связи // Строительство уникальных зданий и сооружений. 2014. № 10 (25). С. 7–21. EDN: TBGDPF

5. Mohamed Al Satari P.E., Saif Hussain S.E. Vibration based wind turbine tower foundation design utilizing soil-foundation structure interaction. *The 14 World Conference on Earthquake Engineering*; 2008 October 12–17, Beijing, China, 2008;1020:577–584. <https://doi.org/10.1063/1.2963886>

6. Ferris M. *Wind Loading on Base Station Antennas*. 2009. Available from: <https://www.cosconor.fr/GSM/Divers/Equipment/Andrew/White%20papers/Wind%20loading.pdf> (accessed: 11.02.2025).

7. Simiu E., Scanlan R.H. *Wind effects on structures: fundamentals and applications to design*. 3rd ed. New York: John Wiley & Sons, 1996. ISBN 9780471121570

8. Khamidullin I.N., Sabitov L.S., Kuznetsov I.L. Development and research towers for wind turbines *Scientific Herald of the Voronezh State University of Architecture and Civil Engineering. Construction and Architecture*. 2015;(4):25–32. EDN: UQFQFR
9. Ashraf M., Ahmad H.M., Siddiqi Z.A. A study of power transmission poles. *Asian Journal of Civil Engineering*. 2005;6(6):511–532. Available from: https://www.researchgate.net/publication/228883307_A_study_of_power_transmission_poles (accessed: 11.02.2025).
10. Zhou Qi., Zhao L., Zhu Q., Zhu Y. Mean wind loads on equilateral triangular lattice tower under skewed wind loading. *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*. 2021;208:104467. <https://doi.org/10.1016/j.jweia.2020.104467> EDN: JNSLEV
11. Strelkov U.M., Radaykin O.V., Sabitov L.S., Akhmerov A.V. Computer modeling of the wind power unit constructions with power over 2 MW. *E3S Web of Conferences. International Scientific and Technical Conference Smart Energy Systems*. Kazan, 2019;124:05074. <https://doi.org/10.1051/e3sconf/201912405074> EDN: RQAYKC
12. Zhang D., Song X., Deng H., Hu X., Ma X. Experimental and numerical study on the aerodynamic characteristics of steel tubular transmission tower bodies under Skew Winds. *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*. 2021;214:104678. <https://doi.org/10.1016/j.jweia.2021.104678> EDN: XOPYTX
13. Zhang W., Xiao Y., Li Ch., Zheng Q., Tang Ya. Wind load investigation of self-supported lattice transmission tower based on wind tunnel tests. *Engineering Structures*. 2022;252:113575. <https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2021.113575> EDN: LJNXDT
14. Wu P., Chen G., Feng R., He F. Research on wind load characteristics on the surface of a towering precast television tower with a grid structure based on large Eddy Simulation. *Buildings*. 2022;12(9):1428. <https://doi.org/10.3390/buildings12091428> EDN: FJSQVE
15. Mailyan L.R., Yaziev S.B., Sabitov L.S., Konoplev Y.G., Radaykin O.V. Stress-strain state of the “combined tower-reinforced concrete foundation-foundation soil” system for high-rise structures. *E 3S Web of Conferences*. 2020;164: 02035. <https://doi.org/10.1051/e3sconf/202016402035>
16. Zhao T., Li A., Yan H., Zhang L., Lan Zh., Huang M., Wu H. Comparison of the influence of double-limb double-plate joint on the stability bearing capacity of triangular and quadrilateral transmission tower structures. *Buildings*. 2022; 12(6):784. <https://doi.org/10.3390/buildings12060784> EDN: TEZOGT
17. He V., Zhao M., Feng W., Xiu Y., Wang Y., Feng L., Qin Y., Wang Ch. A method for analyzing stability of tower-line system under strong winds. *Advances in Engineering Software*. 2019;127:1–7. <https://doi.org/10.1016/j.advengsoft.2018.10.004>
18. Atamanchuk A.V., Kholopov I.S. Investigation of the influence of wind current on a bundle of three pipes using the finite element method. *News of higher educational institutions. Construction*. 2005;(8):11–16. (In Russ.) EDN: PFAIKB
Атаманчук А.В., Холопов И.С. Исследования воздействия ветрового потока на пакет из трех труб с помощью метода конечных элементов // Известия высших учебных заведений. Строительство. 2005. № 8. С. 11–16. EDN: PFAIKB
19. Chernyshev D.D. Development of methodology of calculating tower structures with vent pipe bundles for wind load. *Structural Mechanics and Analysis of Constructions*. 2010;(3):74–80. (In Russ.) EDN: MUFEDP
Чернышев Д.Д. Развитие методики расчета башенных сооружений с пакетами вытяжных труб на ветровую нагрузку // Строительная механика и расчет сооружений. 2010. № 3. С. 74–80. EDN: MUFEDP
20. Ye J., Niu H., Liu G., Yang F. Zhang H., Chen Z. Experimental study of wind loads on tubular and tubular-angle steel cross-arms of transmission towers. *Physics of Fluids*. 2024;36(9):093606. <https://doi.org/10.1063/5.0219695>
21. Li Ch., Deng H.Zh., Yang Zi.Ye., Gan Yi.De., Hu X.Yi. A member-based porous method for predicting flow distortions around a lattice tower. *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*. 2021;218:104765. <https://doi.org/10.1016/j.jweia.2021.104765> EDN: KHJVIR
22. Lorenzo F.I., Elena C.B., Rodríguez M.P., Parnás E.V.B. Dynamic analysis of self-supported Tower under Hurricane Wind Conditions. *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*. 2020;197:104078. <https://doi.org/10.1016/j.jweia.2019.104078> EDN: MEZHDB
23. Ioskevich A.V., Savchenko A.V., Egorova E.S., Ioskevich V.V. The impact of the reduction factor of wind force coefficient to lattice structures. *Construction of Unique Buildings and Structures*. 2015;4(31):45–57. (In Russ.) EDN: UISIAF
Иоскевич А.В., Савченко А.В., Егорова Е.С., Иоскевич В.В. Понижающий коэффициент ветрового давления и его учет при расчете решетчатых конструкций // Строительство уникальных зданий и сооружений. 2015. № 4 (31). С. 45–57. EDN: UISIAF

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ
EXPERIMENTAL RESEARCH

DOI: 10.22363/1815-5235-2025-21-4-346-357

EDN: CKYDNO

Research article / Научная статья

Predictive Modeling Methods for Estimating the Residual Strength
of Wooden Structures Based on Experimental DataSergey I. Abrakhin¹, Anastasiya V. Lukina², Mikhail S. Lisyatnikov¹, Danila A. Chibrikin¹¹ Vladimir State University named after Alexander and Nikolay Stoletovs, Vladimir, Russian Federation² Moscow State University of Civil Engineering (National Research University), Moscow, Russian Federation pismo.33@yandex.ru

Received: April 29, 2025

Revised: July 21, 2025

Accepted: July 27, 2025

Abstract. Estimating the load-bearing capacity and predicting the residual strength of existing structures is one of the most difficult tasks. Such prediction is usually performed on the basis of experimental destructive testing of samples. A methodology for predicting the residual strength of wooden structures is proposed, based on the results of experimental studies to determine the short-term resistance of pure wood. Wooden rafter systems of residential buildings built in the 1950s and early 1960s in Vladimir were chosen as objects of research. Interpolation and extrapolation methods were used to build a predictive model of the residual life of a structure. Detailed calculations are given, which clearly show the possibility of using these methods. It is determined that the autoregression method (Burg method) shows good predictive results, correlating with experimental data from other studies and theoretical assumptions. Forecasting the remaining life of a structure is a key factor in ensuring the reliability and safety of buildings, as well as reducing future operating costs.

Keywords: buildings, wooden structures, forecasting, strength, durability, interpolation, extrapolation

Conflicts of interest. The authors declare that there is no conflict of interest.

Authors' contribution: *Abrakhin S.I.* — calculation and construction of predictive models; *Lukina A.V.* — development of a research program for obtaining experimental data, setting the goal and objectives of the research, writing, formulation of conclusions; *Lisyatnikov M.S.* — analysis of the current state of the use of wooden structures, literature review; *Chibrikin D.A.* — design of graphic material, translation into English. All authors read and approved the final version of the article.

Funding. The work was carried out with the financial support of the Ministry of Science and Higher Education of the Russian Federation within the state assignment in the field of scientific activity (theme FZUN-2024-0004, state assignment of the VISU).

For citation: Abrakhin S.I., Lukina A.V., Lisyatnikov M.S., Chibrikin D.A. Predictive modeling methods for estimating the residual strength of wooden structures based on experimental data. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*. 2025;21(4):346–357. <http://doi.org/10.22363/1815-5235-2025-21-4-346-357>

Sergey I. Abrakhin, Candidate of Technical Sciences, Associate Professor of the Department of Building Structures, Institute of Architecture, Civil Engineering and Energy, Vladimir State University named after Alexander and Nikolay Stoletovs, 87 Gorky St, Vladimir, 600000, Russian Federation; eLIBRARY SPIN-code: 2121-2007, ORCID: 0009-0002-8589-4826; e-mail: abrahin_s@vlsu.ru

Anastasiya V. Lukina, Candidate of Technical Sciences, Associate Professor of the Department of Architectural and Construction Design and Environmental Physics, Institute of Architecture and Urban Planning, Moscow State University of Civil Engineering (National Research University), 26 Yaroslavskoye highway, Moscow, 129337, Russian Federation; eLIBRARY SPIN-code: 8745-0004; ORCID: 0000-0001-6065-678X; e-mail: pismo.33@yandex.ru

Mikhail S. Lisyatnikov, Candidate of Technical Sciences, Associate Professor of the Department of Building Structures, Institute of Architecture, Civil Engineering and Energy, Vladimir State University named after Alexander and Nikolay Stoletovs, 87 Gorky St, Vladimir, 600000, Russian Federation; eLIBRARY SPIN-code: 4089-7216, ORCID: 0000-0002-5262-6609; e-mail: mlisyatnikov@mail.ru

Danila A. Chibrikin, Candidate of Technical Sciences, Associate Professor of the Department of Building Structures, Institute of Architecture, Civil Engineering and Energy, Vladimir State University named after Alexander and Nikolay Stoletovs, 87 Gorky St, Vladimir, 600000, Russian Federation; eLIBRARY SPIN-code: 1809-6997, ORCID: 0000-0001-9278-4559; e-mail: dachibrikin@outlook.com

© Abrakhin S.I., Lukina A.V., Lisyatnikov M.S., Chibrikin D.A., 2025

This work is licensed under a Creative Commons Attribution-NonCommercial 4.0 International License
<https://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/legalcode>

Методы предсказательного моделирования для оценки остаточной прочности деревянных конструкций на основе экспериментальных данных

С.И. Абрахин¹, А.В. Лукина²✉, М.С. Лисятников¹, Д.А. Чибрикин¹

¹ Владимирский государственный университет имени Александра Григорьевича и Николая Григорьевича Столетовых, Владимир, Российская Федерация

² Национальный исследовательский Московский государственный строительный университет, Москва, Российская Федерация
✉ pismo.33@yandex.ru

Поступила в редакцию: 29 апреля 2025 г.

Доработана: 21 июля 2025 г.

Принята к публикации: 27 июля 2025 г.

Аннотация. Оценка несущей способности и прогнозирование остаточной прочности существующих конструкций является одной из самых сложных задач. Такое прогнозирование обычно выполняется на основе экспериментальных разрушающих испытаний образцов. Предложена методология прогнозирования остаточной прочности деревянных конструкций, основанная на результатах экспериментальных исследований по определению кратковременного сопротивления чистой древесины. В качестве объектов исследования были выбраны деревянные стропильные системы жилых домов 1950-х и начала 1960-х гг. постройки в г. Владимире. Для построения предсказательной модели остаточного ресурса конструкции были применены методы интерполяции и экстраполяции. Приведены подробные расчеты, наглядно показывающие возможность применения этих методов. Определено, что метод авторегрессии (метод Берга) показывает хорошие предсказательные результаты, коррелирующий с экспериментальными данными других исследований и теоретическими предположениями. Прогнозирование остаточного ресурса конструкции является ключевым фактором в обеспечении надежности и безопасности зданий, а также уменьшении эксплуатационных расходов в будущем.

Ключевые слова: здания, деревянные конструкции, прогнозирование, прочность, долговечность, интерполяция, экстраполяция

Заявление о конфликте интересов. Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

Вклад авторов: Абрахин С.И. — расчет и построение прогнозных моделей; Лукина А.В. — разработка программы исследований для получения экспериментальных данных, постановка цели и задачи исследования, написание текста, формулировка выводов; Лисятников М.С. — анализ современного состояния применения деревянных конструкций, литературный обзор; Чибрикин Д.А. — оформление графического материала, перевод на английский язык. Все авторы ознакомлены с окончательной версией статьи и одобрили ее.

Финансирование. Работа выполнена при финансовой поддержке Министерства науки и высшего образования Российской Федерации в рамках государственного задания в области научной деятельности (тема FZUN-2024-0004, государственное задание ВлГУ).

Для цитирования: Абрахин С.И., Лукина А.В., Лисятников М.С., Чибрикин Д.А. Методы предсказательного моделирования для оценки остаточной прочности деревянных конструкций на основе экспериментальных данных // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2025. Т. 21. № 4. С. 346–357. <http://doi.org/10.22363/1815-5235-2025-21-4-346-357>

1. Introduction

It is well known that the construction industry is the main wood consumer [1; 2]. Any building can be considered as a system, each element of which has its own operational lifespan. According to the Russian building code SP 64.13330¹, the operational life of wooden elements and structures of buildings of large-scale construction under normal operating conditions (residential and industrial buildings) is at least 50 years. Scientific literature review shows that wooden structures are often operated outside the service standards [3; 4]. The available operational life of wood allows it to be used in the elements of wooden structures of unique buildings [4; 5].

From the analysis of the studies on the strength of operating wooden structures, it can be noted that there are practically no data and recommendations for estimating and predicting their strength capacity, in particular beyond the limits of the service life standards [7].

¹ SP 64.13330. *SNiP II-25-80 Timber structures*. Moscow, 2017.

To ensure the safety and durability of the structure, it is necessary to consider the factors affecting the reliability of wooden structures: internal stresses in structures that do not correspond to their design values; external effects; maintenance system (preventive and systematic); technical qualifications of maintenance and repair personnel [7; 8].

During operation, the physical and mechanical properties of wood change, which leads to the emergence of imperfections [10]. Many imperfections are gradual in character: the system parameters gradually deteriorate during operation and at some point in time they reach values, at which further operation becomes impossible or impractical [9].

The study and development of recommendations to substantiate the remaining life for wooden structures will allow to correctly predict the necessary material resources for repairs, as well as to justify the feasibility of constructing a new building or structure to replace an existing one, if necessary. Thus, the creation of a reliable model for predicting the residual strength of wooden structures is a key task.

The purpose of this methodology is to perform predictive modeling to estimate the residual strength of wooden structures using the example of a rafter system (spar) based solely on the results of experimental studies of samples, which is the main novelty of this study.

2. Methods

For establishing the experimental study program, it is necessary to identify the factors that affect the reliability of the obtained results and the number of performed experiments [12]. An insufficient number of the affecting factors will lead to mediocre results that cannot be accepted as reliable without additional investigation [13]. An increased number of influencing factors will increase the accuracy of the work results, however, this will simultaneously lead to an increase in the number of experiments and a decrease in the economic effect of the study.

The following factors are considered optimal for estimating the residual strength of load-bearing wooden structures beyond the limits of the service life:

- service class;
- operating conditions;
- service life of construction objects;
- availability of information on current/total repairs;
- physical deterioration of structural elements;
- load-bearing structure type based on strength;
- cross-section design features;
- loading mode of structural elements.

Taking into account the above factors made it possible to prepare the necessary experimental research program and ensure the reliability of the obtained results [14].

Residential buildings built in Vladimir, Russia, in the 50s and early 60s were selected as the sites where standard wood samples were taken for the study of the physical and mechanical properties (Table 1).

Table 1

Results of experimental studies of wood samples under compression along the fibers

Type of structure	Rafter spar				
Purpose of the building	Residential building				
Age of the structure (<i>t</i>)	New	49	60	64	65
Year of construction	–	1974	1963	1959	1958
Test year	2023	2023	2023	2023	2023
Short-term resistance of pure wood R^n , MPA	30	29.6	27.87	25.38	24.13
Physical deterioration, %	–	37	43	46	46

Source: made by A.V. Lukina

The samples were selected from structural elements in the same stress-strain state — rafter spars. Blanks for the manufacture of standard samples were selected from the structural elements that had no visible defects or damage. Then, small reference samples were made from blanks cut from structures in laboratory conditions to determine the ultimate strength of the wood under compression along the fibers according to the interstate standard GOST 16483.10-73². Statistical data processing was carried out using the test results.

The physical deterioration of wooden structures of residential buildings was determined by the Delphi method [15]. The obtained experimental results of short-term resistance of pure wood (Table 1) served as the initial data for predictive modeling to estimate the residual strength of wooden structures (Table 2).

Table 2

**Experimental results of short-term resistance
of pure wood for interpolation and extrapolation**

№	1	2	3	4	5
<i>t</i>	0	49	60	64	65
<i>R</i> ⁿ	30	29.6	27.87	25.38	24.13

Source: made by A.V. Lukina

For more accurate predictive modeling of the residual strength of wooden structures, the design resistance values (R^{des}) for the service life of 75 and 100 years according to SP 64.13330 are determined as:

$$R^{des} = R^A m_{it} \Pi m_i.$$

Then, the design resistance for the grade II wood R^{des} (bending, compression and crushing along the fibers) for the service life of 75 years is: $R^{des} = 19.5 \times 0.66 \times 0.9 = 11.5 \text{ MPa}$, for 100 years and more:

$$R^{des} = 19.5 \times 0.66 \times 0.8 = 10.3 \text{ MPa}.$$

Thus, the minimum value of the design resistance cannot be less than 10.3 MPa. This value takes into account the decrease in the strength characteristics of wood over time due to prolonged exposure to loads and environmental factors.

The experimental results of short-term resistance of pure wood are recorded in tabular form in Table 2 for interpolation and extrapolation.

The experimental values of the short-term resistance of wood are presented in the form of nodal points on the graph (Figure 1).

To represent patterns, as well as in the process of scientific and engineering calculations, relationships in the form $y(x)$ are often used, and the number of specified points (hereinafter nodal) of these relationships is limited. The task of approximate computation of the function values in the intervals between the nodal points (interpolation) and beyond (extrapolation) inevitably arises. This task is solved by replacing it with some fairly simple function. Thus, it is necessary to use the methods of interpolation and extrapolation to estimate the value of short-term resistance of pure wood of wooden structures over the observed, historical, time period (0–65 years) and predict their future behavior (forecast period 66–200 years).

A decrease in the strength of wooden structures can occur as a result of bioerosion or physical deterioration [16]. It should be noted that the task of predictive modeling was not to identify the causes of the decrease in strength. The authors perform the simulation, assuming that the wooden structures were in normal operating conditions.

² GOST 16483.10-73. *Wood. Methods for determining the compressive strength along fibers*. Moscow: IPK Publishing House of Standards. 1999.

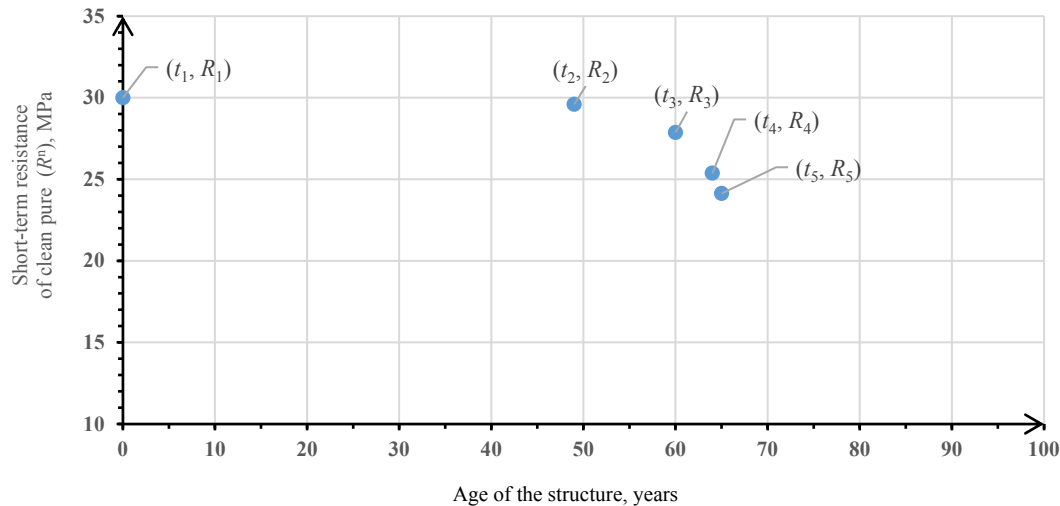


Figure 1. Nodal points of experimental data

Source: made by A.V. Lukina

2.1. Interpolation of Experimental Data

Interpolation allows to estimate resistance values for conditions, for which there are no direct measurements, but the interpolated values will accurately match the available experimental data. The results of interpolation beyond the limits of the range of available experimental data are not considered.

The most widely used interpolation methods are:

- piecewise-linear interpolation;
- polynomial interpolation;
- spline interpolation.

■ **Piecewise-linear Interpolation.** Piecewise-linear interpolation is a simple method that assumes that the parameter value changes linearly between two known points in the experimental data.

Piecewise-linear interpolation involves representing a tabulated function on each interval between the horizontal coordinates of the nodal points by a linear relationship: $R(t) = a_1 + a_2t$. Coefficients a_1 and a_2 are determined for each interval $[t_{i-1}, t_i]$ separately according to conditions:
$$\begin{cases} R(t_{i-1}) = R_{i-1}; \\ R(t_i) = R_i. \end{cases}$$

As a result, the piecewise-linear approximating function on the interval of $[t_{i-1}, t_i]$ has the form:

$$R_{(i-1)...i}(t) = R_{i-1} + \frac{R_i - R_{i-1}}{t_i - t_{i-1}}(t - t_{i-1}), \text{ and is continuous.}$$

For the experimental data presented in Table 2, the piecewise-linear function will take the form:

$$R(t) = \begin{cases} 30 - 0.00816t, & \text{when } t \in [0; 49]; \\ 37.30636 - 0.15727t, & \text{when } t \in [49; 60]; \\ 65.22 - 0.6225t, & \text{when } t \in [60; 64]; \\ 105.38 - 1.25t, & \text{when } t \in [64; 65]. \end{cases} \quad (1)$$

The graph of the piecewise-linear interpolation is shown in Figure 2. The interpolated values of short-term resistance of pure wood obtained over a historical time interval with piecewise-linear interpolation will be used to predict their future behavior during extrapolation.

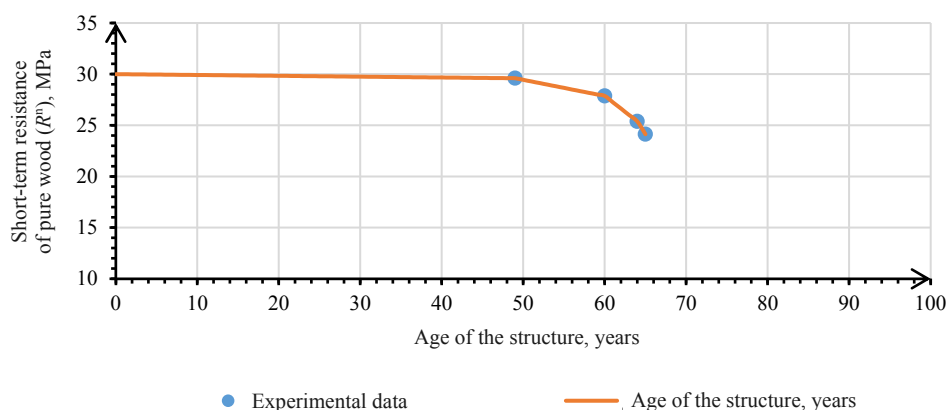


Figure 2. Piecewise linear interpolation of short-term resistance of pure wood

Source: made by S.I. Abrakhin

■ **Polynomial Interpolation Short-term resistance of pure wood (R^n), MPa.** Polynomial interpolation uses power polynomials to interpolate the relationships between points. A more accurate method than linear interpolation, especially when the relationship is nonlinear. Such polynomials are the Newton and Lagrange polynomials. They are the same polynomial, but its coefficients are calculated in different ways [17]. The interpretation of experimental data by the Lagrange polynomial is considered below.

The Lagrange interpolation polynomial is a method of constructing a power polynomial that passes exactly through the given set of points (interpolation nodes) $(t_1, R_1), \dots, (t_5, R_5)$. The Lagrange interpolation polynomial $P(t)$ is such that $P(t_i) = R_i$ for all $i = 1, \dots, 5$.

This method belongs to a class of interpolation methods that allow to reconstruct (approximate) function values at points that are not explicitly specified, based on a known set of function values at other points.

The Lagrange interpolation polynomial has the following form:

$$P(t) = \sum_i R_i \cdot L_i(t), \quad (2)$$

where $P(t)$ is the interpolation polynomial of degree no higher than the number of interpolation nodes; R_i is the function value at the interpolation node t_i . $L_i(t)$ is the fundamental Lagrange polynomial, which has the form of:

$$L_i(t) = \prod_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^5 \frac{(t - t_j)}{(t_i - t_j)}, \quad (3)$$

where t is the variable, for which the polynomial is evaluated; t_i is the horizontal coordinate of the i -th interpolation node; t_j is the horizontal coordinate of the j -th interpolation node.

As a result of substituting the experimental data and performing calculations in the Mathcad software, the Lagrange polynomial will take the form:

$$P(T) = -0.000083992644260501403349t^4 + 0.014084946303696303695t^3 - \\ - 0.7867660724691974691t^2 + 14.607068815113457969t + 30.0.$$

The graph of the Lagrange polynomial is presented in Figure 3.

The interpolated data of short-term resistance values of pure wood obtained over a historical time interval when interpolated by the Lagrange polynomial cannot be used to predict their future behavior by extrapolation methods because the interpolated values over a time interval from 0 to 49 years reach more than 100 MPa, which they do not correspond to the physical conduct of the material.

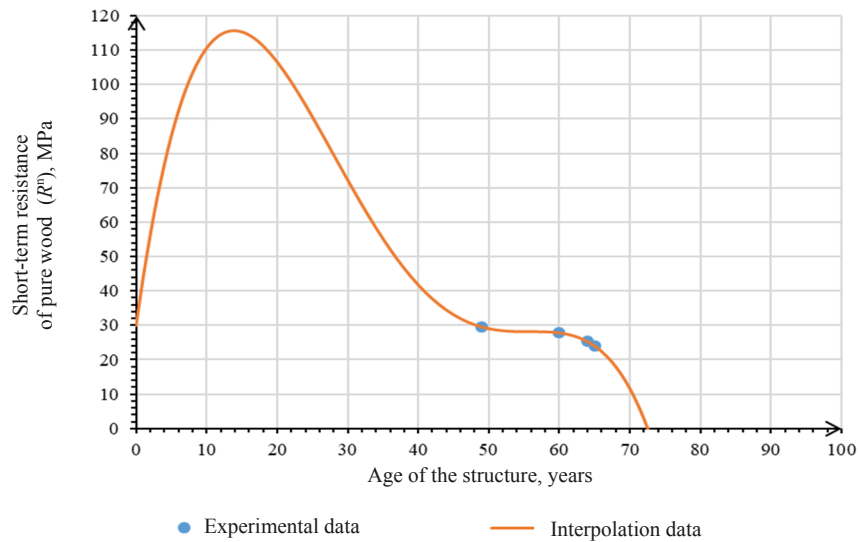


Figure 3. Lagrange polynomial interpolation of short-term resistance of pure wood
Source: made by S.I. Abrakhin

■ **Spline Interpolation.** Spline interpolation is a method of constructing a smooth function passing through specified nodal points of experimental data. The function is constructed from segments, each of which is a separate cubic function, selected so that at the nodal points not only the function itself, but also its first and second derivatives are continuous. At the boundaries of the experimental data, where it is impossible to achieve a complete convergence of the derivatives, additional conditions are applied: linear boundary conditions that define zero second derivatives at the boundaries; parabolic conditions ensure that the extreme segments of the spline are parabolas, the coefficient for the cubic term is zero; and cubic conditions ensure that the spline behaves like a cubic polynomial at the boundaries [18].

In the Figure 4 shows the results of spline interpolation of experimental data performed in MathCad, where Rl , Rp , and Rc are spline interpolation under linear, parabolic, and cubic boundary conditions, respectively.

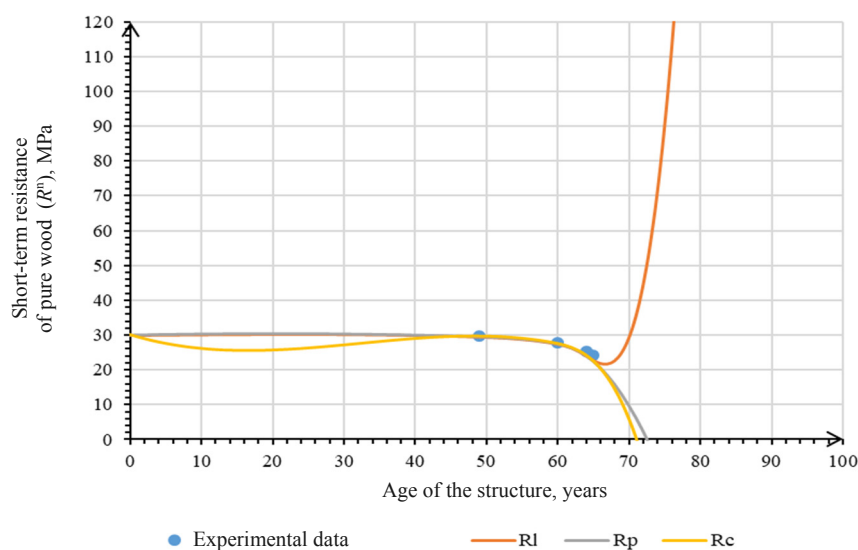


Figure 4. Spline interpolation of short-term resistance of pure wood
Source: made by S.I. Abrakhin

The results of spline interpolation using cubic conditions at the boundaries of experimental data (R_c) are not suitable for predicting their further behavior using the extrapolation method. The reason is that the interpolated values show a significant drop in strength to ~ 25 MPa over a time interval from 0 to 49 years, and then an unexpected increase, which contradicts the nature of the degradation of wood properties.

On the contrary, the interpolated data obtained using linear (R_l) and parabolic (R_p) boundary conditions at the boundaries of the experimental data for coupling the first and second derivatives show a moderate increase in the values of short-term resistance of pure wood over a time interval from 0 to 49 years to ~ 30.5 MPa. The data obtained can be used to predict future behavior by extrapolation, as they correspond to the physical behavior of wood.

2.2. Extrapolation of Experimental Data

Extrapolation is a method of estimating the values of short-term resistance of wood outside the range of available experimental data. It is used to predict the resistance values of pure wood in the future or under other unexplored conditions. Extrapolation is riskier than interpolation, as it assumes that the relationship identified within the experimental data will persist beyond its boundaries.

Experimental data extrapolation is the process of selecting a mathematical function or model that best describes a set of experimental nodal points. The goal is to find a relationship between variables that minimizes the error between the predicted model values and the actual experimental data.

Extrapolation by a power polynomial of power n : $R_n(t) = a_0 + \sum_{i=1}^n a_i t^i$ and a linear function, which is its particular case when $n = 1$, is not considered, since these results will correspond to polynomial interpolation.

The following extrapolation options for the available experimental data are considered:

- exponential extrapolation: $R_{\text{exp}}(t) = ae^{b \cdot t} + c$;
- logistic extrapolation: $R_{\text{lg}}(t) = \frac{a}{1 + be^{-ct}}$;
- sinusoidal extrapolation: $R_{\text{sin}}(t) = a \sin(t + b) + c$;
- power extrapolation: $R_{\text{pwr}}(t) = at^b + c$;
- logarithmic extrapolation: $R_{\text{log}}(t) = a \ln(b + t) + c$.

Based on the results of minimizing the error between the model values and the real experimental data, coefficients a , b , and c are calculated, which, when substituted, will allow to estimate the resistance value outside the range of the experimental data.

The results of extrapolation of the experimental data performed in the Mathcad software are shown in Figure 5.

It can be concluded from the obtained results that sinusoidal R_{sin} extrapolation gives the resistance values varying from ≈ 25 to ≈ 31 MPa with a period of around 7 years. Sigmoidal R_{sgn} and logarithmic R_{log} extrapolation give a constant value (30 and 0 respectively). Exponential R_{exp} and power R_{pwr} extrapolation show good results in the historical range of experimental data with a coefficient of determination of 0.999 and 0.998, respectively, but outside the historical period, the resistance values become negative by the age of 75, which is not consistent with reality. Therefore, these extrapolation methods cannot be used to predict the residual strength of wooden structures.

There remains the option of extrapolating experimental data using the autoregression method. The autoregression (AR) method is a statistical time series analysis method that is used to predict future values of a series based on its previous observations.

The underlying concept of the autoregression method is that the current value of a time series can be represented as a linear combination of several previous values of the same series and a random error. The formula of the autoregression model is as follows:

$$R_t = a_{t-1}R_{t-1} + a_{t-2}R_{t-2} + \dots + a_{t-p}R_{t-p} + \varepsilon, \quad (4)$$

where R_t is the current value of the time series; $a_{t-1}, a_{t-2}, \dots, a_{t-p}$ are the regression coefficients; $R_{t-1}, R_{t-2}, \dots, R_{t-p}$ are the time series values from the previous periods; p is the order of the model (the amount of previous values of the time series considered); $\varepsilon(p)$ is the prediction error.

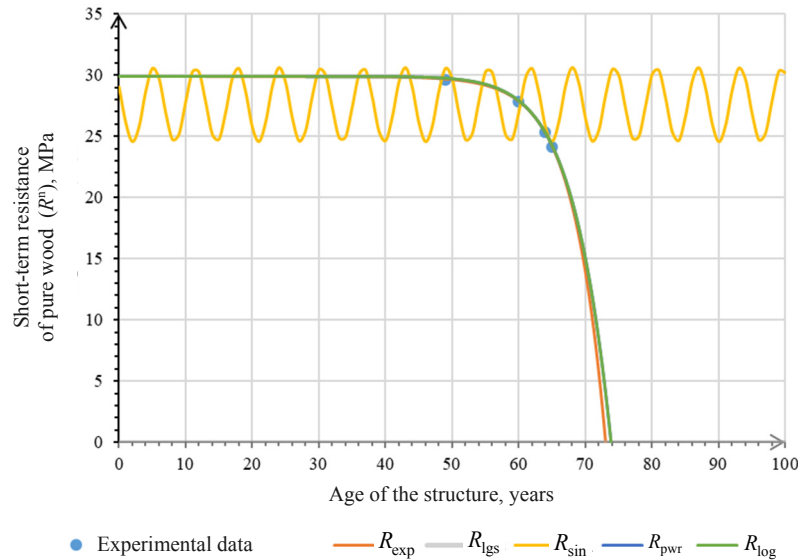


Figure 5. Approximation of short-term resistance values of pure wood

S o u r c e: made by S.I. Abrakhin

One of the autoregression methods of is the Burg method. Its main task is to find the coefficients $a_{t-1}, a_{t-2}, \dots, a_{t-p}$ that minimize the prediction error $\varepsilon(p)$. The main difference between Burg method and other algorithms is that it minimizes the prediction error, both in the forward and backward directions. This leads to more stable and reliable estimates of the coefficients, especially when working with short time series.

The results of the extrapolation carried out in the MathCad software using the Burg method of interpolation of the experimental data obtained as a result of piecewise-linear interpolation are shown in Figure 6.

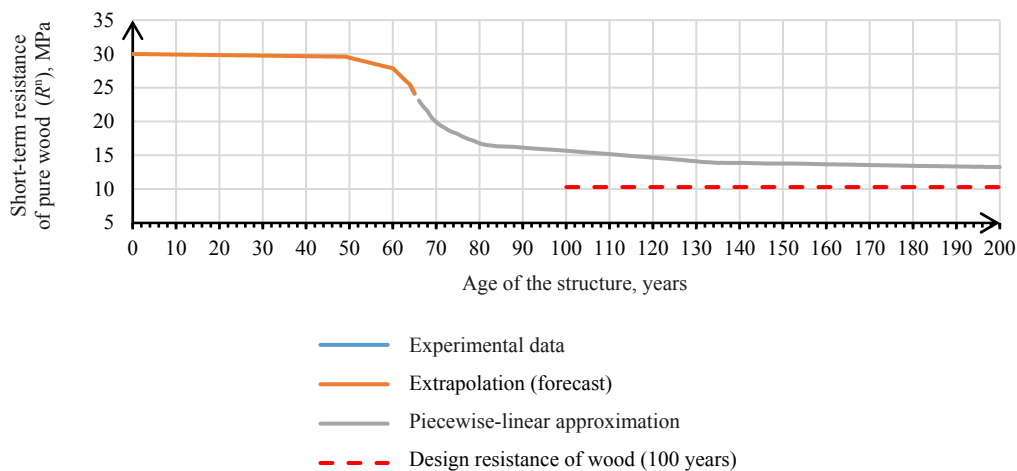


Figure 6. Results of extrapolation of piecewise linear interpolation of experimental data

S o u r c e: made by S.I. Abrakhin and A.V. Lukina

3. Results and Discussion

The developed model (Figure 6) should be verified by comparison with theoretical and experimental studies [19; 20]. As seen from the graph in Fig. 6, the system proposed as a predictive model for estimating the residual strength of wooden structures is consistent with the curve of long-term resistance of wood developed by F.P. Belyankin and U.V. Ivanov and the Weibull exponential law [21; 22]. The asymptotic nature of the curve of long-term resistance of wood shows that, although the ultimate strength decreases with increasing duration of the applied load, it is not unlimited — it tends to a certain constant value $\sigma_{дл}$, equal to the vertical coordinate of the asymptote of the curve [23; 24].

In the context of the reliability of wooden structures, the use of the Weibull exponential law allows to take into account the variability of the mechanical properties of wood and estimate the likelihood of failure under prolonged loading. In applied calculations, the reliability of a system is expressed by an exponential law [25]. A model based on the Weibull distribution is also often used. The probability of fail-safe operation is defined as:

$$P(t) = \exp \left[- \left(\frac{t}{t_c} \right)^\beta \right], \quad (5)$$

where t_c and β are positive parameters.

For $\beta > 1$, formula (5) describes the behavior of “aging” objects, in which the failure rate increases over time. The failure rate is usually relatively high at the beginning. Then it decreases and remains approximately constant over a long period of operation, increasing towards the end due to aging or deterioration.

The developed predictive modeling graph for estimating the residual strength of wooden structures (rafter spars) based on experimental data (Figure 6) has a nonlinear relationship, where the initial strength of wood decreases with increasing time of being subjected to the load. An important aspect of this curve is that it allows to take into account the time factor when assessing the strength of wood, which is critical for long-term structural design.

In [26], the values of the ultimate strength of rafter spars in residential buildings built in the 1930s were determined: 15.25 and 15.36 MPa. At the time of the experimental studies, the age of the structures was just over 90 years. Analyzing the predictive modeling for estimating the residual strength of wooden structures based on the Burg method, it can be found that the experimental data of the author of [27] correlate very well with the graph in Figure 6.

The predictive modeling curve can be interpreted as a reflection of the change in the strength parameter over time. As the load exposure time increases, the strength parameter decreases, which leads to an increased probability of failure (destruction). Thus, the developed predictive modeling graph can be used to quantify the residual strength of wood over time.

4. Conclusion

Interpolation and extrapolation of experimental data on the short-term resistance of pure wood are important tools for estimating the residual life of wooden structures. They allow using limited data to predict changes in the strength characteristics of wood over time, which is essential for the safe and efficient operation of wooden structures.

Extrapolation, being a riskier process, requires the use of mathematical models of wood aging and confirmation of the results by additional experimental studies.

1. An interpretation of the processes of deformation and degradation of the strength of wooden structures is proposed based on modeling the values of the residual strength of wooden structures obtained experimentally.

2. A predictive modeling algorithm has been developed and implemented to estimate the residual strength of wooden structures based on experimental data.

3. The developed predictive modeling graph for estimating the residual strength of wooden structures has good convergence with the theoretical assumptions and experimental results of other studies.

4. The use of the described approaches will help engineers to manage the operational life of wooden structures more effectively, ensuring their reliability and durability.

The use of the results of the work in updating the regulatory framework and the practice of construction (repair) will ensure the adaptability of wooden load-bearing structures to prevent and eliminate failures through maintenance and timely repairs.

References

1. Repin V.A., Lukina A.V., Strekalkin A.A. Parameterization of Maxwell — Cremona diagram for determining forces in elements of a scissors truss. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*. 2024;20(2):97–108. <http://doi.org/10.22363/1815-5235-2024-20-2-97-108> EDN: KZTKLX
2. Griбанov A.S., Roshchina S.I., Popova M.V., Sergeev M.S. Laminar polymer composites for wooden structures. *Magazine of Civil Engineering*. 2018;7(83):3–11. <http://doi.org/10.18720/MCE.83.1> EDN: ZDIKJN
3. Jašek M., Stejskalová K., Fojtík R., Ingeli R. Analysis of the service life of wooden bridge structures using structural protection. *Case Studies in Construction Materials*. 2025;22:e04453. <http://doi.org/10.1016/J.CSCM.2025.E04453>
4. Yadav S., Purchase D. Biodeterioration of cultural heritage monuments: A review of their deterioration mechanisms and conservation. *International Biodeterioration & Biodegradation*. 2025;201:106066. <http://doi.org/10.1016/J.IBIOD.2025.106066>
5. Qiao Ze.H., Jiang Sh.F., Tang W.J., Li Ni.L. Dual-indicator prediction model for the safety of Chinese ancient wooden structures subjected to bioerosion. *Journal of Building Engineering*. 2021;43:102868. <http://doi.org/10.1016/J.JOBE.2021.102868> EDN: XLWCSO
6. Mackiewicz M., Zimiński K., Pawłowicz J.A., Knyziak P. Evaluation of the historic wooden structure condition based on the results of non-destructive tests. *Engineering Failure Analysis*. 2024;159:108116. <http://doi.org/10.1016/J.ENGFAILANAL.2024.108116> EDN: GQTVZV
7. Andersen C.E., Hoxha E., Rasmussen F.N., Sorensen C.G., Birgisdottir H. Temporal considerations in life cycle assessments of wooden buildings: Implications for design incentives. *Journal of Cleaner Production*. 2024;445:141260. <http://doi.org/10.1016/J.JCLEPRO.2024.141260> EDN: DPSBPV
8. Califano A., Leijonhufvud G., Bichlmair S., Kilian R., Wessberg M., Sepe R., Lamanna G., Bertolin C. Cumulative climate-induced fatigue damage in wooden painted surfaces: The case of wooden churches in Sweden. *Journal of Cultural Heritage*. 2024;67:313–325. <http://doi.org/10.1016/J.CULHER.2024.03.017> EDN: QRXCCF
9. Silva A., de Brito J. Service life of building envelopes: A critical literature review. *Journal of Building Engineering*. 2021;44:102646. <http://doi.org/10.1016/J.JOBE.2021.102646> EDN: GPEQBG
10. Shirmohammadi M., Leggate W., Redman A. Effects of moisture ingress and egress on the performance and service life of mass timber products in buildings: a review. *Construction and Building Materials*. 2021;(290):123176. <http://doi.org/10.1016/J.CONBUILDMAT.2021.123176> EDN: JOSSIT
11. Wang Q., Wang Z., Feng X., Zhao Y., Li Z. Mechanical properties and probabilistic models of wood and engineered wood products: A review of green construction materials. *Case Studies in Construction Materials*. 2024;(21): e03796. <http://doi.org/10.1016/J.CSCM.2024.E03796> EDN: GGNEVS
12. Gomon S., Homon S., Pavluk A., Matviiuk O., Sasiuk Z., Puhach Y., Svyrydiuk O. Hypotheses and prerequisites for modelling the stress-strain state of wooden element normal cross-section using the deformation calculation method. *Procedia Structural Integrity*. 2024;(59):559–565. <http://doi.org/10.1016/J.PROSTR.2024.04.079> EDN: JCSOQ
13. Lisyatnikov M., Lukina A., Lukin M., Roschina S. Experimental study of a wooden girder truss with composite chords. *Architecture and Engineering*. 2024;9(2):47–56. <http://doi.org/10.23968/2500-0055-2024-9-2-47-56> EDN: IFJAHS
14. Roshchina S.I., Lukina A.V., Narmania B.E., Lisyatnikov M.S., Lukin M.V. Life cycle study of buildings wooden coverings in the textile industry. *Izvestiya Vysshikh Uchebnykh Zavedenii, Seriya Tekhnologiya Tekstil'noi Promyshlennosti*. 2024;(4):201–208. (In Russ.) http://doi.org/10.47367/0021-3497_2024_4_201 EDN: LZQWBR
15. Chernykh A.G., Korolkov D.I., Danilov E.V., Kazakevich T.N., Koval P.S. Estimation of the residual resource of wooden structures by the amount of physical wear. *Housing Construction*. 2022;(4):66–72. (In Russ.) <http://doi.org/10.31659/0044-4472-2022-4-66-71> EDN: OFDSHE
16. Roschina S.I., Lukina A.V., Sergeev M.S., Vlasov A.V., Griбанov A.S. Restoration of wooden constructions by impregnation of polymer composition on the example of industrial buildings of light and textile industry. *Izvestiya Vysshikh Uchebnykh Zavedenii, Seriya Tekhnologiya Tekstil'noi Promyshlennosti*. 2016;(5):76–80. (In Russ.) EDN: XHYJRT
17. Lam D.H., Cuong L.N., Van Manh P., Van Minh N. On the conditioning of the Newton formula for Lagrange interpolation. *Journal of Mathematical Analysis and Applications*. 2022;(1):125473. <http://doi.org/10.1016/J.JMAA.2021.125473>

18. Kalitkin N.N. *Numerical methods: textbook. stipend.* 2nd ed., revised. St. Petersburg: BHV Petersburg publ.; 2011. (In Russ.)
19. Zoteev V.E., Makarov R.Y. Numerical method of determining creep model parameters within the first two stages of creep. *Vestnik of Samara University. Aerospace and Mechanical Engineering.* 2017;16(2):145–156. (In Russ.) <http://doi.org/10.18287/2541-7533-2017-16-2-145-156> EDN: ZAETOH
20. Chernykh A., Korolkov D., Nizhegorodtsev D., Kazakevich T., Mamedov S. Estimating the residual operating life of wooden structures in high humidity conditions. *Architecture and Engineering.* 2020;5(1):10–19. <http://doi.org/10.23968/2500-0055-2020-5-1-10-19> EDN: LYBAZC
21. Ivanov Yu.M., Slavik Yu.Y. Assessment of long-term bending strength of wood based on the results of short-term tests. *Bulletin of Higher Educational Institutions.* 1981;(2):66–70. (In Russ.) <https://lesnoizhurnal.ru/apxiv/1981/%E2%84%962-1981.pdf>
22. Belyankin F.P. *Long-term resistance of a tree.* Moscow, Leningrad : ONTI Publ.; 1934. (In Russ.) Available from: <https://djvu.online/file/ElrD5VAqf2tv1> (accessed: 15.02.2025).
23. Sindhu T.N., Atangana A., Riaz M.B., Abushal T.A. Bivariate entropy-transformed Weibull distribution for modelling bivariate system-simulated data from a computer series: Mathematical features and applied results. *Alexandria Engineering Journal.* 2025;117:593–608. <http://doi.org/10.1016/j.aej.2024.12.107>
24. Roshchina S.I. Theoretical studies of reinforced wooden structures taking into account long-term force effects. *Industrial and Civil Engineering.* 2008;(1):48–49. (In Russ.) EDN: IJBHCR
25. Sheshukova N.V. Rheological behavior of wood under permanently acting load. *Bulletin of the St. Petersburg Forest Engineering Academy.* 2008;(184):180–185. (In Russ.) EDN: MVLVIL
26. Hung K.-C., Wu T.-L., Chen Y.-L., Wu J.-H. Assessing the effect of wood acetylation on mechanical properties and extended creep behavior of wood/recycled-polypropylene composites. *Construction and Building Materials.* 2016; 108:139–145. <http://doi.org/10.1016/j.conbuildmat.2016.01.039>
27. Nikitina T.A. *Technological lifespan of coniferous retrowood in the elements of wooden structures. dis. ... Candidate of Technical Sciences.* 2021. (In Russ.) EDN: RQLTBR

СТРОИТЕЛЬНЫЕ МАТЕРИАЛЫ И ИЗДЕЛИЯ CONSTRUCTION MATERIALS AND PRODUCTS

DOI: 10.22363/1815-5235-2025-21-4-358-373

EDN: CLHGBZ

Research article / Научная статья

Determination of Key Quality Indicators of Multilayer Building Structures

Yulianna A. Morozova¹, Galina E. Okolnikova^{1,2}, Andrey A. Morozov³,
Alexey I. Pritykin^{3,4}, Serdar B. Yazyev¹

¹ RUDN University, Moscow, *Russian Federation*

² Moscow State University of Civil Engineering (National Research University), Moscow, *Russian Federation*

³ Kaliningrad State Technical University, Kaliningrad, *Russian Federation*

⁴ Immanuel Kant Baltic Federal University, Kaliningrad, *Russian Federation*

✉ juliaandreeva99@mail.ru

Received: May 6, 2025

Revised: July 12, 2025

Accepted: July 27, 2025

Abstract. The development of layered structures represents a viable and promising avenue in the field of construction, as their utilization has the potential to significantly enhance strength characteristics, resistance against external forces, as well as enhance the thermal and acoustic insulation properties of buildings and structures. The aim of this study is to investigate the diversity and benefits of utilizing multilayer building components as an alternative to conventional structures, as well as to analyze the characteristics of their operation. Based on the findings of the study, it can be inferred that multilayered structures offer enhanced thermal and acoustic insulation characteristics, which contribute to the creation of a more comfortable living and working environment. Additionally, these structures can significantly decrease the weight of buildings, leading to potential savings in foundation and other structural components.

Keywords: multilayer structures, rubber-based concrete, additive technologies, corrugated structures, wall systems

Conflicts of interest. The authors declare that there is no conflict of interest.

Yulianna A. Morozova, Postgraduate student at the Department of Construction Technologies and Structural Materials, Academy of Engineering, RUDN University, 6 Miklukho-Maklaya St, Moscow, 117198, Russian Federation; eLIBRARY SPIN-code: 6036-8067, ORCID: 0000-0003-4880-887X; e-mail: juliaandreeva99@mail.ru

Galina E. Okolnikova, Candidate of Technical Sciences, Associate Professor, Department Construction Technologies and Structural Materials, Academy of Engineering, RUDN University, 6 Miklukho-Maklaya St, Moscow, 117198, Russian Federation; Professor, Department of Reinforced Concrete and Masonry Structures, Moscow State University of Civil Engineering (National Research University MGSU), 26 Yaroslavskoe shosse, Moscow, 129337, Russian Federation; eLIBRARY SPIN-code: 8731-8713, ORCID: 0000-0002-8143-4614; e-mail: okolnikova_ge@mail.ru

Andrey A. Morozov, Postgraduate student at the Department of Construction, Kaliningrad State Technical University, 1 Sovetsky prospekt, Kaliningrad, 236022, Russian Federation; eLIBRARY SPIN-code: 9458-7341; ORCID: 0000-0002-5078-7302; e-mail: morozov99aa@gmail.com

Alexey I. Pritykin, Doctor of Technical Sciences, Professor, Department of Construction, Kaliningrad State Technical University (KGTU), 1 Sovetsky prospekt, Kaliningrad, 236022, Russian Federation; Professor, Educational scientific cluster «Institute of High Technologies», Immanuel Kant Baltic Federal University (IKBFU), 14 Nevsky St, Kaliningrad, 236041, Russian Federation; eLIBRARY SPIN-code: 8596-1485, ORCID: 0000-0002-6597-8558; e-mail: prit_alex@mail.ru

Serdar B. Yazyev, Doctor of Technical Sciences, Head of the Department Construction Technologies and Structural Materials, Academy of Engineering, RUDN University, 6 Miklukho-Maklaya St, Moscow, 117198, Russian Federation; eLIBRARY SPIN-code: 6065-1733, ORCID: 0000-0002-7839-7381; e-mail: yazyev_sb@pfur.ru

© Morozova Y.A., Okolnikova G.E., Morozov A.A., Pritykin A.I., Yazyev S.B., 2025



This work is licensed under a Creative Commons Attribution-NonCommercial 4.0 International License
<https://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/legalcode>

Authors' contribution: Okolnikova G.E. — supervision, conceptualization, review; Pritykin A.I. — supervision, review and editing. Morozova Y.A. — literature review, experimental investigation, data processing, conclusions. Morozov A.A. and Yazyev S.B. — literature review, writing. All authors read and approved the final version of the article.

For citation: Morozova Y.A., Okolnikova G.E., Morozov A.A., Pritykin A.I., Yazyev S.B. Determination of key quality indicators of multilayer building structures. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*. 2025;21(4):358–373. <http://doi.org/10.22363/1815-5235-2025-21-4-358-373>

Определение основных показателей качества многослойных строительных конструкций

Ю.А. Морозова¹, Г.Э. Окольников^{1,2}, А.А. Морозов³, А.И. Притыкин^{3,4}, С.Б. Языев¹

¹ Российский университет дружбы народов, Москва, Российская Федерация

² Национальный исследовательский Московский государственный строительный университет, Москва, Российская Федерация

³ Калининградский государственный технический университет, Калининград, Российская Федерация

⁴ Балтийский федеральный университет им. Иммануила Канта, Калининград, Российская Федерация

✉ juliaandreeva99@mail.ru

Поступила в редакцию: 6 мая 2025 г.

Доработана: 12 июля 2025 г.

Принята к публикации: 27 июля 2025 г.

Аннотация. Разработка слоистых конструкций — перспективное направление в области строительства. Использование данного типа конструкций имеет потенциал для значительного повышения прочностных характеристик, устойчивости к внешним силовым воздействиям, а также улучшения тепло- и звукоизоляционных свойств зданий и сооружений. Цель работы — исследование разнообразия и преимуществ применения многослойных строительных элементов в качестве альтернативы традиционным конструкциям, а также анализ особенностей их функционирования. На основании полученных результатов исследования можно сделать вывод, что многослойные конструкции обладают улучшенными тепло- и звукоизоляционными характеристиками, что способствует созданию более комфортной среды для эксплуатации. Кроме того, эти конструкции могут значительно снизить вес зданий, что приводит к потенциальной экономии на фундаменте и других конструктивных компонентах.

Ключевые слова: многослойные конструкции, бетон на основе каучука, каутоны, аддитивные технологии, гофрированные конструкции, стеновые системы

Заявление о конфликте интересов. Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

Вклад авторов: Окольников Г.Э. — научное руководство, концепция исследования, рецензирование; Притыкин А.И. — научное руководство, рецензирование и редактирование; Морозова Ю.А. — обзор литературы, обработка результатов, выводы; Морозов А.А. и Языев С.Б. — обзор литературы, написание текста. Все авторы ознакомлены с окончательной версией статьи и одобрили ее.

Для цитирования: Morozova Y.A., Okolnikova G.E., Morozov A.A., Pritykin A.I., Yazyev S.B. Determination of key quality indicators of multilayer building structures // *Строительная механика инженерных конструкций и сооружений*. 2025. Т. 21. № 4. С. 358–373. <http://doi.org/10.22363/1815-5235-2025-21-4-358-373>

Морозова Юлианна Андреевна, аспирант кафедры технологий строительства и конструкционных материалов, инженерная академия, Российский университет дружбы народов, Российская Федерация, 117198, Москва, ул. Миклухо-Маклая, д. 6; eLIBRARY SPIN-код 6036-8067, ORCID: 0000-0003-4880-887X; e-mail: juliaandreeva99@mail.ru

Окольников Галина Эриковна, кандидат технических наук, доцент кафедры технологий строительства и конструкционных материалов, инженерная академия, Российский университет дружбы народов, Российская Федерация, 117198, г. Москва, ул. Миклухо-Маклая, д. 6; доцент кафедры железобетонных и каменных конструкций, Национальный исследовательский Московский государственный строительный университет, Российская Федерация, 129337, г. Москва, Ярославское шоссе, д. 26; eLIBRARY SPIN-код 8731-8713, ORCID: 0000-0002-8143-4614; e-mail: okolnikova_ge@mail.ru

Морозов Андрей Андреевич, аспирант кафедры строительства, Калининградский государственный технический университет, Российская Федерация, 236022, Калининград, Советский пр-кт, д. 1; eLIBRARY SPIN-код 9458-7341, ORCID: 0000-0002-5078-7302; e-mail: morozov99aa@gmail.com

Притыкин Алексей Игоревич, доктор технических наук, профессор кафедры строительства, Калининградский государственный технический университет, Российская Федерация, 236022, г. Калининград, Советский проспект, д. 1; профессор образовательного научного кластера Института высоких технологий, Балтийский федеральный университет им. Иммануила Канта, Российская Федерация, 236041, г. Калининград, улица Невского, д. 14; eLIBRARY SPIN-код 8596-1485, ORCID: 0000-0002-6597-8558; e-mail: prit_alex@mail.ru

Языев Сердар Батырович, доктор технических наук, заведующий кафедрой технологий строительства и конструкционных материалов, инженерная академия, Российский университет дружбы народов, Российская Федерация, 117198, г. Москва, ул. Миклухо-Маклая, д. 6; eLIBRARY SPIN-код 6065-1733, ORCID: 0000-0002-7839-7381; e-mail: yazyev_sb@pfur.ru

1. Introduction

Today, the development of new load-bearing structural systems and calculation methods is a relevant issue, allowing for more accurate estimations in order to decrease the specific weight of the structure, costs and complexity of construction, enhance the load-bearing capacity, crack resistance, and durability of buildings and structures.

One area of progress in load-bearing systems is the development of composite structures and materials with new properties that are not inherent in the original components and allow creating new architectural solutions, improving the quality of buildings and reducing construction costs [1; 2]. Structural wear has become a critical issue in the modern construction industry worldwide. Article [3] provides a comprehensive view of the complex application of composite materials to improve restoration methods, including applications in the repair, strengthening and modernization of concrete structures in the modern construction industry. In [4–6], an in-depth analysis of modern research and applications of composite materials aimed at developing innovative and environmentally friendly construction solutions was carried out. The article also discusses the mechanical characteristics and possible impact of these composites in the context of sustainable architectural practice. In [7], an analysis of the available experimental and theoretical studies on determining the fire-hazardous properties of polymer composite materials and structures in modern construction was carried out. Components and structures operating in the marine environment are subjected to high loads associated with the action of wind, waves and tides [8]. In addition, they have to deal with adverse and harsh environmental conditions throughout their service life. Composite materials, in most cases fiber-reinforced polymers, are currently used in many applications where low weight and high specific modulus of elasticity and strength are crucial [9]. Composite materials are popular not only in civil engineering, they are also used in shipbuilding. In [10], the authors presented a simple and effective analytical method for calculating the ultimate longitudinal strength and analyzing the reliability of a marine hull made of composite materials.

The creation of composite (or layered) structures is an efficient and promising trend in the construction industry. Composite structures have gained significant popularity due to their ability to significantly enhance strength characteristics [11], resistance to external forces, as well as to improve thermal and acoustic insulation properties of buildings and structures [12]. In [13], structural and morphological characteristics are presented, which show that composite materials are of great importance and represent new materials with special properties, where the concentration and nature of the filler affect the structure of nanomaterials and their conductivity.

Composite materials have been actively used as a substitute for traditional and already familiar materials due to their use in housing construction [14]. In [15], the authors considered and analyzed the problem of maintainability of composite structures, compared the strength characteristics of composite structures before and after damage in order to assess the effectiveness of composite materials in the construction industry. Article [16] collected and analyzed information on the use and main types of polymer composite materials in relation to the decorative design of facades in housing construction. In [17], aspects of the use of corrosion-resistant composite materials in the construction of reinforced concrete structures are analyzed with an assessment of both advantages and disadvantages, confirming the prospects of studying this area.

Composite materials are used not only in housing construction. In [18], the experience of using polymer composite materials in shipbuilding is presented, examples of ship structures made using these materials are given, where the main technological qualities are analyzed, according to which polymer composite materials are tested to select their field of application.

Composite structures can be manufactured from various metals, such as steel and aluminum, and are applicable in various industries, including manufacturing, construction, and transportation. An efficient infrastructure in any country cannot exist without the construction of strong and durable bridges. According to international experience, the actual service life of bridges built from materials common in bridge construction, such as wood, metal and reinforced concrete, is noticeably reduced in modern conditions.

In study [19], a comparative analysis of the use of traditional and synthetic materials in bridge structures was performed.

In the context of the construction of bridge structures, article [20] discusses methods for quality control of reinforcement of reinforced concrete structures with external reinforcement systems made of composite materials as a load-bearing material in bridge structures. In [21], an analysis of the Russian composite materials market was carried out in order to understand the existing problems, advantages and prospects of market development.

Such structures enable the optimization of the manufacturing process. For instance, the utilization of advanced 3D printing techniques can considerably simplify the creation of intricate geometric shapes and enhance the quality of the finished product. In recent years, various countries have seen diverse experiences in the introduction of additive manufacturing in the construction of buildings using 3D printing carried out using robots or automated equipment [22]. In [23; 24], the advantages and disadvantages of using 3D concrete construction printing, the features and the possibility of using this technology for industrial and civil construction in the Russian Federation are substantiated. Article [25] discusses and classifies the advantages, problems and risks associated with 3D printing in construction, as the use of 3D printing technology provides a number of advantages over traditional methods. The analysis of buildings created using 3D printing is also carried out, with an emphasis on their design, dimensions, construction time and the need for additional structural elements. 3D printing is a new method used in the construction sector to increase economic efficiency and reduce environmental impact. In study [26], the results showed that houses built using additive manufacturing and 3D printing materials are more environmentally friendly. Article [27] discusses the use of various additive construction systems with integrated algorithms for building information modeling, as there is a huge potential for changing the way cement materials are manufactured and environmental aspects are considered, especially in complex structures.

Technologies for creating concrete or steel structures with 3D printing are entering the market thanks to the creation of the first printed buildings and bridges [28]. This opens up new opportunities to accelerate construction and reduce costs by minimizing labor and waste materials. In addition, 3D printing makes it possible to implement complex architectural forms that are inaccessible to traditional construction methods.

Polymer concrete, which uses synthetic resins such as rubber as binders (commonly known as caoutchouc), demonstrates outstanding physical, mechanical, and chemical properties. The double-layer structure of concrete and rubber-based concrete effectively exploits the best qualities and advantages of each material [29]. Concrete performs well in compression, whereas rubber possesses high compressive and tensile strength, making it a suitable material for safeguarding products and structures from corrosion in aggressive environments. In study [30], an experimental determination of internal friction in materials such as rubber concretes based on low molecular weight polybutadiene rubber was carried out using the pulse action method. It was found that the addition of steel fiber reduces internal friction in the material, while polymer fiber has the opposite effect. In article [31], rubber concrete was studied as a polymer concrete with high performance characteristics, and a comparative analysis of the three stages of the stress-strain state of polymer concrete structures with and without dispersed reinforcement is carried out, similar to bent elements made of reinforced concrete and fibrocrete.

In the process of constructing small-scale man-made structures such as overpasses, tunnels, and underground pedestrian passages, corrugated metal constructions are frequently employed. Corrugated structures are often used in railway construction. Article [32] analyzes damage to transport structures made of corrugated metal structures located in the body of a railway track or road that occur during operation. A constructive method for restoring the bearing capacity of such structures is proposed, which involves installing an annular rib inside the concave part of the corrugated metal profile. Study [33] considers methods for increasing the load-bearing capacity of corrugated metal structures of transport structures through the use of transverse stiffeners, including additional corrugation and stiffeners. An approach for calculating equivalent loads occurring during rolling stock movement is also presented. It has been established that the use of double corrugation contributes to a significant increase in the bearing

capacity of such structures. These structures may comprise multiple layers of materials and exhibit enhanced operational attributes [34] such as thermal conductivity and resilience to mechanical stress owing to their layered configuration.

Among these structures are multilayered enclosing wall systems that can serve as supporting elements in low-rise structures or as self-sustaining structures in multi-storied buildings. These systems comprise an exterior cladding layer and an interior structural layer that are joined together through specialized connections. A layer of insulation is positioned between these two components, significantly enhancing the rigidity, stability, and durability of the entire structure.

Despite serious efforts to study multilayer structures, their application remains limited, and current design methods are not always ideal. This study aims to eliminate these limitations through a comprehensive analysis of the advantages and effectiveness of using multilayer building components, which will expand their scope of application and contribute to the development of more innovative and efficient construction solutions.

The study aims to investigate the key characteristics of multilayer structures used in the construction of buildings, with an emphasis on assessing their potential as an alternative to traditional structural solutions and analyzing operational properties. The object of research in this article is multilayer structures used in the construction of buildings.

Research objectives:

- based on the analysis of literary sources and the results of previous research, to identify and systematize the advantages inherent in multilayer structures;
- to carry out a comparative analysis of the operational characteristics of various types of multilayer structures with the characteristics of traditional structural solutions;
- to evaluate the economic feasibility of using multilayer structures.

2. Methods

Multilayer structures offer a wide range of possible combinations, depending on the shape of the cross-section, the properties of the materials and the nature of the application, as evidenced by the various examples shown in Figures 1, 2.

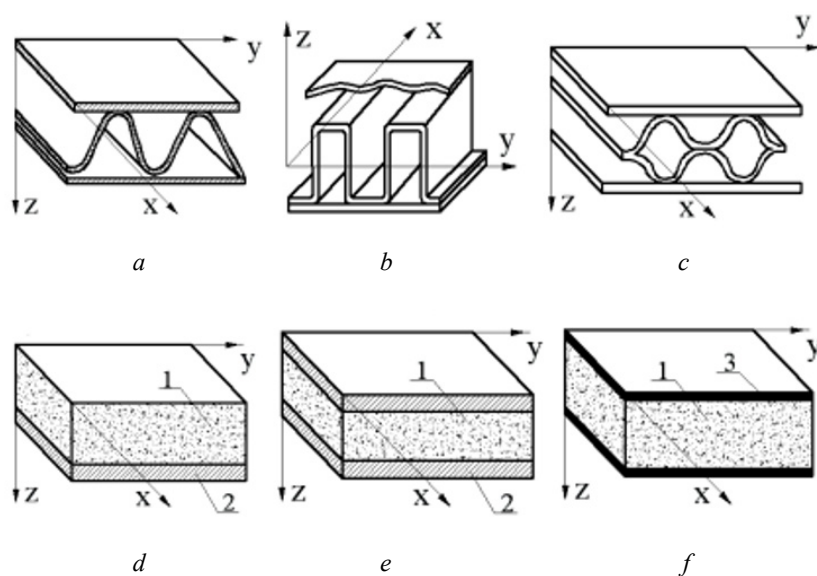


Figure 1. Types of multilayer elements:

a, b, c — corrugated single wave, box-shaped, and double-wave; *d, e, f* — two-layer and three-layer

Source: made by A.A. Morozov

As part of the study aimed at studying the advantages of multilayer structures and their performance characteristics compared to traditional structural solutions, the main types of multilayer structures were analyzed, including three-layer structures created by layer-by-layer printing, elements made of double-layer rubber-based concrete, multilayer metal corrugated structures and multilayer enclosing systems.

The comparison was carried out according to the parameters representing the key factors that are taken into account in the design, construction and operation of building structures:

“*Simplicity and versatility*” are parameters that show how easy the structure should be to manufacture, install and operate, and how suitable the structure can be for a wide range of applications and conditions;

“*Reliability and durability*” — where “Reliability” is the probability of a structure performing its functions flawlessly for a given period of time and under certain operating conditions, and “durability” is the ability of a structure to maintain its performance and functionality under environmental conditions and operating loads;

“Safety” is a criterion that evaluates the degree of protection when using materials or structures, as well as the likelihood of risks such as collapse, injury, or other accidents.;

“Endurance” — the ability of a structure to withstand repeated loads without fatigue failure (for example, flexural and compressive strength tests);

“Material consumption” is a parameter that indicates the amount of material needed to build a structure;

“Cost and labor costs” — the costs related to design, construction, materials, equipment, and the cost of labor required to perform construction work;

“Operating costs” — a description of the possible costs associated with maintenance, repair, heating, cooling, lighting and other aspects of the operation of a facility during its life cycle.

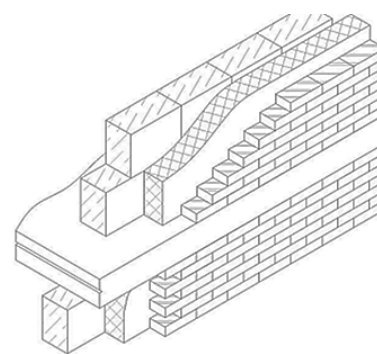


Figure 2. Section of a three-layer wall
Source: made by A.A. Morozov

3. Results and Discussion

3.1. Additive Technologies. Three-Layer Structures Created Using the Process of Layer-by-Layer Printing

Additive manufacturing technologies have the potential to significantly enhance the aesthetic appeal of construction projects, reduce construction times and costs, and minimize the consumption of various resources. However, despite these advantages and proposed solutions, the adoption of 3D printing technologies in both Russia and internationally has not yet achieved a significant level. This can be attributed to several challenges related to facility design, the absence of regulatory framework, and the lack of standardized equipment for construction printing.

The fundamental principle of additive manufacturing is that a 3D FDM printer deposits molten material, typically based on base polymers or combinations thereof, in the form of a solid filament, through an extruder nozzle, and selectively applies it onto a work platform, thereby creating a part with a specific shape and desired properties.

3D printing techniques can be classified into several categories, presented below.

- Layer-by-layer deposition techniques (FDM and FFF), which involve sequential deposition of layers of a thermoplastic material. While the material is in the printhead, it is subjected to high temperatures, after which it is deposited onto the substrate in a molten state.

- Photopolymer-based printing methods (SLA, LCD, and DLP), which utilize photopolymer as the consumable material in its liquid form. This material is ideal for subsequent bonding, painting, and other processing techniques.

- Selective laser sintering techniques (SLS), which use a powder-based raw material that is evenly spread over the surface of a substrate. During the laser treatment process, the material begins to fuse in specific areas. This process allows for the production of parts with a rough surface that can subsequently be polished.

■ Selective laser melting (SLM) is a process that is similar to the two previous methods. During this process, a laser beam melts metal powder, and then the melted layer is re-applied and further processed. This technique allows for the production of parts with complex shapes and non-standard dimensions, which cannot be achieved through injection molding or machining.

■ Multi-jet molding (MJM) uses photopolymer, plastic, or wax as consumables, which are fed onto a smooth surface using a special head equipped with micro-nozzles.

The ability to produce functional end products in small and medium quantities offers a significant time advantage compared to traditional manufacturing methods. 3D printing, also known as additive manufacturing, provides several significant advantages over conventional production techniques such as casting, machining, and stamping:

■ 3D printing enables the creation of complex geometric shapes, including polyhedra, cylinders, and circles, which are often difficult to achieve using traditional methods.

■ When used for small batch production, the average cost of 3D printed parts can be 30–50% lower compared to traditional techniques.

■ The process time from concept to final product can be reduced by 70–90% using 3D printing compared to conventional methods, reducing lead times from days to hours.

■ Less manual labor is required in the 3D manufacturing process compared to classical fabrication methods.

In traditional manufacturing methods, the quantity of material used can often exceed 50%, particularly during machining processes. In contrast, 3D printing techniques utilize only the exact amount of material required, resulting in a close to 100% material utilization rate.

The key advantages of 3D printing lie in its economic efficiency. It reduces production costs by minimizing waste, accelerates product launch to market, and saves on equipment and consumable costs. Table 1 presents a comparative analysis of the characteristics of three-layer structures created using 3D printing technology and traditional construction methods, in particular brickwork.

Each method has its own set of advantages and disadvantages. Three-dimensional (3D) printing, for example, can reduce construction time and waste, as it creates the structure directly from a given model without the need for significant amounts of materials or labor.

Table 1

A comparative analysis of the characteristics of three-layer structures constructed using the technique of layer-by-layer 3D printing and conventional methods for constructing structures (brick masonry)

№	Parameter	Three-layer structures constructed using the method of layer-by-layer printing	Traditional construction method (brickwork)
1	Simplicity and versatility	The process is automated and can be utilized to generate various shapes and architectural designs	This method is more time-consuming and requires skilled labor
2	Reliability and durability	It depends on the specific materials and technologies used. Although some 3D printed structures have shown promising results in terms of reliability, durability still requires further study, as special additives or protective coatings are needed to ensure sufficient durability	Brickwork has time-tested reliability, but it can be subject to defects related to the quality of the masonry and the mortar used, brickwork can collapse under the influence of freeze-thaw cycles and aggressive environments
3	Safety	The materials used in 3D printing can be less fire resistant or subject to other hazards	Dense, stable structures that have been tested over time ensure high safety
4	Endurance	The durability of a product depends on the material used and the printing technology employed	They provide traditional strength and are resistant to loads
5	Material consumption	It can significantly reduce material waste due to its high accuracy and the ability to utilize recycled materials	Less opportunity for optimizing material use and often leads to excessive waste
6	Cost and labor costs	The initial investment in equipment can be significant, but over the long term, especially for large-scale operations, it may result in reduced overall costs through automation and the need for fewer workers	Although the initial cost of the traditional method may be lower, it requires more time and highly skilled workers
7	Operating costs	Potentially more energy-efficient structures.	Well-insulated structures can lead to lower heating and cooling costs

Source: made by A.A. Morozov

3.2. Double-Layer Rubberized Concrete Flexural Elements

Double-layered rubber-concrete flexural elements are a combination of materials containing rubber and concrete, which provide certain advantages in terms of construction and architecture. These double-layered elements are used in both Russia and other countries in various areas of construction.

Rubber concrete has favorable physical and mechanical properties (high strength, resistance to cracking), high chemical resistance, and, along with various types of polymer concretes, can be used to solve the problem of protecting various products and structures from corrosion in aggressive environments.

It is emphasized in [35] that one of the fundamental principles of creating double-layer rubber concrete structures is an increased ratio of tensile strength (in the stretched zone — rubber concrete) to compressive strength (in the compressed zone — regular concrete): $R_{kt}/R_b = 0.5 \dots 1$, compared with single-layer reinforced concrete structures ($R_{bt}/R_b = 0.05 \dots 0.09$) or rubber concrete structures ($R_{kt}/R_k = 0.1 \dots 0.15$).

The key difference in the composition of rubber-based concrete and rubber-fiber concrete (fibrocement) lies in the addition of fiber from scrap metal cord. Nevertheless, among the benefits of utilizing these materials, it is noteworthy that both types of material are insulators with good thermal insulation properties, as well as having a porous structure that contributes to their insulation capabilities.

It has been noted in [36] that rubber-fiber concrete comprises industrial waste products, such as fly ash, metal cord fibers, and industrial sulfur, which indicates the potential of this polymer concrete to help address the issue of large-scale industrial waste recycling.

In order to increase the elasticity of concrete, some studies [37] have suggested adding crushed rubber from recycled tires to the concrete mix. The results showed that such modified concrete has significantly greater elasticity than traditional concrete and also promotes the recycling of car tires. Article [38] presents results demonstrating the superiority of hybrid rubber-based concrete beams over traditional designs. The use of the hybrid approach resulted in improved failure patterns, increased ultimate load and stiffness, and increased modulus of rupture and stress. These results stimulate the development and implementation of innovative solutions in the field of sustainable civil engineering. A comparative analysis of the characteristics of flexural elements made of double-layer concrete based on rubber and a traditional solution is presented in Table 2.

Table 2

A comparative analysis of the characteristics of double-layered rubber-based concrete flexural elements and a conventional solution (prestressed, reinforced concrete flexural elements)

№	Parameter	Double-layered rubber-based concrete flexural elements	Traditional solution (prestressed reinforced concrete flexural elements)
1	Simplicity and versatility	Good versatility due to a variety of shapes and sizes	More sophisticated technologies for invention and production require specialized equipment and expertise, and are commonly utilized in large-scale construction projects due to their dependability and adherence to standards
2	Reliability and durability	They exhibit good resistance to external influences, including corrosion. The durability of rubber-based concrete depends on the rubber's resistance to aging and environmental influences	These technologies demonstrate a high level of reliability and effectively resist dynamic loads, but the susceptibility of reinforced concrete to reinforcement corrosion negatively affects its durability
3	Safety	They demonstrate good safety indicators	They also provide a high degree of safety, being able to withstand heavy loads and maintain functionality even in the event of cracks
4	Endurance	A smaller crack opening width is achieved due to the high tensile strength of the material	Their high flexural and compressive strengths make them well-suited for large spans and structural applications
5	Material consumption	The use of modern composite materials can lead to lower material consumption, resulting in a reduced overall weight of the structure	However, they often necessitate the use of more materials
6	Cost and labor costs	It is often more cost-effective to manufacture and install, as it can reduce overall costs by reducing the weight of the product.	Due to the complexity of their manufacturing processes and the requirement for specialized equipment, these technologies can be more expensive. Additionally, labor costs may be higher, particularly during the installation phase
7	Operating costs	Additionally, they may require lower maintenance costs, due to their resistance to corrosion and environmental factors.	Despite these higher initial costs, load-resistant technologies may result in lower maintenance expenses in the long term

Source: made by A.A. Morozov

Regarding the potential for research into the impact of fiber reinforcement on the strength properties of polymer concrete, regulatory documents provide developed recommendations for considering fiber reinforcement in calculations for building structures made from cement concrete:

- The National Standard of the Russian Federation, GOST R 57345-2016 / EN 206-1: “Concrete — Part 1: Specification, performance, production and conformity, IDT”, which establishes requirements for cement-fiber reinforced concrete.
- SP 52-104-2006. “Steel fibre reinforced concrete structures design”.
- SP 297.1325800.2017 “Fiber reinforced concrete structures and precast products with non-steel fibers. Design rules”, which establishes the requirements for the design of structures made of fiber-reinforced concrete with non-metallic fibers.

3.3. Laminated Metal Corrugated Structures

Concrete and reinforced concrete structures have a relatively high dead weight, making the installation process time-consuming and requiring significant financial resources for material transportation. Recently, laminated metal corrugated structures have been increasingly introduced into construction practices in Russia. The types of sections of metal corrugated structures are shown in Table 3.

Table 3

Types of sections of metal corrugated structures

Type of cross-section	Specifications	Type of cross-section	Specifications
 <i>circle</i>	Span, m: 1.5–7.0	 <i>vertical ellipse</i>	Span, m: 1.5–6.5
 <i>arch</i>	Span, m: 2.0–13.0	 <i>pipe of reduced height</i>	Span, m: 1.5–2.0
 <i>flat-bottomed pipe</i>	Span, m: 1.9–8.0	 <i>horizontal ellipse</i>	Span, m: 2.6–9.0
 <i>high profile arch</i>	Span, m: 6.0–15.0	 <i>low profile arch</i>	Span, m: 6.0–15.0
 <i>pear-shaped</i>	Span, m: 2.6–9.0	 <i>square</i>	Span, m: 3.6–8.0

Source: made by A.A. Morozov

Laminated metal corrugated structures are building elements consisting of several layers of metal sheets having a corrugated (wavy) shape. These layers are interconnected in various ways, forming a strong and rigid structure.

By using this type of structures, it is possible to span up to 30 meters, erecting structures for road and railway crossings at different levels, underground transport tunnels for industrial enterprises, and structures to protect roadways from rockslides and other hazards. At the same time, the cost of building structures made from corrugated metal is considerably lower than that of structures with similar applications. Currently, corrugated structures, in particular beams with a corrugated wall, are widely used in construction. They are used as floor beams for multi-storey residential buildings [39], large-span roof beams for industrial buildings, as well as in dome structures of administrative buildings. A comparative analysis of the characteristics of metal corrugated systems and conventional solutions is given in Table 4.

The key advantages of using corrugated metal structures include:

- applicability in various soil-hydrologic and climatic conditions;
- optimal balance between load-bearing capacity and structural weight;
- use of light-weight construction equipment;
- reduction of construction and installation costs.

Laminated metal corrugated structures have versatile properties, which is why they have found application in various fields, depending on the specific section.

Table 4

A comparative analysis of the characteristics of metal corrugated systems and conventional solutions (reinforced concrete structures)

№	Parameter	Metal corrugated structures	Traditional solution (reinforced concrete structures)
1	Simplicity and versatility	Easy installation due to the lightness and modular nature of the product	A more complex manufacturing and installation process is required. There are fewer opportunities for quick adaptation to changes
2	Reliability and durability	The products are resistant to corrosion when using special coatings. With proper care, their durability can reach 50 years or more	Generally, they have a high level of reliability and durability, but they can crack and corrode the reinforcement
3	Safety	When designed and operated correctly, the products are safe	These products are usually more fire-resistant and better protected against external influences
4	Endurance	They possess high compressive strength and flexural strength, with high relative strength values and low weight	Although they typically have very high compressive strength, they may have lower tensile strength compared to metal
5	Material consumption	It is possible to design products that are lighter by using less material for supporting elements, due to their high strength	There is high material consumption due to the need for large volumes of concrete and reinforcement
6	Cost and labor costs	While the materials may be more expensive, installation time can be shorter, reducing labor costs	The cost of materials is lower, but there are higher labor costs for production and installation
7	Operating costs	Maintenance costs are lower with good corrosion protection, as the products require less maintenance	Maintenance costs are low, although periodic maintenance may be required

Source: made by A.A. Morozov

Metal corrugated structures offer advantages in terms of faster construction and lower installation costs. Reinforced concrete structures, on the other hand, provide greater durability and fire resistance.

3.4. Multilayer Enclosing Wall Systems

Currently, there is a significant shift in the design and materials used in building structures with the aim of enhancing energy efficiency and improving the appearance and durability of buildings. Enveloping structures, which are the most critical component of any building, play a vital role in maintaining the required sanitary, hygienic conditions, and comfortable indoor environment.

The thermal performance of a multi-layer (at least three-layer) structural system is primarily determined by the appropriate selection of the type, dimension, and placement of thermal connections, rather than by increasing the thickness of insulation. In [40] the author emphasizes that multilayer composite sandwich panels with a corrugated core represent a promising material for structural applications whose characteristics require rigidity and strength while minimizing weight. When designing flexible connections in wall structures, it is essential to minimize the diameter of metallic connections in order to reduce heat loss. This is not only beneficial for metal conservation but also crucial to minimize unnecessary heat loss resulting from the presence of these connections. In [41], the authors present numerical modeling and experimental verification of axially loaded thin sandwich panels with soft core and different rib configurations and obtained the result that the axial stiffness and strength also increased as the skins or ribs became thicker, or their Young's modulus increased, or the shear modulus of the core increased.

The main advantages of multi-layer walls include:

- high resistance to heat transfer through external walls;
- excellent thermal insulation properties;
- aesthetic appearance;
- reduced material consumption.

In buildings with enhanced thermal protection, the outer layers of the wall (known as “shells”) are made from a durable and heat-conductive material that can carry a load. The middle layer is composed of effective insulation material. For single-story houses, chipboard can be used, while concrete is used for multi-story buildings and industrial structures, and metal is used for industrial buildings.

The experience of using multi-layer masonry around the world has been evaluated for decades. However, their active introduction into the Russian market, without taking into account the specific features of our country, climate, and lack of construction experience, leaves its mark. Multi-layer structures have advantages that are highly appreciated in terms of energy conservation policies, as well as disadvantages that are largely manageable.

Table 5

The parameters of the estimated performance indicators for multilayer and single-layer envelope wall systems

№	Parameter	Single-layer enclosing wall systems	Multi-layer enclosing wall systems
1	Simplicity and versatility	The installation time for a single — layer system is 20–30% less than for a multi-layer system. They are universal for most cases, but may not be suitable for specific conditions	They are versatile, as each layer can be adapted to different climatic and operational conditions
2	Reliability and durability	Less resistance to mechanical damage and environmental influences, the durability of single-layer systems is limited by the durability of the material used	Multilayer systems provide increased reliability due to functional differentiation of layers (for example, thermal insulation and hydraulic protection) and extended service life due to mutual protection of layers and effective moisture removal
3	Safety	Less protection from external factors and impacts (fires, break-ins)	Better thermal and acoustic insulation, as well as protection from system damage. The fire resistance of the multilayer system is 40% higher
4	Endurance	The strength depends on the specific material, often insufficient for harsh conditions	By combining different materials, high strength and stability can be achieved
5	Material consumption	They usually require fewer materials, since homogeneous materials are used	A multilayer system can exceed the material consumption of a single-layer system by 30–50%
6	Cost and labor costs	The initial cost of a single-layer system can be 20–40% lower than for a multi-layer system	High cost of materials and more time for installation
7	Operating costs	They may require more energy saving and maintenance costs	The cost of operating a multilayer system may be lower by 15–25% due to better thermal insulation

Source: made by A.A. Morozov

Wall panels are used as vertical and inclined enclosure structures in the construction of industrial, warehouse, and agricultural buildings, public and commercial structures, refrigeration facilities, and low-rise residential buildings of rural and suburban types. These structures can have either vertical or horizontal

joints. Table 5 shows the parameters of calculated performance indicators for multilayer and single-layer enclosing wall systems.

A comparison of multi-layer and single-layer enclosure wall systems can be conducted based on several key factors.

4. Conclusion

After analyzing these multilayer building components as an alternative to conventional structures, it has been noted that each has specific values and characteristics. These materials are utilized in the construction of smaller architectural forms, bridges, fences, buildings, and engineering structures.

As a result of the conducted research, the following should be noted.

1. According to the analysis in Tables 1, 2, 4, 5, it was found that the use of multilayer systems can significantly reduce the weight of structures, potentially saving money on foundations and other elements.

2. Double-layer rubber-based concrete components have excellent mechanical properties and durability, and laminated metal corrugated structures are highly durable with relatively low weight.

3. The use of 3D layer-by-layer printing technologies opens up opportunities for more flexible and customized design in construction, which is not available with traditional methods, as well as reducing production costs by minimizing waste, since with traditional production methods the amount of material used can often exceed 50%, especially during machining.

4. Multilayer building components, which are an alternative to traditional structures, have unique characteristics and are used in various construction projects.

5. Multilayer systems provide improved heat and sound insulation properties, contributing to comfortable living and working conditions.

The presented results confirm the advantages of multilayer structures, opening up prospects for further research in the field of development and optimization of these materials. A comparative analysis of the characteristics of multilayer and traditional structures, as well as an analysis of the possibilities of layered 3D printing, is of considerable scientific interest and may contribute to the development of innovative approaches in construction.

References

1. Annamuradova A., Bayramdurdyev A., Nazarov A.T. Use of lightweight and durable composite materials in construction. *Science Bulletin*. 2024;3(6):1658–1661. (In Russ.) EDN: FZCOMU
2. Jonnala S.N., Gogoi D., Devi S., Kumar M., Kumar C.H. A comprehensive study of building materials and bricks for residential construction. *Construction and Building Materials*. 2024;425:135931. <https://doi.org/10.1016/j.conbuildmat.2024.135931> EDN: NSLDOL
3. Mugahed Amran Y.H., Alyousef R., Alabduljabbar H., Rashid R.S.M., Hung C.C. Properties and applications of FRP in strengthening RC structures: A review. *Structures*. 2018;16:208–238. <https://doi.org/10.1016/j.istruc.2018.09.008> EDN: MOLRME
4. Nasr Y., El Zakhem H., Hamami A.E.A., El Bachawati M., Belarbi R. Comprehensive review of innovative materials for sustainable buildings' energy performance. *Energies*. 2023;16(21):7440. <https://doi.org/10.3390/en16217440> EDN: CYCYPO
5. Elfaleh I., Abbassi F., Habibi M., Ahmad F., Guedri M., Nasri M., Garnier Ch. A comprehensive review of natural fibers and their composites: An eco-friendly alternative to conventional materials. *Results in Engineering*. 2023;19:101271. <https://doi.org/10.1016/j.rineng.2023.101271> EDN: GNJFKH
6. Voutetaki M.E., Mpalaskas A.C. Natural fiber-reinforced mycelium composite for innovative and sustainable construction materials. *Fibers*. 2024;12(7):57. <https://doi.org/10.3390/fib12070057> EDN: DAEHJ
7. Kudryashov V.A., Drobysh A.S. Features of application of polymer composite materials and structures in construction. *Journal of Civil Protection*. 2024;8(4):398–410. (In Russ.) <https://doi.org/10.33408/2519-237X.2024.8-4.398> EDN: FEUIRY
8. Rubino F., Nisticò A., Tucci F., Carlone P. Marine application of fiber reinforced composites: A review. *Journal of Marine Science and Engineering*. 2020;8(1):26. <https://doi.org/10.3390/jmse8010026> EDN: ZMHSQA
9. Friedrich K., Almajid A.A. Manufacturing aspects of advanced polymer composites for automotive applications. *Applied Composite Materials*. 2013;20(2):107–128. <https://doi.org/10.1007/s10443-012-9258-7> EDN LKCXQX

10. Chen N.Z., Sun H.H., Soares C.G. Reliability analysis of a ship hull in composite material. *Composite Structures*. 2003;62(1):59–66. [https://doi.org/10.1016/S0263-8223\(03\)00084-9](https://doi.org/10.1016/S0263-8223(03)00084-9) EDN: KJLVAI
11. Shorstov R., Suleymanova L., Kara K. Technology of obtaining multilayer structures variational structure. *Bulletin of BSTU Named After V.G. Shukhov*. 2019;4:32–39. (In Russ.) https://doi.org/10.34031/article_5cb1e65fe51130.63177531 EDN: ZDDGGD
12. Zaborova D., Musorina T., Petrichenko M. Thermal stability and thermal resistance of a multilayer wall construction: assessment of parameters. *St. Petersburg Polytechnic University Journal: Physics and Mathematics*. 2017;23(1):18–26. (In Russ.) <https://doi.org/10.18721/JEST.230102> EDN: WAKRSO
13. Tudose I.V., Mouratis K., Ionescu O.N., Romanitan C., Pachiu C., Tutunaru-Brincoveanu O., Suchea M.P., Koudoumas E. Comparative study of graphene nanoplatelets and multiwall carbon nanotubes-polypropylene composite materials for electromagnetic shielding. *Nanomaterials*. 2022;12(14):2411. <https://doi.org/10.3390/nano12142411> EDN: QFCLKJ
14. Vasilyeva E.Yu. Innovative materials and technologies in housing construction: Importance and prospects. *Vestnik MGSU [Monthly Journal on Construction and Architecture]*. 2022;17(11):1586–1593. (In Russ.) <https://doi.org/10.22227/1997-0935.2022.11.1586-1593>
15. Odintsov M.A., Davydova S.O., Pavlova S.A. Investigation of maintainability of fiberglass and carbon fiber plastics during tensile testing. *Proceedings of Young Scientists and Specialists of Samara University*. 2022;2(21):27–32. EDN: HEREMK
16. Ivanova M.S., Korobchuk M.V. The application of polymer composites in residential buildings. *Modern Construction and Architecture*. 2023;5(36):2. (In Russ.) <https://doi.org/10.18454/mca.2023.36.2> EDN: MTCBUJ
17. Bakhholdin D.G. Application of composite materials in construction. *International Journal of Humanities and Natural Sciences*. 2024;5-1(92):189–192. (In Russ.) <https://doi.org/10.24412/2500-1000-2024-5-1-189-192> EDN: AVSWVS
18. Meleshin M.A., Salameh A., Alsaid M. Experience in application of composite materials in shipbuilding. *Vestnik of Astrakhan State Technical University. Series: Marine Engineering and Technologies*. 2022;(2):44–50. (In Russ.) <https://doi.org/10.24143/2073-1574-2022-2-44-50> EDN: UXSRLV
19. Kokoreva K.A., Belyaev N.D. Effectiveness of using composite materials in bridge construction. *Interdisciplinarity in Theory and Practice*. 2015;(7):153–158. EDN: UKTIGV
20. Morozova Y.A., Okolnikova G.E. The quality control of concrete structures reinforced with external composite reinforcement. *Bulletin of SUSU. Series: Construction Engineering and Architecture*. 2024;24(3):15–23. (In Russ.) <https://doi.org/10.14529/build240302> EDN: KAAMGK
21. Shirtanov A.A. The potential of composite materials market in the RU. *Science Bulletin*. 2023;3(11):189–194. (In Russ.) EDN: JMIEON
22. Guamán-Rivera R., Martínez-Rocamora A., García-Alvarado R., Muñoz-Sanguinetti C., González-Böhme L.F., Auat-Cheein F. Recent developments and challenges of 3D-printed construction: A review of research fronts. *Buildings*. 2022;12(2):229. <https://doi.org/10.3390/buildings12020229> EDN: XWXSEY
23. Tsarenko A.A., Shaburova N.A. The possibility of using construction 3D printing with concrete in the construction of buildings and structures in Russia. *Construction Economics*. 2024;(4):389–392. (In Russ.) <https://doi.org/10.24412/0131-7768-2024-4-389-392> EDN: GALAVA
24. Krotov O.M., Ptukhina I.S. Evaluation of the effectiveness of 3D printing for wall structures. *Construction Economics*. 2023;(5):73–79. (In Russ.) EDN: UOCGBF
25. El-Sayegh S., Romdhane L., Manjikian S. A critical review of 3D printing in construction: benefits, challenges, and risks. *Archives of Civil and Mechanical Engineering*. 2020;20(2):1–25. <https://doi.org/10.1007/s43452-020-00038-w> EDN: ASRTBA
26. Abdalla H., Fattah K.P., Abdallah M., Tamimi A.K. Environmental footprint and economics of a full-scale 3D-printed house. *Sustainability*. 2021;13(21):11978. <https://doi.org/10.3390/su132111978> EDN: ZNMUFP
27. Al-Tamimi A.K., Alqamish H.H., Khaldoune A., Alhaidary H., Shirvanimoghaddam K. Framework of 3D concrete printing potential and challenges. *Buildings*. 2023;13(3):827. <https://doi.org/10.3390/buildings13030827> EDN: INCTIS
28. Wolf A., Rosendahl Ph.L., Knaack U. Additive manufacturing of clay and ceramic building components. *Automation in Construction*. 2022;133:103956. <https://doi.org/10.1016/j.autcon.2021.103956> EDN: KROOVS
29. Figovsky O.L., Potapov Y.B., Polikutin A.E., Nguyen Z.F. Strength of normal sections of two-layer rubcon-concrete bending elements of building structures. *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies*. 2014;11(72):14–20. (In Russ.) <https://doi.org/10.15587/1729-4061.2014.30120> EDN: TCSMSZ
30. Popov I., Levchenko A. Experimental investigation of internal friction in rubber concrete and fiber-reinforced rubber concrete. *Russian Journal of Building Construction and Architecture*. 2021;4:53–62. <https://doi.org/10.36622/VSTU.2021.52.4.005> EDN: JINMHO
31. Polikutin A.E., Potapov Yu.B., Levchenko A., Perekalsky O. The stress-strain foreign state of normal sections of rubkon bends elements with mixed reinforcement. *International scientific conference on energy management of municipal facilities and Sustainable Energy technologies EMMFT 2018 : Series: achievements in intelligent systems and computing*.

Voronezh and Samara, Russia, December 10–13, 2018. Vol. 2. Cham: Springer, 2019;983:586–599. https://doi.org/10.1007/978-3-030-19868-8_56 EDN RWARUH

32. Kovalchuk V., Onyshchenko A., Sysyn M., Hnativ Y., Tiutkin O., Koval M., Parneta M. Restoration of the bearing capacity of damaged transport constructions made of corrugated metal structures. *The Baltic Journal of Road and Bridge Engineering*. 2021;16(2):90–109. <https://doi.org/10.7250/bjrbe.2021-16.529> EDN NGTPIH

33. Kovalchuk V., Sysyn M., Movahedi Rad M., Fischer S. Investigation of the bearing capacity of transport constructions made of corrugated metal structures reinforced with transversal stiffening ribs. *Infrastructures*. 2023;8(9):131. <https://doi.org/10.3390/infrastructures8090131> EDN UWUXSH

34. Osterman E.D., Shutova O.A. Analysis of the types of constructions made of corrugated metal structures. *Bulletin of PNRPU. Construction and architecture*. 2016;7(1):18–29. (In Russ.) <https://doi.org/10.15593/2224-9826/2016.1.03> EDN: VPZUTJ

35. Brooks H., Lupeanu M., Piorkowski B. Research towards high speed extrusion freeforming. *International Journal of Rapid Manufacturing*. 2013;3:154–171. <https://doi.org/10.1504/IJRAPIDM.2013.053686>

36. Polikutin A., Konstantinov I., Nguyen Z., Truong Z. Strength analysis of oblique sections of two-layer rubber concrete flexural elements with varying relative shear span. *Structural Mechanics and Structures*. 2014;1(8):107–116. (In Russ.) EDN: SYRZTV

37. Khaloo A., Darabad P.Y. Investigation of flexural capacity of concrete containing liquid silicone rubber. *Shock and Vibration*. 2021;2021(1):668283. <https://doi.org/10.1155/2021/668283> EDN: AZRGZQ

38. Alasmari H.A., Abu Bakar B.H., Noaman A.T. A comparative study on the flexural behaviour of rubberized and hybrid rubberized reinforced concrete beams. *Civil Engineering Journal*. 2019;5(5):1052–1067. <https://doi.org/10.28991/cej-2019-03091311>

39. Zaborova D. Advantages and special aspects of using corrugated beams in construction. *Construction of Unique Buildings and Structures*. 2014;7(22):36–53. (In Russ.) EDN: SKDYAJ

40. Vahidimanesh B., Farrokhabadi A., Shahvari R., Gazor M., Mahdiabadi M. Experimental and numerical investigation of damage in multilayer sandwich panels with square and trapezoidal corrugated cores under quasi-static three-point bending. *Engineering Structures*. 2024;318:118715. <https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2024.118715> EDN: GBDYFM

41. Mathieson H., Fam A. Numerical modeling and experimental validation of axially loaded slender sandwich panels with soft core and various rib configurations. *Engineering Structures*. 2016;118:195–209. <https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2016.03.044>

Список литературы

1. Аннамырадова А., Байрамдурдыев А., Назаров А. Использование легких и прочных композитных материалов в строительстве // Вестник науки. 2024. Т. 3. № 6. С. 1658–1661. EDN: FZCOMU

2. Jonnala S.N., Gogoi D., Devi S., Kumar M., Kumar C.H. A comprehensive study of building materials and bricks for residential construction // Construction and Building Materials. 2024. Vol. 425. Article no. 135931. <https://doi.org/10.1016/j.conbuildmat.2024.135931> EDN: NSLDOL

3. Mugahed Amran Y.H., Alyousef R., Alabduljabbar H., Rashid R.S.M., Hung C.C. Properties and applications of FRP in strengthening RC structures: A review // Structures. 2018. Vol. 16. P. 208–238. <https://doi.org/10.1016/j.istruc.2018.09.008> EDN: MOLRME

4. Nasr Y., El Zakhem H., Hamami A.E.A., El Bachawati M., Belarbi R. Comprehensive review of innovative materials for sustainable building' energy performance // Energies. 2023. Vol. 16. No. 21. Article no. 7440. <https://doi.org/10.3390/en16217440> EDN: CYCYPO

5. Elfaleh I., Abbassi F., Habibi M., Ahmad F., Guedri M., Nasri M., Garnier Ch. A comprehensive review of natural fibers and their composites: An eco-friendly alternative to conventional materials // Results in Engineering. 2023. Vol. 19. Article no. 101271. <https://doi.org/10.1016/j.rineng.2023.101271> EDN: GNJFKH

6. Voutetaki M.E., Mpalaskas A.C. Natural Fiber-Reinforced Mycelium composite for innovative and sustainable construction materials // Fibers. 2024. Vol. 12. No. 7. Article no. 57. <https://doi.org/10.3390/fib12070057> EDN: DAEHJ

7. Кудряшов В.А., Дробыш А.С. Особенности применения полимерных композитных материалов и конструкций в строительстве // Вестник Университета гражданской защиты МЧС Беларуси. 2024. Т. 8. № 4. С. 398–410. <https://doi.org/10.33408/2519-237X.2024.8-4.398> EDN: FEUIRY

8. Rubino F., Nisticò A., Tucci F., Carlone P. Marine application of fiber reinforced composites: A review // Journal of Marine Science and Engineering. 2020. Vol. 8. No. 1. Article no. 26. <https://doi.org/10.3390/jmse8010026> EDN: ZMHSGA

9. Friedrich K., Almajid A.A. Manufacturing aspects of advanced polymer composites for automotive applications // Applied Composite Materials. 2013. Vol. 20. No. 2. P. 107–128. <https://doi.org/10.1007/s10443-012-9258-7> EDN: LKCXQX

10. Chen N.Z., Sun H.H., Soares C.G. Reliability analysis of a ship hull in composite material // Composite Structures. 2003. Vol. 62. No. 1. P. 59–66. [https://doi.org/10.1016/S0263-8223\(03\)00084-9](https://doi.org/10.1016/S0263-8223(03)00084-9) EDN: KJLVAI

11. Шорстов Р.А., Сулейманова Л.А., Кара К. Технологии получения многослойных конструкций вариатронной структуры // Вестник Белгородского государственного технологического университета им. В.Г. Шухова. 2019. № 4. С. 32–39. https://doi.org/10.34031/article_5cb1e65fe51130.63177531 EDN: ZDDGGD
12. Заборова Д.Д., Мусорина Т.А., Петриченко М.Р. Теплотехническая работоспособность многослойной стеновой конструкции // Научно-технические ведомости Санкт-Петербургского государственного политехнического университета. 2017. Т. 23. № 1. С. 18–26. <https://doi.org/10.18721/JEST.230102> EDN: WAKRSO
13. Tudose I.V., Mouratis K., Ionescu O.N., Romanitan C., Pachiu C., Tutunaru-Brincoveanu O., Sucheа M.P., Koudoumas E. Comparative study of graphene nanoplatelets and multiwall carbon nanotubes-polypropylene composite materials for electromagnetic shielding // *Nanomaterials*. 2022. Vol. 12. No. 14. Article no. 2411. <https://doi.org/10.3390/nano12142411> EDN: QFCLKJ
14. Васильева Е.Ю. Значение и перспективы применения инновационных материалов и технологий в жилищном строительстве // Вестник МГСУ. 2022. Т. 1. № 11. С. 1586–1593. <https://doi.org/10.22227/1997-0935.2022.11.1586-1593> EDN: CJCLIZ
15. Odintsov M.A., Davydova S.O., Pavlova S.A. Investigation of maintainability of fiberglass and carbon fiber plastics during tensile testing // *Proceedings of Young Scientists and Specialists of Samara University*. 2022. No. 2 (21). P. 27–32. EDN: HEREMK
16. Иванова М.С., Коробчук М.В. Применение полимерных композиционных материалов в объектах жилищного строительства // Современное строительство и архитектура. 2023. № 5 (36). С. 2. <https://doi.org/10.18454/mca.2023.36.2> EDN: MTCBUJ
17. Бахолдин Д.Г. Применение композитных материалов в строительстве // Международный журнал гуманитарных и естественных наук. 2024. Вып. 5–1 (92). С. 189–192. <https://doi.org/10.24412/2500-1000-2024-5-1-189-192>
18. Мелешин М.А., Саламех А., Алсаид М. Опыт применения композитных материалов в судостроении // Вестник Астраханского государственного технического университета. Серия: Морская техника и технология. 2022. № 2. С. 44–50. <https://doi.org/10.24143/2073-1574-2022-2-44-50>
19. Kokoreva K.A., Belyaev N.D. Effectiveness of using composite materials in bridge construction // *Interdisciplinarity in Theory and Practice*. 2015. No. 7. P. 153–158. EDN: UKTIGV
20. Морозова Ю.А., Окольников Г.Э. Методы контроля качества усиления железобетонных конструкций системами внешнего армирования из композитных материалов // Вестник Южно-Уральского государственного университета. Серия: Строительство и архитектура. 2024. Т. 24. № 3. С. 15–23. <https://doi.org/10.14529/build240302> EDN: KAAMGK
21. Ширтанов А.А. Потенциал рынка композитных материалов в Российской Федерации // Вестник науки. 2023. Т. 3. № 11. С. 189–194. EDN: JMIEON
22. Guamán-Rivera R., Martínez-Rocamora A., García-Alvarado R., Muñoz-Sanguinetti C., González-Böhme L.F., Auat-Cheein F. Recent developments and challenges of 3D-printed construction: A review of research fronts // *Buildings*. 2022. Vol. 12. No. 2. Article no. 229. <https://doi.org/10.3390/buildings12020229> EDN: XWXSEY
23. Царенко А.А., Шапурова Н.А. Возможность использования строительной 3D-печати бетоном при возведении зданий и сооружений в России // Экономика строительства. 2024. № 4. С. 389–392 <https://doi.org/10.24412/0131-7768-2024-4-389-392> EDN: GALAVA
24. Кротов О.М., Птухина И.С. Оценка эффективности применения 3D-печати для стеновых конструкций // Экономика строительства. 2023. № 5. С. 73–79. EDN: UOCGBF
25. El-Sayegh S., Romdhane L., Manjikian S. A critical review of 3D printing in construction: benefits, challenges, and risks // *Archives of Civil and Mechanical Engineering*. 2020. Vol. 20. No. 2. P. 1–25. <https://doi.org/10.1007/s43452-020-00038-w> EDN: ASRTBA
26. Abdalla H., Fattah K.P., Abdallah M., Tamimi A.K. Environmental Footprint and Economics of a Full-Scale 3D-Printed House // *Sustainability*. 2021. Vol. 13. No. 21. Article no. 11978. <https://doi.org/10.3390/su132111978> EDN: ZNMUFP
27. Al-Tamimi A.K., Alqamish H.H., Khaldoune A., Alhaidary H., Shirvanimoghaddam K. Framework of 3D Concrete Printing Potential and Challenges // *Buildings*. 2023. Vol. 13. No. 3. Article no. 827. <https://doi.org/10.3390/buildings13030827> EDN: INCTIS
28. Wolf A., Rosendahl Ph.L., Knaack U. Additive manufacturing of clay and ceramic building components // *Automation in Construction*. 2022. Vol. 133. Article no. 103956. <https://doi.org/10.1016/j.autcon.2021.103956> EDN: KROOVS
29. Фиговский О.Л., Потапов Ю.Б., Поликутин А.Э., Неуен З.Ф. Прочность нормальных сечений двухслойных каутоно-бетонных изгибаемых элементов строительных конструкций // Восточно-Европейский журнал передовых технологий. 2014. № 11 (72). С. 14–20. <https://doi.org/10.15587/1729-4061.2014.30120> EDN: TCSMSZ
30. Попов И.И., Левченко А.В. Экспериментальное исследование внутреннего трения в каутоне и фиброкаутоне // Научный журнал строительства и архитектуры. 2021. № 4 (64). С. 83–92. <https://doi.org/10.36622/VSTU.2021.64.4.008> EDN: QHDDDE
31. Polikutin A.E., Potapov Yu.B., Levchenko A., Perekal'skiy O. The stress-strain state of normal sections rubcon bending elements with mixed reinforcement // *International Scientific Conference Energy Management of Municipal Facilities*

and Sustainable Energy Technologies EMMFT 2018 : Серия: Advances in Intelligent Systems and Computing Voronezh and Samara, Russia, 10–13 декабря 2018 года. Vol. 2. Cham: Springer, 2019. Vol. 983. P. 586–599. https://doi.org/10.1007/978-3-030-19868-8_56 EDN: RWARUH

32. Kovalchuk V., Onyshchenko A., Sysyn M., Hnativ Y., Tiutkin O., Koval M., Parneta M. Restoration of the bearing capacity of damaged transport constructions made of corrugated metal structures // The Baltic Journal of Road and Bridge Engineering. 2021. Vol. 16. No. 2. P. 90–109. <https://doi.org/10.7250/bjrbe.2021-16.529> EDN: NGTPIH

33. Kovalchuk V., Sysyn M., Movahedi Rad M., Fischer S. Investigation of the bearing capacity of transport constructions made of corrugated metal structures reinforced with transversal stiffening ribs // Infrastructures. 2023. Vol. 8. No. 9. Article no. 131. <https://doi.org/10.3390/infrastructures8090131> EDN: UWUXSH

34. Остерман Е.Д., ШUTOва О.А. Анализ типов сооружений из металлических гофрированных конструкций // Вестник ПНИПУ. Строительство и архитектура. 2016. Т. 7. № 1. С. 18–29. <https://doi.org/10.15593/2224-9826/2016.1.03> EDN: VPZUTJ

35. Brooks H., Lupeanu M.E., Piorkowski B. Research towards high speed extrusion freeforming // International Journal of Rapid Manufacturing. 2013. Vol. 3. No. 2–3. P. 154–171. <https://doi.org/10.1504/IJRAPIDM.2013.053686>

36. Поликутин А.Э., Константинов И.А., Нгуен З.Ф., Чыонг З.Х. Исследование прочности наклонных сечений двухслойных каутоно-бетонных изгибаемых элементов при изменении величины относительного пролета среза // Строительная механика и конструкции. 2014. № 1 (8). С. 107–116. EDN: SYRZTV

37. Khaloo A., Darabad P.Y. Investigation of flexural capacity of concrete containing liquid silicone rubber // Shock and Vibration. 2021. No. 2021. Article no. 6668283. <https://doi.org/10.1155/2021/6668283>

38. Alasmari H.A., Abu Bakar B.H., Noaman A.T. A comparative study on the flexural behaviour of rubberized and hybrid rubberized reinforced concrete beams // Civil Engineering Journal. 2019. Vol. 5. No. 5. P. 1052–1067. <https://doi.org/10.28991/cej-2019-03091311>

39. Заборова Д.Д., Дунаевская Ю.П. Преимущества и особенности применения гофро-балки в строительстве // Строительство уникальных зданий и сооружений. 2014. № 7 (22). С. 36–53. EDN: SKDYAJ

40. Vahidimanesh B., Farrokhbadi A., Shahvari R., Gazor M., Mahdiabadi M. Experimental and numerical investigation of damage in multilayer sandwich panels with square and trapezoidal corrugated cores under quasi-static three-point bending // Engineering Structures. 2024. Vol. 318. Article no. 118715. <https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2024.118715>

41. Mathieson H., Fam A. Numerical modeling and experimental validation of axially loaded slender sandwich panels with soft core and various rib configurations // Engineering Structures. 2016. Vol. 118. P. 195–209. <https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2016.03.044>

--