

СТРОИТЕЛЬНАЯ МЕХАНИКА ИНЖЕНЕРНЫХ КОНСТРУКЦИЙ И СООРУЖЕНИЙ

2025 Том 21 № 1

DOI: 10.22363/1815-5235-2025-21-1

<http://journals.rudn.ru/structural-mechanics> (открытый доступ)

Издается с 2005 г.

Свидетельство о регистрации СМИ ПИ № ФС 77-19706 от 13 апреля 2005 г.

выдано Федеральной службой по надзору в сфере связи, информационных технологий и массовых коммуникаций (Роскомнадзор)

Учредитель: Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования

«Российский университет дружбы народов имени Патриса Лумумбы»

ISSN 1815-5235 (Print), 2587-8700 (Online)

Периодичность: 6 выпусков в год.

Языки: русский, английский.

Журнал индексируют: РИНЦ, RSCI, Cyberleninka, DOAJ, Google Scholar, Ulrich's Periodicals Directory, WorldCat, Dimensions.

Включен в Перечень ведущих научных журналов и изданий ВАК при Минобрнауки России по группе научных специальностей 2.1.1. Строительные конструкции, здания и сооружения (технические науки), 2.1.2. Основания и фундаменты, подземные сооружения (технические науки), 2.1.9. Строительная механика (технические науки).

Международный научно-технический журнал «Строительная механика инженерных конструкций и сооружений» знакомит читателей с достижениями отечественных и зарубежных ученых в области геометрии пространственных конструкций, сопротивления материалов, строительной механики, теории упругости и расчета строительных и машиностроительных конструкций, освещает вопросы научно-технического прогресса в строительстве и машиностроении, публикует аналитические обзоры по теме журнала.

Сайт журнала содержит полную информацию о журнале, его редакционной политике и этических принципах, требования к подготовке и условия публикации статей, а также полные выпуски журнала с 2008 г. (в рамках политики свободного доступа).

РЕДАКЦИОННАЯ КОЛЛЕГИЯ

ГЛАВНЫЙ РЕДАКТОР

Ватин Н.И., д-р техн. наук, проф., РУДН, Москва, Россия

ЗАМЕСТИТЕЛИ ГЛАВНОГО РЕДАКТОРА

Ерофеев В.Т., акад. РААСН, д-р техн. наук, проф., МГУ им. Н.П. Огарева, Саранск, Россия

Колчунов В.И., акад. РААСН, д-р техн. наук, проф., НИУ МГСУ, Москва, Россия

ОТВЕТСТВЕННЫЙ РЕДАКТОР

Мамиева И.А., РУДН, Москва, Россия

ЧЛЕНЫ РЕДАКЦИОННОЙ КОЛЛЕГИИ:

Асапов В.П., д-р техн. наук, проф., НИУ МГСУ, Москва, Россия

Асильходжаев А.И., д-р техн. наук, проф., ТГТУ, Ташкент, Узбекистан

Базаров Д.Р., д-р техн. наук, проф., ТИИМ, Ташкент, Узбекистан

Ванин В.В., д-р техн. наук, проф., КПИ им. Игоря Сикорского, Киев, Украина

Варум У., д-р философии, проф., Университет Порту, Порту, Португалия

Войцкич З., проф., Вроцлавский научно-технический университет, Вроцлав, Польша

Волосухин В.А., д-р техн. наук, проф., Кубанский ГАУ, Краснодар, Россия

Галишикова В.В., д-р техн. наук, проф., НИУ МГСУ, Москва, Россия

Дуцев М.В., д-р архитектуры, проф., ННГАСУ, Нижний Новгород, Россия

Евкин А.Ю., д-р техн. наук, проф., независимый исследователь, Торонто, Канада

Какоби С., д-р философии, проф., Технологический университет ПЕТРОНАС, Перак, Малайзия

Карпенко Н.И., акад. РААСН, д-р техн. наук, проф., НИИСФ РААСН, Москва, Россия

Козлов Д.В., д-р техн. наук, проф., НИУ МГСУ, Москва, Россия

Красич С., канд. техн. наук, Нишский университет, Ниш, Сербия

Кудрявцев С.А., чл.-корр. РААСН, д-р техн. наук, проф., ДВГУПС, Хабаровск, Россия

Курбацкий Е.Н., д-р техн. наук, проф., МИИТ, Москва, Россия

Лазарев Ю.Г., д-р техн. наук, проф., СПбПУ, Санкт-Петербург, Россия

Магуле Ф., проф., Высшая инженерная школа «Централь Сюпелек», Университет Париж-Сакли, Париж, Франция

Мендонка П., д-р философии, Архитектурная школа, Университет Минью, Брага, Португалия

Перькова М.В., д-р архитектуры, доцент, СПбПУ, Санкт-Петербург, Россия

Сантос Р., исследователь, Национальная лаборатория строительной техники, Лиссабон, Португалия

Травуш В.И., акад. РААСН, д-р техн. наук, проф., ЭНПИ, Москва, Россия

Федюк Р.С., д-р техн. наук, доцент, ДВФУ, Владивосток, Россия

Якутов Н.М., чл.-корр. РИА, д-р техн. наук, проф., ИММ ФИЦ КазНЦ РАН, Казань, Россия

СОДЕРЖАНИЕ

РАСЧЕТ И ПРОЕКТИРОВАНИЕ СТРОИТЕЛЬНЫХ КОНСТРУКЦИЙ

- Лебедев Е.В.* Влияние узловых сопряжений на усилия в элементах металлического каркаса ребристо-кольцевого купола с учетом различного количества поддерживающих его колонн 3

АНАЛИТИЧЕСКИЕ И ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ РАСЧЕТА КОНСТРУКЦИЙ

- Tamrazyan A.G., Baryak D.S.* Experimental Study of High-Temperature Exposure Effect on Reinforcement-Concrete Bond in Corrosion-Damaged Reinforced Concrete (Экспериментальные исследования влияния высокотемпературного воздействия на сцепление арматуры и бетона в коррозионно-поврежденном железобетоне) 18
- Stupishin L.Yu., Nikitin K.E., Masalov A.V.* Fracture of Wedge-Shaped Body Under Compression (Разрушение тел клиновидной формы при сжатии) ... 26

РАСЧЕТ ТОНКИХ УПРУГИХ ОБОЛОЧЕК

- Иванов В.Н., Алёшина О.О., Ларионов Е.А.* Определение оптимальных цилиндрических оболочек в форме поверхностей второго порядка 37

СЕЙСМОСТОЙКОСТЬ СООРУЖЕНИЙ

- Курбацкий Е.Н., Пестрякова Е.А., Хуссейн Ш.А.* Оценка влияния поверхностных слоев грунта на параметры спектров максимальных реакций ... 48

СТРОИТЕЛЬНЫЕ МАТЕРИАЛЫ И ИЗДЕЛИЯ

- Малькова М.Ю., Горшков А.С., Задиранов А.Н., Ларионов Е.А.* Влияние ультрадисперсных добавок на механические свойства бетона 62

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ

- Rogachev A.F., Karsakov A.A., Martynov A.A.* Applicability of Strain Gauge Methods for Experimental Determination of Operating Stress of Construction, Road and Agricultural Machines Attached to Tractors (Применимость тензометрических методов для экспериментального определения нагрузки строительных, дорожных и сельскохозяйственных машин, агрегируемых с тракторами) 71

Редактор И.Л. Панкратова
Редактор англоязычных текстов С.Л. Шамбина
Дизайн обложки Ю.Н. Ефремовой
Компьютерная верстка Н.В. Маркеловой

Адрес редакции:

Российский университет дружбы народов имени Патриса Лумумбы
Российская Федерация, 117198, Москва, ул. Миклухо-Маклая, д. 6; тел./факс: +7 (495) 955-08-28; e-mail: stmj@rudn.ru, i_mamieva@mail.ru

Подписано в печать 24.02.2025. Выход в свет 26.02.2025. Формат 60х84/8.

Бумага офсетная. Печать офсетная. Гарнитура «Times New Roman». Усл. печ. л. 9,3. Тираж 250 экз. Заказ № 87. Цена свободная.

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования «Российский университет дружбы народов имени Патриса Лумумбы»
Российская Федерация, 117198, Москва, ул. Миклухо-Маклая, д. 6

Отпечатано в типографии ИПК РУДН
Российская Федерация, 115419, Москва, ул. Орджоникидзе, д. 3

STRUCTURAL MECHANICS OF ENGINEERING CONSTRUCTIONS AND BUILDINGS

2025 VOLUME 21 No. 1

DOI: 10.22363/1815-5235-2025-21-1

<http://journals.rudn.ru/structural-mechanics> (Open Access)

Founded in 2005

by Peoples' Friendship University of Russia named after Patrice Lumumba

ISSN 1815-5235 (Print), 2587-8700 (Online)

Published 6 times a year.

Languages: Russian, English.

Indexed by RSCI, Russian Index of Science Citation, Cyberleninka, DOAJ, Google Scholar, Ulrich's Periodicals Directory, WorldCat, Dimensions.

The journal has been included in the list of the leading review journals and editions of the Highest Certification Committee of Ministry of Education and Science of Russian Federation in which the basic results of PhD and Doctoral Theses are to be published.

International scientific-and-technical peer-reviewed journal "Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings" shows the readers round the achievements of Russian and foreign scientists in the area of geometry of spatial structures, strength of materials, structural mechanics, theory of elasticity and analysis of building and machine-building structures, illuminates the problems of scientific-and-technic progress in building and machine-building, publishes analytic reviews on the aims and scope of the journal.

The journal website contains full information about the journal, editorial policy and ethics, requirements for the preparation and publication of the articles, etc., as well as full-text issues of the journal since 2008 (Open Access).

EDITORIAL BOARD

EDITOR-IN-CHIEF

Nikolai I. Vatin, DSc, Professor, RUDN University, Moscow, Russia

ASSISTANT EDITORS-IN-CHIEF

Vladimir T. Erofeev, member of the RAACS, DSc, Professor, Ogarev Mordovia State University, Saransk, Russia

Vitaly I. Kolchunov, member of the RAACS, DSc, Professor, NRU MGSU, Moscow, Russia

MANAGING EDITOR

Iraida A. Mamieva, RUDN University, Moscow, Russia

MEMBERS OF EDITORIAL BOARD:

Anvar I. Adylkhodzhaev, DSc, Professor, TSTU, Tashkent, Uzbekistan

Vladimir P. Agapov, DSc, Professor, NRU MGSU, Moscow, Russia

Dilshod R. Bazarov, DSc, Professor, TIAME, Tashkent, Uzbekistan

Mikhail V. Dutsev, Dr. of Architecture, NNGASU, Nizhny Novgorod, Russia

Alexander Yu. Evkin, DSc, Professor, independent scientist, Toronto, Canada

Roman S. Fedyuk, DSc, Associate Professor, FEPU, Vladivostok, Russia

Vera V. Galishnikova, DSc, Professor, MGSU, Moscow, Russia

Saeid Kakooei, PhD, senior lecturer, Universiti Teknologi PETRONAS, Seri Iskandar, Malaysia

Nikolay I. Karpenko, member of the RAACS, DSc, Professor, NIIF RAACS, Moscow, Russia

Dmitriy V. Kozlov, DSc, Professor, MGSU, Moscow, Russia

Sonja Krasic, PhD of Technical Science, University of Nis, Nis, Serbia

Sergey A. Kudryavtsev, corresponding member of the RAACS, DSc, Professor, FESTU, Khabarovsk, Russia

Evgeniy N. Kurbatskiy, DSc, Professor, MIIT, Moscow, Russia

Yuriy G. Lazarev, DSc, Professor, SPbPU, St. Petersburg, Russia

Fredéric Magoulès, DSc, Professor, Centrale Supélec, Université Paris-Saclay, Paris, France

Paulo Mendonça, Associate Professor, Architecture School, University of Minho, Braga, Portugal

Margarita V. Perkova, Dr. of Architecture, SPbPU, St. Petersburg, Russia

Ricardo Santos, PhD in Civil Engineering, Laboratório Nacional de Engenharia Civil, Lisbon, Portugal

Vladimir I. Travush, member of the RAACS, DSc, Professor, ENPI, Moscow, Russia

Vladimir V. Vanin, DSc, Professor, NTUU KPI, Kiev, Ukraine

Humberto Varum, Full Professor, University of Porto, Porto, Portugal

Viktor A. Volosukhin, DSc, Professor, KubSAU, Krasnodar, Russia

Zbigniew Wójcicki, Professor, Wrocław University of Science and Technology, Wrocław, Poland

Nukh M. Yakupov, corresponding member of the Russian Academy of Engineering, DSc, Professor, IME of FIC KazanSC of RAS, Russia

CONTENTS

ANALYSIS AND DESIGN OF BUILDING STRUCTURES

- Lebed E.V.* Influence of Joint Type on Member Forces in Metal Ribbed-Ring Dome Frame Taking into Account Different Number of Supporting Columns 3

ANALYTICAL AND NUMERICAL METHODS OF ANALYSIS OF STRUCTURES

- Tamrazyan A.G., Baryak D.S.* Experimental Study of High-Temperature Exposure Effect on Reinforcement-Concrete Bond in Corrosion-Damaged Reinforced Concrete 18
- Stupishin L.Yu., Nikitin K.E., Masalov A.V.* Fracture of Wedge-Shaped Body Under Compression 26

ANALYSIS OF THIN ELASTIC SHELLS

- Ivanov V.N., Aleshina O.O., Larionov E.A.* Determination of Optimal Cylindrical Shells in the Form of Second-Order Surfaces 37

SEISMIC RESISTENCE

- Kurbatskiy E.N., Pestriakova E.A., Hussein Sh.A.* Estimation of the Influence of Surface Soil Layers on the Parameters of Maximum Reaction Spectra 48

CONSTRUCTION MATERIALS AND PRODUCTS

- Malkova M.Yu., Gorshkov A.S., Zadiranov A.N., Larionov E.A.* Effect of Ultrafine Additives on Mechanical Properties of Concrete 62

EXPERIMENTAL RESEARCH

- Rogachev A.F., Karsakov A.A., Martynov A.A.* Applicability of Strain Gauge Methods for Experimental Determination of Operating Stress of Construction, Road and Agricultural Machines Attached to Tractors ... 71

Copy Editor I.L. Pankratova

English Texts' Editor S.L. Shambina

Graphic Designer Iu.N. Efremova

Layout Designer N.V. Markelova

Address of the Editorial Board:

Peoples' Friendship University of Russia named after Patrice Lumumba
6 Miklukho-Maklaya St, Moscow, 117198, Russian Federation; tel./fax: +7 (495) 955-08-28; e-mail: stmj@rudn.ru, i_mamieva@mail.ru

Printing run 250 copies. Open price

Peoples' Friendship University of Russia named after Patrice Lumumba
6 Miklukho-Maklaya St, Moscow, 117198, Russian Federation

Printed at Publishing House of RUDN University
3 Ordzhonikidze St, Moscow, 115419, Russian Federation

РАСЧЕТ И ПРОЕКТИРОВАНИЕ СТРОИТЕЛЬНЫХ КОНСТРУКЦИЙ ANALYSIS AND DESIGN OF BUILDING STRUCTURES

DOI: 10.22363/1815-5235-2025-21-1-3-17

УДК 624.074.2:624.014:693.8

EDN: IBTMJL

Научная статья / Research article

Влияние узловых сопряжений на усилия в элементах металлического каркаса ребристо-кольцевого купола с учетом разного количества поддерживающих его колонн

Е.В. Лебедь 

Национальный исследовательский Московский государственный строительный университет, Москва, Российская Федерация

✉ evglebed@mail.ru

Поступила в редакцию: 25 ноября 2024 г.

Принята к публикации: 20 января 2025 г.

Аннотация. Исследовалось влияние узловых сопряжений на величины внутренних усилий в элементах металлического каркаса ребристо-кольцевого купола, в том числе и при разном количестве поддерживающих его колонн. При этом сохранялась циклическая симметрия колонн по всему контуру купола. Все элементы купольного каркаса и колонны приняты из стальных труб. Объектами исследования служили купольные каркасы, которые отличались друг от друга как разными узловыми сопряжениями, так и разным количеством поддерживающих его колонн. Купола имеют одинаковое геометрическое строение и размеры, одинаковые сечения однотипных элементов каркаса и воспринимают одинаковые нагрузки. Исследования проводились посредством расчетов компьютерных моделей каркасов. Модели с разными узловыми сопряжениями получены постепенным преобразованием изначально назначенных шарнирных узлов в жесткие, а разное количество колонн создавалось регулярным их удалением из исходной компьютерной модели. В процессе расчетов определялись внутренние усилия N и M в элементах каркасов всех моделей, которые сравнивались между собой. Получены сравнительные диаграммы внутренних усилий N и M в элементах каркасов исходной и всех преобразованных моделей. Дана оценка работы элементов ребристо-кольцевых куполов с разными узловыми сопряжениями для каркасов с разным количеством колонн. По результатам исследования отмечены значительные изменения изгибающих моментов M в нижнем кольце и продольных сил N в колоннах. При этом характер изменения усилий зависит от вида узловых сопряжений.

Ключевые слова: компьютерная модель, меридиональные ребра, верхнее кольцо, нижнее кольцо, колонны, шарнирные и жесткие узлы, статический расчет

Заявление о конфликте интересов. Автор заявляет об отсутствии конфликта интересов.

Для цитирования: Лебедь Е.В. Влияние узловых сопряжений на усилия в элементах металлического каркаса ребристо-кольцевого купола с учетом разного количества поддерживающих его колонн // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2025. Т. 21. № 1. С. 3–17. <http://doi.org/10.22363/1815-5235-2025-21-1-3-17>

Лебедь Евгений Васильевич, кандидат технических наук, доцент кафедры металлических и деревянных конструкций, Национальный исследовательский Московский государственный строительный университет (НИУ МГСУ), Российская Федерация, 129337, г. Москва, Ярославское шоссе, д. 26; eLIBRARY SPIN-код: 5297-2700, ORCID: 0000-0003-3926-8701; e-mail: evglebed@mail.ru

© Лебедь Е.В., 2025

This work is licensed under a Creative Commons Attribution 4.0 International License
<https://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/legalcode>

Influence of Joint Type on Member Forces in Metal Ribbed-Ring Dome Frame Taking into Account Different Number of Supporting Columns

Evgeny V. Lebed 

Moscow State University of Civil Engineering (National Research University), Moscow, Russian Federation

✉ evglebed@mail.ru

Received: November 25, 2024

Accepted: January 20, 2025

Abstract. The influence of the type of joint on the internal forces in the elements of the metal frame of a ribbed-ring dome, and specifically considering different number of supporting columns, was studied. In this respect, cyclic symmetry of the columns along the entire contour of the dome is preserved. All elements of the dome frame and the columns are made of steel pipes. The objects of the study were dome frames, which differed from each other, both in different nodal connections and in different numbers of supporting columns. The domes have the same geometric structure and dimensions, the same cross-sections of the same type of frame elements and carry the same loads. The study was performed by analyzing computer models of the frames. Models with different joints were obtained by gradually converting the originally assigned hinges into rigid connections, and variation in the number of columns was implemented by regularly removing them from the original computer model. In the calculation process, internal forces N and M in the frame elements of all models were determined, which were compared with each other. Comparative diagrams of internal forces N and M in the frame elements of the original and all transformed models are obtained. The behavior of the elements of ribbed-ring domes with different nodal connections for frames with different numbers of columns is evaluated. According to the results of the study, significant changes in bending moments M in the lower ring and axial forces N in the columns were noted. Moreover, the nature of these changes depends on the type of nodal connection.

Keywords: computer model, meridional ribs, upper ring, lower ring, columns, hinged and rigid nodes, static calculation

Conflicts of interest. The author declares that there is no conflict of interest.

For citation: Lebed E.V. Influence of joint type on member forces in metal ribbed-ring dome frame taking into account different number of supporting columns. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*. 2025;21(1): 3–17. (In Russ.) <http://doi.org/10.22363/1815-5235-2025-21-1-3-17>

1. Введение

Металлические купола широко применяются в качестве покрытий зданий во всем мире из-за выразительности геометрической формы и надежности таких конструктивных систем. Благодаря пространственной жесткости и экономичности расхода металла они занимают ведущее место среди большепролетных пространственных покрытий [1–3].

Геометрические схемы каркасов металлических куполов зависят от перекрываемых пролетов и назначения здания [4; 5]. Наиболее простыми по геометрической схеме считаются ребристо-кольцевые купола. Но даже в ребристо-кольцевых куполах возможны различные геометрические схемы, связанные с числом секторов по окружности и ярусов по высоте. Кроме того, важным фактором работы купольного каркаса служит количество поддерживающих их колонн. От этого зависят статическая схема всего каркаса здания и внутренние усилия в элементах купольных каркасов, но какие-либо сведения по сравнительному исследованию работы металлических куполов, опирающихся на разное количество колонн, в открытой печати отсутствуют.

Обычно колонны в ребристо-кольцевых куполах располагают под каждым меридиональным ребром. Однако при большом числе секторов или ребер в купольном каркасе такое конструктивное решение может оказаться неудобным по разным причинам. В этом случае используют меньшее количество колонн по сравнению с числом меридиональных ребер, что приводит, как показало предыду-

Evgeny V. Lebed, Candidate of Technical Sciences, Associate Professor of the Department of Metal and Timber Structures, Moscow State University of Civil Engineering (National Research University), 26 Yaroslavskoye Shosse, Moscow, 129337, Russian Federation; eLIBRARY SPIN-code: 5297-2700, ORCID: 0000-0003-3926-8701; e-mail: evglebed@mail.ru

щее исследование автора [6], к изменению работы купола и, как следствие, изменению внутренних усилий в элементах купольного каркаса. Это же исследование показало, что, несмотря на сходство характера деформаций купола, с уменьшением количества колонн под куполом происходит существенное увеличение прогибов купольного каркаса.

Исследования стержневых систем купольного типа в различных компьютерных программах выполнялись многими учеными. Например, анализировалось напряженное состояние купольных каркасов при изменении его геометрических параметров [7], при разных отношениях высоты купола к диаметру для разных пролетов [8], при включении в работу кирпичного ограждения в ячейках каркаса между стальными ребрами и кольцами [9], при разных отношениях высоты купола к диаметру и разных сечениях элементов [10], при разной высоте по сравнению с пролетом купольного каркаса со связями [11]. Ранее автором выполнялось сравнительное исследование ребристо-кольцевых куполов при различных количествах связей и разных размерах верхнего кольца [12; 13]. Представленный здесь материал автором получен в полном соответствии с общепринятыми принципами исследований аналогичных состояний стержневых систем.

Кроме того, могут использоваться различные виды сопряжений элементов купольных каркасов, что также влияет на внутренние усилия. Влияние жесткости узловых сопряжений на напряженное состояние купола затронуто в [14]. В этой статье представлен сравнительный анализ пологого стального купола ребристо-кольцевого типа диаметром 41 м и высотой 7 м. Купол насчитывал 20 ребер и 10 колец, опирался на фундаменты непосредственно каждым меридиональным ребром (колонны отсутствовали). В качестве колец использовались прогоны, на которых устроена стеклянная обшивка. Рассмотрены 8 моделей этого каркаса, различающихся как по использованию двух подходов к расчету (линейной статике и нелинейного анализа), так и по виду соединения (с креплением колец к ребрам и без крепления). Пояснений о конкретной интерпретации соединений в компьютерной модели нет. В части моделей в работу включена обшивка, а в части — диагональные связи во всех секторах. Исследование проводилось с использованием программы Autodesk Robot Structural Analysis Professional 2022. В публикации приведены деформированные схемы купола, эпюры усилий и изополя напряжений, а также числовые таблицы и точечные графики усилий N , M и напряжений в элементах. Однако в выводах представлена только констатация полученных данных без их обобщения и каких-либо рекомендаций.

2. Методы

С целью выяснения зависимости возникающих усилий N и M в элементах ребристо-кольцевого купола от вида узловых сопряжений и одновременно от количества поддерживающих его колонн выполнялись данные компьютерные исследования. В качестве объектов исследования рассматривались каркасы, купола которых опираются на разное количество циклически симметричных колонн. Все купола характеризуются одинаковой геометрической схемой, одинаковым пролетом и высотой, одинаковыми сечениями элементов, воздействием одинаковых нагрузок, но разным видом узловых сопряжений элементов друг с другом. Для этого был запроектирован купол исходного каркаса с колоннами под каждым меридиональным ребром, который после расчета с уменьшенным числом колонн корректировался по размерам сечений элементов.

Объектом для исследования служил каркас ребристо-кольцевого купола сферической формы с радиусом кривизны 23 м, состоящий из 36 ребер и 7 колец. Таким образом, купол разделен ребрами на 36 секторов. Диаметр нижнего кольца 39,3 м, диаметр верхнего кольца 5,0 м, высота купольного каркаса 11 м. Купол опирается на колонны высотой 7,0 м, которых в исходном каркасе насчитывается 36. Все элементы каркаса сооружения с куполом приняты по результатам предварительного расчета на эксплуатационные нагрузки из электросварных прямошовных труб: меридиональные ребра — $\text{О } 530 \times 9$, верхнее кольцо — $\text{О } 530 \times 9$, нижнее кольцо — $\text{О } 630 \times 20$, остальные кольца — $\text{О } 273 \times 7$, колонны — $\text{О } 402 \times 10$.

Компьютерная модель этого каркаса являлась исходной для исследования. На основе исходной модели созданы модели с уменьшенным количеством колонн посредством их регулярного удаления из исходной компьютерной модели (рис. 1, *a*). Отличительным признаком этих моделей друг от друга являлось число секторов между колоннами. В исходной модели (наибольшее число колонн) оно было равно 1, затем — 2, 4 и 6 (рис. 1, *б–г*). Исследования выполнялись на компьютерных моделях каркасов с ребристо-кольцевым куполом в программе SCAD как пространственных стержневых систем [15; 16].

Во всех схемах верхнее (соединительное) кольцо, нижнее (опорное) кольцо и меридиональные ребра цельные, т.е. все 36 составляющих стержней колец и 6 составляющих стержней каждого ребра соединены друг с другом жестко. Опорные узлы всех колонн жесткие (заделка). Соединения ребер с верхним и нижним кольцами, соединения колонн с нижним кольцом и соединения промежуточных колец с ребрами в разных схемах были различными — от шарниров в двух плоскостях до жестких в двух плоскостях (рис. 2).

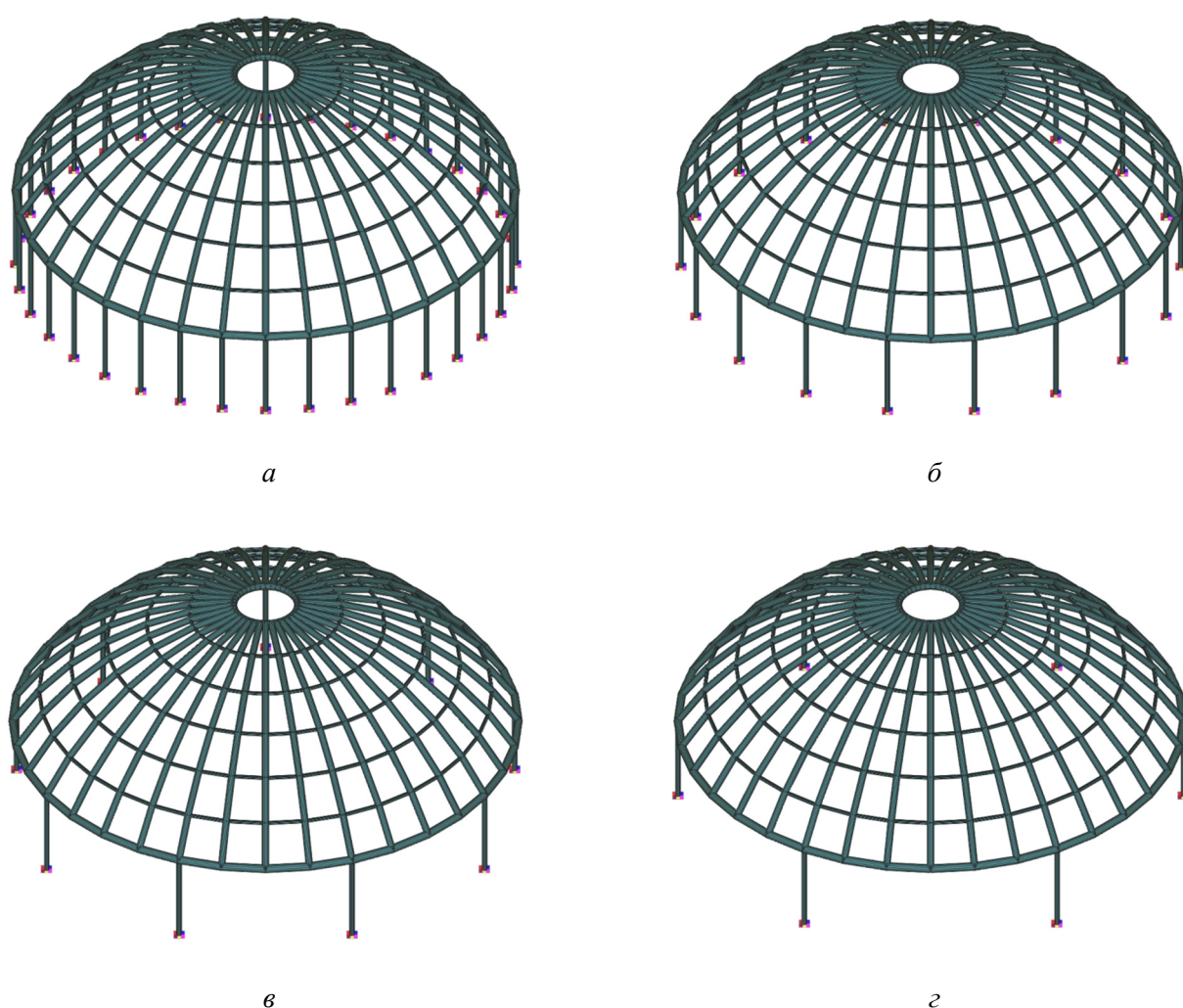


Рис. 1. Схемы купольных каркасов с разным числом секторов между колоннами:

a — 1 сектор; *б* — 2 сектора; *в* — 4 сектора; *г* — 6 секторов

И с т о ч н и к: выполнено Е.В. Лебедем

Figure 1. Models of dome frames with different number of sectors between columns:

a — 1 sector; *б* — 2 sectors; *в* — 4 sectors; *г* — 6 sectors

S o u r c e: made by E.V. Lebed

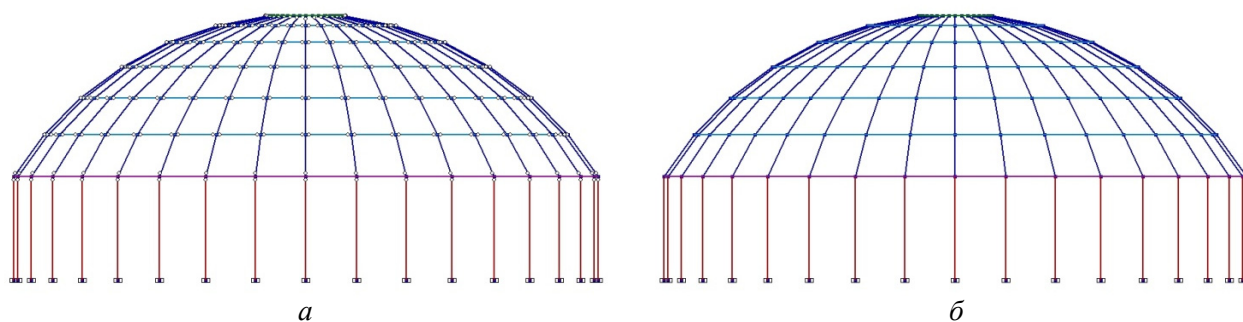


Рис. 2. Схемы каркасов с разными узловыми сопряжениями:

a — шарнирные; *б* — жесткие

И с т о ч н и к: выполнено Е.В. Лебедем

Figure 2. Models of frames with different nodal connections:

a — hinged; *б* — rigid

S o u r c e: made by E.V. Lebed

В процессе исследования рассматривались пять комбинаций узловых сопряжений, условно названных видами сопряжений — ШЗ, Ш2, Ш1, Ж1, Ж2. Описание видов приведено в таблице. Разрешение поворота UY означает наличие шарнира в нормальном направлении к куполу, а разрешение поворота UZ — наличие шарнира в тангенциальном (касательном к куполу) направлении.

Таблица / Table

**Разрешения поворотов в узлах разных видов сопряжений /
Rotational degrees of freedom in nodes of different joint types**

Вид сопряжения / Joint type	Наименование сопряжений элементов / Element joint name			
	Ребер с верхним кольцом / Ribs to upper ring	Ребер с нижним кольцом / Ribs to lower ring	Колонн с нижним кольцом / Columns to lower ring	Промежуточных колец с ребрами / Intermediate rings to ribs
ШЗ	Освобождение угловых связей Узел 1 Узел 2 ☐ UX ☐ UX ☒ UY ☐ UY ☒ UZ ☐ UZ	Освобождение угловых связей Узел 1 Узел 2 ☐ UX ☐ UX ☐ UY ☒ UY ☐ UZ ☒ UZ	Освобождение угловых связей Узел 1 Узел 2 ☐ UX ☐ UX ☒ UY ☐ UY ☒ UZ ☐ UZ	Освобождение угловых связей Узел 1 Узел 2 ☐ UX ☐ UX ☒ UY ☒ UY ☒ UZ ☒ UZ
Ш2	Освобождение угловых связей Узел 1 Узел 2 ☐ UX ☐ UX ☐ UY ☐ UY ☒ UZ ☐ UZ	Освобождение угловых связей Узел 1 Узел 2 ☐ UX ☐ UX ☐ UY ☒ UY ☐ UZ ☒ UZ	Освобождение угловых связей Узел 1 Узел 2 ☐ UX ☐ UX ☒ UY ☐ UY ☒ UZ ☐ UZ	Освобождение угловых связей Узел 1 Узел 2 ☐ UX ☐ UX ☒ UY ☒ UY ☒ UZ ☒ UZ
Ш1	Освобождение угловых связей Узел 1 Узел 2 ☐ UX ☐ UX ☐ UY ☐ UY ☒ UZ ☐ UZ	Освобождение угловых связей Узел 1 Узел 2 ☐ UX ☐ UX ☐ UY ☒ UY ☐ UZ ☒ UZ	Освобождение угловых связей Узел 1 Узел 2 ☐ UX ☐ UX ☒ UY ☐ UY ☒ UZ ☐ UZ	Освобождение угловых связей Узел 1 Узел 2 ☐ UX ☐ UX ☐ UY ☐ UY ☒ UZ ☒ UZ
Ж1	Освобождение угловых связей Узел 1 Узел 2 ☐ UX ☐ UX ☐ UY ☐ UY ☒ UZ ☐ UZ	Освобождение угловых связей Узел 1 Узел 2 ☐ UX ☐ UX ☐ UY ☐ UY ☐ UZ ☒ UZ	Освобождение угловых связей Узел 1 Узел 2 ☐ UX ☐ UX ☒ UY ☐ UY ☒ UZ ☐ UZ	Освобождение угловых связей Узел 1 Узел 2 ☐ UX ☐ UX ☐ UY ☐ UY ☒ UZ ☒ UZ
Ж2	Освобождение угловых связей Узел 1 Узел 2 ☐ UX ☐ UX ☐ UY ☐ UY ☐ UZ ☐ UZ	Освобождение угловых связей Узел 1 Узел 2 ☐ UX ☐ UX ☐ UY ☐ UY ☐ UZ ☐ UZ	Освобождение угловых связей Узел 1 Узел 2 ☐ UX ☐ UX ☐ UY ☐ UY ☐ UZ ☐ UZ	Освобождение угловых связей Узел 1 Узел 2 ☐ UX ☐ UX ☐ UY ☐ UY ☐ UZ ☐ UZ

Примечание: Обозначения поворотов UY, UZ в скриншотах соответствуют UX, UY для сечений элементов /
Notes: The rotation designations UY, UZ in the screenshots correspond to UX, UY for the cross sections of the elements

И с т о ч н и к: выполнено Е.В. Лебедем / S o u r c e: made by E.V. Lebed

Расчет каркасов производился на совместное действие нагрузки от веса ограждающих и несущих конструкций, а также несимметричной снеговой нагрузки, действующей с одной стороны купола¹ как наиболее влияющей по сравнению с симметричной. Все нагрузки прикладывались в узлах каркаса.

В процессе расчетов определялись внутренние усилия N , M_x , M_y в элементах каркасов всех моделей. Причем для сравнения усилий между собой выбирались их максимальные значения в наиболее нагруженных элементах меридиональных ребер, верхнего кольца, нижнего кольца и колонн.

3. Результаты

И изменение вида узловых сопряжений элементов исследуемого каркаса, и регулярное удаление колонн из исходной компьютерной модели приводят к изменению внутренних усилий N , M_x , M_y , причем в разных элементах это происходит по-разному.

В верхнем кольце купола с увеличением числа секторов между колоннами продольные силы N существенно не изменяются при разных видах узловых сопряжений (рис. 3). Изгибающие моменты M_x зависят от вида узловых сопряжений и возрастают с увеличением числа секторов между колоннами (рис. 4). Изгибающие моменты M_y изменяются мало в зависимости от вида сопряжений и претерпевают небольшие изменения с увеличением числа секторов между колоннами (рис. 5).

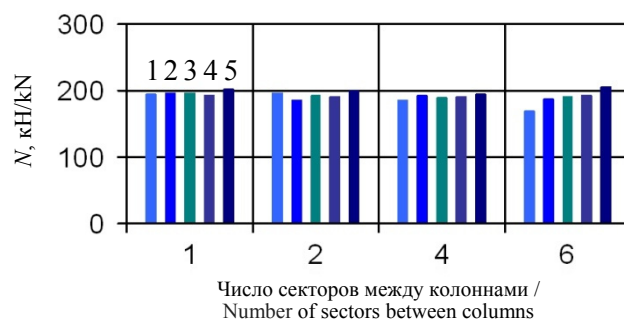


Рис. 3. Максимальные усилия N в верхнем кольце купола. Виды сопряжений:

1 — III3; 2 — III2; 3 — III1; 4 — Ж1; 5 — Ж2

И с т о ч н и к: выполнено Е.В. Лебедем

Figure 3. Maximum forces N in the upper ring of the dome. Joint types:

1 — III3; 2 — III2; 3 — III1; 4 — Ж1; 5 — Ж2

S o u r c e: made by E.V. Lebed

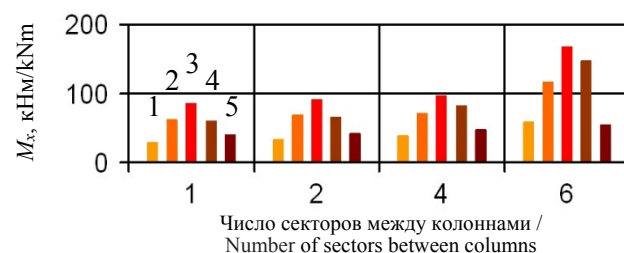


Рис. 4. Максимальные моменты M_x в верхнем кольце купола. Виды сопряжений:

1 — III3; 2 — III2; 3 — III1; 4 — Ж1; 5 — Ж2

И с т о ч н и к: выполнено Е.В. Лебедем

Figure 4. Maximum moments M_x in the upper ring of the dome. Joint types:

1 — III3; 2 — III2; 3 — III1; 4 — Ж1; 5 — Ж2

S o u r c e: made by E.V. Lebed

¹ СП 20.13330.2016. Нагрузки и воздействия. Актуализированная редакция СНиП 2.01.07-85*. Москва : Минстрой России, 2016. 80 с.

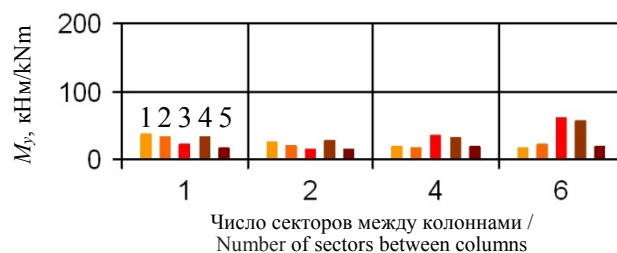


Рис. 5. Максимальные моменты M_y в верхнем кольце купола. Виды сопряжений: 1 — ШЗ; 2 — ШП2; 3 — ШП1; 4 — Ж1; 5 — Ж2

И с т о ч н и к: выполнено Е.В. Лебедем

Figure 5. Maximum moments M_y in the upper ring of the dome. Joint types:

1 — ШЗ; 2 — ШП2; 3 — ШП1; 4 — Ж1; 5 — Ж2

S o u r c e: made by E.V. Lebed

В меридиональных ребрах купола с увеличением числа секторов между колоннами продольные силы N увеличиваются, но по-разному при разных видах узловых сопряжений (рис. 6). Изгибающие моменты M_x существенно зависят от вида узловых сопряжений и практически не изменяются с увеличением числа секторов (рис. 7). Изгибающие моменты M_y немного изменяются в зависимости от вида сопряжений и незначительно изменяются с увеличением числа секторов (рис. 8).



Рис. 6. Максимальные усилия N в меридиональных ребрах купола. Виды сопряжений: 1 — ШЗ; 2 — ШП2; 3 — ШП1; 4 — Ж1; 5 — Ж2

И с т о ч н и к: выполнено Е.В. Лебедем

Figure 6. Maximum forces N in the meridional ribs of the dome. Joint types:

1 — ШЗ; 2 — ШП2; 3 — ШП1; 4 — Ж1; 5 — Ж2

S o u r c e: made by E.V. Lebed

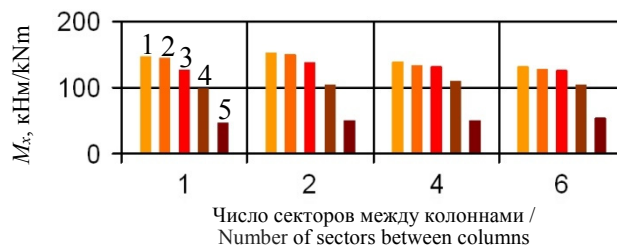


Рис. 7. Максимальные моменты M_x в меридиональных ребрах купола. Виды сопряжений:

1 — ШЗ; 2 — ШП2; 3 — ШП1; 4 — Ж1; 5 — Ж2

И с т о ч н и к: выполнено Е.В. Лебедем

Figure 7. Maximum moments M_x in the meridional ribs of the dome. Joint types:

1 — ШЗ; 2 — ШП2; 3 — ШП1; 4 — Ж1; 5 — Ж2

S o u r c e: made by E.V. Lebed

В нижнем (опорном) кольце купола увеличение числа секторов между колоннами мало влияет на продольные силы N , а разные виды узловых сопряжений влияют (рис. 9). Изгибающие моменты M_x и M_y зависят от вида узловых сопряжений и стремительно возрастают с увеличением числа секторов (рис. 10, 11).



Рис. 8. Максимальные моменты M_y в меридиональных ребрах купола. Виды сопряжений:

1 — III3; 2 — III2; 3 — III1; 4 — Ж1; 5 — Ж2

И с т о ч н и к: выполнено Е.В. Лебедем

Figure 8. Maximum moments M_y in the meridional ribs of the dome. Joint types:

1 — III3; 2 — III2; 3 — III1; 4 — Ж1; 5 — Ж2

S o u r c e: made by E.V. Lebed

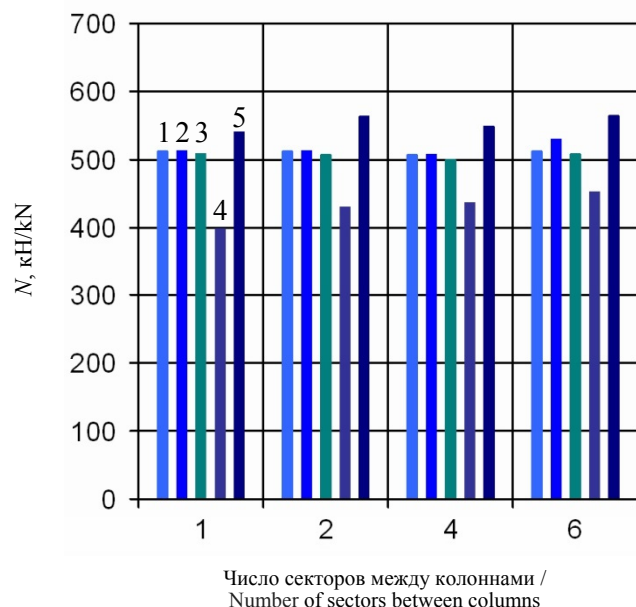


Рис. 9. Максимальные усилия N в нижнем кольце купола. Виды сопряжений:

1 — III3; 2 — III2; 3 — III1; 4 — Ж1; 5 — Ж2

И с т о ч н и к: выполнено Е.В. Лебедем

Figure 9. Maximum forces N in the lower ring of the dome. Joint types:

1 — III3; 2 — III2; 3 — III1; 4 — Ж1; 5 — Ж2

S o u r c e: made by E.V. Lebed

В колоннах, поддерживающих купол, с увеличением числа секторов продольные силы N ожидаемократно увеличиваются пропорционально изменению расстояния между колоннами и не зависят от разных видов узловых сопряжений (рис. 12).

Изменение изгибающих моментов M_x происходит только для конкретных видов узловых сопряжений, и именно для них характерен рост с увеличением числа секторов между колоннами (рис. 13). Характер изменения изгибающих моментов M_y с увеличением числа секторов аналогичен, т.е. для конкретных видов узловых сопряжений, однако величины M_y незначительны (рис. 14).

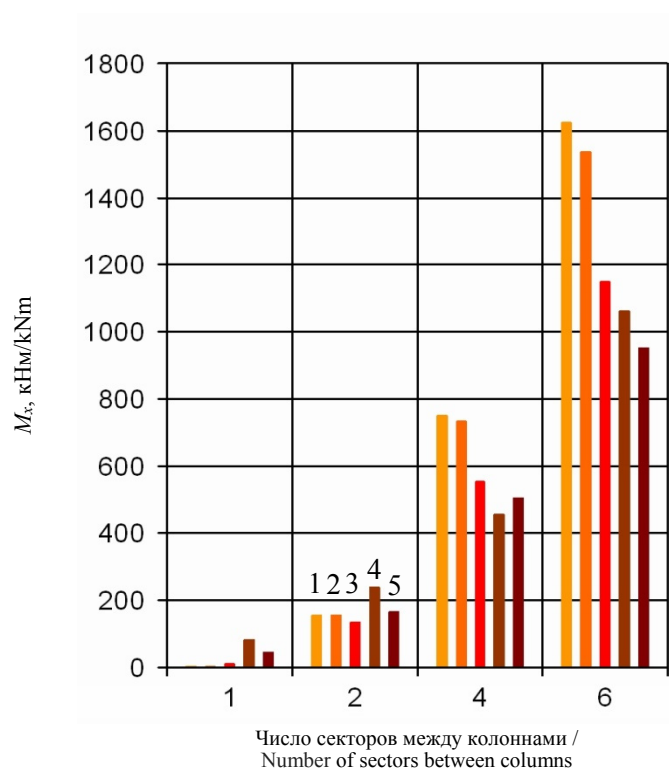


Рис. 10. Максимальные моменты M_x в нижнем кольце купола. Виды сопряжений:

1 — ШЗ; 2 — Ш2; 3 — Ш1; 4 — Ж1; 5 — Ж2

И с т о ч н и к: выполнено Е.В. Лебедем

Figure 10. Maximum moments M_x in the lower ring of the dome. Joint types:

1 — ШЗ; 2 — Ш2; 3 — Ш1; 4 — Ж1; 5 — Ж2

S o u r c e: made by E.V. Lebed



Рис. 11. Максимальные моменты M_y в нижнем кольце купола. Виды сопряжений:

1 — ШЗ; 2 — Ш2; 3 — Ш1; 4 — Ж1; 5 — Ж2

И с т о ч н и к: выполнено Е.В. Лебедем

Figure 11. Maximum moments M_y in the lower ring of the dome. Joint types:

1 — ШЗ; 2 — Ш2; 3 — Ш1; 4 — Ж1; 5 — Ж2

S o u r c e: made by E.V. Lebed



Рис. 12. Максимальные усилия N в колоннах под куполом. Виды сопряжений:

1 — III3; 2 — III2; 3 — III1; 4 — Ж1; 5 — Ж2

И с т о ч н и к: выполнено Е.В. Лебедем

Figure 12. Maximum forces N in the columns under the dome. Joint types:

1 — III3; 2 — III2; 3 — III1; 4 — Ж1; 5 — Ж2

S o u r c e: made by E.V. Lebed

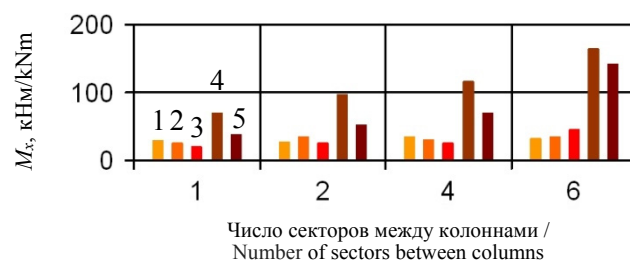


Рис. 13. Максимальные моменты M_x в колоннах под куполом. Виды сопряжений:

1 — III3; 2 — III2; 3 — III1; 4 — Ж1; 5 — Ж2

И с т о ч н и к: выполнено Е.В. Лебедем

Figure 13. Maximum moments M_x in the columns under the dome. Joint types:

1 — III3; 2 — III2; 3 — III1; 4 — Ж1; 5 — Ж2

S o u r c e: made by E.V. Lebed

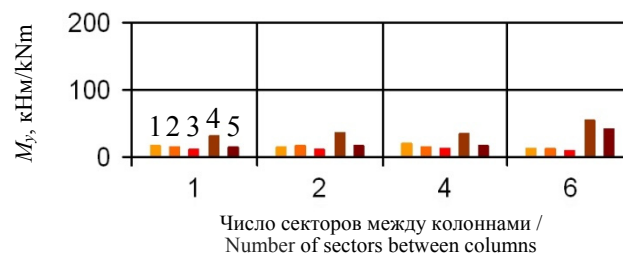


Рис. 14. Максимальные моменты M_y в колоннах под куполом. Виды сопряжений:

1 — III3; 2 — III2; 3 — III1; 4 — Ж1; 5 — Ж2

И с т о ч н и к: выполнено Е.В. Лебедем

Figure 14. Maximum moments M_y in the columns under the dome. Joint types:

1 — III3; 2 — III2; 3 — III1; 4 — Ж1; 5 — Ж2

S o u r c e: made by E.V. Lebed

Приведенные выше диаграммы показывают, что наиболее существенные изменения при увеличении количества секторов между опорами купола претерпевают:

- продольные силы N в колоннах и в ребрах;
- изгибающие моменты M_x в нижнем кольце, колоннах и верхнем кольце;
- изгибающие моменты M_y в нижнем кольце.

Для количественной оценки этих изменений построены графики отношений $N_i/N_{1\max}$, $M_{xi}/M_{x1\max}$, $M_{yi}/M_{y1\max}$. Здесь индекс i соответствует схеме каркаса с числом секторов 2, 4 или 6, а индекс $1\max$ — означает, что все величины сравнивались с наибольшими среди разных видов узловых сопряжений для схемы каркаса с одним сектором между колоннами.

Продольные силы N в колоннах увеличиваются в схемах с числом секторов между опорами купола 2, 4, 6 в среднем в 1,93, 3,69, 5,24 раза соответственно (рис. 15), а в меридиональных ребрах — в среднем в 1,06, 1,49, 1,91 раза соответственно (рис. 16).

Изгибающие моменты M_x в нижнем кольце многократно увеличиваются в схемах с числом секторов между опорами купола 2, 4, 6 в среднем в 2,04, 7,20, 15,16 раза соответственно (рис. 17). А в колоннах для Ж1, Ж2 эти моменты увеличиваются в среднем в 1,06, 1,33, 2,20 раза соответственно (рис. 18) и в верхнем кольце для Ш1, Ж1 они увеличиваются в среднем в 0,92, 1,05, 1,84 раза соответственно (рис. 19).

Изгибающие моменты M_y в нижнем кольце для Ш1, Ж1, Ж2 увеличиваются в схемах с числом секторов между опорами купола 2, 4, 6 в среднем в 0,90, 3,43, 9,48 раза, а для Ш3, Ш2 — в 1,03, 1,16, 3,22 раза соответственно (рис. 20).



Рис. 15. Отношение $N_i/N_{1\max}$ в колоннах под куполом. Виды сопряжений:

1 — Ш3; 2 — Ш2; 3 — Ш1; 4 — Ж1; 5 — Ж2

И с т о ч н и к: выполнено Е.В. Лебедем

Figure 15. Ratio $N_i/N_{1\max}$ in the columns under the dome. Joint types:

1 — Ш3; 2 — Ш2; 3 — Ш1; 4 — Ж1; 5 — Ж2

S o u r c e: made by E.V. Lebed

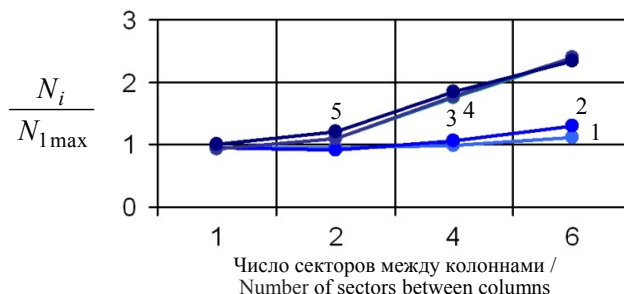


Рис. 16. Отношение $N_i/N_{1\max}$ в меридиональных ребрах. Виды сопряжений:

1 — Ш3; 2 — Ш2; 3 — Ш1; 4 — Ж1; 5 — Ж2

И с т о ч н и к: выполнено Е.В. Лебедем

Figure 16. Ratio $N_i/N_{1\max}$ in the meridional ribs of the dome. Joint types:

1 — Ш3; 2 — Ш2; 3 — Ш1; 4 — Ж1; 5 — Ж2

S o u r c e: made by E.V. Lebed

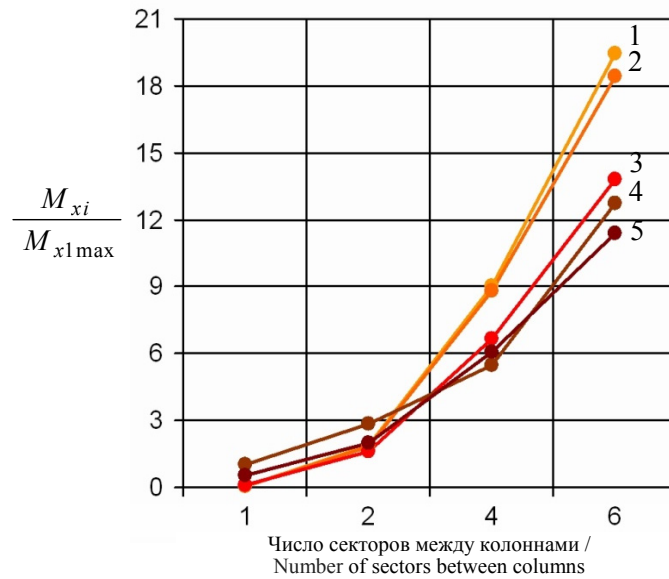


Рис. 17. Отношение M_{xi}/M_{x1max} в нижнем кольце. Виды сопряжений:

1 — ШЗ; 2 — Ш2; 3 — Ш1; 4 — Ж1; 5 — Ж2

И с т о ч н и к: выполнено Е.В. Лебедем

Figure 17. Ratio M_{xi}/M_{x1max} in the lower ring of the dome. Joint types:

1 — ШЗ; 2 — Ш2; 3 — Ш1; 4 — Ж1; 5 — Ж2

S o u r c e: made by E.V. Lebed

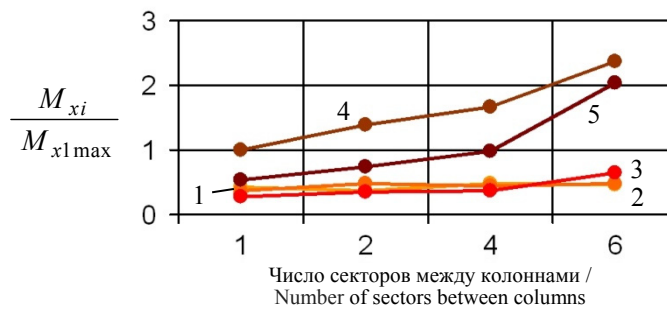


Рис. 18. Отношение M_{xi}/M_{x1max} в колоннах под куполом. Виды сопряжений:

1 — ШЗ; 2 — Ш2; 3 — Ш1; 4 — Ж1; 5 — Ж2

И с т о ч н и к: выполнено Е.В. Лебедем

Figure 18. Ratio M_{xi}/M_{x1max} in the columns under the dome. Joint types:

1 — ШЗ; 2 — Ш2; 3 — Ш1; 4 — Ж1; 5 — Ж2

S o u r c e: made by E.V. Lebed

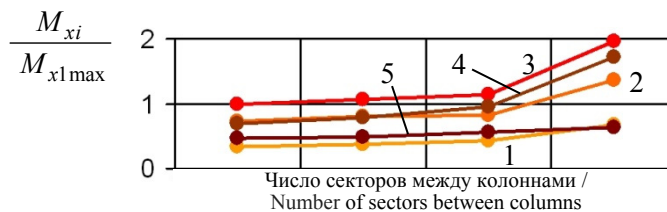


Рис. 19. Отношение M_{xi}/M_{x1max} в верхнем кольце. Виды сопряжений:

1 — ШЗ; 2 — Ш2; 3 — Ш1; 4 — Ж1; 5 — Ж2

И с т о ч н и к: выполнено Е.В. Лебедем

Figure 19. Ratio M_{xi}/M_{x1max} in the upper ring of the dome. Joint types:

1 — ШЗ; 2 — Ш2; 3 — Ш1; 4 — Ж1; 5 — Ж2

S o u r c e: made by E.V. Lebed

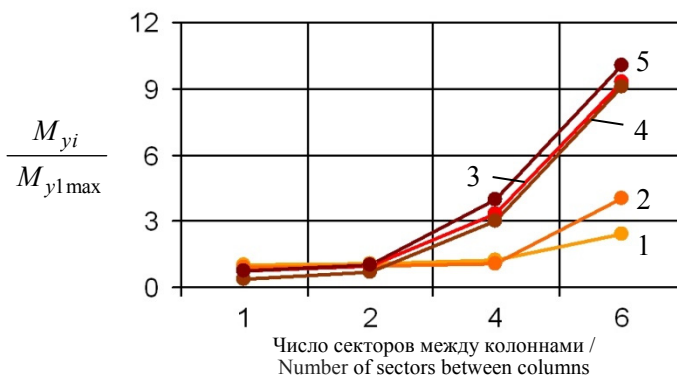


Рис. 20. Отношение M_{yi}/M_{y1max} в нижнем кольце. Виды сопряжений:

1 — ШЗ; 2 — Ш2; 3 — Ш1; 4 — Ж1; 5 — Ж2

И с т о ч н и к: выполнено Е.В. Лебедем

Figure 20. Ratio M_{yi}/M_{y1max} in the lower ring of the dome. Joint types:

1 — ШЗ; 2 — Ш2; 3 — Ш1; 4 — Ж1; 5 — Ж2

S o u r c e: made by E.V. Lebed

4. Заключение

В результате проведенного исследования можно сделать следующие выводы:

1. Разные виды узловых сопряжений элементов ребристо-кольцевого купола друг с другом в сочетании с уменьшением количества поддерживающих его колонн изменяют внутренние усилия в элементах каркаса сооружения. Степень этих изменений неодинакова в разных элементах.

2. Наиболее существенные изменения продольных сил N возникают в колоннах независимо от вида узлов и в меридиональных ребрах при шарнирных узлах с разрешенным поворотом в тангенциальном направлении.

3. Наиболее существенные изменения изгибающих моментов M_x и M_y при увеличении количества секторов между опорами купола происходят в нижнем (опорном) кольце купола. Причем величины моментов M_x при увеличении расстояния между колоннами в четыре и более секторов возрастают многократно в схемах с шарнирными узлами при максимальном разрешении поворотов, а величины моментов M_y возрастают в несколько раз в схемах с жесткими узлами при минимальном разрешении поворотов.

4. Относительно небольшие изменения изгибающих моментов M_x в колоннах при увеличении количества секторов между опорами купола происходят при минимальном разрешении поворотов и в верхнем кольце при всех видах узлов, кроме абсолютно жестких. При этом величины моментов в каркасах с расстоянием между колоннами в четыре и более секторов в несколько раз меньше по сравнению с нижним кольцом.

5. Для выяснения характера изменения внутренних усилий в промежуточных кольцах купола следует учитывать их работу между ребрами по балочной схеме на косой изгиб от распределенной нагрузки.

6. Для куполов с числом ребер, кратно превышающих количество колонн, при всех видах рассмотренных сопряжений узлов сечение опорного кольца следует также кратно увеличивать из-за его работы на изгиб.

7. При проектировании предпочтение следует отдавать сопряжениям элементов ребристо-кольцевого купола с минимальным количеством шарниров или без них, а в сопряжении колонн с опорным кольцом, наоборот, шарнирам. Не рекомендуется проектировать купола с редко поставленными колоннами, когда в промежутке между колоннами окажутся более трех ребер.

Список литературы

1. Тур В.И. Купольные конструкции : формообразование, расчет, конструирование, повышение эффективности. Москва : Издательство АСВ, 2004. 96 с. ISBN 5-93093-249-2
2. Кривошапко С.Н. Металлические ребристо-кольцевые и сетчато-стержневые оболочки XIX — первой половины XX-го веков // *Строительная механика инженерных конструкций и сооружений*. 2014. № 6. С. 4–15. EDN: SYZJFN
3. Кривошапко С.Н. К вопросу о применении параболических оболочек вращения в строительстве в 2000–2017 годах // *Строительная механика инженерных конструкций и сооружений*. 2017. № 4. С. 4–14. <https://doi.org/10.22363/1815-5235-2017-4-4-14> EDN: ZHAIXB
4. Кузнецов В.В. Металлические конструкции: справочник проектировщика: в 3 томах. Т. 2 : Стальные конструкции зданий и сооружений. Москва : Изд-во АСВ, 1998. 512 с. ISBN: 5-87829-081-2
5. Лебедь Е.В., Алукаев А.Ю. Большепролетные металлические купольные покрытия и их возведение // *Строительная механика инженерных конструкций и сооружений*. 2018. Т. 14. № 1. С. 4–16. <https://doi.org/10.22363/1815-5235-2018-14-1-4-16> EDN: YOJITL
6. Лебедь Е.В. Работа металлического каркаса ребристо-кольцевого купола при уменьшении количества поддерживающих его колонн // *Строительная механика инженерных конструкций и сооружений*. 2024. Т. 20. № 1. С. 14–26. <https://doi.org/10.22363/1815-5235-2024-20-1-14-26> EDN: YPWZQU
7. Anuj C. Analysis and design of steel dome using software // *International Journal of Research in Engineering and Technology (IJRET)*. 2014. Vol. 03. Issue 03. P. 35–39. <https://doi.org/10.15623/ijret.2014.0303006>
8. Chacko P., Dipu V.S., Manju P.M. Finite Element Analysis of Ribbed Dome // *International Journal of Engineering Research and Applications (IJERA)*. 2014. P. 25–32. ISSN: 2248-9622
9. Jasim N.A., Saleh I.S., Faleh S.K. Structural Analysis of Ribbed Domes Using Finite Element Method // *International Journal of Civil Engineering Research*. 2017. Vol. 8. No. 2. P. 113–130. URL: <https://faculty.uobasrah.edu.iq/uploads/publications/1644004697.pdf> (accessed: 15.08.2024)
10. Anu J.S., Preethi M. Parametric Analysis of Single layer Ribbed dome with Diagonal members // *International Research Journal of Engineering and Technology (IRJET)*. 2017. Vol. 04. Issue 08. P. 870–877.
11. Eldhose M., Rajesh A.K., Ramadass S. Finite Element Analysis and Parametric Study of Schwedler Dome Using ABAQUS Software // *International Journal of Engineering Trends and Technology (IJETT)*. 2015. Vol. 28. No. 7. P. 333–338. URL: <http://www.ijettjournal.org> (accessed: 15.08.2024)
12. Лебедь Е.В. Влияние связей на напряженное состояние каркаса ребристо-кольцевого купола // *Строительная механика инженерных конструкций и сооружений*. 2022. Т. 18. № 5. С. 417–427. <http://doi.org/10.22363/1815-5235-2022-18-5-417-427> EDN: MVUUGT
13. Lebed E.V. Influence of the size of the upper ring on the stressed state of the ribbed-ring metal dome // *Строительная механика инженерных конструкций и сооружений*. 2023. Т. 19. № 5. С. 450–458. <http://doi.org/10.22363/1815-5235-2023-19-5-450-458> EDN: DTILTG
14. Jeleniewicz K., Jaworski J., Żółtowski M., Izabela Uziębło I., Stefańska A., Dixit S. Steel ribbed dome structural performance with different node connections and bracing system // *Scientific Reports*. 2024. Vol. 14. Article no. 14013. <https://doi.org/10.1038/s41598-024-64811-0> EDN: DXKSNY
15. Карпиловский В.С., Криксунов Э.З., Маляренко А.А., Перельмутер А.В., Перельмутер М.А. SCAD Office. Вычислительный комплекс SCAD. Москва : Изд-во АСВ. 2006. 592 с. ISBN: 5-93093-289-1 EDN: QNMHYR
16. Городецкий А.С., Евзеров И.Д. Компьютерные модели конструкций. Киев : Изд-во Факт, 2005. 344 с. URL: <https://dwg.ru/dnl/1952> (дата обращения: 15.08.2024)

References

1. Tur V.I. *Dome Structures: Morphogenesis, Analysis, Design, Increase In Effectiveness*. Moscow: ASV Publ.; 2004. (In Russ.) ISBN 5-93093-249-2
2. Krivoshapko S.N. Metal ribbed-and-circular and lattice shells from the XIXth until the first half of the XXth centurie. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*. 2014;(6):4–15. (In Russ.) EDN: SYZJFN
3. Krivoshapko S.N. On application of parabolic shells of revolution in civil engineering in 2000-2017. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*. 2017;(4):4–14. (In Russ.) <https://doi.org/10.22363/1815-5235-2017-4-4-14> EDN: ZHAIXB
4. Kuznetsov V.V. *Metal Structures*. In 3 vols. Vol. 2. Steel structures of buildings and constructions. Reference book the designer. Moscow: ASV Publ.; 1998. (In Russ.) ISBN: 5-87829-081-2
5. Lebed E.V., Alukaev A.U. Large-span metal dome roofs and their construction. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*. 2018;14(1):4–16. (In Russ.) <https://doi.org/10.22363/1815-5235-2018-14-1-4-16> EDN: YOJITL

6. Lebed E.V. Behavior of metal frame of ribbed-ring dome with decrease in number of supporting columns. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*. 2024;20(1):14–26. (In Russ.) <https://doi.org/10.22363/1815-5235-2024-20-1-14-26> EDN: YPWZQU
7. Anuj Ch. Analysis and design of steel dome using software. *International Journal of Research in Engineering and Technology (IJRET)*. 2014;03(03):35–39. <https://doi.org/10.15623/ijret.2014.0303006>
8. Chacko P., Dipu V.S., Manju P.M. Finite Element Analysis of Ribbed Dome. *International Journal of Engineering Research and Applications (IJERA)*. 2014;2248-9622:25–32.
9. Jasim N.A., Saleh I.S., Faleh S.K. Structural analysis of ribbed domes using finite element method. *International Journal of Civil Engineering Research*. 2017;8(2):113–130. Available from: <https://faculty.uobasrah.edu.iq/uploads/publications/1644004697.pdf> (accessed: 15.08.2024)
10. Anu J.S., Preethi M. Parametric Analysis of Single layer Ribbed dome with Diagonal members. *International Research Journal of Engineering and Technology (IRJET)*. 2017;04(08):870–877.
11. Eldhose M., Rajesh A.K., Ramadass S. Finite Element Analysis and Parametric Study of Schwedler Dome Using ABAQUS Software. *International Journal of Engineering Trends and Technology (IJETT)*. 2015;28(7):333–338. Available from: <http://www.ijettjournal.org> (accessed: 15.08.2024)
12. Lebed E.V. The influence of bracing on the stress state of the ribbed-ring dome framework. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*. 2022;18(5):417–427. (In Russ.) <http://doi.org/10.22363/1815-5235-2022-18-5-417-427> EDN: MVUUGT
13. Lebed E.V. Influence of the size of the upper ring on the stressed state of the ribbed-ring metal dome. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*. 2023;19(5):450–458. <http://doi.org/10.22363/1815-5235-2023-19-5-450-458> EDN: DTILTG
14. Jeleniewicz K., Jaworski J., Żółtowski M., Izabela Uziębło I., Stefańska A., Dixit S. Steel ribbed dome structural performance with different node connections and bracing system. *Scientific Reports*. 2024;14:14013. <https://doi.org/10.1038/s41598-024-64811-0> EDN: DXKSNY
15. Karpilovskiy V.S., Kriksunov E.Z., Malyarenko A.A., Perel'muter A.V., Perel'muter M.A. *SCAD Office. Computer system SCAD*. Moscow: ASV Publ.; 2006. (In Russ.) ISBN: 5-93093-289-1 EDN: QNMHYR
16. Gorodetskiy A.S., Evzerov I.D. *Computer models of structures*. Kiev: Fakt Publ.; 2005. (In Russ.) Available from: <https://dwg.ru/dnl/1952> (accessed: 15.08.2024)

АНАЛИТИЧЕСКИЕ И ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ РАСЧЕТА КОНСТРУКЦИЙ ANALYTICAL AND NUMERICAL METHODS OF ANALYSIS OF STRUCTURES

DOI: 10.22363/1815-5235-2025-21-1-18-25

UDC 624.012.45

EDN: ICPTTG

Research article / Научная статья

Experimental Study of High-Temperature Exposure Effect on Reinforcement-Concrete Bond in Corrosion-Damaged Reinforced Concrete

Ashot G. Tamrazyan^{id}, Dmitriy S. Baryak^{id}✉

Moscow State University of Civil Engineering (National Research University), Moscow, Russian Federation

✉ baryakd@gmail.com

Received: September 15, 2024

Accepted: December 23, 2024

Abstract. The object of this study is the bond between reinforcement and concrete after exposure to high temperatures and corrosion, which is critical for assessing the durability of reinforced concrete structures. The analysis of scientific sources revealed that at temperatures above 300°C, the bond deteriorates due to thermal expansion of the reinforcement, degradation of the cement matrix, and crack formation. Simultaneously, corrosion reduces adhesion and weakens mechanical interlocking, accelerating concrete deterioration. However, the combined effect of these factors remains insufficiently studied, and the existing bond models do not fully account for their simultaneous impact. In this experiment, concrete specimens with A500C reinforcement were subjected to electrochemical corrosion and heated to 400°C. Pull-out tests revealed a significant reduction in bond strength, attributed to the destruction of the adhesive layer and changes in the interaction mechanism: in unheated specimens, the bond was ensured by plastic deformations of concrete, whereas in heated specimens, it was maintained by friction against corrosion products. Comparison with previous studies on the influence of temperature, reinforcement types, and heating rates confirmed the consistency of the results and clarified the role of pre-existing corrosion. The obtained experimental data not only validates the existing studies, but also extends them by incorporating the effect of pre-corrosion, which was previously considered in a limited scope. The findings can be used to predict the consequences of thermal exposure, assess the residual strength of structures, and develop restoration methods.

Keywords: reinforcement adhesion, load-bearing capacity, cracks, slip, operating conditions, bond stress, plastic deformations, heating

Conflicts of interest. The authors declare that there is no conflict of interest.

Authors' contribution: Tamrazyan A.G. — supervision, conceptualization, review and editing; Baryak D.S. — literature review, experimental investigation, data processing, conclusions.

For citation: Tamrazyan A.G., Baryak D.S. Experimental study of high-temperature exposure effect on reinforcement-concrete bond in corrosion-damaged reinforced concrete. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*. 2025; 21(1):18–25. <http://doi.org/10.22363/1815-5235-2025-21-1-18-25>

Ashot G. Tamrazyan, Corresponding Member of RAASN, Doctor of Technical Sciences, Head of the Department of Reinforced Concrete and Masonry Structures, Moscow State University of Civil Engineering (National Research University), 26 Yaroslavskoye Shosse, Moscow, Russian Federation; eLIBRARY SPIN-code: 2636-2447, ORCID: 0000-0003-0569-4788; e-mail: TamrazyanAG@mgsu.ru

Dmitriy S. Baryak, PhD student of the Department of Reinforced Concrete and Masonry Structures, Moscow State University of Civil Engineering (National Research University), 26 Yaroslavskoye Shosse, Moscow, Russian Federation; eLIBRARY SPIN-code: 5571-5554, ORCID: 0000-0003-1349-0590; e-mail: baryakd@gmail.com

© Tamrazyan A.G., Baryak D.S., 2025

This work is licensed under a Creative Commons Attribution 4.0 International License
<https://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/legalcode>

Экспериментальные исследования влияния высокотемпературного воздействия на сцепление арматуры и бетона в коррозионно-поврежденном железобетоне

А.Г. Тамразян^{ID}, Д.С. Баряк^{ID}✉

Национальный исследовательский Московский государственный строительный университет, Москва, Российская Федерация

✉ baryakd@gmail.com

Поступила в редакцию: 15 сентября 2024 г.

Принята к публикации: 23 декабря 2024 г.

Аннотация. Объект исследования — сцепление арматуры с бетоном после воздействия высоких температур и коррозии, что имеет ключевое значение для оценки долговечности железобетонных конструкций. Анализ научных источников показал, что при температурах выше 300 °С сцепление ухудшается за счет термического расширения арматуры, дегградации цементного камня и образования трещин. Одновременно коррозия снижает адгезию и ослабляет механическое зацепление, ускоряя разрушение бетона. Однако комплексное влияние этих факторов изучено недостаточно, а существующие модели сцепления не учитывают их одновременное воздействие. В рамках эксперимента исследовались бетонные образцы с арматурой А500С, подвергнутые электрохимической коррозии и нагретые до 400 °С. Испытания на выдергивание арматуры выявили значительное снижение сцепления, связанное с разрушением адгезионного слоя и изменением механизма взаимодействия: в ненагретых образцах сцепление обеспечивалось пластическими деформациями, тогда как в нагретых обеспечивалось трением о продукты коррозии. Сравнение с предыдущими исследованиями, рассматривающими влияние температуры, типов арматуры и скоростей нагрева, подтвердило согласованность результатов и позволило уточнить роль предварительной коррозии. Полученные экспериментальные данные не только подтверждают существующие исследования, но и дополняют их за счет учета предварительной коррозии, что ранее рассматривалось в ограниченном объеме. Результаты могут быть использованы для прогнозирования последствий термических воздействий, оценки остаточной прочности конструкций и разработки методов восстановления.

Ключевые слова: адгезия арматуры, несущая способность, трещины, проскальзывание, условия эксплуатации, напряжения сцепления, пластические деформации, нагрев

Заявление о конфликте интересов. Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

Вклад авторов: Тамразян А.Г. — научное руководство, концепция исследования, рецензирование и редактирование; Баряк Д.С. — обзор литературы, подготовка и проведение эксперимента, обработка результатов, выводы.

Для цитирования: Тамразян А.Г., Баряк Д.С. Экспериментальные исследования влияния высокотемпературного воздействия на сцепление арматуры и бетона в коррозионно-поврежденном железобетоне // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2025. Т. 21. № 1. С. 18–25. <http://doi.org/10.22363/1815-5235-2025-21-18-25>

1. Introduction

The bond between reinforcement and concrete is a key factor that ensures the combined action of reinforced concrete as solid material [1]. Violation of this bond leads to crack formation, reduction of structural stiffness and decrease of load-bearing capacity. Various models based on experimental data and theoretical studies have been developed to calculate the reinforcement-concrete bond strength.

The main parameters affecting the bond between reinforcement and concrete:

- Strength characteristics of concrete: axial tensile strength, concrete composition, presence of micro-cracks.
- Type and geometry of reinforcement. These are mainly diameter, shape.
- Type of load: static, dynamic, cyclic.
- Reinforcement confinement: reinforcement ratio and the influence of stirrups.

Тамразян Ашот Георгиевич, член-корреспондент РААСН, доктор технических наук, заведующий кафедрой железобетонных и каменных конструкций, Национальный исследовательский Московский государственный строительный университет (НИУ МГСУ), Российская Федерация, 129337, г. Москва, Ярославское шоссе, д. 26; eLIBRARY SPIN-код: 2636-2447, ORCID: 0000-0003-0569-4788; e-mail: TamrazyanAG@mgso.ru

Баряк Дмитрий Сергеевич, аспирант кафедры железобетонных и каменных конструкций, Национальный исследовательский Московский государственный строительный университет (НИУ МГСУ), Российская Федерация, 129337, г. Москва, Ярославское шоссе, д. 26; eLIBRARY SPIN-код: 5571-5554, ORCID: 0000-0003-1349-0590; e-mail: baryakd@gmail.com

- Operating conditions: temperature and humidity conditions, corrosion and other external factors.

The following methods of calculating the bond stress are considered:

1) **The model of M.M. Kholmyansky** [2]. The proposed methodology of bond stress calculation is based on experimental studies:

$$\tau = B \frac{\ln(l + as)}{l + as},$$

where $B = e \cdot \tau_{\max}$ is the coefficient determined by tests; $a = \frac{e-l}{S_{\max}}$ is the coefficient dependent on bond length l and maximum slip $S_{\max}$.

2) **CEB-FIP Model Code 90**¹. This model describes the relationship between bond stress τ and slip s over several diagram regions:

$$\tau = \begin{cases} \tau_{\max} \left(\frac{s}{s_1} \right)^\alpha, & 0 \leq s < s_1; \\ \tau_{\max}, & s_1 \leq s < s_2; \\ \tau_{\max} + (\tau_f - \tau_{\max}) \frac{s - s_2}{s_3 - s_2}, & s_2 \leq s < s_3; \\ \tau_f, & s > s_3, \end{cases}$$

where $\tau_{\max}$ is the maximum bond stress; τ_f is the residual bond stress; s_1, s_2, s_3 are the slips at the key points on the diagram.

3) **Modification of CEB-FIP** [3]. The model accounts for the nonlinear behavior of the downward branch of the diagram:

$$\tau = \begin{cases} \tau_{\max} \left(\frac{s}{s_{\max}} \right)^\alpha, & s \leq s_{\max}; \\ \tau_{\max} \left(\frac{s}{s_{\max}} \right)^{-\alpha'}, & s > s_{\max}. \end{cases}$$

4) **ACI Committee 318**². The American Concrete Institute proposes a model relating bond stress f_b to normal stress σ_n :

$$f_b = \frac{2\mu}{\pi} \sigma_n + f_{\text{adh}},$$

where $\sigma_n = \sigma_c + \sigma_{st} + \sigma_{\text{conf}}$ is the normal stress including concrete confinement σ_c , stirrup reaction σ_{st} and transverse stress σ_{conf} ; f_{adh} is the bond stress due to adhesion.

5) **Y. Tian et al.** [4]. This bond model includes three stages:

$$\tau = \begin{cases} \kappa_1 s, & 0 \leq s \leq s_{cr}; \\ \tau_{cr} + \kappa_2 (s - s_{cr}), & s_{cr} < s \leq s_u; \\ \tau_u + \kappa_3 (s - s_u), & s_u < s \leq s_r; \\ \tau_r, & s > s_r, \end{cases}$$

where τ_u, τ_r, s_u and s_r describe the characteristics of bond stress and slipping at different stages.

¹ CEB-FIP Model Code 90. Available from: http://www.tocasa.es/zona2/CEB_FIP_model_code_1990_ing.pdf (accessed: 22.07.2024).

² ACI Committee 318, Building Code Requirements for Structural Concrete (ACI 318-02) and Commentary (318R-02). American Concrete Institute. Farmington Hills, MI; 2002.

Corrosion of reinforcement is one of the most significant factors affecting the bond between reinforcement and concrete. It causes destruction of the adhesive bond, changes in the geometry of the reinforcement and weakening of the mechanical interlocking.

Empirical models are proposed by various researchers for quantitative analysis of the relationship between the bond and the degree of corrosion:

1) **J.G. Cabrera** [5]. The model describes the decrease in bond stress as a function of the degree of corrosion (n):

$$R_t = 1 - 5.6n,$$

where R_t is the relative bond strength (in fractions of the original), n is the degree of corrosion;

2) **K.D. Stanish, R.D. Hooton, S.J. Pantazopoulou** [6]:

$$R_t = 1 - 3.5n;$$

3) **Y. Yuan, S. Yu, F. Jia** [7]. The model takes into account the effect of concrete cover layer c and reinforcement diameter d :

$$R_t = 1 - \left(10.544 - \frac{1.586c}{d} \right) n;$$

4) **Y. Auyeung, P. Balaguru, L. Chung** [8]:

Exponential relationship model:

$$R_t = e^{-32.51n};$$

5) **L. Chung, S.H. Cho, J.H.J. Kim, S.T. Yi** [9]:

$$R_t = 0.0159n^{-1.06}, R_t \leq 1.0.$$

The analysis of the existing models of reinforcement-concrete bond shows that most of them are based on geometric, mechanical and chemical characteristics of materials, as well as external factors such as corrosion of reinforcement. These relationships allow to give a reasonable approximation of the bond strength under normal service conditions and in the presence of corrosion damage. However, temperature effects, especially under conditions of short-term or long-term exposure, remain a poorly studied aspect, despite their significant influence on the strength characteristics of reinforced concrete structures [10; 11].

Although a number of studies have examined the reinforcement-concrete bond behavior after exposure to high temperatures [12; 13], these studies mainly focus on individual aspects, such as the effect of anchorage length [12] or fiber reinforcement of concrete [13], but do not provide a comprehensive picture of the effect of different temperature regimes on the bond. Similarly, studies [14; 15] consider the dynamic behavior of the bond during heating, but their methodologies do not allow to fully describe the behavior of the reinforcement under real service conditions

In addition, a number of publications are devoted to the investigation of the reinforcement bond under specific conditions, such as the use of steels with high corrosion resistance [16] or the influence of high-strength reinforcement [17], which is certainly important, but does not solve the problem of comprehensive analysis of the temperature effects. Thus, despite the available studies, currently, there is insufficient experimental data to evaluate the reinforcement-concrete bond subjected to short-term or long-term heating in detail, which emphasizes the relevance of this study.

Despite the existence of general approaches to the evaluation of temperature effects on materials, there are no accurate empirical relationships that allow to take into account the effect of heating on the bond. Moreover, the failure mechanisms under such conditions, including adhesion failure and loss of mechanical interlocking, have not been sufficiently substantiated experimentally. This complicates both the development of new design solutions and correct prediction of service life of reinforced concrete structures subjected to thermal effects.



a



b

Figure 1. Test specimens:

- a — not exposed to heating;
b — exposed to heating

Source: photo by D.S. Baryak



Figure 2. Experimental setup with a test specimen

Source: photo by D.S. Baryak



a



b

Figure 3. Specimens after testing:

- a — reinforcement;
b — concrete prisms

Source: photo by D.S. Baryak

2. Methods

In this study, the influence of heating to temperatures of about 400°C on the reinforcement-concrete bond was experimentally evaluated. The purpose of the experiment was to study the failure mechanism of the test specimens and to determine the characteristic relationships between temperature and bond stress. The experimental procedure included reinforcement pull-out tests from concrete specimens subjected to different levels of heating. The pull-out tests were performed on the Instron 3382 electromechanical universal testing machine (manufacturer: Instron, city: Norwood, country: USA) with a maximum load capacity of 100 kN, equipped with the Bluehill control system and providing high accuracy of measurements due to electronic control of load and deformation. Heating was performed using the SNOL 7.2/1100 laboratory muffle furnace (manufacturer: AB UMEGA GROUP, city: Utena, country: Lithuania) with a maximum heating temperature of 1100°C, operating temperature range of +50° to 1100°C and temperature accuracy of $\pm 1^\circ\text{C}$. The data obtained allowed not only to determine the degree of influence of temperature on adhesion, but also to identify the key degradation mechanisms, which can serve as a basis for further improvement of the existing models.

The experiment was conducted at the premises of Moscow State University of Civil Engineering (National Research University). A500C grade steel bars of 400 mm length and 8 mm diameter and B25 grade concrete cubes were used for specimen fabrication. The working length of rebar in contact with concrete was 40 mm (equivalent to five rebar diameters). The rest of the rebar was isolated from the concrete using plastic tubing. The general view of the specimens before testing, the experimental setup and the specimens after testing are shown in Figures 1–3. Electrochemical attack method was used to create corrosion damage. The specimens were placed in plastic containers filled with 5% NaCl solution. Using a DC stabilizer, a positive charge was applied to the rebar and a negative charge was applied to the solution. Electrochemical corrosion was conducted at a constant current strength of 0.5 A for 60 days. As a result, bars with a corrosion percentage of 12% in terms of rebar diameter and 23% in terms of cross-sectional area were obtained.

Sample preparation

Two groups of specimens were prepared for the experiment:

1. Control group: unheated specimens.
2. Damaged rebar group: heated specimens.

3. Results and Discussion

During processing of the experimental data, the averaged values were obtained, which were used for plotting the graphs of the relationship between the displacement of the free end of the reinforcing bar and the magnitude of the applied load. The results are summarized in Table, and also in Figure 4.

As a result of experimental data processing, it was found that for the specimens before heating, the average value of the reinforcement-concrete

bond strength is 24.47 MPa, while after heating to a temperature of 400°C this value decreases to 17.38 MPa. Thus, heating of the specimens leads to a 28.96% decrease in bond strength, which indicates a significant influence of temperature on the adhesion properties of reinforcement and concrete.

The maximum value of bond strength before heating was observed in specimen 7, which was equal to 30.80 MPa. After heating, the maximum value of bond strength was recorded for specimen 10, which was equal to 21.71 MPa. The minimum value of bond strength for the specimens before heating was 19.83 MPa (specimen 2), and 8.88 MPa after heating (specimen 11).

Table

Results of the experiment on determination of bond strength

№	Maximum force, kN	Bond strength, MPa	Average bond strength, MPa
Samples before heating			
1	21.03	20.91	24.47
2	19.93	19.83	
3	22.74	22.62	
4	22.91	22.79	
5	27.19	27.05	
6	25.78	25.65	
7	30.96	30.80	
8	23.95	23.82	
9	26.90	26.76	
Samples after heating			
10	21.82	21.71	17.38
11	8.92	8.88	
12	20.19	20.08	
13	22.57	22.45	
14	14.74	14.67	
15	12.11	12.05	
16	19.73	19.63	
17	18.53	18.43	
18	18.61	18.51	

Source: made by D.S. Baryak

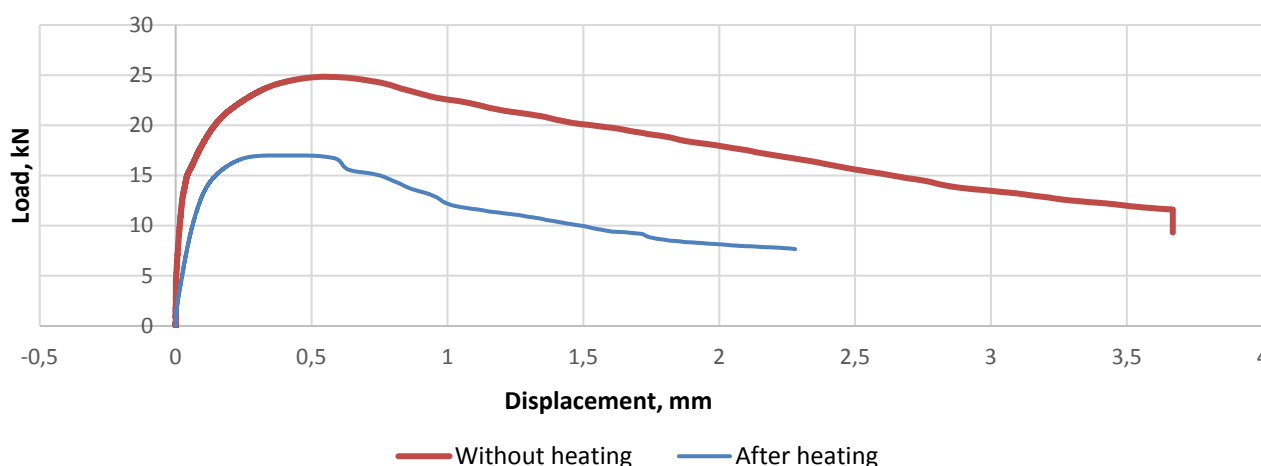


Figure 4. Graph of experimental results

Source: made by D.S. Baryak

The obtained results indicate a critical decrease in the reinforcement-concrete bond strength under the influence of temperature. This is consistent with studies [12–14], where the decrease in bond strength at temperatures of 350–400°C was 25–40%, confirming the significant effect of heat on the degradation of adhesion properties of reinforcement and concrete. In [15], it was observed that the heating rate has a significant effect on bond degradation, with moderate heating rates used in this study giving comparable results to those reported previously. In addition, data from [16; 17] indicate that the use of corrosion-resistant reinforcement partially compensates for the temperature-related bond loss, but this study shows that with standard A500C reinforcement, temperature effects lead to bond degradation regardless of the corrosion layer. Thus, the obtained experimental data not only confirm the existing studies, but also supplements them by taking into account pre-corrosion, which was previously considered to a limited extent. This emphasizes the relevance of the work and its contribution to the study of the influence of temperature on the bond between reinforcement and concrete.

4. Conclusion

1. The tests showed a 30% decrease in the reinforcement-concrete bond strength after heating to 400°C relative to unheated specimens. This confirms the significant influence of temperature on the adhesion properties of corrosion-damaged reinforcement.
2. The analysis of the stress-displacement plots shows that heating leads to a decrease in the ultimate stress and changes the nature of the system behavior. For heated specimens, an earlier drop in stress after the peak is observed, which indicates a decrease in the load capacity.
3. In unheated specimens, the bond with concrete is provided by plastic deformations of concrete between the protrusions of the reinforcement surface profile. In heated specimens, this interaction is weakened and the bond is more dependent on friction against corrosion products, resulting in a sharper bend in the graph at the point of maximum load.

References

1. Tamrazyan A., Avetisyan L. Comparative analysis of analytical and experimental results of the strength of compressed reinforced concrete columns under special combinations of loads. *MATEC Web of Conferences. 5th International Scientific Conference on Integration, Partnership and Innovation in Construction Science and Education, IPICSE 2016*. 2016:01029. <https://doi.org/10.1051/mateconf/20168601029> EDN: YVACDT
2. Kholmyansky M.M. *Contact between reinforcement and concrete*. Moscow: Stroyizdat Publ.; 1981. (In Russ.) <https://djvu.online/file/J6CjJaV1ndKB0>. Available from: <https://djvu.online/file/J6CjJaV1ndKB0> (accessed: 21.07.2024).
3. Cruz J.S., Barros J. Modeling of bond between near-surface mounted CFRP laminate strips and concrete. *Computers and Structures*. 2004;82:1513–1521. <https://doi.org/10.1016/j.compstruc.2004.03.047>
4. Tian Y., Liu J., Xiao H., Zhang Y., Mo Q., Shen J., Shi J. Experimental Study on Bond Performance and Damage Detection of Corroded Reinforced Concrete Specimens. *Advances in Civil Engineering*. 2020:7658623. <https://doi.org/10.1155/2020/7658623> EDN: ZZMGBB
5. Cabrera J.G. Deterioration of concrete due to reinforcement steel corrosion. *Cement and Concrete Composites*. 1996;18(1):47–59. [https://doi.org/10.1016/0958-9465\(95\)00043-7](https://doi.org/10.1016/0958-9465(95)00043-7)
6. Stanish K.D., Hooton R.D., Pantazopoulou S.J. Corrosion effects on bond strength in reinforced concrete. *ACI Structural Journal*. 1999;96(6):915–921. <https://doi.org/10.14359/765>
7. Yuan Y., Yu S., Jia F. Deterioration of bond behavior of corroded reinforced concrete. *Industrial Construction*. 1999;29(11):47–50. (In Chin.)
8. Auyeung Y., Balaguru P., Chung L. Bond behavior of corroded reinforcement bars. *ACI Materials Journal*. 2000; 97(2):214–220. <https://doi.org/10.14359/826>
9. Chung L., Cho S.H., Kim J.H.J., Yi S.T. Correction factor suggestion for ACI development length provisions based on flexural testing of RC slabs with various levels of corroded reinforcing bars. *Engineering Structures*. 2004;26(8):1013–1026. <https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2004.01.008>
10. Tamrazyan A., Avetisyan L.A. Experimental and theoretical study of reinforced concrete elements under different characteristics of loading at high temperatures. *XXV Polish–Russian–Slovak Seminar “Theoretical Foundation of Civil Engineering.” Procedia Engineering*. 2016:721–725. <https://doi.org/10.1016/j.proeng.2016.08.232> EDN: YUVYJL

11. Tamrazyan A.G., Baryak D.S. Temperature analysis of corrosion-damaged compressed reinforced concrete elements under fire exposure. *Innovations in Construction: Proceedings of the International Scientific and Practical Conference. Bryansk: Bryansk State Engineering and Technology University*; 2024. p. 255–259. (In Russ.) EDN: NQOMVV
12. Das A., Bošnjak J., Sharma A. Post-fire bond behaviour of reinforcement in concrete considering different bonded lengths and position of rebars. *Engineering Structures*. 2023;296(1):116908. <https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2023.116908> EDN: APIFDI
13. Li X., Lu C., Cui Y., Zhou L. Study on the bond properties between steel bar and fiber reinforced concrete after high temperatures. *Structures*. 2023;49:889–902. <https://doi.org/10.1016/j.istruc.2023.02.005> EDN: GCCACV
14. Liu C., Qiu Z., Zhang S., Yan L., Miao J., Zheng C. Experimental Study on Dynamic Bond Behavior between Reinforcement and Concrete under Fire. *Journal of Materials in Civil Engineering*. 2024;36(6). <https://doi.org/10.1061/JMCEE7.MTENG-17655> EDN: BNAZEX
15. Banoth I., Agarwal A. Bond between deformed steel rebars and concrete at elevated temperatures. *Fire Safety Journal*. 2024;145:104133. <https://doi.org/10.1016/j.firesaf.2024.104133> EDN: BBBGXS
16. Albero V., Hernández-Figueiredo D., Roig-Flores M., Melchor-Eixea A., Piquer A. High-temperature effects on bond behavior between concrete and corrosion resistant steel reinforcements. *Construction and Building Materials*. 2024; 447:138086. <https://doi.org/10.1016/j.conbuildmat.2024.138086> EDN: IGLTCT
17. Abuhishmeh K., Hojat Jalali H., Ebrahimi M., Soltanianfard M.A., Correa C.O., Cornejo J.S. Behavior of high strength reinforcing steel rebars after high temperature exposure: Tensile properties and bond behavior using pull-out and end beam tests. *Engineering Structures*. 2024;305:117730. <https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2024.117730> EDN: KBGQND

DOI: 10.22363/1815-5235-2025-21-1-26-36

UDC 624.04:69.04:531.011

EDN: IJMKCQ

Research article / Научная статья

Fracture of Wedge-Shaped Body Under Compression

Leonid Yu. Stupishin¹, Konstantin E. Nikitin¹, Alexander V. Masalov²¹Moscow State University of Civil Engineering (National Research University), Moscow, Russian Federation²Southwest State University, Kursk, Russian Federation niksbox@yandex.ru

Received: November 28, 2024

Accepted: January 25, 2025

Abstract. The aim is to study the fracture process of a wedge-shaped body during compression. A large number of researchers have turned to the classical solution of the elasticity theory problem of the loaded wedge-shaped body, but the problem of a supported wedge of a finite shape still has no analytical solution. The authors conducted a study of the failure mechanism of such bodies by both computational and experimental methods. To carry out the numerical analysis, the implementation of the progressive limit state method at critical levels of strain energy in the form of the force method was used, in combination with the method of approximation of continuum by an equivalent truss. The equivalent truss model of the wedge used here clearly demonstrates the process of removing structural members due to them reaching limit states. The technique of progressive limit states, based on the consecutive identification of “weak links” in the structure, in which the limit state occurs first, made it possible to construct fracture models of the considered body. The results of the performed analysis are presented in the form of fracture models of wedge-shaped bodies. The failure mechanism of wedge-shaped bodies was also investigated by experimental methods. Wedge-shaped gypsum specimens were compressed at the tip of the wedge and brought to fracture. The differences between the obtained fracture patterns and the classical results known from the theory of elasticity obtained for infinite wedge-shaped bodies are shown. A comparison of experimental and numerical results is performed, and a conclusion is made about the real fracture patterns of wedge-shaped bodies with a supported part.

Keywords: limit states, critical energy levels, fracture pattern, experimental studies, wedge

Conflicts of interest. The authors declare that there is no conflict of interest.

Authors' contribution: *Stupishin L.Yu.* — supervision, conceptualization, methodology, conclusions; *Nikitin K.E.* — numerical implementation, formal analysis; *Masalov A.V.* — experimental investigation.

For citation: Stupishin L.Yu., Nikitin K.E., Masalov A.V. Fracture of wedge-shaped body under compression. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*. 2025;21(1):26–36. <http://doi.org/10.22363/1815-5235-2025-21-1-26-36>

Leonid Yu. Stupishin, Doctor of Technical Sciences, Professor of the Department of Structural and Theoretical Mechanics, Institute of Industrial and Civil Engineering, Moscow State University of Civil Engineering, 26 Yaroslavskoe shosse St, Moscow, 129337, Russian Federation; eLIBRARY SPIN-code: 3392-3788, ORCID: 0000-0002-1794-867X; e-mail: lusgsh@ya.ru

Konstantin E. Nikitin, Candidate of Technical Sciences, Associate Professor of the Department of Structural and Theoretical Mechanics, Institute of Industrial and Civil Engineering, Moscow State University of Civil Engineering, 26 Yaroslavskoe shosse St, Moscow, 129337, Russian Federation; eLIBRARY SPIN-code: 1953-1697, ORCID: 0000-0002-8003-4299; e-mail: niksbox@yandex.ru

Alexander V. Masalov, Candidate of Technical Sciences, Associate Professor of the Department of Industrial and Civil Engineering, Faculty of Construction and Architecture, Southwest State University, 94 50 Let Oktyabrya St, Kursk, 105040, Russian Federation; eLIBRARY SPIN-code: 9277-7549, ORCID: 0000-0003-1679-8697; e-mail: masalow.al@yandex.ru

© Stupishin L.Yu., Nikitin K.E., Masalov A.V., 2025

This work is licensed under a Creative Commons Attribution 4.0 International License
<https://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/legalcode>

Разрушение тел клиновидной формы при сжатии

Л.Ю. Ступишин¹, К.Е. Никитин¹, А.В. Масалов²

¹Национальный исследовательский Московский государственный строительный университет, Москва, Российская Федерация

²Юго-Западный государственный университет, Курск, Российская Федерация

✉ niksbox@yandex.ru

Поступила в редакцию: 28 ноября 2024 г.

Принята к публикации: 25 января 2025 г.

Аннотация. Цель — исследование процесса разрушения тела клиновидной формы при сжатии. К решению классической задачи теории упругости о нагружении тела клиновидной формы возвращалось большое количество исследователей, однако задача об опертном клине конечной формы аналитического решения не имеет до сих пор. Авторами проведено исследование процесса разрушения таких тел как расчетными, так и экспериментальными методами. Для проведения численного анализа была использована реализация метода прогрессирующего предельного состояния на критических уровнях энергии деформации в форме метода сил, в сочетании с методом стержневой аппроксимации континуума. Используемая здесь плоская стержневая модель клина наглядно демонстрирует процесс удаления связей конструкции вследствие наступления в них предельного состояния. Методика прогрессирующего предельного состояния, основанная на последовательном выявлении «слабых» связей в конструкции, в которых в первую очередь наступает предельное состояние, позволила построить схемы разрушения рассматриваемого тела. Представлены результаты выполненного анализа, в виде схем разрушения тел клиновидной формы. Характер разрушения тел клиновидной формы так же исследовался экспериментальными методами. Образцы из гипса клиновидной формы были подвергнуты сжатию в вершине клина, и доведены до разрушения. Показаны отличия получаемых форм разрушения от классических результатов, известных из теории упругости, полученных для бесконечных клиновидных тел. Выполнено сравнение экспериментальных и численных результатов, и сделано заключение о реальных формах разрушения клиновидных тел с опорной частью.

Ключевые слова: предельные состояния, критические уровни энергии, форма разрушения, экспериментальные исследования, клин

Заявление о конфликте интересов. Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

Вклад авторов: Ступишин Л.Ю. — научное руководство, концепция исследования, развитие методологии, итоговые выводы; Никитин К.Е. — численная реализация, расчетная часть исследования; Масалов А.В. — экспериментальная часть исследования.

Для цитирования: Stupishin L.Yu., Nikitin K.E., Masalov A.V. Fracture of wedge-shaped body under compression // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2025. Т. 21. № 1. С. 26–36. <http://doi.org/10.22363/1815-5235-2025-21-1-26-36>

1. Introduction

Analytical solutions to the problem of determining the stress-strain state of an infinite wedge compressed by a force applied at its apex are known [1]. However, the classical solution to the elasticity theory problem of a wedge-shaped body does not allow to take into account the support conditions of a finite-length wedge in analytical form. Solving the problem, for example, by the finite element method leads to a solution, which refers to the known results for an infinite wedge. On the basis of this solution, using one of the strength hypotheses, it is possible to estimate the strength of the wedge in contact problems, when the fracture of the top of the wedge is the only option. Experimental results showing that this is not always unambiguous will be given below.

Ступишин Леонид Юлианович, доктор технических наук, профессор кафедры строительной и теоретической механики, Институт промышленного и гражданского строительства, Национальный исследовательский Московский государственный строительный университет, Российская Федерация, 129337, г. Москва, Ярославское шоссе, д. 26; eLIBRARY SPIN-код: 3392-3788, ORCID: 0000-0002-1794-867X; e-mail: lusgsh@ya.ru

Никитин Константин Евгеньевич, кандидат технических наук, доцент кафедры строительной и теоретической механики, Институт промышленного и гражданского строительства, Национальный исследовательский Московский государственный строительный университет, Российская Федерация, 129337, г. Москва, Ярославское шоссе, д. 26; eLIBRARY SPIN-код: 1953-1697, ORCID: 0000-0002-8003-4299; e-mail: niksbox@yandex.ru

Масалов Александр Васильевич, кандидат технических наук, доцент кафедры промышленного и гражданского строительства, факультет строительства и архитектуры, Юго-Западный государственный университет, Российская Федерация, 105040, г. Курск, ул. 50 лет Октября, д. 94; eLIBRARY SPIN-код: 9277-7549, ORCID: 0000-0003-1679-8697; e-mail: masalov.al@yandex.ru

Commonly used structural design problem settings are mainly based on the Lagrangian formulation. Research approaches to nonlinear problems of large strains in solid mechanics in thermomechanical formulation [2], nonlinearity of materials with voids [3], and brittle materials [4–6] are being actively generalized. New three-dimensional models and variational formulations of behavior in the elastoplastic stage of deformation are proposed [7; 8]. The stress-strain state of structures with cracks is investigated [9], and on the basis of numerical implementation of variational problem settings [10; 11] methods of analysis of various models of material behavior are constructed [12–14]. There is a great interest in the development of energy-based approaches for the calculation of brittle media with imperfections [15; 16], strength evaluation of orthotropic and anisotropic materials [17; 18]. Identification methods based on information on the entropy of strain energy are being developed [19].

Despite the scope of problems, the classical approach has a number of limitations. The model under consideration is always limited to the specific given load, and a reaction response is obtained, which does not cover possible actions on the structure. As a consequence, it is impossible to determine its full (maximum) and residual bearing capacity. An attempt to cover all possible load cases of structures within the framework of the Lagrangian approach leads to the necessity to solve an infinite chain of problems, which is infeasible even taking into account the capabilities of modern computer software.

According to the current design codes, limit states are not allowed to occur in the elements of the structure. But in reality, after reaching the limit state in one of the cross-sections or in the element as a whole, the load-bearing capacity of the structure, generally, is not lost. Thus, in statically indeterminate systems the forces are redistributed and the structural model changes. Such systems lose bearing capacity only when they become unstable. Most of the calculation methods used are oriented to the normative approach and do not allow to take into account the effects of force redistribution.

The use of an approach to the problems of analysis and design, which is based on the theory of critical strain energy levels of structures [20–23] proposed by one of the authors of [24], allows to overcome the above difficulties.

Limitation in the results obtained using classical methods of elasticity theory and structural mechanics, based on the Lagrangian formulation for the problem of wedge-shaped body failure, force to use new approaches to solving this problem.

In this paper, the failure mechanism of a wedge-shaped body was investigated from the standpoint of progressive limit states. The calculation methodology was based on the variational principle of critical strain energy levels of the structural system. The results obtained using this technique allow to estimate the full load-bearing capacity of the wedge and reveal its fracture pattern.

Experimental studies of brittle wedge-shaped specimens were performed to validate the results obtained by the proposed calculation method. For these specimens, the first approximation results obtained according to the plane wedge model were used. The experiment was carried out by bringing the specimens to fracture, when they were separated into parts. The fracture patterns were recorded at different stiffness of the loading plate of the testing machine.

The results of numerical and experimental investigations were compared, and a conclusion is made about the real fracture patterns of wedge-shaped bodies with a supported part.

2. Materials and Methods

2.1. Computational Methods

The condition of the critical state of the strain energy of the structure, according to the variational criterion of critical energy levels, is written in the form:

$$\delta U(\chi) = 0; \sum_j U_j(\chi) = 1; \Gamma(\chi) = 0. \quad (1)$$

Here, U is the strain potential energy of the structure; χ is the extrema of generalized displacements and forces (parameters of the problem). The first equality in (1) represents the condition of minimum internal strain potential energy of the structure in the state of self-equilibrium (self-stress). The second one is the condition of orthonormalization of the problem parameters. The third describes the boundary conditions.

The critical state condition of the structure in the form of the force method [22] is expressed as:

$$[L]\{\delta\Phi\} = [\lambda^L]\{\delta\Phi\}, \quad (2)$$

where $[L]$ is the flexibility matrix of the structure; $\{\delta\Phi\}$ is the vector of variation of amplitudes of generalized reaction forces in all directions of the degrees of freedom of the structure for self-stress states, represented by a set of orthonormal functions; $[\lambda^L]$ is the eigenvalue matrix, which signifies unit nodal displacements of the structure.

According to the solution of the eigenvalue problem (2), the vector of maximal nodal displacements of the structure is calculated:

$$\{Z_{\max}\} = [\lambda_{\max}^L]\{\delta\Phi_{\max}\}, \quad (3)$$

Further, the values of vector (3) of maximum displacements can be used to find strains or internal forces in the elements:

$$\{\epsilon_{\max}\} = -[A]^T \{Z_{\max}\}; \quad (4)$$

$$\{N\} = -[C]\{\epsilon_{\max}\}. \quad (5)$$

Here, $[C]$ is the internal flexibility matrix; $[A]$ is the static matrix of the structure.

In order to investigate the deformation process of a structure up to its fracture, the methodology of progressive limit states proposed in [21; 22] is used. At each stage of this technique, problem (2) is solved by the method of critical energy levels to determine the extreme parameters of the deformed structure. This allows to identify the elements in which the limit state is reached first (“weak links”). These elements are eliminated from the model, and the procedure is repeated for a new, corrected model. The investigation of the process of elimination of the “weak links” is completed after formation of an unstable system. This moment is considered to be the moment of structural failure, when the load-bearing capacity is exhausted.

In this study, the continuum is modeled by truss elements, so reaching the limit state in weak links is treated in the traditional way as in tension-compression truss members. The ultimate forces are found at each stage of the analysis by the maximum values of the internal forces in vector $\{N\}$.

The methodology described above was implemented in the “CLE” computational software for structural analysis developed by the authors of [23]. This software is currently being actively developed and tested by solving various design problems (including [20–22]). It includes: a module for the preparation of initial data; modules for solving problems on the basis of the method of progressive limit states, on the basis of the method of critical energy levels; a module for processing and output of calculation results. The results presented below were obtained using this software.

A structure in the form of a plane triangular wedge fixed along the entire length of the base is considered further. The thickness of the wedge in the model was assumed to be constant.

The model of this wedge-shaped body was created using the equivalent truss method [25]. According to the adopted approach, the continuum of the solid body is replaced by an equivalent regular hinged truss, the parameters of which were adjusted such that the strain of the cells of this structure corresponds to the strains of the corresponding regions of the original continuum system. A fragment of this truss system is shown in Figure 1.

The stiffness values of the members of the structure were determined using the formulas:

$$EA_1 = \frac{3}{4}btE; \quad (6)$$

$$EA_2 = \frac{3}{4\sqrt{2}}btE. \quad (7)$$

Here, b is the size of the truss cell; t is the thickness of the modelled body; E is the elastic modulus of the modelled body.

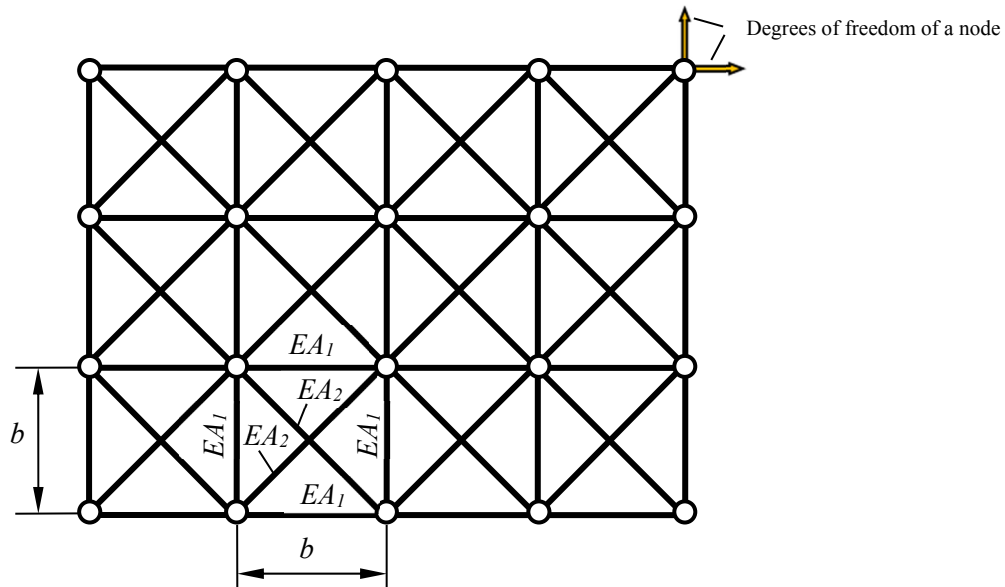


Figure 1. Regular truss structure for approximating the continuum of a deformable body

Source: made by K.E. Nikitin

2.2. Experimental Materials and Methods

Experimental studies for validation of the computational method results included preparing specimens, their testing under a load applied at the apex and recording the fracture pattern of the specimens.

Gypsum mortar was used for specimen preparation. The technology of making gypsum castings is relatively simple and allows to obtain specimens with low labor intensity and cost. Gypsum mortar consisted of G4 grade gypsum according to the GOST 125–2018 Interstate Standard³ and water according to the GOST R 51232–98 State Standard⁴, in force in the Russian Federation, in 1:1 ratio by weight. A JKD-500 scale (JADEVER, Taipei, Taiwan) with 0.1 g sensitivity and 500 g measurement limit was used for the preparation.

The formwork was made of KIM TEC SILICON 101E silicone sealant. Plastic models of specimens in the form of a cone, pyramid and prism were 3D-printed as a mold-forming base for their preparation (Figure 2).

Fracture tests of finished gypsum specimens according to GOST 125–2018 were performed on PGM-100MG4 small-size hydraulic test press (SKB Stroypribor, Chelyabinsk, Russia).

The specimens were loaded in two ways: with direct load transfer from the metal plate of the press to the top of the specimen and through a rectangular pad made of 10 mm thick drywall, 70x70 mm in size.

The loading rate was 0.3–0.5 kN/s. The loading process was videotaped during the test.

³ GOST 125–2018. Gypsum binders. Specifications. Moscow: Standartinform Publ.; 2018. (In Russ.)

⁴ GOST R 51232–98. Drinking water. General requirements for organization and quality control methods. Moscow: Standartinform Publ.; 2008. (In Russ.)

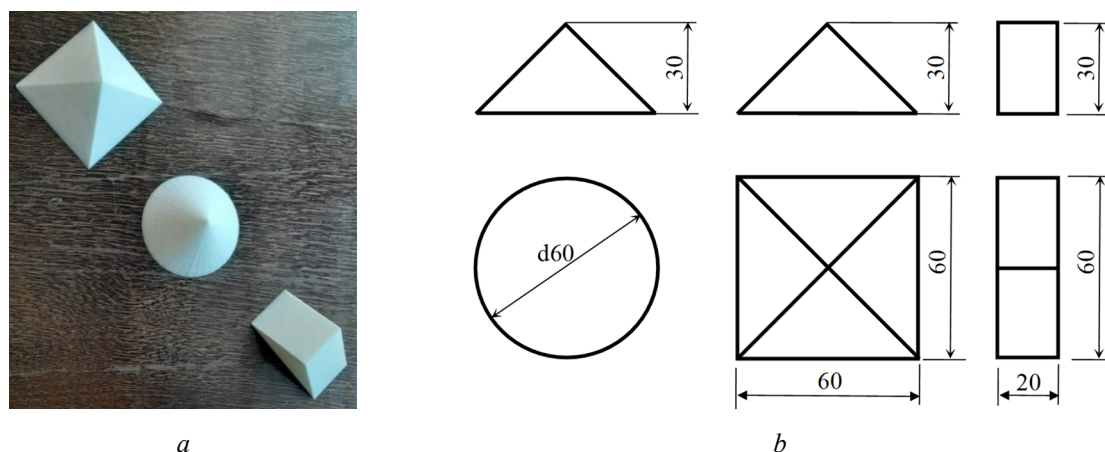


Figure 2. Plastic models of test specimens used for the preparation of formwork
Source: made by A.V. Masalov

3. Results and Discussion

Using the above calculation methodology, by consecutively traversing a chain of limit states, and eliminating the “weak” elements at each stage, the wedge fracture pattern was obtained, shown in Figure 3.

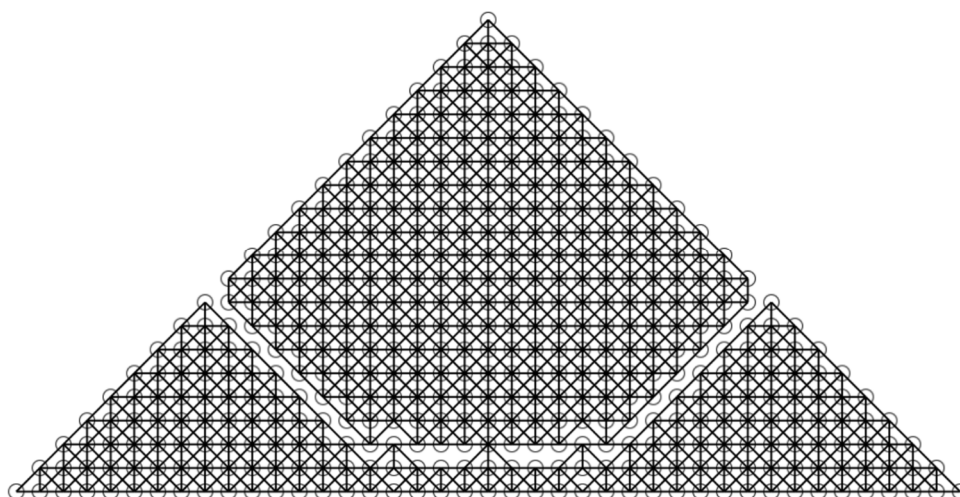


Figure 3. Unstable truss structure, which models a wedge with a sharp top at the moment of its fracture
Source: made by K.E. Nikitin

The fracture of the model started with the elements located on the inclined faces of the wedge, below the centerline of the triangle closer to the supported part of the wedge. It can be argued that the propagation of the link elimination band resembles the classical analytical solution for an infinite wedge. The truss model was formed in such a way that the mechanical and geometrical characteristics of the members are the same. Therefore, the results of the analysis did not show the crushing process of the top of the wedge, which occurs in the experiment. This was done intentionally, because in the first formulation of the problem, it was necessary to reveal the aspects of the propagation of extreme values of strain energy under self-stress conditions, which are dictated by the geometry of the body and support conditions.

In contrast to the classical solution of the elasticity theory problem of the plane semi-infinite wedge, the obtained solution takes into account the conditions of the wedge supported at the base. At the same time, the qualitative pattern of stress distribution along the radius of the circle centered at the point of load application is preserved. But the solution for an infinite wedge implies a decrease in stress with increasing

distance from the apex. For a supported wedge of finite length, this pattern changes. In [1], the possibility of obtaining a solution for the case of a restrained wedge base is discussed, but the solution to this problem is not given. The exact analytical solutions of such a problem with supports is not known by the authors.

If the load is considered as a force applied at the top of the wedge, then in reality the load is transferred to the wedge not at a point, but through a surface of a particular area. At the beginning of loading, the load transfer area is small, but as the magnitude of the load increases, this area increases due to crushing of the wedge top. This is due to the fact that the hardness of the metal plate of the testing machine is much higher than the hardness of the wedge material. The result of this process is clearly shown in the photographs of the tested wedge-shaped specimens (Figure 4).



Figure 4. Test results of the specimens of the first group, brought to fracture
Source: made by A.V. Masalov

Without changing the mechanical and geometric characteristics of the model, the model of a wedge with a truncated top was considered (Figure 5). As a result of the analysis, fracture patterns that qualitatively repeat the pattern for the sharp-top wedge were obtained. In general, the fracture pattern of the truncated wedge does not differ much from the fracture pattern of the wedge with a sharp top, but the fracture band extends to the lower supported part. The results of the analysis for one of the versions of the truncated wedge are shown in Figure 5.

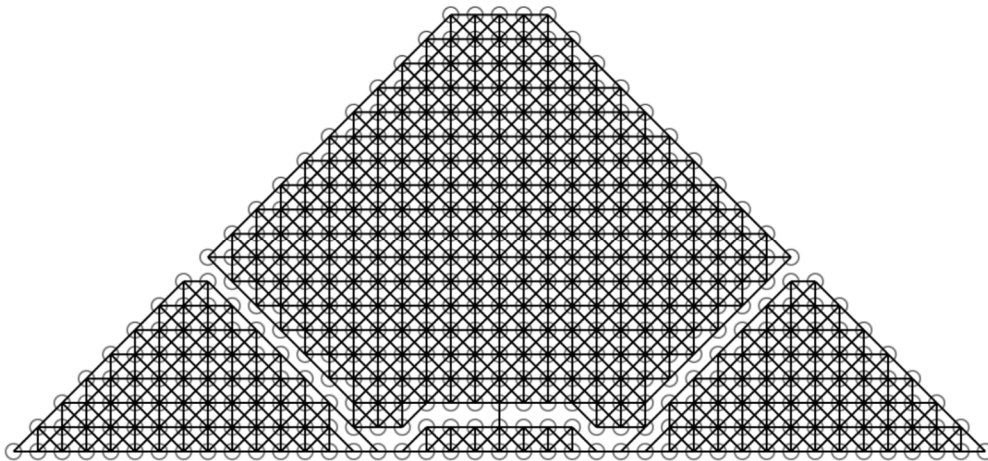


Figure 5. Unstable truss structure, which models a truncated wedge at the moment of its fracture
Source: made by K.E. Nikitin

For validation of the results computed for self-equilibrated wedge-shaped bodies by the method of critical energy levels, experimental studies of wedge-shaped specimens were carried out. Specimens of conical, pyramidal and prismatic shape were tested. All specimens were compressed by a force applied to the apex. Part of the specimens (the first group) was tested with load transfer directly from the steel plate of

the press, which has significant hardness. The other part of the specimens (second group) was tested with load transfer through a drywall pad, which brought the hardness of the specimen and the loading plate to the same order of magnitude. This decreased the stress concentration and reduced crushing of the material near the apex. The loading was carried out up to the moment of fracture of the specimen, its separation into disconnected parts, after which the fracture pattern was recorded.

The experimental results of the specimens of the first group are presented in Figure 5. The second group — in Figure 6.



Figure 6. Test results of the specimens of the second group, brought to fracture

Source: made by A.V. Masalov

The tests of the specimens of the first group showed that, firstly, the sharp tip of the specimens is crushed. After this process stops, longitudinal vertical cracks appear, separating the specimen into parts of almost equal volume. Crushing occurs due to the concentration of stresses at the apex. This is due to the significant difference in the hardness of the testing machine plate and the material of the test specimen.

The fracture pattern of the specimens of the second group (with smoother load transfer to the specimen) has changed qualitatively. The crushing zone of the compressed top of the specimens decreased. Examination of the shapes of the fractured specimens revealed similar fracture patterns, which are summarized in Figure 7. The beginning of fracture of the specimens was characterized by a ring or semi-ring thread-like crack, at the moment of formation in the middle part of the conical bodies of a droplet-shaped rigid part, which “squeezed out” the peripheral parts. As a consequence of this process, longitudinal inclined cracks of the separating peripheral parts were opened.

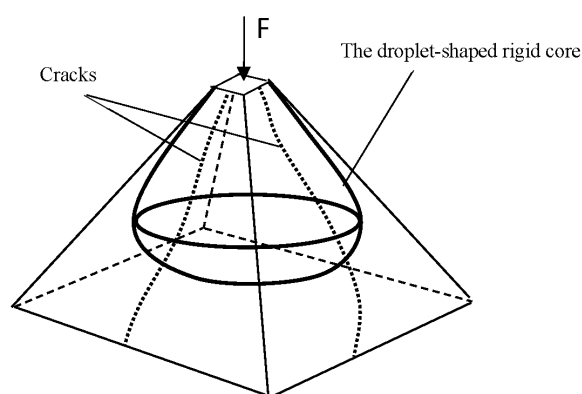


Figure 7. The shape of the rigid core forming inside the body

Source: made by L.Yu. Stupishin

As can be seen, this fracture pattern is qualitatively similar to the fracture pattern obtained by calculation using the method of critical energy levels.

The fracture does not look axisymmetric in the photos due to the uneven load transfer through the test machine plate, even more so when using the drywall pad. The non-ideal structure of the gypsum model should also be taken into account, due to difficulties related to mixing with water and uneven setting of the mixture.

4. Conclusion

1. The results obtained by the computational and experimental methods have shown that the classical solution of the elasticity theory problem of the infinite wedge is used only in contact problems, but is not applicable to the case of a supported wedge. Stress distributions having outlines of circle segments centered at the apex of the wedge, characteristic of this solution, are qualitatively true in the vicinity of the tip of the wedge. Moving away from the apex, the stresses decrease sharply, which is related to the absence of the supported part of the wedge, since an infinite model is considered.

2. Support reactions at the base of the wedge significantly affect the change in the strain distribution. The study of the model of a supported wedge under self-stress conditions shows significant differences in the stress-strain state of the wedge. The obtained results reflect the objective relationship between the strain distribution, the geometry and the wedge support conditions.

3. The conducted experimental studies confirmed that, qualitatively, the wedge fracture pattern is close to that obtained by application of the variational criterion of critical energy levels.

4. Application of the equivalent truss method within the framework of the theory of critical strain energy levels of the structure allows to obtain a more reasonable fracture pattern of the wedge. This allows to use this methodology for solving complex problems in the theory of elasticity, when classical computational methods do not always provide a correct picture of reaching limit states.

The purpose of further research is to improve the technique of testing specimens from in terms of smoothing the load transfer to the specimen; to expand the range of tested materials. The calculation method should also be refined in terms of the possibility of taking into account stress concentration near the special points of the deformed body. Thus, it is necessary to refine the model of wedge-shaped body, representing it as a spatial model with variable mechanical and geometric characteristics. It is necessary to refine the boundary conditions on the supporting surface of the wedge-shaped body and the interaction with the base.

References

1. Zhemochkin B.N. *Theory of elasticity*. Moscow: The State Publ. House of literature on Construction and Architecture; 1957. (In Russ.) Available from: <https://thelibrary.net/1887753-teorija-uprugosti.html> (accessed: 12.08.2024)
2. Ba K., Gakwaya A. Thermomechanical total Lagrangian SPH formulation for solid mechanics in large deformation problems. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*. 2018;342:458–473. <https://doi.org/10.1016/j.cma.2018.07.038>
3. Bai L., Wade M.A., Köllner A., Yang J. Variational modelling of local–global mode interaction in long rectangular hollow section struts with Ramberg–Osgood type material nonlinearity. *International Journal of Mechanical Science*. 2021; 209:106691. <https://doi.org/10.1016/j.ijmecsci.2021.106691> EDN: UYQXXP
4. Jiménez F.L. Variations in the distribution of local strain energy within different realizations of a representative volume element. *Composites Part B: Engineering*. 2019;176:107111. <https://doi.org/10.1016/j.compositesb.2019.107111>
5. Li C.C., Zhao T, Zhang Y., Wan W. A study on the energy sources and the role of the surrounding rock mass in strain burst. *International Journal of Rock Mechanics & Mining Sciences*. 2022;154:105114. <https://doi.org/10.1016/j.ijrmms.2022.105114> EDN: TTQPFW
6. Balabuši M. Virtual principle for determination initial displacements of reinforced concrete and prestressed concrete (overtop) members. *Open Journal of Civil Engineering*. 2021;11(2):235–253 <https://doi.org/10.4236/ojce.2021.112015> EDN: WRIHOO
7. Portillo D., Oesterle B., Thierer R., Bischoff M., Romero I. Structural models based on 3D constitutive laws: Variational structure and numerical solution. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*. 2020;362:112872. <https://doi.org/10.1016/j.cma.2020.112872> EDN: HITNXD
8. Coombs W.M., Augarde C.E., Brennan A.J., Brown M.J., Charlton T.J., Knappett J.A., Motlagh Y.G., Wang L. On Lagrangian mechanics and the implicit material point method for large deformation elasto-plasticity. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*. 2020;358:112622. <https://doi.org/10.1016/j.cma.2019.112622>
9. Branco R., Prates P., Costa J.D., Cruces A., Lopez-Crespo P., Berto F. On the applicability of the cumulative strain energy density for notch fatigue analysis under multiaxial loading. *Theoretical and Applied Fracture Mechanics*. 2022;120: 103405. <https://doi.org/10.1016/j.tafmec.2022.103405> EDN: BLUUPR
10. Wang X., Xu Q., Atluri S.N. Combination of the variational iteration method and numerical algorithms for nonlinear problems. *Applied Mathematical Modelling*. 2019;79:243–259. <https://doi.org/10.1016/j.apm.2019.10.034> EDN: ETTYKG

11. Ignatiev A.V., Bochkov M.I. Calculation systems with nonlinear moment connections by the finite element method in the form of the classical mixed method. *News of higher educational institutions. Construction*. 2023;11(779):5–14. (In Russ.) <https://doi.org/10.32683/0536-1052-2023-779-11-5-14> EDN: OSFTEQ
12. Harlanov V.L., Harlanova S.V. Incremental methods for solving geometrically nonlinear problems. *Structural Mechanics and Analysis of Constructions*. 2023;5(310):64–69. (In Russ.) <https://doi.org/10.37538/0039-2383.2023.5.64.69> EDN: EAMHY
13. Chernov Yu.T. Integral equations of the second kind in dynamic analysis of nonlinear systems with a finite number of degrees of freedom under arbitrary dynamic loading and material dependencies. *Bulletin of Science and Research Center of Construction*. 2023;3(38):155–167. (In Russ.) [https://doi.org/10.37538/2224-9494-2023-3\(38\)-155-167](https://doi.org/10.37538/2224-9494-2023-3(38)-155-167) EDN: YGYKIE
14. Yazyev S.B., Chepurnenko A.S. Buckling of rectangular plates under nonlinear creep. *Advanced Engineering Research (Rostov-on-Don)*. 2023;23(3):257–268. <https://doi.org/10.23947/2687-1653-2023-23-3-257-268> EDN: YXRQDK
15. Chen L., Guo L. Discussions on the complete strain energy characteristics of deep granite and assessment of rockburst tendency. *Shock and Vibration*. 2020;8825505. <https://doi.org/10.1155/2020/8825505>
16. Le T.C., Ho D.D., Nguyen C.T., Huynh T.C. Structural damage localization in plates using global and local modal strain energy method. *Advances in Civil Engineering*. 2022;2022:4456439. <https://doi.org/10.1155/2022/4456439>
17. Mirsayar M.M. Maximum principal strain criterion for fracture in orthotropic composites under combined tensile/shear loading. *Theoretical and Applied Fracture Mechanics*. 2022;118:103291. <https://doi.org/10.1016/j.tafmec.2022.103291> EDN: OAZJIR
18. van Dijk J.N.P., Espadas-Escalante J., Isaksson P. Strain energy density decompositions in phase-field fracture theories for orthotropy and anisotropy. *International Journal of Solids and Structures*. 2020;196–197:140–153. <https://doi.org/10.1016/j.ijsolstr.2020.04.022> EDN: LDKEOG
19. Xiang C.S., Li L.Y., Zhou Y., Dang C. An efficient damage identification method for simply supported beams based on strain energy information entropy. *Advances in Materials Science and Engineering*. 2020;2020:9283949. <https://doi.org/10.1155/2020/9283949>
20. Stupishin L.Y., Nikitin K.E., Moshkevich M.L. Methodology for determining progressing ultimate states based on the displacement method. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*. 2023;19(3):276–284. (In Russ.) <https://doi.org/10.22363/1815-5235-2023-19-3-276-284> EDN: PQVCVH
21. Stupishin L.Y., Nikitin K.E. Determination of the residual strain energy of a structure and the method of progressive limiting state. *Advances in Transdisciplinary Engineering*. 2023;43:138–143. <https://doi.org/10.3233/ATDE230711>
22. Stupishin L.Y., Nikitin K.E. The process of progressive limiting state and determination of the residual strain energy of a structure based on the force method. *Lecture Notes in Civil Engineering*. 2024;400:280–289. https://doi.org/10.1007/978-3-031-47810-9_26
23. Stupishin L.Y., Nikitin K.E. Computer system for structural analysis based on the critical energy levels method. *BIM in Construction & Architecture. Proceedings of IV International Conference*. St. Petersburg: SPbGASU Publ.; 2021; 223–230. (In Russ.) <https://doi.org/10.23968/BIMAC.2021.029> EDN: OHWPLB
24. Stupishin L.Y. Limit state of building structures and critical energy levels. *Industrial and civil engineering*. 2018; 10:102–106. (In Russ.) EDN: YNRBNR
25. Rzhantsin A.R. Structural mechanics. Moscow: Higher School Publ.; 1982. (In Russ.) Available from: <https://thelibrary.net/801450-stroitel'naja-mehanika.html> (accessed: 12.08.2024).

Список литературы

1. Жемочкин Б.Н. Теория упругости. Москва : Гос.изд. лит. по строит. и арх., 1957. 256 с. URL: <https://thelibrary.net/1887753-teoriya-uprugosti.html> (дата обращения: 12.08.2024)
2. Ba K., Gakwaya A. Thermomechanical total Lagrangian SPH formulation for solid mechanics in large deformation problems // *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*. 2018. Vol. 342. P. 458–473. <https://doi.org/10.1016/j.cma.2018.07.038>
3. Bai L., Wadee M.A., Köllner A., Yang J. Variational modelling of local–global mode interaction in long rectangular hollow section struts with Ramberg–Osgood type material nonlinearity // *International Journal of Mechanical Science*. 2021. Vol. 9. Article no. 106691. <https://doi.org/10.1016/j.ijmecsci.2021.106691> EDN: UYQXXP
4. Jiménez F.L. Variations in the distribution of local strain energy within different realizations of a representative volume element // *Composites Part B: Engineering*. 2019. Vol. 176. Article no. C107111. <https://doi.org/10.1016/j.compositesb.2019.107111>
5. Li C.C., Zhao T., Zhang Y., Wan W. A study on the energy sources and the role of the surrounding rock mass in strain burst // *International Journal of Rock Mechanics & Mining Sciences*. 2022. Vol. 154. Article no. 105114. <https://doi.org/10.1016/j.ijrmms.2022.105114> EDN: TTQPFW
6. Balabuși M. Virtual principle for determination initial displacements of reinforced concrete and prestressed concrete (overtop) members // *Open Journal of Civil Engineering*. 2021. Vol. 11. Issue 2. P. 235–253. <https://doi.org/10.4236/ojce.2021.112015> EDN: WRIHOO

7. Portillo D., Oesterle B., Thierer R., Bischoff M., Romero I. Structural models based on 3D constitutive laws: Variational structure and numerical solution // *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*. 2020. Vol. 362. Article no. 112872. <https://doi.org/10.1016/j.cma.2020.112872> EDN: HITNXD
8. Coombsa W.M., Augardea C.E., Brennanb A.J., Brownb M.J., Charltona T.J., Knappettb J.A., Motlaghc Y.G., Wanga L. On Lagrangian mechanics and the implicit material point method for large deformation elasto-plasticity // *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*. 2020. Vol. 358. Article no. 112622. <https://doi.org/10.1016/j.cma.2019.112622>
9. Branco R., Prates P., Costa J.D., Cruces A., Lopez-Crespo P., Berto F. On the applicability of the cumulative strain energy density for notch fatigue analysis under multiaxial loading // *Theoretical and Applied Fracture Mechanics*. 2022. Vol. 120. Article no. 103405. <https://doi.org/10.1016/j.tafmec.2022.103405> EDN: BLUUPR
10. Wang X., Xu Q., Atluri S.N. Combination of the variational iteration method and numerical algorithms for nonlinear problems // *Applied Mathematical Modelling*. 2019. Vol. 79. P. 243–259. <https://doi.org/10.1016/j.apm.2019.10.034> EDN: ETTYKG
11. Игнатьев А.В., Бочков М.И. Расчет систем с нелинейными моментными связями методом конечных элементов в форме классического смешанного метода // *Известия высших учебных заведений. Строительство*. 2023. № 11 (779). С. 5–14. <https://doi.org/10.32683/0536-1052-2023-779-11-5-14> EDN: OSFTEQ
12. Харланов В.Л., Харланова С.В. Инкрементальные методы решения геометрически нелинейных задач // *Строительная механика и расчет сооружений*. 2023. № 5 (310). С. 64–69. <https://doi.org/10.37538/0039-2383.2023.5.64.69> EDN: EAMHYU
13. Чернов Ю.Т. Интегральные уравнения второго рода в задачах расчета нелинейных систем с конечным числом степеней свободы при произвольных динамических воздействиях и характере физических зависимостей // *Вестник НИЦ Строительство*. 2023. № 3 (38). С. 155–167. [https://doi.org/10.37538/2224-9494-2023-3\(38\)-155-167](https://doi.org/10.37538/2224-9494-2023-3(38)-155-167) EDN: YGYKIE
14. Yazyev S.B., Chepurnenko A.S. Buckling of rectangular plates under nonlinear creep // *Advanced Engineering Research (Rostov-on-Don)*. 2023 Vol. 23. Issue 3. P. 257–268. <https://doi.org/10.23947/2687-1653-2023-23-3-257-268> EDN: YXRQDK
15. Chen L., Guo L. Discussions on the complete strain energy characteristics of deep granite and assessment of rockburst tendency // *Shock and Vibration*. 2020. Vol. 2020. Article no. 8825505. <https://doi.org/10.1155/2020/8825505>
16. Le T.C., Ho D.D., Nguyen C.T., Huynh T.C. Structural damage localization in plates using global and local modal strain energy method // *Advances in Civil Engineering*. 2022. Vol. 2022. Article no. 4456439. <https://doi.org/10.1155/2022/4456439>
17. Mirsayar M.M. Maximum principal strain criterion for fracture in orthotropic composites under combined tensile/shear loading // *Theoretical and Applied Fracture Mechanics*. 2022. Vol. 118. Article no. 103291. <https://doi.org/10.1016/j.tafmec.2022.103291> EDN: OAZJIR
18. van Dijk J.N.P., Espadas-Escalante J., Isaksson P. Strain energy density decompositions in phase-field fracture theories for orthotropy and anisotropy // *International Journal of Solids and Structures*. 2020. Vol. 196–197. P. 140–153. <https://doi.org/10.1016/j.ijsolstr.2020.04.022> EDN: LDKEOG
19. Xiang C.S., Li L.Y., Zhou Y., Dang C. An efficient damage identification method for simply supported beams based on strain energy information entropy // *Advances in Materials Science and Engineering*. 2020. Vol. 2020. Article no. 9283949. <https://doi.org/10.1155/2020/9283949>
20. Ступишин Л.Ю., Никитин К.Е., Мошквич М.Л. Методика определения прогрессирующих предельных состояний на основе метода перемещений // *Строительная механика инженерных конструкций и сооружений*. 2023. Т. 19. № 3. С. 276–284. <https://doi.org/10.22363/1815-5235-2023-19-3-276-284> EDN: PQVCVH
21. Stupishin L.Y., Nikitin K.E. Determination of the residual strain energy of a structure and the method of progressive limiting state // *Advances in Transdisciplinary Engineering*. 2023. Vol. 43. P. 138–143. <https://doi.org/10.3233/ATDE230711>
22. Stupishin L.Y., Nikitin K.E. The process of progressive limiting state and determination of the residual strain energy of a structure based on the force method // *Lecture Notes in Civil Engineering*. 2025. Vol. 400. P. 280–289. https://doi.org/10.1007/978-3-031-47810-9_26
23. Ступишин Л.Ю., Никитин К.Е. Компьютерная система анализа сооружений на основе метода критических уровней энергии // *ВМ-моделирование в задачах строительства и архитектуры: материалы IV Международной научно-практической конференции. Санкт-Петербург : СПбГАСУ, 2021. С. 223–230. https://doi.org/10.23968/BIMAC.2021.029* EDN: OHWPLB
24. Ступишин Л.Ю. Предельное состояние строительных конструкций и критические уровни энергии // *Промышленное и гражданское строительство*. 2018. № 10. С. 102–106. EDN: YNRBNR
25. Ржаницын А.Р. *Строительная механика*. Москва : Высшая школа, 1982. 400 с. URL: <https://thelibrary.net/801450-stroitel'naja-mehanika.html> (дата обращения: 12.08.2024).

РАСЧЕТ ТОНКИХ УПРУГИХ ОБОЛОЧЕК ANALYSIS OF THIN ELASTIC SHELLS

DOI: 10.22363/1815-5235-2025-21-1-37-47

УДК 624.074.43+539.3

EDN: IQCXLS

Научная статья / Research article

Определение оптимальных цилиндрических оболочек в форме поверхностей второго порядка

В.Н. Иванов^{id}, О.О. Алёшина^{id}✉, Е.А. Ларионов^{id}

Российский университет дружбы народов, Москва, Российская Федерация

✉ xiaofeng@yandex.ru

Поступила в редакцию: 11 сентября 2024 г.

Принята к публикации: 30 ноября 2024 г.

Аннотация. Тонкие оболочки со срединными цилиндрическими и коническими поверхностями пользуются наибольшей популярностью. Построено множество сооружений оболочечного типа в форме поверхностей вращения и поверхностей переноса, для которых имеется несколько десятков критериев оптимальности. Рассмотрены гиперболические, параболические, эллиптические и круговые цилиндрические своды на прямоугольных планах, для которых, как показало тщательное изучение опубликованных источников, отсутствуют сравнительные расчеты на прочность, устойчивость и динамику, хотя архитекторы уже пытаются расширить номенклатуру срединных поверхностей линейчатых оболочек нулевой гауссовой кривизны на прямоугольном плане за счет торсовых поверхностей. Исследованы пять тонких цилиндрических оболочек, очерченных по алгебраическим поверхностям второго порядка с разными образующими плоскими кривыми. Изучено напряженно-деформированное состояние гиперболического, параболического, эллиптического и кругового цилиндрических сводов на прямоугольных планах от действия статической нагрузки типа собственного веса при одинаковых размерах в плане, одинаковых стрел подъема, толщин и конструктивных материалов оболочек, то есть выполнен сравнительный расчет. Установлено, что наименьшие (максимальные) тангенциальные напряжения возникают в эллипсоидальной оболочке с неполным полуэллипсом, а наименьшие (максимальные) изгибные и суммарные напряжения возникают в параболической цилиндрической оболочке, что подтверждают результаты расчетов, ранее выполненных исследователями по аналитической безмоментной теории. Следовательно, в строительных конструкциях желательно использовать эллипсоидальные цилиндрические оболочки с неполным полуэллипсом в поперечном сечении. В настоящее время практически все задачи строительной механики оболочек решаются численными методами, поэтому для решения поставленной задачи был выбран метод конечного элемента в перемещениях.

Ключевые слова: алгебраические поверхности второго порядка, тонкая оболочка, гиперболическая цилиндрическая оболочка, параболическая цилиндрическая оболочка, круговая цилиндрическая оболочка, эллиптическая цилиндрическая оболочка

Иванов Вячеслав Николаевич, доктор технических наук, профессор кафедры технологий строительства и конструкционных материалов, инженерная академия, Российский университет дружбы народов, Российская Федерация, 117198, г. Москва, ул. Миклухо-Маклая, д. 6; eLIBRARY SPIN-код: 3110-9909, ORCID: 0000-0003-4023-156X; e-mail: i.v.ivn@mail.ru

Алёшина Ольга Олеговна, кандидат технических наук, ассистент кафедры технологий строительства и конструкционных материалов, инженерная академия, Российский университет дружбы народов, Российская Федерация, 117198, г. Москва, ул. Миклухо-Маклая, д. 6; eLIBRARY SPIN-код: 8550-4986, ORCID: 0000-0001-8832-6790; e-mail: xiaofeng@yandex.ru

Ларионов Евгений Алексеевич, доктор технических наук, профессор кафедры технологий строительства и конструкционных материалов, инженерная академия, Российский университет дружбы народов, Российская Федерация, 117198, г. Москва, ул. Миклухо-Маклая, д. 6; eLIBRARY AuthorID: 365207, ORCID: 0000-0002-4906-5919; e-mail: evgenylarionov39@yandex.ru

© Иванов В.Н., Алёшина О.О., Ларионов Е.А., 2025

This work is licensed under a Creative Commons Attribution 4.0 International License
<https://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/legalcode>

Заявление о конфликте интересов. Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

Вклад авторов: *Иванов В.Н.* — концепция исследования, построение поверхностей; *Алешина О.О.* — расчет, результаты напряженно-деформированного состояния. *Ларионов Е.А.* — сбор материалов для исследования.

Для цитирования: *Иванов В.Н., Алешина О.О., Ларионов Е.А.* Определение оптимальных цилиндрических оболочек в форме поверхностей второго порядка // *Строительная механика инженерных конструкций и сооружений*. 2025. Т. 21. № 1. С. 37–47. <http://doi.org/10.22363/1815-5235-2025-21-1-37-47>

Determination of Optimal Cylindrical Shells in the Form of Second-Order Surfaces

Vyacheslav N. Ivanov^{id}, Olga O. Aleshina^{id}✉, Evgeny A. Larionov^{id}

RUDN University, Moscow, Russian Federation

✉ xiaofeng@yandex.ru

Received: September 11, 2024

Accepted: November 30, 2024

Abstract. Thin shells with cylindrical and conical middle surfaces are most popular. Many shell-type structures have been built in the form of rotational and translational surfaces, for which there are several dozen optimality criteria. Hyperbolic, parabolic, elliptic, and circular cylindrical roofs with rectangular base are considered, for which, as evidenced by thorough literature review, there is no comparative analysis of strength, stability, and dynamics. Nevertheless, architects are already trying to expand the classification range of ruled middle surfaces of zero Gaussian curvature with a rectangular base by including torse surfaces. Five thin cylindrical shells outlined by second-order algebraic surfaces with different generating plane curves are studied. The stress-strain state of hyperbolic, parabolic, elliptic and circular cylindrical roofs with rectangular base subjected to static load of self-weight type is investigated. The roofs have the same dimensions of the base, the same height, thickness and structural material, that is, a comparative calculation is performed. It is established that the smallest (maximum) membrane stresses occur in the ellipsoidal shell with an incomplete half-ellipse, and the smallest (maximum) bending and equivalent stresses occur in the parabolic cylindrical shell, which is confirmed by the results of previously performed calculations using the analytical momentless theory. Therefore, it is recommended to use ellipsoidal cylindrical shells with an incomplete half-ellipse in cross-section for building structures. Currently, almost all problems of structural mechanics of shells are solved by numerical methods, therefore, the displacement-based finite element method was chosen to solve this problem.

Keywords: algebraic surfaces of the second order, thin shell, hyperbolic cylindrical shell, parabolic cylindrical shell, circular cylindrical shell, elliptic, cylindrical shell

Conflicts of interest. The authors declare that there is no conflict of interest.

Authors' contribution: *Ivanov V.N.* — conceptualization, surface construction; *Aleshina O.O.* — strength analysis; *Larionov E.A.* — collecting materials for research.

For citation: Ivanov V.N., Aleshina O.O., Larionov E.A. Determination of optimal cylindrical shells in the form of second-order surfaces. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*. 2025;21(1):37–47. (In Russ.) <http://doi.org/10.22363/1815-5235-2025-21-1-37-47>

1. Введение

До настоящего времени самые востребованные тонкие оболочки — это цилиндрические, конические оболочки и оболочки вращения [1]. Историю изучения, развития и успешное применение цилиндрических оболочек в строительстве во всем мире можно отследить по обширной технической литературе. Для строительства разнообразных зданий и сооружений цилиндрической формы применяются различные материалы, такие как металл, кирпичная кладка и железобетон.

Vyacheslav N. Ivanov, Doctor of Technical Sciences, Professor of the Department of Construction Technology and Structural Materials, Engineering Academy, RUDN University, 6 Miklukho-Maklaya St, Moscow, 117198, Russian Federation; eLIBRARY SPIN-code: 3110-9909, ORCID: 0000-0003-4023-156X; e-mail: i.v.ivn@mail.ru

Olga O. Aleshina, Candidate of Technical Sciences, Assistant of the Department of Construction Technology and Structural Materials, Engineering Academy, RUDN University, 6 Miklukho-Maklaya St, Moscow, 117198, Russian Federation; eLIBRARY SPIN-code: 8550-4986, ORCID: 0000-0001-8832-6790; e-mail: xiaofeng@yandex.ru

Evgeny A. Larionov, Doctor of Technical Sciences, Professor of the Department of Construction Technology and Structural Materials, Engineering Academy, RUDN University, 6 Miklukho-Maklaya St, Moscow, 117198, Russian Federation; eLIBRARY AuthorID: 365207, ORCID: 0000-0002-4906-5919; e-mail: evgenylarionov39@yandex.ru

Поиск математических методов анализа с целью возведения цилиндрических оболочек начал проводиться начиная с 1920-х гг., в особенности в Германии [2]. В 1928 г. в Германии во Франкфурте-на-Майне было возведено здание рынка с покрытием, состоящим из параллельно совмещенных полуцилиндров, являющееся ярким примером экспрессионистской архитектуры того времени [3]. Испанский архитектор и инженер Эдуардо Торроха (Eduardo Torroja) также использовал цилиндрические оболочки в его проектах [4]. Архитектурно выразительные цилиндрические своды из кирпичной кладки, разработанные уругвайским инженером Эладио Диесте (Eladio Dieste), объединившим свойства железобетона и кирпича, построены по всей Южной Америке [5; 6]. Статья [7] знакомит с архитектурными достижениями Колумбии XX в. начиная с 1946 г., рассматриваются несколько зданий с железобетонными цилиндрическими покрытиями, часть из которых эксплуатируются до сих пор. В 1951 г. испанский инженер Феликс Кандела (Félix Candela) рассчитал и изготовил свою первую длинную цилиндрическую оболочку для крыши Альмасена (Almacén) в Пизе [8].

В соответствии с запросами практики были разработаны различные аналитические, полуаналитические и численные методы расчета тонкостенных и толстых, одно- и многослойных оболочек из физически линейных и нелинейных конструкционных материалов. Были составлены соответствующие вычислительные компьютерные программы, облегчающие работу проектировщиков. Представлены разнообразные критерии оптимальности для проектируемых тонких оболочек. Цилиндрические оболочки проектируют и строят обычно в форме действительных алгебраических цилиндрических поверхностей второго порядка (эллиптическая, круговая, гиперболическая и параболическая цилиндрические поверхности).

В [9] собрана и проанализирована информация о поведении цилиндрических оболочечных конструкций при различных условиях нагружения и работы в машиностроительной промышленности. Имеется много сравнительных расчетов на прочность, устойчивость и колебания цилиндрических оболочек, очерченных по алгебраическим поверхностям второго порядка, но все расчеты проводились для тонких оболочек одного типа [10; 11]. В [12] рассматривается развитие теории устойчивости цилиндрических оболочек, дается обзор текущего состояния и тенденций для дальнейших исследований цилиндрической оболочки, широко используемой в реальном машиностроении. В [13] для металлических цилиндрических корпусов при воздействии взрывоопасной нагрузки предложен инновационный критерий разрушения, учитывающий влияние времени. В [14] представлено исследование с использованием численного моделирования тонкостенного цилиндрического резервуара при различных взрывных нагрузках, учитывающее уровень внутренней жидкости и толщину стенок. В [15], применяя теорию оболочек с деформацией сдвига третьего порядка Редди, приведены численные результаты, показывающие влияние геометрических параметров, свойств материала, дефектов, температуры, видов нагрузок на нелинейную реакцию системы на изгиб и последующую деформацию цилиндрических оболочек. В [16] рассматривается возможность получения оптимальной конструкции металлической цилиндрической оболочки при комбинированном внешнем нагружении, используя многоцелевой критерий оптимальности, удовлетворяющий условию максимально допустимой осевой и кольцевой прочности при минимальной массе закрепленных цилиндров. Целью исследования [17] является изучение влияния свойств материала и конструктивных параметров на изгиб цилиндрических тонкостенных оболочек под действием внешнего гидростатического давления и определение оптимальных характеристик для возможности дальнейшего проектирования. В [18] проведен численный анализ собственных колебаний цилиндрической оболочки с различным поперечным сечением и показано, что несущая способность круглой цилиндрической оболочки намного выше, чем у прямоугольной цилиндрической оболочки.

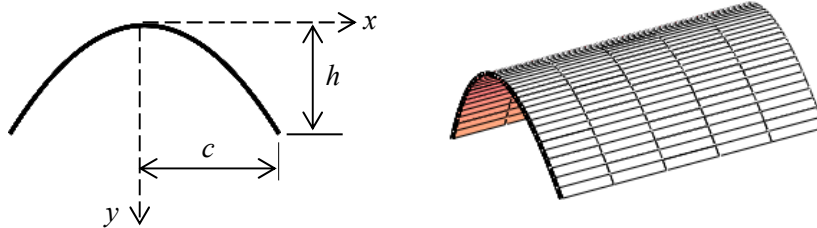
Цель исследования — с помощью программного комплекса [19] на базе метода конечных элементов [20] определить параметры напряженно-деформированного состояния двух эллиптических, круговой, гиперболической и параболической цилиндрических тонких оболочек, имеющих одинаковые габаритные (пролет и стрелу подъема) размеры, постоянные толщины и физико-механические характеристики конструкционного материала оболочек, подверженных действию одинаковой ста-

тической внешней нагрузки. Сравнивая полученные результаты расчетов, можно сделать выводы о выборе оптимальной цилиндрической оболочки в форме алгебраической поверхности 2-го порядка, а также сопоставить полученные результаты в цилиндрической оболочке с параболической образующей кривой с выводами ученого В.В. Новожилова [21].

2. Методы

Будем рассматривать тонкостенные оболочки, представленные на рис. 1–5, с размерами в плане — $d \times L$, шириной $d = 2c$, $c = 5$ м, длиной $L = 10$ м, высотой $h = 4$ м, толщиной 8 см, находящиеся под действием собственного веса конструкций при условии шарнирно-неподвижного опирания в основании со следующими характеристиками материала оболочек: модуль упругости $E_b = 30018,6$ МПа, коэффициент Пуассона $\nu = 0,2$.

■ Параболическая цилиндрическая оболочка (рис. 1)



Образующая парабола / Generating parabola

$$y = ax^2; a = \frac{h}{c^2} = 0,16$$

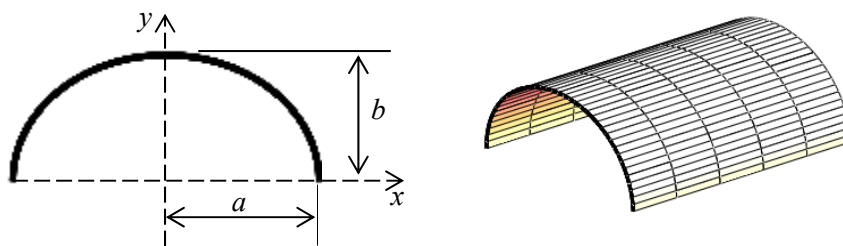
Рис. 1. Параболическая цилиндрическая оболочка

И с т о ч н и к: выполнено В.Н. Ивановым

Figure 1. Parabolic cylindrical shell

S o u r c e: made by V.N. Ivanov

■ Эллиптическая цилиндрическая оболочка (рис. 2)



Образующая полуэллипс / Generating half-ellipse

$$x = a \cos u, y = b \sin u, a = c = 5, b = h = 4$$

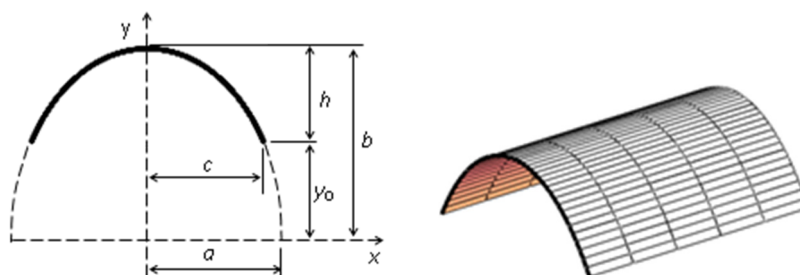
Рис. 2. Эллиптическая цилиндрическая оболочка

И с т о ч н и к: выполнено В.Н. Ивановым

Figure 2. Elliptical cylindrical shell

S o u r c e: made by V.N. Ivanov

■ **Эллиптическая цилиндрическая с сектором полуэллипса (рис. 3).** Форма усеченного эллипса определяется тремя параметрами a , u , u_0 . Один из параметров задается, два других определяются в соответствии с параметрами c , h . Принимаем параметр $u_0 = \pi/6$.



Образующая сектор полуэллипса / Generating half-ellipse sector

$$x = a \cos u; y = b \sin u; a = \frac{c}{\cos u_0} = 5,77; b = \frac{h}{1 - \sin u_0} = 8$$

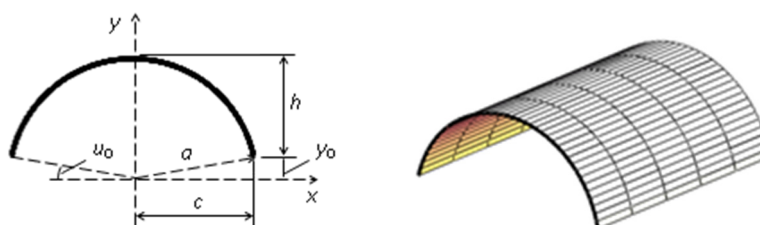
Рис. 3. Эллиптическая цилиндрическая оболочка с сектором полуэллипса

И с т о ч н и к: выполнено В.Н. Ивановым

Figure 3. Elliptic cylindrical shell with a half-ellipse sector

S o u r c e: made by V.N. Ivanov

■ Цилиндрическая поверхность с сектором окружности (рис. 4)



Образующая окружность / Generating circle

$$x = a \cos u; y = a \sin u; x^2 + y^2 = a^2; c^2 + (a - h)^2 = a^2; c^2 - 2ah + h^2 = 0; a = \frac{c^2 + h^2}{2h} = 5,125;$$

$$u_0 = \arccos \frac{c}{a} = 0,221 = 12,7^\circ$$

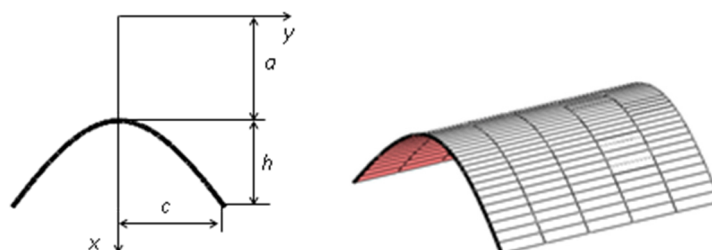
Рис. 4. Цилиндрическая поверхность с сектором окружности

И с т о ч н и к: выполнено В.Н. Ивановым

Figure 4. Cylindric surface with a circle sector

S o u r c e: made by V.N. Ivanov

■ Гиперболическая цилиндрическая поверхность (рис. 5)



Образующая гипербола / Generating hyperbola

$$x = achu; y = bshu; a + h = achu_0; a = \frac{h}{chu_0 - 1}; u_0 = 1; a = 7,36; b = \frac{c}{shu_0} = 4,26$$

Рис. 5. Гиперболическая цилиндрическая поверхность

И с т о ч н и к: выполнено В.Н. Ивановым

Figure 5. Hyperbolic cylindrical surface

S o u r c e: made by V.N. Ivanov

Анализ напряженно-деформированного состояния оболочек (рис. 1–5) выполняется с помощью программы SCAD на базе метода конечных элементов в перемещениях. Для каждой оболочки была создана конечно-элементная математическая модель с разбиением на четырехугольные конечные элементы (КЭ) по криволинейным координатным линиям поверхности в направлении вдоль образующей — криволинейная координатная линия u и вдоль направляющей — v . Количество конечных элементов в расчетной схеме оболочки на рис. 1 — 1240, на рис. 2 — 2400, на рис. 3 — 1760, на рис. 4 — 1880, на рис. 5 — 3200.

3. Результаты и обсуждение

На рис. 6–10 представлены результаты расчета рассматриваемых тонких оболочек. Анализ полученных результатов напряженно-деформированного состояния пяти исследуемых оболочек (рис. 1–5) показывает, что в них при действии нагрузки типа собственного веса возникают в основном сжимающие напряжения с локальными растягивающими напряжениями в эллиптической цилиндрической оболочке (рис. 7), круговой цилиндрической оболочке (рис. 9) и гиперболической цилиндрической оболочке (рис. 10) вдоль образующей кривой. Вдоль направляющей оболочек возникают как сжимающие, так и растягивающие нормальные напряжения с увеличением числовых значений сжимающих напряжений в нижних частях оболочек в зонах опор.

3.1. Параболическая цилиндрическая оболочка

Вдоль координатной линии u при действии заданного типа нагрузки в параболической цилиндрической оболочке (рис. 6) числовые значения напряжений $\sigma(N_u)$ при сжатии — от $-3,63$ до $-28,26$ т/м².

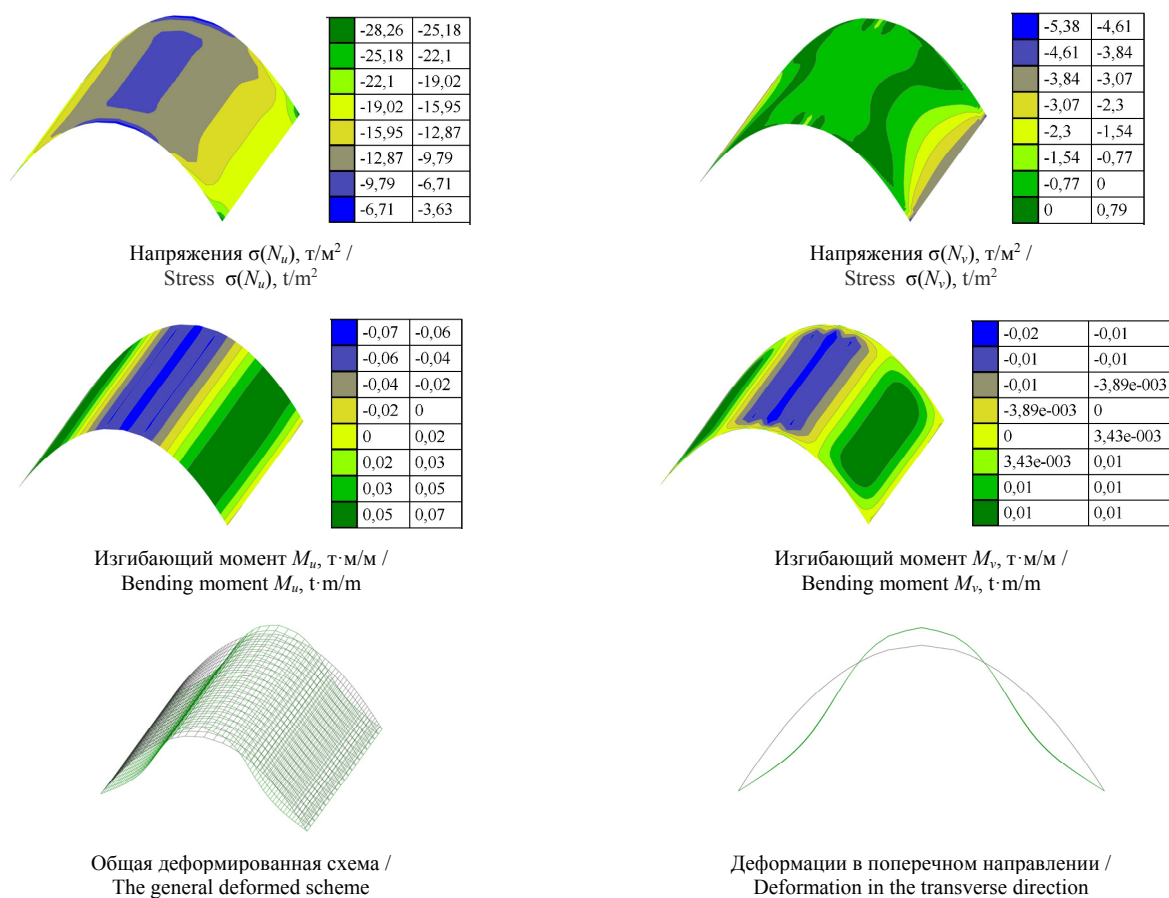


Рис. 6. Параболическая цилиндрическая оболочка

Источник: выполнено О.О. Алёшиной

Figure 6. Parabolic cylindrical shell

Source: made by O.O. Aleshina

Вдоль координатной линии v числовые значения напряжений при растяжении от 0,79 до 0,00 т/м², при сжатии от 0,00 до –5,38 т/м² с локализацией в опорных зонах. Перемещения в верхней зоне оболочки по вертикали около 1 мм.

3.2. Эллиптическая цилиндрическая оболочка

Вдоль координатной линии u при действии заданного типа нагрузки в эллиптической цилиндрической оболочке (рис. 7) числовые значения напряжений $\sigma(N_u)$ при сжатии от 0,00 до –38,30 т/м², при растяжении от 26,89 до 0,00 т/м², с локализацией максимальных растягивающих и сжимающих напряжений в краевых консольных зонах оболочки. Вдоль координатной линии v числовые значения напряжений при растяжении от 1,70 до 0,00 т/м², при сжатии от 0,00 до –4,00 т/м² с локализацией в опорных зонах. Перемещения в верхней зоне оболочки по вертикали около 11 мм.

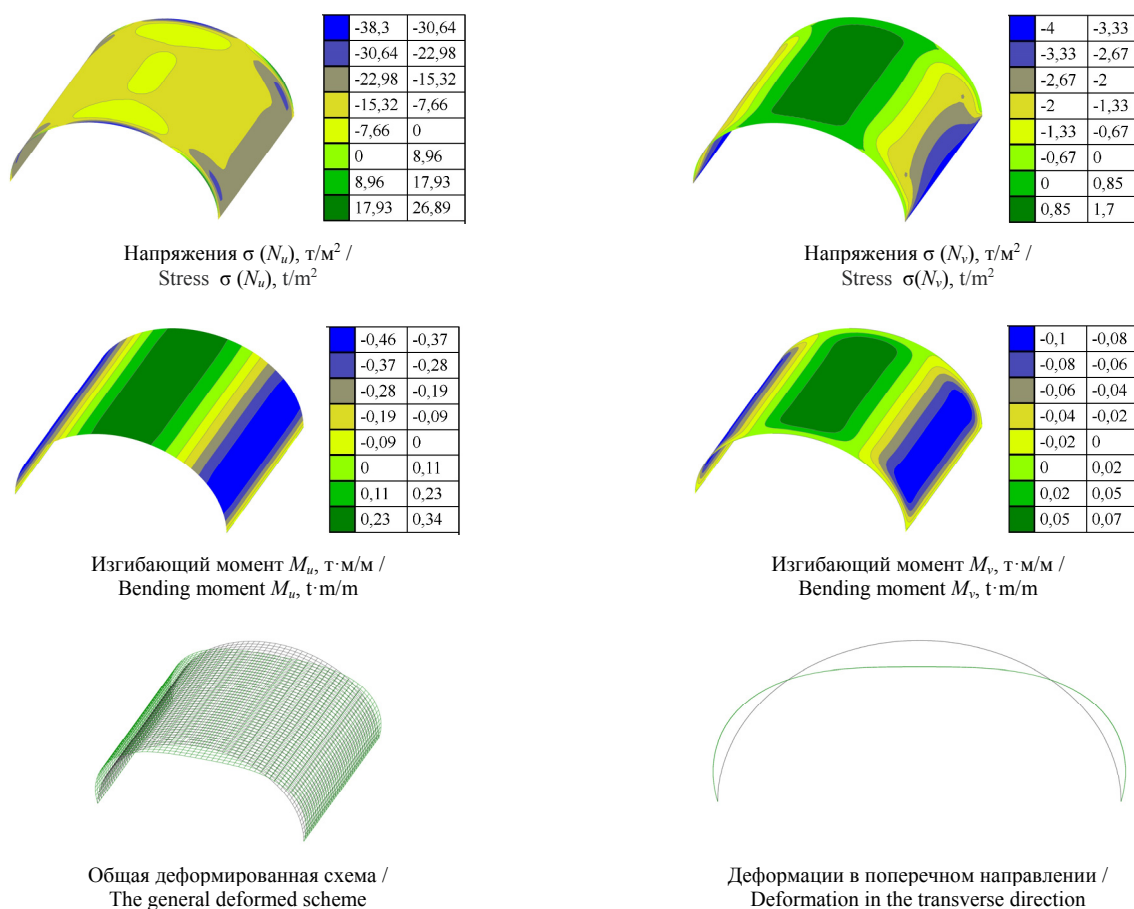


Рис. 7. Эллиптическая цилиндрическая оболочка

Источник: выполнено О.О. Алёшиной

Figure 7. Elliptical cylindrical shell

Source: made by O.O. Aleshina

3.3. Эллиптическая цилиндрическая с сектором полуэллипса

Вдоль координатной линии u при действии собственного веса конструкции в цилиндрической оболочке с полуэллипсом в поперечном сечении (рис. 8) числовые значения напряжений $\sigma(N_u)$ при сжатии от –5,41 до –21,19 т/м² с локализацией максимальных напряжений в опорных зонах оболочки. Вдоль координатной линии v числовые значения напряжений при растяжении от 0,42 до 0,00 т/м², при сжатии от 0,00 до –3,85 т/м² с локализацией в опорных зонах. Перемещения в верхней зоне оболочки по вертикали около 1,7 мм.

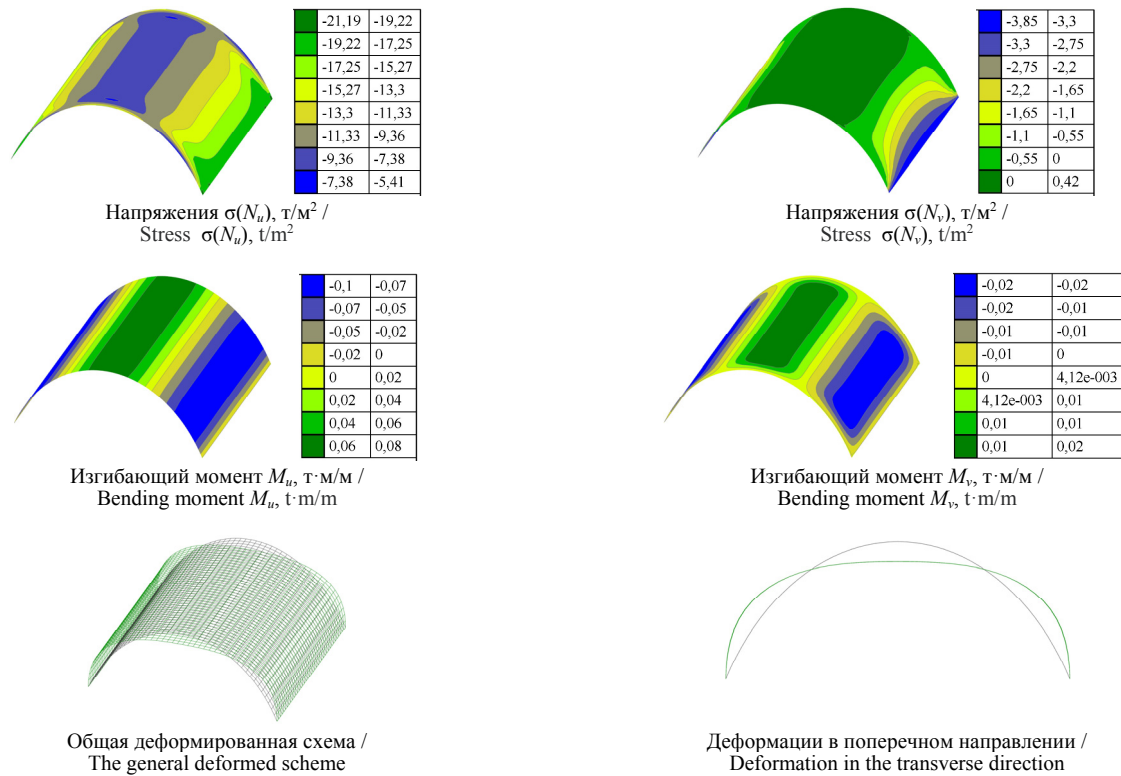


Рис. 8. Эллиптическая цилиндрическая с сектором полуэллипса

И с т о ч н и к: выполнено О.О. Алёшиной

Figure 8. Elliptic cylindrical with a half-ellipse sector

S o u r c e: made by O.O. Aleshina

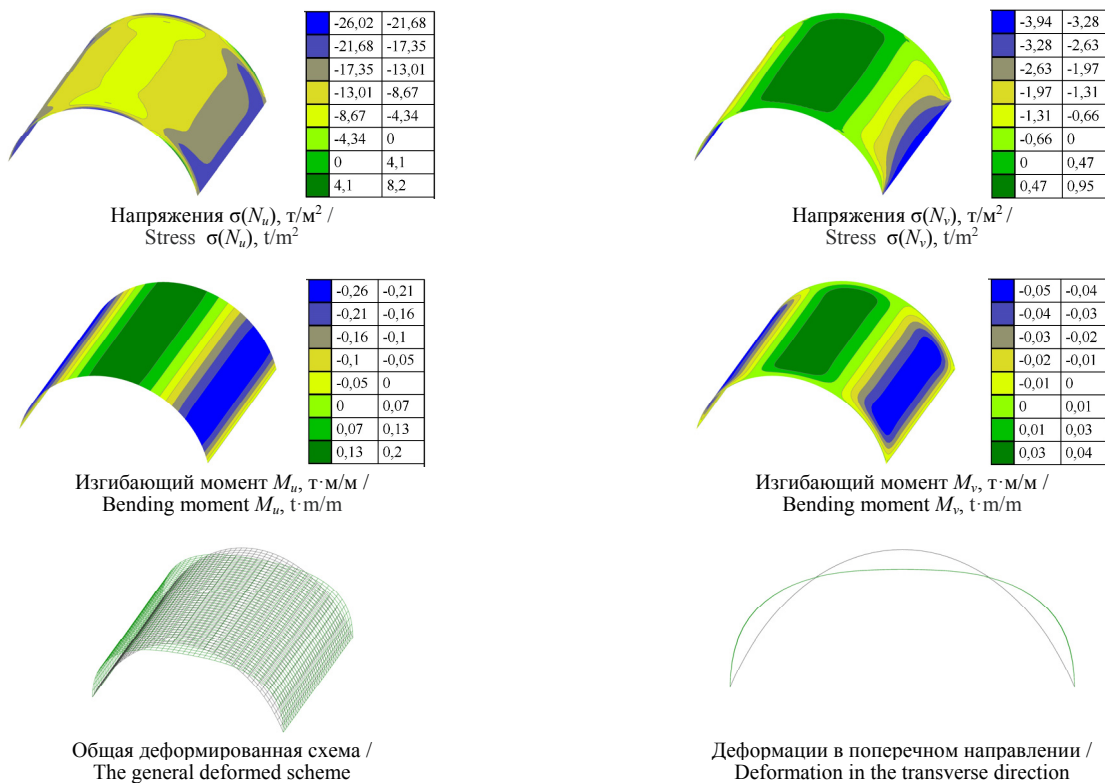


Рис. 9. Цилиндрическая поверхность с сектором окружности

И с т о ч н и к: выполнено О.О. Алёшиной

Figure 9. Cylindric surface with a circle sector

S o u r c e: made by O.O. Aleshina

3.4. Цилиндрическая поверхность с сектором окружности

Вдоль координатной линии u при действии собственного веса конструкции в цилиндрической оболочке с окружностью в поперечном сечении (рис. 9) числовые значения напряжений $\sigma(N_u)$ при сжатии от 0,00 до $-26,02$ т/м² с локализацией максимальных напряжений в опорных и консольных краевых зонах оболочки, при растяжении от 8,20 до 0,00 т/м² с концентрацией в консольных краевых зонах нижней части оболочки. Вдоль координатной линии v числовые значения напряжений при растяжении от 0,95 до 0,00 т/м², при сжатии от 0,00 до $-3,94$ т/м² с локализацией в опорных зонах. Перемещения в верхней зоне оболочки по вертикали около 5,2 мм.

3.5. Гиперболическая цилиндрическая оболочка

Вдоль координатной линии u при действии собственного веса конструкции в гиперболической цилиндрической оболочке (рис. 10) числовые значения напряжений $\sigma(N_u)$ при сжатии от 0,00 до $-31,88$ т/м² с локализацией максимальных напряжений в консольных краевых зонах нижней части оболочки, при растяжении от 8,21 до 0,00 т/м² с концентрацией в консольных краевых зонах верхней части оболочки. Вдоль координатной линии v числовые значения напряжений при растяжении от 1,04 до 0,00 т/м², при сжатии от 0,00 до $-5,46$ т/м² с локализацией в опорных зонах. Перемещения в верхней зоне оболочки по вертикали около 2,1 мм.

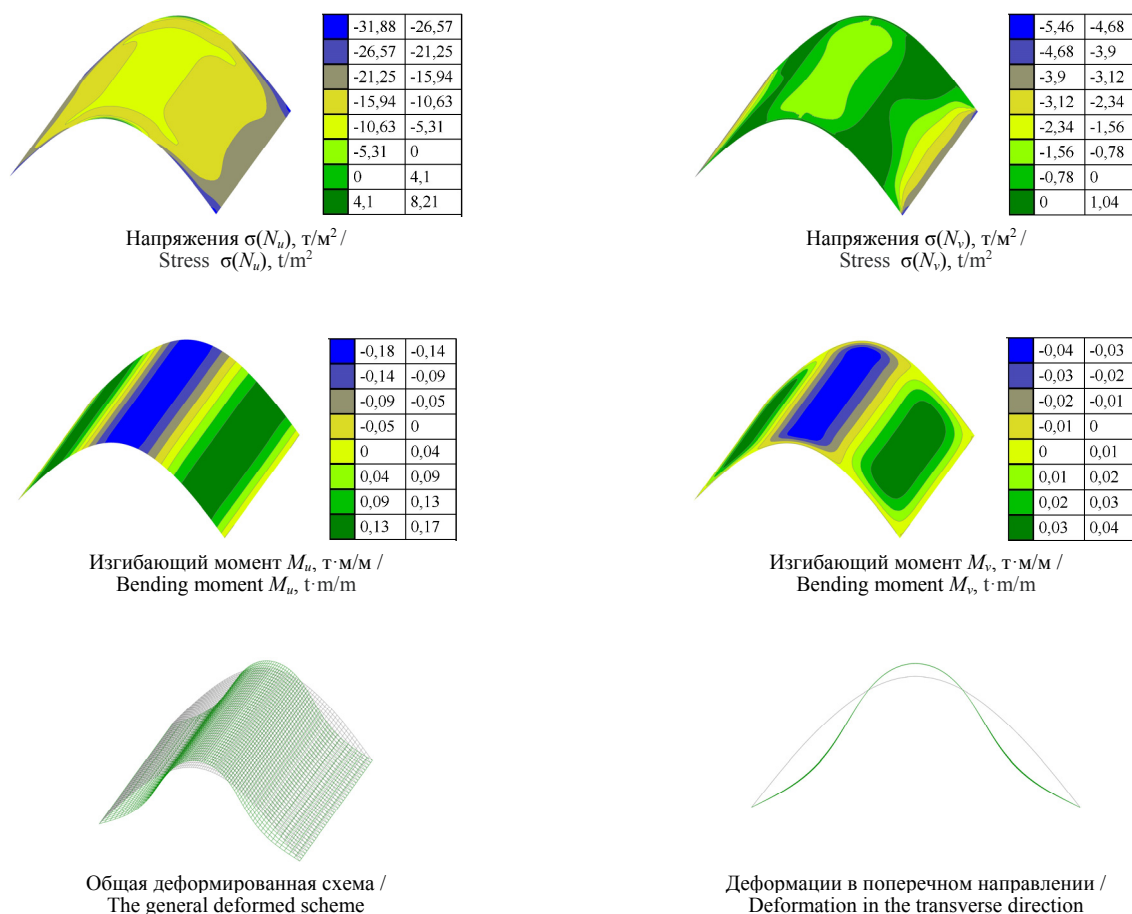


Рис. 10. Гиперболическая цилиндрическая оболочка

Источник: выполнено О.О. Алёшиной

Figure 10. Hyperbolic cylindrical shell

Source: made by O.O. Aleshina

Впервые проведен сравнительный расчет пяти тонких оболочек на действие статической нагрузки типа собственного веса. Все типы оболочек имеют одинаковые габаритные размеры: размеры в плане, высоту и толщину оболочки.

Установлено следующее:

1. Наименьшие (максимальные) тангенциальные напряжения возникают в эллипсоидальной оболочке с неполным полуэллипсом.
2. Наименьшие (максимальные) изгибные и суммарные напряжения возникают в параболической цилиндрической оболочке.
3. Суммарные (максимальные) напряжения в эллипсоидальной оболочке с неполным полуэллипсом превышают напряжения в параболической оболочке на 25 %.
4. Изгибные и суммарные (максимальные) напряжения в других типах оболочек значительно превышают аналогичные значения в параболической цилиндрической оболочке.

4. Заключение

В результате проведенного исследования следует отметить следующее.

1. Определены параметры образующих кривых цилиндрических оболочек, обеспечивающих заданные габариты оболочки.
2. Проведены расчеты цилиндрических оболочек с пятью типами образующих кривых на действие собственного веса оболочки.
3. Показано, что в цилиндрической оболочке с параболической образующей кривой возникают наименьшие (максимальные) напряжения, что подтверждает выводы ученого В.В. Новожилова.
4. В строительных конструкциях также могут использоваться эллипсоидальные цилиндрические оболочки с неполным полуэллипсом.
5. В цилиндрических оболочках с полным полуэллипсом возникают значительные опорные нормальные к поверхности реакции, что приводит к увеличению изгибающих моментов.

References / Список литературы

1. Vekariya M.S., Makwana E.A.H. A Review on Thin-shell Structures: Advances and Trends. *International Journal of Research Publication and Reviews*. 2021;2(12):1593–1608. ISSN 2582-7421
2. Martínez M.M., Valiente E.E. Las Bóvedas Cilíndricas y Su Evolución Hasta Las Cáscaras Cilíndricas Largas De Cubierta De Félix Candela. *Análisis Geométrico y Mecánico. EGA Revista de expresión gráfica arquitectónica*. 2017; 22(30):160. <https://doi.org/10.4995/EGA.2017.7846>
3. Peseke H., Grohmann M., Bollinger K. The Grossmarkthalle (wholesale market hall) in Frankfurt/Main. An early reinforced concrete shell structure. *Proceedings of the IASS Symposium 2009, Valencia, 28 September — 2 October 2009*, Universidad Politécnica de Valencia, Spain, 2010.
4. Martínez M., Valiente E., Gonzalez-Fierro G., Kevin M.G. The preservation of the architectural heritage of the twentieth century: the laminar structures of reinforced concrete. *Conference: XVI International Forum. World heritage and knowledge*. Capri, Italia, 2018.
5. Pedreschi R., Theodossopoulos D. The double-curvature masonry vaults of Eladio Dieste. *Proceedings of The Institution of Civil Engineers-structures and Buildings*. 2007;160(1):3–11. <https://doi.org/10.1680/stbu.2007.160.1.3>
6. Florio Wilson (2019). Investigations on the Design Process of Eladio Dieste: 3D Parametric Modelling of Modern Latin American Architectural Heritage. *The International Archives of the Photogrammetry, Remote Sensing and Spatial Information Sciences*. 2019;XLII-2/W15:775–782. <https://doi.org/10.5194/isprs-archives-XLII-2-W15-775-2019>
7. Galindo-Díaz J. Cylindrical shells in Colombian architecture in the 20th century. *Revista de Arquitectura*. 2018; 20(2):36–50. <http://doi.org/10.14718/RevArq.2018.20.2.2057>
8. Martínez M. Application of the beam method to structural calculation of the long cylindrical concrete shells in the work of Felix Candela. *Revista de la construcción*. 2019;18:145–155. <http://doi.org/10.7764/RDLC.18.1.134>
9. Ganendra B., Prabowo A., Muttaqie T., Adiputra R., Ridwan R., Fajri A., Thang Do Q., Carvalho H., Baek S. Thin-walled cylindrical shells in engineering designs and critical infrastructures: A systematic review based on the loading response. *Curved and Layered Structures*. 2023;10(1):20220202. <https://doi.org/10.1515/cls-2022-0202> EDN: XYJUCO

10. Bakusov P.A., Semenov A.A. Analysis of the stability of the computational algorithm to a change in the geometric parameters of cylindrical shell structures. *PNRPU mechanics bulletin*. 2021;(1):12–21. (In Russ.) <https://doi.org/10.15593/perm.mech/2021.1.02> EDN: ZIPFYC

Бакусов П.А., Семенов А.А. Анализ устойчивости вычислительного алгоритма к изменению геометрических параметров цилиндрических оболочечных конструкций // Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Механика. 2021. № 1. С. 12–21. <https://doi.org/10.15593/perm.mech/2021.1.02> EDN: ZIPFYC

11. Soldatos K.P. Review of three dimensional analysis of circular cylinders and cylindrical shells. *Applied Mechanics Reviews*. 1994;47(10):501–516. <https://doi.org/10.1115/1.3111064> EDN: XROROQ

12. Pasternak H., Li Z., Juozapaitis A., Daniunas A. Ring stiffened cylindrical shell structures: State-of-the-art review. *Applied Sciences*. 2022;12:11665. <https://doi.org/10.3390/app122211665> EDN: CBGDOZ

13. Li Y., Wang W., Chen Z. An Innovative failure criterion for metal cylindrical shells under explosive loads. *Materials*. 2022;15:4376. <https://doi.org/10.3390/ma15134376> EDN: FVSLVE

14. Al-Yacouby A.M., Hao L.J., Liew M.S., Ratnayake R.M.C., Samarakoon S.M.K. Thin-walled cylindrical shell storage tank under blast impacts: Finite element analysis. *Materials*. 2021;14:7100. <https://doi.org/10.3390/ma14227100> EDN: DBXXOD

15. Khoa N.D., Thiem H.T., Duc N.D. Nonlinear buckling and postbuckling of imperfect piezoelectric S-FGM circular cylindrical shells with metal-ceramic-metal layers in thermal environment using Reddy's third-order shear deformation shell theory. *Mechanics of Advanced Materials and Structures*. 2019;26(3):248–259. <https://doi.org/10.1080/15376494.2017.1341583>

16. Eslami G., Kabir M.Z. Multi-objective optimization of orthogonally stiffened cylindrical shells using optimality criteria method. *Scientia Iranica*. 2015;22(3):717–727.

17. Mohammad M., Seyed D. Effects of material properties and dimensions on buckling behavior of thin-walled cylindrical shell under hydrostatic pressure and axial force using an Abaqus developed plugin. 2024. <https://doi.org/10.21203/rs.3.rs-4920346/v1>

18. Wang P., Niu Q., Liu M., Li Z., Cao X., Zhang H. Numerical analysis on natural vibration of cylindrical shell with different cross-section. *MATEC Web of Conferences*. 2023;380:01015. <https://doi.org/10.1051/mateconf/202338001015> EDN: DAQCOH

19. Karpilovsky V.S., Kriksunov E.Z., Malyarenko A.A., Mikitarenko M.A., Perelmuter A.V., Perelmuter M.A. *The SCAD computing complex*. Moscow: SCAD SOFT Publ.; 2021. (In Russ.) ISBN 978-5-903683-07-9

Карпиловский В.С., Криксунов Э.З., Маляренко А.А., Микитаренко М.А., Перельмутер А.В., Перельмутер М.А. Вычислительный комплекс SCAD. Москва : СКАД СОФТ, 2021. 656 с. ISBN 978-5-903683-07-9

20. Zienkiewicz O.C., Taylor R.L. *The finite element method. Vol. 1. The basis*. Oxford: Butterworth-Heinemann; 2000. ISBN 0-7506-5049-4

21. Novozhilov V.V., Chernykh K.F., Mikhailovsky E.I. *Linear theory of thin shells*. Leningrad: Politehnika Publ.; 1991. (In Russ.) ISBN 5-7325-0127-4

Новожилов В.В., Черных К.Ф., Михайловский Е.И. Линейная теория тонких оболочек. Ленинград : Политехника, 1991. 656 с. ISBN 5-7325-0127-4

СЕЙСМОСТОЙКОСТЬ СООРУЖЕНИЙ SEISMIC RESISTENCE

DOI: 10.22363/1815-5235-2025-21-1-48-61

УДК 634.075

EDN: ISZMBG

Научная статья / Research article

Оценка влияния поверхностных слоев грунта на параметры спектров максимальных реакций

Е.Н. Курбацкий[✉], Е.А. Пестрякова^{ID}, Ш.А. Хуссейн^{ID}

Российский университет транспорта (МИИТ), Москва, Российская Федерация

✉ dynamic.miiit@gmail.com

Поступила в редакцию: 18 ноября 2024 г.

Принята к публикации: 28 января 2025 г.

Аннотация. Поверхностные слои обычно сложены относительно рыхлыми грунтами, значительно отличающимися по сейсмическим характеристикам от более глубоких слоев. Из-за этого оказывается затруднительным применять общую исходную сейсмическую информацию, не учитывающую локальные инженерно-геологические условия. В общем случае сейсмическое воздействие задается в виде спектров максимальных реакций для скальных или жестких грунтов. Для учета локальных геологических условий применяются поправочные грунтовые коэффициенты, которые не всегда правильно описывают усиление колебаний. Для получения аналитических зависимостей использовался метод решения задач теории упругости, основанный на свойствах изображения Фурье финитных функций. Используя теорему взаимности, определены перемещения свободной поверхности от нагрузки на границе раздела, которая задается падающей волной. Описаны способы задания исходных сейсмических воздействий в современных нормативных документах разных стран. Разработана методика, позволяющая учитывать влияние мягких слоев грунта на параметры спектров максимальных реакций. Получено выражение для коэффициентов усиления спектров максимальных реакций в поверхностных слоях грунтов, позволяющее более точно оценивать локальные инженерно-геологические условия, учитывая резонансные эффекты колебаний поверхности. Приведен пример определения коэффициентов усиления колебаний грунта для грунтовых условий Сирийской Арабской Республики.

Ключевые слова: сейсмические воздействия, слоистые грунты, спектры ответов, спектры Фурье, коэффициенты усиления

Заявление о конфликте интересов. Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

Вклад авторов: Курбацкий Е.Н. — вывод основных аналитических зависимостей; Пестрякова Е.А. — обобщение результатов исследования; Хуссейн Ш.А. — визуализация, графики и примеры.

Для цитирования: Курбацкий Е.Н., Пестрякова Е.А., Хуссейн Ш.А. Оценка влияния поверхностных слоев грунта на параметры спектров максимальных реакций // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2025. Т. 21. № 1. С. 48–61. <http://doi.org/10.22363/1815-5235-2025-21-1-48-61>

Курбацкий Евгений Николаевич, академик РАТ, доктор технических наук, профессор кафедры мосты и тоннели, Российский университет транспорта (МИИТ), Российская Федерация, 127994, ГСП-4, г. Москва, ул. Образцова, д. 9; eLIBRARY SPIN-код: 89939910, ORCID: 0000-0002-8593-0340; e-mail: dynamic.miiit@gmail.com

Пестрякова Екатерина Алексеевна, кандидат технических наук, доцент кафедры мосты и тоннели, Российский университет транспорта (МИИТ), Российская Федерация, 127994, ГСП-4, г. Москва, ул. Образцова, д. 9; eLIBRARY SPIN-код: 6339-2821, ORCID: 0000-0003-3441-1011; e-mail: kate.pestriakova@gmail.com

Хуссейн Шахд Алрмиш, аспирант кафедры мосты и тоннели, Российский университет транспорта (МИИТ), Российская Федерация, 127994, ГСП-4, г. Москва, ул. Образцова, д. 9; ORCID: 0009-0004-8106-9698; e-mail: shahdalmish@yandex.ru

© Курбацкий Е.Н., Пестрякова Е.А., Хуссейн Ш.А., 2025

This work is licensed under a Creative Commons Attribution 4.0 International License
<https://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/legalcode>

Estimation of the Influence of Surface Soil Layers on the Parameters of Maximum Reaction Spectra

Evgeny N. Kurbatskiy^{ID}✉, Ekaterina A. Pestriakova^{ID}, Shahd A. Hussein^{ID}

Russian University of Transport (MIIT), Moscow, Russian Federation

✉ dynamic.miit@gmail.com

Received: November 18, 2024

Accepted: January 28, 2025

Abstract. Surface layers are usually composed of relatively loose soils that differ significantly in seismic characteristics from deeper layers. This makes it difficult to apply general initial seismic information that does not take into account local geotechnical conditions. In general, seismic effects are given in the form of maximum response spectra for rocky or rigid soils. To take into account local geological conditions, soil correction factors are used, which do not always correctly describe the amplification of vibrations. For obtaining analytical relationships, the problem-solving technique of the theory of elasticity based on the properties of the Fourier image of finite functions was used. Using the reciprocity theorem, the displacements of the free surface from the load at the interface, which is given by the incident wave, have been determined. The methods of setting initial seismic effects in modern norms documents of different countries are described. A methodology is developed that allows to take into account the influence of soft soil layers on the parameters of the maximum response spectra. The expression for the amplification coefficients of the maximum response spectra in the surface layers of soils is obtained, which allows to estimate the local geotechnical conditions more accurately, taking into account the resonance effects of surface vibrations. An example of determining the amplification coefficients of ground vibrations for the ground conditions of the Syrian Arab Republic is given.

Keywords: seismic effects, layered soils, response spectra, Fourier spectra, amplification coefficients

Conflicts of interest. The authors state that there is no conflict of interest.

Authors' contribution: Kurbatskiy E.N. — conclusion of basic analytical dependencies; Pestriakova E.A. — consolidation of research results; Hussein Sh.A. — visualization, graphs, and examples.

For citation: Kurbatskiy E.N., Pestriakova E.A., Hussein Sh.A. Estimation of the influence of surface soil layers on the parameters of maximum reaction spectra. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*. 2025;21(1): 48–61. (In Russ.) <http://doi.org/10.22363/1815-5235-2025-21-1-48-61>

1. Введение

В современных нормативных документах разных стран исходное сейсмическое воздействие задается в виде движения «свободного поля» скального или достаточно жесткого грунта [1; 2]. Этому движению соответствуют сглаженные спектры максимальных реакций (спектры ответов), достаточно консервативные для учета неопределенностей возможных будущих сейсмических воздействий.

При построении спектров ответов учитывается влияние местных грунтовых условий на форму и параметры расчетных спектров. Как правило, мягкие поверхностные слои грунта изменяют спектральный состав [3], при этом увеличиваются амплитуды и продолжительность колебаний грунта (рис. 1). Для учета этого усиления грунты подразделяются на категории в зависимости от скоростей распространения поперечных волн и для каждой категории определяются поправочные коэффициенты.

Рекомендуется: «При учете местных грунтовых условия строительной площадке обычно учитывают материал глубиной до нескольких сотен футов (обычно) — 30 м — более или менее распространенное значение»¹.

Evgeny N. Kurbatskiy, Doctor of Technical Sciences, Academician of the Russian Academy of Transport, professor of the Department of Bridges and Tunnels, Russian University of Transport (MIIT), 15 Obratsova St, GSP-4, Moscow, 127994, Russian Federation; eLIBRARY SPIN-code: 89939910, ORCID: 0000-0002-8593-0340; e-mail: dynamic.miit@gmail.com

Ekaterina A. Pestriakova, Candidate of Technical Sciences, Associate Professor of the Department of Bridges and Tunnels, Russian University of Transport (MIIT), 15 Obratsova St, GSP-4, Moscow, 127994, Russian Federation; eLIBRARY SPIN-code: 6339-2821, ORCID: 0000-0003-3441-1011; e-mail: kate.pestriakova@gmail.com

Shahd A. Hussein, PhD student of the Department of Bridges and Tunnels, Russian University of Transport (MIIT), 15 Obratsova St, GSP-4, Moscow, 127994, Russian Federation; ORCID: 0009-0004-8106-9698; e-mail: shahdalmish@yandex.ru

¹ NEHRP Recommended Provisions: Instructional and Training Materials FEMA 451B. 2007. URL: <https://www.wbdg.org/FFC/DHS/fema451b.pdf> (accessed: 21.08.2024).

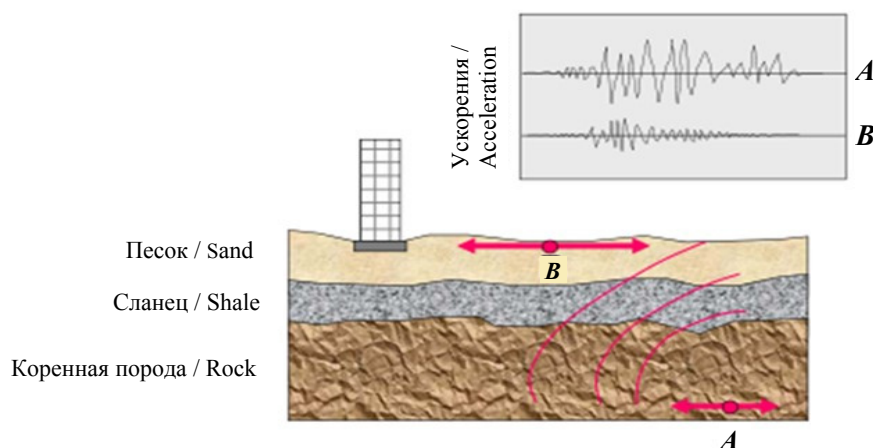


Рис. 1. Усиление колебаний в поверхностных слоях грунта

Источник: выполнено Ш.А. Хуссейн

Figure 1. Amplification of vibrations in surface soil layers

Source: made by Sh.A. Hussein

В частности, в европейских нормах по расчету сооружений на сейсмостойкость EN 1998–1: 2004² грунты подразделяются на следующие типы: A , B , C , D , E , S_1 и S_2 . Одна из основных характеристик грунта — это скорость распространения поперечной волны — волны сдвига. Грунты типа S_1 или S_2 — это отложения, состоящие или содержащие слой не менее 10 м из мягких глин со скоростями распространения поперечных волн менее 100 м/с. Для каждого типа грунта при построении расчетных спектров реакций задаются поправочные коэффициенты.

Средняя скорость поперечной волны $v_{s,30}$ должна быть вычислена в соответствии с выражением

$$v_{s,30} = \frac{30}{\sum_{i=1, N} \frac{h_i}{v_i}}, \quad (1)$$

где h_i и v_i означают толщину (в метрах) и скорость распространения поперечной волны (с уровнем деформаций сдвига 10^{-5} или меньше) для i -й формации или слоя при общем количестве слоев N .

Для площадок с грунтовыми условиями, характеризующимися наличием одного или обоих типов грунта S_1 или S_2 , рекомендуется выполнять специальные дополнительные исследования для определения параметров сейсмических воздействий.

При землетрясении Loma Prieta 1989 г. спектры колебаний в районах с мощными мягкими слоями грунтов существенно превысили существующие в то время расчетные спектры (рис. 2), что побудило ввести категорию грунтов F , для которых требуется специальный анализ вместо упрощенного, учитывающего 30-метровую толщу.

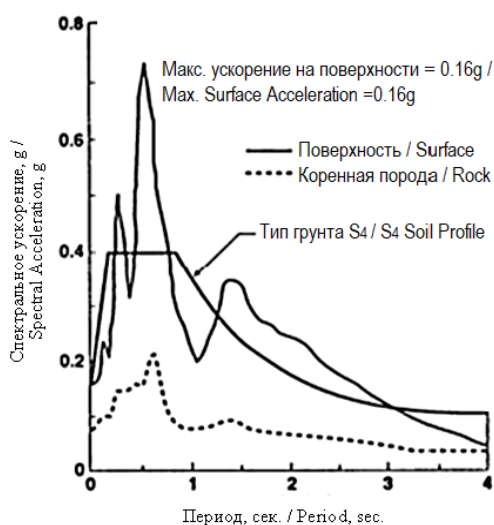


Рис. 2. Расчетный спектр реакций NEHRP 1998 и спектры реакций Loma Prieta на участках с глубокими мягкими слоями грунтов

Figure 2. Calculated spectrum of reactions NEHRP 1998 and spectra of Loma Prieta reactions in areas with deep soft soil layers

Источник / Source:
ICC IBC (2003): International Building Code. 2003.
URL: <https://archive.org/details/gov.law.icc.ibc.2003/page/n93/mode/2up> (accessed: 12.08.2024)

² EN 1998–1. Eurocode 8: Design of structures for earthquake resistance. 2004. URL: <https://www.phd.eng.br/wp-content/uploads/2015/02/en.1998.1.2004.pdf> (accessed: 12.08.2024).

2. Исходные уравнения и обоснованные упрощения

Дифференциальные уравнения движения сплошной среды имеют следующий вид [4]:

$$\lambda \delta_{ij} (u_{k,k}) + \mu (u_{i,j} + u_{j,i}) - \sigma_{ij} = 0; \quad (2)$$

$$\sigma_{i,j,i} - \rho \ddot{u}_j = -f_j; \quad i, j, k = 1, 2, 3, \quad (3)$$

где λ и μ — параметры Лямэ; ρ — плотность материала среды; δ_{ij} — символ Кронекера $\delta_{ij} = 1$ при $i = j$, $\delta_{ij} = 0$ при $i \neq j$.

По повторяющимся индексам подразумевается суммирование.

Продифференцировав выражение (2) x_i и подставляя полученные выражения для напряжений в уравнения (3), получим уравнения теории упругости в перемещениях:

$$\mu u_{j,ii} + (\lambda + \mu) u_{i,jj} - \rho \ddot{u}_j = -f_j \quad i, j = 1, 2, 3. \quad (4)$$

Так как расстояния от источников землетрясений до строительной площадки велики (порядка десяти и сотни километров) [5] сейсмические волны можно считать плоскими, что существенно упрощает дифференциальные уравнения.

Ввиду того, что время прихода продольных и поперечных волн отличается, воздействия продольных и поперечных волн можно рассматривать независимо (рис. 3).

Волны, генерируемые в источнике, распространяются во всех направлениях, проходя сквозь слои грунта, отражаются, преломляются и трансформируются. Согласно закону Снелла [6], путь распространения становится почти вертикальным при достижении поверхности земли (рис. 4). Поэтому будем рассматривать волны, падающие вертикально на горизонтальные слои.

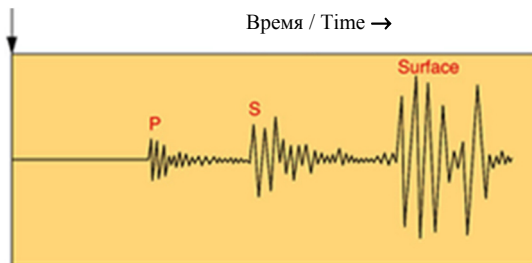


Рис. 3. Типичная сейсмограмма, фиксирующая продольные (P -волны), поперечные (S -волны) и поверхностные ($Surface$) волны
Источник: выполнено Ш.А. Хуссейн

Figure 3. Typical seismogram recording longitudinal (P -waves), transverse (S -waves) and surface waves
Source: made by Sh.A. Hussein

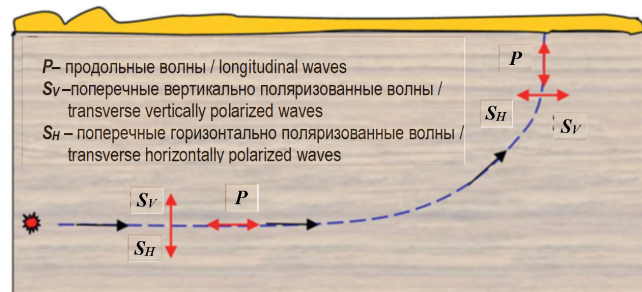


Рис. 4. Траектория распространения сейсмических волн от источника до поверхности
Источник: выполнено Ш.А. Хуссейн

Figure 4. Trajectory of seismic wave from the source to the surface
Source: made by Sh.A. Hussein

Обозначим вертикальную координату $x_1 = x$ и горизонтальную $x_2 = y$. При таких обоснованных предположениях вместо системы уравнений (4) можно использовать уравнение

$$\mu \frac{\partial^2 u_y}{\partial x^2} = \rho \frac{\partial^2 u_y}{\partial t^2} \quad (5)$$

для описания распространения поперечных волн сдвига и уравнение

$$(\lambda + 2\mu) \frac{\partial^2 u_x}{\partial x^2} = \rho \frac{\partial^2 u_x}{\partial t^2} \quad (6)$$

для описания распространения продольных волн.

В дальнейшем будут рассматриваться только поперечные волны, поэтому для обозначения поперечных перемещений будет использоваться обозначение u без индексов. Таким образом, u — горизонтальное перемещение частиц грунта, x — локальная вертикальная координата с началом координат на верхней границе верхнего слоя:

$$\mu \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = \rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}. \quad (7)$$

При оценке параметров волн, распространяющихся в грунтах, необходимо учитывать демпфирование [7; 8]. Как показывают многочисленные исследования, рассеяние энергии при динамическом нагружении грунтов хорошо описывается частотно независимым гистерезисным демпфированием [9–11].

Коэффициент демпфирования, определяющий внутреннее трение при циклических нагружениях, зависит от отношения рассеянной энергии к потенциальной энергии (рис. 5):

$$\xi = \frac{E_p}{2\pi E_{\pi}}, \quad (8)$$

где E_p — энергия, рассеянная за один цикл; E_{π} — потенциальная энергия, соответствующая амплитуде деформации за тот же цикл; ξ — относительный коэффициент демпфирования.



Рис. 5. Схема для определения демпфирования (петля гистерезиса)

Источник: выполнено Ш.А. Хуссейн

Figure 5. Schematic for damping determination (Hysteresis Loop)

Source: made by Sh.A. Hussein

3. Дифференциальное уравнение колебаний верхнего слоя грунта и полупространства в обобщенных функциях

Для дальнейшего анализа воспользуемся методом решения задач теории упругости, основанным на свойствах изображений Фурье финитных функций, предложенным Е.Н. Курбацким в 1995 г. [12].

Определение: *Финитными функциями называются функции, тождественно равные нулю вне ограниченного интервала.*

3.1. Уравнение для верхнего слоя

Для получения финитной функции $U(x, t)$ на интервале $(0; h)$ умножим функцию $u(x, t)$ на функцию, равную единице при $0 \leq x \leq h$ и равную нулю вне этого интервала, которую можно представить в виде разности двух ступенчатых функций Хэвисайда:

$$U(x, t) = u(x, t) [\theta(x) - \theta(x - h)]. \quad (9)$$

Финитная функция $U(x, t)$ совпадает с функцией $u(x, t)$ на интервале $0 \leq x \leq h$ и тождественно равна нулю вне этого интервала.

Дважды продифференцировав произведение (9) по пространственной координате, получим

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 U(x, t)}{\partial x^2} = & \frac{\partial^2 u(x, t)}{\partial x^2} [\theta(x) - \theta(x - h)] + u(0, t) \delta'(x) - \\ & - u(h, t) \delta'(x - h) + u'(0, t) \delta(x) - u'(h, t) \delta(x - h). \end{aligned} \quad (10)$$

Используя выражение (10), представим уравнение колебаний верхнего слоя грунта в виде финитной на интервале $(0; h)$ функции

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 U_1}{\partial x^2} - \frac{1}{\beta_1^2} \frac{\partial^2 U_1}{\partial t^2} = & u_1(0, t) \delta'(x) + \frac{1}{\mu_1} \tau_1(0, t) \delta(x) - \\ & - u_1(h, t) \delta'(x - h) - \frac{1}{\mu_1} \tau_1(h, t) \delta(x - h), \end{aligned} \quad (11)$$

где $u_1(x, t)$ — горизонтальные перемещения частиц грунта верхнего слоя; h — толщина слоя; μ_1 — модуль сдвига грунта; $\beta_1 = \sqrt{\frac{\mu_1}{\rho_1}}$ — скорость распространения волн сдвига в слое; ρ_1 — плотность грунта; $\tau_1(z, t) = \mu_1 u'_1(z, t)$ — касательные напряжения в слое грунта; $\delta(z)$ — дельта функция Дирака; $\delta'(z)$ — производная дельта функции Дирака.

В правых частях, записанных таким образом уравнений, находятся функции, определяющие нагрузки и перемещения.

Применив преобразование Фурье по времени и пространственной координате к (11), получим

$$\begin{aligned} -\tilde{u}_1(v, \omega) \left[v^2 - \frac{\omega^2}{\beta_1^2} \right] = & -(iv) \tilde{u}_1(0, \omega) + \frac{1}{\mu_1} \tilde{\tau}_1(0, \omega) + \\ & + (iv) \tilde{u}_1(h, \omega) e^{ivh} - \frac{1}{\mu_1} \tilde{\tau}_1(h, \omega) e^{ivh}. \end{aligned} \quad (12)$$

Изображение Фурье функции перемещений определяются выражениями

$$\tilde{u}_1(v, \omega) = - \frac{-(iv) \tilde{u}_1(0, \omega) + \frac{1}{\mu_1} \tilde{\tau}_1(0, \omega) + (iv) \tilde{u}_1(h, \omega) e^{ivh} - \frac{1}{\mu_1} \tilde{\tau}_1(h, \omega) e^{ivh}}{v^2 - \frac{\omega^2}{\beta_1^2}}. \quad (13)$$

В уравнении (13) функция $\tilde{u}_1(v, \omega)$ представляет собой изображение Фурье финитной функции, поэтому в соответствии с теоремой Винера — Пэли — Шварца [13–15] она должна быть целой.

Теорема Винера — Пэли — Шварца позволяет доказать другую теорему, устанавливающую связь между значениями функций на границах области теорему о граничных функциях [13], которая утверждает, что для того чтобы функция $\tilde{U}(v, \omega)$ была целой, необходимо чтобы числитель делился на знаменатель без остатка.

Далее используется теорема Безу, утверждающая, что остаток от деления полинома $P(v)$ на одночлен (в данном случае на $(v - v_i)$) равен значению полинома при $v = v_i$. Остаток от деления $P(v_i)$.

Таким образом, необходимо найти корни знаменателя, подставить в выражение для числителя и приравнять к нулю. Нули знаменателя: $v_{1,2} = \pm \frac{\omega}{\beta_1}$. Приравнявая числитель выражения (13) к нулю на нулях знаменателя, получим два уравнения:

$$\begin{aligned} -\left(i \frac{\omega}{\beta_1}\right) \tilde{u}_1(0, \omega) + \frac{1}{\mu_1} \tilde{\tau}_1(0, \omega) + \left(i \frac{\omega}{\beta_1}\right) \tilde{u}_1(h, \omega) e^{i \frac{\omega}{\beta_1} h} - \frac{1}{\mu_1} \tilde{\tau}_1(h, \omega) e^{i \frac{\omega}{\beta_1} h} &= 0; \\ \left(i \frac{\omega}{\beta_1}\right) \tilde{u}_1(0, \omega) + \frac{1}{\mu_1} \tilde{\tau}_1(0, \omega) - \left(i \frac{\omega}{\beta_1}\right) \tilde{u}_1(h, \omega) e^{-i \frac{\omega}{\beta_1} h} - \frac{1}{\mu_1} \tilde{\tau}_1(h, \omega) e^{-i \frac{\omega}{\beta_1} h} &= 0. \end{aligned} \quad (14)$$

Приведем уравнения к более удобному виду, умножив все члены уравнений на модуль сдвига и разделив на $(i\omega)$:

$$\begin{aligned} -\rho_1 \beta_1 \tilde{u}_1(0, \omega) + \frac{\tilde{\tau}_1(0, \omega)}{(i\omega)} + \rho_1 \beta_1 \tilde{u}_1(h, \omega) e^{i \frac{\omega}{\beta_1} h} - \frac{\tilde{\tau}_1(h, \omega)}{(i\omega)} e^{i \frac{\omega}{\beta_1} h} &= 0; \\ \rho_1 \beta_1 \tilde{u}_1(0, \omega) + \frac{\tilde{\tau}_1(0, \omega)}{(i\omega)} - \rho_1 \beta_1 \tilde{u}_1(h, \omega) e^{-i \frac{\omega}{\beta_1} h} - \frac{\tilde{\tau}_1(h, \omega)}{(i\omega)} e^{-i \frac{\omega}{\beta_1} h} &= 0. \end{aligned} \quad (15)$$

При таком представлении уравнений в выражениях появляются акустические жесткости $\rho_1 \beta_1$, от которых зависят параметры преломленных и отраженных волн.

3.2. Уравнение для полупространства

Для получения дифференциального уравнения, описывающего колебания грунта для полупространства в виде функции, тождественно равной нулю при $x < h$, тогда $x = h$ — координата границы верхнего слоя и полупространства, воспользуемся следующим выражением:

$$\frac{\partial^2 U(x, t)}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 u(x, t)}{\partial x^2} [\theta(x - h)] + u(h, t) \delta'(x - h) + u'(h, t) \delta(x - h). \quad (16)$$

Имеем

$$\frac{\partial^2 u_2(x, t)}{\partial x^2} - \frac{1}{\beta_2^2} \frac{\partial^2 u_2(x, t)}{\partial t^2} = u_2(h, t) \delta'(x - h) + \frac{1}{\mu_2} \tau_2(h, t) \delta(x - h). \quad (17)$$

Применив преобразование Фурье по времени и пространственной координате к уравнению (17):

$$-\tilde{u}_2(v, \omega) \left[v^2 - \frac{\omega^2}{\beta_2^2} \right] = -(iv) \tilde{u}_2(h, \omega) e^{ivh} + \frac{1}{\mu_2} \tilde{\tau}_2(h, \omega) e^{ivh}. \quad (18)$$

Изображения Фурье функций перемещений определяются выражением

$$\tilde{u}_2(v, \omega) = - \frac{-(iv) \tilde{u}_2(h, \omega) e^{ivh} + \frac{1}{\mu_2} \tilde{\tau}_2(h, \omega) e^{ivh}}{v^2 - \frac{\omega^2}{\beta_2^2}}. \quad (19)$$

Получим зависимость для касательных напряжений и перемещений на границе полупространства. Для этого приравняем числитель уравнения (19) к нулю при одном из корней знаменателя. Отметим, что при учете демпфирования (параметр β^* комплексный, $\beta^* = \beta(1 + i\xi)$) корни знаменателя не лежат на действительной оси, а расположены в верхней и нижней полуплоскостях (рис. 6).

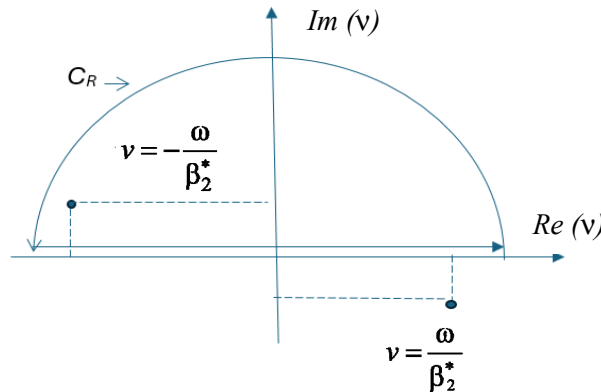


Рис. 6. Схема расположения полюсов уравнения (19) на комплексной плоскости V

Источник: выполнено Ш.А. Хуссейн

Figure 6. Schematic of the location of the poles of equation (18) on the complex plane

Source: made by Sh.A. Hussein

Для тождественного равенства нулю функции перемещений $u_2(x, \omega)$ для упругого полупространства при $x < h$ необходимо приравнять числитель выражения (19) нулю при $v = -\frac{\omega}{\beta^*}$. При таком условии не будет полюса в верхней полуплоскости, поэтому $u_2(x, \omega)$, определяемая интегралом по контуру C_R , будет равна нулю. Из этого условия следует

$$\tilde{\tau}_2(h, \omega) = -i\omega \cdot \beta_2^* \rho_2 \cdot \tilde{u}_2(h, \omega). \quad (20)$$

Подставляя выражение (20) в (15) и учитывая равенство напряжений и перемещений на границе сред, получим

$$\begin{aligned} -\rho_1 \beta_1 \tilde{u}_1(0, \omega) + \frac{\tilde{\tau}_1(0, \omega)}{(i\omega)} + \rho_1 \beta_1 \tilde{u}_1(h, \omega) e^{i\frac{\omega}{\beta_1} h} + \rho_2 \beta_2 \tilde{u}_2(h, \omega) e^{i\frac{\omega}{\beta_1} h} &= 0; \\ \rho_1 \beta_1 \tilde{u}_1(0, \omega) + \frac{\tilde{\tau}_1(0, \omega)}{(i\omega)} - \rho_1 \beta_1 \tilde{u}_1(h, \omega) e^{-i\frac{\omega}{\beta_1} h} + \rho_2 \beta_2 \tilde{u}_2(h, \omega) e^{-i\frac{\omega}{\beta_1} h} &= 0. \end{aligned} \quad (21)$$

Полученные уравнения позволяют определить перемещения на границе раздела сред от нагрузки на верхней свободной поверхности и затем, используя теорему взаимности, определить перемещения свободной поверхности от нагрузки на границе раздела, которая задается падающей волной.

Для решения системы уравнений (21) воспользуемся правилом Крамера, в котором решение системы уравнений определяется с использованием определителей: $y_k = \frac{D_k}{D}$. Определитель системы уравнений имеет следующий вид:

$$D = \begin{vmatrix} -\rho_1 \beta_1 & \left(\rho_1 \beta_1 e^{\frac{i\omega}{\beta_1} h} + \rho_2 \beta_2 e^{\frac{i\omega}{\beta_1} h} \right) \\ \rho_1 \beta_1 & -\left(\rho_1 \beta_1 e^{-\frac{i\omega}{\beta_1} h} - \rho_2 \beta_2 e^{-\frac{i\omega}{\beta_1} h} \right) \end{vmatrix} = \rho_1 \beta_1 \left[\rho_1 \beta_1 \left(e^{-\frac{i\omega}{\beta_1} h} - e^{\frac{i\omega}{\beta_1} h} \right) - \rho_2 \beta_2 \left(e^{-\frac{i\omega}{\beta_1} h} + e^{\frac{i\omega}{\beta_1} h} \right) \right]. \quad (22)$$

Определитель, полученный заменой элементов столбца неизвестных свободными членами:

$$D_1 = \begin{vmatrix} -\rho_1 \beta_1 & -\frac{\tilde{\tau}_1(0, \omega)}{(i\omega)} \\ \rho_1 \beta_1 & -\frac{\tilde{\tau}_1(0, \omega)}{(i\omega)} \end{vmatrix} = 2\rho_1 \beta_1 \frac{\tilde{\tau}_1(0, \omega)}{(i\omega)}. \quad (23)$$

В результате имеем

$$\tilde{u}_2(h, \omega) = \frac{-2\tilde{\tau}_1(0, \omega)}{(i\omega) \left[\rho_1 \beta_1 \left(e^{\frac{i\omega}{\beta_1} h} - e^{-\frac{i\omega}{\beta_1} h} \right) + \rho_2 \beta_2 \left(e^{\frac{i\omega}{\beta_1} h} + e^{-\frac{i\omega}{\beta_1} h} \right) \right]}. \quad (24)$$

3.3. Теорема взаимности

Теорема взаимности, впервые сформулированная Бетти в 1872 г. и впоследствии доказанная Рэлеем в 1873 г. (см. [5]), широко используется в различных научных областях: в акустике, электротехнике, теории упругости. Существуют различные формы этого принципа, устанавливающего зависимость между источниками возмущений и реакциями на эти возмущения. А в нашем случае наиболее удобной считаем формулировку теоремы, изложенной в работах [13–15]:

Если приложенная в некоторой точке P ограниченной неоднородной анизотропной упругой среды сосредоточенная сила, имеющая направление α и временную зависимость $f(t)$, создает в некоторой другой точке Q смещение, компонента которого в направлении β равна $u(t)$, то приложение той же самой силы $f(t)$ в точке Q в направлении β вызовет смещение в точке P , проекция которого на направление α совпадает с $u(t)$.

В соответствии с этой теоремой выражение (24) перепишем в виде

$$\tilde{u}_1(0, \omega) = \frac{-2\tilde{\tau}_2(h, \omega)}{(i\omega) \left[\rho_1 \beta_1 \left(e^{\frac{i\omega}{\beta_1} h} - e^{-\frac{i\omega}{\beta_1} h} \right) + \rho_2 \beta_2 \left(e^{\frac{i\omega}{\beta_1} h} + e^{-\frac{i\omega}{\beta_1} h} \right) \right]}. \quad (25)$$

Учитывая зависимость между напряжениями и перемещениями (20), получим

$$\tilde{u}_1(0, \omega) = \frac{2\rho_2\beta_2\tilde{u}_2(h, \omega)}{\left[\rho_1\beta_1 \begin{pmatrix} e^{i\frac{\omega}{\beta_1}h} & -e^{-i\frac{\omega}{\beta_1}h} \end{pmatrix} + \rho_2\beta_2 \begin{pmatrix} e^{i\frac{\omega}{\beta_1}h} & +e^{-i\frac{\omega}{\beta_1}h} \end{pmatrix} \right]}. \quad (26)$$

Выражение для коэффициента, учитывающего влияние поверхностного слоя на параметры волн, падающих на границу раздела сред, определяется выражением

$$K(\omega) = \frac{\tilde{u}_1(0, \omega)}{\tilde{u}_2(h, \omega)} = \frac{2\rho_2\beta_2}{\left[\rho_1\beta_1 \begin{pmatrix} e^{i\frac{\omega}{\beta_1}h} & -e^{-i\frac{\omega}{\beta_1}h} \end{pmatrix} + \rho_2\beta_2 \begin{pmatrix} e^{i\frac{\omega}{\beta_1}h} & +e^{-i\frac{\omega}{\beta_1}h} \end{pmatrix} \right]}. \quad (27)$$

Используя формулу Эйлера, заменим показательные функции тригонометрическими

$$K(\omega) = \frac{\tilde{u}_1(0, \omega)}{\tilde{u}_2(h, \omega)} = \frac{2\rho_2\beta_2}{\left[\rho_2\beta_2 \cos \frac{\omega}{\beta_1}h + i\rho_1\beta_1 \sin \frac{\omega}{\beta_1}h + \right]}. \quad (28)$$

Если в выражении (28) положить равными нулю члены, соответствующие отраженным от свободной поверхности волнам и не учитывать сдвиг во времени, выражение (28) превратится в хорошо известное уравнение Цеппритца, описывающее распространение волн через границу двух сред с разными акустическими свойствами:

$$K = \frac{\rho_2\beta_2}{[\rho_2\beta_2 + \rho_1\beta_1]}. \quad (29)$$

4. Результаты

4.1. Зависимости коэффициентов усиления колебаний от параметров коренной породы, поверхностного слоя грунта и толщины слоя

Приведем графики, характеризующие зависимости коэффициентов усиления колебаний от параметров коренной породы, поверхностного слоя грунта и толщины слоя.

На рис. 7 представлены графики для грунтов со следующими характеристиками:

- параметры нижнего слоя, коренной породы $\rho_2 = 2000 \text{ кг/м}^3$; $\beta_2 = 800 \frac{\text{м}}{\text{сек}}$; $\xi = 0,05$;
- параметры верхнего слоя $\rho_1 = 1600 \text{ кг/м}^3$; $\beta_1 = 200 \text{ м/с}$; $\xi = 0,25$.

На рис. 8 представлены графики для грунтов со следующими характеристиками:

- параметры нижнего слоя, коренной породы $\rho_2 = 2000 \text{ кг/м}^3$, $\beta_2 = 800 \frac{\text{м}}{\text{сек}}$, $\xi = 0,05$;
- параметры верхнего слоя $\rho_1 = 1500 \text{ кг/м}^3$, $\beta_1 = 120 \text{ м/сек}$, $\xi = 0,12$;
- параметры верхнего слоя $\rho_1 = 1650 \text{ кг/м}^3$, $\beta_1 = 200 \text{ м/сек}$, $\xi = 0,12$;
- параметры верхнего слоя $\rho_1 = 1800 \text{ кг/м}^3$, $\beta_1 = 400 \text{ м/сек}$, $\xi = 0,12$.

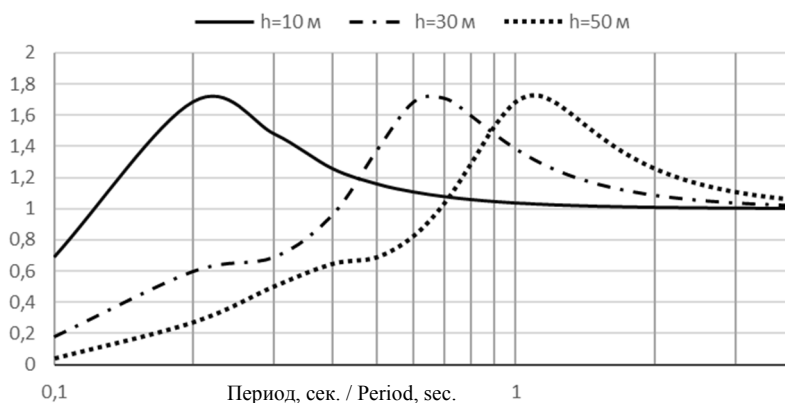


Рис. 7. Графики коэффициентов передачи колебаний K для поверхностных слоев грунта толщами 10, 30 и 50 м
И с т о ч н и к: выполнено Ш.А. Хуссейн

Figure 7. Graphs of vibration transmission coefficients K for surface layers of soil thicknesses of 10, 30 and 50 m
S o u r c e: made by Sh.A. Hussein

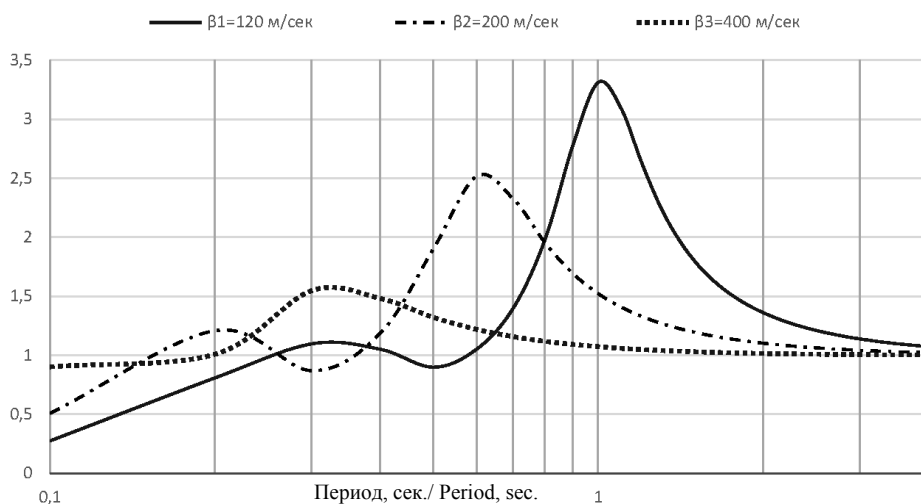


Рис. 8. Графики коэффициентов передачи колебаний K для поверхностных слоев грунта толщиной 30 м
И с т о ч н и к: выполнено Ш.А. Хуссейн

Figure 8. Graphs of vibration transmission coefficients K for surface layers of soil thickness 30 m
S o u r c e: made by Sh.A. Hussein

4.2. Пример определения коэффициентов усиления колебаний грунта для условий Сирийской Арабской Республики

В Сирийской Арабской Республике при разработке национальных норм в течение многих лет в качестве основы использовался Единый Строительный кодекс УВС. Позднее после появления в 2000 г. последней версии УВС используется Международный Строительный Кодекс IBC³.

В соответствии с Международным строительным кодексом IBC вся территория страны разделена на регионы, в которых заданы максимальные ускорения на коренных породах. Максимальные ускорения определяются из условия 2 % с вероятностью **непревышения** в течение 50 лет.

³ IBC, International Building Code Council, Washington, DC, 2015. URL: <https://codes.iccsafe.org/content/IBC2015P4> (accessed: 12.08.2024).

Для каждого региона, в соответствии с документом IBC, задаются два значения спектров максимальных ускорений в двух контрольных точках. Одно значение максимального расчетного ускорения для малых периодов S_s и второе значение для периода, равное 1 секунде S_1 .

Эти ускорения, приведенные на картах сейсмического районирования, соответствуют ускорениям на коренных породах, поэтому для учета локальных инженерно-геологических условий необходимо использовать поправочные коэффициенты.

На рис. 9 представлены спектры максимальных ускорений, в которых используются расчетные спектры, определяемые выражениями

$$S_{Ds} = \frac{2}{3} S_{MS} \quad \text{и} \quad S_{D1} = \frac{2}{3} S_{M1};$$

$$S_{MS} = F_a S_s \quad \text{и} \quad S_{M1} = F_v S_1. \quad (30)$$

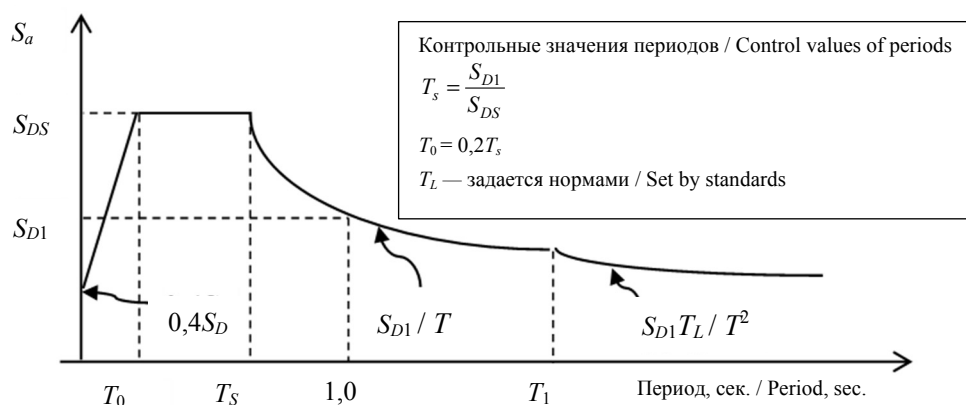


Рис. 9. Спектры максимальных реакций (ускорений) по нормам IBC
Figure 9. Maximum reaction (acceleration) spectra according to IBC norms

Источник / Source: IBC 2015.
 IBC, International Building Code Council, Washington, DC, 2015.
 URL: <https://codes.iccsafe.org/content/IBC2015P4> (accessed: 12.08.2024)

Отметим, что F_a — коэффициент, учитывающий усиление колебаний в области постоянных максимальных ускорений, а коэффициент F_v учитывает усиление колебаний в области постоянных максимальных скоростей на спектре, представленном на трехкоординатном спектре [16; 17]. Для границ этих областей приняты следующие обозначения: малый (short) период S_s , период, равный 1 с S_1 и продолжительный (long) период S_l .

Определим по картам сейсмического районирования⁴ район, в котором расположен город Алеппо, следующие параметры: $S_s = 1,254$ — максимальное ускорение для малых периодов; $S_1 = 0,363$ — максимальное ускорение для периода, равного 1 с.

В качестве примера построим спектр максимальных реакций для района Алеппо для строительной площадки с грунтовыми условиями категории «С» с мощностью поверхностного слоя 30 м.

Используя графики, представленные на рис. 8, найдем коэффициенты, учитывающие локальные грунтовые условия и значения спектров реакций в контрольных точках: $F_a = 1$; $F_v = 1,5$; $S_{MS} = F_a S_s = 1 \cdot 1,254$ и $S_{M1} = F_v S_1 = 1,5 \cdot 0,363 = 0,5445$.

Так как функция спектра максимальных реакций на интервале $T_s \leq T \leq T_1$ определяется выражением $S = \frac{S_{M1}}{T}$, значение малого периода T_s определено следующим образом:

⁴ Syrian Arab Code for Reinforced Concrete +Accessories. URL: <https://civteam.wordpress.com/2012/02/17/> (accessed: 12.08.2024).

$$T_S = \frac{S_{M1}}{S_{MS}} = \frac{0,5445}{1,254} = 0,434 \text{ сек.}$$

Длительный переходный период задается нормами, примем $T_l = 8$ сек. Значение спектра в контрольной точке S_l определяется выражением $S = \frac{S_{M1}}{T_l}$. Для периодов $T > T_l$ функция спектра максимальных реакций имеет следующий вид:

$$S = \frac{S_{M1} T_l}{T^2}.$$

Таким образом, получены все необходимые параметры для построения расчетного спектра максимальных реакций в ускорениях с учетом локальных инженерно-геологических условий. График спектра представлен на рис. 10.

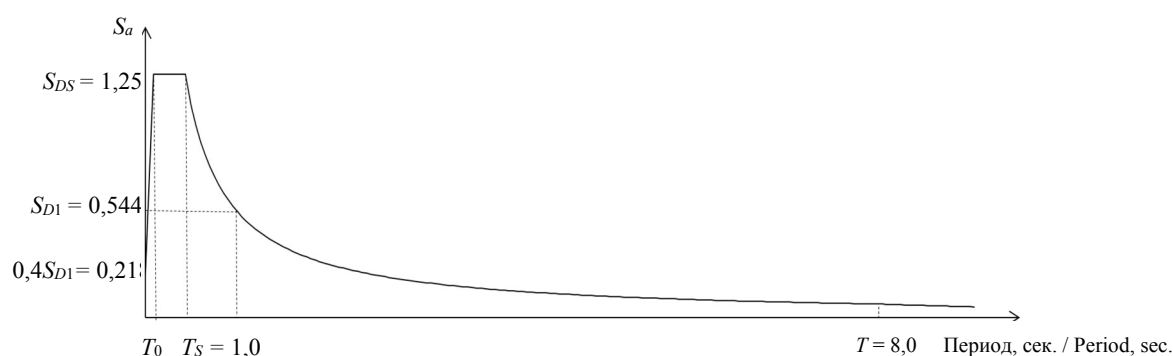


Рис. 10. Расчетный спектр максимальных реакций

Источники: выполнено Е.Н. Курбацким, Е.А. Пестряковой, Ш.А. Хуссейн

Figure 10. Spectrum of maximum reactions

Source: made by E.N. Kurbatskiy, E.A. Pestriakova, Sh.A. Hussein

5. Заключение

1. Разработана методика, позволяющая учитывать влияние мягких слоев грунта на параметры спектров максимальных реакций.
2. В качестве исходных уравнений используются уравнения механики сплошных сред, современный аппарат обобщенных функций и преобразование Фурье.
3. Все математические преобразования выполняются на основании доказанных теорем, что позволяет получить аналитические выражения функций перемещений, скоростей, ускорений, спектры Фурье и спектры максимальных реакций на границах слоев и на любой глубине.
4. Получено выражение для коэффициентов усиления спектров максимальных реакций поверхностными слоями грунтов, позволяющее более точно оценивать локальные инженерно-геологические условия, учитывая резонансные усиления колебаний поверхности.
5. Приведен пример построения спектров максимальных реакций, учитывающий локальные инженерно-геологические условия для района Алеппо Арабской Сирийской Республики.

References / Список литературы

1. Seed H.B., Idriss I.M. *Soil Moduli and Damping Factors for Dynamic Response Analysis*. Report No. UCB/EERC-70/10. Berkeley: Earthquake Engineering Research Center, University of California; December, 1970. 48 p.

2. Seed H.B., Wong R.T., Idriss I.M., Tokimatsu K. Moduli and Damping factors for Dynamic Analyses of Cohesionless Soils. *Journal of the Geotechnical Engineering Division*. 1986;112(11):1016–1032. [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)0733-9410\(1986\)112:11\(1016\)](https://doi.org/10.1061/(ASCE)0733-9410(1986)112:11(1016))
3. Corchete V. The Analysis of Accelerograms for the Earthquake Resistant Design of Structures. *International Journal of Geosciences*. 2010;1(1)0:32–37. <https://doi.org/10.4236/ijg.2010.11004>
4. Love A.E.H. *A treatise on the mathematical theory of elasticity*. 4th ed. Dover Publications, 1944. 660 p.
5. Cui Z., Sheng Q., Leng X.L. Effects of a controlling geological discontinuity on the seismic stability of an underground cavern subjected to near-fault ground motions. *Bulletin of Engineering Geology and the Environment*. 2018;77:265–282. <https://doi.org/10.1007/s10064-016-0936-9> EDN: XSAOKQ
6. Wolf K.B., Krotzsch G. Geometry and dynamics in refracting systems. *European Journal of Physics*. 1995;16:14–20. <https://doi.org/10.1088/0143-0807/16/1/003> ISSN 0143-0807
7. Ameratunga J., Sivakugan N., Das B.M. *Correlations of Soil and Rock Properties in Geotechnical Engineering*. New Delhi: Springer Publ.; 2019. <https://doi.org/10.1007/978-81-322-2629-1>
8. Saragoni G.R. Earthquake Geotechnical Engineering Design. Part of the book series: *Geotechnical, Geological and Earthquake Engineering*. Maugeri M., Soccodato C. (Eds.). 2014;28:181–192. <http://doi.org/10.1007/978-3-319-03182-8>
9. Reinhorn A.M., Deierlein G.G., Willford M. Nonlinear Structural Analysis for Seismic Design. *A Guide for Practicing Engineers. NEHRP Seismic Design Technical Brief*. No. 4. Gaithersburg: National Institute of Standards and Technology Pub.; 2010. Available from: <http://www.nehrp.gov->nistgcr10-917-5.pdf> (accessed: 12.08.2024).
10. Xu X.M., Ling D.S., Cheng Y.P., Chen Y.M. Correlation between liquefaction resistance and shear wave velocity of granular soils: a micromechanical perspective. *Geotechnique*. 2015;65(5):337–348. <http://doi.org/10.1680/geot.SIP.15.P.022>
11. Verrucci L.G., Lanzo G., Tommasi P., Rotonda T. Cyclic and dynamic behaviour of a soft pyroclastic rock. *Geotechnique*. 2015;65(5):359–373. <http://doi.org/10.1680/geot.SIP.15.P.012>
12. Kurbatskiy E.N. *A method for solving problems in structural mechanics and elasticity theory based on the properties of Fourier images of finite functions*. Dis. doc. of technical sciences. 1995. (In Russ.) EDN: ZJKORJ
- Курбацкий Е.Н. Метод решения задач строительной механики и теории упругости, основанный на свойствах изображений Фурье финитных функций : дис. ... д-ра техн. наук. 1995. 209 с. EDN: ZJKORJ
13. White J.E. Use of reciprocity theorem for computation of low-frequency radiation patterns. *Geophysics*. 1960;25: 613–624. <https://doi.org/10.1190/1.1438742>
14. Basanquet L., Paley R., Wiener N. *Fourier Transforms in the Complex Domain*. American Mathematical Soc., 1934. ISBN 978-0-8218-1019-4
15. White J.E., Lindsay R. Seismic waves. Radiation, transmission, and attenuation. *Physics Today*. 1967;20(2):74–75. <https://doi.org/10.1063/1.3034162>
16. Kurbatskiy E.N., Mondrus V.L., Titov E.Yu., Yemelyanova G.A., Pestryakova E.A. Outdated provisions of the Russian federation norms regulating construction in seismic areas. *Academia. Architecture and construction*. 2024;(1): 159–165. (In Russ.) <https://doi.org/10.22337/2077-9038-2024-1-159-165> EDN: DIMXBS
- Курбацкий Е.Н., Мондрус В.Л., Титов Е.Ю., Емельянова Г.А., Пестрякова Е.А. Устаревшие положения норм Российской Федерации, регламентирующие строительство в сейсмических районах // Academia. Архитектура и строительство. 2024. № 1. С. 159–165. <https://doi.org/10.22337/2077-9038-2024-1-159-165>. EDN: DIMXBS
17. Newmark N.M., Hall W.J. Earthquake Spectra and Design. *Earthquake Engineering Research Institute*. Berkeley, California. 1982. ISBN-10: 0943198224. ISBN-13: 978-0943198224

СТРОИТЕЛЬНЫЕ МАТЕРИАЛЫ И ИЗДЕЛИЯ CONSTRUCTION MATERIALS AND PRODUCTS

DOI: 10.22363/1815-5235-2025-21-1-62-70

УДК 625.731.82

EDN: IXDZAO

Научная статья / Research article

Влияние ультрадисперсных добавок на механические свойства бетона

М.Ю. Малькова¹✉, А.С. Горшков¹, А.Н. Задиранов², Е.А. Ларионов¹¹ Российский университет дружбы народов, Москва, Российская Федерация² Академия государственной противопожарной службы МЧС России, Москва, Российская Федерация

✉ marianna300@yandex.ru

Поступила в редакцию: 11 ноября 2024 г.

Принята к публикации: 30 января 2025 г.

Аннотация. Исследование направлено на оценку механических характеристик бетона, модифицированного ультрадисперсными порошками, произведенными из строительных отходов методом тонкого помола. Для достижения цели были изготовлены и испытаны образцы бетона с различным содержанием ультрадисперсных порошков в цементной матрице. Механические свойства образцов оценивались по показателям прочности на сжатие и модулю упругости. Испытания проводились на образцах бетона, выдержанных в течение 7, 14, 21 и 28 сут, с последующим анализом средних значений трех измерений для каждой временной точки. Результаты исследования показали, что бетонные смеси, содержащие ультрадисперсные порошки, обладают улучшенными механическими характеристиками по сравнению с контрольными образцами. Оптимальное содержание ультрадисперсных порошков составляет 20 % от массы цемента. Прочность на сжатие таких бетонных образцов через 28 дней твердения превосходит контрольные значения на 46 %. Это свидетельствует о возможности использования ультрадисперсных порошков для повышения эксплуатационных качеств бетонных конструкций. В рамках экспериментальных исследований установлено, что размер, концентрация и химический состав ультрадисперсных частиц существенно влияют на механические свойства бетонных смесей, модифицированных ультрадисперсными порошками строительных отходов.

Ключевые слова: бетон, ультрадисперсные порошки, строительные отходы, битый кирпич

Заявление о конфликте интересов. Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

Вклад авторов: Малькова М.Ю., Задиранов А.Н. — обоснование и концепция исследования; Горшков А.С. — выполнение экспериментов; Ларионов Е.А. — обработка данных экспериментов.

Для цитирования: Малькова М.Ю., Горшков А.С., Задиранов А.Н., Ларионов Е.А. Влияние ультрадисперсных добавок на механические свойства бетона // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2025. Т. 21. № 1. С. 62–70. <http://doi.org/10.22363/1815-5235-2025-21-1-62-70>

Малькова Марианна Юрьевна, доктор технических наук, профессор кафедры машиностроительных технологий, инженерная академия, Российский университет дружбы народов, Российская Федерация, 117198, г. Москва, ул. Миклухо-Маклая, д. 6; eLIBRARY SPIN-код: 2680-1505, ORCID: 0000-0002-6939-1658; e-mail: marianna300@yandex.ru

Горшков Александр Сергеевич, ассистент кафедры архитектуры, реставрации и дизайна, инженерная академия, Российский университет дружбы народов, Российская Федерация, 117198, г. Москва, ул. Миклухо-Маклая, д. 6; eLIBRARY SPIN-код: 3987-3902, ORCID: 0000-0002-8844-7397; e-mail: gorshkov_as@pfur.ru

Задиранов Александр Никитович, доктор технических наук, профессор кафедры общей и специальной химии, Учебно-научный комплекс процессов горения и экологической безопасности, Академия государственной противопожарной службы МЧС России, Российская Федерация, 129366, г. Москва, ул. Бориса Галушкина, д. 4; eLIBRARY SPIN-код: 2873-6465, ORCID: 0000-0001-7787-8290; e-mail: zadiranov@mail.ru

Ларионов Евгений Алексеевич, доктор технических наук, профессор кафедры технологий строительства и конструкционных материалов, инженерная академия, Российский университет дружбы народов, Российская Федерация, 117198, г. Москва, ул. Миклухо-Маклая, д. 6; eLIBRARY AuthorID: 365207, ORCID: 0000-0002-4906-5919; e-mail: evgenylarionov39@yandex.ru

© Малькова М.Ю., Горшков А.С., Задиранов А.Н., Ларионов Е.А., 2025

 This work is licensed under a Creative Commons Attribution 4.0 International License
<https://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/legalcode>

Effect of Ultrafine Additives on Mechanical Properties of Concrete

Marianna Yu. Malkova¹✉, Alexander S. Gorshkov¹,
Alexander N. Zadiranov², Evgeny A. Larionov¹

¹ RUDN University, Moscow, Russian Federation

² Academy of State Fire Service EMERCOM of Russia, Moscow, Russian Federation

✉ marianna300@yandex.ru

Received: November 11, 2024

Accepted: January 30, 2025

Abstract. The study is aimed at assessing the mechanical properties of concrete modified with ultrafine powders produced from construction waste by fine grinding. To achieve this goal, concrete samples with different contents of ultrafine powders in the cement matrix were prepared and tested. The mechanical properties of the samples were assessed in terms of compressive strength and modulus of elasticity. The tests were carried out on concrete samples aged for 7, 14, 21 and 28 days, followed by an analysis of the average values of the three measurements for each time point. The results of the study showed that concrete mixtures containing ultrafine powders have improved mechanical properties compared to control samples. The optimal content of ultrafine powders is 20% of the cement weight. The compressive strength of such concrete samples exceeds the reference values by 46% after 28 days of hardening. This indicates the possibility of using ultrafine powders to improve the performance of concrete structures. Experimental studies have shown that the size, concentration, and chemical composition of ultrafine particles significantly affect the mechanical properties of concrete mixtures modified with ultrafine powders of construction waste

Keywords: concrete, ultrafine powders, construction waste, broken brick

Conflicts of interest. The authors declare that there is no conflict of interest.

Authors' contribution: Malkova M.Yu., Zadiranov A.N. — the rationale and concept of the study; Gorshkov A.S. — performing experiments; Larionov E.A. — experiment data processing.

For citation: Malkova M.Yu., Gorshkov A.S., Zadiranov A.N., Larionov E.A. Effect of ultrafine additives on mechanical properties of concrete. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*. 2025;21(1):62–70. (In Russ.) <http://doi.org/10.22363/1815-5235-2025-21-1-62-70>

1. Введение

Для улучшения эксплуатационных характеристик бетона в его состав вводят различного рода добавки. Как отмечают многие исследователи, использование частиц ультрадисперсных размеров для модифицирования бетонной смеси существенно улучшает ее механические свойства. Это связано с высокой реакционной активностью ультрадисперсных частиц, которая обусловлена значительной удельной площадью их поверхности [1–5].

Все большее внимание в технологиях изготовления бетона уделяется использованию наноматериалов. В производстве наноразмерных материалов используются оксиды металлов, углеродные нанотрубки и волокна. Популярной и эффективной минеральной добавкой для изготовления бетона с высокими эксплуатационными характеристиками является нанокремнезем, способный значительно улучшить механические свойства бетона благодаря своей пуццолановой активности и сверхтонкому размеру частиц [6–8]. Как показывают различные научные исследования, введение нанокремнезема

Marianna Yu. Malkova, Doctor of Technical Sciences, Professor of the Department of Mechanical Engineering Technologies, Engineering Academy, RUDN University, 6 Miklukho-Maklaya St, Moscow, 117198, Russian Federation; eLIBRARY SPIN-code: 2680-1505, ORCID: 0000-0002-6939-1658; e-mail: marianna300@yandex.ru

Alexander S. Gorshkov, Assistant of the Department of Architecture, Restoration and Design, Engineering Academy, RUDN University, 6 Miklukho-Maklaya St, Moscow, 117198, Russian Federation; eLIBRARY SPIN-code: 3987-3902, ORCID: 0000-0002-8844-7397; e-mail: gorshkov_as@pfur.ru

Alexander N. Zadiranov, Doctor of Technical Sciences, Professor of the Department of Combustion Processes and Environmental Safety, Educational and Scientific Complex of Combustion Processes and Environmental Safety (Moscow), State Fire Academy of EMERCOM of Russia, 4 Boris Galushkin St, Moscow, 129366, Russian Federation; eLIBRARY SPIN code: 2873-6465, ORCID: 0000-0001-7787-8290; e-mail: zadiranov@mail.ru

Evgeny A. Larionov, Doctor of Technical Sciences, Professor of the Department of Construction Technology and Structural Materials, Engineering Academy, RUDN University, 6 Miklukho-Maklaya St, Moscow, 117198, Russian Federation; eLIBRARY AuthorID: 365207, ORCID: 0000-0002-4906-5919; e-mail: evgenylarionov39@yandex.ru

в бетон приводит к повышению прочности на сжатие [9–11], увеличению прочности при растяжении и изгибе [5; 12–13] по сравнению с традиционными бетонными смесями. В [14] установлено, что оптимальное содержание нанокремнезема в бетоне зависит от размера удельной поверхности его частиц. Увеличение размера удельной поверхности приводит к улучшению характеристик бетона благодаря заполнению имеющихся в бетоне пустот и повышению его плотности. Исследователи [15] доказали, что уменьшение размера наночастиц способствует увеличению прочности бетона с нанодобавками.

Однако вопрос оптимального процентного содержания наноразмерных частиц при замене цемента в бетоне остается открытым и требует дальнейшего изучения. В случае традиционных бетонов авторы [16] сообщили, что добавление 0,25 % наночастиц SiO_2 увеличило прочность бетона на сжатие и изгиб после 28 дней твердения на 10 и 25 % соответственно. Исследователи [17] изучали влияние нанокремнезема на прочность самоуплотняющихся бетонов. Нанокремнезем использовался для частичной замены цемента в концентрациях 0,5; 0,7 и 1 %. Результаты испытаний на прочность при сжатии в возрасте 7, 28, 90 и 365 дней показали, что наилучшие показатели достигаются при замене 0,5 % цемента нанокремнеземом, независимо от возраста испытываемых образцов. Исследование [18] показало, что введение 4 % нанокремнезема от массы цемента обеспечивает оптимальное улучшение механических свойств самоуплотняющихся бетонов.

Несмотря на положительные результаты, полученные при использовании наноматериалов в строительстве, ряд исследований выявил, что их применение в производстве бетона не всегда приводит к значительному улучшению механических свойств. Согласно [19], использование nano-SiO_2 и nano-TiO_2 при изготовлении цементных паст и строительных растворов не продемонстрировало существенного повышения прочности при сжатии. Кроме того, некоторые авторы [20] отметили негативное влияние высоких доз нанокремнезема на прочность бетона, что объяснялось проблемами диспергирования и агрегатированием частиц.

Многие исследователи отмечают, что применение большого количества наночастиц SiO_2 (более 5 % заменителя цемента) может привести к негативному воздействию на механические свойства цементных материалов [21–22]. Это может быть обусловлено высокой удельной поверхностью наночастиц SiO_2 , что способствует их агломерации и ухудшает диспергирование в цементной матрице [23–24]. Для равномерного распределения наночастиц могут потребоваться специальные методы диспергирования, такие как ультразвуковое перемешивание, что значительно увеличивает затраты на изготовление нанодисперсных модификаторов [25–26].

В целях повышения экономической эффективности бетона в его состав вводят минеральные добавки, полученные из промышленных отходов [27]. Отходы тепловых электростанций, такие как золошлаковые отходы и зола-унос, являются одними из наиболее массовых видов вторичного сырья. В [28–29] обоснована техническая возможность и экономическая целесообразность использования золы-уноса в качестве добавки к цементу, а также возможность повышения ее активности за счет процесса механоактивации.

В последнее время было проведено значительное количество исследований по изучению возможностей использования отходов и побочных продуктов металлургической промышленности в качестве добавок к цементу [30]. Металлургические шлаки обладают пуццолановыми свойствами, что делает их перспективными материалами для использования в производстве цемента или бетона. Многими авторами изучены возможности применения гранулированных доменных шлаков в качестве тонкомолотой активной минеральной добавки к бетону [31–33].

Между тем различные виды строительных отходов, такие как бой кирпича, представляют собой ценное сырье, которое может быть эффективно использовано в производстве бетона. Большинство строительных кирпичей содержат в своем составе диоксид кремния и глинозем, что позволяет отнести их к пуццолановым материалам, которые при взаимодействии с водой в процессе гидратации проявляют связующий эффект и способствуют образованию геля C-S-H. Использование порошков пуццолановых материалов в производстве бетона повышает его прочностные характеристики. Раци-

ональное использование подобного рода материалов способствует снижению истощения природных минеральных ресурсов и уменьшению объемов отходов, направляемых на полигоны. Разработка новых составов бетона с применением ультрадисперсных армирующих добавок, полученных из строительных отходов, позволит уменьшить расход цемента, при этом в значительной степени защитив окружающую среду, снизив общую стоимость конструкции и повысив ее долговечность.

Анализ литературных источников показал, что введение в состав бетонной смеси дисперсных армирующих добавок позволяет создавать новые виды высокопрочных бетонов с улучшенными эксплуатационными свойствами. Механические характеристики модифицированных бетонных смесей зависят от химического состава, структуры, размера и объемной доли этих компонентов в общей массе бетона. При этом более высокие результаты демонстрируют тонкодисперсные добавки, способствующие достижению максимальной плотности упаковки смеси. Такая оптимизированная упаковка частиц приводит к формированию более плотной структуры бетона, что, в свою очередь, улучшает его механические свойства.

На основании анализа научной литературы сделан вывод о целесообразности использования дисперсных добавок, полученных из отходов строительной промышленности, в частности кирпичного боя, в качестве модификаторов бетонной смеси. Для подтверждения этой гипотезы проведены комплексные исследования, направленные на изучение влияния данных добавок на механические характеристики бетонов. **Цель исследования** — изучение механических характеристик бетонов, модифицированных ультрадисперсными порошками строительных отходов. В рамках исследования рассмотрены строительные отходы, представляющие собой бой кирпичей, формирующийся при демонтаже жилых и промышленных зданий и сооружений.

2. Методы

В качестве модификатора бетона был выбран ультрадисперсный порошок (УДП), полученный путем тонкого измельчения образцов строительных отходов. Для проведения исследований битый кирпич (брак производства) подвергался дроблению в шаровой мельнице и последовательному просеиванию через ряд лабораторных сит с ячейками размером 1,5; 0,63; 0,315; 0,08; 0,045 и 0,026 мм на вибростоле. Для измельчения строительных отходов применялась мельница шаровая двухпозиционная WiseMix BML-2 (производства фирмы Daihan Scientific), предназначенная для получения мелких фракций обрабатываемого материала.

Таблица 1 / Table 1

Материал для получения модификаторов бетонной смеси
Material for obtaining concrete mix modifiers

Облицовочный кирпич гладкий Браер 0,7 NF (образец № 1) ООО «ТД БРАЕР» (Российская Федерация) / Braer 0.7 NF smooth facing brick (sample No. 1) “TD BRAER” LLC (Russian Federation)	
Шамотный кирпич ШБ-5 (образец № 2) Богдановическое ОАО «Огнеупоры» (Российская Федерация) / SB-5 fireclay brick (sample No. 2) Bogdanovich “Ogneupory” JSC (Russian Federation)	
Облицовочный кирпич М 200 1NF (образец № 3) Железногорский кирпичный завод (Российская Федерация) / М 200 1NF facing brick (sample No. 3) Zheleznogorsk Brick Factory (Russian Federation)	

И с т о ч н и к: выполнено М.Ю. Мальковой, А.С. Горшковым, А.Н. Задирановым, Е.А. Ларионовым
S o u r c e: made by M.Yu. Malkova, A.S. Gorshkov, A.N. Zadiranov, E.A. Larionov

В лабораторных условиях было разработано и протестировано несколько составов бетонных смесей, полученных путем частичной замены цемента на различные процентные доли УДП, полученных путем измельчения отходов кирпичей разных марок (табл. 1). Для модифицирования цементной смеси был выбран УДП самой мелкой из полученных фракций ($-0,045+0,026$ мм). Этот выбор обусловлен наибольшей площадью реакционной поверхности данной фракции, что потенциально улучшает характеристики конечного материала.

Для оценки влияния УДП строительных отходов на механические свойства цементных растворов были изготовлены и испытаны на прочность образцы кубической формы с длиной ребер 70 мм. Образцы изготавливали и испытывали сериями по 5 штук в каждой. Бетонная смесь для приготовления контрольного образца была составлена без добавления УДП. В остальных образцах цемент был частично заменен на различные доли УДП для получения наномодифицированных составов бетона. С целью корректной оценки влияния добавок УДП на механические свойства бетона все смеси были приготовлены с одинаковым соотношением воды, вяжущего и заполнителей (табл. 2).

Таблица 2 / Table 2

Состав бетонной смеси в пересчете на 343 см³ (объем образца кубической формы с длиной ребра 70 мм)
Composition of the concrete mix in terms of 343 cm³ (volume of a cubic sample with edge length of 70 mm)

Состав бетонной смеси / Composition of the concrete mix	Бетон без добавок УДП (В22,5) — контрольный образец / Concrete without UDP additives (В22.5) — control sample	Бетон с добавлением УДП, % от массы цемента / Concrete with the addition of ultradisperse powder (UDP), % by weight of cement				
		10	20	30	35	50
УДП / UDP, %	0	14,4	28	42,8	50,4	72,0
Цемент (ПЦ 500), г / Portland cement (grade 500), g	144,0	129,6	115,2	101,0	93,6	72,0
Песок, г / Sand, g	236,7	235,6	224	218,0	223,6	240,0
Щебень 5–20 мм, г / Crushed aggregate 5–20 mm, g	378,0	381,2	386,6	391,0	383,0	360,0
Вода, г / Water, g	58,0	58,0	58,0	58,0	58,0	58,0

Источники: выполнено М.Ю. Мальковой, А.С. Горшковым, А.Н. Задирановым, Е.А. Ларионовым
 Source: made by M.Yu. Malkova, A.S. Gorshkov, A.N. Zadiranov, E.A. Larionov

Для определения механических свойств затвердевшего бетона были проведены исследования прочности образцов на сжатие. Прочность при сжатии является ключевым параметром, отражающим механические свойства бетона, поскольку она тесно связана с показателями прочности на изгиб и растяжение [34]. Испытания осуществлялись на образцах, выдержанных в течение 7, 14, 21 и 28 сут в трех параллельных сериях. В ходе анализа использовались средние значения из трех измерений.

3. Результаты и обсуждение

Результаты исследования прочности бетона на сжатие в сравнении с контрольной смесью в различные возрастные периоды представлены в табл. 3 и на рисунке.

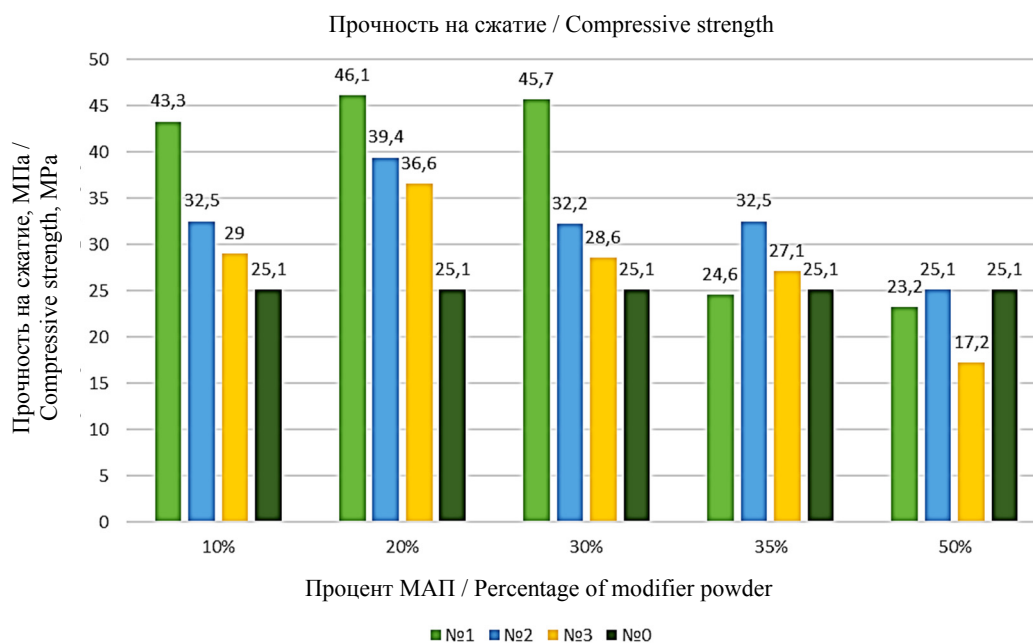
Анализ полученных данных показывает, что прочность бетона на сжатие повышается с увеличением времени выдержки при любом содержании модифицирующих добавок УДП. Эта тенденция наблюдается во всех возрастных группах, что свидетельствует о стабильном повышении прочности бетона. В возрасте 28 дней прочность на сжатие достигает своего максимального значения при испытании всех образцов. Улучшение механических свойств бетонных образцов можно объяснить высокой плотностью упаковки ультрадисперсных частиц в структуре бетона, что способствует увеличению компактности и прочности материала. Кроме того, большая площадь поверхности ультрадисперсных частиц способствует интенсификации химических реакций, что приводит к образованию дополнительного количества C-S-H геля. Этот гель уплотняет и укрепляет границу раздела между заполнителем и цементным тестом, что также способствует повышению прочности бетона.

Таблица 3 / Table 3

Результаты испытаний образцов бетона на сжатие через 7, 14, 21 и 28 сут
Results of compression testing of concrete samples after 7, 14, 21 and 28 days

Время выдержки образца, сут / Sample curing time, days	7	14	21	28
Образцы бетона / Concrete Samples	Напряжение, МПа / Stress, MPa			
Контрольный образец, № 0 / Control sample, No. 0	14,4	17,9	19,2	25,101
№ 1 10 % УДП № 1 / UDP No. 1	31,888	37,676	39,776	43,332
№ 1 20 % УДП № 1 / UDP No. 1	36,869	39,048	41,742	46,112
№ 1 30 % УДП № 1 / UDP No. 1	34,332	38,894	41,231	45,759
№ 1 35 % УДП № 1 / UDP No. 1	15,686	19,881	22,226	24,665
№ 1 50 % УДП № 1 / UDP No. 1	15,421	19,001	21,042	23,215
№ 2 10 % УДП № 2 / UDP No. 2	19,688	27,62	29,433	32,540
№ 2 20 % УДП № 2 / UDP No. 2	27,531	32,32	36,06	39,400
№ 2 30 % УДП № 2 / UDP No. 2	19,433	23,98	29,14	32,261
№ 2 35 % УДП № 2 / UDP No. 2	19,674	25,09	29,32	32,531
№ 2 50 % УДП № 2 / UDP No. 2	15,441	20,012	23,22	25,078
№ 3 10 % УДП № 3 / UDP No. 3	19,995	25,02	27,34	29,021
№ 3 20 % УДП № 3 / UDP No. 3	24,606	30,01	32,98	36,615
№ 3 30 % УДП № 3 / UDP No. 3	18,872	23,87	26,44	28,595
№ 3 35 % УДП № 3 / UDP No. 3	17,331	22,30	25,21	27,078
№ 3 50 % УДП № 3 / UDP No. 3	11,24	14,36	16,02	17,225

И с т о ч н и к: выполнено М.Ю. Мальковой, А.С. Горшковым, А.Н. Задирановым, Е.А. Ларионовым
 Source: made by M.Yu. Malkova, A.S. Gorshkov, A.N. Zadiranov, E.A. Larionov



Сравнительная диаграмма прочности на сжатие образцов бетона с добавлением
 10, 20, 30, 35 и 50 % УДП № 1, УДП № 2 и УДП № 3 по сравнению с контрольным образцом № 0 /
 Comparative diagram of compressive strength of concrete samples with the addition
 of 10, 20, 30, 35 and 50% UDP No. 1, UDP No. 2 and UDP No. 3 compared to control sample No. 0

И с т о ч н и к: выполнено М.Ю. Мальковой, А.С. Горшковым, А.Н. Задирановым, Е.А. Ларионовым
 Source: made by M.Yu. Malkova, A.S. Gorshkov, A.N. Zadiranov, E.A. Larionov

В результате анализа данных испытаний бетонных образцов на прочность, проведенных в возрасте 28 суток и представленных в сводной табл. 3, было установлено, что ключевым фактором, определяющим прочность бетона при сжатии, является концентрация УДП в составе бетонной смеси. Максимальные показатели прочности были достигнуты при введении УДП в количестве 20 % от массы цемента.

При дальнейшем повышении содержания УДП в бетоне было отмечено менее значительное увеличение прочности бетонных образцов на сжатие по сравнению с контрольным образцом, а в случае превышения содержания УДП более 50 % от массы цемента прочностные характеристики на сжатие снижаются относительно контрольного образца. Такое снижение эксплуатационных характеристик может быть объяснено избытком УДП, которое приводит к агломерации и недостаточному диспергированию частиц УДП в цементной матрице, что способствует образованию в матрице слабых зон, приводящих к снижению прочности бетона [35]. Снижение прочности также может быть вызвано осаждением C-S-H геля на поверхности агломерированных частиц, что препятствует взаимодействию частиц внутри агломерата с зернами цемента и возможности вступать с ним в химическую реакцию. Следовательно, при увеличении коэффициента замещения цемента на УДП свыше 20 % наблюдается уменьшение эффекта увеличения прочности бетона вплоть до отрицательного значения.

Для проверки гипотезы о влиянии размеров УДП на прочность бетона провели исследование образцов с добавлением 20 % УДП более крупной фракции ($-0,08+0,045$ мм). С этой целью были залиты и испытаны на прочность образцы кубической формы с длиной ребер 70 мм, объединенные в серии по 5 штук. Результаты испытаний продемонстрировали, что введение в состав цементной смеси УДП крупной фракции ($-0,08+0,045$ мм) не только не обеспечивает повышения прочностных характеристик бетонных образцов, но, наоборот, приводит к снижению их прочности по сравнению с контрольным образцом.

Снижение эксплуатационных характеристик, вероятно, обусловлено крупным размером частиц микроармирующего наполнителя (УДП), что препятствует их проникновению в мелкие поры бетона. Кроме того, порошки более крупной фракции уменьшают площадь реакционной поверхности, теряя свою реакционную способность и превращаясь в инертные заполнители [36]. Это способствует увеличению пористости бетона и снижению его прочности на сжатие.

Эта тенденция свидетельствует о том, что при прочих равных параметрах мелкодисперсные УДП, обеспечивая более развитую площадь поверхности при заданной массе, индуцируют образование большего числа зародышей, способных участвовать в химических реакциях, что приводит к снижению концентрации пор в бетоне и повышению его плотности.

4. Заключение

Разработаны составы бетонных смесей, содержащих в качестве специальной добавки ультрадисперсные порошки строительных кирпичей фракции ($-0,045+0,026$ мм).

1. Установлено, что применение УДП в составе бетонной смеси обуславливает значительное качественное улучшение их физико-механических свойств по сравнению с традиционными составами, обеспечивая достижение бетонными образцами показателей прочности на сжатие в диапазоне 36,615–46,112 МПа, коэффициента упругости — в диапазоне 47,84–51,70 ГПа.

2. Наилучшие механические показатели бетона обеспечивает добавка к цементу 20 % УДП. Прочность на сжатие бетонных образцов, содержащих 20 % УДП, через 28 дней выдержки превышает контрольные значения на 46 %.

3. Использование более высоких дозировок УДП (более 35 % заменителя цемента) приводит к негативному воздействию на механические свойства бетона, что может быть связано с агломерацией ультрадисперсных частиц, препятствующей их равномерному распределению в цементной матрице. Ультрадисперсные порошки строительных отходов обладают значительным потенциалом для улучшения эксплуатационных свойств бетонных конструкций. Их применение направлено на повы-

шение механических свойств бетона. Кроме того, использование данных порошковых материалов способствует сокращению производственных издержек на изготовление строительных изделий, что обуславливает их экономическую целесообразность.

Список литературы / References

1. Smith J., Cusatis G., Pelessone D., Landis E., O'Daniel J., Baylot J. Discrete modeling of ultra-high-performance concrete with application to projectile penetration. *International Journal of Impact Engineering*. 2014;65:13–32. <https://doi.org/10.1016/j.ijimpeng.2013.10.008>
2. Abbas R. Influence of nano-silica addition on properties of conventional and ultra-high performance concretes. *Housing and building national research center*. 2009;5(1):18–30. Available from: <https://sid.ir/paper/649683/en212qw> (accessed: 22.09.2024)
3. Rong Zh., Sun W., Xiao H., Jiang G. Effects of nano-SiO₂ particles on the mechanical and microstructural properties of ultra-high performance cementitious composites. *Cement and Concrete Composites*. 2015;56:25–31. <https://doi.org/10.1016/j.cemconcomp.2014.11.001>
4. Schröfl Ch., Gruber M., Plank J. Preferential adsorption of polycarboxylate superplasticizers on cement and silica fume in ultra-high performance concrete (UHPC). *Cement and Concrete Research*. 2012;42(11):1401–1408. <https://doi.org/10.1016/j.cemconres.2012.08.013>
5. Ravindra K.D., Henderson N.A. *Specialist Techniques and Materials for Concrete Production*. Thomas Telford Publ.; Thomas Telford Ltd; 1999. ISBN: 978-0-7277-2825-8
6. Zhang P., Wan J., Wang K., Li Q. Influence of nano-SiO₂ on properties of fresh and hardened high performance concrete: A state-of-the-art review. *Construction and Building Materials*. 2017;148:648–658. <https://doi.org/10.1016/j.conbuildmat.2017.05.059> EDN: YETSVO
7. Bjornstrom J., Matic A., Borjesson L., Panas I. Accelerating effects of colloidal nano-silica for beneficial calcium-silicate-hydrate formation in cement. *Chemical Physics Letters*. 2004;392(1–3):242–248. <https://doi.org/10.1016/j.cplett.2004.05.071> EDN: KEDYZN
8. Zhao Z.Q., Sun R.J., Xin G.F., Wei S.S., Huang D.W. A Review: Application of Nanomaterials in Concrete. *Applied Mechanics and Materials*. 2013;405-408:2881–2884. <https://doi.org/10.4028/www.scientific.net/AMM.405-408.2881>
9. Morsy M.S., Alsayed S.H., Aqel M. Hybrid effect of carbon nanotube and nano-clay on physico-mechanical properties of cement mortar. *Construction and Building Materials*. 2011;25(1):145–149. <https://doi.org/10.1016/j.conbuildmat.2010.06.046>
10. Rong Zh., Sun W., Xiao H., Jiang G. Effects of nano-SiO₂ particles on the mechanical and microstructural properties of ultra-high performance cementitious composites. *Cement and Concrete Composites*. 2015;56:25–31. <https://doi.org/10.1016/j.cemconcomp.2014.11.001>
11. Atmaca N., Abbas M.L., Atmaca A. Effects of nano-silica on the gas permeability, durability and mechanical properties of high-strength lightweight concrete. *Construction and Building Materials*. 2017;147:17–26. <https://doi.org/10.1016/j.conbuildmat.2017.04.156>
12. Mohamed A.M. Influence of nano materials on flexural behavior and compressive strength of concrete. *HBRC Journal*. 2016;12(2):212–225. <https://doi.org/10.1016/j.hbrej.2014.11.006>
13. Schröfl Ch., Gruber M., Plank J. Preferential adsorption of polycarboxylate superplasticizers on cement and silica fume in ultra-high performance concrete (UHPC). *Cement and Concrete Research*. 2012;42:1401–1408. <https://doi.org/10.1016/j.cemconres.2012.08.013>
14. Alhawati M., Ashour A., El-Khoja A. Influence of using different surface areas of nano silica on concrete properties. *AIP Conference Proceedings*. 2019;2146(1):020007. <https://doi.org/10.1063/1.5123694>
15. Sanchez F., Sobolev K. Nanotechnology in concrete — a review. *Construction and Building Materials*. 2010;24(11):2060–2071. <https://doi.org/10.1016/J.CONBUILDMAT.2010.03.014> EDN: NAKRSB
16. Sobolev K., Flores I., Torres-Martinez L.M., Valdez P.L., Zarazua E., Cuellar E.L. Engineering of SiO₂ nanoparticles for optimal performance in nano cement based materials. In: Bittnar Z., Bartos P.J.M., Němeček J., Šmilauer V., Zeman J. (eds.) *Nanotechnology in Construction 3*. Berlin, Heidelberg: Springer; 2009. p. 139–148 https://doi.org/10.1007/978-3-642-00980-8_18
17. Zaki S.I., Ragab Khaled S. How nanotechnology can change concrete industry. In: *1st International Conference on Sustainable Built Environment Infrastructures in Developing Countries*. Oran, Algeria. 2009;1:407–414. ISSN 2170–0095
18. Nazari A., Riahi S. The effects of SiO₂ nanoparticles on physical and mechanical properties of high strength compacting concrete. *Compos. Eng.* 2011;42(3):570–578. <https://doi.org/10.1016/J.COMPOSITESB.2010.09.025>
19. Senff L., Hotza D., Lucas S., Ferreira V.M., Labrincha J.A. Effect of nano-SiO₂ and nano-TiO₂ addition on the rheological behavior and the hardened properties of cement mortars. *Materials Science and Engineering*. 2012;A 532:354–361. <https://doi.org/10.1016/j.msea.2011.10.102>

20. Hosseini P., Booshehrian A., Madari A. Developing concrete recycling strategies by utilization of nano-SiO₂ particles. *Waste and Biomass Valorization*. 2011;2(3):347–355. <https://doi.org/10.1007/s12649-011-9071-9> EDN: VEZHBS
21. Senff L., Hotza D., Repette W.L., Ferreira V.M., Labrincha J.A. Mortars with nano-SiO₂ and micro-SiO₂ investigated by experimental design. *Constr. Build. Mater.* 2010;24:1432–1437. <https://doi.org/10.1016/j.conbuildmat.2010.01.012> EDN: OEJPTD
22. Najigivi A., Khaloo A., Iraj Zad A., Abdul Rashid S. Investigating the effects of using different types of SiO₂ nanoparticles on the mechanical properties of binary blended concrete. *Composites Part B Engineering*. 2013;54:52–58. <https://doi.org/10.1016/j.compositesb.2013.04.035>
23. Kong D., Su Y., Du X., Yang Y., Wei S., Shah S.P. Influence of nano-silica agglomeration on fresh properties of cement pastes. *Constr. Build. Mater.* 2013;43:557–562. <https://doi.org/10.1007/s12633-021-01598-z>
24. Haruehansapong S., Pulngern T., Chucheeesakul S. Effect of the particle size of nanosilica on the compressive strength and the optimum replacement content of cement mortar containing nano-SiO₂. *Constr. Build. Mater.* 2014;50:471–477. <https://doi.org/10.1016/j.conbuildmat.2013.10.002>
25. Kim J.J., Rahman M.K., Al-Majed A.A., Al-Zahrani M.M., Reda Taha M.M. Nanosilica effects on composition and silicate polymerization in hardened cement paste cured under high temperature and pressure. *Cem. Concr. Compos.* 2013;43:78–85. <https://doi.org/10.1016/j.cemconcomp.2013.07.002>
26. Zyganitidis I., Stefanidou M., Kalfagiannis N., Logothetidis S. Nanomechanical characterization of cement-based pastes enriched with SiO₂ nanoparticles. *Materials Science and Engineering B*. 2011;176(19):1980. <https://doi.org/10.1016/j.mseb.2011.05.005>
27. Li L.G., Zhu J.Y., Kwan A.K.H. Combined usage of micro-silica and nano-silica in concrete: SP demand, cementing efficiencies and synergistic effect. *Construction and Building Materials*. 2018;168:622–632. <https://doi.org/10.1016/j.conbuildmat.2018.02.181>
28. Barabanshchikov Y., Usanova K. A Cementless Binder Based on High-Calcium Fly Ash, Silica Fume, and the Complex Additive Ca(NO₃)₂ + MgCl₂: Phase Composition, Hydration, and Strength. *Buildings*. 2024;14(7):2121. <https://doi.org/10.3390/buildings14072121> EDN: HUHIAZ
29. Mohammed B.S., Adamu M., Liew M.S. Evaluating the effect of crumb rubber and nano silica on the properties of high volume fly ash roller compacted concrete pavement using non-destructive techniques. *Case studies in construction materials*. 2018;8:380–391. <https://doi.org/10.1016/j.cscm.2018.03.004>
30. Shi C., Qian J. High performance cementing materials from industrial slags — a review. *Resources Conservation and Recycling*. 2000;29(3):195–207. [https://doi.org/10.1016/S0921-3449\(99\)00060-9](https://doi.org/10.1016/S0921-3449(99)00060-9)
31. Nazari A., Riahi S. The role of SiO₂ nanoparticles and ground granulated blast furnace slag admixtures on physical, thermal and mechanical properties of self compacting concrete. *Materials Science and Engineering A*. 2011;528(s 4–5):2149–2157. <https://doi.org/10.1016/j.msea.2010.11.064>
32. Chithra S., Senthil Kumar S.R.R., Chinnaraju K. The effect of colloidal nano-silica on workability, mechanical and durability properties of high-performance concrete with copper slag as partial fine aggregate. *Construction and Building Materials*. 2016;113:794–804. <https://doi.org/10.1016/j.conbuildmat.2016.03.119>
33. Shobeiri V., Bree Bennett B., Xie T., Visintin P. Mix design optimization of concrete containing fly ash and slag for global warming potential and cost reduction. *Case Studies in Construction Materials*. 2023;18:e01832. <https://doi.org/10.1016/j.cscm.2023.e01832> EDN: CZMPWZ
34. Nesvetaev G.V., Kuzmenko T.G. On the ratio of flexural and compressive strength of cement concrete. *Engineering journal of Don*. 2023;(8):304–316. (In Russ.) EDN: KCHUVU
Несветаев Г.В., Кузьменко Т.Г. О соотношении пределов прочности цементных бетонов на растяжение при изгибе и сжатии // Инженерный вестник Дона. 2023. № 8 (104). С. 304–316. EDN: KCHUVU
35. Haruehansapong S., Pulngern T., Chucheeesakul S. Effect of the particle size of nanosilica on the compressive strength and the optimum replacement content of cement mortar containing nano-SiO₂. *Construction and Building Materials*. 2014;50:471–477. <https://doi.org/10.1016/j.conbuildmat.2013.10.002>
36. Givi A.N., Rashid S.A., Aziz F.N.A., Salleh M.A.M. Influence of 15 and 80 nano-SiO₂ particles addition on mechanical and physical properties of ternary blended concrete incorporating rice husk ash. *Journal of Experimental Nanoscience*. 2013;8(1):1–18. <https://doi.org/10.1080/17458080.2010.548834>

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ EXPERIMENTAL RESEARCH

DOI: 10.22363/1815-5235-2025-21-1-71-80

UDC 69.058.8

EDN: JBRCPR

Research article / Научная статья

Applicability of Strain Gauge Methods for Experimental Determination of Operating Stress of Construction, Road and Agricultural Machines Attached to Tractors

Aleksey F. Rogachev^{1,2}, Anatoly A. Karsakov¹, Anatoly A. Martynov¹¹ Volgograd State Agrarian University, *Volgograd, Russian Federation*² Volgograd State Technical University, *Volgograd, Russian Federation*

✉ rafr@mail.ru

Received: November 15, 2024

Accepted: January 15, 2025

Abstract. The operating stress of construction, road and agricultural machines is determined during experimental and factory tests using force sensors. The aim of the research is to improve the methods of experimental determination of horizontal forces transferred by mobile implements using strain gauges combined with the elements of fastening of technological machines. The stress-strain state and deformations of measuring strain gauges at their different arrangements on strain gauge pins of circular cross-section are considered. When determining the horizontal load on the vehicle with the use of pre-calibrated strain gauge pins, it was experimentally established that the mentioned strain gauges can additionally react to the vertical load, which leads to the emergence of systematic errors in estimating the horizontal load. To eliminate this, it is proposed that before the main calibration of the horizontal force sensors, it is necessary to pre-determine the position at which the calibrated strain gauge will not respond to the vertical force, by rotating it relative to the longitudinal axis and then ensuring fixation in this position. The influence of axial forces on strain gauge pins, picked up by the strain gauges, can also lead to distortion of the stress field in the body of the strain gauge. Taking into account this influence on the strain gauge pins requires additional experimental studies.

Keywords: construction and road machines, horizontal load, loading, experimental determination, strain gauge pins

Conflicts of interest. The authors declare that there is no conflict of interest.

Authors' contribution: *Rogachev A.F.* — conceptualization, modelling, data analysis, writing; *Karsakov A.A.* — methodology, modelling, photographs, data analysis, writing; *Martynov A.A.* — experimental investigation

For citation: Rogachev A.F., Karsakov A.A., Martynov A.A. Applicability of strain gauge methods for experimental determination of operating stress of construction, road and agricultural machines attached to tractors. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*. 2025;21(1):71–80. <http://doi.org/10.22363/1815-5235-2025-21-1-71-80>

Aleksey F. Rogachev, D.Sc. (Technology), Professor, Department of Mathematical Modeling and Informatics, Volgograd State Agrarian University, 26 Universitetskiy Ave., Volgograd, 400002, Russian Federation; Professor of the Department of Information Systems in Economics, Volgograd State Technical University, 28 Lenin Ave., Volgograd, 400005, Russian Federation; eLIBRARY SPIN-code: 8413-5020, ORCID: 0000-0002-3077-6622; e-mail: rafr@mail.ru
Anatoly A. Karsakov, Candidate of Technical Sciences, Associate Professor, Head of Laboratory of Technical Systems in Agricultural Industry, Volgograd State Agrarian University, 26 Universitetskiy Ave., Volgograd, 400005, Russian Federation; eLIBRARY SPIN-code: 9755-0706; ORCID: 0000-0002-0573-5829; e-mail: karsakov.anatol.57@gmail.com

Anatoly A. Martynov, Student, Engineering and Technology Faculty, Volgograd State Agrarian University, 26 Universitetskiy Ave., Volgograd, 400005, Russian Federation; ORCID: 0009-0004-6031-8528; e-mail: azazkabest@gmail.com

© Rogachev A.F., Karsakov A.A., Martynov A.A., 2025

This work is licensed under a Creative Commons Attribution 4.0 International License
<https://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/legalcode>

Применимость тензометрических методов для экспериментального определения нагруженности строительных, дорожных и сельскохозяйственных машин, агрегируемых с тракторами

А.Ф. Рогачев^{1,2} , А.А. Карсаков¹ , А.А. Мартынов¹ 

¹ Волгоградский государственный аграрный университет, Волгоград, Российская Федерация

² Волгоградский государственный технический университет, Волгоград, Российская Федерация

✉ rafr@mail.ru

Поступила в редакцию: 15 ноября 2024 г.

Принята к публикации: 15 января 2025 г.

Аннотация. Силовая нагруженность строительных, дорожных и сельскохозяйственных машин определяется во время экспериментально-производственных испытаний с использованием датчиков усилий. Цель исследования — совершенствование методов экспериментального определения горизонтальных усилий, передаваемых в мобильных агрегатах с применением тензометрических датчиков, совмещаемых с элементами крепления технологических машин. Рассмотрены напряженно-деформируемое состояние и деформации измерительных тензорезисторов при различных схемах их расположения на тензометрических пальцах круглого сечения. При определении горизонтальной нагрузки на транспортное средство с использованием предварительно калибруемых тензометрических пальцев экспериментально установлено, что упомянутые тензорезисторы могут дополнительно реагировать и на вертикальную нагрузку, что приводит к появлению систематических погрешностей при оценке горизонтальной нагрузки. Для устранения этого явления предложено перед проведением основной калибровки датчиков горизонтального усилия предварительно определить положение, при котором калибруемый тензодатчик не будет реагировать на вертикальное усилие путем его поворота относительно продольной оси с последующим обеспечением фиксации в этом положении. Влияние осевых усилий на тензометрические пальцы, воспринимаемых тензорезисторами, также может приводить к искажению поля напряжений в теле тензопальца, учет влияния которого на тензометрические пальцы требует проведения дополнительных экспериментальных исследований.

Ключевые слова: строительные и дорожные машины, горизонтальная нагрузка, нагруженность, экспериментальное определение, тензометрические пальцы

Заявление о конфликте интересов. Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

Вклад авторов: Рогачев А.Ф. — концепция исследования, подготовка расчетных схем, анализ данных, написание текста статьи; Карсаков А.А. — дизайн исследования, подготовка расчетных схем и фотографий, анализ данных, написание текста статьи; Мартынов А.А. — участие в проведении и анализе экспериментов.

Для цитирования: Rogachev A.F., Karsakov A.A., Martynov A.A. Applicability of strain gauge methods for experimental determination of operating stress of construction, road and agricultural machines attached to tractors // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2025. Т. 21. № 1. С. 71–80. <http://doi.org/10.22363/1815-5235-2025-21-1-71-80>

1. Introduction

Operating stress and efficiency of construction, road and agricultural machines [1; 2] are determined during experimental and factory tests, for which they can be equipped with force [3; 4], displacement, acceleration sensors, etc., which are part of data measurement systems [5–7].

The use of multi-purpose measuring instruments for determining operating stress of elements of such implements [8] changes their operating interaction pattern, which introduces errors in the measurement of forces, in particular, horizontal forces, the most important for traction and energy calculation. Such data

Рогачев Алексей Фруминович, доктор технических наук, профессор кафедры математического моделирования и информатики, Волгоградский государственный аграрный университет, Российская Федерация, 400002, Волгоград, пр. Университетский, 26; профессор кафедры информационных систем в экономике, Волгоградский государственный технический университет, Российская Федерация, 400005, Волгоград, пр. им. Ленина, 28; eLIBRARY SPIN-код: 8413-5020, ORCID: 0000-0002-3077-6622; e-mail: rafr@mail.ru

Карсаков Анатолий Андреевич, кандидат технических наук, заведующий лабораторией кафедры технических систем в АПК, Волгоградский государственный аграрный университет, Российская Федерация, 400005, Волгоград, Университетский пр-т, д. 26; eLIBRARY SPIN-код: 9755-0706; ORCID: 0000-0002-0573-5829; e-mail: karsakov.anatol.57@gmail.com

Мартынов Анатолий Александрович, студент инженерно-технологического факультета, Волгоградский государственный аграрный университет, Российская Федерация, 400005, Волгоград, Университетский пр-т, д. 26; ORCID: 0009-0004-6031-8528; e-mail: azazkabest@gmail.com

measurement systems for assessing operating stress of various joints of mobile implements are based on fundamental methods of engineering mechanics [9], theory and experimental evaluation of stress of shells [10; 11] and other experimental and theoretical methods [12–14].

For experimental determination of operating stress of construction, road and agricultural machines, equipment, tractors, the use of special rig equipment [15], soil channels [12], the application of similarity theory methods to determine traction resistance of the attached technological machine [16], artificial intelligence (AI) algorithms [17] and other modern approaches [18; 19] are known. However, when measuring devices are combined with structural elements of the implements, negative effects may occur not only due to anisotropy of their materials [20; 21], but also as a result of the geometric inaccuracy of attaching strain gauges on the surfaces of force-measuring elements [18].

Therefore, experimental methods of determination of operating stress of construction and agricultural tractor attachments remain insufficiently investigated, including in terms of the applicability of force sensors combined with the elements of attachment of the implements, and require further experimental research and theoretical substantiation.

2. Methods

To measure internal forces, the strain gauge [22], which is a thin metal lattice inside a dielectric (Figure 1, *a*), has become widespread. Strain gauges are glued onto the tested part (one, two or four functional) and are connected by a bridge circuit according to Figure 1, *b*. When the resistance of resistors $R_1, \dots, R_4$ is equal, the voltage between points *C* and *D* will be 0 and, accordingly, the current flowing along the diagonal *C – D* will also be equal to zero.

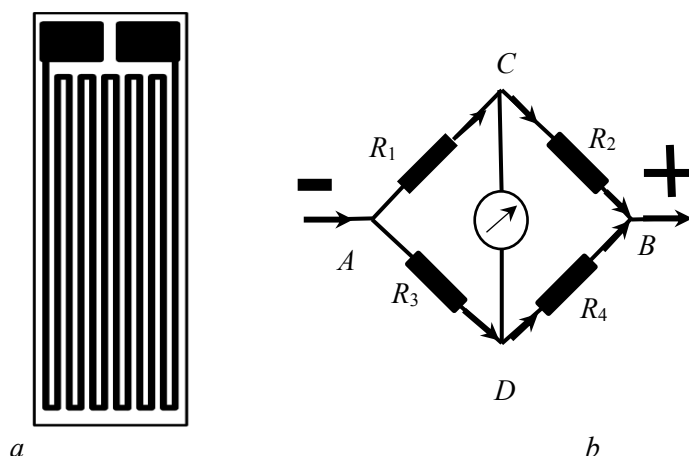


Figure 1. Structure and connection of strain gauges:

a — strain gage conductors; *b* — bridge connection diagram

S o u r c e: made by A.A. Karsakov

When the tested part is loaded, it is deformed (stretched or compressed) and the strain gauges are deformed, which leads to a change in their electrical resistance. By measuring the value of current flowing along the diagonal *C – D* or the voltage in it, it is possible to determine strain ε of the part, as well as normal stress

$$\sigma = \varepsilon \cdot E, \quad (1)$$

where σ is the normal stress of the part, N/m^2 ; ε is the strain of the part; E is the normal elastic modulus of the material of the part, N/m^2 .

The arrangement of strain gauges on an axially loaded part is shown in Figure 2.

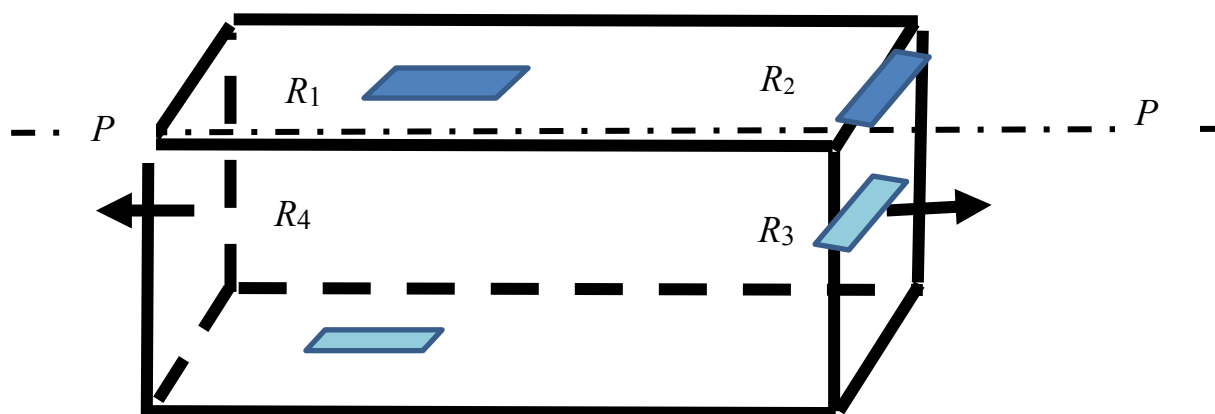


Figure 2. Arrangement of strain gauges on a part under axial loading

Source: made by A.A. Karsakov

In pure axial tension, strain gauges R_1 and R_4 , fixed strictly parallel to the longitudinal axis of the bar, are stretched during loading with force P , and their resistance will increase. In turn, strain gauges R_2 and R_3 , which are oriented perpendicular to the longitudinal axis of the bar, are partially compressed, and their resistance will decrease. At a sufficient distance from the point of application of force P , the stresses at any point of the cross-section of the bar will be the same and will be determined by the expression

$$\sigma = P / A, \quad (2)$$

where P is the magnitude of the applied force, N; A is the cross-sectional area, m^2 .

Strain ε :

$$\varepsilon = \sigma \cdot E, \quad (3)$$

where E is the normal elastic modulus, m^2/N .

The case of loading a bar by moment M (Figure 3) is considered below.

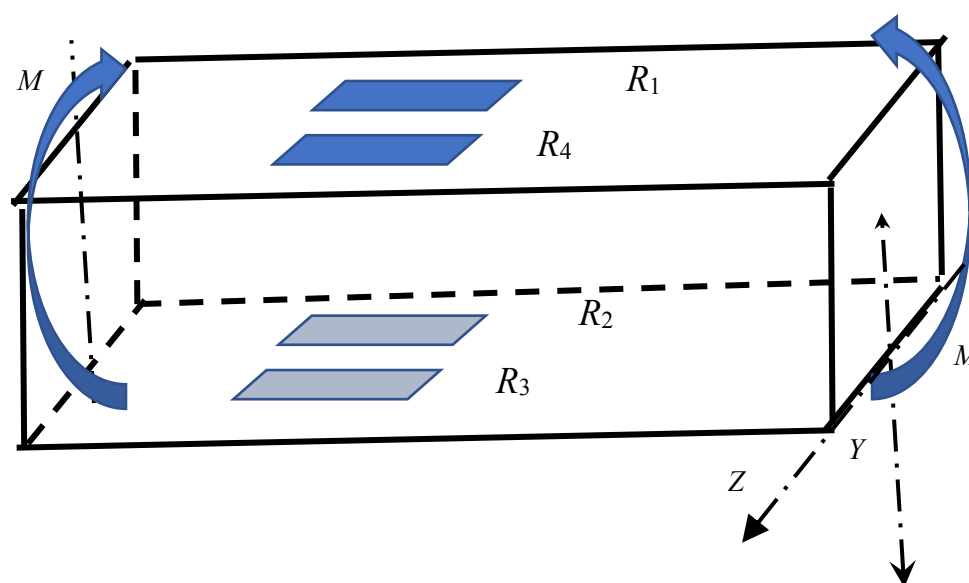


Figure 3. Model of loading a bar by moment M

Source: made by A.A. Karsakov

In the case of bending of the bar under moment M , strain gauges R_1 and R_4 are fixed parallel to the longitudinal axis of the bar. In the process of loading, their resistance will decrease, while gauges R_2 and R_3 are parallel to the longitudinal axis of the bar from the opposite side and their resistance will increase.

The stresses at the gauge attachment points are determined by (4), and they will be the same across the top and bottom faces.

$$\sigma = \frac{M \cdot Y}{J_z}, \quad (4)$$

where J_z is the moment of inertia of the cross-section with respect to Z -axis; Y is the coordinate of the point of measuring normal stress; M is the magnitude of the bending moment.

3. Results and Discussion

Circular strain gauge pins are sometimes used as force sensors during testing, installed at the joints of individual parts (Figure 4).

The transferred forces can act in three directions: horizontally P_H , vertically P_V and laterally P_L , whereas only one, for example horizontal P_H , is required (Figure 5). For this purpose, the longitudinal axes of the strain gauges must be parallel to each other and lie in the same centerline plane and be located at the same distance “ a ” from the supports.

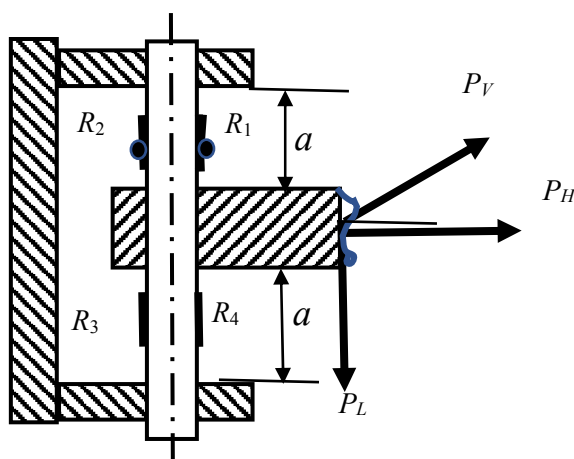


Figure 4. Diagram of forces acting on the strain gauge pin when installed at the junction of the parts

Source: made by A.F. Rogachev

The distribution of normal stress from horizontal P_H and vertical P_V forces is shown in Figure 5. The highest stress from the horizontal force P_H will be in the locations where the strain gauges are attached (points 1 and 2). In these locations, the stress from the vertical force P_V is equal to zero, while the vertical force P_V will not affect the readings from the horizontal force P_H . The lateral force P_L will cause the same strain of all four strain gauges, which will also not affect the readings from the horizontal force P_H . At the same time, in reality it is difficult to provide geometrically accurate attachment of the strain gauges. In addition, due to the anisotropy of the strain gauge pin material caused by preliminary thermal treatment and elastoplastic deformation, its physical properties vary at different points, which leads to changes and distortion of the real stress diagram.

This requires correcting the axial positioning of the strain gauge pin in the supports. For this purpose, a mark is made on the end of the pin, and the pin is installed in the rig such that the mark is positioned vertically. The strain gauge pin is loaded vertically. Then it is rotated several times around the longitudinal axis ϕ and a graph of the relationship between of the mV signal and the angle of rotation ϕ is plotted (Figure 6).

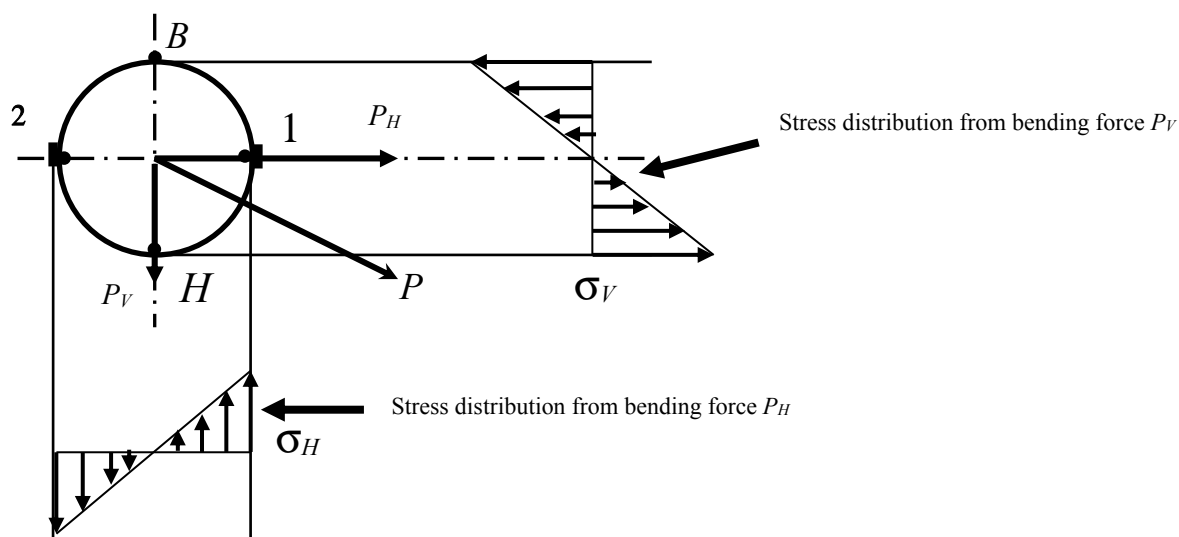


Figure 5. Distribution of normal stresses from horizontal P_H and vertical P_V forces
Source: made by A.A. Karsakov

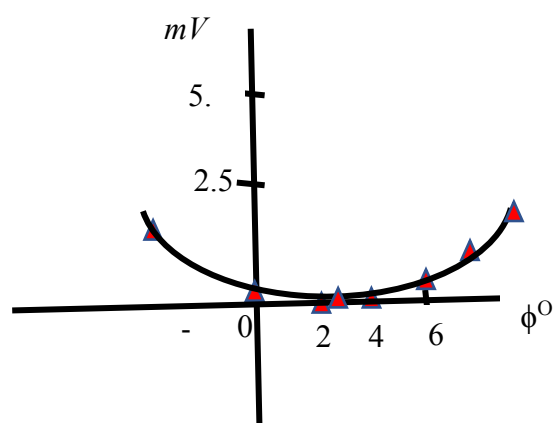


Figure 6. Plot of relationship between mV signal and rotation angle ϕ
Source: made by A.A. Karsakov



Figure 7. Installation of the strain gauge pin in the found position and locking it against rotation relative to the longitudinal axis
Source: made by A.A. Karsakov



Figure 8. Method of adjusting the angle of installation of the strain gauge pin in the "zero" position using a pull bar of variable length
Source: made by A.A. Karsakov

After that, the position of the strain gauge pin at which the signal is equal to zero is found. In this position, it is installed in the actual rig and secured against rotation (Figure 7).

Another way of correcting the angle of the strain gauge to the “zero” position is shown in Figure 8.

The pin is mounted in the support with the possibility of its rotation around the longitudinal axis. A lever is welded to the pin and an additional pin is welded to the support. A pull bar of variable length is installed between these two pins. By changing the length of this bar, the required “zero” position is found.

In addition to the investigated influence of vertical load on strain gauge pins when determining horizontal forces, it is possible that axial forces are also picked up by the strain gauges. Their emergence is possible during measurements in factory conditions and leads to distortion of the stress field in the strain gauge pin body. This can cause additional error when measuring the horizontal force, which is difficult to estimate by numerical methods, such as FEM [23; 24]. In this regard, taking into account the influence of axial forces on strain gauge pins requires additional experimental and theoretical studies, including the use of various modern methods [25].

Thus, technical solutions allowing to practically eliminate the revealed undesirable phenomenon of mutual influence of different components of the total load acting on the strain gauge pin, when measuring the horizontal load, are proposed.

4. Conclusion

The conducted study allowed to draw the following conclusions about the aspects of application of strain gauge devices for determination of operating stress of implements.

1. During the experimental determination of the horizontal load on the vehicle from the side of the implement, using pre-calibrated strain gauge pins, it was found that the strain gauges of the pins can additionally react to the vertical load, which leads to the emergence of systematic errors in the estimation of the horizontal load.

2. To eliminate this disadvantage, it was proposed that before the main calibration of the sensors of the horizontal force, which is transferred to the transport machine from the side of the implement [26], it is necessary to pre-determine the position at which the calibrated strain gauge device will not react to the vertical force. This is performed by rotating it relative to the longitudinal axis and ensuring its fixation in this position afterwards (Russian Federation patent No. 2800400).

3. The influence of axial forces on strain gauge pins, which may emerge during measurements and are picked up by the strain gauges, leads to distortion of the stress field in the body of the strain gauge pin. This may cause additional error when measuring the horizontal force, which is difficult to estimate by numerical methods. In this regard, taking into account the influence of axial forces on strain gauge pins requires additional experimental studies.

References

1. Cheremnykh S.V. Theoretical and experimental modeling of deformation of a cylindrical shell made of 45 steel under complex loading. *Structural mechanics of engineering structures and buildings*. 2022;18(2):150–160. (In Russ.) <http://doi.org/10.22363/1815-5235-2022-18-2-150-160> EDN: AYLPZU
2. Rogachev A., Korsakov A. Experimental determination of the load of mounted working bodies aggregated with tractors. In: Beskopylny A., Shamtsyan M. (ed.). *XIV International Scientific Conference “INTERAGROMASH 2021”. Lecture notes on networks and systems*. Springer, Cham. 2022;247:315–324. http://doi.org/10.1007/978-3-030-80946-1_32 EDN: WRVAZE
3. Kaner B. Investigation of the use of a strain gauge in experiments on stretching, torsion and bending. *Sigma Journal of Engineering and Natural Sciences*. 2024. p. 755–766. <http://doi.org/10.14744/sigma.2024.00065> EDN: QYYMF
4. Karsakov A.A., Rogachev A.Sh., Kosulnikov R.A., Gapich D.S. *Strain gauge policy, primarily for measuring the horizontal position of a well-known government agency*. Patent for invention RU 2748865 C1, 06/01/2021. Application No. 2020132788 dated 05.10.2020. (In Russ.) EDN LIKFOM
5. Antonov A.S. The software part, the fundamental and organizational structure of the software and hardware complex for ensuring the safety of hydraulic engineering and hydropower facilities under construction. *Structural mechanics of*

engineering structures and buildings. 2020;16(6):465–471. (In Russ.) <http://doi.org/10.22363/1815-5235-2020-16-6-465-471> EDN: PECKWX

6. Buffia G., Manciola P., De Lorenzi L., Cavalagli N., Comodini F. Calibration of finite element models of concrete arch-gravity dams using dynamic measurements: the example of Ridrakoli. *Procedia Engineering*. 2017;199:110–115. <https://doi.org/10.1016/j.proeng.2017.09.169>

7. Yakupov S.N., Gumarov G.G., Yakupov N.M. Experimental and theoretical method for assessing the stiffness and adhesion of coatings on a spherical substrate. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*. 2023;19(6):577–582. <http://doi.org/10.22363/1815-5235-2023-19-6-577-582> EDN: TMWUVY

8. Zylev V.B., Platnov P.O. Models equivalent in damping in experiments to determine the parameters of internal friction in materials. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*. 2022;18(1):45–53. (In Russ.) <http://doi.org/10.22363/1815-5235-2022-18-1-45-53> EDN: JQOUKV

9. Vybornov A.P., Bigus G.A., Remizov A.L. The use of engineering fracture mechanics in diagnosing the technical condition of potentially dangerous technical devices. *Welding production*. 2023;(6):46–49. (In Russ.) <http://doi.org/10.34641/SP.2023.1063.6.052> EDN: MVVZFY

10. Imomgulov U., Mamasolieva S., Soataliev D., Imomgulov Sh., Idrisov Kh. The results of determining the parameters of the shell device in experimental studies. In: *E3S WEB conferences. IX International Conference on Advanced Agricultural Technologies, Environmental Engineering and Sustainable Development. EDP Sciences — Web Conference*, 2024: 06018. <http://doi.org/10.1051/e3sconf/202448606018> EDN: QOLTFL

11. Travush V.I., Karpenko N.I., Kolchunov V.I., Kaprielov S.S., Demyanov A.I., Bulkin S.A., Moskovtseva V.S. Results of experimental studies of high-strength fiber-reinforced concrete beams of circular cross section with combined bending and torsion. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*. 2020;16(4):290–297. <http://doi.org/10.22363/1815-5235-2020-16-4-290-297> EDN: JXJMC

12. Rogachev A.F., Karsakov A.A., Kosulnikov R.A., Gapich D.S. *A device for determining the forces acting on the working body from the soil of agricultural machines, mainly in the soil channel*. Patent for the invention RU 2769848 C1, 04/07/2022. Application No. 2021107559 dated 03/22/2021. (In Russ.) EDN OMUPRF

13. Zubchaninov V.G. On the main hypotheses of the general mathematical theory of plasticity and the limits of their applicability. *Solid state mechanics*. 2020;55(6):820–826. <http://doi.org/10.3103/S0025654420060163> EDN: OPZZJZ

14. Demyanov A., Kolchunov V.L. Dynamic load in longitudinal and transverse reinforcement during the instantaneous occurrence of a spatial crack in a reinforced concrete element under the action of bending torsion. *Journal of Applied Engineering Sciences*. 2017;15:377–382. <http://doi.org/10.5937/jaes15-14663> EDN: UXTBCX

15. Makarevich G.V., Salnikova I.A., Saskovets V.V., Povolansky E.I. Stand for studying ground friction. *Friction and wear*. 2024;45(2):151–159. (In Russ.) <http://doi.org/10.32864/0202-4977-2024-45-2-151-159> (In Russ.) EDN: AKNHJV

16. Turdaliev V.M., Kosimov A.A., Sheraliev I.I. Determination of traction resistance of a sewing machine based on the theory of similarity. *Bulletin of Mechanical Engineering*. 2024;103(9):733–738. (In Russ.) <http://doi.org/10.36652/0042-4633-2024-103-9-733-738> EDN: EOVSJ

17. Pestryakov E.V., Kataev Yu.V., Kostomakhin M.N., Petrishchev N.A., Sayapin A.S. Control of the technical condition of energy-saturated tractors using artificial intelligence algorithms. *Machinery and equipment for the village*. 2024;9:2–5. (In Russ.) <http://doi.org/10.33267/2072-9642-2024-9-2-5> EDN: IXDPJD

18. Yakupov S.N., Kiyamov H.G., Yakupov N.M., Khasanova L.I., Bikmukhammetov I.I. Effect of stress concentration in a beam of rectangular cross section in the region of attachment of the longitudinal efforts. *Structural Mechanics of Engineering Structures and Buildings*. 2018;14(6):451–458. (In Russ.) <http://doi.org/10.22363/1815-5235-2018-14-6-451-458> EDN: YUZVQL

19. Yakupov S.N., Kiyamov H.G., Yakupov N.M. Modeling a synthesized element of complex geometry based on three-dimensional and two-dimensional finite elements. *Lobachevsky Journal of Mathematics*. 2021;42(9):2263–2271. <http://doi.org/10.1134/S1995080221090316> EDN: XPCCXJ

20. Gultyaev V.I., Alekseev A.A., Savrasov I.A., Subbotin S.L. Experimental verification of the isotropy postulate on orthogonal curved trajectories of constant curvature. *Lecture Notes in Civil Engineering*. 2021;151:315–321. http://doi.org/10.1007/978-3-030-72910-3_46 EDN: XRBBDH

21. Zubchaninov V.G., Alekseeva E.G., Alekseev A.A., Gultyaev V.I. Modeling of elastoplastic steel deformation in two-link broken trajectories and delaying of vector and scalar material properties. *Materials Physics and Mechanics*. 2019;42(4):436–444. http://doi.org/10.18720/MPM.4242019_8 EDN: OUYLPE

22. Rogachev A.F., Karsakov A.A., Kosulnikov R.A., Gapich D.S. Devices for experimental determination of the load of the working organs of the MTA by strain measurement. *Scientific Life*. 2020;15(7):980–990. (In Russ.) <http://doi.org/10.35679/1991-9476-2020-15-7-980-990> EDN: CYSCTJ

23. Klochkov Yu.V., Pshenichkina V.A., Nikolaev A.P., Vakhnina O.V., Klochkov M.Yu. Four-carbon finite element in a mixed FEM formulation for calculating thin shells of rotation. *Structural Mechanics of Engineering Structures and Buildings*. 2023;19(1):64–72. (In Russ.) <http://doi.org/10.22363/1815-5235-2023-19-1-64-72> EDN: FVOZAA

24. Celik H.K., Akinci I., Caglayan N., Rennie A.E.W. Structural strength analysis of a rotary drum mower in transportation position. *Applied Sciences (Switzerland)*. 2023;13(20):11338. <http://doi.org/10.3390/app132011338> EDN: KJGVJZ

25. Borovkov A.I., Vafaeva Kh.M., Vatin N.I., Ponyaeva I. Synergistic integration of digital twins and neural networks for advancing optimization in the construction industry: A comprehensive re-view. *Construction Materials and Products*. 2024;7(4):7. <http://doi.org/10.58224/2618-7183-2024-7-4-7> EDN: DCJSJC

26. Rogachev A.F., Karsakov A.A., Kosulnikov R.A., Konovalov P.V. Method of calibration of tensometric fingers of circular cross-section for measuring horizontal force. *Patent for invention RU 2800400 C1, 07/21/2023. Application No. 2023107608 dated 03/28/2023. Заявка № 2023107608 от 28.03.2023. (In Russ.)* EDN: BGSPUZ

Список литературы

1. Черемных С.В. Теоретико-экспериментальное моделирование деформирования цилиндрической оболочки из стали 45 при сложном нагружении // *Строительная механика инженерных конструкций и сооружений*. 2022. Т. 18. № 2. С. 150–160. <http://doi.org/10.22363/1815-5235-2022-18-2-150-160> EDN: AYLPUZ

2. Rogachev A., Karsakov A. Experimental Determination of the Load of Mounted Working Bodies, Aggregated with Tractors // XIV International Scientific Conference “INTERAGROMASH 2021”. Lecture Notes in Networks and Systems / A. Beskopylny, M. Shamtsyan (eds.). Springer, Cham. 2022. Vol. 247. P. 315–324. http://doi.org/10.1007/978-3-030-80946-1_32 EDN: WRVAZE

3. Kaner B. Investigation of using strain gauge in tension, torsion and bending experiments // *Sigma Journal of Engineering and Natural Sciences*. 2024. P. 755–766. <http://doi.org/10.14744/sigma.2024.00065> EDN: QYYVMF

4. Карсаков А.А., Рогачев А.Ф., Косильников Р.А., Ганич Д.С. Тензометрическая плита, преимущественно для измерения горизонтального усилия на навесное сельскохозяйственное орудие / Патент на изобретение RU 2748865 C1, 01.06.2021. Заявка № 2020132788 от 05.10.2020. EDN: LICFOM

5. Антонов А.С. Программная часть, фундаментальная и организационная структура программно-аппаратного комплекса для обеспечения безопасности возводимых гидротехнических и гидроэнергетических сооружений // *Строительная механика инженерных конструкций и сооружений*. 2020. Т. 16. № 6. С. 465–471. <http://doi.org/10.22363/1815-5235-2020-16-6-465-471> EDN: PECKWX

6. Buffa G., Manciola P., De Lorenzis L., Cavalagli N., Comodini F. Calibration of finite element models of concrete arch-gravity dams using dynamical measures: the case of Ridracoli // *Procedia Engineering*. 2017. Vol. 199. P. 110–115. <http://doi.org/10.1016/j.proeng.2017.09.169>

7. Yakupov S.N., Gumarov G.G., Yakupov N.M. Experimental-theoretical method for assessing the stiffness and adhesion of the coating on a spherical substrate // *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*. 2023. Vol. 19. No. 6. P. 577–582. <http://doi.org/10.22363/1815-5235-2023-19-6-577-582> EDN: TMWUVY

8. Zylev V.B., Platnov P.O. Models equivalent in damping in experiments for determining the parameters of internal friction in materials // *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*. 2022. Vol. 18. No. 1. P. 45–53. <http://doi.org/10.22363/1815-5235-2022-18-1-45-53> EDN: JQOUKV

9. Выборнов А.П., Бигус Г.А., Ремизов А.Л. Использование инженерной механики разрушения при диагностировании технического состояния потенциально опасных технических устройств // *Сварочное производство*. 2023. № 6. С. 46–49. <http://doi.org/10.34641/SP.2023.1063.6.052> EDN: MVVZFY

10. Imomqulov U., Mamasoliyeva S., Soataliyev D., Imomqulov Sh., Idrisov H. The results of determining the parameters of the shell device in experimental research // E3S WEB OF CONFERENCES. IX International Conference on Advanced Agritechnologies, Environmental Engineering and Sustainable Development. EDP Sciences — Web of Conferences, 2024. Article no. 06018. <http://doi.org/10.1051/e3sconf/202448606018> EDN: QOLTFL

11. Travush V.I., Karpenko N.I., Kolchunov V.I., Kaprielov S.S., Demyanov A.I., Bulkin S.A., Moskovtseva V.S. Results of experimental studies of high-strength fiber reinforced concrete beams with round cross-sections under combined bending and torsion // *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*. 2020. Vol. 16. No. 4. P. 290–297. <http://doi.org/10.22363/1815-5235-2020-16-4-290-297> EDN: JXJMCG

12. Рогачев А.Ф., Карсаков А.А., Косильников Р.А., Ганич Д.С. Устройство для определения усилий, действующих на рабочий орган сельскохозяйственных машин со стороны почвы, преимущественно в почвенном канале / Патент на изобретение RU 2769848 C1, 07.04.2022. Заявка № 2021107559 от 22.03.2021. EDN: OMUPRF

13. Zubchaninov V.G. On the main hypotheses of the general mathematical theory of plasticity and the limits of their applicability // *Mechanics of Solids*. 2020. Vol. 55. No. 6. P. 820–826. <http://doi.org/10.3103/S0025654420060163> EDN: OPZZJZ

14. Demyanov A., Kolchunov V.I. The dynamic loading in longitudinal and transverse reinforcement at instant emergence of the spatial crack in reinforced concrete element under the action of a torsion with bending // *Journal of Applied Engineering Science*. 2017. Vol. 15. P. 377–382. <http://doi.org/10.5937/jaes15-14663> EDN: UXTBCX

15. Макаревич Г.В., Сальникова И.А., Сасковец В.В., Поволанский Э.И. Стенд для изучения трения о грунт // Трение и износ. 2024. Т. 45. № 2. С. 151–159. <http://doi.org/10.32864/0202-4977-2024-45-2-151-159> EDN: AKNHVJ
16. Турдалиев В.М., Косимов А.А., Шералиев И.И. Определения тягового сопротивления посевной машины на основании теории подобия // Вестник машиностроения. 2024. Т. 103. № 9. С. 733–738. <http://doi.org/10.36652/0042-4633-2024-103-9-733-738> EDN: EOVSJS
17. Пестряков Е.В., Катаев Ю.В., Костомахин М.Н., Петрищев Н.А., Саятин А.С. Контроль технического состояния энергонасыщенных тракторов с использованием алгоритмов искусственного интеллекта // Техника и оборудование для села. 2024. № 9 (327). С. 2–5. <http://doi.org/10.33267/2072-9642-2024-9-2-5> EDN: IXDPJD
18. Якупов С.Н., Киямов Х.Г., Якупов Н.М., Хасанова Л.И., Бикмухамметов И.И. Эффект концентрации напряжений в стержне прямоугольного сечения в области крепления от продольных усилий // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2018. Т. 14. № 6. С. 451–458. <http://doi.org/10.22363/1815-5235-2018-14-6-451-458> EDN: YUZVQL
19. Yakupov S.N., Kiyamov H.G., Yakupov N.M. Modeling a synthesized element of complex geometry based upon three-dimensional and two-dimensional finite elements // Lobachevskii Journal of Mathematics. 2021. Vol. 42. No. 9. P. 2263–2271. <http://doi.org/10.1134/S1995080221090316> EDN: XPCCXJ
20. Gultyaev V.I., Alekseev A.A., Savrasov I.A., Subbotin S.L. Experimental verification of the isotropy postulate on orthogonal curved trajectories of constant curvature. Lecture Notes in Civil Engineering. 2021. Vol. 151. P. 315–321. http://doi.org/10.1007/978-3-030-72910-3_46 EDN: XRBBDH
21. Zubchaninov V.G., Alekseeva E.G., Alekseev A.A., Gultyaev V.I. Modeling of elastoplastic steel deformation in two-link broken trajectories and delaying of vector and scalar material properties // Materials Physics and Mechanics. 2019. Vol. 42. No. 4. P. 436–444. http://doi.org/10.18720/MPM.4242019_8 EDN: OUYLPE
22. Розачев А.Ф., Карсаков А.А., Косульников Р.А., Гапич Д.С. Устройства для экспериментального определения нагруженности рабочих органов МТА методом тензометрирования // Научная жизнь, 2020. Т. 15. Вып. 7. С. 980–990. <http://doi.org/10.35679/1991-9476-2020-15-7-980-990> EDN: CYSCTJ
23. Клочков Ю.В., Пшеничкина В.А., Николаев А.П., Вахнина О.В., Клочков М.Ю. Четырехугольный конечный элемент в смешанной формулировке МКЭ для расчета тонких оболочек вращения // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2023. Т. 19. № 1. С. 64–72. <http://doi.org/10.22363/1815-5235-2023-19-1-64-72> EDN: FVOZAA
24. Celik H.K., Akinci I., Caglayan N., Rennie A.E.W. Structural strength analysis of a rotary drum mower in transportation position rennie // Applied Sciences (Switzerland). 2023. Vol. 13. No. 20. P. 11338. <http://doi.org/10.3390/app132011338> EDN: KJGVJZ
25. Borovkov A.I., Vafaeva Kh.M., Vatin N.I., Ponyaeva I. Synergistic integration of digital twins and neural networks for advancing optimization in the construction industry: A comprehensive review // Construction Materials and Products. 2024. Vol. 7. No. 4. Article no. 7. <http://doi.org/10.58224/2618-7183-2024-7-4-7> EDN: DCJSJC
26. Розачев А.Ф., Карсаков А.А., Косульников Р.А., Коновалов П.В. Способ градуировки тензометрических пальцев круглого сечения для замера горизонтального усилия / Патент на изобретение RU 2800400 C1, 21.07.2023. Заявка № 2023107608 от 28.03.2023. EDN: BGSPUZ