

ISSN 1815-5235 (Print), 2587-8700 (Online)

Периодичность: 6 выпусков в год.

Языки: русский, английский.

Журнал индексируют: РИНЦ, RSCI, Cyberleninka, DOAJ, Google Scholar, Ulrich's Periodicals Directory, WorldCat, Dimensions.

Включен в Перечень ведущих научных журналов и изданий ВАК при Минобрнауки России по группе научных специальностей 2.1.1. Строительные конструкции, здания и сооружения (технические науки), 2.1.2. Основания и фундаменты, подземные сооружения (технические науки), 2.1.9. Строительная механика (технические науки).

Международный научно-технический журнал «Строительная механика инженерных конструкций и сооружений» знакомит читателей с достижениями отечественных и зарубежных ученых в области геометрии пространственных конструкций, сопротивления материалов, строительной механики, теории упругости и расчета строительных и машиностроительных конструкций, освещает вопросы научно-технического прогресса в строительстве и машиностроении, публикует аналитические обзоры по теме журнала.

Сайт журнала содержит полную информацию о журнале, его редакционной политике и этических принципах, требования к подготовке и условия публикации статей, а также полные выпуски журнала с 2008 г. (в рамках политики свободного доступа).

РЕДАКЦИОННАЯ КОЛЛЕГИЯ

ГЛАВНЫЙ РЕДАКТОР

Ватин Н.И., д-р техн. наук, проф., РУДН, Москва, Россия

ЗАМЕСТИТЕЛИ ГЛАВНОГО РЕДАКТОРА

Ерофеев В.Т., акад. РААСН, д-р техн. наук, проф., МГУ им. Н.П. Огарева, Саранск, Россия

Колчунов В.И., акад. РААСН, д-р техн. наук, проф., НИУ МГСУ, Москва, Россия

ОТВЕТСТВЕННЫЙ РЕДАКТОР

Мамиева И.А., РУДН, Москва, Россия

ЧЛЕНЫ РЕДАКЦИОННОЙ КОЛЛЕГИИ:

Агапов В.П., д-р техн. наук, проф., НИУ МГСУ, Москва, Россия

Аоилходжаев А.И., д-р техн. наук, проф., ТГТУ, Ташкент, Узбекистан

Андреев В.И., акад. РААСН, д-р техн. наук, проф., НИУ МГСУ, Москва, Россия

Базаров Д.Р., д-р техн. наук, проф., ТИИМ, Ташкент, Узбекистан

Ватин В.В., д-р техн. наук, проф., КПИ им. Игоря Сикорского, Киев, Украина

Варум У., д-р философии, проф., Университет Порту, Порту, Португалия

Войцкий З., проф., Вроцлавский научно-технический университет, Вроцлав, Польша

Волосухин В.А., д-р техн. наук, проф., Кубанский ГАУ, Краснодар, Россия

Галишикова В.В., д-р техн. наук, проф., НИУ МГСУ, Москва, Россия

Дуцев М.В., д-р архитектуры, проф., ННГАСУ, Нижний Новгород, Россия

Евкин А.Ю., д-р техн. наук, проф., независимый исследователь, Торонто, Канада

Какоев С., д-р философии, проф., Технологический университет ПЕТРОНАС, Перак, Малайзия

Карпенко Н.И., акад. РААСН, д-р техн. наук, проф., НИИСФ РААСН, Москва, Россия

Козлов Д.В., д-р техн. наук, проф., НИУ МГСУ, Москва, Россия

Красич С., канд. техн. наук, Нишский университет, Ниш, Сербия

Кудрявцев С.А., чл.-корр. РААСН, д-р техн. наук, проф., ДВГУПС, Хабаровск, Россия

Курбачский Е.Н., д-р техн. наук, проф., МИИТ, Москва, Россия

Лазарев Ю.Г., д-р техн. наук, проф., СПбПУ, Санкт-Петербург, Россия

Магуле Ф., проф., Высшая инженерная школа «Централь Сюпелек», Университет Париж-Сакли, Париж, Франция

Мендонка П., д-р философии, Архитектурная школа, Университет Минью, Брага, Португалия

Перькова М.В., д-р архитектуры, доцент, СПбПУ, Санкт-Петербург, Россия

Сантос Р., исследователь, Национальная лаборатория строительной техники, Лиссабон, Португалия

Травуш В.И., акад. РААСН, д-р техн. наук, проф., ЭНПИ, Москва, Россия

Федюк Р.С., д-р техн. наук, доцент, ДВФУ, Владивосток, Россия

Якутов Н.М., чл.-корр. ИА, д-р техн. наук, проф., ИММ ФИЦ КазНЦ РАН, Казань, Россия

СОДЕРЖАНИЕ

АНАЛИТИЧЕСКИЕ И ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ РАСЧЕТА КОНСТРУКЦИЙ

- Kolchunov V.I., Fedorova N.V., Iliushchenko T.A. Strength Model for Concrete in Near-Reinforcement Region (Расчетная модель сопротивления железобетона в околоарматурной области) 391
- Lalin V.V., Ibragimov T.R. Algorithm for Calculating Statically Indeterminate Trusses Using the Force Method (Алгоритм метода сил в расчетах статически неопределимых ферм) 404
- Ahmed A.R., Qais Q.A.A., Yermoshin N.A. Development of Analytical Method for Cable-Stayed Bridges Considering Local Damages Caused by Failure of Supporting Cables (Разработка аналитического метода для вантовых мостов с учетом локальных повреждений, вызванных обрывом несущих тросов) 418

РАСЧЕТ ТОНКИХ УПРУГИХ ОБОЛОЧЕК

- Семенов А.А. Динамический отклик полых оболочек двоякой кривизны на периодическое внешнее воздействие 433

РАСЧЕТ И ПРОЕКТИРОВАНИЕ СТРОИТЕЛЬНЫХ КОНСТРУКЦИЙ

- Берлинов М.В. Длительная эксплуатация железобетонной рамы на деформируемом грунтовом основании с учетом силовых и средовых воздействий 441
- Сутырин В.И., Кузяхметова Э.Р. Преобразованные расчетные схемы в практике расчета динамики конструкции стационарной морской платформы 453

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ

- Курданова А.А., Воскресенский М.Н., Косоротова Е.А., Парыгин Г.И. Мониторинг технического состояния зданий сейсмическим методом 479
- Масёнен А.Р., Клюев С.В. Несущая способность рамы-подиума для светопрозрачного покрытия атриума 491

РЕЦЕНЗИИ

- Федоров В.С. Рецензия на монографию: Федорова Н.В., Колчунов В.И., Губанова М.С. Деформирование составных плосконапряженных железобетонных конструкций. Москва : Изд-во МИСИ-МГСУ, 2022. 110 с. ... 504

Редактор И.Л. Панкратова

Редактор англоязычных текстов Е.Ф. Шалеева

Дизайн обложки Ю.Н. Ефремовой

Компьютерная верстка Н.В. Маркеловой

Адрес редакции:

Российский университет дружбы народов имени Патриса Лумумбы

Российская Федерация, 117198, Москва, ул. Миклухо-Маклая, д. 6; тел./факс: +7 (495) 955-08-28; e-mail: stmj@rudn.ru, i_mamieva@mail.ru

Подписано в печать 24.10.2024. Выход в свет 30.10.2024. Формат 60х84/8.

Бумага офсетная. Печать офсетная. Гарнитура «Times New Roman». Усл. печ. л. 13,72. Тираж 250 экз. Заказ № 1736. Цена свободная.

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования «Российский университет дружбы народов имени Патриса Лумумбы»

Российская Федерация, 117198, Москва, ул. Миклухо-Маклая, д. 6

Отпечатано в типографии ИПК РУДН

Российская Федерация, 115419, Москва, ул. Орджоникидзе, д. 3

STRUCTURAL MECHANICS OF ENGINEERING CONSTRUCTIONS AND BUILDINGS

2024 VOLUME 20 No. 5

DOI: 10.22363/1815-5235-2024-20-5

<http://journals.rudn.ru/structural-mechanics> (Open Access)

Founded in 2005

by Peoples' Friendship University of Russia named after Patrice Lumumba

ISSN 1815-5235 (Print), 2587-8700 (Online)

Published 6 times a year.

Languages: Russian, English.

Indexed by RSCI, Russian Index of Science Citation, Cyberleninka, DOAJ, Google Scholar, Ulrich's Periodicals Directory, WorldCat, Dimensions.

The journal has been included in the list of the leading review journals and editions of the Highest Certification Committee of Ministry of Education and Science of Russian Federation in which the basic results of PhD and Doctoral Theses are to be published.

International scientific-and-technical peer-reviewed journal "Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings" shows the readers round the achievements of Russian and foreign scientists in the area of geometry of spatial structures, strength of materials, structural mechanics, theory of elasticity and analysis of building and machine-building structures, illuminates the problems of scientific-and-technic progress in building and machine-building, publishes analytic reviews on the aims and scope of the journal.

The journal website contains full information about the journal, editorial policy and ethics, requirements for the preparation and publication of the articles, etc., as well as full-text issues of the journal since 2008 (Open Access).

EDITORIAL BOARD

EDITOR-IN-CHIEF

Nikolai I. Vatin, DSc, Professor, RUDN University, Moscow, Russia

ASSISTANT EDITORS-IN-CHIEF

Vladimir T. Erofeev, member of the RAACS, DSc, Professor, Ogarev Mordovia State University, Saransk, Russia

Vitaly I. Kolchunov, member of the RAACS, DSc, Professor, NRU MGSU, Moscow, Russia

MANAGING EDITOR

Iraida A. Mamieva, RUDN University, Moscow, Russia

MEMBERS OF EDITORIAL BOARD:

Anvar I. Adylkhodzhaev, DSc, Professor, TSTU, Tashkent, Uzbekistan

Vladimir P. Agapov, DSc, Professor, NRU MGSU, Moscow, Russia

Vladimir I. Andreev, chairman, member of the RAACS, DSc, Professor, NRU MGSU, Moscow, Russia

Dilshod R. Bazarov, DSc, Professor, TIAME, Tashkent, Uzbekistan

Mikhail V. Dutsev, Dr. of Architecture, NNGASU, Nizhny Novgorod, Russia

Alexander Yu. Evkin, DSc, Professor, independent scientist, Toronto, Canada

Roman S. Fedjuk, DSc, Associate Professor, FEPU, Vladivostok, Russia

Vera V. Galishnikova, DSc, Professor, MGSU, Moscow, Russia

Saeid Kakooei, PhD, senior lecturer, Universiti Teknologi PETRONAS, Seri Iskandar, Malaysia

Nikolay I. Karpenko, member of the RAACS, DSc, Professor, NIISF RAACS, Moscow, Russia

Dmitriy V. Kozlov, DSc, Professor, MGSU, Moscow, Russia

Sonja Krasic, PhD of Technical Science, University of Nis, Nis, Serbia

Sergey A. Kudryavtsev, corresponding member of the RAACS, DSc, Professor, FESTU, Khabarovsk, Russia

Evgeniy N. Kurbatskiy, DSc, Professor, MIIT, Moscow, Russia

Yuriy G. Lazarev, DSc, Professor, SPbPU, St. Petersburg, Russia

Fredéric Magoulès, DSc, Professor, Centrale Supélec, Université Paris-Saclay, Paris, France

Paulo Mendonca, Associate Professor, Architecture School, University of Minho, Braga, Portugal

Margarita V. Perkova, Dr. of Architecture, SPbPU, St. Petersburg, Russia

Ricardo Santos, PhD in Civil Engineering, Laboratório Nacional de Engenharia Civil, Lisbon, Portugal

Vladimir I. Travush, member of the RAACS, DSc, Professor, ENPI, Moscow, Russia

Vladimir V. Vanin, DSc, Professor, NTUU KPI, Kiev, Ukraine

Humberto Varum, Full Professor, University of Porto, Porto, Portugal

Viktor A. Volosukhin, DSc, Professor, KubSAU, Krasnodar, Russia

Zbigniew Wójcicki, Professor, Wrocław University of Science and Technology, Wrocław, Poland

Nukh M. Yakupov, corresponding member of the Russian Academy of Engineering, DSc, Professor, IME of FIC KazanSC of RAS, Russia

CONTENTS

ANALYTICAL AND NUMERICAL METHODS OF ANALYSIS OF STRUCTURES

- Kolchunov V.I., Fedorova N.V., Iliushchenko T.A.* Strength Model for Concrete in Near-Reinforcement Region 391
- Lalin V.V., Ibragimov T.R.* Algorithm for Calculating Statically Indeterminate Trusses Using the Force Method 404
- Ahmed A.R., Qais Q.A.A., Yermoshin N.A.* Development of Analytical Method for Cable-Stayed Bridges Considering Local Damages Caused by Failure of Supporting Cables 418

ANALYSIS OF THIN ELASTIC SHELLS

- Semenov A.A.* Dynamic Response of Doubly-Curved Shallow Shells to Periodic External Action 433

ANALYSIS AND DESIGN OF BUILDING STRUCTURES

- Berlinov M.V.* Long-Term Operation of Reinforced Concrete Frame on Deformable Soil Base Considering Loading and Exposure Conditions 441
- Sutyurin V.I., Kuzhakhmetova E.R.* Transformed Calculation Models in Practice of Dynamic Analysis of Fixed Offshore Platform Structures 453

EXPERIMENTAL STUDIES

- Kurdanova A.A., Voskresenskiy M.N., Kosorotova E.A., Parygin G.I.* Monitoring of Technical Condition of Buildings by Seismic Method 479
- Masene A.R., Klyuev S.V.* Load-Bearing Capacity of Podium Frame for Translucent Atrium Roof 491

BOOK REVIEWS

- Fedorov V.S.* Review of the Monograph: Fedorova NV., Kolchunov VI., Gubanov MS. Deformation of Composite Flat-Stressed Reinforced Concrete Structures. Moscow: MISI-MGSU Publ.; 2022. 110 p. 504

Copy Editor I.L. Pankratova

English Texts' Editor E.F. Shaleeva

Graphic Designer Iu.N. Efremova

Layout Designer N.V. Markelova

Address of the Editorial Board:

Peoples' Friendship University of Russia named after Patrice Lumumba
6 Miklukho-Maklaya St, Moscow, 117198, Russian Federation; tel./fax: +7 (495) 955-08-28; e-mail: stmj@rudn.ru, i_mamieva@mail.ru

Printing run 250 copies. Open price

Peoples' Friendship University of Russia named after Patrice Lumumba
6 Miklukho-Maklaya St, Moscow, 117198, Russian Federation

Printed at Publishing House of RUDN University
3 Ordzhonikidze St, Moscow, 115419, Russian Federation

АНАЛИТИЧЕСКИЕ И ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ РАСЧЕТА КОНСТРУКЦИЙ ANALYTICAL AND NUMERICAL METHODS OF ANALYSIS OF STRUCTURES

DOI: 10.22363/1815-5235-2024-20-5-391-403

UDC 624.012

EDN: ZRBRFL

Research article / Научная статья

Strength Model for Concrete in Near-Reinforcement Region

Vladimir I. Kolchunov^{1,2}, Natalia V. Fedorova¹, Tatiana A. Iliushchenko³✉¹ Moscow State University of Civil Engineering (National Research University), Moscow, Russia² Research Institute of Construction Physics of the Russian Academy of Architecture and Construction Sciences, Moscow, Russia³ Kursk State University, Kursk, Russia

✉ tatkhalina93@yandex.ru

Received: June 12, 2024

Accepted: October 1, 2024

Abstract. The relevant problem of concrete strength in the near-reinforcement zone is solved as a problem of volumetric stress-strain state with the “closure” of output integral parameters of this zone on the framework of the whole reinforced concrete element, synthesizing hypotheses and dependencies of various disciplines of solid mechanics, including fracture mechanics. The model of reinforced concrete element takes into account V.I. Kolchunov’s effect of reinforced concrete, which describes the mechanism of formation and development of transverse and longitudinal cracks. In this respect, generalized hypotheses of linear and shear strains for warping and gradients of relative mutual displacements of reinforcement and concrete are adopted. New functionals of reinforced concrete are constructed, which are consistent with the physical interpretations of the strength of cross-sections of bar elements in near-reinforcement zones. Constitutive equations for the concrete matrix, which models zones between transverse cracks, are written. The displacement components for the near-reinforcement zone in relation to the crack opening width at the “concrete-reinforcement” contact interface in transverse, longitudinal and radial cracks, respectively, are found. The use of the adopted assumptions and a multi-level calculation approach for the near-reinforcement region brings the model significantly closer to a real evaluation of the physical phenomena.

Keywords: volumetric stress state, near-reinforcement zone, displacement, cylindrical coordinates, effect of reinforced concrete, linear and shear strains, generalized hypothesis

Conflicts of interest. The authors declare that there is no conflict of interest.

Vladimir I. Kolchunov, Corresponding Member of the Russian Academy of Architecture and Construction Sciences, Doctor of Technical Sciences, Professor, Professor of the Department of Engineering Graphics and Computer Modeling, Moscow State University of Civil Engineering (NIU MGSU), Moscow, Russia; eLIBRARY SPIN-code: 3990-0345, ORCID: 0000-0001-5075-1134; e-mail: vlik52@mail.ru

Natalia V. Fedorova, Advisor of the Russian Academy of Architecture and Construction Sciences, Doctor of Technical Sciences, Head of the Department of Industrial and Civil Engineering, Moscow State University of Civil Engineering (NIU MGSU), Moscow, Russia; eLIBRARY SPIN-code: 3365-8320, ORCID: 0000-0002-5392-9150; e-mail: fedorovanv@mfngsu.ru

Tatiana A. Iliushchenko, Candidate of Technical Science, Senior Lecturer of the Department of Industrial and Civil Engineering Construction, Kursk State University (KSU), Kursk, Russia, eLIBRARY SPIN-code: 6913-5863, ORCID: 0000-0001-6885-588X; e-mail: tatkhalina93@yandex.ru

© Kolchunov V.I., Fedorova N.V., Iliushchenko T.A., 2024

This work is licensed under a Creative Commons Attribution 4.0 International License
<https://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/legalcode>

Authors' contribution. *Kolchunov V.I.* — scientific supervision; conceptualization, methodology, data gathering and processing, writing of the source text, scientific editing of the text. *Fedorova N.V.* — participation in the development of the material; revision of the text; scientific editing of the text. *Iliushchenko T.A.* — participation in the development of the material, processing and editing the text.

For citation: Kolchunov V.I., Fedorova N.V., Iliushchenko T.A. Strength model for concrete in near-reinforcement region. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*. 2024;20(5):391–403. <http://doi.org/10.22363/1815-5235-2024-20-5-391-403>

Расчетная модель сопротивления железобетона в околоарматурной области

Вл.И. Колчунов^{1,2}, Н.В. Федорова¹, Т.А. Ильющенко³✉

¹ Национальный исследовательский Московский государственный строительный университет, Москва, Россия

² Научно-исследовательский институт строительной физики РААСН, Москва, Россия

³ Курский государственный университет, Курск, Россия

✉ tatkhalina93@yandex.ru

Поступила в редакцию: 12 июня 2024 г.

Принята к публикации: 1 октября 2024 г.

Аннотация. Решена актуальная задача сопротивления околоарматурной зоны бетона как задача объемного напряженно-деформированного состояния с «замыканием» выходных интегральных параметров этой зоны на стержневую схему всего железобетонного элемента, синтезирующую в себе гипотезы и зависимости механики железобетона и механики разрушения. В расчетной модели железобетонного элемента учтен эффект железобетона проф. Вл.И. Колчунова описывающий механизм образования и развития поперечных и продольных трещин. При этом приняты обобщенные гипотезы линейных и угловых деформаций для деформаций и градиентов относительных взаимных смещений арматуры и бетона. Построены новые функционалы железобетона, которые согласуются с физическими представлениями о сопротивлении поперечных сечений стержневых элементов в околоарматурных зонах. Записаны физические уравнения для бетонной матрицы, моделирующей зоны между поперечными трещинами. Найдены составляющие перемещений для околоарматурной области применительно к ширине раскрытия трещин на границе контакта «бетон–арматура» в поперечных, продольных и радиальных трещинах соответственно. Использование принятых предпосылок и многоуровневой расчетной схемы для околоарматурной области заметно приближает расчетную модель к реальной оценке физических явлений.

Ключевые слова: объемное напряженное состояние, околоарматурная зона, перемещение, цилиндрические координаты, эффект железобетона, линейные и угловые деформации, обобщенная гипотеза

Заявление о конфликте интересов. Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

Вклад авторов. *Колчунов Вл.И.* — научное руководство; концепция исследования; развитие методологии; написание исходного текста; итоговые выводы. *Федорова Н.В.* — участие в разработке материала; доработка текста; итоговые выводы. *Ильющенко Т.А.* — участие в разработке материала; обработка и редактирование материала.

Для цитирования: Колчунов Вл.И., Федорова Н.В., Ильющенко Т.А. Расчетная модель сопротивления железобетона в околоарматурной области // *Строительная механика инженерных конструкций и сооружений*. 2024. Т. 20. № 5. С. 391–403. <http://doi.org/10.22363/1815-5235-2024-20-5-391-403>

Колчунов Владимир Иванович, член-корреспондент РААСН, доктор технических наук, профессор кафедры инженерной графики и компьютерного моделирования, Национальный исследовательский Московский государственный строительный университет (НИУ МГСУ), Москва, Россия; главный научный сотрудник, Научно-исследовательский институт строительной физики, Российская академия архитектуры и строительных наук, Москва, Россия; eLIBRARY SPIN-код: 3990-0345, ORCID: 0000-0001-5075-1134; e-mail: vlik52@mail.ru

Федорова Наталья Витальевна, советник РААСН, доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой промышленного и гражданского строительства, Национальный исследовательский Московский государственный строительный университет (НИУ МГСУ), Москва, Россия; eLIBRARY SPIN-код: 3365-8320, ORCID: 0000-0002-5392-9150; e-mail: fedorovanv@mfmgsu.ru

Ильющенко Татьяна Александровна, кандидат технических наук, старший преподаватель кафедры промышленного и гражданского строительства, Курский государственный университет (КГУ), Курск, Россия; eLIBRARY SPIN-код: 6913-5863, ORCID: 0000-0001-6885-588X; e-mail: tatkhalina93@yandex.ru

1. Introduction

Mechanics of reinforced concrete is fundamental for ensuring mechanical safety of buildings and structures in the conditions of new challenges of man-made, natural and terrorist nature. One of the key and extremely controversial problems of the modern theory of reinforced concrete is the problem of crack opening. For solving this problem, in the last two or three decades, considerable amount of information on the mechanics of deformation and cracking in reinforced concrete has been accumulated worldwide [1–9], including such regulatory documents introduced into the design practice as ACI Committee 318-14, EN 1992-1-2: 2004, SP 5.03.01-2020, SP 63.13330.2018¹, etc. A lot of models, associated with a large number of theoretical and experimental investigations, have been developed over this period, among which the studies of Russian [10–14] and foreign [15–21] scientists can be mentioned. In the last two decades, in the framework of such concept and on a common methodological basis, studies on this problem are conducted also under V.I. Kolchunov's supervision [22–27]. In this regard, this paper discusses modelling of the bond between reinforcement and concrete, taking into account physical nonlinearity and the presence of transverse cracks, and using a two-level approach: at the first level, the entire reinforced concrete element is analyzed as a bar, while at the second level, the volumetric stress-strain state of the near-reinforcement zone is considered using a number of parameters obtained from the first-level model.

2. Methodology

Combined action of concrete and reinforcement in a reinforced concrete element is ensured by the near-reinforcement zone. This is a local zone of concrete directly adjacent to the lateral surface of the reinforcing bar and ending (according to the Saint-Venant principle) at some radial distance tb (Figure 1). Therefore, the problem will be solved using cylindrical coordinates. The positive directions of these coordinates are given in Figure 1.

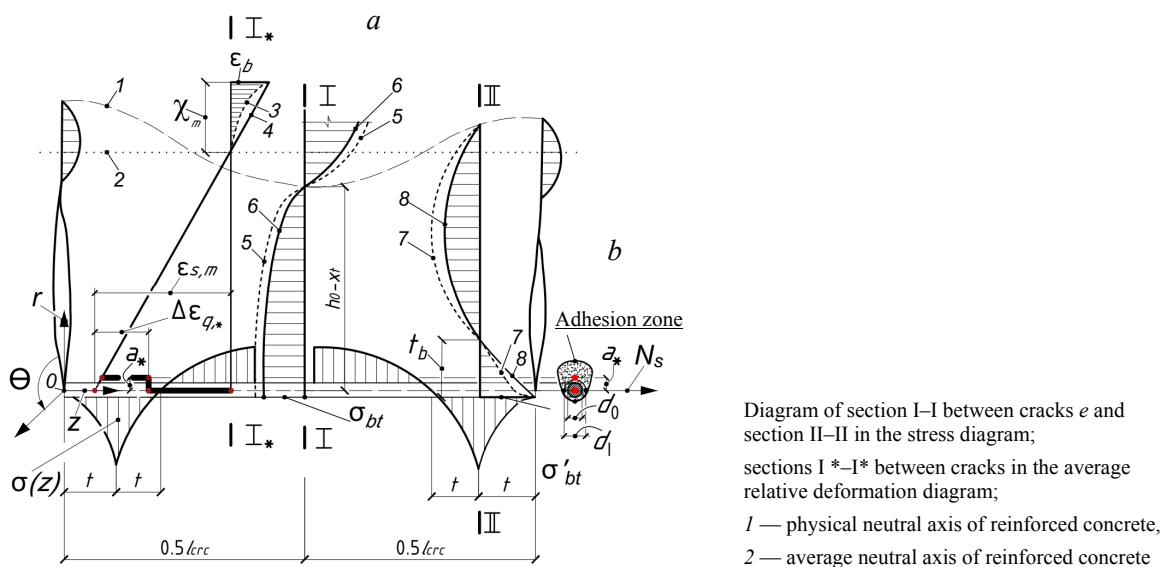


Figure 1. Regarding the analysis of experimental and numerical studies in solving the problem of determining the stress-strain state of the near-reinforcement zone:

a — characteristic sections; b — in the zone of adhesion of concrete to reinforcement

Source: made by V.I. Kolchunov

¹ See: ACI Committee 318-14. *Building Code Requirements for Structural Concrete and Commentary*. Farmington Hills, Mich: American Concrete Institute, 2014; 519 p.; EN 1992-1-2: 2004. Eurocode 2: Design of concrete structures — Part 1-1: *General rules and rules for buildings*, 2004. 225 p. SP 5.03.01-2020. *Concrete and Reinforced Concrete Structures*. Minsk; 2020. 236 p.; (In Russ.) SP 63.13330.2018. *Concrete and Reinforced Concrete Structures. General Provisions*. Moscow: Minstroy; 2018.152 p. (In Russ.)

Theoretical solution to the problem under consideration was preceded by a number of experimental and numerical studies [10–27]. As a result of the experimental studies (using continuous chains of strain gauges for measuring deformations), a qualitative picture of concrete strain along the Z-axis has been obtained (Figure 1).

The results of such studies allowed not only to find the qualitative nature of the strain distribution in concrete, reinforcement and their mutual displacements in the near-reinforcement zone along the Z-axis, but also to obtain a theoretical solution for determining a number of strength parameters of a reinforced concrete bar element, taking into account physical nonlinearity and the presence of transverse cracks.

Thus, the first aspect of the following solution of the volumetric stress-strain state in the near reinforcement zone is that a multilevel analysis approach is used here: at the first level, the entire reinforced concrete element is analysed as a bar; at the second level, the volumetric stress-strain state of the near reinforcement zone is considered using a number of parameters obtained from the first level model. In turn, the output integral parameters of the second-level model influence the parameters of the first-level model at the next iteration stage. Such an approach is possible, for example, when using parameter ψ_s , traditional for reinforced concrete, which allows to update the average value of the parameters of the first-level model without changing the model.

The second important aspect of the proposed solution is that after the formation of cracks (both transverse and longitudinal), fracture mechanics hypotheses are involved in the analysis.

3. Results and Discussion

The solution will be derived taking into account the physical nonlinearity and particular nature of concrete, being different resistance to tension and compression. Relationship diagrams $\sigma_{bi} - \varepsilon_{bi}$, $\mu(\lambda) - \varepsilon_{bi}$, $\sigma_{bt} - \omega$ are used in the analysis.

The projection of the $\sigma_{bi} - \varepsilon_{bi}$ diagram onto axes $\tau_{rz} - \gamma_r$ allows to establish the relationship between shear stresses and shear strains or, when local shearing is introduced, between the relative mutual displacements of reinforcement and concrete ε_q . It is important to emphasize that, since the stresses in the concrete of the near-reinforcement zone adjacent to the crack are compressive in the cross-section of a reinforced concrete element (see Figure 1), the shear stresses are determined by the upper branch of the strain diagram. This will have a significant effect on the maximum value of shear stresses. Thus, the zones of maximum shear bond stresses are concentrated in proximity to transverse cracks. Therefore, on one hand, the greater the number of transverse cracks crossing the reinforcing bar, the better the bond between the reinforcing bar and concrete in the near-reinforcement zones (before yielding of the reinforcement or formation of radial cracks). On the other hand, as the load increases, the adhesion of concrete and reinforcement in the region between cracks (at $z_1 = 0,5l_{cr}$) first increases, and then, due to the specificity of deformation of the concrete matrix (Figures 1, 2), begins to decrease.

Firstly, this is associated with the fact that in these regions, the stresses in the concrete of the near-reinforcement zone are tensile in the cross-section of the reinforced concrete element. This affects both the current value of the shear stress and its possible maximum.

Secondly, as transverse cracks appear, the area and magnitude of tensile stresses between cracks decrease. In view of the above, special attention is required for the highlighted sections (see Figures 1, 2) located at distances $z = t$ and $z = z_l$. An additional assumption concerning the near-reinforcement zones adjacent to sections I–I and II–II, where it is necessary to determine the stress-strain state of concrete, is taken. The strain diagrams of concrete in tension in section I–I and concrete in compression in the near-reinforcement zone in section II–II are assumed to be linear. This assumption is consistent with the ideas about the resistance of cross-sections of bar elements and is confirmed by numerous experiments. Stresses σ_{bt} and σ'_{bt} (see Figure 1) in a reinforced concrete bar element are determined from the conditions of equilibrium of moments in sections I–I and II–II with respect to the point of application of the compressed concrete resultant force. The values of strain $\varepsilon_b(z)$ in sections I–I and II–II are determined taking into

account the strain incompatibility of concrete and reinforcement. They are denoted as $\varepsilon_{z,I}$ and $\varepsilon_{z,II}$ respectively. Using the $\sigma_{bi} - \varepsilon_{bi}$ diagram for section I–I, stress $\sigma_{z,I}(r)$ is found. Given that the strains and stresses along the z -axis are considered, the diagrams are projected onto this axis. Since it is known that the curvilinear segments of the diagram are described by a square parabola and the coordinates of the end points of these parabolas ($\varepsilon_{z,I}$ and σ_{bt} , $\varepsilon_{z,II}$ and σ_b) are specified, then the angle between the considered axes is needed only to determine the initial modulus of the $\sigma_{b,z} - \varepsilon_{b,z}$ diagram:

$$E_{b,z} = \varphi E_b, \quad (1)$$

where φ is the coefficient accounting for combined stress state and the presence of shear stresses along axis z^2 .

In this case, the value of the shear bond stress and normal stress $\sigma_{b,z}$ is determined at a load of 0.2 of the cracking moment M_{cr} . After substituting the expression for determining the strain in section I–I into the expression for determining the stress in the same section, the following equation is obtained:

$$\sigma_{z,I}(r) = k_1 \varepsilon_{z,I}^2 D^2 \left(1 - \frac{r}{t_1}\right)^2 + \varphi E_b \varepsilon_{z,I} D \left(1 - \frac{r}{t_1}\right), \quad (2)$$

where $k_1 = \frac{\sigma_{bt} - \varphi E_b \varepsilon_{z,z}}{\varepsilon_{z,I}^2}$; $D = -\varepsilon_{z,I} + \Delta \varepsilon_q$; $t_1 = h_0 - x_t - a_*$.

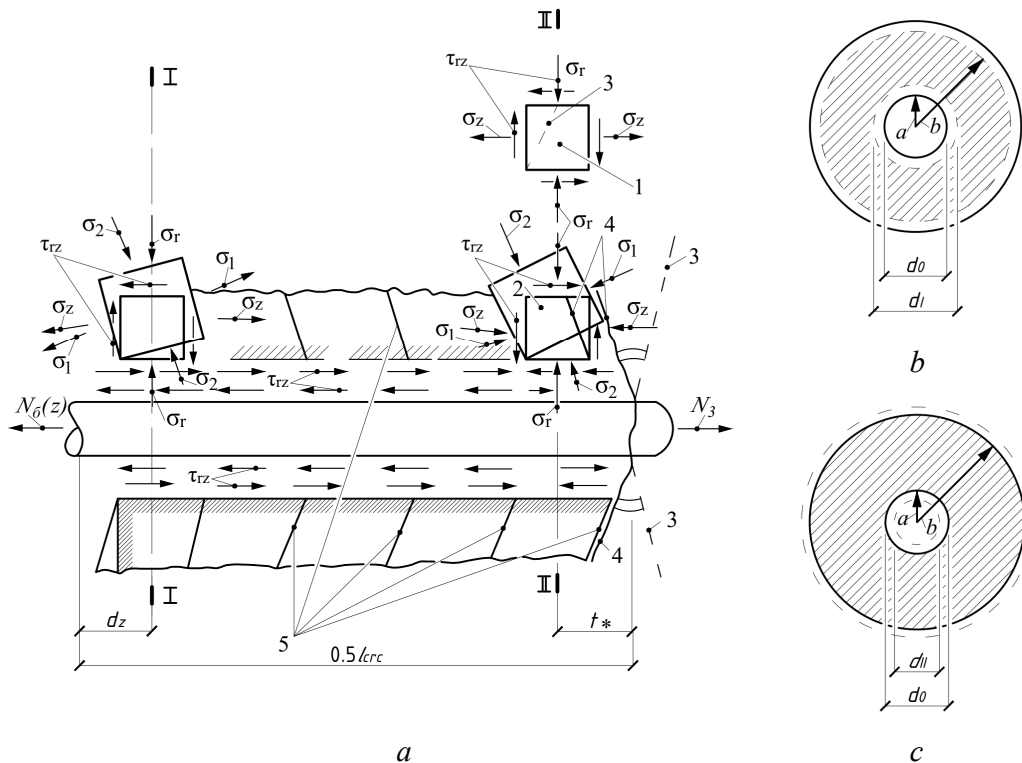


Figure 2. Diagram of the stress state:

a — in the near-reinforcement zone, b, c — deformation of the concrete matrix in sections I–I and II–II respectively;

1, 2 — stress-strain state before and after crack formation, respectively;

3, 4 — direction of microcracks and macrocracks, respectively; 5 — deformation of concrete

Source: made by V.I. Kolchunov

² Veryuzhsky Yu.V., Kolchunov V.I. *Methods of reinforced concrete mechanics*: textbook. Kyiv: NAU Book Publ.; 2005. (In Russ.)

The fundamental equations for the near-reinforcement zone, with respect to the case when only transverse cracks are present and longitudinal and radial cracks have not been developed yet, are now considered.

Taking into account that the problem is axisymmetric, the values of $\frac{\partial \sigma_\theta}{\partial \theta}$, $\tau_{\theta r}$ and $\tau_{\theta z}$ are equal to zero and the equations of equilibrium in cylindrical coordinates take the form

$$\frac{\partial \tau_{rz}}{\partial r} + \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} + \frac{\tau_{zr}}{r} = 0; \quad (3)$$

$$\frac{\partial \sigma_r}{\partial r} + \frac{\partial \tau_{rz}}{\partial z} + \frac{\sigma_r - \sigma_\theta}{r} = 0. \quad (4)$$

The Cauchy geometrical relations will also simplify, as displacement components v and strains $\gamma_{r\theta}$, $\gamma_{\theta z}$ are also equal to zero due to symmetry. The rest of the strain components have the form

$$\varepsilon_r = \frac{\partial u}{\partial r}; \quad \varepsilon_\theta = \frac{u}{r}; \quad \varepsilon_z = \frac{\partial w}{\partial z}; \quad \gamma_{rz} = \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial r}. \quad (5)$$

The constitutive equations for the concrete matrix, which is modelled as an elastoplastic isotropic body between the transverse cracks, are expressed as

$$\varepsilon_r = \frac{1}{E(\lambda)} [\sigma_r - \mu(\lambda)(\sigma_z + \sigma_\theta)]; \quad (6)$$

$$\gamma_{rz} = \frac{\tau_{rz}}{\zeta(\lambda)}, \quad (7)$$

where $E(\lambda)$, $\zeta(\lambda)$ and $\mu(\lambda)$ are respectively the elastoplastic deformation moduli and the Poisson's ratio for concrete.

It should be emphasized that for expression (2) in the second parentheses, the differentiation with respect to z is first performed and then it is evaluated at $z = z_1$.

Then for the near-reinforcement zone between transverse cracks, equation (3), considering expression (2), will have the form

$$\frac{\partial \tau_{rz}}{\partial r} + A_{1,1} D^2 \left(1 - \frac{r}{t_1} \right)^2 + A_{2,1} D \left(1 - \frac{r}{t_1} \right) + \frac{\tau_{rz}}{r} = 0. \quad (8)$$

The following notation can be introduced:

$$\left(\frac{\partial k_1}{\partial z} \varepsilon_z^2 + 2k_1 \varepsilon_z \frac{\partial \varepsilon_z}{\partial z} \right) \Big|_{z=z_1} = A_{1,1}; \quad \varphi E_b \frac{\partial \varepsilon_z}{\partial z} \Big|_{z=z_1} = A_{2,1}; \quad t_1 = h_0 - x_t - a_*.$$

The solution to differential equation (8) is adopted in the form of a product of two functions of r :

$$\tau_{rz} = u(r) v(r). \quad (9)$$

The following is obtained after differentiation of both sides of equality (9) and their substitution into equation (8):

$$u\left(\frac{\partial v}{\partial r} + \frac{v}{r}\right) + v \frac{\partial u}{\partial r} = -A_{1,I} D^2 \left(1 - \frac{r}{t_1}\right)^2 - A_{2,I} D \left(1 - \frac{r}{t_1}\right). \quad (10)$$

Function v is selected such that the expression in the parentheses of the left-hand side of equation (10) is equal to zero. Then, the following is obtained after separation of variables in this equation:

$$\frac{\partial v}{v} = -\frac{\partial r}{r}, \quad (11)$$

and after integration: $v = r^{-1}$.

By substituting the determined value of $v(r)$ into equation (10) and performing algebraic transformations and integration, the following is obtained:

$$u(r) = A_{1,I} \left(-\frac{D^2 r^2}{2} + \frac{2D^2 r^3}{3t_1} - \frac{D^2 r^4}{4t_1^2} \right) + A_{2,I} \left(-\frac{Dr^2}{2} + \frac{Dr^3}{3t_1} \right) + C_1. \quad (12)$$

After substitution of $v(r)$ and $u(r)$ into equation (9):

$$\tau_{rz} = r^3 A_{3,I} + r^2 A_{4,I} + r A_{5,I} + \frac{C_1}{r}. \quad (13)$$

Here

$$A_{3,I} = -\frac{A_{1,I}}{4t_1^2}; \quad A_{4,I} = -\frac{2D^2}{3t_1} + \frac{A_{2,I}D}{3t_1}; \quad A_{5,I} = A_{1,I} \left(-\frac{D^2}{2} \right) + A_{2,I} \left(-\frac{D}{2} \right). \quad (14)$$

Integration constant C_1 is determined from the condition that $\tau_{rz} = \tau_{r,I}$ at $r = a_*$. Here, $\tau_{r,I}$ is the shear stress in section I–I, which is known from the analysis of a reinforced concrete bar element assuming strain incompatibility of concrete and reinforcement³.

Then

$$C_1 = A_{1,I} \frac{a_*^2}{(a_* - 1)} \left(D^2 a_* - \frac{D^2 a_*^2}{t_1} + \frac{D^2 a_*^3}{3t_1^2} \right) + A_{2,I} \frac{a_*^2}{(r - 1)} \left(Da_* - \frac{Da_*^2}{t_1} \right) - a_*^4 A_{3,I} - a_*^3 A_{4,I} - a_*^2 A_{5,I}. \quad (15)$$

In the near-reinforcement zone adjacent to the transverse crack (section II–II), equation (13) will have a similar form. In this case

$$\left(\frac{\partial k_2}{\partial z} \varepsilon_z^2 + k_2 2\varepsilon_z \frac{\partial \varepsilon_z}{\partial z} \right) \Big|_{z=z_{II}} = A_{1,II}; \quad \varphi E_b \frac{\partial \varepsilon_z}{\partial z} \Big|_{z=z_{II}} = A_{2,II}. \quad (16)$$

Parameters $A_{3,II} - A_{5,II}$ and C_2 differ in the fact that in relationships (14) and (15) t_b needs to be substituted instead of t_1 .

³ Veryuzhsky Yu.V., Kolchunov V.I. *Methods of reinforced concrete mechanics*: textbook. Kyiv: NAU Book Publ.; 2005. (In Russ.)

Then, having stress components τ_{rz} calculated, the second differential equilibrium equation (4) can be considered. It is easier to solve the problem in terms of stresses. From the equation for determining the strains in section I–I it follows that

$$\sigma_\theta = \frac{1}{\mu(\lambda)} (\sigma_z - \varepsilon_z E(\lambda)) - \sigma_r. \quad (17)$$

Substituting expressions (17) and (13) into equation (4) results in a differential equation, which after algebraic transformations will take the following form:

$$\frac{\partial \sigma_r}{\partial r} + r^3 B_1 + r^2 B_2 + r B_{10} + \frac{1}{r} B_{11} + \frac{2\sigma_r}{r} = B_{12}. \quad (18)$$

Here the values of parameters $B_1 - B_7$ are determined according to the work of Y.V. Veryuzhsky, V.I. Kolchunov³.

The solution of differential equation (18) is also adopted in the form of a product of two functions, which after a number of similar transformations is reduced to the following expression:

$$\sigma_r = -\frac{r^4 B_1}{4} - \frac{r^3 B_2}{5} - \frac{r^2 B_{10}}{4} - \frac{B_{11}}{2} + \frac{r B_{12}}{3} + \frac{C_2}{r^2}. \quad (19)$$

Integration constant C_2 is determined from the condition that $\sigma_r = 0$ at $r = b_*$:

$$C_2 = \frac{b_*^6 B_1}{6} + \frac{b_*^5 B_2}{5} + \frac{b_*^4 B_{10}}{4} - \frac{b_*^3 B_{12}}{3} + \frac{b_*^2 B_{11}}{2}. \quad (20)$$

Here, parameter b_* is determined from the condition that at $r = b_*$ local stresses τ_{rz} in the zone adjacent to the reinforcement practically decay, i.e. their values approach zero. Then it follows from equation (13) that

$$b_*^3 A_{3,1} + b_*^2 A_{4,1} + b_* A_{5,1} + \frac{C_1}{b_*} = 0. \quad (21)$$

Relationship (21) can be used to determine parameter b_* . Taking into account that the rate of change of this function is quite substantial, even small changes of b_* lead to significant changes of stress τ_{rz} . Numerical studies show that at $b_* = 3 \dots 4a$, the values of τ_{rz} can be considered as approaching zero. Moreover, at $b_* > 4a$, the outer radius of the near-reinforcement zone can be considered infinitely large (with an error of less than 6%). In this case, the solution is no longer related to the shape of the outer contour. Thus, formulas (13), (17), (19) characterize the stress distribution for the near-reinforcement zone with any shape of the outer contour of the cross-section of a reinforced concrete element.

Knowing stress components σ_z , σ_r , σ_θ , τ_{rz} , the strain components are determined using formulas (6), (7). Then, the displacement components are found from the Cauchy relationship (5):

$$u = \int \varepsilon_r dr + f_1(z); \quad (22)$$

$$w = \int \varepsilon_z dz + f_2(r); \quad (23)$$

$$\gamma_{rz} = \frac{\tau_{rz}}{G(\lambda)} = \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial r}. \quad (24)$$

Here ε_r , ε_z are determined according to equation (6), and τ_{rz} is determined according to equation (13). Substituting the values of σ_z , σ_θ and σ_r from relationships (2), (17) and (19) into equation (6) and

performing algebraic transformations taking into account (22) and (23), the values of displacements u , w are obtained. After substituting the latter and the stresses from equation (19) into equation (24), considering the integration of the equations, the following is obtained:

$$u = D_1 + C_3 z + C_5; \quad (25)$$

$$w = D \left(1 - \frac{r}{t_1} \right) \left(\int \varepsilon_{z,I} dz \right) | z - z, I + \eta_1 \frac{r^6}{6} + \eta_2 \frac{r^5}{5} + \eta_3 \frac{r^4}{4} + \\ + \eta_4 \frac{(r-a)^4}{4} + \eta_5 \frac{r^3}{3} + \eta_6 \frac{r^2}{2} - 2C_1 \frac{1+\mu(\lambda)}{E(\lambda)} \ln r - C_4 r + C_6. \quad (26)$$

Here, the values of $\eta_1 - \eta_8$, $C_1 - C_6$, D_1 , E_1 , H_1 are determined according to the work of Y.V. Veryuzhsky, V.I. Kolchunov⁴.

In case of the near-reinforcement zone adjacent to the transverse crack (section II–II), equations (13)–(26) will have similar form. In this respect, equation (16) is used, and values $\varepsilon_{z,II}$, $A_{1,II}$, t_b , $\tau_{z,II}$, $\varepsilon_{q,II}$ are substituted in these equations instead of $\varepsilon_{z,I}$, $A_{1,I}$, t_l , $\tau_{z,I}$, $\varepsilon_{q,I}$ respectively.

In all of the above formulas, deformation modulus $E(\lambda)$ and coefficient $\mu(\lambda)$ are determined from the $\sigma_{bi} - \varepsilon_{bi}$ and μ diagrams. The strains are determined by the formula

$$\varepsilon_{bi} = \frac{\sqrt{2}}{2[1+\mu(\lambda)]} \sqrt{(\varepsilon_z - \varepsilon_r)^2 - (\varepsilon_r - \varepsilon_e)^2 + (\varepsilon_e - \varepsilon_z)^2 + \frac{3}{2} \gamma_{rz}^2}. \quad (27)$$

Stress σ_{bi} is determined as a function of concrete strain ε_{bi} . Then

$$E(\lambda) = \frac{\sigma_{bi}}{\varepsilon_{bi}}. \quad (28)$$

A more complex relationship is used for $\mu(\lambda)$:

- at $\varepsilon_{bi} < \varepsilon_{crc,c}$, the value of $\mu(\lambda)$ is equal to 0.2;
- at $\varepsilon_{crc,c} < \varepsilon_{bi} < \varepsilon_{crc,v}$, the value of $\mu(\lambda)$ is calculated according to formula

$$\mu(\lambda) = 0,2 + 0,3 \frac{\varepsilon_{bi} - \varepsilon_{crc,c}}{\varepsilon_{crc,v} - \varepsilon_{crc,c}}, \quad (29)$$

- at $\varepsilon_{crc,v} < \varepsilon_{bi} < \varepsilon_v$ the value of $\mu(\lambda)$ is equal to 0.5;
- at $\varepsilon_v < \varepsilon_{bi} < \varepsilon_{bu}$ the value of $\mu(\lambda)$ is calculated according to formula

$$\mu(\lambda) = 0,5 - (0,5 - \mu_b) \frac{\varepsilon_{bi} - \varepsilon_v}{\varepsilon_{bu} - \varepsilon_v}. \quad (30)$$

Here, concrete parameters ε_{bi} , ε_{bu} are taken according to the tables, parameters ε_v , μ_b are determined according to diagrams $\sigma_{bi} - \varepsilon_{bi}$.

Considering that the analytical solution for the near-reinforcement zone has been obtained, projecting the $\sigma_{bi} - \varepsilon_{bi}$ diagram onto any axes, for example, onto the $\sigma_z - \varepsilon_z$ axes, does not cause difficulties.

⁴ Veryuzhsky Yu.V., Kolchunov V.I. *Methods of reinforced concrete mechanics*: textbook. Kyiv: NAU Book Publ.; 2005. (In Russ.)

Longitudinal cracks (Figure 3, *a*) cancel the adhesion resistance at $\Delta u \leq \omega_u$, where ω_u is determined from the relationships of fracture mechanics. The longitudinal crack opening width is calculated by the formula

$$a_{\text{crc},c} = \Delta u = u_b - u_s, \quad (31)$$

where u_b and u_s are the radial displacements of concrete and reinforcement respectively at $r = a$.

In this case, it is possible to take into account the aspects associated with continuity violation at the concrete — reinforcement interface through the boundary conditions.

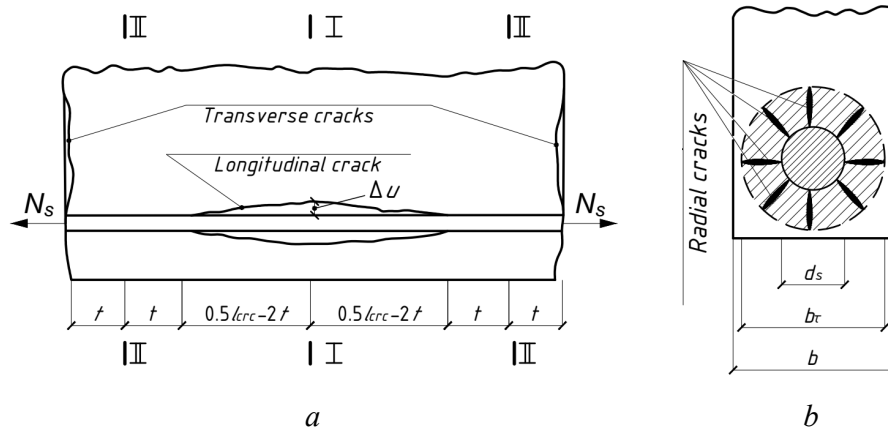


Figure 3. Analysis of longitudinal cracks:

a — in the vicinity of section I–I; *b* — fracture pattern as a result of radial cracks in the vicinity of sections II–II

Source: made by V.I. Kolchunov

Longitudinal cracks along the contact surface of concrete and reinforcement are the most important in the sense of ensuring adhesion of these materials. Displacement u_b is determined by formula (25) at $r = a$. Displacement u_s is determined by formula

$$u_s = \int_0^a \epsilon_{rs} dr. \quad (32)$$

Here

$$\epsilon_{rs} \approx \mu_s \frac{\sigma_{si}(z)}{E_s}. \quad (33)$$

More precise values of ϵ_{rs} and u_s can be obtained by using the aspects of the proposed solution for the near-reinforcement zone with respect to the reinforcing bar. However, numerical analysis shows that the influence of stress components σ_{rs} and $\sigma_{\theta s}$ on the value of ϵ_{rs} is less than 3%. Therefore, it is logical to neglect this influence when solving the problem under consideration in order to simplify the calculations.

Then from (5), the following is obtained after integration:

$$u_s = \frac{\mu_s \sigma_{si}(z)}{E_s}. \quad (34)$$

The integration constant is determined by satisfying the condition that $u_s = 0$ at $r = 0$. Then $C = 0$.

The value of u_s is calculated at $r = a$ according to formula (34).

Longitudinal cracks appear, generally, in the near-reinforcement zones between transverse cracks due to the difference in radial displacements of concrete and reinforcement at the point of their contact (see Fig. 3, *a*). The longitudinal crack profile is close to a triangle with its maximum opening between the transverse cracks (section I–I) and zero opening at a distance of $2t^*$ from the transverse cracks. In this case, it is assumed that there is no adhesion between concrete and reinforcement in the region of the main longitudinal crack at $\Delta u \geq \omega_u$. However, if the stiffness and strength of the structure is ensured by the bond between concrete and reinforcement in other regions adjacent to transverse cracks (where $\Delta u < \omega_u$), then, taking into account that the presence of longitudinal cracks at the reinforcement surface does not damage the concrete cover, the operation of the structure can be continued.

The proposed analysis approach allows not only to detect transverse cracks, but also longitudinal and radial cracks. Considering that the loading scheme from σ_0 does not cause crack retardation at their apex, the emergence of radial cracks effectively cancels adhesion resistance in this zone, i.e. results in its failure at $a_{cr,r} \geq \omega_u$. The cover layer is destroyed, the reinforcement is bare, so further operation of the structure should be prohibited, even if its resistance due to other regions is not exhausted and it meets the criteria set by the standards for strength and stiffness. Failure from radial cracks (Figure 3, *b*) is characteristic for the near-reinforcement zones adjacent to the transverse crack. Here (depending on the design features), fracture by concrete crushing at the near-reinforcement zone is also possible. In this case, the value of ε_i is calculated by formula (27), where the strain components are calculated at $z = z_{II}$ and $r = a$.

Note that the proposed solution in terms of stresses has an advantage over a similar solution in terms of displacements. The latter, even within the adopted assumptions, leads to a non-homogeneous second-order differential equation with a large number of particular solutions, which clearly complicates the calculation. An attempt to abandon the use of a multi-level calculation approach complicates the solution to the problem of the volumetric stress-strain state in the zone under consideration so much that it becomes analytically indeterminable. As a result, the solution is possible only by variational methods. Comparing the considered approach with variational methods of solution, which allow to obtain an approximate solution of differential equations with sufficient accuracy for engineering calculations, it can be noted that the proposed solution is first of all simpler. Nevertheless, with respect to the considered problem for reinforced concrete bar elements, this solution is on par in accuracy with the variational methods, when a sufficiently large number of independent functions and terms of the corresponding series are specified in the latter. At the same time, even with such a refined approach, the known methods do not allow to take into account the aspects of continuity violation of the concrete matrix when cracks emerge in it. Hypotheses and methods of fracture mechanics have not yet been properly applied here. The same can be said for the consideration of the strain incompatibility of concrete and reinforcement.

Thus, the differentiated approach to the analysis of the near-reinforcement zone allows to introduce more reasonable criteria for the operation of reinforced concrete structures taking into account not only transverse, but also longitudinal and radial cracks. With that, considering the specific aspects of concrete strength in the near-reinforcement zone (including the strain incompatibility of concrete and reinforcement) brings the analysis substantially closer to the real assessment of the physical phenomena occurring here. At the same time, the proposed methodology preserves the relative simplicity of the calculation and its physical essence, and, consequently, its engineering observability.

4. Conclusion

1. The relevant problem of concrete strength in the near-reinforcement zone has been solved as a problem of the volumetric stress-strain state with “closure” of the output integral parameters of this zone on the framework of the whole reinforced concrete element. In spite of the complexity of such a problem, taking into account the strain compatibility of concrete and reinforcement and the violation of concrete continuity, the solution of the differential equations written in this case is obtained in a closed analytical form.

2. An important aspect of the proposed solution of the problem is the hypotheses of fracture mechanics and the deformation effect of reinforced concrete established by V.I. Kolchunov, as well as the consideration of both transverse and longitudinal cracks. At the same time, generalized longitudinal and shear strain hypotheses for cross-section warping, jumps from relative mutual displacements of reinforcement and concrete ε_q , are developed.

3. Physical equations are written for the concrete matrix modeled as an elastoplastic isotropic body between transverse cracks. The solution is obtained considering the physical aspect of concrete, being its different resistance to tension and compression.

4. The developed differentiated approach to the strength analysis of the near-reinforcement region allows, with respect to the reinforcing bar and concrete matrix, to introduce more reasonable criteria for the operation of reinforced concrete structures, taking into account not only transverse, but also longitudinal and radial cracks. Here, stresses σ_θ do not cause crack retardation at their apex, and the emergence of radial cracks effectively cancels the cohesion resistance in this zone and leads to its fracture at $a_{\text{cr},r} \geq \omega_u$. The cover layer is destroyed, the reinforcement is bare, so further operation of the structure should be prohibited, even if its resistance due to other regions is not exhausted and it meets the criteria set by the standards for strength, stiffness and crack resistance for the characteristic failure due to radial cracks.

5. Comparing the proposed method with the variational methods of solution, which allow to obtain only an approximate solution of differential equations, when there is a sufficiently large number of independent functions and terms of the corresponding series, the proposed solution using a multilevel calculation approach does not complicate the volumetric stress-strain state in the considered zone. In such a differentiated approach, hypotheses and methods of fracture mechanics allow to introduce more reasonable criteria for the operation of reinforced concrete structures taking into account not only transverse, but also longitudinal and radial cracks. With that, considering the noted aspects of concrete resistance in the near-reinforcement zone brings the analysis significantly closer to the real assessment of the physical phenomena occurring here. At the same time, the proposed methodology retains the relative simplicity of calculation and engineering observability.

References

1. Bondarenko V.M., Kolchunov V.I. *Computational models of the strength resistance of reinforced concrete*. Moscow: ASV Publ.; 2004. (In Russ.) EDN: QNKPAP
2. Golyshev A.B., Kolchunov V.I. *Resistance of reinforced concrete*. Kyiv: Osnova Publ.; 2009. (In Russ.) EDN: WLZJYN
3. Karpenko N.I. *General models of reinforced concrete mechanics*. Moscow: Stroyizdat Publ.; 1996. (In Russ.)
4. Tureyen A.K., Frosch R.J. Concrete shear strength: Another perspective. *Structural journal*. 2003;100(5):609–615.
5. Wight J.K., MacGregor J.G. *Reinforced concrete mechanics and design*. Pearson Ed.; 2020.
6. Bentz E.C. Empirical Modeling of Cracking in Reinforced Concrete. *ACI Structural Journal*. 2019;116(3):233.
7. Frosch R.J. Another look at cracking and crack control in reinforced concrete. *ACI Structural Journal*. 1999;96(3):437–442. <http://doi.org/10.14359/679>
8. Murashev V.I. *Crack resistance, rigidity and strength of reinforced concrete*. Moscow: Mashstroyizdat Publ.; 1950. (In Russ.)
9. Thomas F.G. Cracking in reinforced concrete. *The Structural Engineer*. 1936;14:298–320.
10. Iakovenko I., Kolchunov V.I. The development of fracture mechanics hypotheses applicable to the calculation of reinforced concrete structures for the second group of limit states. *Journal of Applied Engineering Science*. 2017;15(455):366–375. <http://doi.org/10.5937/jaes15-14662>
11. Travush V.I., Karpenko N.I., Kolchunov V.I., Kaprielov S.S., Demyanov A.I., Bulkin S.A., Moskovtseva V.S. Results of experimental studies of high-strength fiber reinforced concrete beams with round cross-sections under combined bending and torsion. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*. 2020;16(4):290–297. <http://doi.org/10.22363/1815-5235-2020-16-4-290-297>
12. Klyueva N.V., Yakovenko I.A., Usenko N.V. On the calculation of the opening width of inclined cracks of the third type in composite reinforced concrete structures. *Industrial and civil engineering*. 2014;2:8–11. (In Russ.) EDN: RWGCIT

13. Dem'yanov A.I., Yakovenko I.A., Kolchunov V.I. The development of universal short dual-console element for resistance of reinforced concrete structures under the action torsion with bending. *Izvestiya Vysshikh Uchebnykh Zavedenii, Seriya Tekhnologiya Tekstil'noi Promyshlennost'is*. 2017;370(4):246–251. (In Russ.) EDN: YLHYQC
14. Travush V.I., Kashevarova G.G., Martirosyan A.S., Kuzminykh V.S. Study of the process of destruction of adhesion bonds during pressing of a rigid reinforcement rod into concrete. Part 1: Experimental studies. *International Journal for Computational Civil and Structural Engineering*. 2016;12(1):140–146. EDN: VZTWHZ
15. Mathern A., Yang J. A practical finite element modeling strategy to capture cracking and crushing behavior of reinforced concrete structures. *Materials*. 2021;14(3):506. <http://doi.org/10.3390/ma14030506>
16. Golding V. P., Gharineiat Z., Munawar H.S., Ullah F. Crack detection in concrete structures using deep learning. *Sustainability*. 2022;14(13):8117. <https://doi.org/10.3390/su14138117>
17. Somma G., Vit M., Frappa G., Pauletta M., Pitacco I., Russo G. A new cracking model for concrete ties reinforced with bars having different diameters and bond laws. *Engineering Structures*. 2021;235:112026. <https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2021.112026>
18. Dey A., Valiukas D., Jakubovskis R., Sokolov A., Kaklauskas G. Experimental and numerical investigation of bond-slip behavior of high-strength reinforced concrete at service load. *Materials*. 2021;15(1):293. <https://doi.org/10.3390/ma15010293>
19. Bado M.F., Casas J.R., Kaklauskas G. Distributed Sensing (DOFS) in Reinforced Concrete members for reinforcement strain monitoring, crack detection and bond-slip calculation. *Engineering Structures*. 2021;226:111385. <https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2020.111385>
20. Kaklauskas G., Sokolov A., Sakalauskas K. Strain compliance crack model for RC beams: primary versus secondary cracks. *Engineering Structures*. 2023;(281):115770. <https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2023.115770>
21. Rimkus A., Cervenka V., Gribniak V., Cervenka J. Uncertainty of the smeared crack model applied to RC beams. *Engineering Fracture Mechanics*. 2020;233:107088. <https://doi.org/10.1016/j.engfracmech.2020.107088>
22. Kolchunov V.I. Generalized hypotheses of warping of linear and angular deformations in reinforced concrete structures under bending with torsion. *Russian Journal of Building Construction and Architecture*. 2023;1(59):9–26. (In Russ.) <https://doi.org/10.36622/VSTU.2023.69.1.001>
23. Kolchunov V.I. Some problem areas of the modern theory of reinforced concrete and their solutions. *Fundamental, exploratory and applied research of RAASN on scientific support for the development of architecture, urban planning and the construction industry of the Russian Federation in 2021*. 2022:130–141. (In Russ.) EDN: DMBCMT
24. Kolchunov V.I. Method of calculation models of resistance for reinforced concrete. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*. 2023;19(3):261–275. (In Russ.) <https://doi.org/10.22363/1815-5235-2023-19-3-261-275>
25. Kolchunov V.I., Karpenko S.N. Rigidity of reinforced concrete structures under complex resistance. *Russian Journal of Building Construction and Architecture*. 2022;(1):7–20. (In Russ.) <https://doi.org/10.36622/VSTU.2022.53.1.001>
26. Kolchunov V. The Effect of Reinforced Concrete for Crack Resistance and Rigidity Based on Mechanics of Fracture Under Bending with Torsion. *Modern Problems in Construction: Selected Papers from MPC 2021*. 2022:79–95. https://doi.org/10.1007/978-3-031-12703-8_9
27. Kolchunov V.I., Nikulin A.I., Obernikhin D.V. Crack opening width of reinforced concrete structures with trapezoidal cross-section taking into account new resistance effects. *Bulletin of BSTU named after V.G. Shukhov*. 2018;(10):64–73. (In Russ.) https://doi.org/10.12737/article_5bd95a75010906.70019486

DOI: 10.22363/1815-5235-2024-20-5-404-417

UDC 69.04

EDN: CONRDX

Research article / Научная статья

Algorithm for Calculating Statically Indeterminate Trusses Using the Force Method

Vladimir V. Lalin^{1,2}, Timur R. Ibragimov¹✉¹ Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University, Saint Petersburg, Russia² RUDN University, Moscow, Russia

✉ timuribragimov.ra@gmail.com

Received: July 3, 2024

Accepted: October 1, 2024

Abstract. The study focuses on developing an algorithm for calculating statically indeterminate trusses using the force method. The main challenge in algorithmizing the force method lies in obtaining the solution to the homogeneous equilibrium equations, which is complicated by the ambiguity in selecting the primary system. The idea behind the presented algorithm is based on using the transposed compatibility matrix of the structure as the general solution to the homogeneous equilibrium equations. The governing system of equations eliminates the need to select redundant unknowns, as the column of unknowns is generated automatically. The method for obtaining compatibility equations in statically indeterminate truss cells is presented through a direct examination of changes in the area of truss loops. The compatibility matrix of the system is composed of rows of compatibility equations for independent statically indeterminate truss loops. Compatibility equations for the deformations of triangular and rectangular truss cells are derived, and a method for obtaining compatibility equations for externally statically indeterminate trusses is described. Using the proposed algorithm, the flexibility matrix of a truss with parallel chords is presented. The algorithm removes the ambiguity in selecting the primary system, and the structure of the flexibility matrix is determined by the numbering of the statically indeterminate loops of the system. There is no need to use the equilibrium equations when constructing the flexibility matrix of the structure.

Keywords: planar truss, general solution of the equilibrium equations, strain compatibility equations, continuity conditions of the area, force method algorithm, flexibility matrix

Conflicts of interest. The authors declare that there is no conflict of interest.

Authors' contribution. Undivided co-authorship.

For citation: Lalin V.V., Ibragimov T.R. Algorithm for calculating statically indeterminate trusses using the force method. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*. 2024;20(5):404–417. <http://doi.org/10.22363/1815-5235-2024-20-5-404-417>

Vladimir V. Lalin, Doctor of Technical Sciences, Professor of the Higher School of Industrial, Civil and Road Construction of the Institute of Civil Engineering, Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University, Saint Petersburg, Russia; Professor of the Department of Construction Technologies and Structural Materials of the Engineering Academy, RUDN university, Moscow, Russia; eLIBRARY SPIN-code: 8220-6921, ORCID: 0000-0003-3850-424X; e-mail: vllalin@yandex.ru

Timur R. Ibragimov, Graduate student of the Higher School of Industrial, Civil and Road Construction of the Institute of Civil Engineering, Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University, Saint Petersburg, Russia; eLIBRARY SPIN-code: 5342-2799, ORCID: 0000-0002-2742-1345; e-mail: timuribragimov.ra@gmail.com

© Lalin V.V., Ibragimov T.R., 2024

This work is licensed under a Creative Commons Attribution 4.0 International License
<https://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/legalcode>

Алгоритм метода сил в расчетах статически неопределимых ферм

В.В. Лалин^{1,2} , Т.Р. Ибрагимов¹  

¹ Санкт-Петербургский государственный архитектурно-строительный университет, Санкт-Петербург, Россия

² Российский университет дружбы народов, Москва, Россия

✉ timuribragimov.ra@gmail.com

Поступила в редакцию: 3 июля 2024 г.

Принята к публикации: 1 октября 2024 г.

Аннотация. Работа посвящена построению алгоритма расчёта статически неопределимых ферм методом сил. Основной трудностью в алгоритмизации метода сил является построение общего решения однородных уравнений равновесия, что объясняется неоднозначностью выбора основной системы. Идея излагаемого алгоритма основана на использовании транспонированной матрицы совместности деформации конструкции в качестве общего решения однородных уравнений равновесия узлов конструкции. Построенная система разрешающих уравнений позволяет отказаться от выбора лишних неизвестных, столбец неизвестных формируется автоматически. Изложен метод получения уравнений совместности деформаций ячеек статически неопределимых ферм с помощью рассмотрения изменения площади контуров ячейки. Матрица совместности деформаций системы составляется из строк уравнений совместности деформаций независимых статически неопределимых ячеек фермы. Получены уравнения совместности деформаций треугольной и прямоугольной ячеек ферм, изложен метод построения уравнений совместности деформаций для внешне статически неопределимых ферм. С использованием изложенного алгоритма приведена матрица податливости конструкции фермы с параллельными поясами с крестовой решёткой. Изложенный алгоритм снимает неоднозначность выбора основной системы, структура матрицы податливости конструкции однозначно определяется нумерацией статически неопределимых контуров системы. Для построения матрицы податливости конструкции нет необходимости использования уравнений равновесия узлов.

Ключевые слова: ферма, общее решение уравнений равновесия, уравнения совместности деформаций, условия неразрывности площади, метод сил, матрица податливости

Заявление о конфликте интересов. Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

Вклад авторов. Нераздельное соавторство.

Для цитирования: Lalin V.V., Ibragimov T.R. Algorithm for calculating statically indeterminate trusses using the force method // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2024. Т. 20. № 5. С. 404–417. <http://doi.org/10.22363/1815-5235-2024-20-5-404-417>

1. Introduction

The duality of the displacement method and the force method in structural mechanics is well known, and the application of the methods for “manual” analysis structures is approximately equally labor-intensive. There are certain classes of problems where one or another method may be convenient, for example, in terms of the number of unknowns, but the methods can be considered to be on the same footing.

However, the equality of the methods is lost when CAE packages are used to analyze structures. The absolute majority of commercial software packages are based on the displacement method. The advantage of the displacement method is the relative simplicity of its algorithmization, the matrix of governing equations is unambiguously determined by the numbering of the structure nodes. At the same time, the stiffness matrix has a band structure, is sparsely populated and, generally, is well-conditioned.

In contrast, the matrix of the governing equations of the force method can be formed in a non-unique way. From the point of view of classical structural mechanics, this is explained by the non-uniqueness of the choice of the primary system.

Лалин Владимир Владимирович, доктор технических наук, профессор Высшей школы промышленно-гражданского и дорожного строительства Инженерно-строительного института, Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого, Санкт-Петербург, Россия; профессор кафедры технологий строительства и конструкционных материалов инженерной академии, Российский университет дружбы народов, Москва, Россия; eLIBRARY SPIN-код: 8220-6921, ORCID: 0000-0003-3850-424X; e-mail: vllalin@yandex.ru

Ибрагимов Тимур Равилевич, аспирант Высшей школы промышленно-гражданского и дорожного строительства Инженерно-строительного института, Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого, Санкт-Петербург, Россия; eLIBRARY SPIN-код: 5342-2799, ORCID: 0000-0002-2742-1345; e-mail: timuribragimov.ra@gmail.com

In turn, the force method is important in optimization problems and exhibits efficiency in comparison with the displacement method [1–3], nonlinear analysis of structures [4–6], analysis of prestressed structures [7], and design of adaptive structures [8].

The known ways of algorithmization of the force method can be divided into three main groups: algebraic, topological and mixed.

Algebraic methods are generally reduced to particular operations on the matrix of nodal equilibrium equations. One of the first attempts to construct an algorithm for selecting redundant unknowns was the use of the Gauss-Jordan method [9; 10]. Subsequently, LU decomposition methods [11–13], singular value decomposition [14; 15] were proposed, as well as one of the methods for constructing the general solution presented in [16]. The mixed algebraic-topological methods are discussed in papers [17–20].

The main disadvantage of the algebraic methods is the necessity of preliminary application of complex operations on the matrix of equilibrium equations of the structure to form the matrix of governing equations of the force method. This disadvantage prevents from constructing an efficient algorithm in terms of the number of computational operations.

Topological methods are based on the use of the geometric properties of the structure, such as periodicity and cyclicity. The methods proposed in [21–23] can be referred to topological methods. One of the varieties of such methods is discussed in studies [24–26] devoted to the use of the fundamental basis of cycles of a graph, which is equivalent for the considered structure. Algorithms that exploit the cyclic nature of the structure have been proposed [27; 28]. The issue with the methods based on periodicity or cyclicity of the structure is that they cannot be applied to problems with arbitrary geometry. The use of graph operations has the same disadvantage as the algebraic methods.

The widely used integrated force method, first proposed in [29], can be highlighted. Currently, the integrated force method has been generalized to plane and spatial problems of elasticity theory and nonlinear problems [30–32]. The key idea of the method is to solve the joint system of equilibrium equations of the structure and strain compatibility equations. However, the structure of the obtained matrix and the number of unknowns do not indicate efficiency of the method in comparison with the displacement method.

Thus, no algorithm for the force method comparable in complexity to the displacement method has been constructed so far.

This paper presents a method for the analysis of statically indeterminate trusses. The key idea is to use the transposed strain compatibility matrix as the matrix of general solution of the homogeneous equilibrium equations.

2. Method

2.1. Problem Statement of Force Method Algorithmization

The equations of structural mechanics of trusses can be written in the form of the following system of equations:

$$A^T N = P, \quad (1a)$$

$$AU = \varepsilon = \varepsilon^0 + \varepsilon^e, \quad (1b)$$

$$\varepsilon^e = \Lambda N, \quad (1c)$$

where A^T is the specified nodal equilibrium matrix; $[...]^T$ is the matrix transpose operation; N is the column of axial forces in the truss members; P is the column of specified nodal loads; U is the column of nodal displacements; ε is the column of axial strains of the members; ε^0 is the column of specified initial strains of the members; ε^e is the column of elastic strains of the members; $\Lambda = \text{diag}(l_i / EA_i)$ is the flexibility coefficient matrix of the members of the system; l_i is the length of the i -th member; EA_i is the axial stiffness of the i -th member.

Equation (1a) represents the equilibrium equations of the system nodes, (1b) represents the geometric equations relating displacements and deformations, and (1c) represents the constitutive equations relating forces and deformations.

It is known that the general solution of a non-homogeneous system of equations is the sum of some particular solution of this system and the general solution of the corresponding homogeneous system of equations.

In statically indeterminate systems, the rank of matrix A^T is equal to the number of its rows and is obviously less than the number of unknowns, and therefore, the system of the homogeneous equilibrium equations has a nontrivial solution. The construction of the general solution is the main difficulty in the algorithmization of the force method.

Suppose that the fundamental system of solutions of the homogeneous system is constructed. The columns of the fundamental system are taken as the rows of some matrix B . By definition of the fundamental system:

$$A^T B^T = 0. \quad (2)$$

Therefore, for an arbitrary column F the following is valid:

$$A^T B^T F = 0. \quad (3)$$

Thus, $B^T F$ is the general solution of the system of the homogenous equilibrium equations. Considering an arbitrary particular solution N_p and (1a):

$$N = B^T F + N_p. \quad (4)$$

By transposing (2), one obtains:

$$BA = 0. \quad (5)$$

Multiplying (1b) by B yields:

$$BAU = B\varepsilon = B(\varepsilon^0 + \varepsilon^e), \quad (6)$$

and taking into account (5), the following is valid for any column U :

$$B(\varepsilon^0 + \varepsilon^e) = 0. \quad (7)$$

By substituting (3) into (1c), one obtains:

$$\varepsilon^e = \Lambda B^T F + \Lambda N_p. \quad (8)$$

Substituting (8) into (7) yields the governing system of equations of the force method:

$$B\Lambda B^T F + B\varepsilon^0 + B\Lambda N_p = 0. \quad (9)$$

Similar to the method of displacements, $B\Lambda B^T$ is the flexibility matrix of the structure. The solution of the problem is now reduced to the solution of system (9), the forces in the structural elements are recalculated according to (4).

Expression (7) has the physical meaning of the strain compatibility equations. From the algebraic point of view, the transpose of compatibility matrix B produces the desired general solution of the homogeneous equilibrium equations. This is the essence of the proposed method, as it will be shown later, the strain compatibility equations can be constructed without using the nodal equilibrium matrix.

The physical meaning of the unknown column F in system (9) remains unknown. There is no need to choose the primary system and “extra” unknowns, the vector of unknowns is formed “automatically”.

2.2. Construction of Strain Compatibility Equations

The idea behind the proposed method of constructing the strain compatibility equations is the relationship between the strain of particular members constituting a loop and the change in area of this loop. For illustration, a truss cell, which is statically indeterminate to the first degree, is shown in Figure 1, *a*. Here, the members are numbered, arrows indicate their orientation, and letters i, k, m, s denote the nodes of the structure. It should be noted that the numbering and orientation of the members do not affect the final result.

The cell under consideration consists of three independent loops 1, 2, 3 denoted in Figure 1, *b*. These three loops together constitute the fourth one, shown in Figure 1, *c*.

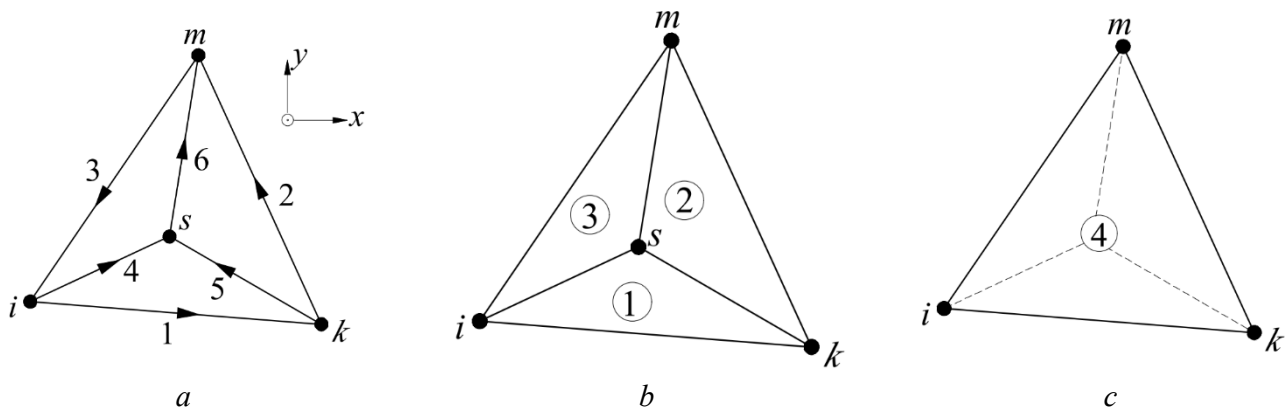


Figure 1. Truss diagram:

a — numbering of members and nodes; *b* — loops No. 1, 2, 3; *c* — loop No. 4

Source : made by V.V. Lalin, T.R. Ibragimov

The following relationship is valid for the areas of the considered loops:

$$S_4 = S_1 + S_2 + S_3, \quad (10)$$

where S_j is the area of the j -th loop.

After deformation of the structure due to external loads, the areas of the loops will change, but for the new values of the areas the same identity will be true due to the continuity of the structure:

$$S'_4 = S'_1 + S'_2 + S'_3. \quad (11)$$

By denoting the change in area of the j -th loop as $\Delta S_j = S'_j - S_j$, the following relationship is obtained:

$$\Delta S_4 = \Delta S_1 + \Delta S_2 + \Delta S_3. \quad (12)$$

Expression (12) has the meaning of the continuity condition of the loop area. If expressed through the member strains, equation (12) will be the desired equation of strain compatibility of the considered truss cell.

3. Results and Discussion

3.1. Strain Compatibility Equation of 6-member and 4-node Cell

Before obtaining the strain compatibility equations of the truss cell in Figure 1, an arbitrary member in x, y plane and nodes i and k is considered. The member is oriented by unit vector $t^T = [t_x, t_y]$. Unit vector $n^T = [n_x, n_y]$, which is normal to vector t , is introduced such that vectors t, n, z constitute a right-hand vector system, similar to coordinate system x, y, z .

The nodal displacements of the member are written as $U_i^T = [U_{ix}, U_{iy}]$, $U_k^T = [U_{kx}, U_{ky}]$. Axial strains of the member can now be expressed as:

$$\varepsilon = t^T (U_k - U_i). \quad (13)$$

The following notation is introduced:

$$\omega = n^T (U_k - U_i). \quad (14)$$

Thus, ω represents the relative displacement along the normal to the axis of the member, that is, the relative displacement of the nodes corresponding to the rotation of the member as a rigid body.

The following expression follows from equations (13), (14), which relates the member strains and the displacements of its nodes:

$$U_k - U_i = \varepsilon t + \omega n. \quad (15)$$

A convenient tool for evaluating the change in area is the outer product operation [33]. The outer product of two vectors $a = [a_x, a_y]^T$, $b = [b_x, b_y]^T$ lying in the x, y plane can be written as:

$$a \wedge b = \det[a, b] = \begin{vmatrix} a_x & b_x \\ a_y & b_y \end{vmatrix}, \quad (16)$$

where $\det[\dots]$ is the matrix determinant.

The main properties of the outer product [33]:

$$\begin{aligned} a \wedge b &= -b \wedge a, \\ a \wedge (\lambda b) &= \lambda(a \wedge b) = (\lambda a) \wedge b, \quad \lambda \in \mathbb{R}, \\ a \wedge (b + c) &= a \wedge b + a \wedge c, \\ a \wedge b &= 0 \Leftrightarrow a \parallel b, \quad a, b \neq 0. \end{aligned} \quad (17)$$

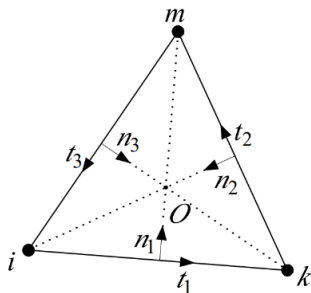


Figure. 2. Loop No. 4

Source: made by V.V. Lalin, T.R. Ibragimov

The outer product is the oriented area of the parallelogram constructed with the multiplied vectors, that is, it is equal to the area of the parallelogram with a positive or negative sign depending on whether the axis triples x, y, z and a, b, z coincide in orientation or not.

Now loop 4 is examined to determine its change in area. Unit vectors for each member (Figure 2) are introduced.

Let r_i, r_k, r_m be the position vectors of the nodes of loop i, k, m having an arbitrary origin. By using outer product, the change in area may be written as:

$$2\Delta S_4 = S_4 - S'_4 = (r_k - r_i) \wedge (r_m - r_i) - (r_k + U_k - r_i - U_i) \wedge (r_m + U_m - r_i - U_i). \quad (18)$$

By expanding the brackets and grouping the terms, the following is obtained:

$$2\Delta S_4 = U_i \wedge U_k + U_k \wedge U_m + U_m \wedge U_i + (U_m - U_k) \wedge r_i + (U_k - U_i) \wedge r_m + (U_i - U_m) \wedge r_k. \quad (19)$$

It should be noted that the second group of terms consists of the products of the difference between the displacements of the nodes and the position vector of the opposite node. The strains of each of the three members of the loops are expressed according to (15):

$$\begin{aligned} U_k - U_i &= \varepsilon_1 t_1 + \omega_1 n_1; \\ U_m - U_k &= \varepsilon_2 t_2 + \omega_2 n_2; \\ U_i - U_m &= \varepsilon_3 t_3 + \omega_3 n_3. \end{aligned} \quad (20)$$

Thus, expression (19) will include the products of the member strains (and their rotation as a rigid body) and the position vectors of the opposite nodes. According to the properties of the outer product, the rotation component can be eliminated by requiring the position vector and vector n normal to the member to be parallel. For any triangular loop this is possible if the orthocenter of the triangle (point O in Figure 2) is taken as the origin of the position vector. By rewriting (19), leaving the non-zero terms, one obtains:

$$2\Delta S_4 = U_i \wedge U_k + U_k \wedge U_m + U_m \wedge U_i + \varepsilon_1 t_1 \wedge r_m^{ikm} + \varepsilon_2 t_2 \wedge r_i^{ikm} + \varepsilon_3 t_3 \wedge r_k^{ikm}, \quad (21)$$

where the upper index ikm denotes that the origin of the position vector is the orthocenter of triangle ikm .

Similarly, the changes in area of loops 1, 2, 3 are determined:

$$2\Delta S_1 = U_s \wedge U_k + U_k \wedge U_i + U_i \wedge U_s + \varepsilon_1 t_1 \wedge r_s^{ski} - \varepsilon_4 t_4 \wedge r_k^{ski} + \varepsilon_5 t_5 \wedge r_i^{ski}; \quad (22a)$$

$$2\Delta S_2 = U_s \wedge U_m + U_m \wedge U_k + U_k \wedge U_s + \varepsilon_2 t_2 \wedge r_s^{smk} - \varepsilon_5 t_5 \wedge r_m^{smk} - \varepsilon_6 t_6 \wedge r_k^{smk}; \quad (22b)$$

$$2\Delta S_3 = U_s \wedge U_m + U_m \wedge U_i + U_i \wedge U_s + \varepsilon_3 t_3 \wedge r_s^{smi} + \varepsilon_4 t_4 \wedge r_m^{smi} + \varepsilon_6 t_6 \wedge r_i^{smi}. \quad (22c)$$

Substituting now (21)–(22) into (12), it can be seen that the quadratic displacement terms are identically eliminated. The obtained expression will be the strain compatibility equation for a statically indeterminate to the first degree truss cell:

$$\begin{aligned} &\varepsilon_1 t_1 \wedge r_m^{ikm} + \varepsilon_2 t_2 \wedge r_i^{ikm} + \varepsilon_3 t_3 \wedge r_k^{ikm} = \\ &= \varepsilon_1 t_1 \wedge r_s^{ski} - \varepsilon_4 t_4 \wedge r_k^{ski} + \varepsilon_5 t_5 \wedge r_i^{ski} + \\ &+ \varepsilon_2 t_2 \wedge r_s^{smk} - \varepsilon_5 t_5 \wedge r_m^{smk} - \varepsilon_6 t_6 \wedge r_k^{smk} + \\ &+ \varepsilon_3 t_3 \wedge r_s^{smi} + \varepsilon_4 t_4 \wedge r_m^{smi} + \varepsilon_6 t_6 \wedge r_i^{smi}. \end{aligned} \quad (23)$$

Expression (23) is valid for any nondegenerate cell consisting of 6 members connected in a similar way to the considered case. Thus, for the cell shown in Figure 3, the outer product for the terms of the second loop will be obtained with a negative sign and expression (12) will be reduced to the following form:

$$\Delta S_{ikm} + \Delta S_{ksm} = \Delta S_{iks} + \Delta S_{ism}. \quad (24)$$

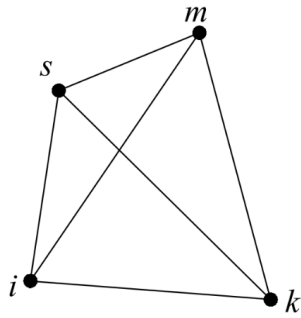


Figure 3. Topologically similar statically indeterminate cell
Source: made by V.V. Lalin, T.R. Ibragimov

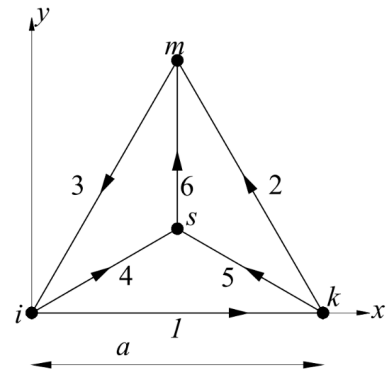


Figure 4. Equilateral triangle truss panel
Source: made by V.V. Lalin, T.R. Ibragimov

Strain compatibility matrix B can now be constructed from the rows of the strain compatibility equations for each statically indeterminate elementary cell. Thus, structure flexibility matrix $L = B\Lambda B^T$ is uniquely determined by the numbering of statically indeterminate loops of the system. At the same time, it is not necessary to use matrix A^T of nodal equilibrium equations to construct the structure flexibility matrix.

The algorithm of analysis using the force method comes down to the construction of strain compatibility equations for independent statically indeterminate cells in order to form the strain compatibility matrix of the system, construct of the structure flexibility matrix and solve the governing system.

Figure 4 demonstrates a structure in the form of an equilateral triangle with base a and node s in the center of mass of triangle ikm . Construction of the strain compatibility equations for this system is presented below.

Unit vectors t_i for the members are expressed as:

$$t_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}, t_2 = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} -1 \\ \sqrt{3} \end{bmatrix}, t_3 = -\frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 \\ \sqrt{3} \end{bmatrix},$$

$$t_4 = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} \sqrt{3} \\ 1 \end{bmatrix}, t_5 = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} -\sqrt{3} \\ 1 \end{bmatrix}, t_6 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}.$$

The position vectors originating from the orthocenter and pointing to the nodes of loop 4:

$$r_i^{ikm} = -a \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 \\ \sqrt{3}/3 \end{bmatrix}, r_k^{ikm} = a \frac{1}{2} \begin{bmatrix} -1 \\ \sqrt{3}/3 \end{bmatrix}, r_m^{ikm} = a \begin{bmatrix} 0 \\ \sqrt{3}/3 \end{bmatrix}.$$

As a result of calculating the outer products, the following is obtained:

$$\varepsilon_1 t_1 \wedge r_m = \varepsilon_1 \frac{a}{\sqrt{3}}, \varepsilon_2 t_2 \wedge r_i = \varepsilon_2 \frac{a}{\sqrt{3}}, \varepsilon_3 t_3 \wedge r_k = \varepsilon_3 \frac{a}{\sqrt{3}}.$$

Thus, the left-hand side of expression (12):

$$\frac{a}{\sqrt{3}} (\varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3).$$

Similar procedure is applied to loops 1, 2, 3 to obtain:

$$\text{loop } iks: \quad a \left(\varepsilon_1 + \varepsilon_5 - \frac{1}{\sqrt{3}} \varepsilon_1 \right),$$

$$\text{loop } kms : \quad a \left(\varepsilon_5 + \varepsilon_6 - \frac{1}{\sqrt{3}} \varepsilon_2 \right),$$

$$\text{loop } ism : \quad a \left(\varepsilon_4 + \varepsilon_6 - \frac{1}{\sqrt{3}} \varepsilon_3 \right).$$

By substituting the obtained expressions into (23), expanding the brackets and grouping the terms, the strain compatibility equation is derived:

$$a \left[\varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3 - \sqrt{3} (\varepsilon_4 + \varepsilon_5 + \varepsilon_6) \right] = 0. \quad (25)$$

3.2. Cross Brace Truss

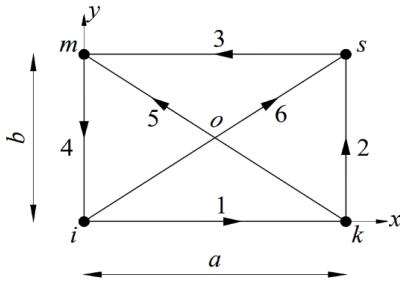


Figure 5. Rectangular truss panel
Source: made by V.V. Lalin,
T.R. Ibragimov

As mentioned earlier, expression (23) is suitable for any cell with 6 members, however, there is an important degenerate case for which equation (23) is not acceptable.

Consider the design shown in Figure 5. The requirement of taking the orthocenter of the triangle as the origin of the position vector makes the terms accounting for the strains of members 5 and 6 equal to zero, since the orthocenter of a right triangle is at the apex of a right angle.

The strain compatibility equation can be obtained from the following equality for the areas:

$$\Delta S_{iks} + \Delta S_{ism} = \Delta S_{iko} + \Delta S_{kso} + \Delta S_{mos} + \Delta S_{iom}. \quad (26)$$

In this case, the following equalities must be used:

$$U_m - U_o = U_o - U_k = \frac{1}{2}(U_m - U_k);$$

$$U_i - U_o = U_o - U_s = \frac{1}{2}(U_i - U_s). \quad (27)$$

For the orientation of the members shown in Figure 5, the following unit vectors are used:

$$t_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}, t_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}, t_3 = \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \end{bmatrix};$$

$$t_4 = \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \end{bmatrix}, t_5 = \frac{1}{c} \begin{bmatrix} -a \\ b \end{bmatrix}, t_6 = \frac{1}{c} \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix},$$

where $c = \sqrt{a^2 + b^2}$.

For the loop constructed with vertices i, k, s the orthocenter is point k , therefore

$$r_i = -\begin{bmatrix} a \\ 0 \end{bmatrix}, r_s = \begin{bmatrix} 0 \\ b \end{bmatrix},$$

and to the nearest quadratic terms:

$$2\Delta S_{iks} = \varepsilon_2 t_2 \wedge r_i + \varepsilon_1 t_1 \wedge r_s = \varepsilon_2 a + \varepsilon_1 b.$$

Similarly, for loop ism :

$$2\Delta S_{ism} = \varepsilon_4 a + \varepsilon_3 b.$$

For the loop with vertices i, k, o :

$$r_o = \frac{b^2 - a^2}{2b} \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}, r_i = -\frac{a}{2} \begin{bmatrix} 1 \\ a/b \end{bmatrix}, r_k = \frac{a}{2} \begin{bmatrix} 1 \\ -a/b \end{bmatrix};$$

$$2\Delta S_{iko} = \varepsilon_1 t_1 \wedge r_o + \frac{1}{2} \varepsilon_5 t_5 \wedge r_i + \frac{1}{2} \varepsilon_6 t_6 \wedge r_k = \frac{a \cdot c}{2b} (\varepsilon_5 + \varepsilon_6) - \varepsilon_1 \frac{b^2 - a^2}{2b}.$$

Similarly, the change in area of the loop with vertices m, o, s ,

$$2\Delta S_{mos} = \frac{a \cdot c}{2b} (\varepsilon_5 + \varepsilon_6) - \varepsilon_3 \frac{b^2 - a^2}{2b}.$$

For the loop with vertices i, o, m :

$$r_o = \frac{b^2 - a^2}{2a} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}, r_i = -\frac{b}{2} \begin{bmatrix} b/a \\ 1 \end{bmatrix}, r_m = \frac{b}{2} \begin{bmatrix} -b/a \\ 1 \end{bmatrix};$$

$$2\Delta S_{iom} = \varepsilon_4 t_4 \wedge r_o - \frac{1}{2} \varepsilon_6 t_6 \wedge r_m + \frac{1}{2} \varepsilon_5 t_5 \wedge r_i = \frac{b \cdot c}{2a} (\varepsilon_5 + \varepsilon_6) - \varepsilon_4 \frac{a^2 - b^2}{2a}.$$

Similarly, for loop kos :

$$2\Delta S_{kos} = \frac{b \cdot c}{2a} (\varepsilon_5 + \varepsilon_6) - \varepsilon_2 \frac{a^2 - b^2}{2a}.$$

After substitution into condition (26), the following strain compatibility equation is obtained after simplifications:

$$a(\varepsilon_1 + \varepsilon_3) + b(\varepsilon_2 + \varepsilon_4) - \sqrt{a^2 + b^2} (\varepsilon_5 + \varepsilon_6) = 0. \quad (28)$$

In the particular case of a square cell ($a = b$), the equation becomes:

$$a[\varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3 + \varepsilon_4 - \sqrt{2}(\varepsilon_5 + \varepsilon_6)] = 0. \quad (29)$$

A similar expression is given in [34], where it was obtained by analyzing the matrix of nodal equilibrium equations of the structure.

Using the obtained expression (29), the formation of the structure flexibility matrix of the example truss presented in Figure 6 is discussed below. The truss consists of n square cells, the axial stiffness of each member is EA . The members are numbered according to the scheme shown in Figure 6. The total number of members in the truss is $1 + 5n$, the total number of nodes is $2(n + 1)$.

The diagonal matrix of the member flexibility coefficients:

$$\Lambda = \frac{a}{EA} \text{diag}[1, 1, 1, 1, \sqrt{2}, \sqrt{2}, 1, \dots, 1, \sqrt{2}, \sqrt{2}].$$

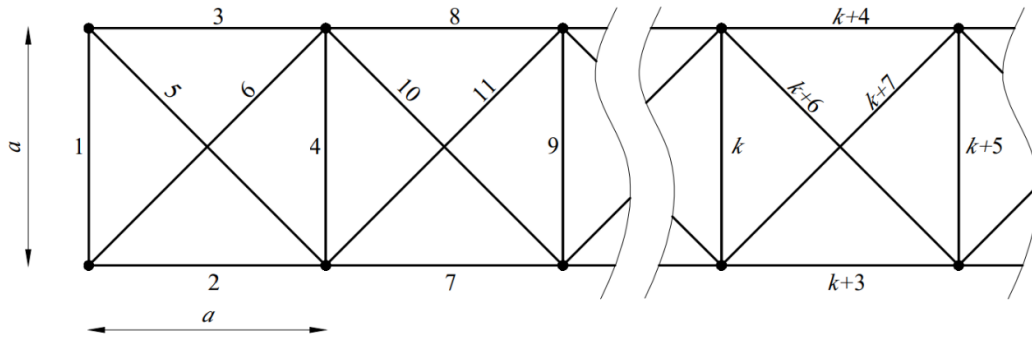


Figure 6. Rectangular truss
Source: made by V.V. Lalin, T.R. Ibragimov

The strain compatibility matrix of the system, according to (29), will have the following form (only the first three rows are shown):

$$B = a \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & -\sqrt{2} & -\sqrt{2} & 0 & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & -\sqrt{2} & -\sqrt{2} & 0 & \dots \\ \dots & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & -\sqrt{2} & -\sqrt{2} & 0 & \dots \end{bmatrix}.$$

By multiplying out BAB^T , the following tridiagonal flexibility matrix of the system is obtained:

$$L = \frac{a^3}{EA} \begin{bmatrix} 4(1+\sqrt{2}) & 1 & & \\ 1 & 4(1+\sqrt{2}) & 1 & \\ & & \ddots & \\ & & 1 & 4(1+\sqrt{2}) \end{bmatrix}. \quad (30)$$

Thus, the obtained flexibility matrix has the size of $n \times n$. The displacement method stiffness matrix, in turn, will have the dimension of $4(n+1)$.

3.3. Externally Statically Indeterminate Trusses

In this section, the problem of composing the strain compatibility equations for externally statically indeterminate trusses is considered. These are trusses, the support reactions of which cannot be determined from the equilibrium equations.

Figure 7, *a* shows a statically indeterminate to the first degree cell with two independent loops 1 and 2, and the third loop denoted in Figure 7, *b*.

An obvious equality is true for the areas of the loops:

$$\Delta S_3 = \Delta S_1 + \Delta S_2. \quad (31)$$

In the case of no additional support, the cell would be statically determinate and the quadratic displacement terms in equation (31) would not reduce.

The presence of supports leads to some constraints on the displacements of the nodes, as a result of which the quadratic terms are reduced and the equality can be expressed through the member strains.

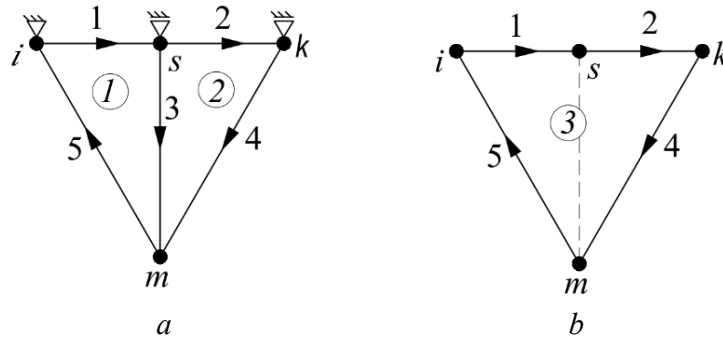


Figure 7. Externally statically indeterminate truss:
a — loops No. 1, 2; *b* — loop No. 3

S o u r c e: made by V.V. Lalin, T.R. Ibragimov

The changes in area of the loops taking into account that $U_i - U_k = U_i - U_s + U_s - U_k$:

$$2\Delta S_3 = U_i \wedge U_m + U_m \wedge U_k + U_k \wedge U_i + \\ + (U_k - U_m) \wedge r_i^{mik} + (U_m - U_i) \wedge r_k^{mik} + (U_s - U_k) \wedge r_m^{mik}; \quad (32a)$$

$$2\Delta S_1 = U_i \wedge U_m + U_m \wedge U_s + U_s \wedge U_i + \\ + (U_s - U_m) \wedge r_i^{ism} + (U_m - U_i) \wedge r_s^{ism} + (U_i - U_s) \wedge r_m^{ism}; \quad (32b)$$

$$2\Delta S_2 = U_m \wedge U_k + U_k \wedge U_s + U_s \wedge U_m + \\ + (U_s - U_k) \wedge r_m^{skm} + (U_m - U_s) \wedge r_k^{skm} + (U_m - U_k) \wedge r_s^{skm}. \quad (32c)$$

For the given cell, the displacements of nodes *s, k* are parallel, hence by the properties of the outer product:

$$U_s \wedge U_k = 0. \quad (33)$$

In turn, the displacement of node *i* is zero and the remaining non-zero terms are:

$$2\Delta S_3 = U_i \wedge U_m + (U_k - U_m) \wedge r_i^{mik} + (U_m - U_i) \wedge r_k^{mik} + (U_s - U_k) \wedge r_m^{mik}; \quad (34a)$$

$$2\Delta S_1 = U_m \wedge U_s + (U_s - U_m) \wedge r_i^{ism} + (U_m - U_i) \wedge r_s^{ism} + (U_i - U_s) \wedge r_m^{ism}; \quad (34b)$$

$$2\Delta S_2 = U_m \wedge U_k + U_s \wedge U_m + (U_s - U_k) \wedge r_m^{skm} + (U_m - U_s) \wedge r_k^{skm} + (U_m - U_k) \wedge r_s^{skm}. \quad (34c)$$

As seen from expressions (34), the quadratic terms are identically eliminated when substituted into expression (31). The remaining ones, written in terms of member strains in accordance with (15), represent the strain compatibility equation for the considered externally statically indeterminate truss.

By taking, for example, the lengths of members 1, 2, 3 equal to a , and correspondingly the lengths of members 4, 5 equal to $\sqrt{2}a$, it is possible to obtain the following strain compatibility equation using (31):

$$a[\varepsilon_1 + \varepsilon_2 + 2\varepsilon_3 - \sqrt{2}(\varepsilon_4 + \varepsilon_5)] = 0. \quad (35)$$

4. Conclusion

1. The main problem in the algorithmization of the force method is finding the general solution to the homogeneous equilibrium equations of the structure $A^T N = 0$. The method of obtaining the strain compatibility equations completes the construction of the algorithm for solving the problems of statically indeterminate trusses using the force method.

2. The proposed formulation of the force method allows to not have to select the “primary system” and the unknowns of the force method. The proposed method automatically “selects” the vector of unknowns F . The numbering of statically indeterminate loops unambiguously determines the structure of the flexibility matrix of the system.

3. The advantage of the proposed method is that the equilibrium equations of the structure are not required. There is no need to store in the computer memory and use the matrix of nodal equilibrium equations of the structure A^T .

References / Список литературы

1. Kaveh A., Zaeerreza A. Comparison of the graph-theoretical force method and displacement method for optimal design of frame structures. *Structures*. 2022;43:1145–1159. <http://doi.org/10.1016/J.ISTRUC.2022.07.035>
2. Kaveh A., Shabani Rad A. Metaheuristic-based optimal design of truss structures using algebraic force method. *Structures*. 2023;50:1951–1964. <http://doi.org/10.1016/J.ISTRUC.2023.02.123>
3. Kaveh A., Zaeerreza A. Optimum Design of the Frame Structures Using the Force Method and Three Recently Improved Metaheuristic Algorithms. *International Journal of Optimization in Civil Engineering*. 2023;13(3):309–325.
4. Saeed N.M., Kwan A.S.K. Simultaneous displacement and internal force prescription in shape control of pin-jointed assemblies. *Journal of Aircraft*. 2016;4:2499–2506. <http://doi.org/10.2514/1.J054811>
5. du Pasquier C., Shea K. Validation of a nonlinear force method for large deformations in shape-morphing structures. *Structural and Multidisciplinary Optimization*. 2022;3:1–17. <http://doi.org/10.1007/s00158-022-03187-z>
6. Mohammed Saeed N., Aulla Manguri A. An Approximate Linear Analysis of Structures Utilizing Incremental Loading of Force Method. *UKH Journal of Science and Engineering*. 2020;6(4):37–44. <http://doi.org/10.25079/ukhjse.v4n1y2020.pp37-44>
7. Yuan X., Liang X., Li A. Shape and force control of prestressed cable-strut structures based on nonlinear force method. *Advances in Structural Engineering*. 2016;12(19):1917–1926. <http://doi.org/10.1177/1369433216652411>
8. Reksowardojo A.P., Senatore G., Smith I.F.C. Design of Structures That Adapt to Loads through Large Shape Changes. *Journal of Structural Engineering*. 2020;5:1–16. [http://doi.org/10.1061/\(asce\)st.1943-541x.0002604](http://doi.org/10.1061/(asce)st.1943-541x.0002604)
9. Denke P.H. A general digital computer analysis of statically indeterminate structures. *NASA-TN-D-1666*. 1962.
10. Przemieniecki J.S., Denke P.H. Joining of complex substructures by the matrix force method. *Journal of Aircraft*. 1966;3(3):236–243. <http://doi.org/10.2514/3.43731>
11. Topçu A., Thierauf G. Structural optimization using the force method. *World Congress on Finite Element Methods in Structural Mechanics*. Bournemouth, England, 1975.
12. Topçu A. A contribution to the systematic analysis of finite element structures using the force method. *Doctoral dissertation*, Essen University, 1979. (In German)
13. Soyer E., Topcu A. Sparse self-stress matrices for the finite element force method. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*. 2001;9:2175–2194. <http://doi.org/10.1002/nme.119>
14. Pellegrino S., Van Heerden T. Solution of equilibrium equations in the force method: A compact band scheme for underdetermined linear systems. *Computers & Structures*. 1990;5:743–751. [http://doi.org/10.1016/0045-7949\(90\)90103-9](http://doi.org/10.1016/0045-7949(90)90103-9)
15. Pellegrino S. Structural computations with the singular value decomposition of the equilibrium matrix. *International Journal of Solids and Structures*. 1993;21(30):3025–3035. [http://doi.org/10.1016/0020-7683\(93\)90210-X](http://doi.org/10.1016/0020-7683(93)90210-X)
16. Rozin L.A. *Rod systems as systems of finite elements*. Leningrad. 1976. (In Russ.)
Розин Л.А. Стержневые системы как системы конечных элементов. Ленинград: Издательство ЛГУ, 1976. 232 с.
17. Coleman T.F., Pothen A. The Null Space Problem I. Complexity. *SIAM Journal on Algebraic Discrete Methods*. 1986;4(7):527–537. <http://doi.org/10.1137/0607059>
18. Coleman T.F., Pothen A. The Null Space Problem II. Algorithms. *SIAM Journal on Algebraic Discrete Methods*. 1987;4(8):544–563. <http://doi.org/10.1137/0608045>
19. Pothen A. Sparse null basis computations in structural optimization. *Numerische Mathematik*. 1989;5:501–519. <http://doi.org/10.1007/BF01398913>

20. Gilbert J.R., Heath M.T. Computing a Sparse Basis for the Null Space. *SIAM Journal on Algebraic Discrete Methods*. 1987;3(8):446–459. <http://doi.org/10.1137/0608037>
21. Henderson J.C. Topological Aspects of Structural Linear Analysis. *Aircraft Engineering and Aerospace Technology*. 1960;5:137–141. <http://doi.org/10.1108/eb033249>
22. Maunder E.A. *Topological and linear analysis of skeletal structures*. Imperial College, London, 1971. ISBN: 2013206534
23. De Henderson J.C.C., Maunder E.A.W. A Problem in Applied Topology: on the Selection of Cycles for the Flexibility Analysis of Skeletal Structures. *IMA Journal of Applied Mathematics*. 1969;2(5):254–269. <http://doi.org/10.1093/IMAMAT/5.2.254>
24. Kaveh A. *Application of Topology and Matroid Theory to the flexibility analysis of structures*. Ph.D. Thesis London University Imperial College, 1974.
25. Kaveh A. Subminimal Cycle Bases for the Force Method of Structural Analysis. *Communications in Applied Numerical Methods*. 1987;4(3):277–280. <http://doi.org/10.1002/cnm.1630030407>
26. Kaveh A. Bandwidth reduction of rectangular matrices. *Communications in Numerical Methods in Engineering*. 1993;3(9):259–267. <http://doi.org/10.1002/cnm.1640090310>
27. Koohestani K. An orthogonal self-stress matrix for efficient analysis of cyclically symmetric space truss structures via force method. *International Journal of Solids and Structures*. 2011;2:227–233. <http://doi.org/10.1016/j.ijsolstr.2010.09.023>
28. Koohestani K. Innovative numerical form-finding of tensegrity structures. *International Journal of Solids and Structures*. 2020;206:304–313. <http://doi.org/10.1016/j.ijsolstr.2020.09.034>
29. Patnaik S. An integrated force method for discrete analysis. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*. 1973;2(6):237–251. <http://doi.org/10.1002/nme.1620060209>
30. Patnaik S.N., Pai S.S., Hopkins D.A. Compatibility condition in theory of solid mechanics (elasticity, structures, and design optimization). *Archives of Computational Methods in Engineering*. 2007;4(14):431–457. <http://doi.org/10.1007/S11831-007-9011-9/METRICS>
31. Wei X.F., Patnaik S.N., Pai S.S., Ling P.P. Extension of Integrated Force Method into Stochastic Domain. *International Journal for Computational Methods in Engineering Science and Mechanics*. 2009;3(10):197–208. <http://doi.org/10.1080/15502280902795060>
32. Wei X.F., Patnaik S.N. Application of stochastic sensitivity analysis to integrated force method. *International Journal of Stochastic Analysis*. 2012;1:249201. <http://doi.org/10.1155/2012/249201>
33. Postnikov M.M. *Analytical Geometry*. Moscow: Nauka Publ.; 1979. (In Russ.)
Постников М.М. Аналитическая геометрия. Москва: Наука, 1979. 336 с.
34. Washizu K. *Variational Methods in Elasticity and Plasticity*. New York: Oxford, Pergamon Press, 1974.

Development of Analytical Method for Cable-stayed Bridges Considering Local Damages Caused by Failure of Supporting Cables

Ahmed R. Ahmed¹, Q.A.A. Qais², Nikolay A. Yermoshin¹

¹ Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University, Saint-Petersburg, Russia

² RUDN University, Moscow, Russia

✉ engahmedramadan103@gmail.com

Received: April 12, 2024

Accepted: October 1, 2024

Abstract. Bridge structures are often subjected to extreme conditions such as rough weather, earthquakes, impacts from traffic accidents, and even blasts. Such extreme loads can cause damage to the anchorage zones as a result of high stress concentration and can lead to cable loss. Such extreme loads can cause damage to the anchorage zones as a result of a high-stress concentration and can lead to cable loss. One of the main targets of this study is to develop an analytical method that increases our understanding of the behavior of long-span cable-supported bridges in the case of the failure of one or several cables, through this method, a formula can be deduced to calculate dynamic amplification factor (DAF) more accurately, which could be useful for academic research. In this study, a parallel-load bearing system is considered as a conceptual model of long-span cable-supported bridges. The objective is to investigate the structural robustness of long-span cable-supported bridges in a cable-loss scenario. The conceptual model consists of a beam suspended from cables (tension elements). A simplified model is intentionally selected to make the analytical approach easier. If examining the simplified model shows a certain phenomenon, a similar phenomenon in more sophisticated models can also be expected. The study considers multiple cable failures and employs an analytical approach, developing an approximation function for stress magnification factor in cable break scenarios, using least squares method. The proposed approximation function is accurate and less than 5% error-free in all tested systems, except for minor β values, and increasing β reduces stress magnification factor. The parameter β influences the calculation of the cable load. For systems with high β values, smaller design loads are necessary, allowing long-span cable-stayed bridges to be segmented into zones with varying β values. This approach enables the determination of minimum design loads for each zone, ultimately reducing cable design costs in cases of cable loss.

Keywords: bridge structures, progressive collapse, cable-stayed bridges, load conditions, analytical method, cable-loss scenario

Conflicts of interest. The authors declare that there is no conflict of interest.

Authors' contribution. Ahmed A.R. — data collection, analysis and processing. Qais A.A.Q. — concept and development of research topics, data collection, analysis and processing. Yermoshin N.A. — concept and scientific guidance

For citation: Ahmed A.R., Qais Q.A.A., Yermoshin N.A. Development of analytical method for cable-stayed bridges considering local damages caused by failure of supporting cables. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*. 2024;20(5):418–432. <http://doi.org/10.22363/1815-5235-2024-20-5-418-432>

Ahmed Ramadan Ahmed, graduate student, Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University, Saint-Petersburg, Russia; ORCID: 0000-0002-9411-656X; e-mail: engahmedramadan103@gmail.com

Qais Abdulrahman Ali Qais, graduate student, RUDN University, Moscow, 117198, Russia; eLIBRARY SPIN-code: 2820-3305; ORCID: 0009-0003-0245-2086; e-mail: qaiseng@gmail.com

Nikolay A. Yermoshin, Doctor of Military Sciences, Professor of the Higher School of Industrial, Civil and Road Construction of the Institute of Civil Engineering, Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University, Saint-Petersburg, Russia; eLIBRARY SPIN-code: 6694-8297, ORCID: 0000-0002-0367-5375; e-mail: ermonata@mail.ru

© Ahmed A.R., Qais Q.A.A., Yermoshin N.A., 2024



This work is licensed under a Creative Commons Attribution 4.0 International License
<https://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/legalcode>

Разработка аналитического метода для вантовых мостов с учетом локальных повреждений, вызванных обрывом несущих тросов

А.Р. Ахмед¹✉, К.А.А. Кайс², Н.А. Ермошин¹

¹ Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого, *Санкт-Петербург, Россия*

² Российский университет дружбы народов, *Москва, Россия*

✉ engahmedramadan103@gmail.com

Поступила в редакцию: 12 апреля 2024 г.

Принята к публикации: 1 октября 2024 г.

Аннотация. Мостовые сооружения часто подвергаются воздействию экстремальных условий, таких как непогода, землетрясения, дорожно-транспортные происшествия, а также взрывы. Экстремальные нагрузки могут привести к повреждению зон крепления в результате высокой концентрации напряжений и могут привести к повреждению стальных тросов. Основная цель исследования — разработка аналитического метода, расширяющего понимание поведения мостов с длинными пролетами на вантовых опорах в случае отказа одного или нескольких вант. С помощью этого метода можно вывести формулу для более точного расчета коэффициента динамического усиления. Система с параллельной нагрузки рассмотрена как концептуальная модель длиннопролетных мостов на вантовых опорах. Также исследована надежность конструкции мостов с длинными пролетами, опирающихся на ванты, в случае потери вантов. Концептуальная модель состоит из балки, подвешенной на тросах (натяжных элементах). Выбрана модель, упрощающая аналитический подход. Если изучение упрощенной модели показывает возможность ожидать аналогичного явления в более сложных моделях. Рассмотрены множественные отклонения кабеля. Использован аналитический подход в разработке функции аппроксимации для коэффициентов увеличения напряжения при обрыве кабеля с использованием метода наименьшего квадрата. Предложенная аппроксимирующая функция является точной и безошибочной менее чем на 5 % во всех протестированных системах, за исключением незначительных значений β , а увеличение β уменьшает коэффициент усиления напряжения. Параметры β влияют на расчёт нагрузки на кабель. Системы высоких значений β требуют меньших проектных нагрузок, которые позволяют сегментировать вантовый мост с большим пролетом на зоны различных значений β . Такой подход дает возможность определить минимальную проектную нагрузку на каждую зону, что в результате снижает затраты на монтаж кабеля при потере кабелей.

Ключевые слова: мостовые конструкции, прогрессирующее обрушение, вантовые мосты, условия нагрузки, аналитический метод, сценарий обрыва кабеля

Заявление о конфликте интересов. Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

Вклад авторов. Ахмед А.Р. — сбор, анализ, обработка данных. Кайс К.А.А. — концепция и разработка емы исследования, сбор, анализ и обработка данных. Ермошин Н.А. — концепция и научное руководство

Для цитирования: Ahmed A.R., Qais Q.A.A., Yermoshin N.A. Development of analytical method for cable-stayed bridges considering local damages caused by failure of supporting cables // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2024. Т. 20. № 5. С. 418–432. <http://doi.org/10.22363/1815-5235-2024-20-5-418-432>

1. Introduction

Long spans characterize cable-stayed bridges. They are widely used due to their aesthetic typology and economic efficiency. As a result of constant improvements in design and construction technology over the past decades, the number of cable-stayed bridges and the length of their spans have increased rapidly. For example, the Russian Bridge is the longest cable-stayed bridge with a main span of 1.104 meters. At the

Ахмед Рамадан Ахмед, аспирант Высшей школы промышленно-гражданского и дорожного строительства Инженерно-строительного института, Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого, Санкт-Петербург, Россия; ORCID: 0000-0002-9411-656X; e-mail: engahmedramadan103@gmail.com

Кайс Кайс Абдулрахман Али, аспирант кафедры технологий строительства и конструкционных материалов, инженерная академия, Российский университет дружбы народов, Москва, Россия; eLIBRARY SPIN-код: 2820-3305; ORCID: 0009-0003-0245-2086; e-mail: qaiseng@gmail.com

Ермошин Николай Алексеевич, доктор военных наук, профессор Высшей школы промышленно-гражданского и дорожного строительства Инженерно-строительного института, Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого, Санкт-Петербург, Россия; eLIBRARY SPIN-код: 6694-8297, ORCID: 0000-0002-0367-5375; e-mail: ermonata@mail.ru

same time, it should be noted that cable-stayed bridges are not highly resistant to destructive factors. This is because the cable-stayed bridge framework has more load-bearing structural elements. Failure of each of them due to the impact of dangerous natural processes (landslides, flooding, avalanches, seismicity, abrasion, cryogenic processes, etc.), as well as the lack of proper maintenance, can cause failure of the bridge. As a result of extreme external loads, progressive collapse may occur, caused by the loss of operability of one or more load-bearing structural elements. The progressive collapse in this context is described as an initial local failure that propagates from element to element until the entire structure or a disproportionately large part collapses [1]. The issue of progressive failure of cable-supported bridges has been studied in some works recently [2–12], the facts and circumstances leading to structural failure have been examined (see Table 1).

Table 1

A detailed analysis references

Sources	Studied	The results
[2]	Applied three earthquake accelerations to the structure and simulated the failure of two critical cables simultaneously	The study indicates that the conditions experienced during the Tabas and Loma Prieta earthquakes could result in progressive collapse, whereas the structure was able to endure the removal of two cables during the Bam earthquake. To prevent such destruction, six base isolations were incorporated beneath the structure. Analyses demonstrate that this strategy can reduce the axial force amplitude below its ultimate strength, thus preventing progressive collapse
[3]	Studied the modeling and analysis of a typical cable-stayed bridge through two important analytical procedures, i.e., nonlinear static and nonlinear dynamic. Furthermore, the response of the structural model is discussed for multiple types of cable loss cases	The study identifies two distinct progressive collapse patterns for nonlinear static and dynamic procedures, particularly in the context of dynamic analysis incorporating a dynamic unloading function. Findings reveal that the likelihood of failure progression in the cable-stayed model diminishes when the failed cables are situated closer to the pylon
[4]	Describe a methodology for performing probabilistic progressive collapse analyses and calibrating incremental analysis criteria for highway bridges accounting for the uncertainties in the applied loads and the load-carrying capacities of the members as well as the system	In the future, such criteria can be used to propose progressive collapse analysis guidelines for bridges that are compatible with the principles of Load and Resistance Factor Design (LRFD) methods
[5]	Discussed the cause of the failure of the Hongqi Bridge and better understood it based on numerical results	The model was used to simulate the bridge collapse caused by demolition, and the domino-type progressive collapse of the bridge was captured. Possible mitigation methods for such progressive collapses of multi-span bridges were proposed
[6]	Studied the development of a practical method for the optimization of cable distance in cable-supported bridges using the robustness index	The results showed that the optimum cable distance fundamentally depends on the assumed number of failed cables. As the cable distance decreases, the construction cost decreases. This cost reduction continues until the cable distance becomes shorter than 5 or 10 m corresponding to each case
[7]	Proposed an empirical equation that allows for the computation of the dynamic amplification factor (DAF) from the maximum norm stress in the static linear elastic analysis of the damaged model with a member removal	A total of 30 illustrative cases for two typical steel truss bridges are investigated to obtain the data points for the empirical equation. The proposed empirical equation is the enveloped line offset from the best-fit line for the data points in illustrative cases
[8]	The failure due to the loss of a cable	Can be prevented by designing the bridge for the loss of cable loads and presenting the corresponding nonlinear dynamic analyses. This procedure should be complemented by protecting the cables from vehicle collisions and malicious action
[9]	Presented a study of the structural answer of cable-stayed bridges when the sudden loss of one of their stays takes place. The analysis has been accomplished through two different methods: utilizing a dynamic analysis and carrying out a procedure, included in the P.T.I. (2000) and S.E.T.R.A. (2001) recommendations	The different results of bending moments in deck and pylons and tension force in stays obtained by these two methods are compared and analyzed
[10; 11]	Studied the dynamic response of cable-stayed bridges to the sudden loss of a stay. Its objectives are to quantify the relative importance of the accidental ultimate limit state of failure of a stay in the design of the bridge and to determine the safety level provided by the simplified procedure of using static analysis with a D.A.F. of 2.0	A static analysis with a D.A.F. equal to 2.0 can be considered as a safe method for evaluating the stress on the stays not only because of the sign of the error but also because of its small magnitude
[12]	Review the facts and circumstances leading up to the failure so that readers will better appreciate the problems that arose from the complex interactions between design, specifications, construction, and quality control	Good engineering design and execution often goes unnoticed; mistakes can result in dire consequences, and the Hyatt skyway collapse is an excellent example of the consequences of a “simple mistake”

Accordingly, the Post-Tensioning Institute (in united states) PTI (2007) guideline recommends to thoroughly investigate the implications of different cable loss scenarios by equivalent static analyses in conjunction with DAF. The typical DAF value for building and bridge structures adopted by existing standards and guidelines is $DAF = 2.0$, however, for cable-stayed bridges with high degrees of redundancy, applying a constant $DAF = 2.0$ in conjunction with equivalent static analysis has been questioned. The analysis of the sudden loss of cables in cable-stayed and suspension bridges is very important and has caught the attention of researchers in recent years [13]. Research related with the response of long-span cable-supported bridges to cable failure is infrequent, this study as aim to build up an analogue way by which we can have a good perception about the phenomenon behaviour and derive an expression for DAF more precisely

2. Materials and Methods

2.1. Cable Failure in Mathematical Models of Cable-supported Bridges

Figure 1 shows the conceptual model, which consists of a continuous beam suspended from tension elements (cables).

The parallel load system is a conceptual model for cable-supported, long-span bridges. The aim is to investigate the structural durability of long-span cable-supported bridges in a cable loss scenario. The conceptual model consists of a beam suspended from cables (tension elements). Parallel load-bearing systems are structural systems with load-bearing members that are similar in type and function. These systems are characterized by their ability to configure alternative load paths. Cable-supported bridges, including suspension and cable-stayed bridges, are good examples of such a structural system. In suspension and cable-stayed bridges, the hangers and anchor cables are parallel elements that carry loads, respectively [15].

It should be noted that in some cases torsion can be neglected. For example, in single-cable flat systems with box girders or double-cable flat systems with edge girders, the effect of torsion is negligible. In this study, torsion is neglected. It is worth emphasizing that although the main idea comes from a suspension bridge, the simplified model can be used for any parallel load-bearing system, including cable-stayed bridges. It is assumed that all cables have the same axial stiffness, and the stiffness of the girders is the same in all cross sections. The axial stiffness of the cables must be determined considering the entire structural system of a real bridge. The target is to find a general equation for the stress increase ratio of a critical element due to cable failure. Thus, the number of cables may vary. In the first step, it is assumed that only one cable fails, and then an equation is derived for the stress increase ratio of the critical cable. In the second stage, the number of failed cables increases. Finally, an equation is obtained for a system including $2n$ cables in case of failure of m cables. In the simplified model, the distance between two adjacent cables is L , the axial stiffness of the cable is K , and the flexural stiffness of the beam is $K_b = 12EI / L^3$. The failing cable is in the center and the whole system is symmetrical. The load carried by the failing cable is F , and the absorbed load in the critical cable due to cable rupture is F_1 , and the corresponding absorbed loads in other cables on either side of the center are F_2 to F_n

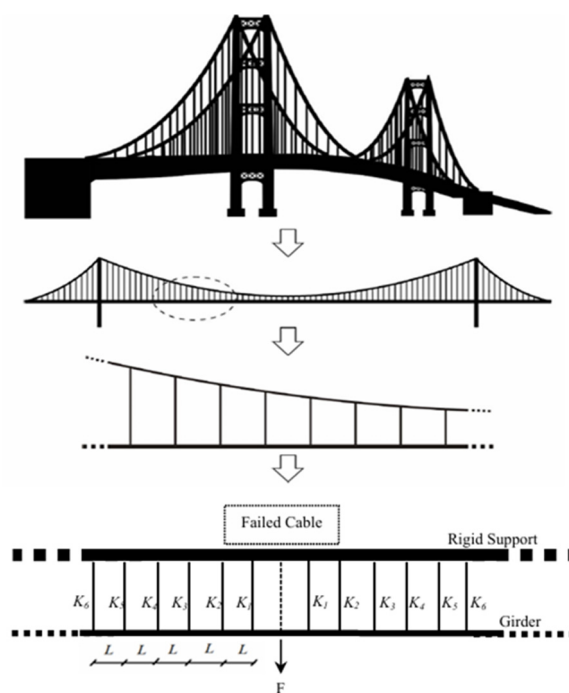


Figure 1. The system of eight cables and its design features
Source: made by M. Haberland et al. [14]

(corresponding to K_2 to K_n). The calculated forces in the cables, and therefore the calculated bending moment in the girder, are the increased force in the cable and the increased bending moment due to cable rupture [16; 17].

2.2. Analytical Approach for Determining Coefficient of Stress Increase in Critical Cable due to Cable Loss

Considering the system's symmetry, Figure 1 shows a straight symmetric system that can be solved using boundary conditions and the overlay principle. To further explain the mathematical method, an eight-cable system will be used as an example. The elastic properties of the beam are explained as follows:

$$M(x) = EI \frac{d^2 v}{dx^2}, \quad (1)$$

where EI is the girder flexural stiffness; $N m^2$, I is the girder moment of inertia, m^4 , v is the vertical displacement, m , and x is the distance of the section from the left end of the beam, m . $M(x)$ is the bending moment depending on x , arising due to damage to the central cable, $N m$, which can be determined as follows:

$$0 \leq x \leq L; \quad M(x) = F_n x; \quad (2)$$

$$L \leq x \leq 2L; \quad M(x) = F_n x + F_{n-1}(x - L); \quad (3)$$

$$2L \leq x \leq 3L; \quad M(x) = F_n x + F_{n-1}(x - L) + F_{n-2}(x - 2L); \quad (4)$$

$$(n-1)L \leq x \leq nL; \quad M(x) = F_n x + F_{n-1}(x - L) + F_{n-2}(x - 2L) + \dots + F_1(x - (n-1)L). \quad (5)$$

The solution to the Eight-Cable Problem:

$$0 \leq x \leq L; \quad M(x) = F_4 x = EI \frac{d^2 v}{dx^2}. \quad (6)$$

Integrating Equation 6:

$$\int M(x) dx = \int F_4 x dx = F_4 \frac{x^2}{2} + C_1 = EI \frac{dv}{dx}. \quad (7)$$

Integrating Equation 7:

$$\iint M(x) dx = \iint F_4 x dx = F_4 \frac{x^3}{6} + C_1 x + C_2 = EI v, \quad (8)$$

where C_1 and C_2 are constants of integration and are determined by the boundary conditions of the system. The boundary conditions are the vertical displacements at the locations of the corresponding cables v_i .

$$\text{Boundary Condition 1: } v_{x=0} = -y_4.$$

$$\text{Boundary Condition 2: } v_{x=0} = -y_3.$$

$$C_1 = \frac{EI y_4 - EI y_3 - \frac{F_4 L^3}{6}}{L}, \quad (9)$$

$$C_2 = -EI y_4. \quad (10)$$

Repeating this method for the other parts leads to a system of linear equations. The solution to the resulting system of linear equations gives the value of the axial force in each cable.

$$\begin{cases} F_1 + F_2 + F_3 + F_4 = \frac{F}{2} \\ 6F_4L^3 + F_3L^3 + 6EIy_4 - 12EIy_3 + 6EIy_2 = 0 \\ 12F_4L^3 + 6F_3L^3 + F_2L^3 + 6EIy_3 - 12EIy_2 + 6EIy_1 = 0 \\ 29F_4L^3 + 20F_3L^3 + 11F_2L^3 + 3F_1L^3 + 6EIy_2 - 6EIy_1 = 0 \end{cases} \quad (11)$$

where F is the external force at the cable fault location and F is the axial force in each cable. Only half of the system is considered since it is symmetrical. The final set of equations for the eight-cable system is then developed.

By defining parameter β as the system stiffness coefficient $\left(\beta = \frac{EI}{kL^3} \right)$ and substituting the corresponding value $y_i = \frac{F_i}{k}$ the above system of equations can be rewritten as follows:

$$\begin{cases} F_1 + F_2 + F_3 + F_4 = \frac{F}{2} \\ F_4(6 + 6\beta) + F_3(1 - 12\beta) + F_2(6\beta) = 0 \\ F_4(12) + F_3(6 + 6\beta) + F_2(1 - 12\beta) + F_1(6\beta) = 0 \\ F_4(29) + F_3(20) + F_2(11 + 6\beta) + F_1(3 - 6\beta) = 0 \end{cases} \quad (12)$$

In order to find a mathematical pattern in the final system of equations, the analytical method was applied to evaluate several tiny systems. If such a mathematical model is found, then the final set of equations for any given large system can be obtained by a simple procedure. In the following analytical example, many systems with different numbers of cables can be used. The goal is to determine the final set of equations for each system.

Eight-cable system:

$$\begin{cases} F_1 + F_2 + F_3 + F_4 + F_5 = \frac{F}{2} \\ F_5(6 + 6\beta) + F_4(1 - 12\beta) + F_3(6\beta) = 0 \\ F_5(12) + F_4(6 + 6\beta) + F_3(1 - 12\beta) + F_2(6\beta) = 0 \\ F_5(18) + F_4(12) + F_3(6 + 6\beta) + F_2(1 - 12\beta) + F_1(6\beta) = 0 \\ F_5(38) + F_4(29) + F_3(20) + F_2(11 + 6\beta) + F_1(3 - 6\beta) = 0 \end{cases} \quad (13)$$

16-cable system:

$$\begin{cases} F_1 + F_2 + F_3 + F_4 + F_5 + F_6 + F_7 + F_8 = \frac{F}{2} \\ F_8(6 + 6\beta) + F_7(1 - 12\beta) + F_6(6\beta) = 0 \\ F_8(12) + F_7(6 + 6\beta) + F_6(1 - 12\beta) + F_5(6\beta) = 0 \\ F_8(18) + F_7(12) + F_6(6 + 6\beta) + F_5(1 - 12\beta) + F_4(6\beta) = 0 \\ F_8(24) + F_7(18) + F_6(12) + F_5(6 + 6\beta) + F_4(1 - 12\beta) + F_3(6\beta) = 0 \\ F_8(30) + F_7(24) + F_6(18) + F_5(12) + F_4(6 + 6\beta) + F_3(1 - 12\beta) + F_2(6\beta) = 0 \\ F_8(36) + F_7(30) + F_6(24) + F_5(18) + F_4(12) + F_3(6 + 6\beta) + F_2(1 - 12\beta) + F_1(6\beta) = 0 \\ F_8(65) + F_7(56) + F_6(47) + F_5(38) + F_4(29) + F_3(20) + F_2(11 + 6\beta) + F_1(3 - 6\beta) = 0 \end{cases} \quad (14)$$

By comparing the systems of equations obtained for different structural systems, the mathematical pattern is demonstrated. The equilibrium equation serves as the basis for the final system of equations, the final equation represents the boundary condition at the location of the cable downtime, and the remaining equations can be easily derived from the boundary conditions of other intact cables. The following system of linear equations is created as a general representation of a structural system with an arbitrary number of cables after the mathematical rule is established in the final system of equations:

$$\begin{cases} F_n + F_{n-1} + F_{n-2} + \dots + F_1 = \frac{F}{2} \\ F_n(6 + 6\beta) + F_{n-1}(1 - 12\beta) + F_{n-2}(6\beta) = 0 \\ F_n(12) + F_{n-1}(6 + 6\beta) + F_{n-2}(1 - 12\beta) + F_{n-3}(6\beta) = 0 \\ F_n(18) + F_{n-1}(12) + F_{n-2}(6 + 6\beta) + F_{n-3}(1 - 12\beta) + F_{n-4}(6\beta) = 0 \\ F_n(24) + F_{n-1}(18) + F_{n-2}(12) + F_{n-3}(6 + 6\beta) + F_{n-4}(1 - 12\beta) + F_{n-5}(6\beta) = 0 \\ F_n(6n - 12) + F_{n-1}(6(n - 1) - 12) + \dots + F_3(6 + 6\beta) + F_2(1 - 12\beta) + F_1(6\beta) = 0 \\ F_n(9n - 7) + F_{n-1}(9(n - 1) - 7) + \dots + F_2(11 + 6\beta) + F_1(3 - 6\beta) = 0 \end{cases} \quad (15)$$

It is worth emphasizing that since the system is symmetrical, all the calculations above only consider half of the system.

Figure 2 shows the critical cable stress magnification factor, also called the relative force magnification, for different systems.

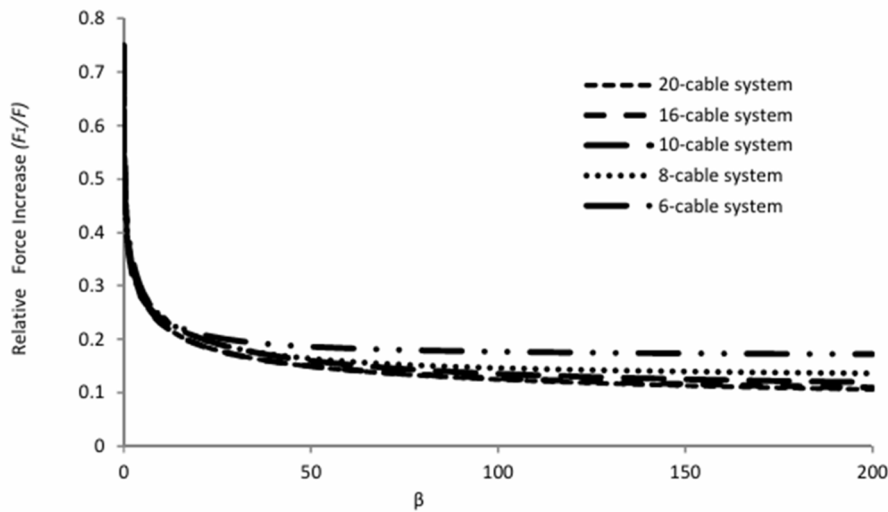


Figure 2. Stress magnification factor in the main cables for different systems

S o u r c e: made by R.A. Ahmed, N.A. Yermoshin

The stress magnification factor in the main cable decreases as β increases, as shown in Figure 2. Next, we take the resulting system of linear equations and determine the general solution. On the main cable FI , the goal is to calculate the stress magnification factor as a function of β .

The system analysis method is used to gradually solve this system of equations. The basic method is the same as in the previous step. The idea is to identify a mathematical pattern by solving a system of linear equations for several small systems. If this pattern is found, it can be applied to any system. The stress magnification factors in the critical cable, which depend on β , were calculated for many systems, and the results are shown below.

Eight-cable system:

$$\frac{F_1}{F} = \frac{173 + 3540\beta + 6264\beta^2 + 216\beta^3}{232 + 5976\beta + 18288\beta^2 + 1728\beta^3}, \quad (16)$$

10-cable system:

$$\frac{F_1}{F} = \frac{323 + 14100\beta + 168021\beta^2 + 649836\beta^3 + 399168\beta^4 + 5832\beta^5}{433 + 21237\beta + 294408\beta^2 + 1407996\beta^3 + 1472256\beta^4 + 58320\beta^5}. \quad (17)$$

It is important to note that the stress magnification factor for any cable can be determined taking into account the methodology used. However, in this case, only the stress magnification factor in the main cable is significant.

The analytical and numerical results for the 10-cable system are compared using the SAP2000 software package, confirming the accuracy of the analytical solution. The differences between the two solutions are minimal due to the geometric simplicity of the model and the use of linear static analysis (Figure 3).

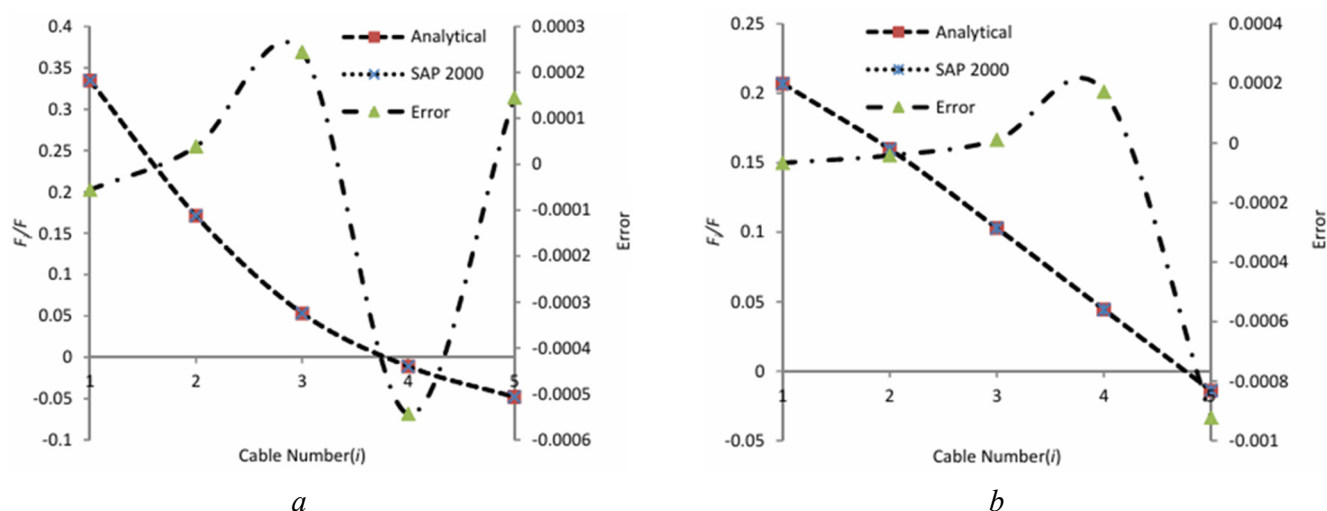


Figure 3. Comparison of analytical and numerical solutions for a 10-cable system:

a — $\beta = 1.83$; b — $\beta = 18.3$

Source: made by R.A. Ahmed, N.A. Yermoshin

The previous equations (16 and 17) show the general form:

$$\frac{F_1}{F} = \frac{a' + b'\beta + c'\beta^2 + d'\beta^3 + \dots}{a'' + b''\beta + c''\beta^2 + d''\beta^3 + \dots}. \quad (18)$$

The objective is to find a mathematical method to determine the critical coefficient of increase in cable stress for each specific system.

The relevant parameters (a , b , c , and d) are known. It was possible to reduce the total number of unknown coefficients to four using this method. The value a indicates the coefficient for the minimum stress increase in a system with $2n$ cables, which occurs at $\beta = \infty$ and is equal to $1/2n$, while the coefficient for the maximum stress increase is indicated by the parameter b , which occurs at $\beta = 0$. From equations 16 and 17, it can be concluded that for any system with $2n \geq 6$, the maximum stress increase is determined at a ratio $\frac{F_1}{F}$ close to 0.75.

Therefore, the general form of the approximation function will be:

$$\frac{F_1}{F} = \frac{1}{2n} + \frac{\frac{3}{4} - \frac{1}{2n}}{1 + \left(\frac{\beta}{c}\right)^d}. \quad (19)$$

The line that best fits the collected data is determined using linear regression. LSM, or the least squares method, was used in the study. A value is considered an estimate of the unknown parameters (parameters c and d) if it minimizes the sum of squares between the exact and approximate values, in this case, function T , according to the LSM technique. Equations 26 and 27, which derive T equal to zero in terms of parameters c and d , achieve this. The following equations show the calculation process applied to a data set with x -match points (y_i и f_i):

$$f_i = a + \frac{b-a}{1 + \left(\frac{\beta}{c}\right)^d}; \quad (20)$$

$$\Delta_i = y_i - f_i = y_i - \left(a + \frac{b-a}{1 + \left(\frac{\beta}{c}\right)^d} \right); \quad (21)$$

$$\Delta_i^2 = (y_i - a)^2 + \frac{(b-a)^2}{1 + \left(\frac{\beta}{c}\right)^{2d} + 2\left(\frac{\beta}{c}\right)^d} - \frac{2(b-a)(y_i - a)}{1 + \left(\frac{\beta}{c}\right)^d}; \quad (22)$$

$$\frac{\partial(\Delta_i^2)}{\partial d} = \frac{-(b-a)^2 \left(2\left(\frac{\beta}{c}\right)^{2d} \ln\left(\frac{\beta}{c}\right) + 2\left(\frac{\beta}{c}\right)^d \ln\left(\frac{\beta}{c}\right) \right)}{\left(1 + \left(\frac{\beta}{c}\right)^{2d} + 2\left(\frac{\beta}{c}\right)^d \right)^2} - \frac{-2(b-a)(y_i - a)\left(\frac{\beta}{c}\right)^d \ln\left(\frac{\beta}{c}\right)}{\left(1 + \left(\frac{\beta}{c}\right)^d \right)^2}, \quad (23)$$

$$\frac{\partial(\Delta_i^2)}{\partial c} = \frac{(b-a)^2 (2d\beta^{2d}c^{-2d-1} + 2d\beta^d c^{-d-1})}{\left(1 + \left(\frac{\beta}{c}\right)^{2d} + 2\left(\frac{\beta}{c}\right)^d \right)^2} - \frac{2(b-a)(y_i - a)d\beta^d c^{-d-1}}{\left(1 + \left(\frac{\beta}{c}\right)^d \right)^2}; \quad (24)$$

$$T = \sum_{i=1}^x \Delta_i^2, \quad (25)$$

$$\frac{\partial T}{\partial d} = 0; \quad (26)$$

$$\frac{\partial T}{\partial c} = 0, \quad (27)$$

where y_i and f_i are the actual and calculated values of stress magnification factor F_1 for different values of β .

The previous equations were solved iteratively. For equation 26, multiple values of the parameter c and their associated parameter values are determined.

The values of parameter c are determined by equation 27 using the values of parameter d . A single set of parameters c and d can only fit both equations according to the systems under consideration. The calculations of parameters c and d for 10- and 20-cable systems are shown in Figure 4. The function approximation parameters for the different systems are shown in Table 2 after splitting into a single table. c and d for several systems are shown in Figure 5. When c is one, it means that c is somewhat elevated. This will be verified in the next section.

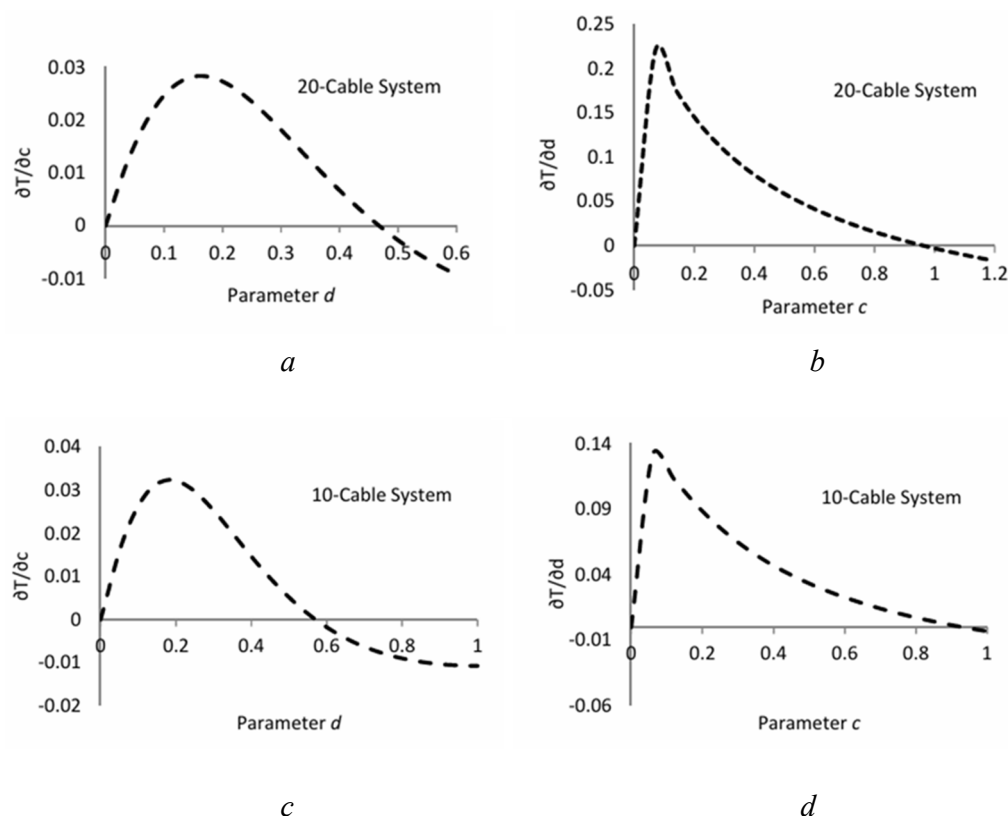


Figure 4. Values of c and d for systems with 10 and 20 cables calculated:

a — the calculation of coefficient d for Cable 20; b — the calculation of coefficient c for Cable 20; c — the calculation of coefficient d for Cable 10; d — the calculation of coefficient c for Cable 10

S o u r c e: made by R.A. Ahmed, N.A. Yermoshin

Table 2

Calculated parameters of the approximation function — one failed cable

Cable number	a	b	c	d
4-cable system	0.250	0.69	0.666	1.000
6-cable system	0.167	0.75	0.700	0.710
8-cable system	0.125	0.75	0.840	0.620
10-cable system	0.100	0.75	0.920	0.580
12-cable system	0.083	0.75	0.948	0.540
14-cable system	0.071	0.75	0.962	0.510
16-cable system	0.063	0.75	0.972	0.490
18-cable system	0.056	0.75	0.980	0.475
20-cable system	0.050	0.75	0.985	0.460

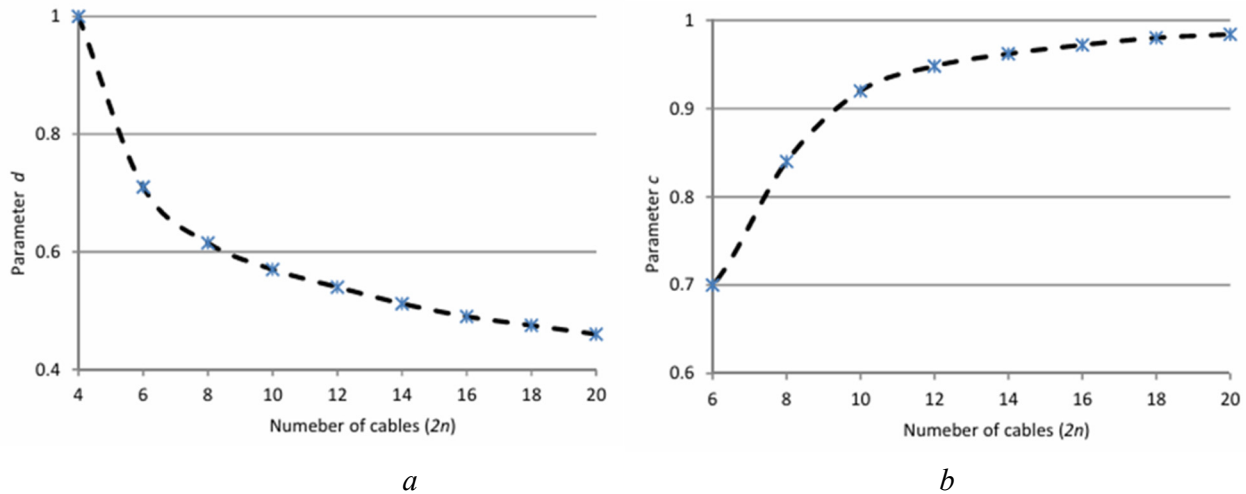


Figure 5. Parameters c and d for several systems are shown:
 a — the coefficient d for a number of cables $2n$; b — the coefficient c for a number of cables $2n$
 Source: made by R.A. Ahmed, N.A. Yermoshin

The LSM method is used to obtain the equation for parameter d . For large systems, we only consider systems with more than 12 cables to simplify the equation and improve its accuracy. The following equation can be used to represent parameter d .

$$d = 0.35 + \frac{0.65}{1 + \left(\frac{2n}{5}\right)^{1.1}} \quad 2n \geq 12. \quad (28)$$

For large values of n , parameter d is 0.35 according to the above equation. There is no need to repeat the mathematical calculations used in equations (20)–(27). Figure 6 shows how the values obtained by the LSM method confirm the correctness of equation 28. It is obvious that the proposed equation has a maximum error of less than 1% and can accurately describe the value of parameter d .

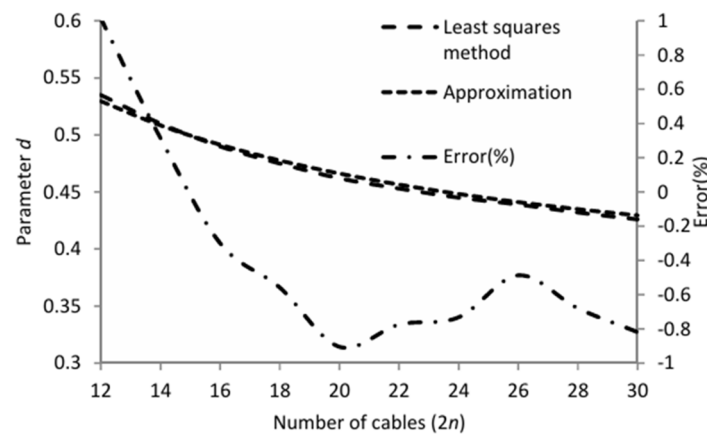


Figure 6. Comparison of the calculation of parameter d by two methods
 Source: made by R.A. Ahmed, N.A. Yermoshin

Given the results mentioned earlier, the approximation function could be rewritten for the general system as follows:

$$\frac{F_1}{F} = \frac{1}{2n} + \frac{\frac{3}{4} - \frac{1}{2n}}{1 + \left(\frac{\beta}{c}\right)^d} \delta_i = 1 (i=1 \text{ to } n). \quad (29)$$

And for larger values of n :

$$\frac{F_1}{F} \cong \frac{\frac{3}{4}}{1 + \beta^d}, \quad (30)$$

where parameter d is to be calculated using equation 28.

Figure 7 shows the exact stress increase factor curves for each system, as well as the curves obtained from the approximation function. It is evident that the curves of the approximation function accurately describe the exact values of the stress increase factor. The approximation error is less than 5% even for small values of β .

It is important to note that the maximum stress increase factor is greater than 0.50 with a value of 0.75. The ratio of the variance in the model that is explained by the approximation function to the total variance is called the R -squared parameter (R^2), which is sometimes called the coefficient of determination (Figure 7).

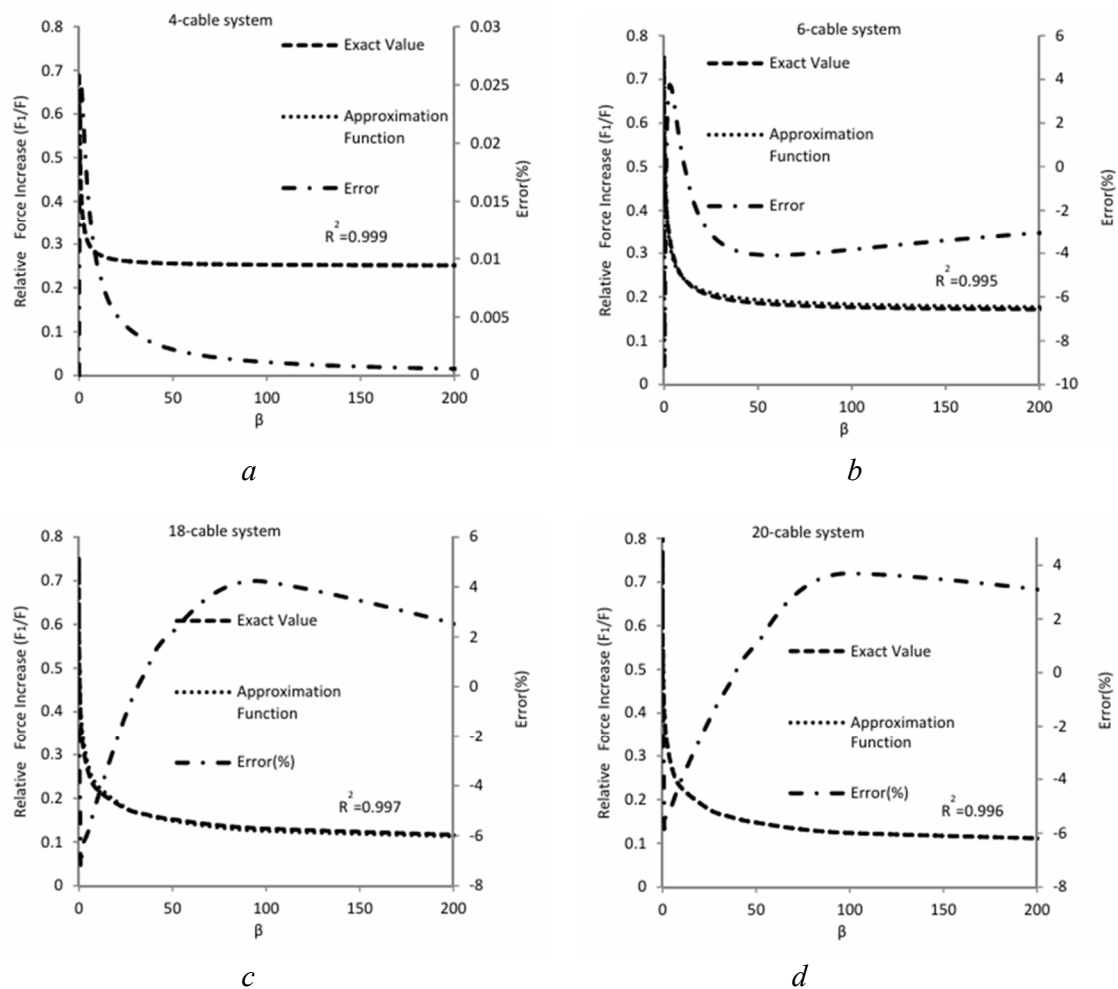


Figure 7. Exact and approximate stress increase factors in various systems — single failed cable:

a — the stress increase ratios for cable 4; *b* — the stress increase ratios for cable 6;
c — the stress increase ratios for cable 18; *d* — the stress increase ratios for cable 20

Source: made by R.A. Ahmed, N.A. Yermoshin

The accuracy of the fitting function is assessed using the R -squared, a measure of statistical significance. It indicates how well the regression method will fit the actual data points. For a perfect fit, the R -squared is equal to one, while for a poor fit, it approaches zero. The R -squared for a data set with a matched point x (y_i and f_i) is calculated as follows:

$$\bar{y} = \frac{1}{x} \sum_{i=1}^x y_i, \quad (31)$$

$$SS_{\text{tot}} = \sum_{i=1}^x (y_i - \bar{y})^2, \quad (32)$$

$$SS_{\text{res}} = \sum_{i=1}^x (y_i - f_i)^2, \quad (33)$$

$$R^2 = 1 - \frac{SS_{\text{res}}}{SS_{\text{tot}}}, \quad (34)$$

where y_i and f_i are exact and approximate values, respectively. Table 3 provides a summary of R -squared calculations for various systems.

Equation (34) is an approximation function for the critical cable stress increase factor after a single cable failure.

Table 3

 R -squared calculations for various systems

Cable number	R -squared (R^2)	$\sum_{i=1}^x y_i$	$\bar{y}$	SS_{tot}	SS_{res}
4-cable system	0.999	7.96	0.419	0.546	3.47E-07
6-cable system	0.994	7.30	0.386	0.76	0.0059
8-cable system	0.989	6.95	0.39	0.817	0.015
10-cable system	0.990	6.83	0.361	0.861	0.013
12-cable system	0.995	6.30	0.35	0.799	0.009
14-cable system	0.996	6.72	0.355	0.908	0.0051
16-cable system	0.998	6.69	0.38	0.921	0.0049
18-cable system	0.998	6.65	0.352	0.929	0.0048
20-cable system	0.998	6.64	0.351	0.936	0.007

3. Results

In cable-stayed bridges, the likelihood of occurrence of progressive collapse triggered by cable loss scenarios must be thoroughly investigated. The Post-Tensioning Institute (in united states) PTI (2007) recommends considering the probable cable loss scenarios during the design phase. Static analysis and application of a DAF of 2 is recommended to determine the effect of loss of cable.

There are two main approaches to preventing progressive collapse. First, ensure a high level of safety against local failure by using structural or non-structural strategies. Second, prevent failure from spreading by designing a robust structure that allows local failure. In the case of the failure of one of the parallel load-bearing elements (cables), the load carried by the failed member must be redistributed to the remaining structure. In this situation, the member adjacent to the failed member receives most of the redistributed load and becomes the critical member. If this member cannot tolerate the redistributed load, the collapse will progress to the subsequent members and, possibly, the entire structure.

When constructing bridges, the possibility of failure of all cables within a $10m$ radius should be taken into account. For example, if the distance between two adjacent cables is $5 < L \leq 10 m$, the failure of both lines should be taken into account. Therefore, the minimum design load of a cable includes its original load plus the load redistributed from adjacent failed cables in a cable loss scenario and can be calculated as follows:

$$\text{Cable Design Load} = F + 2F \left(\frac{0.105m^2 + 0.645m}{1 + \beta^{0.35}} \right). \quad (35)$$

It can be seen that the design load of the cable depends on β . This means that for systems with larger β values, smaller design loads are required. Equation 35 shows that the design loads for two systems with β values of 50 and 500, assuming two cables fail are $1.69F$ and $1.35F$, respectively. This shows a difference of 25%. Long-span cable-stayed bridges can be divided into zones based on β values (small, medium, and large) for calculating the design loads. Thus, using the proposed method reduces the cable design costs in the event of cable loss.

4. Conclusion

In modern bridges, the distance between two adjacent cables is much shorter than in old bridges. Therefore, in the event of car accidents or explosions on new bridges, more than one cable is likely to rupture. Accordingly, it was proposed to consider the rupture of all cables within 10 meters when designing bridges.

1. Several studies have been conducted to identify DAF in bridges. These studies show that a DAF equal to two is not safe in all cases. While recent research proves that the proposed DAF is safe for cable design, it is not safe for the design of pylons, as well as girders with negative moments.

2. A parallel load-bearing system, which is a long-span cable-stayed bridge, is considered and the “stress magnification factor” of the critical cable in a cable loss scenario is investigated. The design parameters of the system, such as the beam bending stiffness and the unique axial stiffness of each cable, are taken into account.

3. Failure of multiple cables is also considered. An analytical approach based on the differential equations of the system is applied and an approximation function is developed to calculate the stress magnification factor of the main cable in the event of a cable break. The least squares method is used to minimize the error of the approximation function.

The proposed approximation function is found to be accurate when compared with accurate values of the stress magnification factor. The proposed approximation function has an error of less than 5% in all the systems tested, except for minor values of β (system stiffness factor). Increasing the value of β reduces the stress magnification factor in the main cable. The parameter β influences the calculation of the cable load.

This means that for systems with large β values, smaller design loads are required. Therefore, in the case of long-span cable-stayed bridges, the bridge can be divided into different zones corresponding to different β values. The minimum design load for each zone can then be determined.

As a result, the use of the proposed method can reduce the cable design costs in the event of cable loss.

References

1. Ahmed A.R., Ermoshin N. Assessment of the Cable-Stayed and Cable Damping System Used in the Russky Bridge and Determination of the Force Acting on the Bridge's Cables. *International Scientific Conference on Agricultural Machinery Industry "Interagromash"*. Cham, Springer Publ.; 2022;575:2719–2730. https://doi.org/10.1007/978-3-031-21219-2_304
2. Fatollahzadeh A., Naghipour M., Abdollahzadeh G. Analysis of progressive collapse in cable-stayed bridges due to cable failure during earthquake. *International Journal of Bridge Engineering*. 2016;4(2):63–72.
3. Das R., Pandey Soumya A.D., Mahesh M.J., Saini P., Anvesh S. Effect of dynamic unloading of cables in collapse progression through a cable stayed bridge. *Asian journal of civil engineering*. 2016;17(4):397–416. Available from: <https://www.magiran.com/p1459145> (accessed: 17.03.2024).

4. Feng M., Ghosn M. Reliability-based progressive collapse analysis of highway bridges. *Structural safety*. 2016;63: 33–46. <https://doi.org/10.1016/j.strusafe.2016.05.004>
5. Kaiming B., Ren W.-X., Cheng P.-F., Hao H. Domino-type progressive collapse analysis of a multi-span simply-supported bridge: A case study. *Engineering Structures*. 2015;90:172–182. <https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2015.02.023>
6. Ahmed R.A., Yermoshin N.A. Optimum design of cable-stayed bridges considering cable loss scenarios. *Asian Journal of Civil Engineering*. 2024;25(3):2801–2809. <https://doi.org/10.1007/s42107-023-00946-1>
7. Trong K., Iwasaki E. An approximate method of dynamic amplification factor for alternate load path in redundancy and progressive collapse linear static analysis for steel truss bridges. *Case Studies in Structural Engineering*. 2016;6:53–62. <https://doi.org/10.1016/j.csse.2016.06.001>
8. Uwe S. Avoiding disproportionate collapse of major bridges. *Structural engineering international*. 2009;19(3): 289–297. <https://doi.org/10.2749/101686609788957838>
9. Del Olmo C.M.M., Bengoechea A.C.A. Cable stayed bridges. Failure of a stay: Dynamic and pseudo-dynamic analysis of structural behaviour. *Advances in Bridge Maintenance, Safety Management, and Life-Cycle Performance, Set of Book & CD-ROM*. CRC Press, 2015; p. 943–944.
10. Mozos C.M., Aparicio A.C. Parametric study on the dynamic response of cable stayed bridges to the sudden failure of a stay, Part I: Bending moment acting on the deck. *Engineering Structures*. 2010;32(10):3288–3300. <https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2010.07.003>
11. Mozos C.M., Aparicio A.C. Parametric study on the dynamic response of cable stayed bridges to the sudden failure of a stay. Part II: Bending moment acting on the pylons and stress on the stays. *Engineering Structures*. 2010;32(10):3301–3312. <https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2010.07.002>
12. Morin C.R., Fischer C.R. Kansas City Hyatt Hotel skyway collapse. *Journal of Failure Analysis and Prevention*. 2006;6:5–11. <https://doi.org/10.1361/154770206X99271>
13. Ahmed A.R., Yermoshin N.A. “Method for investigating the reliability of structural elements of cable-stayed supports’ anchorage: a case study of the Russky Bridge. *Transportation Research Procedia*. 2022;63:2887–2897. <https://doi.org/10.1016/j.trpro.2022.06.336>
14. Haberland M., Hass S., Starossek U. Robustness assessment of suspension bridges. *Proceedings, 6th International Conference on Bridge Maintenance, Safety and Management (IABMAS 2012), Stresa, Lake Maggiore, Italy, July 8–12, 2012*. p. 1617–1624.
15. Starossek U. *Progressive collapse of structures*. London: Thomas Telford; 2009.
16. Shoghijavan, Mohammad. *Progressive collapse in long-span cable-supported bridges*. Diss. epubli, 2020. <https://doi.org/10.15480/882.3016>
17. Ahmed R.A., Yermoshin N.A. Behavior and performance of cable bridges during sudden cable breakage. *Society*. 2023;4–2(31):20–26. (In Russ.) EDN: AYZJUN
- Ахмед Р.А., Ермошин Н.А. Поведение и работоспособность вантовых мостов при внезапном обрыве кабеля. 2023. № 4–2 (31). С. 20–26. EDN: AYZJUN

РАСЧЕТ ТОНКИХ УПРУГИХ ОБОЛОЧЕК ANALYSIS OF THIN ELASTIC SHELLS

DOI: 10.22363/1815-5235-2024-20-5-433-440

УДК 624.074.43+539.3

EDN: CQAEAZ

Научная статья / Research article

Динамический отклик пологих оболочек двоякой кривизны на периодическое внешнее воздействие

А.А. Семенов 

Санкт-Петербургский государственный архитектурно-строительный университет, *Санкт-Петербург, Россия*

✉ sw.semenov@gmail.com

Поступила в редакцию: 11 июля 2024 г.

Принята к публикации: 18 октября 2024 г.

Аннотация. Пологие оболочки двоякой кривизны часто используются как элементы строительных конструкций и подвергаются различным внешним воздействиям, в том числе динамическим периодическим нагрузкам. В работе предлагается расширение предложенного автором ранее подхода к моделированию процесса деформирования тонких оболочек на класс задач с периодическими воздействиями. Используется математическая модель на основе гипотез Тимошенко — Рейсснера, учитывающая поперечные сдвиги, геометрическую нелинейность и инерцию вращения. В расчетном алгоритме применяется в своей основе метод Л.В. Канторовича и метод Розенброка для решения жестких систем ОДУ. Расчеты выполнены в Maple. Получены динамические отклики для изотропной полой оболочки двоякой кривизны при разных значениях частоты, показаны поля вертикальных перемещений при пиковых значениях амплитуды колебаний.

Ключевые слова: оболочки, динамическая нагрузка, метод Канторовича, колебания, функционал

Заявление о конфликте интересов. Автор заявляет об отсутствии конфликта интересов.

Финансирование. Статья публикуется по результатам исполнения гранта СПбГАСУ 2024 года.

Для цитирования: Семенов А.А. Динамический отклик пологих оболочек двоякой кривизны на периодическое внешнее воздействие // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2024. Т. 20. № 5. С. 433–440. <http://doi.org/10.22363/1815-5235-2024-20-5-433-440>

Семенов Алексей Александрович, доктор технических наук, профессор, кафедра информационных систем и технологий, Санкт-Петербургский государственный архитектурно-строительный университет, Санкт-Петербург, Россия; eLIBRARY SPIN-код: 9057-9882, ORCID: 0000-0001-9490-7364; e-mail: sw.semenov@gmail.com

© Семенов А.А., 2024



This work is licensed under a Creative Commons Attribution 4.0 International License
<https://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/legalcode>

Dynamic Response of Doubly-Curved Shallow Shells to Periodic External Action

Alexey A. Semenov 

Saint Petersburg State University of Architecture and Civil Engineering, Saint Petersburg, Russia

✉ sw.semenov@gmail.com

Received: July 11, 2024

Accepted: October 18, 2024

Abstract. Shallow shells of double curvature are often used as elements of building structures and are subjected to various external effects, including dynamic periodic loads. The paper proposes to extend the previously proposed approach to modeling the process of deformation of thin shells to a class of problems with periodic effects. A mathematical model is used based on the Timoshenko — Reissner hypotheses, taking into account transverse shears, geometric nonlinearity and rotational inertia. The calculation algorithm is based on the method of L.V. Kantorovich and the Rosenbrock method for solving rigid ODE systems. The calculations are performed in Maple. Dynamic responses are obtained for an isotropic shallow shell of double curvature at different frequency values, and vertical displacement fields are shown at peak values of the oscillation amplitude.

Keywords: shells, dynamic load, Kantorovich method, vibrations, functional

Conflicts of interest. The author declares that there is no conflict of interest.

Funding. The article is published based on the results of the implementation of the 2024 SPbGASU grant.

For citation: Semenov A.A. Dynamic response of doubly-curved shallow shells to periodic external action. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*. 2024;20(5):433–440. (In Russ.) <http://doi.org/10.22363/1815-5235-2024-20-5-433-440>

1. Введение

Тонкостенные оболочки, являясь элементами различных конструкций, могут быть подвержены воздействию нагрузок, зависящих от времени, что приводит к необходимости исследования их устойчивости в задаче динамики [1–7] и колебаний [1; 6; 8–15].

Функционал полной энергии деформации оболочки при динамическом нагружении включает в себя кинетическую и потенциальную энергии оболочки, а также работу внешних сил. Математические модели деформирования конструкций на основе функционала энергии деформации использовались в работах [6; 11; 14–19]. Нахождением первой вариации этого функционала и приравнованием ее к нулю выводятся уравнения движения оболочки (система дифференциальных уравнений в частных производных при заданных краевых и начальных условиях). Эти уравнения представляют собой уравнения равновесия оболочки (задача статики), дополненные инерционными членами [20]. Таким образом, точность математической модели деформирования оболочки при динамическом нагружении зависит от точности тех же соотношений, которые используются в задачах статики. Основу этих соотношений составляют применяемые гипотезы теории оболочек.

Если учитываются поперечные сдвиги, то тогда в выражении кинетической энергии деформации оболочки будет учитываться инерция вращения. Влияние учета поперечных сдвигов на процесс деформирования пластин и оболочек рассматривалось в работах [21; 22] и др.

Среди работ, в которых исследуются пологие оболочки двойной кривизны, следует отметить [6; 11; 15; 23–27].

Динамическое нагружение может быть разных видов, например, ударная нагрузка [5; 28–30], линейно возрастающая [31; 32] или периодическое воздействие [7; 19; 32; 33]. Процессы, возникающие в ортотропной оболочечной конструкции при таких нагрузках, изучены пока еще недостаточно.

Alexey A. Semenov, Doctor of Technical Sciences, Professor of the Department of Information Systems and Technologies, Saint Petersburg State University of Architecture and Civil Engineering, Saint Petersburg, Russia; eLIBRARY SPIN-code: 9057-9882, ORCID: 0000-0001-9490-7364; e-mail: sw.semenov@gmail.com

Современное состояние вопросов динамики тонкостенных оболочек можно найти в обширных обзорных статьях [8; 13; 17; 18; 34–38].

Моделирование процесса потери устойчивости при действии динамической нагрузки является сложной задачей, поскольку в таком случае система обыкновенных дифференциальных уравнений становится жесткой и ее решение требует применения специальных численных методов и существенно больших вычислительных мощностей.

Azarboni, Ansari и Nazarinezhad [26] численно исследуют нелинейное деформирование пологих оболочек двойкой кривизны при динамическом нагружении. Для решения уравнений движения применяется метод Галеркина, используется тригонометрическая аппроксимация. Найдены значения критических нагрузок, фазовый портрет и другие характеристики системы.

Lavrenčić и Brank [3] изучают процесс потери устойчивости оболочки с помощью неявных численных схем. Расчетные примеры включают в себя в том числе классические задачи: например, потеря устойчивости цилиндрической оболочки под действием осевой нагрузки. Результаты, полученные для задачи динамики, сравниваются с результатами для задачи статики (используется метод продолжения решения).

Чаще всего для решения таких систем применяется метод Рунге — Кутта [2; 10; 12; 26; 32; 39] 4 порядка точности, однако при использовании явной схемы метода Рунге — Кутта приходится брать очень мелкий шаг по временной координате. Это вызвано тем, что уравнения движения для оболочечных конструкций относятся к так называемым жестким системам уравнений. Для решения жестких систем уравнений существуют специальные методы, например, методы Гира, Розенброка, BDF.

Цель данного исследования — развитие методов и моделей расчета тонкостенных ортотропных оболочек на новые виды динамических воздействий, важные для обеспечения безопасной работы конструкций, в частности периодического воздействия.

2. Методы

Будем рассматривать тонкостенные оболочечные конструкции произвольного вида толщиной h , находящиеся под действием внешней механической нагрузки, которая будет зависеть от времени, то есть $P_x = P_x(x, y, t)$, $P_y = P_y(x, y, t)$, $q = q(x, y, t)$.

Срединную поверхность оболочки примем за координатную поверхность. Оси x, y направим по линиям главных кривизн, ось z — по нормали к срединной поверхности в сторону вогнутости.

Функционал полной энергии деформации тонкостенной оболочки при динамическом нагружении имеет следующий вид:

$$I = \int_{t_0}^{t_1} (E_k - E_s) dt, \quad (1)$$

где E_k — кинетическая энергия деформации системы; $E_s = E_p - A$ — разность потенциальной энергии деформации системы и работы внешних сил, соответствующая функционалу; t — время.

Для математической модели деформирования оболочек Тимошенко — Рейсснера учитывается наличие поперечных сдвигов, что позволяет также учесть инерцию вращения [40]. В таком случае для оболочки постоянной толщины кинетическая энергия будет записана в виде [40; 41]

$$E_k = \frac{\rho}{2} \int_0^a \int_0^b h \left\{ \left(\frac{\partial U}{\partial t} \right)^2 + \left(\frac{\partial V}{\partial t} \right)^2 + \left(\frac{\partial W}{\partial t} \right)^2 + \frac{h^3}{12} \left[\left(\frac{\partial \Psi_x}{\partial t} \right)^2 + \left(\frac{\partial \Psi_y}{\partial t} \right)^2 \right] \right\} AB dx dy. \quad (2)$$

Функционал статической задачи $E_s = E_p - A$ равен разности потенциальной энергии деформации системы и работы внешних сил, для оболочки постоянной толщины равен

$$E_s = \frac{1}{2} \int_0^a \int_0^b \left(N_x \epsilon_x + N_y \epsilon_y + \frac{1}{2} (N_{xy} + N_{yx}) \gamma_{xy} + M_x \chi_1 + M_y \chi_2 + (M_{xy} + M_{yx}) \chi_{12} + \right. \\ \left. + Q_x (\Psi_x - \theta_1) + Q_y (\Psi_y - \theta_2) - 2(P_x U + P_y V + qW) \right) AB dx dy. \quad (3)$$

В соответствии с методом Л.В. Канторовича в (1) подставляются разложения в ряды для неизвестных функций перемещений. После этого становится возможным вычисление интегралов по переменным x и y и задача сводится к одномерному функционалу относительно функций $U_{ij}(t) - \Psi_{yij}(t)$. Далее для построения системы уравнений используется известное уравнение Эйлера — Лагранжа [42]:

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial E_k}{\partial \dot{X}_j(t)} + \frac{\partial E_s}{\partial X_j(t)} = 0, \quad j = 1, 2, \dots, 5N, \quad (4)$$

где $X(t) = (U_{ij}(t), V_{ij}(t), W_{ij}(t), \Psi_{xij}(t), \Psi_{yij}(t))^T$, $i, j = 1, \dots, \sqrt{N}$, а точкой обозначена производная по времени. В начальный момент времени все компоненты вектора X и их первые производные по времени принимаются равными нулю (начальные условия).

Далее решение рассматриваемой задачи сводится к решению начальной задачи для системы ОДУ. Следует отметить, что в полученной таким образом модели производные по временной координате от искомых функций имеют второй порядок. Путем замены переменных такая система сводится к нормальному виду.

Полученная таким образом система ОДУ может быть решена специальными средствами, предназначенными для жестких систем уравнений, встроенными в программные комплексы, например, в Maple, MatLab и др.

В данной работе процесс формирования системы ОДУ был запрограммирован автором в среде аналитических вычислений Maple. Полученная система ОДУ решалась численно методом Розенброка [43; 44], который эффективен при решении жестких систем.

3. Результаты и обсуждение

Для демонстрации применимости предложенной математической модели и алгоритма проведем расчеты устойчивости оболочечных конструкций из изотропного материала (стали С345 ($E = 2,1 \cdot 10^5$ МПа, $\mu = 0,3$, $\rho = 7800$ кг/м³)).

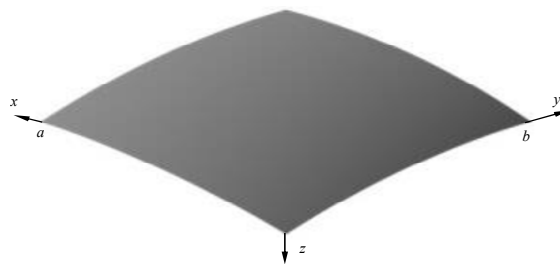


Рис. 1. Пологая оболочка двоякой кривизны
И с т о ч н и к : выполнено А.А. Семеновым
Figure 1. Doubly-curved shallow shell
S o u r c e : made by A.A. Semenov

Для исследования процесса деформирования рассмотрим следующий вариант оболочечной конструкции: полая оболочка двоякой кривизны (рис. 1), толщина $h = 0,09$ м, протяженность вдоль криволинейных осей координат $a = b = 18$ м, радиусы главных кривизн $R_1 = R_2 = 45,27$ м, закрепле-

ние контура шарнирно-неподвижное. Для дальнейших вычислений в методе Л.В. Канторовича прием $N = 9$.

Исследовать будем реакцию конструкции на периодическое вынужденное воздействие $q = q_0 \sin \omega_0 t + q_{sv}$, $q_0 = 10$ МПа, изменяя при этом параметр частоты ω_0 от 32,5 до 260 рад/с с шагом 32,5 рад/с (q_{sv} — составляющая нагрузки от собственного веса). Количество точек решения (значений времени, при которых получены расчетные данные) для каждого варианта задачи составляет 2000. Шаг по времени 0,0002 с.

На рис. 2 показаны динамические отклики системы, полученные при указанных параметрах. Красными кривыми показаны перемещения в центральной точке (то есть при $x = a/2$, $y = b/2$), синими кривыми — в точке четверти ($x = a/4$, $y = b/4$).

Анализируя полученные данные, можно заметить, что с увеличением значения частоты колебательный процесс на рассматриваемом участке становится с меньшей амплитудой, при этом видно, что она начинает нарастать.

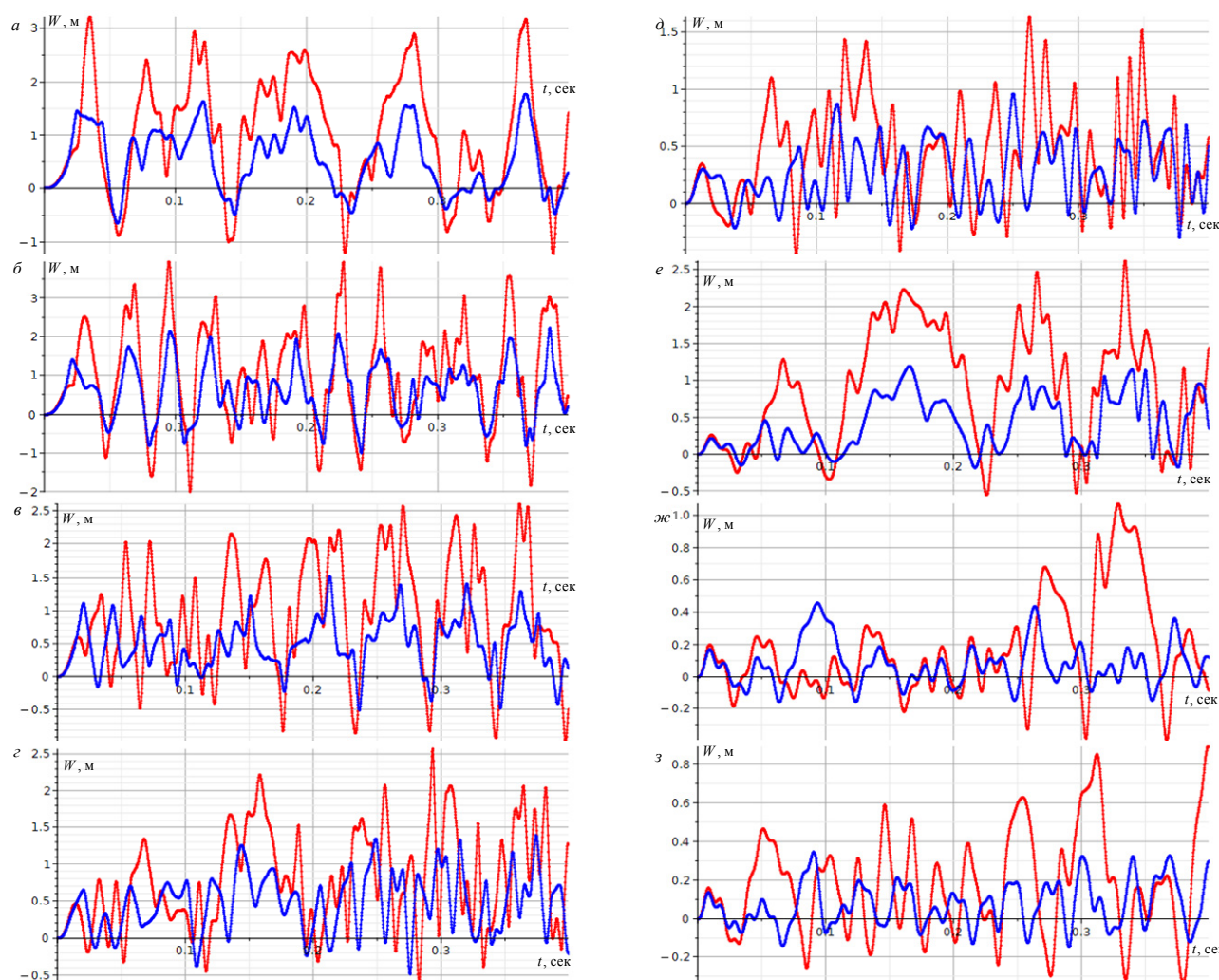


Рис. 2. Динамический отклик конструкции при:

a — $\omega_0 = 32,5$ рад/с; b — $\omega_0 = 65$ рад/с; $в$ — $\omega_0 = 97,5$ рад/с; $г$ — $\omega_0 = 130$ рад/с;
 $д$ — $\omega_0 = 162,5$ рад/с; $е$ — $\omega_0 = 195$ рад/с; $жс$ — $\omega_0 = 227,5$ рад/с; $з$ — $\omega_0 = 260$ рад/с

И с т о ч н и к : выполнено А.А. Семеновым

Figure 2. Dynamic response of the shell at:

a — $\omega_0 = 32.5$ rad/s; b — $\omega_0 = 65$ rad/s; $в$ — $\omega_0 = 97.5$ rad/s; $г$ — $\omega_0 = 130$ rad/s;
 $д$ — $\omega_0 = 162.5$ rad/s; $е$ — $\omega_0 = 195$ rad/s; $жс$ — $\omega_0 = 227.5$ rad/s; $з$ — $\omega_0 = 260$ rad/s

S o u r c e : made by A.A. Semenov

Далее рассмотрим подробнее вариант задачи при значении частоты 65 рад/с. Выявим на графике (рис. 3, а) пиковые значения амплитуды, соответствующие максимумам в центральной точке: 1) $t = 0,095$ с, $W_c = 3,945$ м; 2) $t = 0,111$ с, $W_c = -2,014$ м, и построим соответствующие им поля прогибов (рис. 3, б, в).

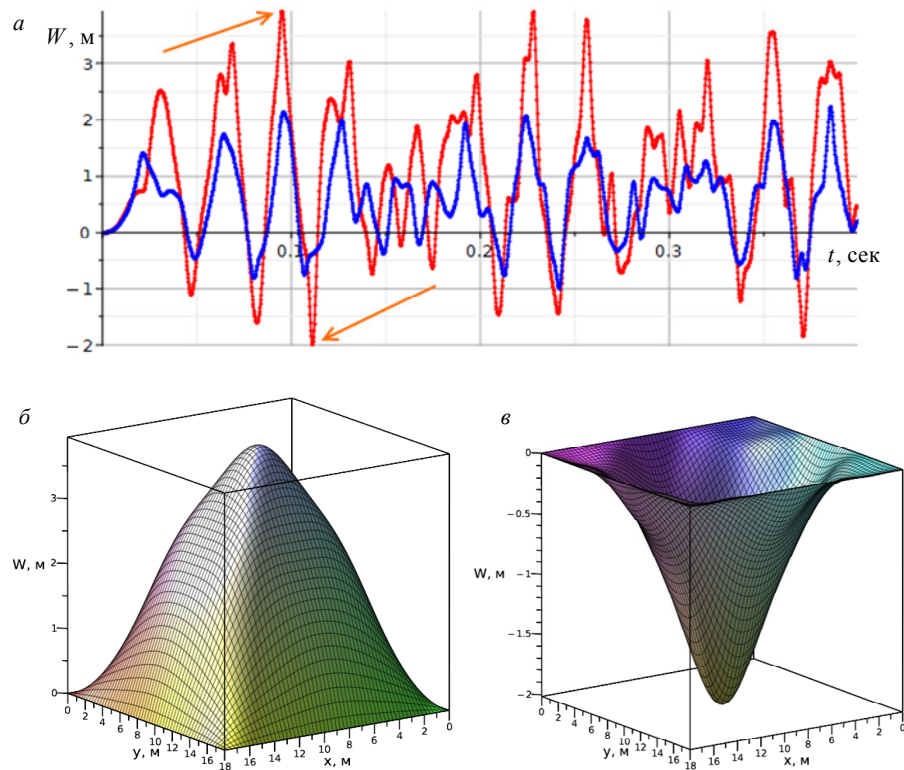


Рис. 3. Результаты для конструкции при $\omega_0 = 65$ рад/с:

а — динамический отклик с указанием пиковых значений амплитуды;

б — поле прогибов в момент времени $t = 0,095$ с; в — поле прогибов в момент времени $t = 0,111$ с

И с т о ч н и к : выполнено А.А. Семеновым

Figure 3. Numerical results for the shell at $\omega_0 = 65$ rad/s:

а — dynamic response with indication of peak amplitude values;

б — deflections at the time $t = 0.095$ s; в — deflections at the time $t = 0.111$ s

S o u r c e : made by A.A. Semenov

Полученные изображения позволяют оценить характер распределения прогибов по области конструкции.

4. Заключение

В результате выполненного исследования следует отметить следующее:

- 1) расчеты показали, что все рассмотренные виды нагружения приводят к колебательному процессу, который носит существенно нелинейный характер;
- 2) показано, что в разных точках конструкции колебания могут совершаться в противофазе, что повышает риск достижения предельно допустимых значений напряжений;
- 3) выявлено, что с увеличением значения частоты колебательный процесс на рассматриваемом участке проходит с меньшей амплитудой, при этом видно, что она начинает нарастать;
- 4) полученные результаты позволяют расширить применимость разработанных моделей и алгоритмов расчета на более широкий класс задач и подготовить основу для дальнейших исследований.

Список литературы / References

1. Bich D.H., Ninh D.G. Research on dynamical buckling of imperfect stiffened three-layered toroidal shell segments containing fluid under mechanical loads. *Acta Mechanica*. 2017;228(2):711–730. <http://doi.org/10.1007/s00707-016-1724-0>
2. Gao K., Gao W., Wu D., Song C. Nonlinear dynamic stability of the orthotropic functionally graded cylindrical shell surrounded by Winkler-Pasternak elastic foundation subjected to a linearly increasing load. *Journal of Sound and Vibration*. 2018;415:147–168. <http://doi.org/10.1016/j.jsv.2017.11.038>
3. Lavrenčič M., Brank B. Simulation of shell buckling by implicit dynamics and numerically dissipative schemes. *Thin-Walled Structures*. 2018;132:682–699. <http://doi.org/10.1016/j.tws.2018.08.010>
4. Luo K., Liu C., Tian Q., Hu H. Nonlinear static and dynamic analysis of hyper-elastic thin shells via the absolute nodal coordinate formulation. *Nonlinear Dynamics*. 2016;85(2):949–971. <http://doi.org/10.1007/s11071-016-2735-z>
5. Ren S., Song Y., Zhang A.-M., Wang S., Li P. Experimental study on dynamic buckling of submerged grid-stiffened cylindrical shells under intermediate-velocity impact. *Applied Ocean Research*. 2018;74:237–245. <http://doi.org/10.1016/j.apor.2018.02.018>
6. Sirivolu D., Hoo Fatt M.S. Dynamic stability of double-curvature composite shells under external blast. *International Journal of Non-Linear Mechanics*. 2015;77:281–290. <http://doi.org/10.1016/j.ijnonlinmec.2015.09.005>
7. Sofiyev A.H., Kuruoglu N. Domains of dynamic instability of FGM conical shells under time dependent periodic loads. *Composite Structures*. 2016;136:139–148. <http://doi.org/10.1016/j.compstruct.2015.09.060>
8. Amabili M., Païdoussis M.P. Review of studies on geometrically nonlinear vibrations and dynamics of circular cylindrical shells and panels, with and without fluid-structure interaction. *Applied Mechanics Reviews*. 2003;56(4):349–381. <http://doi.org/10.1115/1.1565084>
9. Dey T., Ramachandra L.S. Dynamic stability of simply supported composite cylindrical shells under partial axial loading. *Journal of Sound and Vibration*. 2015;353:272–291. <http://doi.org/10.1016/j.jsv.2015.05.021>
10. Dung D.V., Nam V.H. An analytical approach to analyze nonlinear dynamic response of eccentrically stiffened functionally graded circular cylindrical shells subjected to time dependent axial compression and external pressure. Part 2: Numerical results and discussion. *Vietnam Journal of Mechanics*. 2014;36(4):255–265. <http://doi.org/10.15625/0866-7136/36/4/3986>
11. Kiani Y., Sadighi M., Eslami M.R. Dynamic analysis and active control of smart doubly curved FGM panels. *Composite Structures*. 2013;102:205–216. <http://doi.org/10.1016/j.compstruct.2013.02.031>
12. Krysko V.A., Awrejcewicz J., Shchekaturova T.V. Chaotic vibrations of spherical and conical axially symmetric shells. *Archive of Applied Mechanics*. 2005;74(5–6):338–358. <http://doi.org/10.1007/BF02637035>
13. Moussaoui F., Benamar R. Non-Linear Vibrations of Shell-Type Structures: A Review with Bibliography. *Journal of Sound and Vibration*. 2002;55(1):161–184. <http://doi.org/10.1006/jsvi.2001.4146>
14. Qu Y., Wu S., Chen Y., Hua H. Vibration analysis of ring-stiffened conical-cylindrical-spherical shells based on a modified variational approach. *International Journal of Mechanical Sciences*. 2013;69:72–84. <http://doi.org/10.1016/j.ijmecsci.2013.01.026>
15. Ungbhakorn V., Singhatanadgid P. A Scaling Law for Vibration Response of Laminated Doubly Curved Shallow Shells by Energy Approach. *Mechanics of Advanced Materials and Structures*. 2009;16(5):333–344. <http://doi.org/10.1080/15376490902970430>
16. Abrosimov N.A., Novosel'tseva N.A. Computer Modeling of the Dynamic Strength of Metal-Plastic Cylindrical Shells Under Explosive Loading. *Mechanics of Composite Materials*. 2017;53(2):139–148. <http://doi.org/10.1007/s11029-017-9648-x>
17. Kumar Y. The Rayleigh–Ritz method for linear dynamic, static and buckling behavior of beams, shells and plates: A literature review. *Journal of Vibration and Control*. 2017;24(7):1205–1227. <http://doi.org/10.1177/1077546317694724>
18. Maksimyuk V.A., Storozhuk E.A., Chernyshenko I.S. Variational finite-difference methods in linear and nonlinear problems of the deformation of metallic and composite shells (review). *International Applied Mechanics*. 2012;48(6):613–687. <http://doi.org/10.1007/s10778-012-0544-8>
19. Dey T., Jansen E., Kumar R., Rolfes R. Instability characteristics of variable stiffness laminated composite curved panels under non-uniform periodic excitation. *Thin-Walled Structures*. 2022;171:108735. <http://doi.org/10.1016/j.tws.2021.108735>
20. Karpov V.V. *The strength and stability of reinforced shells of revolution. In two parts. Part 1. Models and algorithms of research of the strength and stability of supported shells of revolution*. Moscow: Fizmatlit Publ.; 2010. (In Russ.) EDN: UIRNWJ
21. Ng T.Y., Lam K.Y., Reddy J.N. Dynamic stability of cylindrical panels with transverse shear effects. *International Journal of Solids and Structures*. 1999. Vol. 36. No. 23. P. 3483–3496. [http://doi.org/10.1016/S0020-7683\(98\)00161-9](http://doi.org/10.1016/S0020-7683(98)00161-9)

22. Yu Y.-Y., Lai J.-L. Influence of Transverse Shear and Edge Condition on Nonlinear Vibration and Dynamic Buckling of Homogeneous and Sandwich Plates. *Transactions of the ASME*. 1966;33(4):934–936. <http://doi.org/10.1115/1.3625205>
23. Bacciocchi M., Eisenberger M., Fantuzzi N., Tornabene F., Viola E. Vibration analysis of variable thickness plates and shells by the Generalized Differential Quadrature method. *Composite Structures*. 2016;156:218–237. <http://doi.org/10.1016/j.compstruct.2015.12.004>
24. Patel S.N., Datta P.K., Sheikh A.H. Buckling and dynamic instability analysis of stiffened shell panels. *Thin-Walled Structures*. 2006;44(3):321–333. <http://doi.org/10.1016/j.tws.2006.03.004>
25. Zhang J., van Campen D.H. Stability and bifurcation of doubly curved shallow panels under quasi-static uniform load. *International Journal of Non-Linear Mechanics*. 2003;38(4):457–466. [http://doi.org/10.1016/S0020-7462\(01\)00069-5](http://doi.org/10.1016/S0020-7462(01)00069-5)
26. Azarboni H.R., Ansari R., Nazarinezhad A. Chaotic dynamics and stability of functionally graded material doubly curved shallow shells. *Chaos, Solitons & Fractals*. 2018;109:14–25. <http://doi.org/10.1016/j.chaos.2018.02.011>
27. Khudayarov B.A., Ruzmetov K.Sh., Turaev F.Zh., Vaxobov V.V., Hidoyatova M.A., Mirzaev S.S., Abdikarimov R. Numerical modeling of nonlinear vibrations of viscoelastic shallow shells. *Engineering Solid Mechanics*. 2020:199–204. <http://doi.org/10.5267/j.esm.2020.1.004>
28. Bazhenov V.G., Baranova M.S., Kibets A.I., Lomunov V.K., Pavlenkova E.V. Buckling of elastic-plastic cylindrical and conical shells under axial impact loading. *Scientific Notes of Kazan University. Series: Physical and Mathematical Sciences*, 2010;152(4):86–105. EDN: NPULEB
- Баженов В.Г., Баранова М.С., Кибец А.И., Ломунов В.К., Павленкова Е.В. Выпучивание упругопластических цилиндрических и конических оболочек при осевом ударном нагружении // Ученые записки Казанского университета. Серия: Физико-математические науки. 2010. Т. 152. № 4. С. 86–105. EDN: NPULEB
29. Wei Z.G., Yu J.L., Batra R.C. Dynamic buckling of thin cylindrical shells under axial impact. *International Journal of Impact Engineering*. 2005;32(1–4):575–592. <http://doi.org/10.1016/j.ijimpeng.2005.07.008>
30. Zhang J., Li S. Dynamic buckling of FGM truncated conical shells subjected to non-uniform normal impact load. *Composite Structures*. 2010;92(12):2979–2983. <http://doi.org/10.1016/j.compstruct.2010.05.009>
31. Eshmatov B., Abdikarimov R., Amabili M., Vatin N. Nonlinear vibrations and dynamic stability of viscoelastic anisotropic fiber reinforced plates. *Magazine of Civil Engineering*. 2023;118(1):11811. <http://doi.org/10.34910/MCE.118.11>
32. Phu K.V., Bich D.H., Doan L.X. Nonlinear Forced Vibration and Dynamic Buckling Analysis for Functionally Graded Cylindrical Shells with Variable Thickness Subjected to Mechanical Load. *Iranian Journal of Science and Technology, Transactions of Mechanical Engineering*. 2022;46:649–665. <http://doi.org/10.1007/s40997-021-00429-1>
33. Keshav V., Patel S.N., Kumar R., Watts G. Effect of Cutout on the Stability and Failure of Laminated Composite Cylindrical Panels Subjected to In-Plane Pulse Loads. *International Journal of Structural Stability and Dynamics*. 2022;22(08):2250087. <http://doi.org/10.1142/S0219455422500870>
34. Kogan E.A., Yurchenko A.A. Nonlinear Oscillations of a Three-Layer and Multi-Layer Plates and Shells During Periodic Impacts (Survey). *News of MSTU “MAMI”: Natural Sciences*. 2014;4(1):55–70. (In Russ.) EDN: SKYBIX
- Коган Е.А., Юрченко А.А. Нелинейные колебания трехслойных и многослойных пластин и оболочек при периодических воздействиях (обзор) // Известия МГТУ «МАМИ»: Естественные науки. 2014. Т. 4. № 1 (19). С. 55–70. EDN: SKYBIX
35. Alijani F., Amabili M. Non-linear vibrations of shells: A literature review from 2003 to 2013. *International Journal of Non-Linear Mechanics*. 2014;58:233–257. <http://doi.org/10.1016/j.ijnonlinmec.2013.09.012>
36. Krivoshapko S.N. Research on General and Axisymmetric Ellipsoidal Shells Used as Domes, Pressure Vessels, and Tanks. *Applied Mechanics Reviews*. 2007;60(6):336–355. <http://doi.org/10.1115/1.2806278>
37. Qatu M.S., Sullivan R.W., Wang W. Recent research advances on the dynamic analysis of composite shells: 2000–2009. *Composite Structures*. 2010;93(1):14–31. <http://doi.org/10.1016/j.compstruct.2010.05.014>
38. Sahu S.K., Datta P.K. Research Advances in the Dynamic Stability Behavior of Plates and Shells: 1987–2005 – Part I: Conservative Systems. *Applied Mechanics Reviews*. 2007;60(2):65–75. <http://doi.org/10.1115/1.2515580>
39. Prado Z. del, Gonçalves P.B., Païdoussis M.P. Non-linear vibrations and instabilities of orthotropic cylindrical shells with internal flowing fluid. *International Journal of Mechanical Sciences*. 2010;52(11):1437–1457. <http://doi.org/10.1016/j.ijmecsci.2010.03.016>
40. Volmir A.S. *Stability of deformable systems*. Moscow: Nauka Publ.; 1967. (In Russ.)
- Вольмир А.С. Устойчивость деформируемых систем. М.: Наука, 1967. 984 с.
41. Karpov V.V., Aristov D.I., Ovcharov A.A. Features of the stress-strain state of panels of ribbed shells of revolution under dynamic loading. *Vestnik TGAU*. 2007;(1):94–101. (In Russ.) EDN: JUCZAN
- Карпов В.В., Аристов Д.И., Овчаров А.А. Особенности напряженно-деформированного состояния панелей ребристых оболочек вращения при динамическом нагружении // Вестник ТГАСУ. 2007. № 1. С. 94–101. EDN: JUCZAN.
42. Semenov A. Dynamic Buckling of Stiffened Shell Structures with Transverse Shears under Linearly Increasing Load. *Journal of Applied and Computational Mechanics*. 2022;8(4):1343–1357. <http://doi.org/10.22055/jacm.2022.39718.3452>
43. Hairer E., Wanner G. *Solving Ordinary Differential Equations II*: Springer Series in Computational Mathematics. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg; 1991. <http://doi.org/10.1007/978-3-662-09947-6>
44. Shampine L.F., Corless R.M. Initial value problems for ODEs in problem solving environments. *Journal of Computational and Applied Mathematics*. 2000;125(1–2):31–40. [http://doi.org/10.1016/S0377-0427\(00\)00456-8](http://doi.org/10.1016/S0377-0427(00)00456-8)

РАСЧЕТ И ПРОЕКТИРОВАНИЕ СТРОИТЕЛЬНЫХ КОНСТРУКЦИЙ ANALYSIS AND DESIGN OF BUILDING STRUCTURES

DOI: 10.22363/1815-5235-2024-20-5-441-452

УДК 69.07

EDN: CRDXOQ

Научная статья / Research article

Длительная эксплуатация железобетонной рамы на деформируемом грунтовом основании с учетом силовых и средовых воздействий

М.В. Берлинов 

Национальный исследовательский Московский государственный строительный университет, Москва, Россия

✉ berlinov2010@mail.ru

Поступила в редакцию: 22 августа 2024 г.

Принята к публикации: 13 октября 2024 г.

Аннотация. Исследована возможность расчетными методами еще на этапе проектирования конструктивных элементов различных сооружений из железобетона учитывать учесть длительность эксплуатации, нелинейность и реологию деформирования используемых материалов, а также принимать во внимание возможные коррозионные повреждения, что позволит определять размеры поперечных сечений и назначать требуемые классы бетона и арматуры. Рассматриваемый процесс длительного деформирования железобетона при изменяющемся режиме действия внешней нагрузки основан на методе интегральных оценок сопротивления деформированию, в основу которого положено использование интегрального модуля деформаций. Разработана методика расчета железобетонной рамы на грунтовом основании в агрессивной среде в условиях реологического деформирования, отражающая реальную работу конструктивных элементов при совместном воздействии факторов силового и несилового характера на основе современной феноменологической теории деформирования упруго ползучего тела. Представлена расчетная оценка длительной эксплуатации железобетонной рамы на грунтовом основании с учетом коррозионных повреждений. Приведен пример расчета железобетонной рамы здания на грунтовом основании при различных сроках эксплуатации и наличии коррозионных повреждений. Показано, что средовые повреждения железобетонных конструкций могут повлиять на прочность материала, изменить расчетные схемы, перераспределить усилия в сечениях конструкции, а также привести к другим последствиям, которые снижают проектные сроки эксплуатации зданий.

Ключевые слова: расчетная схема, строительные конструкции, коррозионные повреждения, эксплуатационные нагрузки, напряжения, деформации, реологические свойства, нелинейность, эксплуатация

Заявление о конфликте интересов. Автор заявляет об отсутствии конфликта интересов.

Для цитирования: Берлинов М.В. Длительная эксплуатация железобетонной рамы на деформируемом грунтовом основании с учетом силовых и средовых воздействий // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2024. Т. 20. № 5. С. 441–452. <http://doi.org/10.22363/1815-5235-2024-20-5-441-452>

Берлинов Михаил Васильевич, доктор технических наук, профессор кафедры жилищно-коммунального комплекса, Национальный исследовательский Московский государственный строительный университет (НИУ МГСУ), Москва, Россия; eLIBRARY SPIN-код: 3128-6652, ORCID: 0000-0002-9585-5460; e-mail: berlinov2010@mail.ru

© Берлинов М.В., 2024



This work is licensed under a Creative Commons Attribution 4.0 International License
<https://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/legalcode>

Long-Term Operation of Reinforced Concrete Frame on Deformable Soil Base Considering Loading and Exposure Conditions

Mikhail V. Berlinov 

Moscow State University of Civil Engineering (National Research University), Moscow, Russia

✉ berlinov2010@mail.ru

Received: August 22, 2024

Accepted: October 13, 2024

Abstract. The possibility of using computational methods to take into account the service life, nonlinearity and rheology of deformation of the materials used and potential corrosion damage of various reinforced concrete structural elements already at the design stage, which will allow to determine cross-sectional dimensions and assign the required grades of concrete and reinforcement, is studied. The considered process of long-term deformation of reinforced concrete under varying external load conditions is based on the integral estimation method of deformation resistance, which relies on the use of integral deformation modulus. A method for calculating a reinforced concrete frame on a soil base in aggressive environment under the conditions of rheological deformation has been developed, which reflects the real operation of structural elements under the combined influence of force and non-force factors based on the modern phenomenological theory of deformation of an elastic creeping body. Long-term operation of a reinforced concrete frame on a soil base, taking into account corrosion damage, is evaluated. An example calculation of a reinforced concrete frame of a building on a soil base is given for various operation periods and the presence of corrosion damage. It is shown that damage due to exposure of reinforced concrete structures can affect the strength of the material, change the calculation models, redistribute stresses in the cross-sections of the structure and also lead to other consequences that reduce the design life of buildings.

Key words: design scheme, building structures, corrosion damage, service loads, stresses, deformations, rheological properties, nonlinearity, operation

Conflicts of interest. The author declares that there is no conflict of interest.

For citation: Berlinov M.V. Long-term operation of reinforced concrete frame on deformable soil base considering loading and exposure conditions. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*. 2024;20(5):441–452. <http://doi.org/10.22363/1815-5235-2024-20-5-441-452>

1. Введение

В несущих железобетонных конструкциях зданий и сооружений, работающих в интенсивном эксплуатационном режиме и при неблагоприятных воздействиях окружающей среды, проявляются процессы деградации, связанные с развитием коррозионных процессов в структуре используемых материалов, что значительно сокращает ожидаемые сроки их службы. Значительная часть эксплуатируемых зданий, сооружений и объектов инфраструктуры возведена более полувека назад и находится в изношенном состоянии. Вопросы надежности и долговечности таких зданий и сооружений имеют актуальное значение в современной строительной отрасли и находят отражение во многих работах современных ученых. В [1] обобщены и систематизированы состояние, теории и современные методы оценки силового сопротивления железобетона. Рассмотрены экспериментальные основы построения эффективных расчетных моделей деформирования и разрушения железобетонных конструкций. Большое внимание уделено практическим приложениям разработанных моделей к исследованиям различных типов конструкций. Авторы [2; 3] разработали методы расчета конструктивных элементов с заданным нормальным распределением и надежностью и несущей способностью.

Достаточно большое количество эксплуатируемых зданий и сооружений имеют рамную конструкцию, выполненную из сборного или монолитного железобетона, множество научных работ посвящены таким конструкциям. В [4–6] представлены результаты исследований долговечности железобетонных конструкций, вероятностной оптимизации несущей способности и надежности статически неопределенных сложных конструкций, определено время динамического воздействия на элементы железобетонной рамы при потере устойчивости колонны.

Mikhail V. Berlinov, Doctor of Technical Sciences, Professor of the Department of Reinforced Concrete and Masonry Structures, Moscow State University of Civil Engineering (National Research University) (MGSU), Moscow, Russia; eLIBRARY SPIN-code: 3128-6652, ORCID: 0000-0002-9585-5460; e-mail: berlinov2010@mail.ru

В условиях длительной эксплуатации железобетонных конструкций необходимо оценить их напряженно-деформированное состояние в результате повреждения коррозией, определить надежность, долговечность и остаточный ресурс при эксплуатации, учитывая уменьшение площади поперечного сечения бетона и арматуры. В [7] представлены определяющие уравнения для математической теории процессов коррозии бетона. Самый неблагоприятный результат развития процесса коррозии железобетонных конструкций — это снижение их несущей способности и пригодности к нормальной эксплуатации, что приводит к несоблюдению требований по безопасности и предельным состояниям при действующих нагрузках в течение всего периода эксплуатации.

Вопросы эксплуатационной долговечности железобетонных конструкций с учетом коррозионных воздействий исследованы и опубликованы авторами [8–13]. Нелинейность, реология деформирования и коррозионные повреждения железобетонных элементов могут повлиять на прочность материала, изменить схемы расчетов, перераспределить усилия в сечениях конструкции и нарушить совместную работу бетона с арматурой, а также привести к другим последствиям, которые снижают проектные сроки функционирования сооружений и другие эксплуатационные характеристики. Так, например, в [14] представлен практический расчет силового сопротивления сжатых железобетонных стержней, поврежденных коррозией.

В [15; 16] представлены исследования бетона при совместном действии агрессивной среды и длительном нагружении. В [17] приведены результаты контроля скорости коррозии в лаборатории и на месте. В [18] исследованы химические причины деградации бетона. Более детально исследованы химические, микробиологические и натурные методы испытаний на биогенную сернокислотную коррозию бетона [19]. Исследовано и представлено влияние коррозии на поведение железобетонных балок в [20].

В [21; 22] представлен анализ устойчивости железобетонной колонны при горизонтальных ударных воздействиях без учета факторов несилового характера, рассмотрены перспективы развития железобетонных конструкций из высокопрочных бетонов, высокая плотность которых имеет свойство замедлять развитие коррозии бетона.

При эксплуатации строительных конструкций зданий и сооружений и других элементов городской инфраструктуры на грунтовом основании, выполненных из бетона и железобетона, возникает большое количество различных эксплуатационных дефектов и повреждений, обусловленных как длительным действием внешних нагрузок, так и агрессивным (несиловым) воздействием внешней среды.

В реальных эксплуатационных условиях фундамент под стойку рамы опирается на грунтовое основание, которое имеет некоторую конечную величину податливости и не обладает абсолютной жесткостью, что не всегда учитывается существующими методами расчета.

Экспериментальные данные о деформировании бетона и грунтов основания свидетельствуют о наличии реологических свойств и нелинейной зависимости между напряжениями и деформациями, а также не все методы учитывают средовые воздействия при длительной эксплуатации.

В большинстве работ исследователей не учитывается совместное воздействие факторов силового и несилового происхождения. Силовые воздействия — это внешние нагрузки, инерционные силы; несиловые воздействия — изменение влажности, температуры, среды и т.д. Соответственно процессы деградации материалов, развитие деформации и являются следствием этих воздействий. Наиболее близко к решению этой задачи подошел автор [23; 24], предложив использовать в практических расчетах метод интегральных оценок, основанный на применении интегрального модуля деформаций.

С учетом вышесказанного в данной научной статье рассматривается построение более совершенного и экономичного метода расчета рамных конструкций.

2. Методы

Для исследования длительного деформирования железобетона в рамных конструкциях зданий и сооружений применяется метод интегральных оценок сопротивления деформированию при изменяющемся режиме действия внешней нагрузки. В основу метода интегральных оценок положено использование интегрального модуля деформаций [23].

Бетон, арматура и железобетон, как и другие строительные материалы, деформируются неравномерно и нелинейно. Это значит, что их деформации развиваются даже после стабилизации воздействий, вызывающих деформирование, а связь между величинами деформаций и воздействий, непропорциональна, нелинейна. Соотношения, описывающие связь между воздействиями, деформациями и временем — уравнения механического состояния материалов, которые представляют собой нелинейные интегральные уравнения. Нелинейные и неравновесные связи между напряжениями и деформациями материала учитываются для каждого обследуемого участка по высоте сечения единым интегральным модулем деформации, зависящим от уровня и истории силового нагружения, а также характера и интенсивности воздействия среды.

Нелинейность и неравновесность деформирования будем учитывать с помощью метода интегральных оценок, базирующегося на феноменологической теории деформирования упруго-ползучего тела. Данный метод предусматривает зависимость жесткостных характеристик железобетонного сечения от уровня напряженного состояния.

3. Результаты и обсуждение

В качестве иллюстрации представленного метода рассмотрим расчет монолитной железобетонной рамы (рис. 1). В предположении об упругой работе материалов расчетную схему выберем таким образом, чтобы получить возможность учесть податливость грунтового основания (рис. 2). Для основной системы, показанной на рис. 3 (пронумерованы участки переменной жесткости), запишем разрешающие уравнения комбинированного метода расчета статически неопределимых систем:

$$\{\delta\}\{x\} + \{\Delta p\} = 0, \quad (1)$$

где: δ — перемещение в направлении устраненных связей или перемещение от единичных перемещений наложенных связей; x — искомые неизвестные; Δp — грузовые члены.

Единичные перемещения по направлению искомых неизвестных в основной системе в устраненных связях между рамой и основанием складываются из двух составляющих: перемещения от осадки основания и изгиба балки определяются по методике, изложенной автором¹:

$$\delta_{ik} = \frac{1 - \mu_0^2}{E^e(v, t) \pi C} F_{ki} + \int_0^l \frac{M_i M_k}{D} dv, \quad (2)$$

где: μ_0 — коэффициент Пуассона грунта основания; F_{ki} — функция осадки основания; $M_i M_k$ — моменты от единичных сил; $E^e(v, t)$ — переменный (касательный) модуль деформаций, зависящий от напряженного состояния грунта и бетона, параметров нелинейности, ползучести и старения материала балки и основания:

$$\frac{1}{E^e(v, t)} = \frac{d}{d\sigma} S \left[\frac{\sigma(t)}{E_0(t)} + \int_{t_0}^t \sigma(\tau) \frac{\partial}{\partial \tau} c(t, \tau) d\tau \right], \quad (3)$$

здесь: $E_0(t)$ — мгновенный модуль упругих деформаций материалов грунта и фундамента; $c(t, \tau)$ — мера ползучести; S — функция нелинейности деформирования:

$$S = 1 + \eta \left[\frac{\sigma(t)}{R(t)} \right]^m, \quad (4)$$

¹ Берлинов М.В. Основания и фундаменты: учебник. СПб.: Лань, 2019. 318 с.

где η и m — параметры нелинейности деформирования, определяемые из экспериментальных данных; $R(t)$ — прочность бетона и грунта в рассматриваемый временной интервал.

$D(t)$ — интегральная жесткость железобетонного сечения:

$$D(t) = E^e(v, t) \left[\frac{K_b(z, t) b X^3}{12} + b x \left(q_0 - \frac{X}{2} \right)^2 \right] + E_a^1 \omega_s(t) A_a^1 (q_0 - a')^2 + \frac{E_a \omega_s(t) A_a}{\psi_a} (h_0 - q_0)^2, \quad (5)$$

здесь: $E^e(v, t)$ — интегральный модуль деформаций, учитывающий нелинейность деформирования материалов бетона и грунтового основания; h_0 и q_0 — соответственно расстояние от центра тяжести растянутой арматуры и центра тяжести приведенного поперечного сечения до зоны сжатия; E_a , E_a^1 — модули упругости растянутой и сжатой арматуры; A_a , A_a^1 — площади растянутой и сжатой арматуры; x — высота сжатой зоны бетонного сечения; $K_b(z, t)$ — коэффициент, учитывающий степень коррозионных повреждений бетона, изменяющийся с течением времени наблюдения в соответствии с характером зон повреждения элемента (рис. 4; 5); $\omega_s(t)$ — аналогичный коэффициент для учета коррозионных повреждений арматуры; ψ_a — коэффициент, учитывающий влияние сцепления арматуры и растянутого бетона на участках между трещинами.

Для участков балки, работающих без трещин, жесткость по Государственному своду правил Российской Федерации СП 63.13330.2018² необходимо принимать в следующем виде:

$$D(t) = E^e(v, t) I_{red}, \quad (6)$$

где I_{red} — момент инерции приведенного поперечного сечения относительно его центра тяжести, определяемый с учетом отсутствия трещин.

Следует учитывать, что для определения перемещений в направлении устраненных связей в зонах рамы, не связанных с основанием в формуле (2), будет присутствовать только второе слагаемое, а первое — равно нулю. Перемещения от единичных перемещений наложенных связей легко определяются геометрически. Нелинейность и неравновесность деформирования грунтового основания может быть учтена аналогичным образом, для чего во втором слагаемом формулы (2) необходимо положить $E_0 = E^e(v, t)$, но параметры нелинейности деформирования следует принимать для грунта.

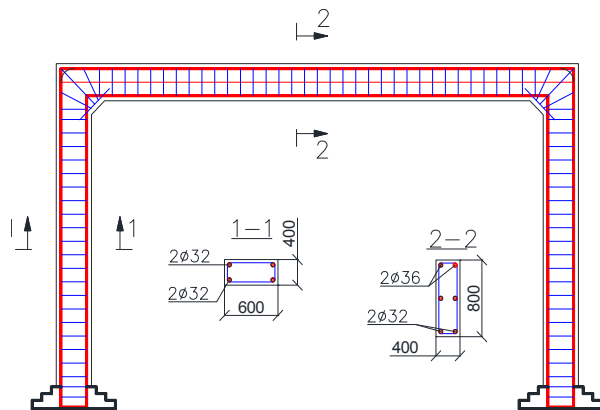


Рис. 1. Конструктивная схема рамы
Источник: выполнено М.В. Берлиновым

Figure 1. Structural design of the frame
Source: made by M.V. Berlinov

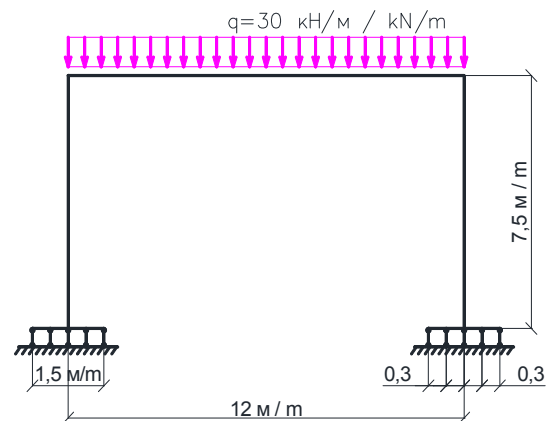


Рис. 2. Расчетная схема рамы
Источник: выполнено М.В. Берлиновым

Figure 2. Calculation model of the frame
Source: made by M.V. Berlinov

² СП 63.13330.2018. Бетонные и железобетонные конструкции. Основные положения. М.: Стандартинформ, 2019. 118 с.

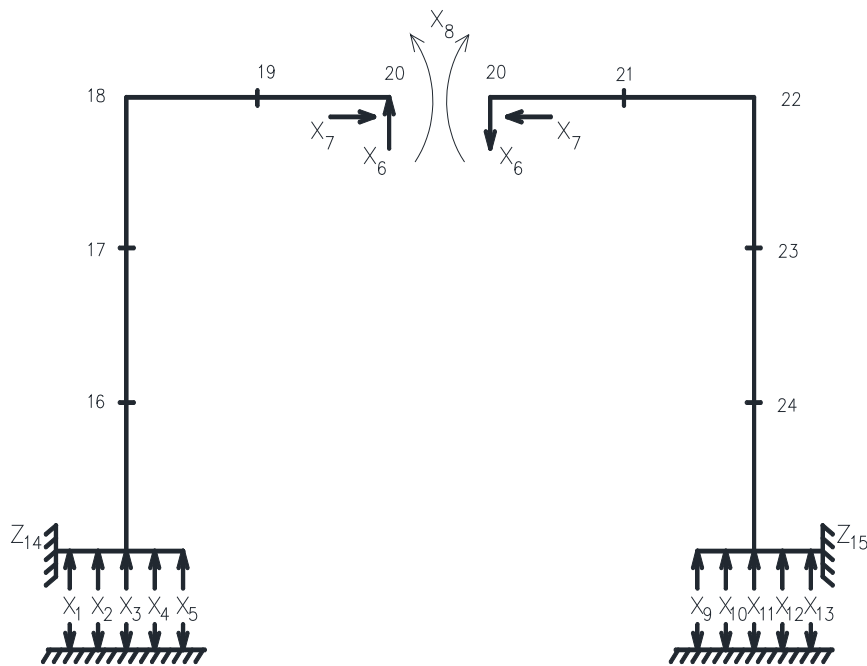


Рис. 3. Основная система: пронумерованы участки переменной жесткости

И с т о ч н и к : выполнено М.В. Берлиновым

Figure 3. Primary system: sections of variable rigidity are numbered

S o u r c e : made by M.V. Berlinov

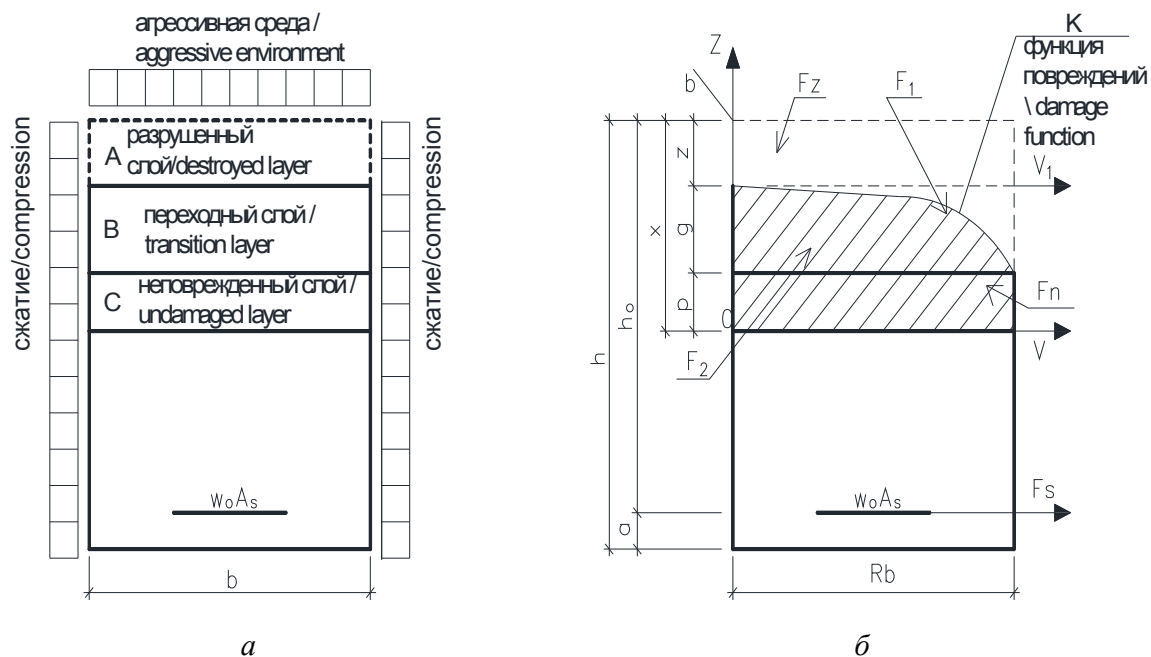


Рис. 4. Схема напряженного состояния:

a — нормального поперечного сечения; *б* — поврежденного коррозией железобетонного элемента

И с т о ч н и к : выполнено М.В. Берлиновым

Figure 4. Diagram of the stress state:

a — normal cross-section; *б* — reinforced concrete element damaged by corrosion

S o u r c e : made by M.V. Berlinov

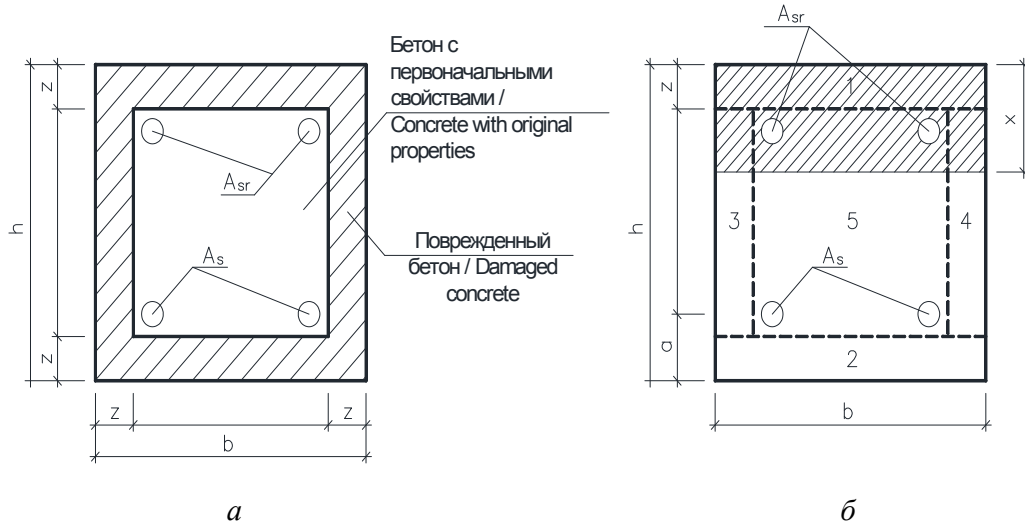


Рис. 5. Повреждение железобетонного элемента:
 а — по всему периметру сечения; б — 1, 2, 3, 4 — коррозионно-поврежденные зоны,
 5 — неповрежденная зона

И с т о ч н и к: выполнено М.В. Берлиновым

Figure 5. Damage of the reinforced concrete element:
 а — along the entire perimeter of the section; б — 1, 2, 3, 4 — corrosion-damaged zones;
 5 — undamaged zone

S o u r c e: made by M.V. Berlinov

Введем обозначения:

$$D = E^e(v, t) A + B, \quad (7)$$

где

$$A = \left[\frac{K_b(z, t) b X^3}{12} + b x \left(q_0 - \frac{X}{2} \right)^2 \right]; \quad B = E_a' \omega_s(t) A_a' (q_0 - a')^2 + \frac{E_a \omega_s(t) A_a}{\psi_a} (h_0 - q_0)^2. \quad (8)$$

Тогда совместное рассмотрение выражений (1), (2), (3), (5) и (8) приводит к нелинейной системе интегрально-дифференциальных уравнений:

$$\left\{ \int_0^l \frac{\bar{M}_i \bar{M}_k \frac{d}{d\sigma} S \left[\frac{\sigma(t)}{E_0(t)} + \int_{t_0}^t \sigma(\tau) \frac{\partial}{\partial \tau} c(t, \tau) d\tau \right]}{A + B \frac{d}{d\sigma} S \left[\frac{\sigma(t)}{E_0(t)} + \int_{t_0}^t \sigma(\tau) \frac{\partial}{\partial \tau} c(t, \tau) d\tau \right]} dv + \right. \\ \left. + \frac{(1 - \mu_0^2)}{\pi} \frac{d}{dp} S \left[\frac{p(t)}{E_0(t)} + \int_{t_0}^t \sigma(\tau) \frac{\partial}{\partial \tau} c(t, t_0) d\tau \right] \int_0^\alpha \frac{p(v)}{x - v} dv \right\} \{x\} + \\ + \left\{ \int_0^i \frac{\bar{M}_i \bar{M}_p \frac{d}{d\sigma} S \left[\frac{\sigma(t)}{E_0(t)} + \int_{t_0}^t \sigma(\tau) \frac{\partial}{\partial \tau} c(\tau, t) d\tau \right]}{A + B \frac{d}{d\sigma} S \left[\frac{\sigma(t)}{E_0(t)} + \int_{t_0}^t \sigma(\tau) \frac{\partial}{\partial \tau} c(t, \tau) d\tau \right]} dv \right\} = 0. \quad (9)$$

Решение системы уравнений в замкнутом виде встречает непреодолимые математические трудности. Однако получение решения осуществимо с помощью применения метода последовательных приближений, заключающегося в последовательном уточнении напряженно-деформированного состояния, начиная с упругого решения. Для определенного момента времени наблюдения на каждом этапе вычислений процессы коррозии и ползучести считаются условно фиксированными, что позволяет использовать известный аппарат линейной строительной механики. Такой подход существенно упрощает уравнение (9), которое приобретает следующий вид:

$$\begin{aligned} & \left\{ \frac{\bar{M}_i \bar{M}_k \left[1 + (1+m) \eta \left(\frac{\sigma}{R} \right)^m \right] \left\langle \frac{1}{E_0} + c(t, t_0) \right\rangle}{+ B \left[1 + (1+m) \eta \left(\frac{\sigma}{R} \right)^m \right] \left\langle \frac{1}{E_0} + c(t, t_0) \right\rangle} dv + \right. \\ & + \frac{1 - \mu_0^2}{\pi} \left[1 + (1+m) \eta \left(\frac{\sigma}{R} \right)^m \right] \left\langle \frac{1}{E_0} + c(t, t_0) \right\rangle \int_0^\alpha \frac{p(v)}{x-v} dv \Bigg\} \{x\} + \\ & + \left\{ \frac{\bar{M}_i \bar{M}_p \left[1 + (1+m) \eta \left(\frac{\sigma}{R} \right)^m \right] \left\langle \frac{1}{E_0} + c(t, t_0) \right\rangle}{A + B \left[1 + (1+m) \eta \left(\frac{\sigma}{R} \right)^m \right] \left\langle \frac{1}{E_0} + c(t, t_0) \right\rangle} \right\} dv = 0. \end{aligned} \quad (10)$$

Изменение внешней нагрузки, характерное для здания во время эксплуатации, примем по закону, показанному на рис. 6.

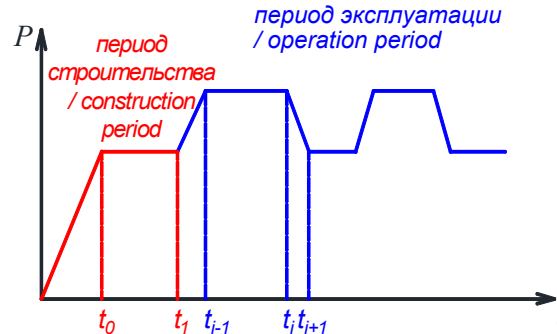


Рис. 6. График изменения внешней нагрузки

И с т о ч н и к: выполнено М.В. Берлиновым

Figure 6. Graph of external load changes

S o u r c e: made by M.V. Berlinov

$$P(t) = \begin{cases} \alpha_i t P_i; & 0 \leq t \leq t_0; \quad t_{i-1} < t \leq t_i \\ P_i; & t_0 < t \leq t_{i-1} \\ -\alpha_i t P_i; & t_i < t \leq t_{i+1} \end{cases}. \quad (11)$$

Заметим, что график, приведенный на рис. 6, является несколько идеализированным, однако реальное изменение внешней нагрузки может быть уточнено с помощью вероятностных методов, применяемых в современной строительной механике.

В качестве иллюстрации изложенного метода расчета приведен пример расчета железобетонной рамы здания производственного назначения. Эпюры изгибающих моментов при различных сроках

эксплуатации показаны на рис. 7. Рама изготовлена из бетона класса В30, арматура класса А400. Грунт основания — суглинок, имеющий следующие физико-механические характеристики: $E_0(t) = 20$ МПа, $R = 0,25$ МПа, $\eta = 1,29$; $m = 2,48$; $\nu = 0,3$; $c(t, t_0) = 0,00278 \frac{1}{\text{МПа}}$; $\gamma = 0,025 \frac{1}{\text{час}}$. Ширина стойки балки $b = 40$ см, высота $h = 60$ см; ширина ригеля балки $b = 40$ см, высота $h = 80$ см.

Параметры изменения внешней нагрузки $\alpha = 0,0007$, $t = 60$ дней, $P = 30$ кН/м; коэффициенты коррозионных повреждений бетона и арматуры в начале эксплуатационного периода имеют нулевые значения. Рассматривался процесс сульфатной коррозии, толщина защитного слоя бетона $a = 30$ мм. Расчет с некоторыми упрощениями проведен только для периодов 10 и 50 лет эксплуатации сооружения (рис. 7).

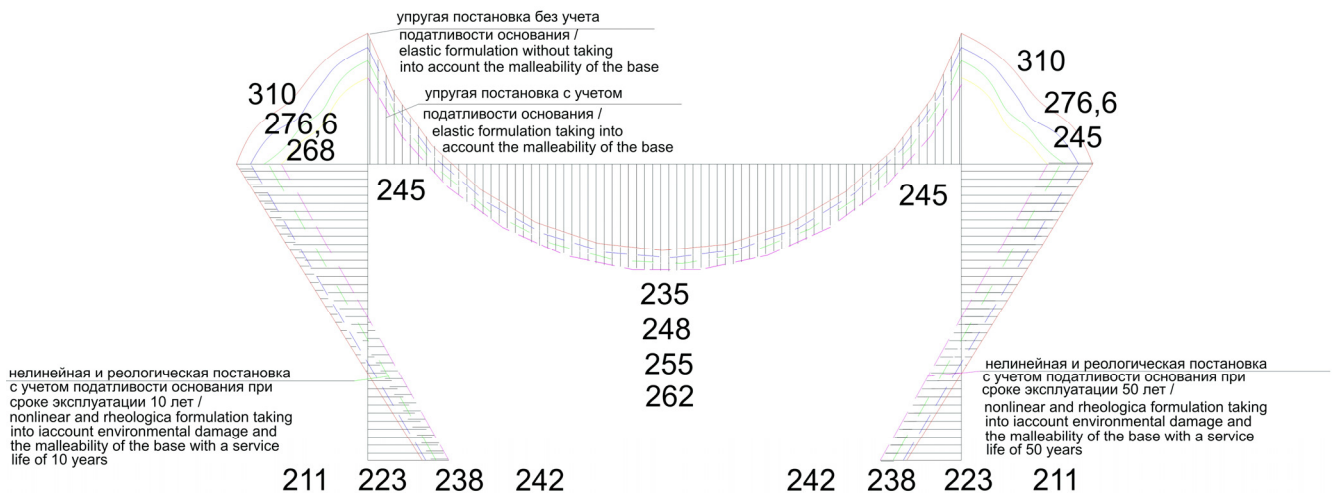


Рис. 7. Эпюры моментов, КНм

- упругая постановка задачи без учета податливости основания;
 - упругая постановка с учетом податливости основания;
 - нелинейная и реологическая постановка с учетом средовых повреждений и податливости основания при сроке эксплуатации 10 лет;
 - то же, при сроке эксплуатации 50 лет
- И с т о ч н и к: выполнено М.В. Берлиновым

Figure 7. Moment diagrams, kNm

- elastic setting without taking into account the flexibility of the base;
- elastic setting taking into account the flexibility of the base;
- nonlinear and rheological setting taking into account exposure damage and the flexibility of the base as a result of 10-year service;
- the same, as a result of 50-year service

S o u r c e: made by M.V. Berlinov

Упругая постановка с учетом податливости основания приводит к уменьшению максимальной ординаты эпюры моментов и увеличению минимальной, для ригеля рамы соответственно на 11 и 6 %, для стойки — 11 и 12 %.

В условиях нелинейной и неравновесной постановки задачи с учетом режима действия внешней нагрузки, податливости основания и коррозионных повреждений при сроке эксплуатации 10 лет уменьшение максимальной ординаты эпюры моментов для ригеля рамы составило 14 %, а увеличение минимальной — 10 %, для стойки соответственно — 14 и 13 %.

При нелинейной и неравновесной постановки задачи с учетом режима действия внешней нагрузки, податливости основания и коррозионных повреждений при сроке эксплуатации 50 лет уменьшение максимальной ординаты эпюры моментов для ригеля рамы составило соответственно 21 %, а увеличение минимальной — 14 %, для стойки — 21 и 15 %.

4. Заключение

Учет нелинейности, реологии деформирования и коррозионных повреждений при режимном изменении внешней нагрузки в процессе эксплуатации приводит к трансформации эпюр изгибающих моментов в сторону выравнивания усилий, что объясняется характерным для грунтов основания и железобетонных конструкций явлением перераспределения усилий с более нагруженных участков и компонентов сечений на менее нагруженные.

Использование метода интегральных оценок позволяет при совместном рассмотрении уравнений (1–5) и (7–10) получить инженерно-обозримое решение, превратить нелинейную задачу смешанного метода в линейную. Сущность такого приема заключается в том, что весь процесс нагружения дискретизируется во времени на определенные (достаточно малые) интервалы, определяемые требуемой точностью расчета, для которых процессы коррозии и ползучести являются фиксированными.

В каждом временном интервале решение нелинейной задачи для постоянной нагрузки проводится с помощью линейного аппарата строительной механики на основе метода последовательных приближений. Конструкция разбивается на определенное количество участков, также определяемое требуемой точностью расчета, и в первом приближении задача решается в упруго-линейной постановке.

Во втором приближении по полученным значениям изгибающих моментов для каждого участка рамы уточняются жесткости железобетонного сечения по методике, изложенной в Государственном своде правил Российской Федерации СП 63.13330.2018³, а по эпюре отпора грунта и эпюре касательных напряжений назначаются значения функций S , ν и E^e для бетона рамы и грунтового основания, т.е. уточняются значения единичных перемещений по формуле (9) и вновь производится решение задачи.

Затем проводят третье приближение и т.д. до тех пор, пока разница между двумя соседними значениями δ не достигнет заранее заданной степени точности. В случае возникновения расходящегося итерационного процесса применяется известный математический метод редуцированных коэффициентов, улучшающий сходимость. Потом переходят к следующему фиксированному интервалу времени, для которого внешняя нагрузка изменится на некоторую величину, и вышеупомянутый вычислительный процесс повторяют снова и т.д. до тех пор, пока весь рассматриваемый временной интервал не будет исчерпан.

Представленный метод учета реальных свойств грунтов оснований и железобетонных конструкций фундаментов с учетом режима действия внешних нагрузок и коррозионных повреждений позволяет не только уточнить напряженно-деформированное состояние, но и выяснить характер его изменения в процессе нагружения и разгружения, что поможет изыскать дополнительные резервы прочности и обеспечить экономию материалов при длительных сроках эксплуатации зданий и сооружений различного назначения.

Следует заметить, что рассмотренная в примере сульфатная коррозия не ограничивает использование предлагаемой методики расчета, так как предлагаемый расчетный аппарат позволяет использовать и другие виды коррозии. Разница будет заключаться лишь в том, что при назначении коэффициентов коррозионных повреждений бетона и арматуры необходимо будет использовать другие функциональные зависимости, отражающие тот или иной тип коррозии.

Список литературы

1. Бондаренко В.М., Колчунов В.И. Расчетные модели силового сопротивления железобетона. М.: АСВ, 2004. 471 с. EDN: QNKPAF
2. Тамразян А.Г. Расчет конструктивных элементов с заданным нормальным распределением и надежностью и несущей способностью // Вестник МГСУ. 2012. № 10. С. 109–115. EDN: PDUBKP

³ СП 63.13330.2018. Бетонные и железобетонные конструкции. Основные положения. М.: Стандартинформ, 2019. 118 с.

3. Tamrazyan A., Avetisyan L. Comparative analysis of analytical and experimental results of the strength of compressed reinforced concrete columns under special combinations of loads // MATEC Web of Conferences. 5th International Scientific Conference on Integration, Partnership and Innovation in Construction Science and Education, IPICSE 2016. 2016. Vol. 86. Article no. 01029. <http://doi.org/10.1051/matecconf/20168601029>
4. Kowal Z. Instruments of Probabilistic Optimisation of Load Bearing Capacity and Reliability of Statically Indeterminate Complex Structures // Archives of Civil Engineering. 2014. Vol. 60. No. 1. P. 77–90. <http://doi.org/10.2478/ace-2014-0004>
5. Fedorova N.V., Savin S.Y. Time of dynamic impact to elements of RC frame at column buckling // IOP Conference Series: Materials Science and Engineering. International Conference on Construction, Architecture and Technosphere Safety. 2019. Art. 033030. <http://doi.org/10.1088/1757-899X/687/3/033030>
6. Schiessl P. Durability of reinforced concrete structures // Construction and Building Materials. 1996. Vol. 10. Issue 5. P. 289–292. [http://doi.org/10.1016/0950-0618\(95\)00072-0](http://doi.org/10.1016/0950-0618(95)00072-0)
7. Gusev B.V., Faivusovich A.S. Development of defining equations for the mathematical theory of concrete corrosion processes // Industrial and Civil Engineering. 2020. No. 5. P. 15–27. <http://doi.org/10.33622/0869-7019.2020.05.15-27>
8. Berlinov M.V. Strength resistance of reinforced concrete elements of high-rise buildings under dynamic loads // E3S Web of Conferences. 2018. Vol. 33. Article no. 02049. <http://doi.org/10.1051/e3sconf/20183302049>
9. Берлинов М.В., Берлинова М.Н. Долговечность железобетонных конструкций в условиях длительной эксплуатации // БСТ: Бюллетень строительной техники. 2019. № 1 (1013). С. 60–61. EDN: YWGBBR
10. Berlinov M.V., Berlinova M.N., Gregorian A.G. Operational durability of reinforced concrete structures // E3S Web of Conferences. 2019. Vol. 91. Article no. 02012. <http://doi.org/10.1051/e3sconf/20199102012>
11. Berlinov M.V. Strength resistance of reinforced concrete elements of high-rise buildings under dynamic loads // E3S Web of Conferences. 2018. Vol. 33. Article no. 02049. <http://doi.org/10.1051/e3sconf/20183302049>
12. Berlinov M.V., Berlinova M.N. Force resistance of a non-linearly deformable reinforced concrete beam with corrosion damage under dynamic load // Lecture Notes in Civil Engineering. 2022. Vol. 182. P. 327–335. http://doi.org/10.1007/978-3-030-85236-8_30
13. Berlinov M., Berlinova M., Tvorogov A. Management of degradation processes and strengthening of soils and foundations of transport structures // E3S Web of Conferences. 2023. Vol. 371. Article no. 04016. <http://doi.org/10.1051/e3sconf/202337104016>
14. Бондаренко В.М., Творогова М.Н., Исаева Е.М. Практический расчет силового сопротивления сжатых железобетонных стержней, поврежденных коррозией // Вестник Отделения строительных наук Российской академии архитектуры и строительных наук. 2006. № 10. С. 52.
15. Blikharsky Y., Seledak J., Kapiika N., Vashkevych R. Study of concrete under combined action of aggressive environment and long-term loading // Materials. 2021. Vol. 14 (21). Article no. 6612. <http://doi.org/10.3390/ma14216612>
16. Berlinov M.V., Berlinova M.N. Long-term exploitation of reinforced concrete constructions of transport structures on a soil base under conditions of nonlinear rheological deformation with corrosion damage // E3S Web of Conferences. 2023. Vol. 371. P. 567–574. <http://doi.org/10.1051/e3sconf/202337104015>
17. Andrade C., Alonso C. Corrosion rate monitoring in the laboratory and on-site // Construction and Building Materials. 1996. Vol. 10. Issue 5. P. 315–328. [http://doi.org/10.1016/0950-0618\(95\)00044-5](http://doi.org/10.1016/0950-0618(95)00044-5)
18. Malek J., Benjeddou O. Chemical causes of concrete degradation // MOJ Civil Eng. 2018. Vol. 4. Issue 1. P. 40–46. <http://doi.org/10.15406/mojce.2018.04.00095>
19. Monteny J., Vincke E., Beeldens A., De Belie N., Taerwe L., Van Gemert D., Verstraete W. Chemical, microbiological, and in situ test methods for biogenic sulfuric acid corrosion of concrete // Cement and Concrete Research. 2000. Vol. 30. Issue 4. P. 623–634. [http://doi.org/10.1016/S0008-8846\(00\)00219-2](http://doi.org/10.1016/S0008-8846(00)00219-2)
20. Тамразян А.Г., Саед Й.А.К. Влияние коррозии на поведение железобетонных балок // Безопасность строительного фонда России. Проблемы и решения: материалы Международных академических чтений. Курский государственный университет. Курск, 2021. С. 241–249. EDN: ZFMGQV
21. Алексейцев А.В. Анализ устойчивости железобетонной колонны при горизонтальных ударных воздействиях // Железобетонные конструкции. 2023. Т. 2. № 2. С. 3–12. <http://doi.org/10.22227/2949-1622.2023.2.3-12>
22. Окольников Г.Э., Хамракулов Р.А., Сулов Ю.В. Перспективы развития железобетонных конструкций из высокопрочных бетонов // Системные технологии. 2016. № 1 (18). С. 7–17. EDN: WANJGJ
23. Бондаренко В.М. Некоторые фундаментальные вопросы развития теории железобетона // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2010. № 2. С. 5–14. EDN: LDFSUR
24. Бондаренко В.М. Феноменология кинетики повреждений бетона и железобетонных конструкций, эксплуатирующихся в агрессивной среде // Бетон и железобетон. 2008. № 2. С. 56–61. EDN: ISDKDR

References

1. Bondarenko V.M., Kolchunov V.I. *Computational models of the strength resistance of reinforced concrete*. Moscow: ASV Publ.; 2004. (In Russ.) EDN: QNKPAF

2. Tamrazyan A.G. Berechnung von Strukturelementen mit einer gegebenen Normalverteilung sowie Zuverlässigkeit und Tragfähigkeit. *Monthly Journal on Construction and Architecture*. 2012;(10):109–115. (In Russ.) EDN: PDUBKP
3. Tamrazyan A., Avetisyan L. Comparative analysis of analytical and experimental results of the strength of compressed reinforced concrete columns under special combinations of loads. *MATEC Web of Conferences. 5th International Scientific Conference on Integration, Partnership and Innovation in Construction Science and Education, IPICSE 2016*. 2016;86:01029. <http://doi.org/10.1051/mateconf/20168601029>
4. Kowal Z. Instruments of Probabilistic Optimisation of Load Bearing Capacity and Reliability of Statically Indeterminate Complex Structures. *Archives of Civil Engineering*. 2014;60(1):77–90. <http://doi.org/10.2478/ace-2014-0004>
5. Fedorova N.V., Savin S.Y. Time of dynamic impact to elements of RC frame at column buckling. *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering. International Conference on Construction, Architecture and Technosphere Safety*. 2019;033030. <http://doi.org/10.1088/1757-899X/687/3/033030>
6. Schiessl P. Durability of reinforced concrete structures. *Construction and Building Materials*. 1996;10(5):289–292. [http://doi.org/10.1016/0950-0618\(95\)00072-0](http://doi.org/10.1016/0950-0618(95)00072-0)
7. Gusev B.V., Faivusovich A.S. Development of defining equations for the mathematical theory of concrete corrosion processes. *Industrial and Civil Engineering*. 2020;(5):15–27. <http://doi.org/10.33622/0869-7019.2020.05.15-27>
8. Berlinov M.V. Strength resistance of reinforced concrete elements of high-rise buildings under dynamic loads. *E3S Web of Conferences*. 2018;33:02049. <http://doi.org/10.1051/e3sconf/20183302049>
9. Berlinov M.V., Berlinova M.N. Durability of reinforced concrete constructions in conditions of prolonged operation. *BST: Bulletin of construction equipment*. 2019;1(1013):60–61. (In Russ.) EDN: YWGBBR
10. Berlinov M.V., Berlinova M.N., Gregorian A.G. Operational durability of reinforced concrete structures. *E3S Web of Conferences*. 2019;91:02012. <http://doi.org/10.1051/e3sconf/20199102012>
11. Berlinov M.V. Strength resistance of reinforced concrete elements of high-rise buildings under dynamic loads. *E3S Web of Conferences*. 2018;33:02049. <http://doi.org/10.1051/e3sconf/20183302049>
12. Berlinov M.V., Berlinova M.N. Force resistance of a non-linearly deformable reinforced concrete beam with corrosion damage under dynamic load. *Lecture Notes in Civil Engineering*. 2022;182:327–335. http://doi.org/10.1007/978-3-030-85236-8_30
13. Berlinov M., Berlinova M., Tvorogov A. Management of degradation processes and strengthening of soils and foundations of transport structures. *E3S Web of Conferences*. 2023;371:04016. <http://doi.org/10.1051/e3sconf/202337104016>
14. Bondarenko V.M., Tvorogova M.N., Isaeva E.M. Practical calculation of the force resistance of compressed reinforced concrete rods damaged by corrosion. *Bulletin of the Department of Building Sciences of the Russian Academy of Architecture and Building Sciences*. 2006;(10):52.
15. Blikharskiy Y., Selejdak J., Koptika N., Vashkevych R. Study of concrete under combined action of aggressive environment and long-term loading. *Materials*. 2021;14(21):6612. <http://doi.org/10.3390/ma14216612>
16. Berlinov M.V., Berlinova M.N. Long-term exploitation of reinforced concrete constructions of transport structures on a soil base under conditions of nonlinear rheological deformation with corrosion damage. *E3S Web of Conferences*. 2023;371:567–574. <http://doi.org/10.1051/e3sconf/202337104015>
17. Andrade C., Alonso C. Corrosion rate monitoring in the laboratory and on-site. *Construction and Building Materials*. 1996;10(5):315–328. [http://doi.org/10.1016/0950-0618\(95\)00044-5](http://doi.org/10.1016/0950-0618(95)00044-5)
18. Malek J., Benjeddou O. Chemical causes of concrete degradation. *MOJ Civil Eng*. 2018;4(1):40–46. <http://doi.org/10.15406/mojce.2018.04.00095>
19. Monteny J., Vincke E., Beeldens A., De Belie N., Taerwe L., Van Gemert D., Verstraete W. Chemical, microbiological, and in situ test methods for biogenic sulfuric acid corrosion of concrete. *Cement and Concrete Research*. 2000;30(4):623–634. [http://doi.org/10.1016/S0008-8846\(00\)00219-2](http://doi.org/10.1016/S0008-8846(00)00219-2)
20. Tamrazyan A.G., Said Y.A.K. Effect of corrosion on the behavior of reinforced concrete beams. In: *Safety of the Construction Fund of Russia. Problems and solutions. Materials of International Academic Readings. Kursk State University. Kursk*; 2021. p. 241–249. (In Russ.) EDN: ZFMGQV
21. Alekseitsev A.V. Analysis of the stability of a reinforced concrete column under horizontal impact effects. *Reinforced concrete structures*. 2023;2(2):3–12. (In Russ.) <http://doi.org/10.22227/2949-1622.2023.2.3-12>
22. Okolnikova G.E., Khamrakulov R.A., Suslov Yu.V. Prospects for the development of reinforced concrete structures from high-strength concrete. *System technologies*. 2016;1(18):7–17. (In Russ.) EDN: WANJGJ
23. Bondarenko V.M. Some general problems of development of reinforced concrete theory. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*. 2010;(2):5–14. (In Russ.) EDN: LDFSUR
24. Bondarenko V.M. Phenomenology of kinetics of damages of concrete and reinforced concrete structures operated in an aggressive environment. *Concrete and reinforced concrete*. 2008;(2):56–61. (In Russ.) EDN: ISDKDR

DOI: 10.22363/1815-5235-2024-20-5-453-478

УДК 629.5.021.001

EDN: CTCHCB

Научная статья / Research article

Преобразованные расчетные схемы в практике расчета динамики конструкции стационарной морской платформы

В.И. Сутырин¹, Э.Р. Кужахметова²¹ Балтийский федеральный университет имени Иммануила Канта, Калининград, Россия² Группа компаний КТБ, АО «КТБ «Железобетон», Москва, Россия elja_09@bk.ru

Поступила в редакцию: 16 июня 2024 г.

Принята к публикации: 15 октября 2024 г.

Аннотация. Предпринята попытка изучить характер изменения характеристик напряженно-деформированного состояния (НДС) конструкции стационарной морской платформы под действием сейсмических нагрузок. Сооружение установлено на опорном основании ферменного типа и удерживается в рабочем положении при помощи стальных трубчатых свай, забитых в грунт через опорные колонны (фундамент глубокого заложения). Инструментом исследования являлась комбинированная пространственная 3D конечно-элементная модель «сооружение — свайный фундамент — грунтовое основание». Цель исследования заключалась в отработке методики анализа динамики конструкции стационарной морской платформы как трехмерной механической модели, которая характеризуется большим числом степеней свободы. Эффективность численного анализа системы повышается путем построения преобразованной расчетной схемы (ПРС). Преобразование заключается в переходе к контурным и расчетным (активным) суперузлам, расположенным вдоль оси симметрии фундаментной сваи. Контурные узлы используются для стыковки подструктуры суперузлов подземной части сооружения к подструктуре надземной ее части. Расчетные узлы позволяют учесть колебания свайного фундамента в грунте. Предложена алгебраическая вычислительная процедура, позволяющая сформировать матрицы обобщенных коэффициентов жесткости и массы. Модальный анализ с использованием преобразованной расчетной схемы дает возможность существенного снижения порядка и общего времени расчета системы. Обеспечивается возможность анализа динамических реакций системы прямым методом с использованием акселерограммы реального землетрясения.

Ключевые слова: свая, свайный фундамент, системный анализ, структуризация, суперэлементы, динамика конструкций, вибрация, землетрясение, сейсмика, метод конечных элементов, конечно-элементная модель, сооружение — свайный фундамент — грунтовое основание

Заявление о конфликте интересов. Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

Вклад авторов. Нераздельное соавторство

Для цитирования: Сутырин В.И., Кужахметова Э.Р. Преобразованные расчетные схемы в практике расчета динамики конструкции стационарной морской платформы // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2024. Т. 20. № 5. С. 453–478. <http://doi.org/10.22363/1815-5235-2024-20-5-453-478>

Сутырин Валерий Игоревич, доктор технических наук, профессор ОНК «Институт высоких технологий», Балтийский федеральный университет имени Иммануила Канта, Калининград, Россия; eLIBRARY SPIN-код: 7194-7481, ORCID: 0000-0002-4911-8515; e-mail: vsutyryn@mail.ru

Кужахметова Эльвира Рафаэльевна, инженер, главный специалист КТБ «Железобетон», Москва, Россия; eLIBRARY SPIN-код: 1949-1140, ORCID: 0000-0002-0907-786X; e-mail: elja_09@bk.ru

© Сутырин В.И., Кужахметова Э.Р., 2024

This work is licensed under a Creative Commons Attribution 4.0 International License
<https://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/legalcode>

Transformed Calculation Models in Practice of Dynamic Analysis of Fixed Offshore Platform Structures

Valerii I. Sutyryn¹, Elvira R. Kuzhakhmetova²

¹ Immanuel Kant Baltic Federal University (IK BFU), Kaliningrad, Russia

² KTB Beton Group, Moscow, Russia

 elja_09@bk.ru

Received: June 16, 2024

Accepted: October 15, 2024

Abstract. In this study, an attempt is made to study the nature of changes in the characteristics of the stress-strain state (SSS) of a fixed offshore platform structure under the influence of seismic loads. The structure is installed on a truss-type support base and is fixed in operating position by steel tubular piles driven into the soil base through support columns (deep foundation). A combined 3D finite element model “Superstructure — Pile Foundation – Soil Base” was used as the research tool. The purpose of the study was to develop a methodology for analyzing the dynamics of a fixed offshore platform as a 3D mechanical model, the finite element model of which is characterized by a large number of degrees of freedom. The efficiency of the numerical analysis of the system is increased by constructing a transformed calculation model (TCM). The transformation involves the transition to contour and calculation super nodes located along the axis of symmetry of the foundation pile. Contour nodes are used to connect the Substructure of super nodes to the Superstructure. The calculation nodes allow to take into account the vibrations of the pile foundation in the soil base. An algebraic computational procedure is proposed that allows the formation of matrices of generalized stiffness and mass coefficients. Modal analysis using a transformed calculation model (TCM) provides a significant reduction in the order and total computational time of the mechanical system. The possibility of analyzing dynamic reactions by a direct method based on the accelerogram of a real earthquake is provided.

Keywords: pile, pile foundation, system analysis, superelements, dynamics of structures, vibrations, earthquake, seismics, finite element method, Superstructure — Pile Foundation — Soil Base

Conflicts of interest. The authors declare that there is no conflict of interest.

Authors’ contribution. Undivided co-authorship.

For citation: Sutyryn V.I., Kuzhakhmetova E.R. Transformed calculation schemes in the practice of calculating the dynamics of the construction of a stationary offshore platform. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*. 2024;20(5):453–478. (In Russ.) <http://doi.org/10.22363/1815-5235-2024-20-5-453-478>

1. Введение

Современные программные комплексы CAD (Computer — Aided — Design)/CAE (Computer — Aided — Engineering) класса позволяют инженерам анализировать напряженно-деформированное состояние (НДС) и динамику поведения конструкций разнообразных объектов морской техники, рассматривая их как трехмерные механические модели. Примерами могут служить стационарные морские платформы (далее — СМП), предназначенные для освоения ресурсов морского шельфа. Подобные сооружения опираются на стальные трубчатые сваи (или фундаменты глубокого заложения), забиваемые в грунт через опорные колонны. Сваи, диаметр которых находится, как правило, в интервале от 0,6 до 1,5 м, воспринимают нагрузки от верхнего строения и обеспечивают устойчивость сооружения в штормовых и ледовых условиях. Толщина стенки трубчатых свай находится в пределах 0,012–0,025 м [1].

Valerii I. Sutyryn, Doctor of Technical Sciences, Professor of “Institute of High Technologies”, Immanuel Kant Baltic Federal University, Kaliningrad, Russia; eLIBRARY SPIN-code: 7194-7481; ORCID: 0000-0002-4911-8515; e-mail: vsutyryn@mail.ru

Elvira R. Kuzhakhmetova, Engineer, Chief Specialist, KTB Beton Group, Moscow, Russia; eLIBRARY SPIN-code: 1949-1140; ORCID: 0000-0002-0907-786X; e-mail: elja_09@bk.ru

Традиционно при расчетах объектов указанного типа анализу подвергаются их отдельные части. При этом неизбежно возникает проблема, связанная с выбором граничных условий. Системное рассмотрение конструкции решает указанную проблему. Важное его преимущество заключается в комплексном расчетном исследовании объекта в целостности и полноте. Системное рассмотрение обеспечивает ценные для инженерной практики оценки взаимовлияния частей объекта, что особенно важно в условиях существенного различия их свойств и внешних воздействий. Успеху системного рассмотрения способствуют программные средства CAD/CAE, реализующие методы структуризации (подконструкций). Благодаря их применению удастся получить высокоинформативные расчетно-графические картины, характеризующие состояние и поведение сложных объектов с учетом многочисленных факторов (конструктивных, технологических, факторов внешней среды и др.).

Расчетные исследования конструируемых объектов морской техники многовариантны. Они все еще остаются весьма затратными как по времени, так и по финансовым средствам. По этой причине для конструктора важны такие компьютерные программы, которые, с одной стороны, повышают эффективность многовариантного инженерного анализа объекта, снижают его трудоемкость, а с другой — обеспечивают полные, целостные и адекватные оценки характеристик его состояния и поведения. Решение указанных проблем может осуществляться различными путями. Первый путь связан с совершенствованием методов САЕ, включая базовый метод конечных элементов (МКЭ), а также методы расчета трехмерных механических моделей по частям (методы структуризации). Вторым путем заключается в повышении эффективности реализуемых математических вычислительных процедур. Третий путь — это путь рационализации используемых моделей (расчетных схем). По мнению авторов, наилучшие результаты можно получить путем объединения результатов, полученных по трем указанным направлениям.

В [2] авторами представлена методика расчета характеристик НДС конструкции стационарной морской платформы по частям на действие постоянных и эксплуатационных нагрузок. Вместе с тем конструкция, рассчитанная в статической постановке, должна быть подвергнута дополнительной проверке в случае возможного увеличения напряжений и деформаций, вызванных динамическим характером воздействий внешней среды. Одна из наиболее важных нагрузок на сооружение возникает вследствие сейсмических колебаний грунта. Поскольку указанная нагрузка может нанести серьезный ущерб морскому сооружению, необходимо тщательно изучить ее влияние на динамический отклик конструкции, чтобы спроектировать надежные сооружения для сейсмических районов [1].

Цель исследования — отработка методики анализа динамики конструкции СМП как трехмерной механической модели, которая характеризуется большим числом степеней свободы. Для достижения цели поставлены следующие задачи:

- 1) создание пространственных конечно-элементных моделей с разными граничными условиями: модель № 1 «сооружение — свайный фундамент — грунтовое основание», модель № 2 «сооружение — жесткая заделка»;
- 2) применение метода структуризации (или анализа по частям) модели № 1 с учетом преобразования подземной части «свайный фундамент — грунтовое основание» для дальнейшего получения новой модели № 3 в виде «сооружение — преобразованная подземная часть (ПРС)»;
- 3) выполнение сравнительного анализа численных результатов моделей № 1–3 с учетом их времени продолжительного статического и динамического расчета.

2. Модель, материалы и методы

2.1. Пространственная конечно-элементная модель стационарной морской платформы

Пространственная конечно-элементная модель конструкции СМП «сооружение — свайный фундамент — грунтовое основание» (Superstructure — Pile Foundation — Soil Base) объединяет надстройку (поз. 1), опорные трубы (поз. 2), элементы раскосной системы (поз. 3), трубчатый свайный фундамент глубокого заложения с прилегающим грунтом (поз. 4) (рис. 1).

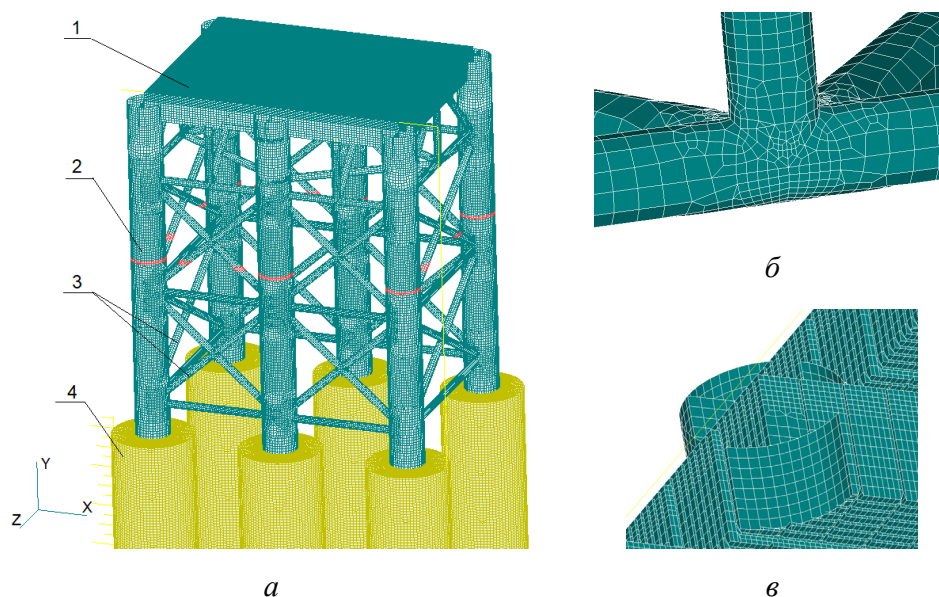


Рис. 1. Пространственная 3D конечно-элементная модель конструкции стационарной платформы как системы «сооружение — свайный фундамент — грунтовое основание»:
 а — полная модель; б — узел соединения трубчатых элементов раскосной системы;
 в — конструктивный узел надстройки: 1 — надстройка; 2 — опорные трубы; 3 — элементы раскосной системы;
 4 — грунтовое основание со свайным трубчатым фундаментом (на рисунке не показан)
 И с т о ч н и к: выполнено В.И. Сутыриным, Э.Р. Кузахметовой

Figure 1. Spatial 3D finite element model of a fixed platform structure as the “superstructure — pile foundation — soil base” system:
 а — complete model; б — tubular elements joint in the bracing system; в — structural node of the superstructure:
 1 — superstructure; 2 — support pipes; 3 — elements of the bracing systems;
 4 — soil base with a tubular pile foundation (not shown in the figure)
 S o u r c e: made by V.I. Sutyurin, E.R. Kuzhakhmetova

Расчетная модель сформирована с использованием оболочечных конечных элементов типа *Plate* (металлоконструкции надземной части сооружения, включая сваи), а также объемных конечных элементов типа *Solid* (грунтовые массивы). Общее число конечных элементов расчетной модели: 5 272 382; порядок разрешающей системы уравнений: 16 125 672. Фундаментная свая имеет длину 20 м и диаметр 1 м. Диаметр грунтовых массивов модели подобран с таким расчетом, чтобы жесткое защемление его внешних граничных узлов не оказывало существенного влияния на картину НДС конструкции. Постоянные нагрузки от надстройки, временные ветровые нагрузки для надводной части конструкции, а также сейсмические воздействия для ее подземной части приняты из работы [1]. Волновые нагрузки, воздействия течений и льда, нагрузки, возникающие в процессе транспортировки и постановки конструкции на дно, в данном расчете не учитывались.

Пространственная конечно-элементная модель платформы «сооружение — свайный фундамент — грунтовое основание» рассчитана с использованием методов модального анализа и структуризации.

2.2. Материалы

Все металлические элементы стационарной морской платформы выполнены из конструкционной стали с модулем упругости $E_s = 210\,000\text{ Н/мм}^2$, коэффициентом Пуассона $\nu_s = 0,3$, плотностью $\rho_s = 7850\text{ кг/м}^3$, модулем сдвига $G_s = 0,79 \cdot 10^5\text{ Н/мм}^2$ и коэффициентом линейного расширения $\alpha_s = 0,12 \cdot 10^{-4}$ (см. табл. Б.1 СП 16.13330.2017¹).

¹ СП 16.13330.2017 «Стальные конструкции. Актуализированная редакция СНиП II-23-81*» (с Поправками, с Изменениями № 1–5). М.: Стандартинформ, 2017.

Грунтовое основание считается однородным. Характеристики грунта в первом приближении соответствуют пескам с коэффициентом пористости $e = 0,65$, нормативным значением удельного сцепления $c_n = 4$ кПа, углом внутреннего трения $\varphi_n = 30$ град. и модулем деформации $E = 18$ МПа (см. табл. А.1 СП 22.13330.2016²).

2.3. Методы расчета

Исходное уравнение, описывающее динамику поведения системы S , можно представить в следующем виде:

$$[M^{(S)}]\{\ddot{q}^{(S)}(t)\} + [D^{(S)}]\{\dot{q}^{(S)}(t)\} + [R^{(S)}]\{q^{(S)}(t)\} = \{P^{(S)}(t)\}, \quad (1)$$

где $[R^{(S)}]$, $[M^{(S)}]$ и $[D^{(S)}]$ — матрицы коэффициентов жесткости, массы и демпфирования рассматриваемой системы S ; $\{q^{(S)}(t)\}$ и $\{P^{(S)}(t)\}$ — векторы реакций (узловых перемещений) и внешних нагрузок системы S , зависящие от времени t .

Определение коэффициентов демпфирования является сложной задачей. Факторы диссипации энергии в системе разнообразны. Можно выделить, в частности, гистерезисное демпфирование системы грунтом. В процессе колебаний системы возникает демпфирование, связанное с распространением от нее поверхностных деформационных волн грунтового массива. Характер влияния указанных факторов остается непонятым до конца, что усложняет поиск адекватных расчетных моделей. По этой причине доминирующей в расчетной практике является идея группирования факторов, определяющих диссипацию колебательной энергии системы. При этом считается, что эквивалентное демпфирование является вязким демпфированием. Указанное гипотетическое предположение стало стандартом в современной практике инженерного анализа динамики зданий и сооружений. Согласно ряду зарубежных нормативных документов, оно приводит к существенному упрощению решения дифференциальных уравнений колебаний [3; 4] и в ряде случаев дает приемлемые результаты [5; 6]. В случае пропорционального вязкостного демпфирования, как наиболее простой его формы, матрица $[D]$ описывается следующей формулой:

$$[D] = \alpha[M] + \beta[R], \quad (2)$$

где α и β — действительные константы, определяемые экспериментальными методами [7–9] с использованием специализированных экспериментальных установок³ [9–12].

Уравнение движения системы, полученное путем преобразования (1) из временной области в область переменных Лапласа p при нулевых начальных условиях, можно представить следующим образом:

$$(p^2[M] + p[D] + [R])\{X(p)\} = \{F(p)\}, \quad (3)$$

где $\{F(p)\}$ — вектор внешней нагрузки; $\{X(p)\}$ — вектор отклика (реакции).

Формирование матриц жесткости $[R]$, массы $[M]$ и демпфирования $[D]$ позволяет решать задачу по определению собственных значений в соответствии с уравнением следующего вида [13; 14]:

² СП 22.13330.2016. Основания зданий и сооружений. Актуализированная редакция СНиП 2.02.01-83* (с Изменениями № 1–5). М.: Стандартинформ, 2017.

³ Александров А.В., Алфутков Н.А., Астанин В.В. и др. Машиностроение. Энциклопедия / ред. совет: К.В. Фролов (пред.). М.: Машиностроение; Динамика и прочность машин. Теория механизмов и машин. Т. 1–3. В 2 книгах. Кн. 2 / под общ. ред. К.С. Колесникова. М.: Машиностроение, 1995. 624 с.

$$\left(p \begin{bmatrix} [0] & [M] \\ [M] & [D] \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -[M] & [0] \\ [0] & [R] \end{bmatrix} \right) \{Y\} = \{0\}. \quad (4)$$

Собственные значения находятся путем раскрытия определителя следующего вида:

$$\left| \begin{bmatrix} [0] & [M] \\ [M] & [D] \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -[M] & [0] \\ [0] & [R] \end{bmatrix} \right| = 0. \quad (5)$$

Решением является ряд собственных значений λ_r в виде комплексно-сопряженных пар вида $\lambda_r \pm i\omega_r$ ($r = 1 \dots N$, где N — число степеней свободы), содержащих коэффициенты затухания и собственные частоты ω_i . Каждому собственному значению λ_r соответствует вектор формы. Собственные векторы ψ_r находятся путем решения следующего уравнения:

$$(\lambda_r^2 [M] + \lambda_r [D] + [R]) \{\psi\}_r = \{0\}. \quad (6)$$

В случае с демпфированием, моделирующим рассеяние энергии в конструкциях, общий коэффициент структурного демпфирования D и коэффициент элементного структурного демпфирования D_E , определяемый в свойствах материала, формируют комплексную матрицу жесткости следующего вида [15; 16]:

$$[R_E] = (1 + iD)[R] + i \sum_{j=1}^N D_E^j [R_E^j], \quad (7)$$

где $[R_E]$ — матрица жесткости конечного элемента. Таким образом, в анализе частотного отклика структурный отклик вычисляется на дискретных частотах возбуждения путем решения системы связанных матричных уравнений с использованием комплексной алгебры. Уравнения движения на каждой входной частоте решаются способом, аналогичным решению задачи статики с использованием сложной арифметики.

Присоединенные массы воды смоченной поверхности опорных колонн сооружения вводятся в расчет командой *Fluid Region* программного комплекса FEMAP with NX NASTRAN. При помощи указанной команды производится сегментация объемов несжимаемой жидкости. Они прикрепляются к узлам подводной части и используются для построения матрицы присоединенных масс методом MFLUID [16]. Указанный метод основан на решении уравнений Лапласа методом Гельмгольца. Задача решается путем распределения набора источников по внешней границе объема жидкости. Если предположить, что источник находится в точке r_j , то вектор скорости v_i в любой другой точке r_i можно определить следующим образом:

$$\dot{v}_i = \sum_j \int_{A_j} \frac{\sigma_j e_{ij}}{|r_i - r_j|^2} dA_j, \quad (8)$$

где σ_j — величина объемного расхода жидкости, приходящегося на площадь A_j ; e_{ij} — единичный вектор в направлении от точки j к точке i . Интегрирование приводит к формированию матрицы $[\chi]$:

$$\{\dot{v}\} = [\chi] \times \{\sigma\}. \quad (9)$$

Для жидкости с плотностью ρ давление p_i в любой i -точке определяется следующим набором уравнений:

$$p_i = \sum_j \int_{A_j} \frac{\dot{\sigma}_j e_{ij} \rho}{|r_i - r_j|^2} dA_j. \quad (10)$$

Интегрирование по площади преобразует давления в силы:

$$\{F\} = [\Lambda] \times \{\delta\}. \quad (11)$$

В свою очередь, компоненты вектора сил (11) определяется следующим матрично-векторным равенством:

$$\{F\} = [M] \times \{\ddot{v}\}, \quad (12)$$

где $[M]$ — матрица присоединенных масс жидкости, компоненты которой определяются следующим образом:

$$[M] = [\Lambda] \times [\chi]^{-1}. \quad (13)$$

Экспериментальное подтверждение возможности применения *MFLUID* приведено в работе [17].

Следует отметить, что рассматриваемую механическую систему сооружения S можно отнести к классу больших систем. Разрешающие уравнения характеризуются большим порядком матриц жесткости $[R]$, массы $[M]$ и демпфирования $[D]$. По этой причине решение уравнений оказывается весьма трудоемким, особенно в задачах вариантного расчетного конструирования. Повысить эффективность расчетов можно путем формирования сооружения методами структуризации.

2.4. Метод структуризации

Первые публикации по методам расчета конструкций по частям (методам подконструкций, суперэлементов [18; 19]) появились в 60-е гг. прошлого века, приблизительно спустя два десятилетия после выхода первых научных работ по МКЭ [20–23]. Применение методов предусматривает конденсацию (обобщение) жесткостей и нагрузок на общих границах (в соединениях) частей конструкции с последующим построением так называемой целевой подструктуры (ЦП). Расчет системы уравнений равновесия ЦП позволяет определить граничные узловые перемещения, а по ним и НДС всех выделенных частей (подконструкций). Таким образом, в методе подконструкций реализуется системный принцип перехода в расчете «от частного к общему», а затем «от общего к частному». Налицо вычислительная экспансия, направленная на последовательную обработку всех частей системы доступными компьютерными средствами с относительно небольшой производительностью.

В некотором смысле альтернативным является подход, заключающийся в алгебраическом приведении жесткостей и нагрузок глобальной системы к граничным узлам ее локального фрагмента (редукции разрешающей системы уравнений). При этом локализация (переход к границам) фрагмента (части) системы «извне» обеспечивает эффективное последующее его расчетное конструирование с учетом инвариантных (однократно рассчитанных) граничных условий. Соответствующая расчетная подструктура представляет так называемый «внешний суперэлемент» (*External Super element*). Локализация обратного направления (т.е. «изнутри») позволяет учесть граничные условия (жесткостные свойства и нагрузки) фрагмента в многовариантных расчетах сохраненной внешней части, что особенно эффективно при организации коллективной работы над проектом.

Расчет динамики конструкции предусматривает сохранение в расчете отдельных расчетных (активных) узлов исходной расчетной схемы, в которых конденсируются не только жесткости, но и массы глобальной системы [24; 25]. При этом важно, чтобы собственные частоты и формы сформированной подсистемы расчетных узлов и исходной модели по возможности совпадали. В подобном расчетном приеме заключена целесообразная смена парадигмы исследований больших механических моделей по частям. По существу, целевая установка процесса структуризации, направленная на наращивание частями общего порядка решаемой задачи, свойственная классическому методу подконструкций, заменяется здесь на противоположную, состоящую в локализации расчетного анализа, т.е. к переходу к подструктурам по принципу «от общего к частному» и затем, возможно, «от част-

ного к общему». Методы подконструкций и суперэлементов в различных формах нашли широкое применение в расчетах объектов морской техники⁴ [26–32]. По мнению авторов статьи, в расчетах динамики платформы предпочтительным является объединение положительных свойств подсистем внешнего суперэлемента (СЭ) и расчетных узлов (РУ). По-видимому, впервые идея подобного объединения для расчета конструкции, находящейся под действием статических нагрузок, была представлена А.И. Сапожниковым⁵ в форме метода контурных и расчетных точек. В настоящей статье указанная идея распространяется на случай анализа динамики большой механической системы.

2.5. Преобразованная расчетная схема/Transformed calculation schemes

Глобальная механическая система S стационарной морской платформы (СМП) состоит из надземной и подземной частей (рис. 2а). Обозначим их символами Ω и Φ . Структурируем исходную расчетную схему системы S за счет преобразования расчетной схемы подземной части Φ . С этой целью выберем ее расчетные узлы (обозначим их γ) с таким расчетом, чтобы учитываемые формы собственных колебаний исходной и ПРС системы S по возможности совпадали. При решении рассматриваемой задачи в качестве *расчетных (активных) узлов* выбираются узлы, расположенные вдоль оси симметрии трубчатой сваи (см. рис. 2б и 2в).

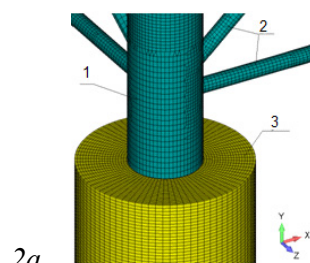


Рис. 2а. Фрагмент исходной расчетной модели (см. рис. 1) конструктивного узла сопряжения опорной колонны платформы с ее подземной частью Φ : 1 — опорная труба; 2 — элементы раскосной системы; 3 — грунтовой массив (расчетная область ξ) с трубчатой свайей (свая не показана). Источник: выполнено В.И. Сутыриным, Э.Р. Кузахметовой

Figure 2a. Fragment of the initial calculation model (see Figure 1) of the structural joint of the platform support column with its substructure (Φ): 1 — support pipe; 2 — elements of the bracing system; 3 — soil body (calculation domain ξ) with tubular pile (pile not shown). Source: made by V.I. Sutyurin, E.R. Kuzhakhmetova

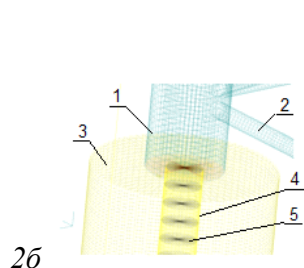


Рис. 2б. Фрагмент исходной расчетной модели (см. рис. 1) того же конструктивного узла радиальными *Rigid*-элементами, образующими ряд *Master*-узлов, расположенных вдоль оси симметрии трубчатой сваи: 1 — опорная колонна; 2 — элементы раскосной системы; 3 — грунтовое основание ξ ; 4 — трубчатая фундаментная свая; 5 — веерная система жестких элементов типа *Rigid*. Источник: выполнено В.И. Сутыриным, Э.Р. Кузахметовой

Figure 2б. Fragment of the initial calculation model (see Figure 1) of the same structural joint with radial *Rigid* elements forming a series of *Master* nodes located along the axis of symmetry of the tubular pile: 1 — support column; 2 — bracing system elements; 3 — soil base (ξ); 4 — tubular foundation pile; 5 — fan-shaped system of rigid elements of the *Rigid* type. Source: made by V.I. Sutyurin, E.R. Kuzhakhmetova

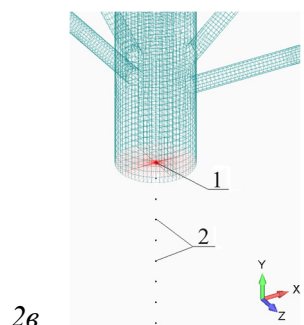


Рис. 2в. ПРС фрагмента конструкции морской платформы с активными узлами подземной части Φ : 1 — контурный (стыковочный) узел фундаментной сваи ν ; 2 — расчетные (активные) узлы γ сваи, совпадающие с *Master*-узлами элементов типа *Rigid* исходной модели. Источник: выполнено В.И. Сутыриным, Э.Р. Кузахметовой

Figure 2в. TCM of a fragment of the offshore platform structure with active nodes of the substructure (Φ): 1 — contour node of the foundation pile (ν); 2 — calculated (active) nodes (γ) of the pile, coinciding with the *Master* nodes of the *Rigid* type elements of the original model. Source: made by V.I. Sutyurin, E.R. Kuzhakhmetova

⁴ Постнов В.А., Дмитриев С.А., Елтышев Б.К., Родионов А.А. Метод суперэлементов в расчетах инженерных сооружений. Л.: Судостроение, 1979. 287 с.

⁵ См.: Сапожников А.И. Метод контурных и расчетных точек при расчетах соединений // Строительная механика и расчет сооружений. 1980. № 5. С. 59–61; Сапожников А.И. Применение методов контурных и расчетных точек для анализа напряженно-деформированного состояния цилиндрических резервуаров // Известия вузов. Строительство и архитектура. 1988. № 11. С. 29–34.

Возможность формирования обобщенных коэффициентов жесткости и массы расчетных и контурных узлов трубчатой фундаментной сваи обеспечена установкой радиальных (веерных) систем конечных элементов типа *Rigid* (см. рис. 2, б) [33]. Выделим также узел, предназначенный для стыковки подземной части сооружения с его надземной частью. Назовем узлы с подобной функциональностью *контурными* (или *граничными, стыковочными*) суперузлами v . Узлы (узловые перемещения) модели надземной Ω и подземной Φ частей сооружения обозначим символами δ и ξ (для подсистем грунта и фундамента соответственно). С учетом принятых обозначений структуры матриц жесткости $[R^{(S)}]$ и массы $[M^{(S)}]$ глобальной системы S можно представить в следующем виде:

$$[R^{(S)}] = \begin{bmatrix} R_{\delta\delta}^{(\Omega)} & R_{\delta v}^{(\Omega)} & 0 & 0 \\ R_{v\delta}^{(\Omega)} & (R_{vv}^{(\Omega)} + R_{vv}^{(\Phi)}) & R_{v\gamma}^{(\Phi)} & 0 \\ 0 & R_{\gamma v}^{(\Phi)} & R_{\gamma\gamma}^{(\Phi)} & R_{\gamma\xi}^{(\Phi)} \\ 0 & 0 & R_{\xi\gamma}^{(\Phi)} & R_{\xi\xi}^{(\Phi)} \end{bmatrix}; \quad (14)$$

$$[M^{(S)}] = \begin{bmatrix} M_{\delta\delta}^{(\Omega)} & M_{\delta v}^{(\Omega)} & 0 & 0 \\ M_{v\delta}^{(\Omega)} & (M_{vv}^{(\Omega)} + M_{vv}^{(\Phi)}) & M_{v\gamma}^{(\Phi)} & 0 \\ 0 & M_{\gamma v}^{(\Phi)} & M_{\gamma\gamma}^{(\Phi)} & M_{\gamma\xi}^{(\Phi)} \\ 0 & 0 & M_{\xi\gamma}^{(\Phi)} & M_{\xi\xi}^{(\Phi)} \end{bmatrix}. \quad (14a)$$

Остановимся на алгоритме конденсации нагрузок, жесткостей и масс в суперузлах системы. ПРС сооружения показана на рис. 2, в. При выводе матрично-векторных равенств будем считать сваи одинаковыми, что позволяет опустить индекс номера сваи.

В операциях с конечно-элементной моделью выделим в составе вектора узловых перемещений подземной части Φ подвекторы сохраняемых g и исключаемых n степеней свободы (узловых перемещений): $\{q^{(\Phi)}\} = \{q_g, q_n\}^T$. В качестве сохраняемых g перемещений рассмотрим перемещения одного контурного (v , поз. 1) и ряда расчетных (γ , поз. 2) узлов модели подземной части сооружения Φ . В указанном случае ее матрицы коэффициентов жесткости $[R^{(\Phi)}]$ и массы $[M^{(\Phi)}]$ подземной части приобретают блочный вид:

$$[R^{(\Phi)}] = \begin{bmatrix} R_{gg}^{(\Phi)} & R_{gn}^{(\Phi)} \\ R_{ng}^{(\Phi)} & R_{nn}^{(\Phi)} \end{bmatrix}; \quad (15)$$

$$[M^{(\Phi)}] = \begin{bmatrix} M_{gg}^{(\Phi)} & M_{gn}^{(\Phi)} \\ M_{ng}^{(\Phi)} & M_{nn}^{(\Phi)} \end{bmatrix}, \quad (15a)$$

$$\text{где } [R_{gg}^{(\Phi)}] = \begin{bmatrix} R_{vv}^{(\Phi)} & 0 \\ 0 & R_{\gamma\gamma}^{(\Phi)} \end{bmatrix} \text{ и } [M_{gg}^{(\Phi)}] = \begin{bmatrix} M_{vv}^{(\Phi)} & 0 \\ 0 & M_{\gamma\gamma}^{(\Phi)} \end{bmatrix}; \quad (16)$$

$$[R_{gn}^{(\Phi)}] = \begin{bmatrix} R_{v\xi}^{(\Phi)} \\ R_{\gamma\xi}^{(\Phi)} \end{bmatrix}; [M_{gn}^{(\Phi)}] = \begin{bmatrix} M_{v\xi}^{(\Phi)} \\ M_{\gamma\xi}^{(\Phi)} \end{bmatrix}; [R_{nn}^{(\Phi)}] = [R_{\xi\xi}^{(\Phi)}]; [M_{nn}^{(\Phi)}] = [M_{\xi\xi}^{(\Phi)}]; \quad (17)$$

$[R_{nn}^{(\Phi)}], [R_{gg}^{(\Phi)}]$ — блок-матрицы коэффициентов жесткости исключаемых n и сохраняемых g степеней свободы подсистемы подземной части Φ ; $[R_{gn}^{(\Phi)}] = [R_{ng}^{(\Phi)}]^T$ — блок-матрицы взаимного влияния. При ненагруженных исключаемых n перемещениях области Φ получаем:

$$[R_{ng}^{(\Phi)}] \times \{q_g^{(\Phi)}\} + [R_{nn}^{(\Phi)}] \times \{q_n^{(\Phi)}\} = \{0\}; \quad (18)$$

$$\{q_n^{(\Phi)}\} = -[R_{nn}^{(\Phi)}]^{-1} \times [R_{ng}^{(\Phi)}] \times \{q_g^{(\Phi)}\}. \quad (19)$$

$$\text{Обозначая } [L] = -[R_{nn}^{(\Phi)}]^{-1} [R_{ng}^{(\Phi)}], \text{ получим } \{q^{(\Phi)}\} = [EL]^T \{q_g^{(\Phi)}\}, \quad (20)$$

где E — единичная матрица порядка g .

Для приведения к контурным и расчетным узлам жесткостей и масс области Φ можно воспользоваться известными матричными равенствами [24; 25]:

$$[R_{gg}^{(*)}] = \left[\frac{E}{L} \right]^T \times [R^{(\Phi)}] \times \left[\frac{E}{L} \right], \quad (21)$$

$$[M_{gg}^{(*)}] = \left[\frac{E}{L} \right]^T \times [M^{(\Phi)}] \times \left[\frac{E}{L} \right]. \quad (22)$$

Компоненты матриц приведенных коэффициентов, входящих в (21) и (22), зависят от компонент исходных матриц жесткости и массы подсистемы подземной части Φ . Указанные матрицы имеют большой порядок, в основном в связи с учетом грунтового массива, что усложняет программную реализацию вычислений. Определим алгебраический аналог матричного равенства (22). Для этого матрицу масс $[M^{(\Phi)}]$, входящую в (22), представим в четырехблочном виде (15). Первоначально предположим, что матрица масс $[M^{(\Phi)}]$ подземной части имеет диагональную структуру. Тогда перемножая блок-матрицы согласно (22) получим

$$[M_{gg}^{(*)}] = [M_{gg}^{(\Phi)}] + [R_{gn}^{(\Phi)}] \times [R_{nn}^{(\Phi)}]^{-1} \times [M_{nn}^{(\Phi)}] \times [R_{nn}^{(\Phi)}]^{-1} \times [R_{ng}^{(\Phi)}]. \quad (23)$$

Подставляя в (23) $[M_{nn}] = [M_{nn}^{(\Phi)}]^{1/2} \times [M_{nn}^{(\Phi)}]^{1/2}$ и выполняя матричные преобразования, получаем равенство для определения обобщенных масс в следующем виде:

$$[M_{gg}^{(*)}] = [M_{gg}^{(\Phi)}] + [G] \times [G]^T, \quad (24)$$

$$\text{где } [G] = -[L]^T \times [M_{nn}^{(\Phi)}]^{1/2}. \quad (25)$$

Следует отметить, что алгоритм формирования $[G]$ в (24) аналогичен алгоритму приведения нагрузок в блочном методе Гаусса при замене вектора исключаемых нагрузок матрицей $[M_{nn}^{(\Phi)}]^{1/2}$.

В общем случае, когда используется ленточная симметричная матрица масс, получаем следующий результат:

$$\begin{aligned} [M_{gg}^{(*)}] &= [M_{gg}^{(\Phi)}] + [R_{gn}^{(\Phi)}] [R_{nn}^{(\Phi)}]^{-1} [M_{nn}^{(\Phi)}] [R_{nn}^{(\Phi)}]^{-1} [R_{ng}^{(\Phi)}] - \\ &- [R_{gn}^{(\Phi)}] [R_{nn}^{(\Phi)}]^{-1} [M_{ng}^{(\Phi)}] = [M_{gg}^{(\Phi)}] + [Q] + [Q]^T + [G] \times [G]^T, \end{aligned} \quad (26)$$

где

$$[Q] = [L]^T \times [M_{ng}^{(\Phi)}]. \quad (27)$$

Промежуточная блок-матрица $[Q]$ также формируется блочным методом Гаусса. Причем при построчном исключении степеней свободы в редуцируемой системе матрица $[G]$ становится коэффициентом и возведения матрицы в дробную степень (см. 25) не требуется. Таким образом, конденсация жесткостей, масс и нагрузок подсистемы в контурных и расчетных узлах может выполняться унифицированным программным модулем, который многократно использует промежуточные результаты, объединяет и распараллеливает вычислительные процессы.

В целях редуцирования подсистемы грунта и перехода к контурным v и расчетным γ узлам трубчатой сваи рациональна осесимметричная вихревая (спиралеобразная) фронтальная вычислительная процедура, названная В.И. Сутыриным⁶ *фронтальной конденсацией*. Благодаря фронтальному методу расчета формирование матриц $[G]$ и $[Q]$ для всей подсистемы подземной части не производится. Указанные матрицы формируются для малых по размеру смежных (по отношению к обрабатываемому узлу) фрагментов расчетной модели сваи и грунта. При этом в основной памяти компьютера удерживаются лишь относительно небольшие рабочие массивы коэффициентов жесткости, массы и нагрузки скользящего фронта, размеры которых не зависят от размеров исходной подсистемы. По этой причине вычислительный процесс организуется в основной памяти компьютера, что существенно сокращает полное расчетное время.

Структурируем матрицы, полученные в результате выполнения операций (24) и (26):

$$[R_{gg}^{(*)}] = \begin{bmatrix} R_{vv}^{(*)} & R_{v\gamma}^{(*)} \\ R_{\gamma v}^{(*)} & R_{\gamma\gamma}^{(*)} \end{bmatrix}, [M_{gg}^{(*)}] = \begin{bmatrix} M_{vv}^{(*)} & M_{v\gamma}^{(*)} \\ M_{\gamma v}^{(*)} & M_{\gamma\gamma}^{(*)} \end{bmatrix}. \quad (28)$$

Тогда уравнение колебаний системы (1) приобретает следующий вид:

$$[M^{(*)}] \times \{\ddot{q}(t)\} + [D^{(*)}] \times \{\dot{q}(t)\} + [R^{(*)}] \times \{q(t)\} = \{P^{*}(t)\}, \quad (29)$$

где

$$[R^{(*)}] = \begin{bmatrix} R_{\delta\delta}^{(\Omega)} & R_{\delta v}^{(\Omega)} & 0 \\ R_{v\delta}^{(\Omega)} & (R_{vv}^{(\Omega)} + R_{vv}^{(*)}) & R_{v\gamma}^{(*)} \\ 0 & R_{\gamma v}^{(*)} & R_{\gamma\gamma}^{(*)} \end{bmatrix}, [M^{(*)}] = \begin{bmatrix} M_{\delta\delta}^{(\Omega)} & M_{\delta v}^{(\Omega)} & 0 \\ M_{v\delta}^{(\Omega)} & (M_{vv}^{(\Omega)} + M_{vv}^{(*)}) & M_{v\gamma}^{(*)} \\ 0 & M_{\gamma v}^{(*)} & M_{\gamma\gamma}^{(*)} \end{bmatrix}. \quad (30)$$

⁶ См.: Сутырин В.И. Экономичные методы решения конечно-элементных систем, моделирующих сложные конструкции // Известия вузов. Машиностроение. 2000. № 5–6. С. 47–51; Сутырин В.И. Возможности повышения эффективности метода конечных элементов при проектировании корпусных конструкций // Судостроение. 2003. № 6. С. 9–13; Сутырин В.И. Концепция подсистемы инженерного анализа САПР судового корпуса // Судостроение. 2005. № 3. С. 50–54.

Расчетная схема надземной (металлической) части сооружения Ω сохранена в (30) в исходном виде, поскольку порядок ее матриц коэффициентов жесткости и массы оказывается намного меньше порядка аналогичных матриц подземной части Φ .

На рис. 3 показана расчетная схема подсистемы фундамента, в которой трубчатая свая, изначально представленная оболочечными КЭ типа *Plate*, заменена на стержневую свая *Bar* при сохранении верной *Rigid*-подсистемы. Приведение жесткостей и масс грунта к ее контурным γ и расчетным γ узлам и последующее вычеркивание диагональных коэффициентов позволяют сформировать стержневую ПРС подземной части Φ в виде балки на дискретном упругом основании (рис. 4). Расчетные узлы свай ПРС опираются на пружины с демпферами (элементы типа *Spring*), моделирующие слоистую структуру грунта. Можно привести примеры расчетных схем морских сооружений, взаимодействующих с грунтом, в которых применены аналогичные упругие пружины [34]. Многочисленные исследования показали, что жесткость и диссипация энергии, возникающие вследствие демпфирования в подсистеме «фундамент (в том числе свайного типа) — грунт», могут быть смоделированы пружинами с вязкими демпферами с частотно-зависимыми свойствами [34–36]. В рассматриваемом расчете зависимость коэффициента демпфирования грунта от частоты колебаний была определена экспериментально [7–12]. Стержневая модель сваи с элементами типа *Spring* позволяет вовлечь конструкцию в сейсмические колебания «через грунт», что соответствует характеру реального процесса. Возникающие вследствие существенного сокращения порядка системы разрешающих уравнений резервы вычислительной мощности компьютера могут использоваться при выполнении расчета вибрации механической системы прямым методом на основе акселерограммы реального землетрясения.

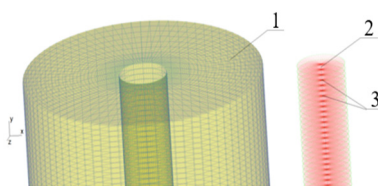


Рис. 3. Модель Б. Свая в виде стержня (модель «ершик»): 1 — грунтовое основание в виде объемных элементов типа *Solid*; 2 — веерный элемент типа *Rigid*; 3 — свая в виде стержня типа *Bar*. Источник: выполнено В.И. Сутыриным, Э.Р. Кузахметовой

Figure 3. Model B. Pile in the form of a Bar: 1 — soil base (*Solid* type finite elements); 2 — fan-shaped *Rigid* finite element; 3 — pile foundation (*Bar* type). Source: made by V.I. Sutyurin, E.R. Kuzhakhmetova

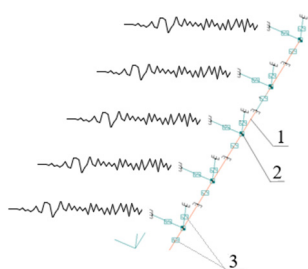


Рис. 4. ПРС подземной части: 1 — стержневая свая (*Bar*); 2 — расчетный (активный) узел (γ) ПРС; 3 — пружины типа *Spring* с демпферами, моделирующие влияние грунтового массива. Источник: выполнено В.И. Сутыриным, Э.Р. Кузахметовой

Figure 4. Transformed calculation model (TCM) of the Substructure: 1 — pile foundation (*Bar* type); 2 — calculated (active) TCM node (γ); 3 — *Spring* type springs with dampers, simulating the effect of soil base. Source: made by V.I. Sutyurin, E.R. Kuzhakhmetova

3. Результаты исследования

Собственные частоты и формы колебаний системы были определены методом Ланцоша (*Lanczos*) (из состава программного комплекса *Femap with NX Nastran*) [37]. В табл. 1 и на рис. 5 приведены и сопоставлены низшие собственные частоты колебаний трех моделей: модели № 1 «Сооружение — свайный фундамент — грунтовое основание»; модели № 2 «Сооружение — жесткая заделка», т.е. модели надземной части Ω сооружения, имеющей жесткую заделку колонн на обресе фундамента; модели № 3 «Сооружение — ПРС» со стержневой свайей типа *Bar*. В ПРС конструкции рассматриваемого сооружения было назначено по 40 активных узлов для каждой из 6 свай, благодаря чему порядок исходных матриц разрешающей системы уравнений (1) сократился с 16 125 672 до 1 384 940. Можно заметить, что собственные частоты моделей № 1 и 3 совпадают (разница в значениях не пре-

вышает 5 %). Однако расчетное время модального анализа собственных колебаний модели № 3 при определении 20 мод конструкции оказалось на порядок меньше.

Ввод жесткой заделки надземной части системы снизу приводит к существенному смещению спектра собственных частот в сторону увеличения, что подтверждает результаты, полученные ранее [38–41].

Таблица 1 / Table 1

Резонансные частоты моделей / Resonant frequencies of the models

Номер моды (тона) / Mode number	Частота f_i , Гц / Frequency f_i , Hz		
	Модель № 1 «Сооружение — свайный фундамент — грунтовое основание» / Model No. 1 “Superstructure — Pile foundation — Soil base”	Модель № 2 «Сооружение — жесткая заделка» / Model No. 2 “Superstructure — Fixed-end”	Модель № 3 «Сооружение — ПРС» / Model No. 3 “Superstructure — Substructure TCM”
1	$f_1 = 3,063645$	$f_1 = 5,843286$	$f_1 = 3,035926$
2	$f_2 = 3,360847$	$f_2 = 6,206478$	$f_2 = 3,318349$
3	$f_3 = 5,212157$	$f_3 = 8,705053$	$f_3 = 5,139634$
4	$f_4 = 8,01024$	$f_4 = 9,494862$	$f_4 = 7,670131$
5	$f_5 = 8,70253$	$f_5 = 9,565144$	$f_5 = 8,45277$
6	$f_6 = 8,996588$	$f_6 = 9,765415$	$f_6 = 8,751327$
7	$f_7 = 9,085089$	$f_7 = 9,769719$	$f_7 = 8,83082$
8	$f_8 = 9,70023$	$f_8 = 12,45241$	$f_8 = 9,59553$
9	$f_9 = 9,726382$	$f_9 = 12,45247$	$f_9 = 9,652959$
10	$f_{10} = 9,84841$	$f_{10} = 12,53997$	$f_{10} = 9,721746$

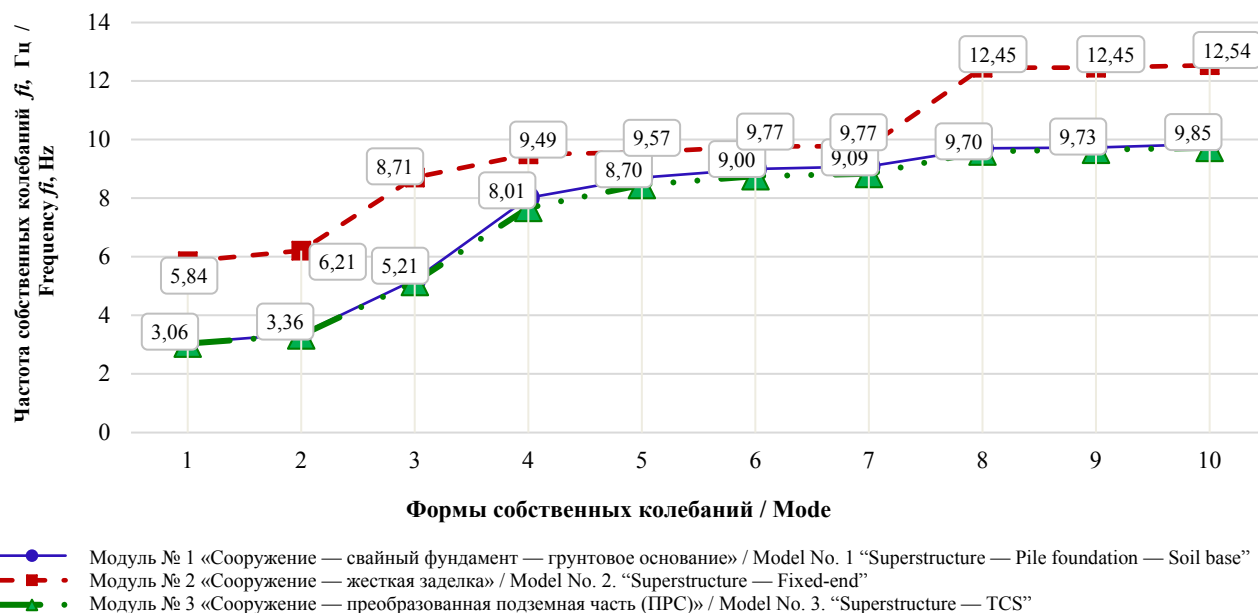


Рис. 5. Спектр низших частот собственных колебаний моделей

Источник: выполнено В.И. Сутыриным, Э.Р. Кужахметовой

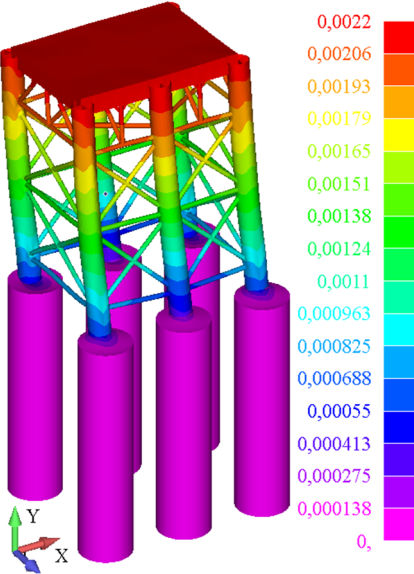
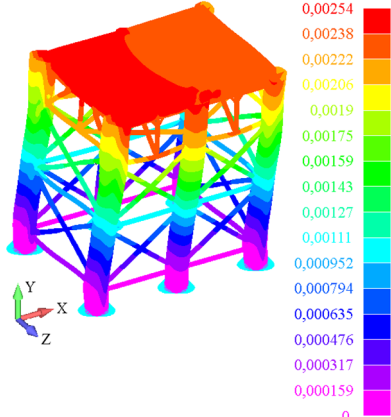
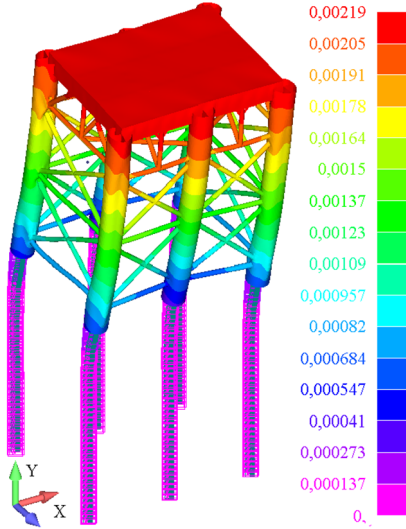
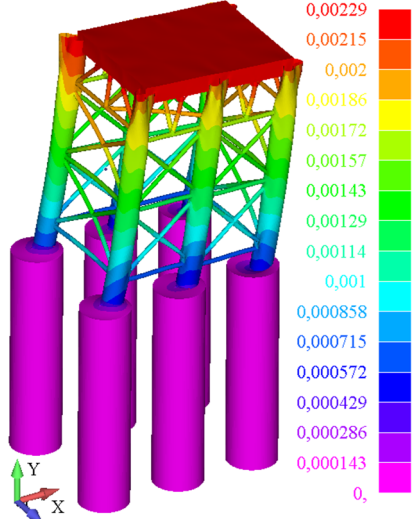
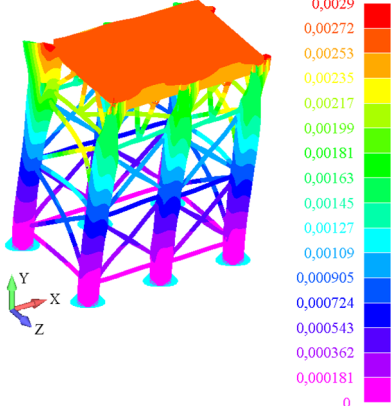
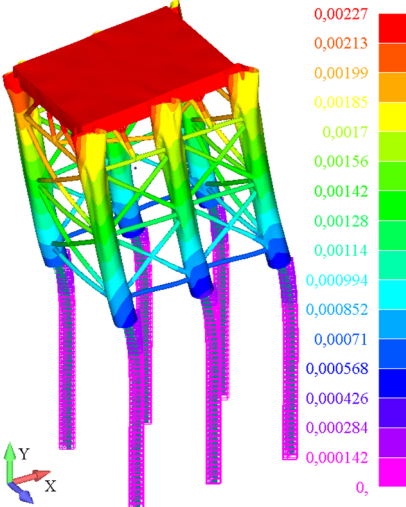
Figure 5. Spectrum of low frequencies of natural vibrations of models

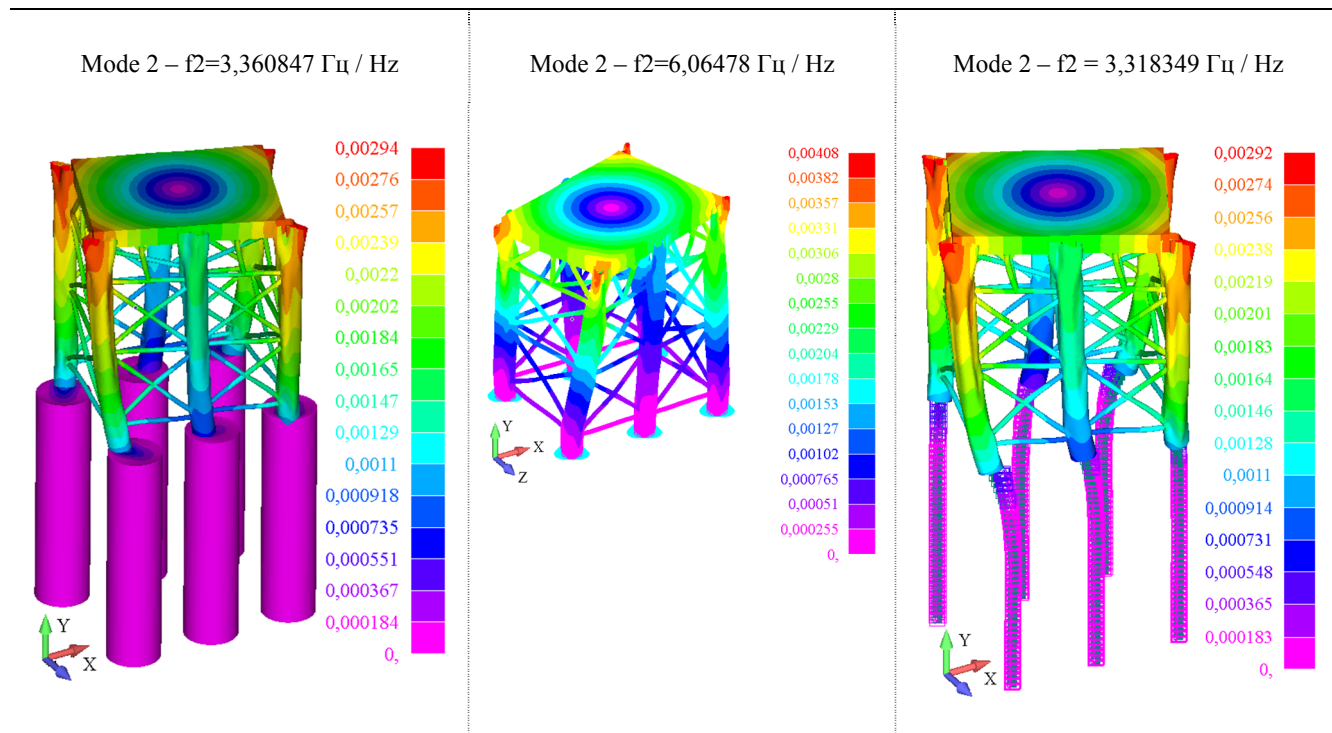
Source: made by V.I. Sutyurin, E.R. Kuzhakhmetova

Вывод об ошибочности моделирования конструкции сооружения с априори заданными граничными условиями подтверждается табл. 2, где приводятся характерные формы собственных колебаний, полученные с применением расчетных моделей № 1–3.

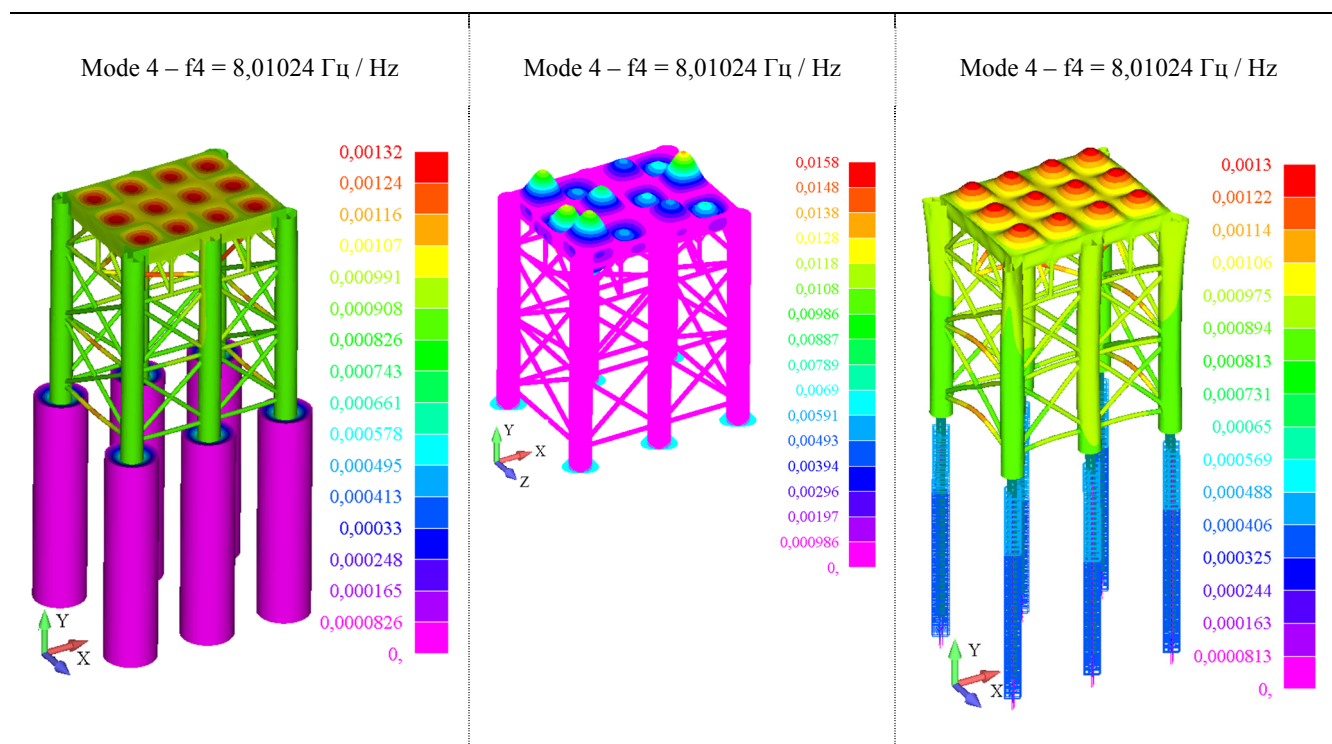
Таблица 2 / Table 2

Результаты модального анализа моделей / The results of the modal analysis of models

Модель № 1 / Model No. 1	Модель № 2 / Model No. 2	Модель № 3 / Model No. 3
Поперечные колебания / Transverse vibrations		
Mode 1 – $f_1 = 3,063645$ Гц / Hz 	Mode 1 – $f_1 = 5,843286$ Гц / Hz 	Mode 1 – $f_1 = 3,035926$ Гц / Hz 
Mode 2 – $f_2 = 3,360847$ Гц / Hz 	Mode 2 – $f_2 = 6,06478$ Гц / Hz 	Mode 2 – $f_2 = 3,318349$ Гц / Hz 



Вертикальные колебания / Vertical vibrations

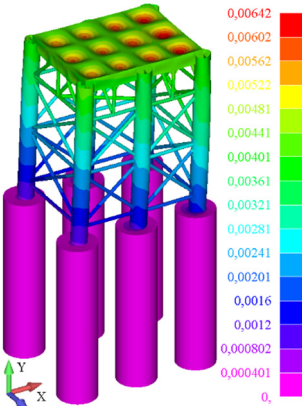
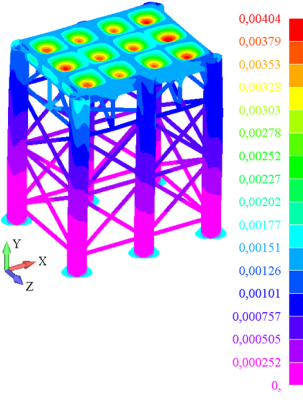
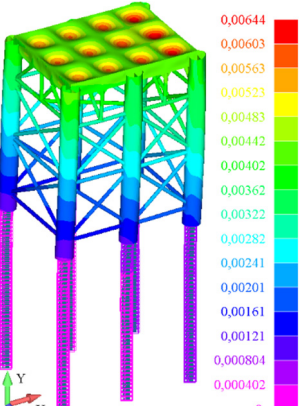
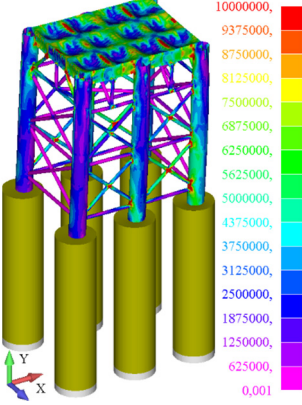
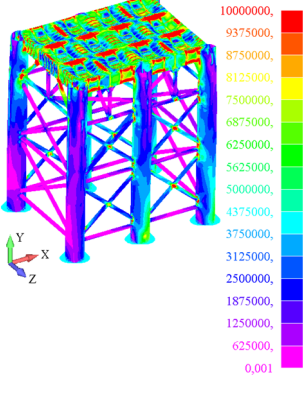
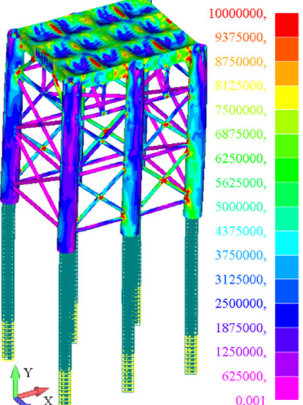
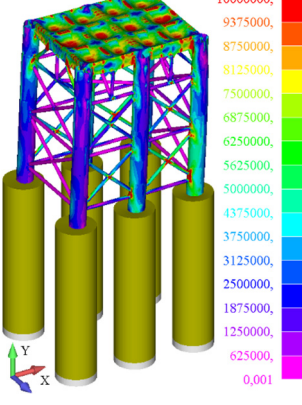
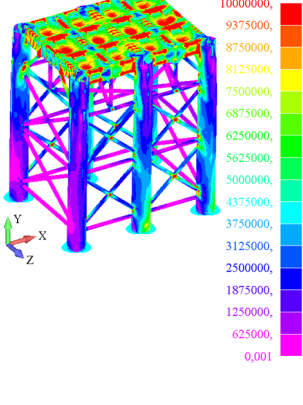
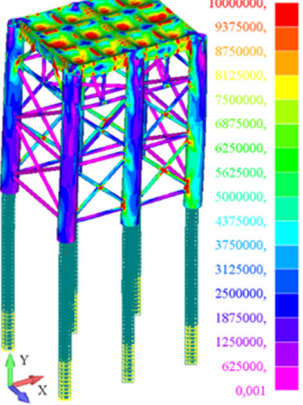


И с т о ч н и к : выполнено В.И. Сутыриным, Э.Р. Кужахметовой
 S o u r c e : made by V.I. Sutyryn, E.R. Kuzhakhmetova

Ввод жесткой заделки, моделирующей влияние подземной (Φ) части сооружения на его надземную часть (Ω), существенно искажает реакцию последней на действие статических нагрузок, что подтверждается результатами из табл. 3.

Таблица 3 / Table 3

Результаты анализа НДС моделей при действии статических нагрузок /
The results of the static analysis of models

Модель № 1 / Model No. 1	Модель № 2 / Model No. 2	Модель № 3 / Model No. 3
Максимальные перемещения Δ_i , м / Total Translation Δ_i , m:		
$\Delta_1 = 0,00642$ 	$\Delta_2 = 0,004039$ 	$\Delta_3 = 0,00644$ 
Мозаика эквивалентных напряжений в верхних волокнах пластины σ_i , Н/м ² / Plate Bottom VonMises Stress σ_i , N/m ² :		
		
Мозаика эквивалентных напряжений в нижних волокнах пластины σ_i , Н/м ² / Plate Bot VonMises Stress σ_i , N/m ² :		
		

И с т о ч н и к: выполнено В.И. Сутыриным, Э.Р. Кузахметовой
S o u r c e: made by V.I. Sutyurin, E.R. Kuzhakhmetova

На рис. 6–8 приводятся графики зависимостей эффективной суммарной массы от формы (моды) собственных колебаний. Следует отметить, что реакции по направлениям T1, T2 и T3, полученные при анализе моделей № 1 «Сооружение — свайный фундамент — грунтовое основание» и № 3 «Сооружение — ПРС», практически совпали. Наиболее «опасной» является мода 4 — перемещение по вертикали (по оси Y), см. рис. 7 и 9. В то же время как для модели № 2 «Сооружение — жесткая заделка» опасными являются моды 1 (T3, Z) и 2 (T1, X) при горизонтальных отклонениях по осям Z и X .

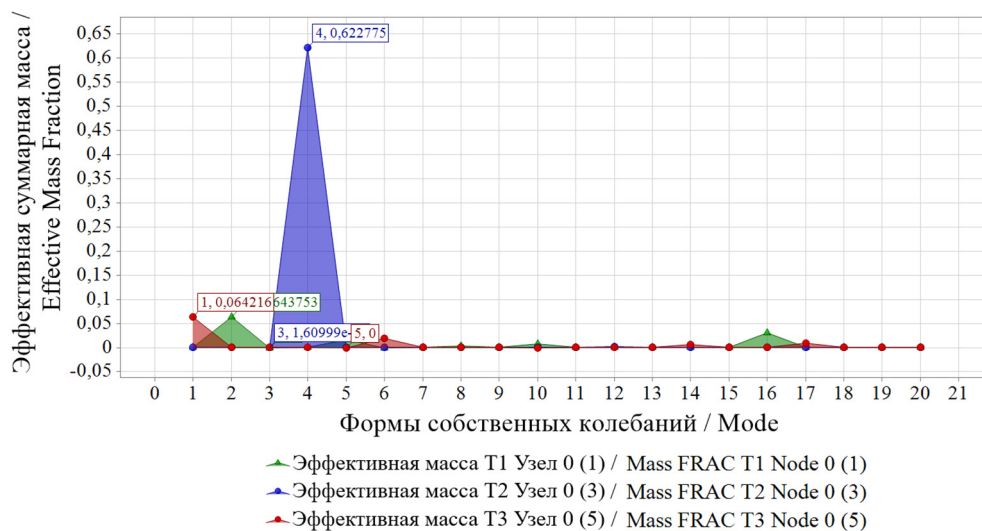


Рис. 6. Модель № 1 «Сооружение — свайный фундамент — грунтовое основание».

График зависимости эффективной суммарной массы от формы собственных колебаний в направлениях T1 (X), T2 (Y), T3 (Z)

И с т о ч н и к: выполнено В.И. Сутыриным, Э.Р. Кузахметовой

Figure 6. Model No. 1 “Superstructure — Pile foundation — Soil base.” Relationship between the effective total mass and the shape of natural vibrations in directions T1 (X), T2 (Y), T3 (Z)

S o u r c e: made by V.I. Sutyryn, E.R. Kuzhakhmetova

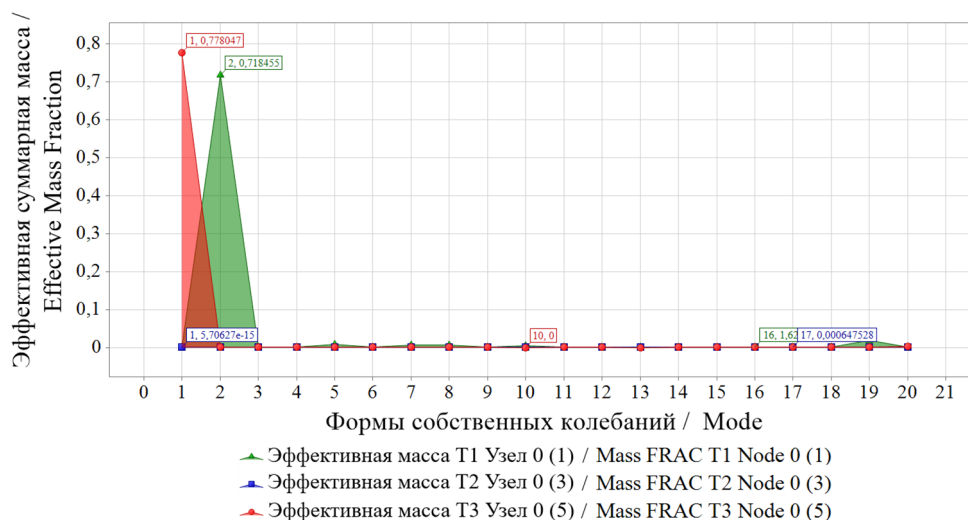


Рис. 7. Модель № 2 «Сооружение — жесткая заделка».

График зависимости эффективной суммарной массы от формы собственных колебаний в направлениях T1 (X), T2 (Y), T3 (Z)

И с т о ч н и к: выполнено В.И. Сутыриным, Э.Р. Кузахметовой

Figure 7. Model No. 2 “Superstructure — Fixed-end”. Relationship between the effective total mass and the shape of natural vibrations in directions T1 (X), T2 (Y), T3 (Z)

S o u r c e: made by V.I. Sutyryn, E.R. Kuzhakhmetova

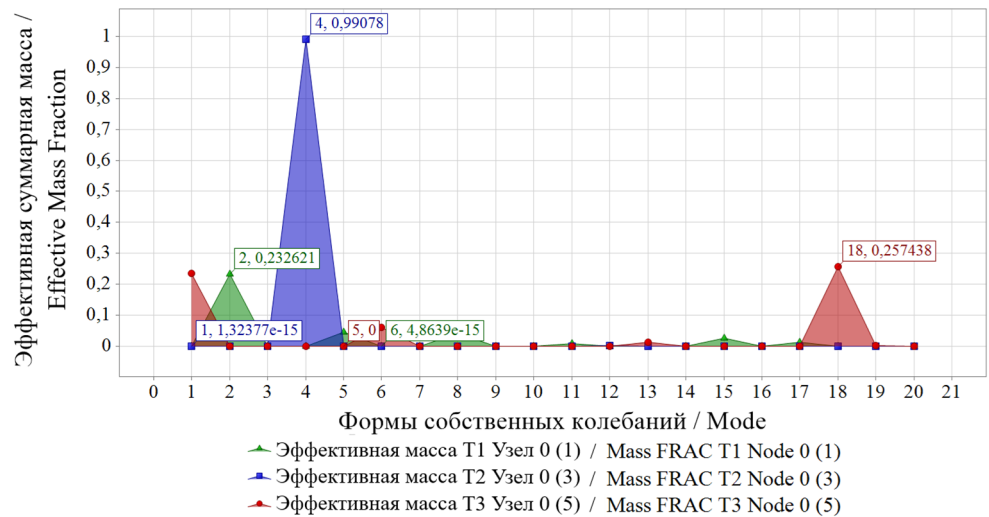


Рис. 8. Модель № 3 «Сооружение — ПРС».

График зависимости эффективной суммарной массы от формы собственных колебаний в направлениях: T1 (X), T2 (Y), T3 (Z)

И с т о ч н и к: выполнено В.И. Сутыриным, Э.Р. Кужахметовой

Figure 8. Model No. 2 “Superstructure — TCM.” Relationship between the effective total mass and the shape of natural vibrations in directions T1 (X), T2 (Y), T3 (Z)

S o u r c e: made by V.I. Sutyurin, E.R. Kuzhakhmetova

Таким образом, вводя жесткую заделку надземной части сооружения снизу (модель № 2), мы получаем иную колебательную систему, существенно отличную от исходной модели № 1 сооружения.

В табл. 4 сопоставлены модальные формы собственных колебаний моделей стальной трубчатой фундаментной сваи, сформированных оболочками типа *Plate* (модель А) и стержнями типа *Bar* (модель Б). Низшие частоты и формы колебаний практически совпадают, что свидетельствует об идентичности распределения жесткостей и масс в сопоставляемых моделях свай. Вместе с тем эффективность расчетов системы со стержневой моделью сваи оказывается существенно выше.

Таблица 4 / Table 4

**Результаты модального анализа свайного фундамента /
The results of the modal analysis of the pile foundation**

Номер моды / Mode number	Модель А. Свая в виде пластины, Гц / Model A. Pile in the form of a Plate, Hz	Модель Б. Свая в виде стержня, Гц / Model B. Pile in the form of a Bar, Hz
1	$f_1 = 8,274225$	$f_1 = 8,274271$
2	$f_2 = 12,45766$	$f_2 = 12,45815$
3	$f_3 = 12,45766$	$f_3 = 12,45815$
4	$f_4 = 12,69873$	$f_4 = 12,69734$
5	$f_5 = 12,69873$	$f_5 = 12,69734$
6	$f_6 = 14,35520$	$f_6 = 14,28288$
7	$f_7 = 15,97820$	$f_7 = 15,97547$
8	$f_8 = 15,97820$	$f_8 = 15,97547$
9	$f_9 = 16,69998$	$f_9 = 16,70219$
10	$f_{10} = 16,8188$	$f_{10} = 16,81856$

Расчет сооружения на сейсмическое воздействие выполнен прямым методом («*Direct Transient Dynamic*») с использованием фрагмента акселерограммы реального землетрясения, представленной функцией ускорений грунта от времени [1] (рис. 9). В расчете применена ПРС подземной части со стержневой сваей (см. рис. 4; 5), удерживаемой пружинами и демпферами типа *Spring* с частотно-зависимыми коэффициентами демпфирования, определенными авторами экспериментальным путем [8–12]. Кинематическому возбуждению в расчете подвергались опорные узлы *Spring*-элементов.

Нагружение модели выполнено при максимальном амплитудном значении ускорения, равном 3 м/с^2 . Подход фронта волны землетрясения к сооружению под углом 45° к горизонту в плоскости XOY . Результатами расчетов являются узловые перемещения, скорости и ускорения, а также напряжения в элементах конструкции в зависимости от времени. Расчеты выполнены с применением программного комплекса *FEMAP with NX NASTRAN*.

На рис. 10 приведена зависимость от времени отношения напряжений Мизеса (*Top Von Mises Stress*) в угловой точке соединения платформы с опорной колонной к аналогичному напряжению при статическом нагружении конструкции сооружения весовой нагрузки равной 2200 кН (с суммарной равнодействующей по оси Y), и ветровой — 440 кН (с суммарной равнодействующей по X).

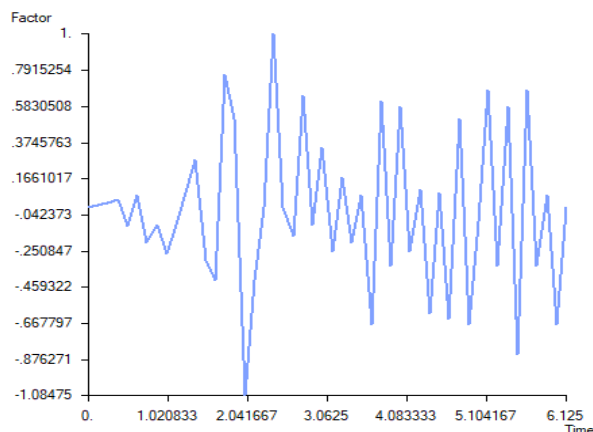


Рис. 9. Акселерограмма землетрясения
И с т о ч н и к: Т.Н. Dawson [1]
Figure 9. Earthquake accelerogram
S o u r c e: T.H. Dawson [1]

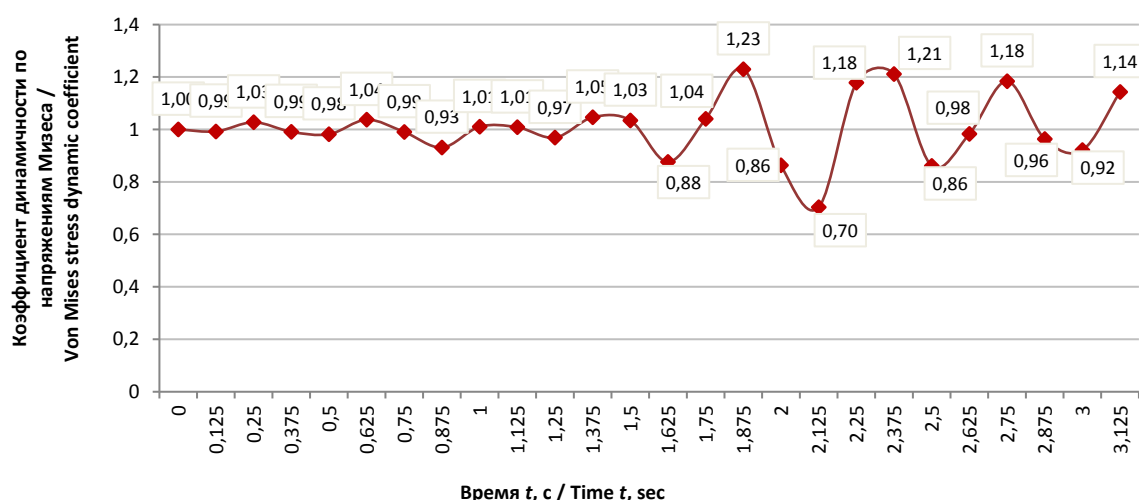


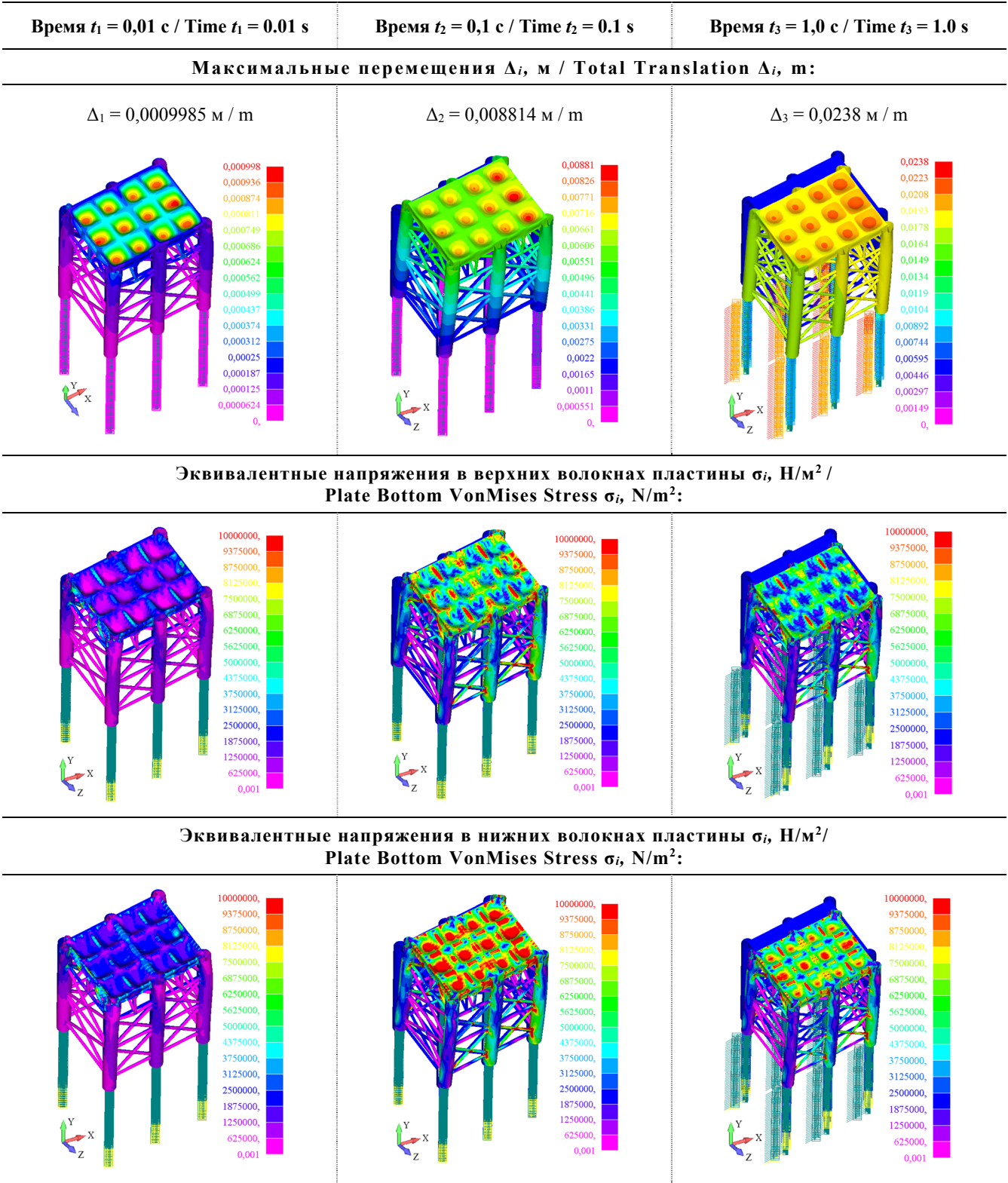
Рис. 10. График зависимости коэффициента динамичности по напряжениям Мизеса от времени в угловой точке соединения платформы с опорной колонной конструкции платформы
И с т о ч н и к: выполнено В.И. Сутыриным, Э.Р. Кужахметовой

Figure 10. Change in the dynamic coefficient of the Mises stress over time at the angular point of connection of the platform with the support column of the platform structure
S o u r c e: made by V.I. Sutyurin, E.R. Kuzhakhmetova

В качестве примера в табл. 5 сопоставлены картины НДС листовой конструкции надземной части сооружения на временных отметках 0,01; 0,1 и 1,0 с. В табл. 6 иллюстрируется пошаговое изменение НДС стержневой фундаментной сваи. Анализируются наибольшие нормальные суммарные напряжения от нормальной силы и изгибающего момента (*Max Comb Stress*).

Таблица 5 / Table 5

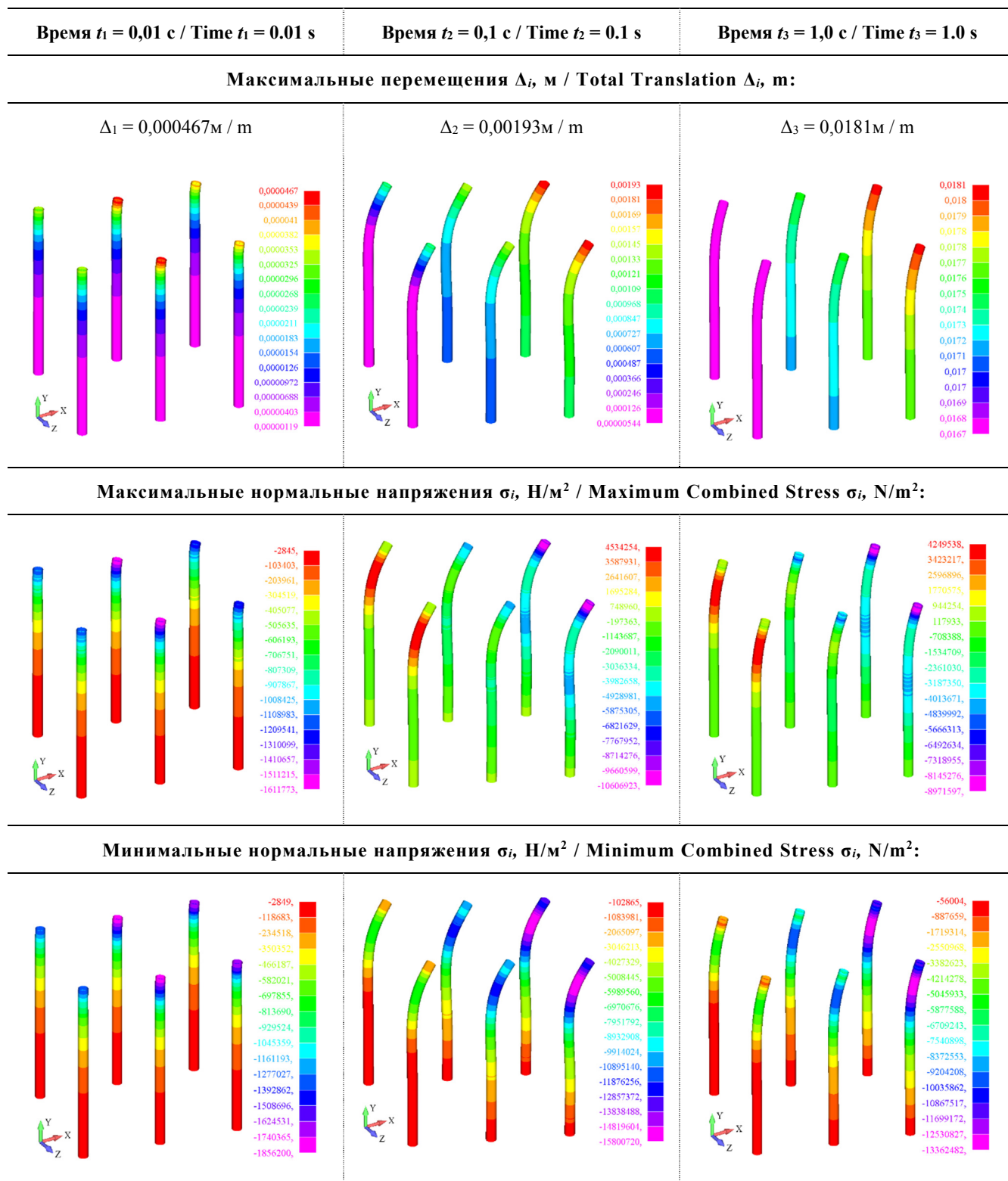
Динамический расчет. Пошаговое изменение НДС на момент времени
(модель № 3 «Сооружение — ПРС») /
Dynamic analysis. Step-by-step change of the stress-strain state at a given time
(model No. 3 Model No. 3 “Superstructure — TCM”)



И с т о ч н и к: выполнено В.И. Сутыриным, Э.Р. Кузахметовой
S o u r c e: made by V.I. Sutyurin, E.R. Kuzhakhmetova

Таблица 6 / Table 6

Динамический расчет. Пошаговое изменение НДС стержневых
фундаментных свай на момент времени (модель № 3 «Сооружение — ПРС») /
Dynamic analysis. Step-by-step change in the stress-strain state
of foundation piles at a given time (Model No. 3 “Superstructure — TCM”)



И с т о ч н и к: выполнено В.И. Сутыриным, Э.Р. Кужахметовой
S o u r c e: made by V.I. Sutyryn, E.R. Kuzhakhmetova

4. Обсуждение

1. Современные САЕ-комплексы позволяют моделировать динамику поведения стационарной морской платформы как трехмерной механической модели, состоящей из надземного сооружения, свайного фундамента и грунтового основания. Системное рассмотрение обеспечивает *целостность* и *полноту* расчетного исследования. Вместе с тем в силу особенностей расчетных моделей, реализуемых алгоритмов, а также компьютерного счета гарантировать необходимую точность получаемого результата не представляется возможным.

2. При численном решении задач динамики трехмерных механических моделей ситуация осложняется тем, что результаты (реакции модели на нагрузки и воздействия, модальные параметры собственных колебаний и др.) оказываются достаточно чувствительными к параметрам расчетной модели (плотности конечно-элементной сетки грунтового массива, граничным условиям надземной части и др.). Неправильное их назначение может привести к ошибочным проектным решениям. Для возврата к реальности необходимы экспериментальные исследования с последующей корректировкой расчетной модели.

3. Проектные расчеты трехмерных механических моделей МКЭ все еще остаются затратными как по времени, так и по финансовым средствам. По этой причине актуальны специализированные расчетные методики, повышающие эффективность многовариантного инженерного исследования объекта, снижающие его трудоемкость, содействующие результативной коллективной работе над проектом.

4. В расчетном исследовании динамических реакций (откликов) типовой конструкции стационарной морской платформы на сейсмическое воздействие сопоставлены трехмерные 3D конечно-элементные модели с разными граничными условиями: полная модель № 1 «сооружение — свайный фундамент — грунтовое основание», модель № 2 «сооружение — жесткая заделка (на уровне поверхности грунта)», модель № 3 «сооружение — преобразованная подземная часть».

5. Модель № 1, объединившая фундамент и массив грунтового основания, максимально приближена по свойствам к реальному объекту. Ее расчет визуализирует картину напряженно-деформированного состояния объекта в целостности и полноте. Вместе с тем применение модели в практике реального проектирования оказывается проблематичным вследствие больших временных затрат.

6. Ввод жесткой заделки опорных колонн снизу (в модели № 2) хотя и сокращает расчетное время расчета, но приводит (по сравнению с моделью № 1) к существенному завышению значений характеристик НДС, а также собственных частот колебаний конструкции [15]. По существу, вводя априори условия жесткой заделки опорных колонн платформы снизу, мы получаем иную колебательную систему, что может привести к ошибочным проектным выводам.

7. Рациональным расчетным приемом является формирование ПРС конструкции, в которой сохраняется лишь ограниченное число активных (расчетных) суперузлов, расположенных вдоль продольной оси симметрии фундаментных труб (модель № 3).

8. Анализ конструкции по частям на основе предложенной процедуры фронтальной конденсации жесткостей и масс подземной части платформы обеспечивает необходимую мобилизацию вычислительной мощности компьютера для исследования характеристик динамических откликов конструкции прямым методом с учетом реальных сейсмических ускорений и грунтовых условий.

9. ПРС является своеобразным настраиваемым модальным фильтром конструкции рассчитываемого объекта. Настройка связана с выбором местоположения и общего числа активных узлов. Их необходимо назначать таким образом, чтобы не пропустить значимые собственные моды. Важно также, чтобы расчетные частоты и формы собственных колебаний ПРС совпадали с необходимой точностью с частотами и формами колебаний реального объекта. Указанные цели могут достигаться предварительными расчетно-экспериментальными исследованиями.

5. Заключение

1. Сформирована ПРС конструкции стационарной морской платформы, расчетная модель которой объединила надземную ее часть с трубчатым фундаментом и основанием (грунтом).

2. В сформированной ПРС подземная часть сооружения представляется стержнем, находящимся в дискретной упругой среде, создаваемой грунтом.

3. Массы и жесткости модели подземной части сооружения предложено приводить к узлам стержня при помощи новой унифицированной алгебраической процедуры.

4. Для редуцирования блока коэффициентов системы уравнений, соответствующей подземной части сооружения, предложено применить фронтальный метод исключения неизвестных.

5. В расчетном исследовании получены картины НДС, характеризующие динамику поведения конструкции морской стационарной платформы под действием реальных сейсмических нагрузок. Выполнен анализ эффективности модальных масс сооружения.

Список литературы

1. Dawson T.H. Offshore Structural Engineering. Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs. New Jersey. 1983. 346 p.
2. Сутырин В.И., Кужахметова Э.Р. Расчет по частям конечно-элементной (3D) модели конструкции стационарной платформы как механической системы «сооружение — свайный фундамент — грунтовое основание» // Морские интеллектуальные технологии. 2024. № 3. Ч. 2. С. 132–142. <https://doi.org/10.37220/MIT.2024.65.3.017>
3. Minimum Design Loads and Associated Criteria for Buildings and Other Structures. ASCE/SEI 7-22, 2010. <http://doi.org/10.1061/9780784412916>
4. NEHRP Recommended Seismic Provisions for New Buildings and Other Structures. Part 1 Provisions, Part 2 Commentary. FEMA P-1050-1/2015 Edition, A council of the National Institute of Building Sciences, Washington, D.C., 2015. 515 p.
5. Beck J.L., Jennings P.C. Structural identification using linear models and earthquakerecords // Earthquake Engineering and Structural Dynamics. 1980. Vol. 8. Issue 2. P. 145–160. <https://doi.org/10.1002/eqe.4290080205>
6. Cruz C., Miranda E. Evaluation of damping ratios for the seismic analysis of tall buildings // Journal of Structural Engineering. 2017. Vol. 143. Issue 1. Article no.: 4016144. [http://doi.org/10.1061/\(ASCE\)ST.1943-541X.0001628](http://doi.org/10.1061/(ASCE)ST.1943-541X.0001628)
7. Sutyurin V.I., Kuzhakhmetova E.R., Shinkarenko I.A. Experimental Determination of Soil Damping Coefficients // Soil Mechanics and Foundation Engineering. 2022. Vol. 59. Issue 4. P. 1–9. <https://doi.org/10.1007/s11204-022-09823-6>
8. Сутырин В.И., Кужахметова Э.Р., Шинкаренко И.А. Экспериментальное определение коэффициентов демпфирования грунтов // Основания, фундаменты и механика грунтов. 2022. № 4. С. 19–25. EDNPSFNPB
9. Сутырин В.И., Шинкаренко И.А., Кужахметова Э.Р. Экспериментальный стенд для определения демпфирующих свойств материалов // Известия КГТУ. 2019. № 52. С. 177–183. EDN TXQCB
10. Кужахметова Э.Р., Сутырин В.И., Шинкаренко И.А. Способ определения демпфирующих характеристик жидкостей и сыпучих материалов. Патент РФ № 2699311. 2019. Бюл. № 25. 11 с. <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=39535326> (дата обращения: 10.10.2024).
11. Сутырин В.И., Кужахметова Э.Р., Шинкаренко И.А. Устройство для определения коэффициента демпфирования сыпучих материалов и жидкостей. Патент РФ № 184676. 2018. Бюл. № 31. URL: <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=38159034> (дата обращения: 10.10.2024).
12. Сутырин В.И., Кужахметова Э.Р. Экспериментальная установка (стенд) для изучения многофакторной зависимости коэффициента демпфирования свай при взаимодействии с грунтом // Патент РФ № 2646540. Бюл. № 7. 9 с. URL: <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=37365396> (дата обращения: 10.10.2024).
13. Heylen W., Lammens S., Sas P. Modal Analysis Theory and Testing. Division of Production Engineering, Machine Design and Automation. Belgium: Katholieke Universiteit Leuven, 2005.
14. Кужахметова Э.Р., Сутырин В.И. Частотный отклик конструкции большепролетного здания с цилиндрическим покрытием // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2023. Т. 19. № 5. С. 469–490. <https://doi.org/10.22363/1815-5235-2023-19-5-469-490>
15. Рычков С.П. Моделирование конструкций в среде Femap with NX Nastran. М.: ДМК Пресс, 2013. 784 с.
16. Advanced Dynamic Analysis User's Guider. Siemens Product Lifecycle Management Software Inc. 2014. URL: <https://pdf4pro.com/view/advanced-dynamic-analysis-user-s-guide-siemens-41a5e4.html> (accessed: 10.10.2024).
17. Сутырин В.И., Шинкаренко И.А. Экспериментальное обоснование результатов численного анализа свободных колебаний металлической пластины в жидкости // Труды Крыловского государственного научного центра. 2022. Спец. вып. 1. С. 55–59. <https://doi.org/10.24937/2542-2324.2022-1-S-1-55-59>
18. Przemienicki J.S. Matrix analysis of substructures // AIAA Journal. 1963. Vol. 1. Issue 1. P. 138–147. <https://doi.org/10.2514/3.1483>
19. Meissner C.J. A Multiple Coupling Algorithm for the Stiffness Method of Structural Analysis // AIAA Journal. 1968. Vol. 6. Issue 11. P. 2184–2185

20. Courant R. Variational methods for the Solutions of Problems of Equilibrium and Vibration // Bulletin of the American Mathematical Society. 1943. Vol. 49. Issue 1. P. 1–23. <https://doi.org/10.1090/S0002-9904-1943-07818-4>
21. Hrennikow A. Solution of Problem in Elasticity by the Framework Method // Journal of Applied Mechanics. 1941. Vol. 8. Issue 4. P. A169–A175. <https://doi.org/10.1115/1.4009129>
22. Argiris J.H. ASKA — Automatic System for Kinematic Analysis: A universal system for structural analysis based on the matrix displacement (finite element) method // Nuclear Engineering and Design. 1965. Vol. 10. P. 441–455. [https://doi.org/10.1016/0029-5493\(69\)90080-6](https://doi.org/10.1016/0029-5493(69)90080-6)
23. Turner M.J., Clough R.W., Martin H.C., Topp L.J. Stiffness and Deflection Analysis of Complex Structures // Journal of the Aeronautical Sciences. 1956. Vol. 23. Issue 9. P. 805–823. URL: <https://api.semanticscholar.org/CorpusID:118161660> (accessed: 10.10.2024).
24. Guyan R.J. Reduction of Stiffness and Mass Matrices // AIAA Journal. 1965. Vol. 3. Issue 2. P. 380–381. <https://doi.org/10.2514/3.2874>
25. Irons B.M. Structural eigenvalue problems: elimination of unwanted variables // AIAA Journal. 1965. Vol. 3. P. 961–962. <https://doi.org/10.2514/3.3027>
26. Муру Г.Н., Сутырин В.И. Пути повышения эффективности инженерного анализа корпусов судов с применением пространственных конечно-элементных моделей // Труды Крыловского государственного научного центра. 2020. Т. 3. № 393. С. 37–44. <https://doi.org/10.24937/2542-2324-2020-3-393-37-44>
27. Starocon I.V. Stress condition of the elements of support blocks of fixed offshore platforms and resource evaluation of them // IOP Conference Series Materials Science and Engineering. 2020. Vol. 775. Issue 1. Article no.: 012150. <https://doi.org/10.1088/1757-899X/775/1/012150>
28. Ghazi Z.M., Al-Janabi I., Hejazi F. Dynamic evaluation of jack-up platform structure under wave, wind, earthquake and tsunami loads // Journal of Ocean Engineering and Science. 2022. Vol. 7. Issue 1. P. 41–57. <https://doi.org/10.1016/j.joes.2021.04.005>
29. Fadaei S., Afagh F.F., Langlois R.G. A Survey of Numerical Simulation Tools for Offshore Wind Turbine Systems // Wind. 2024. Vol. 4. P. 1–24. <https://doi.org/10.20944/preprints202308.1345.v2>
30. Doan D.V., Murawski L. Calculation Reliability of Natural Vibrations of Ship Hull and Superstructure // Journal of KONES. 2019. Vol. 26. Issue 1. P. 31–38. <https://doi.org/10.2478/kones-2019-0004>
31. Doan D., Szeleziński A., Murawski L., Muc A. Finite Element Method in Modelling of Ship Structures part II — Practical Analysis Example // Scientific Journal of Gdynia Maritime University. 2018. Vol. 105. P. 19–31. <https://doi.org/10.26408/105.02>
32. Soleimani N., Bazaz J., Akhtarpour A., Garivani S. Effects of constitutive soil models on the seismic response of an offshore jacket platform in clay by considering pile-soil-structure interaction // Soil Dynamics and Earthquake Engineering. 2023. Vol. 174. Article: 108165. <https://doi.org/10.1016/j.soildyn.2023.108165>
33. Кузяхметова Э.П. Моделирование свайного фундамента в среде FemapwithNXNastran // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2020. Т. 16. № 4. С. 250–260. <https://doi.org/10.22363/1815-5235-2020-16-4-250-260>
34. Rahmani A., Taiebat M., Finn L., Ventura C. Evaluation of substructuring method for seismic soil-structure interaction analysis of bridges // Soil Dynamics and Earthquake Engineering. 2016. Vol. 90. Issue 3. P. 112–127. <http://doi.org/10.1016/j.soildyn.2016.08.013>
35. Kausel E. Early history of soil-structure interaction // Soil Dynamics and Earthquake Engineering. 2010. Vol. 30. P. 822–832. <http://doi.org/10.1016/j.soildyn.2009.11.001>
36. Dobry R. Simplified methods in soil dynamics // Soil Dynamics and Earthquake Engineering. 2014. Vol. 61–62 (8). P. 246–268. <http://doi.org/10.1016/j.soildyn.2014.02.008>
37. Кузяхметова Э.П. Модальный анализ большепролетного здания с разными граничными условиями // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2023. Т. 19. № 1. С. 17–34. <https://doi.org/10.22363/1815-5235-2023-19-1-17-34>
38. Parmelee R.A., Perelman D.S., Seng-Lip L. Seismic response of multiple-story structures on flexible foundations // Bulletin of the Seismological Society of America. 1969. Vol. 59. Issue 3. P. 1061–1070. <https://doi.org/10.1785/BSSA0590031061>
39. Jennings P.C., Bielak J. Dynamics of building-soil interaction // Bulletin of the Seismological Society of America. 1973. Vol. 63. P. 9–48. <https://doi.org/10.1785/BSSA0630010009>
40. Chopra A.K., Gutierrez J.A. Earthquake response analysis of multistorey buildings including foundation interaction // Earthquake Engineering and Structural Dynamics. 1974. Vol. 3. P. 65–77. <http://doi.org/10.1002/eqe.4290030106>
41. Veletsos A.S., Meek J.W. Dynamic behaviour of building-foundation systems // Earthquake Engineering and Structural Dynamics. 1974. Vol. 3. P. 121–138. <http://doi.org/10.1002/eqe.4290030203>

References

1. Dawson T.H. *Offshore Structural Engineering*. Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs. New Jersey. 1983.
2. Sutyurin V.I., Kuzhakhmetova E.R. Calculation in parts of a finite element (3D) model of the structure of a stationary offshore platform as a mechanical system “Superstructure — Pile foundation — Soil base”. *Marine intellectual technologies*. 2024;3(2):132–142. (In Russ.) <https://doi.org/10.37220/MIT.2024.65.3.017>
3. Minimum Design Loads and Associated Criteria for Buildings and Other Structures. ASCE/SEI 7-22, 2010. <http://doi.org/10.1061/9780784412916>
4. NEHRP Recommended Seismic Provisions for New Buildings and Other Structures. Part 1 Provisions, Part 2 Commentary. FEMA P-1050-1/2015 Edition, A council of the National Institute of Building Sciences, Washington, D.C., 2015.
5. Beck J.L., Jennings P.C. Structural identification using linear models and earthquakerecords. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*. 1980;8(2):145–60. <https://doi.org/10.1002/eqe.4290080205>
6. Cruz C., Miranda E. Evaluation of damping ratios for the seismic analysis of tall buildings. *Journal of Structural Engineering*. 2017;143(1):4016144. [http://doi.org/10.1061/\(ASCE\)ST.1943-541X.0001628](http://doi.org/10.1061/(ASCE)ST.1943-541X.0001628)
7. Sutyurin V.I., Kuzhakhmetova E.R., Shinkarenko I.A. Experimental Determination of Soil Damping Coefficients. *Soil Mechanics and Foundation Engineering*. 2022;59(4):1–9. (In Russ.) <https://doi.org/10.1007/s11204-022-09823-6>
8. Sutyurin V.I., Kuzhakhmetova E.R., Shinkarenko I.A. Experimental determination of soil damping coefficients. *Soil Mechanics and Foundation Engineering*. 2022;(4):19–25. (In Russ.) EDN PSFNPB
9. Sutyurin V.I., Shinkarenko I.A., Kuzhakhmetova E.R. Experimental stand for determining the damping properties of materials. *Izvestiya KSTU*. 2019;(52):177–183. (In Russ.) EDN TXQCBL
10. Kuzhakhmetova E.R., Sutyurin V.I., Shinkarenko I.A. Patent of the Russia No. 2 699 311. Method for determining damping characteristics of liquids and bulk materials. 2019;(25). (In Russ.) Available from: <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=39535326> (accessed: 10.10.2024).
11. Sutyurin V.I., Kuzhakhmetova E.R., Shinkarenko I.A. Patent of the Russia No. 184 676. *Device for determining the damping coefficient of bulk materials and liquids*. 2018;(31):7. (In Russ.) Available from: <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=38159034> (accessed: 10.10.2024).
12. Sutyurin V.I., Kuzhakhmetova E.R. Patent of the Russia No. 2 646 540. *Experimental setup (stand) for studying the multifactorial dependence of the damping coefficient of a pile when interacting with soil*. 2018;(7):9. (In Russ.) Available from: <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=37365396> (accessed: 10.10.2024).
13. Heylen W., Lammens S., Sas P. *Modal Analysis Theory and Testing*. Division of Production Engineering, Machine Design and Automation. Belgium, 2005.
14. Kuzhakhmetova E.R., Sutyurin V.I. Frequency response of the construction of a large-span building with a cylindrical-and-slab roof. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*. 2023;19(5):469–490. (In Russ.) <http://doi.org/10.22363/1815-5235-2023-19-5-469-490>
15. Rychkov S.P. *Structural modeling in Femap with NX Nastran*. Moscow: DMK Press; 2013. (In Russ.)
16. *Advanced Dynamic Analysis User's Guider*. Siemens Product Lifecycle Management Software Inc. 2014. Available from: <https://pdf4pro.com/view/advanced-dynamic-analysis-user-s-guide-siemens-41a5e4.html> (accessed: 10.10.2024).
17. Sutyurin V.I., Shinkarenko I.A. Experimental substantiation of the results of numerical analysis of free oscillations of a metal plate in a liquid. *Proceedings of the Krylov State Research Center*; 2022;1:55–59. (In Russ.) <http://doi.org/10.24937/2542-2324.2022-1-S-1-55-59>
18. Przemienicki J.S. Matrix analysis of substructures. *AIAA Journal*. 1963;1(1):138–147. <http://doi.org/10.2514/3.1483>
19. Meissner C.J. A Multiple Coupling Algorithm for the Stiffness Method of Structural Analysis. *AIAA Journal*. 1968;6(11):2184–2185.
20. Courant R. Variational methods for the Solutions of Problems of Equilibrium and Vibration. *Bulletin of the American Mathematical Society*. 1943;49(1):1–23. <https://doi.org/10.1090/S0002-9904-1943-07818-4>
21. Hrennikow A. Solution of Problem in Elasticity by the Framework Method. *Journal of Applied Mechanics*. 1941; 8(4):A169–A175. <https://doi.org/10.1115/1.4009129>
22. Argiris J.H. ASKA — Automatic System for Kinematic Analysis: A universal system for structural analysis based on the matrix displacement (finite element) method. *Nuclear Engineering and Design*. 1965;10:441–455. [https://doi.org/10.1016/0029-5493\(69\)90080-6](https://doi.org/10.1016/0029-5493(69)90080-6)
23. Turner M.J., Clough R.W., Martin H.C., Topp L.J. Stiffness and Deflection Analysis of Complex Structures. *Journal of the Aeronautical Sciences*. 1956;23(9):805–823. Available from: <https://api.semanticscholar.org/CorpusID:118161660> (accessed: 10.10.2024).
24. Guyan R.J. Reduction of Stiffness and Mass Matrices. *AIAA Journal*. 1965;3(2):380–381. <https://doi.org/10.2514/3.2874>

25. Irons B.M. Structural eigenvalue problems: elimination of unwanted variables. *AIAA Journal*. 1965;3:961–962. <http://doi.org/10.2514/3.3027>
26. Muru G.N., Sutyryn V.I. Ways to improve the efficiency of engineering analysis of ship hulls using spatial finite element models. *Proceedings of the Krylov State Research Center*. 2020;3(393):37–44. (In Russ.) <https://doi.org/10.24937/2542-2324-2020-3-393-37-44>
27. Starocon I.V. Stress condition of the elements of support blocks of fixed offshore platforms and resource evaluation of them. *IOP Conference Series Materials Science and Engineering*. 2020;775(1):012150. <https://doi.org/10.1088/1757-899X/775/1/012150>
28. Ghazi Z.M., Al-Janabi I., Hejazi F. Dynamic evaluation of jack-up platform structure under wave, wind, earthquake and tsunami loads. *Journal of Ocean Engineering and Science*. 2022;7(1):41–57. <https://doi.org/10.1016/j.joes.2021.04.005>
29. Fadaei S., Afagh F.F., Langlois R.G.A Survey of Numerical Simulation Tools for Offshore Wind Turbine Systems. *Wind*. 2024;4:1–24. <https://doi.org/10.20944/preprints202308.1345.v2>
30. Doan D.V., Murawski L. Calculation Reliability of Natural Vibrations of Ship Hull and Superstructure. *Journal of KONES*. 2019;26(1):31–38. <https://doi.org/10.2478/kones-2019-0004>
31. Doan D., Szeleziński A., Murawski L., Muc A. Finite Element Method in Modelling of Ship Structures part II — Practical Analysis Example. *Scientific Journal of Gdynia Maritime University*. 2018;105:19–31. <https://doi.org/10.26408/105.02>
32. Soleimani N., Bazaz J., Akhtarpour A., Garivani S. Effects of constitutive soil models on the seismic response of an offshore jacket platform in clay by considering pile-soil-structure interaction. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*. 2023;174:108165. <https://doi.org/10.1016/j.soildyn.2023.108165>
33. Kuzhakhmetova E.R. Modeling of a piled foundation in a Femap with NX Nastran. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*. 2020;16(4):250–260. (In Russ.) <http://doi.org/10.22363/1815-5235-2020-16-4-250-260>
34. Rahmani A., Taiebat M., Finn L., Ventura C. Evaluation of substructuring method for seismic soil-structure interaction analysis of bridges. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*. 2016;90(3):112–127. <http://doi.org/10.1016/j.soildyn.2016.08.013>
35. Kausel E. Early history of soil-structure interaction. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*. 2010;30:822–832. <http://doi.org/10.1016/j.soildyn.2009.11.001>
36. Dobry R. Simplified methods in soil dynamics. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*. 2014;61–62(8): 246–268. <http://doi.org/10.1016/j.soildyn.2014.02.008>
37. Kuzhakhmetova E.R., Sutyryn V.I. Modal analysis of a large-span building with different boundary conditions. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*. 2023;19(1):17–34. (In Russ.) <http://doi.org/10.22363/1815-5235-2023-19-1-17-34>
38. Parmelee R.A., Perelman D.S., Seng-Lip L. Seismic response of multiple-story structures on flexible foundations. *Bulletin of the Seismological Society of America*. 1969;59(3):1061–1070. <http://doi.org/10.1785/BSSA0590031061>
39. Jennings P.C., Bielak J. Dynamics of building-soil interaction. *Bulletin of the Seismological Society of America*. 1973;63:9–48. <http://doi.org/10.1785/BSSA0630010009>
40. Chopra A.K., Gutierrez J.A. Earthquake response analysis of multistorey buildings including foundation interaction. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*. 1974;3:65–77. <http://doi.org/10.1002/eqe.4290030106>
41. Veletsos A.S., Meek J.W. Dynamic behaviour of building-foundation systems. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*. 1974;3:121–138. <http://doi.org/10.1002/eqe.4290030203>

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ EXPERIMENTAL STUDIES

DOI: 10.22363/1815-5235-2024-20-5-479-490

УДК 550.3

EDN: CVGMIC

Научная статья / Research article

Мониторинг технического состояния зданий сейсмическим методом

А.А. Курданова^{ID✉}, М.Н. Воскресенский^{ID}, Е.А. Косорогова^{ID}, Г.И. Парыгин^{ID}

Институт геофизики имени Ю.П. Булашевича Уральского отделения Российской академии наук, Екатеринбург, Россия

✉ a.truuuuman@gmail.com

Поступила в редакцию: 5 августа 2024 г.

Принята к публикации: 12 октября 2024 г.

Аннотация. Объектом исследования стали резонансные частоты собственных колебаний зданий институтов УрО РАН в г. Екатеринбурге и их распределение в точках наблюдения. Для анализа резонансных характеристик применяется метод спектральных отношений (HVSР, или метод Накамуры), который позволяет выявить скрытые дефекты конструкции. Периодический мониторинг технического состояния строительных объектов позволяет вычислить и оценить изменение динамических характеристик объекта с течением времени. Одинаковые значения амплитуд экстремумов кривой спектральных отношений и равномерное распределение значений в объеме здания свидетельствуют о нормальном работоспособном состоянии конструкции. Присутствие в некоторых точках аномально высоких значений может быть обусловлено наличием скрытых дефектов и подлежит дополнительному изучению. Демонстрируется способ расчета и распределения коэффициента уязвимости K_y в объеме исследуемых зданий. По результатам периодического мониторинга (проводится ежегодно с 2017 г.) демонстрируется устойчивое состояние здания Института геофизики УрО РАН и приводится сравнение резонансных частот, полученных в здании с типовым проектом (Институт геологии и геохимии УрО РАН). В представленной работе описан метод оценки сейсмической устойчивости здания с применением расчета ускорения в горизонтальной плоскости (α_{saj}) в точке наблюдения. Рассчитывается ускорение при максимально возможном сейсмическом событии в регионе исследования (44 см/с²). Вычисляется возможное максимальное ускорение с учетом характеристик грунта, для точки наблюдения с наибольшим K_y , $\alpha_{saj} = 30,6$ см/с², что соответствует интенсивности землетрясения 5,6 балла.

Ключевые слова: сейсмическая устойчивость, резонанс, спектр, мониторинг, здание, уязвимость, ускорение, собственные колебания, метод Накамуры

Курданова Алёна Алексеевна, младший научный сотрудник лаборатории сейсмометрии, Институт геофизики имени Ю.П. Булашевича Уральского отделения Российской академии наук, Екатеринбург, Россия; eLIBRARY SPIN-код: 7695-6043, ORCID: 0000-0002-1582-8113; e-mail: a.truuuuman@gmail.com

Воскресенский Михаил Николаевич, кандидат технических наук, старший научный сотрудник, заведующий лабораторией сейсмометрии, Институт геофизики имени Ю.П. Булашевича Уральского отделения Российской академии наук, Екатеринбург, Россия; eLIBRARY SPIN-код: 4710-9710, ORCID: 0000-0002-6222-7265; e-mail: voskresenskiy.mn@gmail.com

Косорогова Елена Александровна, младший научный сотрудник лаборатории сейсмометрии, Институт геофизики имени Ю.П. Булашевича Уральского отделения Российской академии наук, Россия; eLIBRARY SPIN-код: 9804-6660, ORCID: 0000-0002-1445-7250; e-mail: kosorotiha30@gmail.com

Парыгин Геннадий Иванович, научный сотрудник лаборатории сейсмометрии, Институт геофизики имени Ю.П. Булашевича Уральского отделения Российской академии наук, Россия; eLIBRARY SPIN-код: 4262-8937, ORCID: 0009-0009-8401-3450; e-mail: usc_gena@mail.com

© Курданова А.А., Воскресенский М.Н., Косорогова Е.А., Парыгин Г.И., 2024

This work is licensed under a Creative Commons Attribution 4.0 International License
<https://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/legalcode>

Заявление о конфликте интересов. Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

Вклад авторов. Курданова А.А. — реализация исследовательского процесса, сбор и обработка полевых данных, оформление графических материалов, описание эксперимента; Воскресенский М.Н. — постановка задачи, организация и реализация исследовательского процесса; Косоротова Е.А. — реализация исследовательского процесса, сбор полевых данных; Парыгин Г.И. — сбор полевых данных

Для цитирования: Курданова А.А., Воскресенский М.Н., Косоротова Е.А., Парыгин Г.И. Мониторинг технического состояния зданий сейсмическим методом // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2024. Т. 20. № 5. С. 479–490. <http://doi.org/10.22363/1815-5235-2024-20-5-479-490>

Monitoring of Technical Condition of Buildings by Seismic Method

Alena A. Kurdanova[✉], Mikhail N. Voskresenskiy^{id}, Elena A. Kosorotova^{id}, Gennadiy I. Parygin^{id}

Institute of Geophysics, Ural Branch of the Russian Academy of Science, Yekaterinburg, Russia

✉ a.truuuuman@gmail.com

Received: August 5, 2024

Accepted: October 12, 2024

Abstract. The research object is the natural resonance frequencies of the buildings of the Ural Branch of the Russian Academy of Sciences (UB RAS) located in Ekaterinburg and their distribution at observation points. The method of spectral ratios (HVSr or the Nakamura method), which allows hidden construction defects to be identified, is applied to analyze the resonance characteristics. Periodic monitoring of technical condition allows to calculate and evaluate changes in dynamic characteristics over time. Equal values of the amplitude extrema of the spectral ratio curve and uniform distribution of the values throughout the building indicate a normal operational state of the structure. The presence of abnormally high values at some points may be due to hidden defects and requires additional study. A method for calculating vulnerability coefficient K_y is demonstrated. According to the results of annual monitoring (since 2017), the stable state of the Institute of Geophysics building of UB RAS is demonstrated, and a comparison with resonant frequencies obtained from the standard project (Institute of Geology & Geochemistry of UB RAS) is presented. This article presents a method for assessing seismic stability by calculating horizontal acceleration (α_{saj}) at observation points. Acceleration is calculated at the maximum possible seismic event in the studied region (44 cm/s²). The possible maximum acceleration is calculated, taking into account the characteristics of the soil, for the observation point with the highest K_y , $\alpha_{saj} = 30.6$ cm/s², which corresponds to an earthquake intensity of 5.6.

Keywords: seismic stability, resonance, spectrum, monitoring, building, vulnerability, acceleration, natural vibrations, Nakamura's method

Conflicts of interest. The authors declare that there is no conflict of interest.

Authors' contribution. Kurdanova A.A. — implementation of the research process, collection and analysis of field data, design of visual materials, and description of the experimental findings; Voskresenskiy M.N. — formulation of the objectives, organization, and conduct of the research; Kosorotova E.A. — execution of the research tasks and collection of field-based data; Parygin G.I. — acquisition of field-based information.

For citation: Kurdanova A.A., Voskresenskiy M.N., Kosorotova E.A., Parygin G.I. Monitoring of technical condition of buildings by seismic method. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*. 2024;20(5):479–490. (In Russ.) <http://doi.org/10.22363/1815-5235-2024-20-5-479-490>

Anna A. Kurdanova, Junior Researcher, Seismometry Laboratory, Institute of Geophysics, Ural Branch of the Russian Academy of Sciences, Yekaterinburg, Russia; eLIBRARY SPIN-code: 7695-6043, ORCID: 0000-0002-1582-8113; e-mail: a.truuuuman@gmail.com

Mikhail N. Voskresenskiy, Candidate of Technical Sciences, Senior Researcher, Head of the Seismometry Laboratory, Institute of Geophysics, Ural Branch of the Russian Academy of Sciences, Yekaterinburg, Russia; eLIBRARY SPIN-code: 4710-9710, ORCID: 0000-0002-6222-7265; e-mail: voskresenskiy.mn@gmail.com

Elena A. Kosorotova, Junior Researcher, Laboratory of Seismometry, Institute of Geophysics, Ural Branch of the Russian Academy of Sciences, Yekaterinburg, Russia; eLIBRARY SPIN-code: 9804-6660, ORCID: 0000-0002-1445-7250; e-mail: kosorotiha30@gmail.com

Gennadiy I. Parygin, Researcher, Laboratory of Seismometry, Institute of Geophysics, Ural Branch of the Russian Academy of Sciences, Yekaterinburg, Russia; eLIBRARY SPIN-code: 4262-8937, ORCID: 0009-0009-8401-3450; e-mail: usc_gena@mail.com

1. Введение

Регулярное обследование зданий и сооружений является обязательной процедурой, которая должна проводиться повсеместно, особенно в регионах с повышенной сейсмической активностью. Даже там, где высокая сейсмичность не является обычным явлением, проведение обследования строительных объектов имеет большое значение. Эти мероприятия позволяют значительно снизить риск возникновения аварийных ситуаций и следить за состоянием объектов на необходимом уровне. Один из способов контроля состояния строительного объекта — анализ динамических характеристик с помощью регистрации микросейсмических колебаний [1–4].

Свердловская область считается регионом со слабо выраженной сейсмичностью [5]. Столица Свердловской области г. Екатеринбург является современным мегаполисом, в котором активно ведутся строительные работы жилых многоквартирных домов и промышленных объектов, каждый из которых имеет свои особенности дальнейшей эксплуатации. Кроме того, в городах существует большое количество зданий, срок введения в эксплуатацию которых датируется прошлым столетием. Такие строительные объекты нуждаются в регулярном обследовании, вне зависимости от условий сейсмичности региона. Причинами аварий строительных конструкций часто становятся дефекты, образующиеся в результате действия различных факторов окружающей среды, многие из которых рассмотрены на реальных примерах [6]. Для своевременного выявления и предотвращения причин разрушения мониторинг динамических характеристик объектов — это необходимость.

Подходы к организации процесса наблюдения за состоянием зданий, сооружений и материалов конструкций имеют особую актуальность в работах отечественных и зарубежных авторов [7–9]. Кроме того, универсальность методик позволяет оценивать техническое состояние мостов и путепроводов [10].

В статье описываются результаты мониторинга здания ИГФ УрО РАН за период 2017–2024 г., кроме того приводится опыт обследования строительного объекта подобного проекта — здания ИГГ УрО РАН в 2023 г.

Информация об объектах исследования

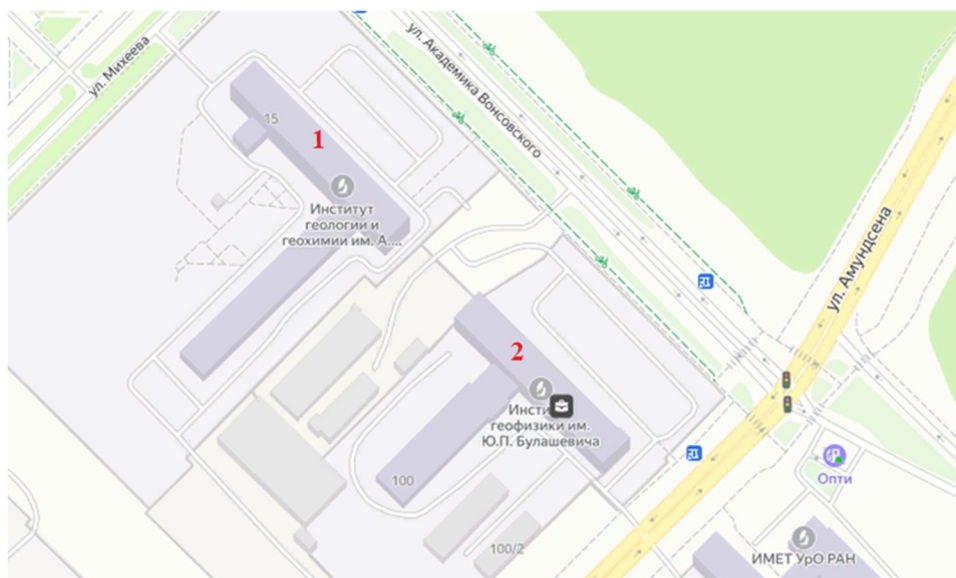


Рис. 1. Объекты исследования. Вид сверху:

1 — здание Института геологии и геохимии; 2 — здание Института геофизики

И с т о ч н и к: <https://yandex.ru/maps/-/CDRrzGyk> (дата обращения: 24.07.2024)

Figure 1. The research objects. A view from above:

1 — the Institute of Geology and Geochemistry building; 2 — the Institute of Geophysics building

S o u r c e: <https://yandex.ru/maps/-/CDRrzGyk> (accessed: 24.07.2024)

Институт геофизики имени Ю.П. Булашевича представляет собой четырехэтажное кирпичное, введенное в эксплуатацию в 1981 г. Строительство здания Института геологии и геохимии имени А.Н. Заварицкого началось в 1981 г., однако в эксплуатацию оно было введено в декабре 2015 г. Кроме четырех основных этажей в конструкции присутствует еще один — технический. Здания располагаются в квартале, ограниченном улицами Амундсена, А. Вонсовского, Михеева. На рис. 1 представлено изображение объектов исследования, сделанное при помощи сервиса «Яндекс Карты».

2. Метод

Обследование здания путем регистрации микросейсмического шума ИГФ проводится ежегодно с 2017 г. Регистрация осуществляется в дневное время, длительность записи составляет 15–20 мин. В 2017, 2018 гг. в июле 2022 г. использовался аппаратно-программный комплекс «Регистр-SD» [11]. В 2021, в сентябре 2022 измерения проведены с помощью регистратора Reftek DAS 130-1/6 в комплекте с короткопериодным велосиметром LE-3Dlite Mk III (рис. 2). В июле 2024 г. проведены дополнительные точечные измерения, необходимость которых описана далее.

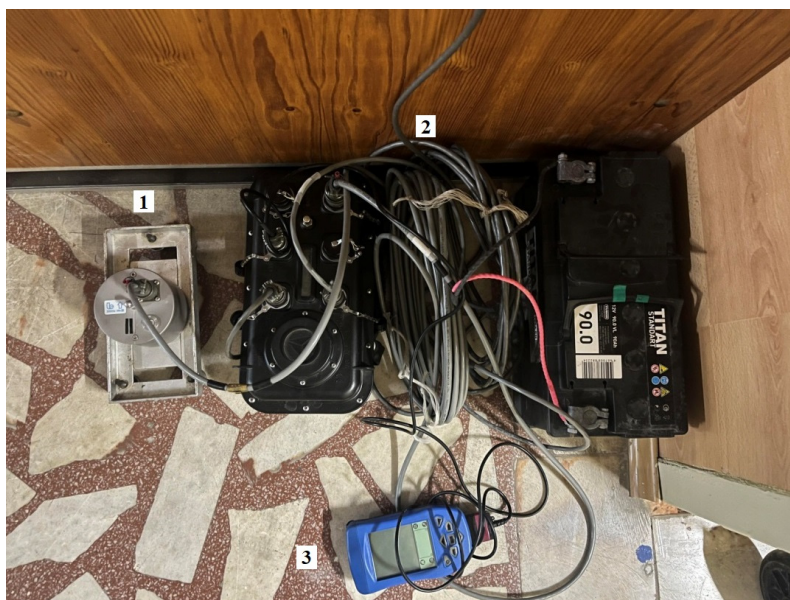


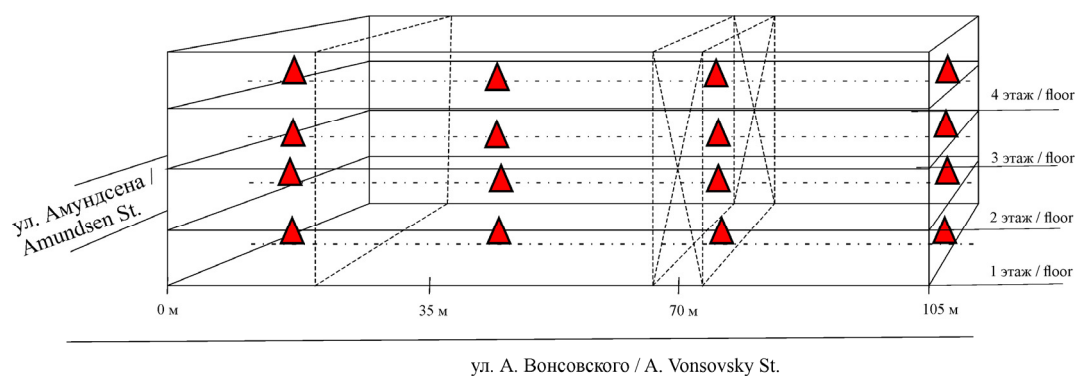
Рис. 2. Комплект оборудования в точке регистрации:

1 — велосиметр LE-3Dlite Mk III; 2 — регистратор сейсмических сигналов REFTEK DAS 130-1/6 и аккумулятор TITAN; 3 — пульт управления регистратором
Источники: фото М.Н. Воскресенского, А.А. Курдановой

Figure 2. A set of equipment at the observation site:

1 — LE-3Dlite Mk III velocimeter;
2 — REFTEK DAS 130-1/6 seismic signal recorder, TITAN battery; 3 — control panel of the recorder
Source: photo by M.N. Voskresenskiy, A.A. Kurdanova

Микросейсмы представляют собой относительно слабые колебания грунта, вызванные суммарным воздействием множества источников упругих колебаний, характеристики которых являются случайными величинами [12]. Обследование зданий и сооружений посредством регистрации микросейсмических колебаний предполагает организацию системы точек наблюдения в объеме здания. В здании ИГФ система наблюдений была реализована следующим образом (рис. 3): шестнадцать точек наблюдения равномерно расположены на каждом этаже здания, формируя (условно) четыре вертикальных и четыре горизонтальных профиля. На рис. 3 представлено схематичное изображение здания относительно автомобильных дорог.



Условные обозначения:

-  - точка регистрации микросейсм / microtremor registration point;
-  - шахта лифта / elevator shaft;
-  - лестничный пролет / stairwell.

Рис. 3. Схема расположения точек наблюдения в объеме здания Института геофизики

И с т о ч н и к: выполнено А.А. Курдановой

Figure 3. The layout of observation points within of the Institute of Geophysics Building

S o u r c e: made by A.A. Kurdanova

Обследование здания ИГГ проведено в июле 2023 г. Здание ИГГ для исследования было выбрано исходя из нескольких параметров: схожая геометрия объекта (типовой проект), близкое расположение, одинаковое назначение (офисное здание). Благодаря аналогичной геометрии зданий расположение системы точек наблюдения осталось неизменным, за исключением расстояния между точками в плоскости одного этажа, которое в настоящем исследовании можно считать незначительным. Регистрация микросейсмических колебаний в каждой точке наблюдений проводилась последовательно во времени, длительность регистрации составила 24 ч, однако для текущего исследования были выбраны дневные записи длительностью 15–20 мин [13].

Следует отметить, что при регистрации микросейсм в обоих объектах исследования ориентация регистратора в горизонтальной плоскости осуществлялась не по сторонам света, а в соответствии с ребрами жесткости конструкции. Направление горизонтальной составляющей X (NS) являлось параллельным короткой стороне здания, а направление Y — длинной.

3. Результаты и обсуждение

Обработка сейсмограмм осуществлялась по методике, описанной в межгосударственном стандарте ГОСТ 34081–2017³, и заключалась в расчете спектральной плотности мощности скорости смещений и выделении резонансных частотных пиков. Результаты обработки демонстрируют постоянство резонансных характеристик с течением времени, несмотря на применение различного оборудования и программного обеспечения (ПО).

В таблице представлены значения резонансных частот, присутствующих во всех точках на каждом этаже объектов исследования. Благодаря наблюдаемому постоянству резонансных пиков (частот собственных колебаний) можно утверждать, что состояние здания является стабильным. Соответствие измеренных величин нормативно-технической документации свидетельствует о нормальном, рабочем состоянии объектов.

³ ГОСТ 34081–2017. Здания и сооружения. Определение параметров основного тона собственных колебаний. М.: Стандартинформ, 2017. 15 с. URL: <https://internet-law.ru/gosts/gost/65412/> (дата обращения: 31.07.2024).

**Значения резонансных частот в горизонтальной плоскости регистрации микросейсмического фона /
Values of resonant frequencies in the horizontal plane of microtremor recording**

Ось регистрации / Registration axis	Институт геофизики, Гц / Institute of Geophysics, Hz	Институт геологии и геохимии, Гц / Institute of Geology and Geochemistry, Hz
<i>X</i>	2,8	2,8
<i>Y</i>	2,5	2,9

Сравнивая значения частот собственных колебаний двух типовых зданий со схожей геометрией, закономерно ожидать одинаковых результатов в обоих объектах. Однако в случае с ИГФ и ИГГ существует различие в значениях по *Y*-составляющей, то есть по длинной стороне зданий. Такое различие может обуславливаться различием в положении строительных конструкций, соединяющихся с основным объектом исследования, а также наличием технического этажа в одном из объектов (см. рис. 1).

Дальнейшая обработка сейсмических материалов проводилась с использованием метода горизонтальных и вертикальных спектральных отношений (HVSР) [14], который нашел широкое применение в области изучения состояния грунтов и конструкций [15–19]. Для объектов исследования в каждой точке наблюдения вычислен коэффициент уязвимости K_y . Этот параметр характеризует наиболее чувствительные участки исследуемых объектов к воздействию упругих колебаний. Вычисляется по формуле (1), где a — максимальное значение коэффициента усиления в соответствии со спектральной кривой HVSР, F — соответствующая этому значению частота [20]:

$$K_y = \frac{a^2}{F}. \quad (1)$$

На рис. 4 представлено изображение распределения коэффициента уязвимости K_y в здании ИГГ. Повышение K_y в крайней правой области объясняется особенностями использования помещений в этой зоне и работой специального оборудования. В остальном объеме здания значение коэффициента уязвимости K_y постоянно.

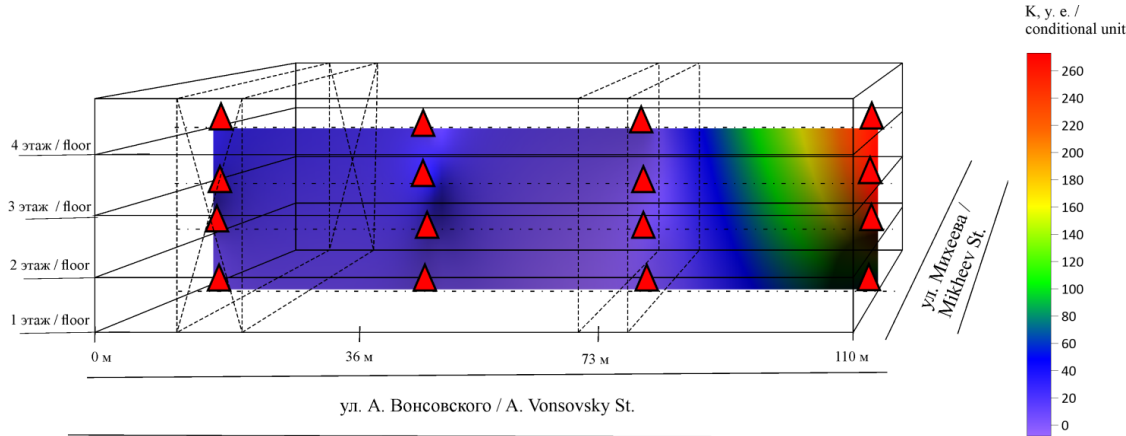


Рис. 4. Распределение коэффициента уязвимости в объеме здания ИГГ УрО РАН. Июль 2023 г.

И с т о ч н и к: выполнено А.А. Курдановой

Figure 4. The distribution of the vulnerability coefficient within of the IGG UB RAS building, July 2023

S o u r c e: made by A.A. Kurdanova

На рис. 5–7 представлены распределения K_y в здании ИГФ в 2017, 2021 и в 2022 гг. Повышение K_y в крайней левой части обуславливается конструктивными особенностями объекта (лестничные пролеты), еще одно включение на уровне 70 м описывает положение шахты лифта.

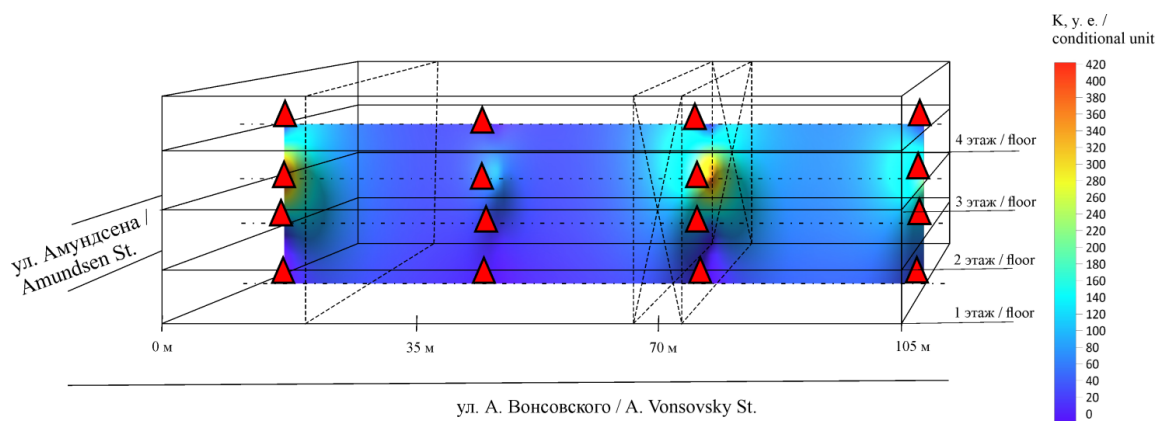


Рис. 5. Распределение коэффициента уязвимости в объеме здания ИГФ. Декабрь 2017

И с т о ч н и к : выполнено А.А. Курдановой

Figure 5. The distribution of the vulnerability coefficient within of the IG UB RAS building. December 2017

S o u r c e : made by A.A. Kurdanova

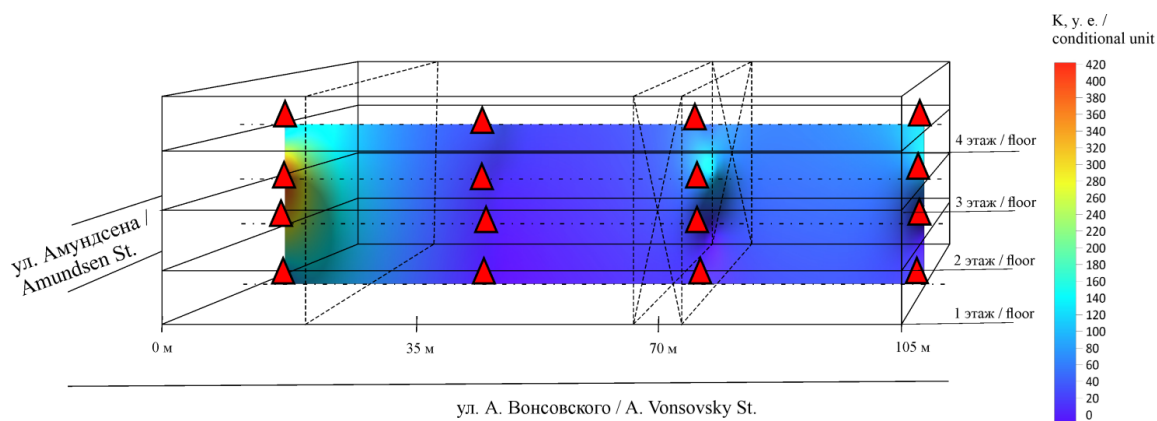


Рис. 6. Распределение коэффициента уязвимости в объеме здания ИГФ. Апрель 2021 г.

И с т о ч н и к : выполнено А.А. Курдановой

Figure 6. The distribution of the vulnerability coefficient within of the IG UB RAS building. April 2021

S o u r c e : made by A.A. Kurdanova

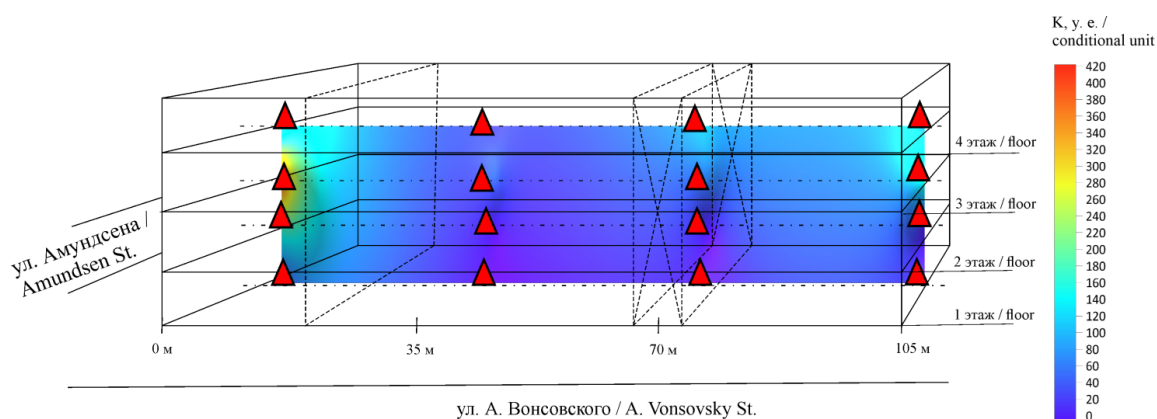


Рис. 7. Распределение коэффициента уязвимости в объеме здания ИГФ.

Вид с ул. А. Вонсовского. Сентябрь 2022 г.

И с т о ч н и к : выполнено А.А. Курдановой

Figure 7. The distribution of the vulnerability coefficient within of the IG UB RAS building.

View from A. Vonsovsky Street. September 2022

S o u r c e : made by A.A. Kurdanova

Еще один ключевой элемент оценки состояния здания — это расчет сейсмической устойчивости строительного объекта. Аналогичный опыт соотечественников описан в работах Г.И. Аносова [20]. Согласно исследованиям Накамуры [15], по формуле (2) рассчитывается максимально допустимое ускорение в $\text{см}/\text{с}^2$ для точки с наибольшим значением коэффициента уязвимости. В последующем данное значение переводится в баллы по шкале MSK-64:

$$\alpha_{saj} = 10^4 \frac{4 \times \pi^2 \times F^2 \times h_j}{A_{sgj} - A_{sgj-1}} \gamma_{aj}, \quad (2)$$

где α_{saj} — ускорение в горизонтальной плоскости; h_j — высота j -го этажа; F — преобладающая частота в точке измерений; A_{sgj} — коэффициент усиления j -го этажа; γ_{aj} — деформационное отклонение j -го этажа.

Коэффициент усиления j -го этажа A_{sgj} — это комбинированный коэффициент усиления [23], который определяется из соотношения горизонтальной составляющей спектра j -го этажа и вертикальной составляющей спектра первого (нижнего) этажа.

Так как в процессе мониторинга здания ИГФ измерения микросейсмического фона производились последовательно во времени в каждой точке наблюдений, то расчет комбинированного коэффициента усиления по данным прошлых лет не представляется возможным. Дополнительные синхронные во времени измерения микросейсмического фона в здании, проведенные в июле 2024 г., позволили рассчитать A_{sgj} (безразмерная величина). Измерения заключались в одновременной регистрации в точке с аномальным значением K_y и на первом этаже здания под этой точкой. Получили значение комбинированного коэффициента A_{sgj} . Затем, аналогичным образом, были проведены необходимые измерения для расчета A_{sgj-1} . То есть из общей схемы точек наблюдений были выбраны только три точки, находящиеся на условном вертикальном профиле, необходимые для вычисления комбинированных коэффициентов усиления. Измерения проводились с помощью регистраторов Reftek DAS 130-1/6 в комплекте с короткопериодным велосиметром LE-3Dlite Mk III. Таким образом, были получены значения $A_{sgj} = 37,7$ и $A_{sgj} = 34,8$.

Деформация конструкций тесно связана с динамическими характеристиками земной поверхности и самой конструкции. Чтобы оценить возможный ущерб от прогнозируемого сейсмического воздействия, необходимо знать текущее состояние прочности грунта. Значение переменной γ_{aj} в текущем исследовании представляет собой деформационное отклонение j -го этажа и является упрощенным значением сдвиговой деформации грунта γ [22]. По данным таблицы зависимости динамических свойств грунта от величины деформации [23], составленной по результатам лабораторных испытаний [24], если пороговая деформация грунта имеет значение $\gamma = 10^{-6}$ (безразмерная величина), то состояние грунта может считаться нормальным, то есть обладающим нормальной пластичностью и способным деформироваться под внешним давлением без разрыва сплошности массы. В случаях, когда $\gamma = 10^{-1}$, происходят оползневые явления или обрушения фундаментов строительных объектов на поверхности Земли.

Таким образом, подставляя теоретическое значение γ , соответствующее «нормальному» состоянию грунта, в формулу (2), получаем, что в здании ИГФ, в точке с максимальным K_y на преобладающей частоте 2,5 Гц, значение ускорения в горизонтальной плоскости составляет $\alpha_{saj} = 2,8 \text{ см}/\text{с}^2$.

Так как γ — величина, характеризующая предельную деформацию грунта [23], ее реальное значение можно определить, зная грунтовые условия и ускорение максимального сейсмического воздействия в точке наблюдений по формуле

$$\gamma = \frac{1,2 \times a \times z}{V_s^2}, \quad (3)$$

где a — пиковое ускорение на поверхности земли, z — мощность рыхлых отложений, V_s — скорость поперечной волны.

В мае 2024 г. на территории ИГФ УрО РАН проведены инженерно-сейсмические работы по методу преломленных волн (МПВ). В результате работ выполнен один профиль и уточнены скоростные характеристики грунтовой толщи исследуемой площадки. На рис. 8 приведен скоростной разрез по поперечным волнам V_s . Расчет выполнен в программе ZondST2D (автор А. Каминский). На скоростном разрезе видно, что рыхлые породы в основном залегают до глубины 10 м ($V_s < 700$ м/с).

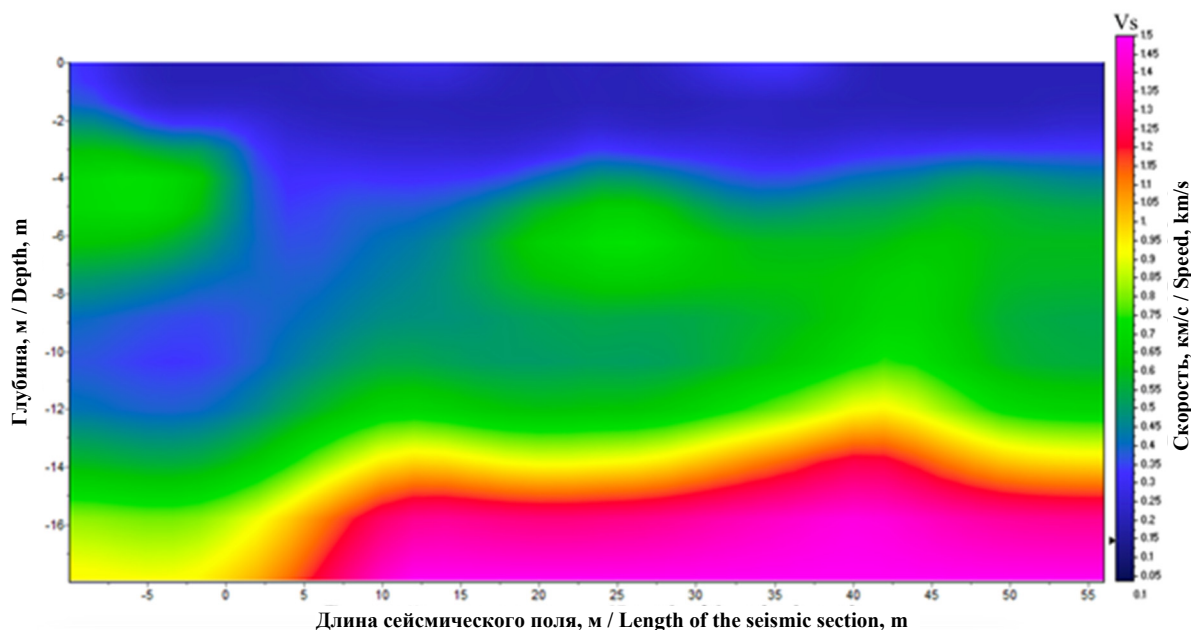


Рис. 8. Скоростной разрез, построенный по поперечным волнам V_s

И с т о ч н и к: выполнено М.Н. Воскресенским

Figure 8. Transverse wave velocity section V_s

S o u r c e: made by M.N. Voskresenskiy

Согласно карте ОСР-2015-В⁴, в точке исследования ожидается сейсмическое событие с максимальной интенсивностью не более 6 баллов по шкале MSK-64 за 1000 лет, что соответствует ускорению 44 см/с². Подставляя в формулу (3) значение максимального воздействия и скорости поперечных волн, получаем значение предельной деформации грунта на территории ИГФ $\gamma = 10,8 \times 10^{-6}$. Подставив измеренные и рассчитанные значения в формулу (2), получаем возможное максимальное ускорение для точки наблюдения с наибольшим K_y , $\alpha_{saj} = 30,6$ см/с², что соответствует интенсивности землетрясения 5,6 балла.

4. Заключение

1. Сейсмический метод обследования технического состояния зданий и сооружений является простым в исполнении, недорогим и доступным. Его доступность позволяет проводить мероприятия по изучению динамических характеристик объекта как в виде периодического мониторинга техниче-

⁴ СНиП II-7-81*. Строительство в сейсмических районах. URL: <https://internet-law.ru/stroyka/doc/1894/> (дата обращения: 31.07.2024).

ского состояния, так и в виде разовых измерений (обследований) и дальнейшего сравнения результатов с типовыми объектами. Результаты периодического мониторинга технического состояния здания ИГФ и обследования здания ИГГ демонстрируют постоянство резонансных частот на спектральных кривых, что свидетельствует о рабочем состоянии объектов (см. табл.).

2. Использование метода HVSR при обработке сейсмических записей позволяет определять наиболее чувствительные к воздействию упругих колебаний участки конструкции путем расчета коэффициента уязвимости K_y .

3. Расчет сейсмической устойчивости с применением комбинированного коэффициента усиления дает возможность оценить поведение строительного объекта при возможной сейсмической активности. Зная характеристики грунтовой толщи основания здания, расчет сейсмической устойчивости, можно провести с использованием реального значения предельной деформации грунта γ . Для здания ИГФ значение ускорения, рассчитанного для фактических грунтовых условий при максимально возможном сейсмическом событии, соответствует 5,6 балла.

Значения комбинированных коэффициентов уязвимости и результаты оценки сейсмической устойчивости вычислены по экспериментально зарегистрированным данным на этажах Института геофизики. Следующим этапом исследования предполагается сопоставление экспериментальных данных с величинами, полученными с помощью математической модели здания.

Список литературы

1. Давыдов В.А. Изучение сейсмической реакции грунтов при микросейсмических зондированиях // Вестник КРАУНЦ. Серия: Науки о Земле. 2023. № 2 (58). С. 90–100. <https://doi.org/10.31431/1816-5524-2023-2-58-90-100>
2. Романов В.В., Мальский К.С., Дронов А.Н. Выбор оптимальных параметров записи микросейсмических колебаний в горных выработках // Горный информационно-аналитический бюллетень. 2016. № 7. С. 101–107. EDN: WGBLZJ
3. Gorbatikov A.V., Stepanova M.Yu., Korablev G.E. Microseismic field affected by local geological heterogeneities and microseismic sounding of the medium // Izvestiya, Physics of the Solid Earth. 2008. Vol. 44. P. 577–592. <https://doi.org/10.1134/S1069351308070082>
4. Калинина А.В., Аммосов С.М., Татевосян Р.Э., Турчков А.М. Об использовании микросейсм в задачах сейсмического микрорайонирования // Вопросы инженерной сейсмологии. 2022. Т. 49. № 1. С. 5–17. <https://doi.org/10.21455/VIS2022.1-1>
5. Кашубин С.Н., Дружинин В.С., Гуляев А.Н., Кусонский О.А., Ломакин В.С., Маловичко А.А., Никитин С.Н., Парыгин Г.И., Рыжый Б.П., Уткин В.И. Сейсмичность и сейсмическое районирование Уральского региона. Екатеринбург: УрО РАН, 2001. 126 с. ISBN: 5-7691-1212-3
6. Кудерин М.К., Еремин К.И., Фоменко А.А., Несипбаева Ж.К. Постоянный мониторинг и внедрение перспективных методов оценки технического состояния объектов — залог защиты зданий и сооружений от аварий // Наука и техника Казахстана. 2016. № 3–4. С. 113–116. EDN: YMHAOO
7. Еманов А.Ф., Скляров Л.А. Технология диагностики и мониторинга состояния строительных конструкций на основе исследования микросейсмических колебаний // Предотвращение аварий зданий и сооружений. 2009. С. 1–9. URL: <https://pamag.ru/src/prensa/141.pdf> (дата обращения: 04.05.2024).
8. Jiang H., Lu X., Chen L. Seismic Fragility Assessment of RC Moment-Resisting Frames Designed According to the Current Chinese Seismic Design Code // Journal of Asian Architecture and Building Engineering. 2012. Vol. 11. Issue 11. P. 53–160. <https://doi.org/10.3130/jaabe.11.153>
9. Ahmad N. Fragility Functions and Loss Curves for Deficient and Haunch-Strengthened RC Frames // Journal of Earthquake Engineering. 2019. Vol. 26. No. 2. P. 1010–1039. <https://doi.org/10.1080/13632469.2019.1698478>
10. Карапетян Дк.К., Айрапетян О.Ю., Матевосян Г.М., Карапетян Р.К. Исследование динамических характеристик многопролетного моста в Ереване по микросейсмическим колебаниям // Геология и геофизика Юга России. 2022. Т. 12 (2). С. 67–77. <http://doi.org/10.46698/VNC.2022.25.25.005>
11. Сенин Л. Н., Сенина Т. Е., Воскресенский М.Н. Аппаратно-программный комплекс «РегистрSD» для изучения сейсмодинамических характеристик объектов, находящихся под воздействием упругих колебаний // Приборы и техника эксперимента. 2017. № 4. С. 157–158. <https://doi.org/10.7868/S0032816217040115>
12. Шаров Н.В., Маловичко А.А., Щукин Ю.К. Землетрясения и микросейсмичность в задачах современной геодинимики Восточно-Европейской платформы: В 2 кн. Книга 2: Микросейсмичность. Петрозаводск, 2007. 94 с. ISBN: 978-5-9274-0282-3

13. Воскресенский М.Н., Парыгин Г.И., Сенина Т.Е., Сенин Л.Н. Экспозиционный динамический инженерно-сейсмометрический мониторинг здания Института геофизики УрО РАН с применением аппаратно-программного комплекса «Регистр-SD» // Вестник Пермского университета. Геология. 2019. Т. 18. № 1. С. 38–42. <https://doi.org/10.17072/psu.geol.18.1.38>
14. Nakamura Y. What Is the Nakamura Method? // *Seismological Research Letters*. 2019. Vol. 90. No. 4. P. 1437–1443. <https://doi.org/10.1785/0220180376>
15. Nakamura Y. A method for dynamic characteristic estimation of subsurface using microtremor on the ground surface // Quarterly report of Railway Technical Research Institute. 1989. Vol. 30. № 1. P. 25–33. URL: https://www.sdr.co.jp/papers/hv_1989.pdf (accessed: 04.05.2024).
16. Putti S.P., Satyam N. Evaluation of Site Effects Using HVSr Microtremor Measurements in Vishakhapatnam (India) // *Earth Systems and Environment*. 2020. Vol. 4. P. 439–454. <https://doi.org/10.1007/s41748-020-00158-6>
17. Neukirch M., García-Jerez A., Villaseñor A., Luzón F, Ruiz M., Molina L. Horizontal-to-Vertical Spectral Ratio of Ambient Vibration Obtained by Hilbert–Huang Transform // *Sensors*. 2021. Vol. 21. <https://doi.org/10.3390/s21093292>
18. Карапетян Д.К., Айрапетян О.Ю., Матевосян Г.М., Карапетян Р.К. Сравнительный анализ динамических характеристик зданий различных типов при микросейсмических колебаниях // Геология и геофизика Юга России. 2021. Т. 11 (3). С. 103–114. <http://doi.org/10.46698/VNC.2021.70.17.009>
19. Воскресенский М.Н., Курданова А.А. Оптимальная длительность наблюдений при обследовании зданий сейсмическим методом // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2024. Т. 20. № 2. С. 182–194. <http://doi.org/10.22363/1815-5235-2024-20-2-182-194>
20. Аносов Г.И., Дробиз М.В., Коновалова О.А., Сотников Д.С., Чугаевич В.Я. Оценка сейсмической устойчивости учебного корпуса № 3 Российского государственного университета им. И. Канта с применением методики Накамуры // Вестник Краунц. Науки о Земле. 2010. № 1 (15). С. 223–231. EDN: MSVNNR
21. Nakamura Y. Real-time information system for seismic hazards mitigation UrEDAS, HERAS and PIC // Quarterly Report of the Railway Technical Research Institute. 1996. Vol. 37. P. 112–127. URL: https://www.sdr.co.jp/papers/rtis_1996.pdf (accessed: 04.05.2024).
22. Nakamura Y., Gurler E., Dilek, Saita J. Rovelli A., Donati S. Vulnerability investigation of Roman Coliseum using microtremor // Proceeding, 12th WCEE 2000 in Auckland. NZ. 2000. URL: <https://www.iitk.ac.in/nicee/wcee/article/2660.pdf> (accessed: 04.05.2024).
23. Nakamura Y. Seismic vulnerability indices for ground and structures using microtremor // World Congress on Railway Research, Florence, Italy 1997. URL: https://www.sdr.co.jp/papers/wcrr_vulnerability_indices.pdf (accessed: 04.05.2024).

References

1. Davydov V.A. Study of seismic response of soils in microseismic soundings of dams. *Bulletin of Kamchatka regional association «Educational-scientific center». Earth sciences*. 2023;2(58):90–100. (In Russ.) <https://doi.org/10.31431/1816-5524-2023-2-58-90-100>
2. Romanov V.V., Mal'skiy K.S., Dronov A.N. Selection of optimum parameters of microseismic vibration recording in underground excavations. *Mining Informational and Analytical Bulletin (scientific and technical journal)*. 2016; (7):101–107. (In Russ.) EDN: WGBLZJ
3. Gorbatikov A.V., Stepanova M.Yu., Korablev G.E. Microseismic field affected by local geological heterogeneities and microseismic sounding of the medium. *Izvestiya, Physics of the Solid Earth*. 2008;44:577–592. <https://doi.org/10.1134/S1069351308070082>
4. Kalinina A.V., Ammosov S.M., Tatevosjan R.Je., Turchkov A.M. On the use of microseisms for seismic microzonation. *Issues of engineering seismology*. 2022;49(1):5–17. (In Russ.) <https://doi.org/10.21455/VIS2022.1-1>
5. Kashubin S.N., Druzhinin V.S., Guljaev A.N., Kusonskij O.A., Lomakin V.S., Malovichko A.A., Nikitin S.N., Parygin G.I., Ryzhij B.P., Utkin V.I. *Seismicity and seismic zoning of the Ural region*. Ekaterinburg: UrO RAN, 2001. (In Russ.) ISBN: 5-7691-1212-3
6. Kuderin M.K., Eremin K.I., Fomenko A.A., Nesipbaeva Zh.K. Continuous monitoring and introduction of the perspective estimation methods of the technical condition of the objects — deposit protection of buildings and facilities of accidents. *Science and technology of Kazakhstan*. 2016;(3–4):113–116. (In Russ.) EDN: YMHAOO
7. Emanov A.F., Skljarov L.A. Technology of diagnostics and monitoring of the condition of building structures based on the study of microseismic vibrations. *Prevention of accidents of buildings and structures*. 2009. (In Russ.) Available from: <https://pamag.ru/src/pressa/141.pdf> (accessed: 04.05.2024).
8. Jiang H., Lu X., Chen L. Seismic Fragility Assessment of RC Moment-Resisting Frames Designed According to the Current Chinese Seismic Design Code. *Journal of Asian Architecture and Building Engineering*. 2012;11(1):153–160. <https://doi.org/10.3130/jaabe.11.153>

9. Ahmad N. Fragility Functions and Loss Curves for Deficient and Haunch-Strengthened RC Frames. *Journal of Earthquake Engineering*. 2019;26(2):1010–1039. <https://doi.org/10.1080/13632469.2019.1698478>
10. Karapetjan Dk.K., Ajrapetjan O.Ju., Matevosjan G.M., Karapetjan R.K. Investigation of the dynamic characteristics of the road bridge in Yerevan by recording microseisms. *Geology and geophysics of the South of Russia*. 2022;12(2):67–77. (In Russ.) <http://doi.org/10.46698/VNC.2022.25.25.005>
11. Senin L.N., Senina T.E., Voskresenskiy M.N. Hardware and software complex “Register-SD” for studying the seismodynamic characteristics of objects under the influence of elastic vibrations. *Instruments and experimental techniques*. 2017;(4):157–158. (In Russ.) <https://doi.org/10.7868/S0032816217040115>
12. Sharov N.V., Malovichko A.A., Shhukin Ju.K. *Earthquakes and microseismicity in the problems of modern geodynamics of the East European Platform*. In 2 books. Book 2: Microseismicity. Petrozavodsk, 2007. (In Russ.) ISBN: 978-5-9274-0282-3
13. Voskresenskiy M.N., Parygin G.I., Senina T.E., Senin L.N. Expositional dynamic engineering-seismometric monitoring of the building of the institute of geophysics UB RAS with use of the hardware-software complex “Register-SD”. *Bulletin of Perm University. Geology*. 2019;18(1):38–42. (In Russ.) <https://doi.org/10.17072/psu.geol.18.1.38>
14. Nakamura Y. What Is the Nakamura Method? *Seismological Research Letters*. 2019;90(4):1437–1443. <https://doi.org/10.1785/0220180376>
15. Nakamura Y. A method for dynamic characteristic estimation of subsurface using microtremor on the ground surface. *Quarterly report of Railway Technical Research Institute*. 1989;30(1):25–33. Available from: https://www.sdr.co.jp/papers/hv_1989.pdf (accessed: 04.05.2024).
16. Putti S.P., Satyam N. Evaluation of site effects using HVSR microtremor measurements in Vishakhapatnam (India). *Earth Systems and Environment*. 2020;4:439–454. <https://doi.org/10.1007/s41748-020-00158-6>
17. Neukirch M., García-Jerez A., Villaseñor A., Luzón F., Ruiz M., Molina L. Horizontal-to-Vertical Spectral Ratio of Ambient Vibration Obtained by Hilbert–Huang Transform. *Sensors*. 2021;21(9):3292 <https://doi.org/10.3390/s21093292>
18. Karapetyan Dk.K., Hayrapetyan O.Ju., Matevosyan G.M., Karapetyan R.K. Comparative analysis of the dynamic characteristics of various types of buildings during microseismic vibrations. *Geology and geophysics of the South of Russia*. 2021;11(3):103–114. (In Russ.) <http://doi.org/10.46698/VNC.2021.70.17.009>
19. Voskresenskiy M.N., Kurdanova A.A. Optimal Duration of Observations During Seismic Inspection of Buildings. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*. 2024;20(2):182–194. (In Russ.) <http://doi.org/10.22363/1815-5235-2024-20-2-182-194>
20. Anosov G.I., Drobiz M.V., Konovalova O.A., Sotnikov D.S., Chugaevich V.J. Evaluation of seismic stability of the educational building 3 of Immanuel Kant russian state university using the Nakamura method. *Bulletin of Kamchatka regional association «Educational-scientific center»*. *Earth sciences*. 2010;1(15):223–231. (In Russ.) EDN: MSVNNR
21. Nakamura Y. Real-time information system for seismic hazards mitigation UrEDAS, HERAS and PIC. *Quarterly Report of the Railway Technical Research Institute*. 1996;37:112–127. Available from: https://www.sdr.co.jp/papers/rtis_1996.pdf (accessed: 04.05.2024).
22. Nakamura Y., Gurler E., Dilek, Saita J., Donati S. Vulnerability investigation of Roman Coliseum using microtremor. *Proceeding, 12th WCEE 2000 in Auckland*. NZ. 2000. Available from: <https://www.iitk.ac.in/nicee/wcee/article/2660.pdf> (accessed: 04.05.2024).
23. Nakamura Y. Seismic vulnerability indices for ground and structures using microtremor. *World Congress on Railway Research*. Florence, Italy. 1997. Available from: https://www.sdr.co.jp/papers/wcrr_vulnerability_indices.pdf (accessed: 04.05.2024).

DOI: 10.22363/1815-5235-2024-20-5-491-503

УДК 69.07

EDN: CXCIKN

Научная статья / Research article

Несущая способность рамы-подиума для светопрозрачного покрытия атриума

А.Р. Масёнене¹, С.В. Ключев²

¹ Санкт-Петербургский государственный политехнический университет Петра Великого, *Санкт-Петербург, Россия*

² Белгородский государственный технологический университет им. В.Г. Шухова, *Белгород, Россия*

✉ masyonene.ar@gmail.com

Поступила в редакцию: 13 августа 2024 г.

Принята к публикации: 14 октября 2024 г.

Аннотация. Объект исследования — прочность и несущая способность элемента светопрозрачного покрытия атриума с каркасом подиума из стеклокомпозита с заполнением пеностеклом. Проведены механические испытания полноразмерного образца с использованием специализированной оснастки для изучения совместной работы опорной стальной конструкции, элемента покрытия и креплений элемента. Метод испытаний по определению несущей способности основан на методике статического испытания многослойного композитного материала на сжатие. Испытание осуществлялось в лабораторных условиях на сертифицированном оборудовании. В ходе испытаний фиксировались нагрузка, поведение и прогиб образца. Испытание проводилось до разрушения образца. Определена несущая способность каркаса подиума из стеклопластика. Получен график зависимости прогиба элемента покрытия от нагрузки. Испытания подтвердили возможность применения каркаса подиума из стеклокомпозита с заполнением пеностеклом для светопрозрачного покрытия атриума. Несущая способность каркаса подиума из стеклокомпозита с заполнением пеностеклом значительно превышает расчетные нагрузки при эксплуатации. Получены характеристики разрушения мест крепления конструкции. Усиление отверстий креплений конструкции может рассматриваться как одно из перспективных направлений дальнейших исследований. Рассмотрены перспективы исследований элемента светопрозрачного покрытия атриума из стеклокомпозита с заполнением пеностеклом.

Ключевые слова: строительные конструкции, стеклопластиковый композит, прочность, трансформируемый атриум, стеклокомпозитные конструкции, стеклопластик (GFRP)

Заявление о конфликте интересов. Автор заявляет об отсутствии конфликта интересов.

Вклад авторов. Нераздельное соавторство.

Для цитирования: Масёнене А.Р., Ключев С.В. Несущая способность рамы-подиума для светопрозрачного покрытия атриума // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2024. Т. 20. № 5. С. 491–503. <http://doi.org/10.22363/1815-5235-2024-20-5-491-503>

Масёнене Александра Руслановна, аспирант, старший преподаватель кафедры информационных систем и технологий, Санкт-Петербургский государственный политехнический университет Петра Великого, Санкт-Петербург, Россия; eLIBRARY SPIN-код: 6143-2194, ORCID: 0000-0001-7811-3855; e-mail: masyonene.ar@gmail.com

Ключев Сергей Васильевич, доктор технических наук, профессор кафедры теоретической механики и сопротивления материалов, Белгородский государственный технологический университет им. В.Г. Шухова, Белгород, Россия; eLIBRARY SPIN-код: 5944-3648, ORCID: 0000-0002-1995-6139; e-mail: klyuyev@yandex.ru

© Масёнене А.Р., Ключев С.В., 2024



This work is licensed under a Creative Commons Attribution 4.0 International License
<https://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/legalcode>

Load-Bearing Capacity of Podium Frame for Translucent Atrium Roof

Aleksandra R. Masenene¹✉, Sergey V. Klyuev² 

¹ Peter the Great St.Petersburg Polytechnic University, Saint Petersburg, Russia

² Belgorod State Technological University named after V.G. Shoukhov, Belgorod, Russia

✉ masyonene.ar@gmail.com

Received: August 13, 2024

Accepted: October 14, 2024

Abstract. The object of the study is the strength and load-bearing capacity of an element of a translucent atrium roof with a podium frame made of glass composite filled with foam glass. Mechanical tests were carried out on a full-scale sample using specialized equipment to study the joint operation of the load-bearing steel structure, roof element and element fastening. The test method for determining load-bearing capacity is based on the method of static compression testing of a multilayer composite material. The test was carried out in laboratory conditions using certified equipment. The following parameters were tracked during the tests: load, deformation behavior, and deflection of the sample. The test was carried out until the sample was destroyed. Results. The load-bearing capacity of the podium frame made of fiberglass has been determined. A graph of the relationship between deformation (deflection) of the element and the load was obtained. The tests confirmed the possibility of using a podium frame made of glass composite filled with foam glass for a translucent atrium roof. The load-bearing capacity significantly exceeds the design loads during operation. The characteristics of failure of the fastening locations in the structure were obtained. Strengthening the fastening holes of the structure can be considered as one of the promising areas for further research. The directions for future studies of the element of the translucent atrium roof made of glass composite filled with foam glass are considered.

Keywords: building structures, fiberglass composite, strength, transformable atrium, glass composite structures, glass fiber reinforced plastic (GFRP)

Conflicts of interest. The author declares that there is no conflict of interest.

Authors' contribution. Undivided co-authorship.

For citation: Masenene A.R., Klyuev S.V. Load-bearing capacity of podium frame for translucent atrium roof. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*. 2024;20(5):491–503. (In Russ.) <http://doi.org/10.22363/1815-5235-2024-20-5-491-503>

Введение

В архитектуре образовательных учреждений прослеживается тенденция применения трансформируемых атриумов, то есть открытых пространств между блоками учебных зданий с круглогодичным использованием. Для эффективного использования таких пространств их покрывают светопрозрачными конструкциями различной конфигурации и конструктивных решений.

Термин «Атриум» происходит от древнегреческого «Атрий» и означает открытый внутренний двор в жилом здании, в который выходят внутренние помещения дома [1].

В исследованиях все чаще упоминается «Атриум» как коммуникационное и рекреационное пространство на полную высоту здания с покрытием светопрозрачной конструкцией. В связи с изменением понимания атриума в архитектуре произошло и изменение его конструктивных решений. Открытые атриумы уступили место трансформируемым по назначению пространствам, перекрытым светопрозрачными конструкциями. В таких атриумах проводят собрания, устраивают общешкольные мероприятия, концерты, располагают зоны для самостоятельных занятий, чтения и отдыха.

Так как к проектированию образовательных учреждений предъявляются повышенные требования безопасности, разработка конструктивных решений для светопрозрачных покрытий атриумов, соответствующих требованиям прочности и долговечности, является важной научной проблемой. Одним из примеров школьных зданий, спроектированных с трансформируемым светопрозрачным

Aleksandra R. Masenene, Postgraduate student, Senior Lecturer at the Department of Information Systems and Technologies, Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University, Saint Petersburg, Russia; eLIBRARY SPIN code: 6143-2194, ORCID: 0000-0001-7811-3855; e-mail: masyonene.ar@gmail.com

Sergey V. Klyuev, Doctor of Technical Sciences, Professor of the Department of Theoretical Mechanics and Resistance of Materials, Equipment and Complexes of the Belgorod State Technological University named after V.G. Shoukhov, Belgorod, Russia; eLIBRARY SPIN-code: 5944-3648, ORCID: 0000-0002-1995-6139; e-mail: klyuev@yandex.ru

атриумом, является гимназия имени Е.М. Примакова, расположенная в Московской области (деревня Раздоры, Российская Федерация).

В исследовании рассматривается конструктивное решение светопрозрачного покрытия атриума школы имени Е.М. Примакова и результаты его испытания на прочность.

В связи со сложной конфигурацией атриума, значительной площадью покрытия и малыми уклонами прямое опирание алюминиевых рам светопрозрачных элементов на металлоконструкции покрытия не удовлетворяло условиям эксплуатации перекрываемого атриума, поэтому возникла необходимость разработки нового конструктивного решения элемента светопрозрачного покрытия. Для решения данной задачи был разработан конструктивный элемент — рама-подиум из стеклокомпозита. Внутреннее пространство рамы заполнялось энергоэффективным пеностеклом.

На рис. 1 представлено фото металлоконструкций покрытия атриума в период строительства.

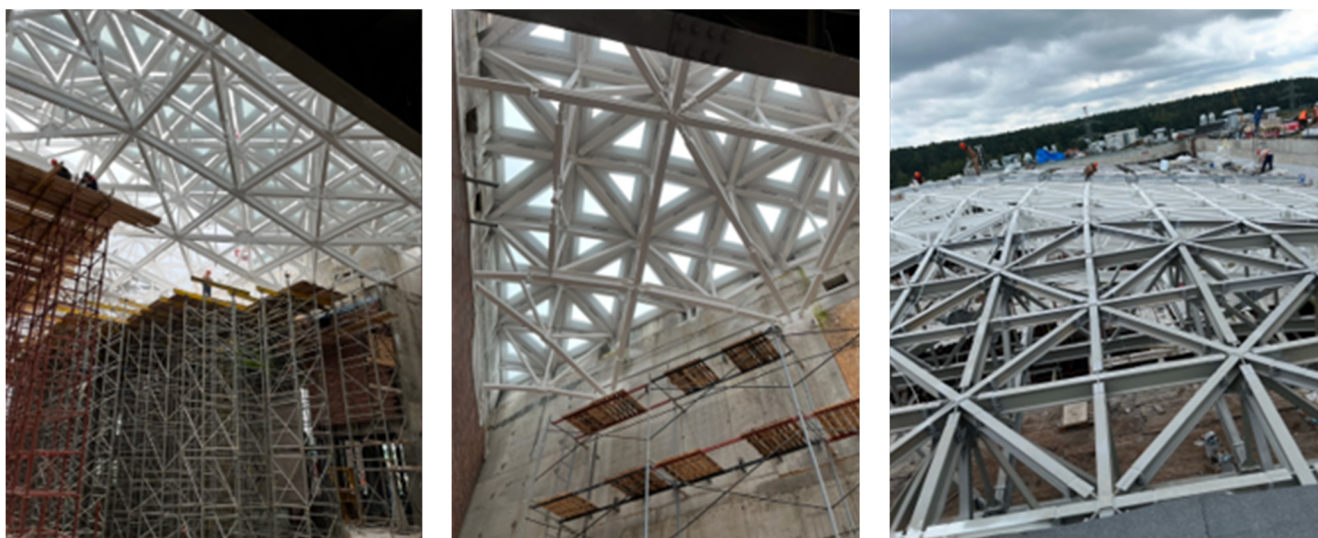


Рис. 1. Конструкции атриума

И с т о ч н и к: фото А.Р. Масёнене, С.В. Ключева

Figure 1. Atrium structures

S o u r c e: photo by A.R. Masenene, S.V. Klyuev

Одним из критериев для разработки конструктивного решения элемента покрытия эксплуатируемого круглогодично атриума являлось снижение теплопроводности покрытия, что важно для уменьшения выпадения конденсата, поэтому в качестве материала был выбран стеклокомпозит, обладающий значительно меньшей теплопроводностью по сравнению с традиционными материалами, такими как сталь, алюминий, ПВХ¹. Разработанная конструкция из стеклокомпозита заполнялась пеностеклом для увеличения прочности и несущей способности элемента, что позволило также снизить его теплопроводность.

Автором рассмотрена конструкция светопрозрачного элемента покрытия атриума, приведены результаты его испытаний на прочность.

Обзор исследований прочности стеклокомпозитных материалов

В [3] было применено двухпараметрическое распределение Вейбулла для стандартизации широко рассредоточенных значений прочности на излом в условиях квазистатического испытания на растяжение композита, армированного Е-стеклом.

¹ См.: Михайлин Ю.А. Конструкционные полимерные композиционные материалы. Научные основы и технологии. 2008. 820 с. EDN: RBBLIB

В [4] выполнен анализ методом конечных элементов и моделирование в качестве метода анализа отказов, чтобы понять сложное поведение композитного материала с полимерной матрицей при разрушении.

В [5] предпринята попытка изготовить композиты Е-стекло/эпоксидная смола с тремя различными ориентациями ламината. Изготовленные образцы были испытаны на прочность, растяжение и изгиб. Экспериментальные результаты были проверены с помощью программного обеспечения ANSYS.

В [6] экспериментально исследовано влияние архитектуры волокна на механические свойства полимерного композита, армированного стекловолокном Е. Влияние объемной доли волокна на прочность композита было предсказано с использованием моделей полиномиальной регрессии второго порядка.

В [7] сравниваются результаты различных механических испытаний стекловолоконного композита с обычной сталью. Оценивались прочность на растяжение, прочность на изгиб, ударная вязкость, усталостная прочность с использованием соответствующей экспериментальной техники. Также результаты эксперимента сравниваются с результатами, полученными с применением ANSYS R15.

В [8] образцы из стекловолокна / эпоксидной матрицы, выполненные с разной ориентацией волокон и толщиной, подвергаются испытаниям с целью определения их прочности на растяжение, прочности, ударной вязкости и модуля упругости Юнга.

Исследование [9] сосредоточено на изучении механических свойств гибридных полимерных композитов. Результаты испытаний показывают, что максимальная прочность на растяжение и сжатие, наблюдаемая у 40 % волокна из Е-стекла с 60 % эпоксидной матрицы, составляет соответственно 254,964 МПа и 37,52 МПа. Максимальная прочность на изгиб, наблюдаемая у композитов, армированных Е-стеклом, составляет 250,43 МПа.

В [10] сделан обзор исследований композитных материалов из стекловолокна и эпоксидной смолы. Отмечено большое количество исследований, связанных с производством таких материалов. Однако ограничено число исследований для анализа поведения при растягивающей, сдвиговой и изгибающей нагрузке.

В [11] исследуется влияние геометрии материала с точки зрения толщины на механические свойства изофталевых полиэфиров, армированных стекловолокном. Исследовались прочность на растяжение, прочность на изгиб и твердость по Барколу. Экспериментальные испытания показывают, что прочность на разрыв и твердость увеличивается, а прочность на изгиб снижается с увеличением толщины ламинатов. Уменьшение межфазного сцепления с увеличением толщины ламината визуализируется при микроструктурных исследованиях изображений с помощью сканирующей электронной микроскопии (SEM).

В [12] исследуется возможность восстановления и повторного использования стекловолокна из производственных отходов и композитов с истекшим сроком эксплуатации.

Цель исследования [13] — анализ прочностных свойств и малоцикловых динамических испытаний композиционных материалов, модифицированных стеклянными и базальтовыми волокнами. В качестве прочностных испытаний проводились статические испытания на растяжение, ударные испытания и определение петель механического гистерезиса. Результаты показали, что композиты с базальтовым волокном имеют более высокую прочность на разрыв и почти в два раза повышенный модуль Юнга.

В [14] рассматривается исследование полимерно-стеклянного композита при растяжении с целью определения изменений его прочностных характеристик. Рассмотрены механические свойства и особенности зон повреждения, важные для эксплуатации и оценки технического состояния деталей из этого материала. Основное внимание уделялось модулю Юнга, пределу упругости, пределу текучести и пределу прочности при растяжении.

В [15] рассматриваются синтез, а также механические свойства (прочность на растяжение, свойства при изгибе и усталость) стеклоэпоксидных, а также стекловинилэфирных композитов. Результаты

анализа усталости композитов указывают на более быстрый рост трещин и дефектов при более высоких частотах, что приводит к быстрому снижению уровня напряжений в испытуемом образце. Статистический анализ проводился для установления взаимной корреляции между механическими и физическими свойствами.

В [16] описывается, как детальное исследование и измерение «зеркальных зон» на поверхностях излома волокон можно применять для оценки их прочности в момент разрушения композита. При исследованиях прочности волокон стеклоцементных композитов и армированных пластиков использовался метод сканирующей электронной микроскопии.

В [17] были проведены испытания композитов на основе эпоксидной и полиэфирной смолы с использованием карбида кремния в различных пропорциях и стеклопластика на растяжение, удар и изгиб. Были исследованы их механические свойства, такие как предел текучести, деформация текучести, модуль Юнга, модуль упругости при изгибе и энергия удара. Результаты показывают, что композиты с эпоксидной смолой демонстрируют более высокие прочность и модуль Юнга по сравнению с композитами с полиэфирной смолой.

В [18] изучалось влияние ориентации волокон на механические свойства полимера, армированного углеродом/Е-стеклом. Образцы представляли собой Е-стекло/углеродное волокно с полиэфирной смолой, приготовленное методом ручной укладки. Образцы подвергались растяжению и изгибу, а также ударной нагрузке.

В [19] полимер, армированный однонаправленным стекловолокном (GFRP), испытывается с использованием ударной системы падающего груза Instron. Приводятся квазистатические свойства стеклопластика и стекловолокна. Обсуждаются реакции напряжения-деформации при различных скоростях деформации и повышенных температурах. Статистическая модель Вейбулла используется для количественной оценки степени изменчивости прочности на разрыв и получения параметров Вейбулла для инженерных приложений.

В исследовании [20] изучается воздействие УФ-излучения на стеклопластик в камере ускоренного старения. Композиты прошли механические испытания на растяжение и изгиб, а химические и физические изменения в композите были оценены с помощью инфракрасной спектроскопии с преобразованием Фурье, термогравиметрического анализа и оптической микроскопии.

В [21] произвольно ориентированные полиэфирные композитные ламинаты, армированные матом из коротких волокон, погруженные в естественную морскую воду на различные периоды времени, были испытаны на статическую и циклическую усталостную нагрузку в условиях трехточечного изгиба. Кривые Велера, полученные в результате повторяющихся усталостных испытаний, были построены для различных периодов времени погружения. Сравнение различных математических моделей кривых выносливости показывает, что уравнение Велера дает хорошее представление о средней части кривой.

В экспериментальной работе [22] были проведены механические испытания на растяжение, на изгиб, на удар, на твердость трех видов композитов. Для армирования образцов использовались стеклянные волокна, такие как стекловолокно, гибридное волокно WRM и волокно CSM с использованием термореактивного материала ненасыщенного полиэфира. Тканый ровинговый мат (Е-стекловолокно) обладает хорошими механическими свойствами по сравнению с другими полимерными и гибридными композитами, армированными рубленым матом.

Приведенные исследования показывают перспективность и актуальность исследований в области разработки новых конструктивных решений с использованием стеклокомпозитных материалов для улучшения характеристик конструкций и экономии металла.

Цель данной работы — анализ прочности и несущей способности элемента светопрозрачного покрытия атриума с рамой-подиумом из заполненного пеностеклом стеклокомпозита на примере элемента покрытия атриума в школе имени Е.М. Примакова в Московской области (Одинцовский городской округ, деревня Раздоры, Утренняя улица, д. 1, Российская Федерация).

Для достижения цели исследования были поставлены следующие задачи:

- 1) рассмотреть характеристики и способы испытаний стеклокомпозитных материалов;
- 2) проанализировать научные исследования в области прочности стеклокомпозитных материалов;
- 3) исследовать конструкцию элемента покрытия атриума на предельную нагрузку;
- 4) сделать выводы по полученным результатам.

2. Методы

Композиционными материалами принято считать такие материалы, которые состоят из двух или более компонентов, нерастворимых друг в друге, при этом свойства итогового материала не идентичны сумме свойств, его составляющих.

В состав стеклокомпозита входит два основных типа компонентов: связующее (полимерная смола-матрица) и армирующее вещество (стекловолокно, стеклоткань, ровинг). Связующее покрывает и пропитывает армирующий компонент, фиксирует его и придает форму. Армирующий компонент усиливает свойства матрицы. Наиболее распространены следующие виды связующих: полиэфир, эпоксиды и фенолы. Связующие можно разделить на термопласты (способные размягчаться и затвердевать в зависимости от температуры) и реактопласты, термореактивные смолы (связующие затвердевают в процессе формования изделия). Наибольшее распространение получили термореактивные связующие².

У стеклополимеров высокая механическая прочность, они выдерживают не менее 2269 кг/см² без ущерба для физико-механических показателей.

Критерием выбора матрицы является стоимость, а также требования к несущей способности элемента конструкции.

При изготовлении образца для заполнения конструктивной полости было использовано пеностекло марки «Foamglass T3+», что позволило повысить прочность конструкции и ее теплоизоляционные свойства [23–25].

«Foamglass T3+» производства Owens Corning FOAMGLAS®, Тессендерло (Бельгия) обладает следующими характеристиками [26]:

- плотность — 100 кг/м³;
- теплопроводность λ_B — 0,039 Вт/м·°С;
- предел прочности на сжатие — 53 т/м²;
- предел прочности при изгибе — 31,6 т/м²;
- водопоглощение — не более 0,5 кг/м²;
- класс горючести по EN 13501–01: Еврокласс A1 (негорючий материал, не выделяющий токсичных газов);
- толщина плиты — 50 мм.

Для заполнения конструкции плита из пеностекла распиливалась на блоки по форме заполняемой полости.

Методика проведения испытания

Испытание полноразмерного образца элемента конструкции из композитных материалов проводилось на универсальной испытательной машине с сервогидравлической испытательной системой Magnum марки Biss UT-05-2000 производства компании “Biss” (Bangalore Integrated System Solutions (P) Ltd.), Bangalore, Индия, 2014 г., регистрационный номер СИ: 56317-14.

Фото испытательной машины представлено на рис. 2. Максимальная испытательная нагрузка машины составляет 2000 кН.

² Бондалетова Л.И., Бондалетов В.Г. Полимерные композиционные материалы: учебное пособие. Томский политехнический университет, 2013. Ч. 1. 118 с.

Для измерения линейных прогибов поверхности образца применялись прогибомеры Аистова — Овчинникова ПАО-6 производства АО «Измерон», г. Санкт-Петербург, РФ. Схема установки прогибомеров изображена на рис. 3.



Рис. 2. Универсальная испытательная машина UT-05-2000

Источники: фото А.Р. Масёнене, С.В. Ключева

Figure 2. Universal testing machine UT-05-2000

Source: photo by A.R. Masenene, S.V. Klyuev

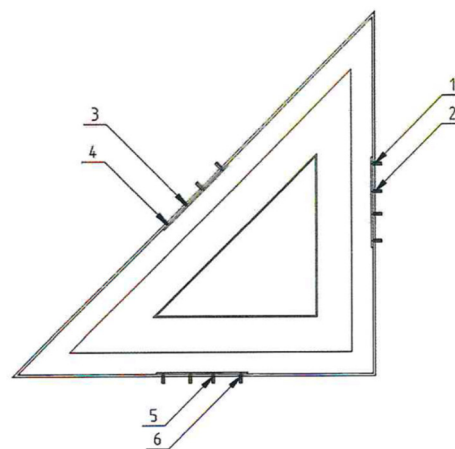


Рис. 3. Схема расположения прогибомеров ПАО-6:

1 — положение датчика № 1; 2 — положение датчика № 2;
3 — положение датчика № 3; 4 — положение датчика № 4;
5 — положение датчика № 5; 6 — положение датчика № 6

Источники: фото А.Р. Масёнене, С.В. Ключева

Figure 3. Layout of deflectometers PAO-6:

1 — position of sensor No. 1; 2 — position of sensor No. 2;
3 — position of sensor No. 3; 4 — position of sensor No. 4;
5 — position of sensor No. 5; 6 — position of sensor No. 6

Source: made by A.R. Masenene, S.V. Klyuev

Перед испытанием образец выдерживался в помещении, в котором затем проводилось испытание, в течение 72 ч.

Образец испытывался в специально разработанной специализированной оснастке, общий вид образца, закрепленного на оснастке, представлен на рис. 4.

Оснастка представляет собой сборную раму из стального профиля квадратного сечения с приспособлениями для крепления снизу и штатными креплениями для образца, которые обеспечивали его шарнирное опирание.

Для проведения испытания на платформу испытательной машины сначала устанавливалась оснастка, которая крепилась к платформе креплениями с болтовым соединением. Диаметр болтов для крепления — 12 мм. Затем к оснастке монтировался образец и крепился штатными креплениями.

При проведении испытания различались следующие предельные состояния конструкции:

— для изгибаемых конструкций принято, что предельное состояние наступило, если:

- прогиб достиг величины $L/20$ или
- скорость нарастания деформаций достигла $L2/(9000 \cdot h)$ см/мин,

где L — пролет, см; h — расчетная высота сечения конструкции, см.

Для испытываемых образцов $L = 284$ см, $h = 25$ см; предельный прогиб — 14,20 см; предельная скорость нарастания деформаций — 0,36 см/мин.

Образец испытаний — элемент конструкции светопрозрачного покрытия атриума, состоящий:

- 1) из плиты из упрочненной фанеры толщиной 90 мм;
- 2) рамы-подиума из стеклокомпозита с заполнением пеностеклом «Foamglass T3+».

Общие габаритные размеры образца 1548×1548 мм, высота конструкции — 250 мм. Фото образца представлено на рис. 5, чертеж образца — на рис. 6.



Рис. 4. Расположение образца с оснасткой на опорной плите испытательной машины
И с т о ч н и к: фото А.Р. Масёнене, С.В. Ключева
Figure 4. Position of the sample with equipment on the base plate of the testing machine
S o u r c e: photo by A.R. Masenene, S.V. Klyuev

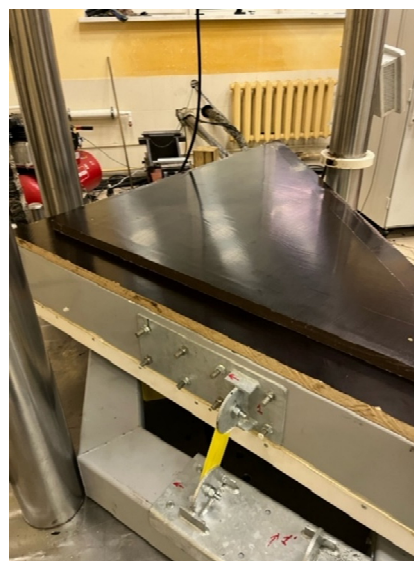


Рис. 5. Образец для испытания (элемент конструкции светопрозрачного покрытия)
И с т о ч н и к: фото А.Р. Масёнене, С.В. Ключева
Figure 5. Sample (element of translucent roof structure)
S o u r c e: photo by A.R. Masenene, S.V. Klyuev

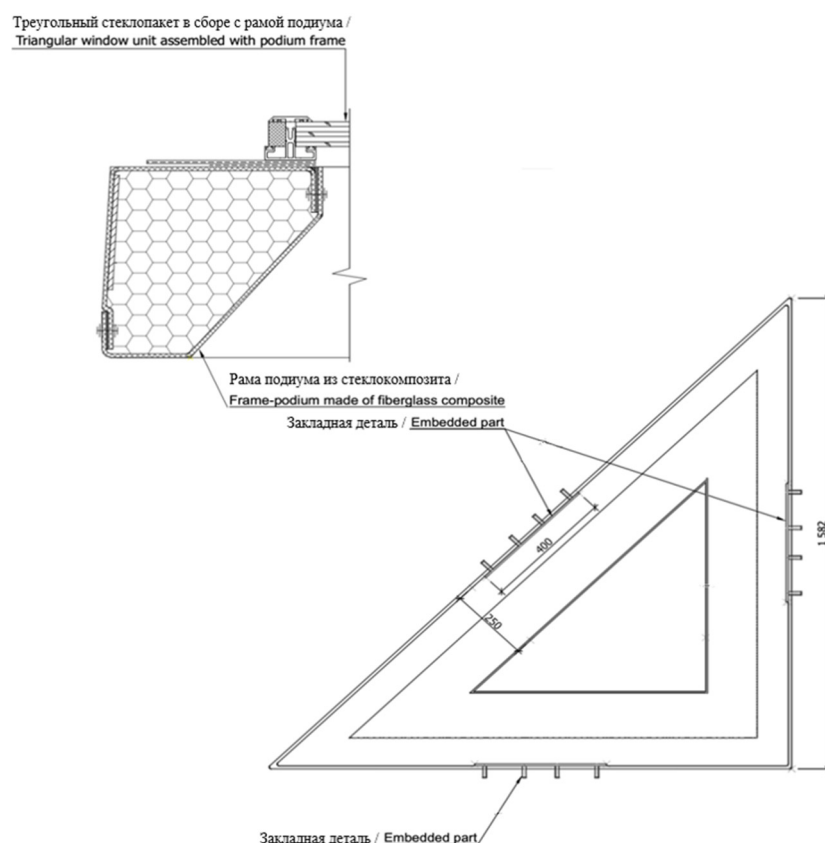


Рис. 6. Чертеж образца элемента конструкции светопрозрачного покрытия
И с т о ч н и к: выполнено А.Р. Масёнене, С.В. Ключева
Figure 6. Drawing of sample element of translucent roof structure
S o u r c e: made by A.R. Masenene, S.V. Klyuev

Плита из упрочненной фанеры жестко крепилась сверху образца, повторяя его форму, и использовалась для равномерного распределения нагрузки от испытательной машины на испытуемый образец.

Порядок проведения испытания:

- 1) обмеры образца;
- 2) монтаж и крепление оснастки;
- 3) монтаж образца с креплением к оснастке;
- 4) нагружение образца;
- 5) регистрация данных испытаний;
- 6) снятие нагрузки;
- 7) демонтаж и обследование образца;
- 8) описание результатов.

Испытание проводилось в два этапа. На каждом этапе проводилась регистрация зависимости между нагрузкой P и перемещением траверсы Δl с формированием диаграммы зависимости. Фиксация и обработка результатов замеров проводились в реальном времени, что позволило построить зависимость между нагрузкой и прогибом.

Фото образца, закрепленного на платформе испытательной машины, представлено на рис. 7.

Прогибомеры крепились для фиксации значений перемещений конструкции в узлах штатных креплений образца к оснастке. Для снятия показаний по вертикальной плоскости использовались прогибомеры № 1, 3, 5; по горизонтальной плоскости прогибомеры № 2, 4, 6. Фото узлов крепления с установленными прогибомерами представлено на рис. 8.



Рис. 7. Установка образца в испытательной машине, С.В. Ключева
Источник: фото А.Р. Масёнене

Figure 7. Installing the sample in the testing machine

Source: photo by A.R. Masenene, S.V. Klyuev



a



b



c

Рис. 8. Размещение прогибомеров при испытании:

a — узел 1; *b* — узел 2; *c* — узел 3

Источник: фото А.Р. Масёнене, С.В. Ключева

Figure 8. Placement of deflexometers during testing:

a — node 1; *b* — node 2; *c* — node 3

Source: photo by A.R. Masenene, S.V. Klyuev

В процессе испытаний регистрировались напряжение, поведение и прогиб образца.

Первый этап испытания проводился для контроля выполнения условия работы при расчетной нагрузке с учетом коэффициента запаса. Максимальное усилие 24 кН, скорость 0,5 мм/мин. Усилие прикладывалось ступенями с увеличением нагрузки на 3 кН за шаг и выдержкой 2 мин между шагами.

Значения линейных перемещений для испытания № 1 регистрировались на ступенях выдержки, указанных в табл. 1. Скорость нагружения в ходе испытания составляла 0,5 мм/мин до заданного значения ($P1 = 24$ кН).

На рис. 9 показана кривая зависимости, полученная при испытании № 1.

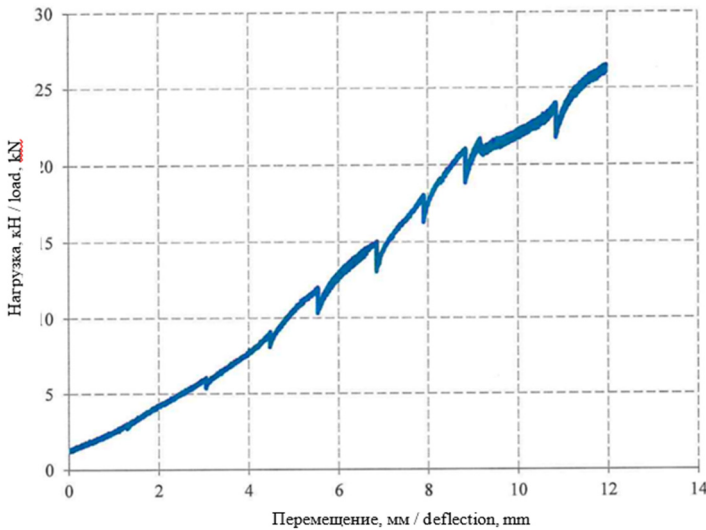


Рис. 9. График зависимости прогиба конструкции от нагружения (испытание № 1)

И с т о ч н и к: выполнено А.Р. Масёнене, С.В. Ключева

Figure 9. Graph of structure deflection versus load (test No. 1)

S o u r c e : made by A.R. Masenene, S.V. Klyuev

Таблица 1 / Table 1

**Измеренные показатели (результаты испытания № 1) /
Measured characteristics (test results No. 1)**

Этап нагружения / Loading stage	№ узла / Node No. Нагрузка, кН / № датчика / Load, kN / Sensor No.	Значения приращений перемещений на каждом этапе нагружения / Values of displacement increments at each loading stage					
		1		2		3	
		1	2	3	4	5	6
0	0	0	0	0	0	0	0
1	3	−0,13	−0,67	0,01	0,45	−0,07	−0,53
2	6	−0,48	−0,5	−0,03	0,45	−0,44	−2,16
3	9	−0,44	−0,38	−0,09	0,6	−0,73	−2,75
4	12	−0,28	0,04	−0,76	0,9	−0,88	−3,31
5	15	−0,85	0,48	−1,58	1,17	−1,11	−4,06
6	18	−0,43	0,6	−0,58	1,02	−1,39	−4,64
7	21	−0,04	1,04	−0,58	0,92	−1,84	−5,25
8	24	−0,38	2,34	−2,46	1,22	−3,49	−7,24

Второй этап испытания включал в себя определение предельной нагрузки на конструкцию.

Усилие прикладывалось до разрушения конструкции ступенями с увеличением нагрузки на 3,5 кН за шаг и выдержкой 2 мин между шагами.

Значения линейных перемещений для испытания № 2 регистрировались на ступенях выдержки, указанных в табл. 2. Скорость нагружения в ходе испытания составляла 2,0 мм/мин до заданного значения ($P_2 = 35$ кН).

Определение несущей способности и прогиба, соответствующих пределу упругой работы конструкции, производилось при нагружении образца до разрушения со скоростью 2,0 мм/мин.

На рис. 10 показана кривая зависимости полученная при испытании № 2.

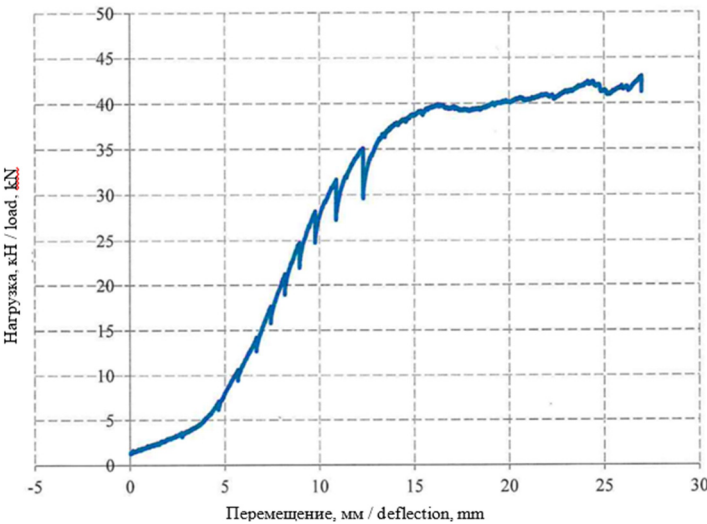


Рис. 10. График зависимости прогиба конструкции от нагружения (испытание № 2)

И с т о ч н и к : выполнено А.Р. Масёнене, С.В. Ключева

Figure 10. Graph of structure deflection versus load (test № 2)

S o u r c e : made by A.R. Masenene, S.V. Klyuev

Таблица 2 / Table 2

Измеренные показатели (результаты испытания № 2) /
Measured characteristics (test results No. 2)

Этап нагружения / Loading stage	№ узла / Node No.	Значения приращений перемещений на каждом этапе нагружения / Values of displacement increments at each loading stage					
		1		2		3	
	Нагрузка, кН / № датчика / Load, kN / Sensor no.	1	2	3	4	5	6
0	0	0	0	0	0	0	0
1	3,5	–0,02	0,10	–	0,50	–0,97	1,43
2	7	–0,33	0,27	–	0,99	–1,93	3,13
3	10,5	–0,70	0,69	–	1,17	–2,38	4,07
4	14	–1,10	1,14	–	1,32	–2,91	5,00
5	17,5	–1,50	1,58	–	1,34	–3,36	5,68
6	21	–2,06	2,09	–	1,28	–3,78	6,35
7	24,5	–2,83	2,63	–	1,10	–4,18	7,05
8	28	–3,79	3,27	–	0,83	–4,64	7,82
9	31,5	–4,93	4,10	–	0,33	–5,27	8,98
10	35	–6,48	5,26	–	–0,40	–5,96	10,42

3. Результаты и обсуждение

Результаты испытания образца представлены в табл. 1 и 2.

По результатам испытания № 1: при достижении заданного значения нагрузки ($P_1 = 24$ кН) в ходе проведения испытания, деформации образца можно охарактеризовать как упругие. Видимых признаков пластической деформации обнаружено не было.

По результатам испытания № 2: несущая способность составила 3397,71 кг/м², прогиб, соответствующий упругой работе конструкции, составил 12,87 мм.

Отрицательные значения приращения перемещений в табл. 1–2 указывают на перемещение точки закрепления вдоль вертикальной оси и в направлении, противоположном направлению приложения нагрузки.

Датчик № 3 в ходе испытания № 2 был выведен из строя.

Предельный прогиб по расчету составляет 14,20 см, что значительно превышает прогиб конструкции, полученный при испытании 1,29 см.

4. Заключение

В статье проанализированы научные исследования в области изучения прочности стеклокомпозитов и конструкций из них.

Проведены экспериментальные исследования прочности элемента светопрозрачного покрытия, содержащего раму-подиум из стеклокомпозита.

Получены следующие результаты:

- 1) определен предел несущей способности стеклокомпозитной рамы-подиума, который составил 3397,71 кг/м²;
- 2) кривая зависимости прогиба элемента от нагружения;
- 3) определены перспективные направления исследований рамы-подиума из стеклокомпозита для светопрозрачного покрытия атриума.

Полученные результаты позволили сделать следующие выводы:

- анализ научных исследований показал, что проблема мало изучена и является актуальной;
- экспериментальные исследования несущей способности подтвердили возможность использования рамы-подиума из стеклокомпозита для светопрозрачного покрытия атриума.

Необходимы дальнейшие исследования долговечности конструкции элемента рамы-подиума для обоснования применения элементов конструкций из стеклокомпозитов в светопрозрачных покрытиях атриумов.

References / Список литературы

1. Masenene A.R. Fire-resistant frame-podium for the translucent covering of the atrium. *AlfaBuild*. 2023;4(29):2907. <https://doi.org/10.57728/ALF.29.7>
2. Mikhailin Yu.A. *Fibrous polymer composite materials in engineering*. St.-Petersburg: Scientific foundations and Technologies Publ.; 2013. (In Russ.) EDN: QIONUK
Михайлин Ю.А. Волокнистые полимерные композиционные материалы в технике. Санкт-Петербург: Научные основы и технологии. 2013. 715 с. EDN: QIONUK
3. Jeong Y.J., Kim H.T., Kim J.D., Kim J.H., Kim S.K., Lee J.M. Evaluation of mechanical properties of glass fiber-reinforced composites depending on length and structural anisotropy. *Results in Engineering*. 2023;17:101000. <https://doi.org/10.1016/j.rineng.2023.101000>
4. Noman A., Shohel S.M., Riyad S. Study to analyze the mechanical strength of composite glass fiber laminated with resin epoxy, resin polyester, and PVC foam under tensile loading conditions by numerically using finite element analysis via Ansys. *Materials Today Proceedings*. 2023. <https://doi.org/10.1016/j.matpr.2023.05.062>
5. Jariwala H., Jain P., Maisuriya V. Experimental and statistical analysis of strength of glass fiber reinforced polymer composite for different fiber architecture. *Polymer Composites*. 2021;42:1407–1419. <https://doi.org/10.1002/pc.25911>
6. Kalia S., Gurau V.S., Kumar A. Experimental study of tensile strength of glass-epoxy composites at different laminate orientations. *International Journal of Advanced Engineering, Management and Science*. 2018;4(8):590–593. <http://doi.org/10.22161/ijaems.4.8.2>

7. Pandav P.A., Sawant D.A. Experimental evaluation and analysis of glass fiber reinforced composite under mechanical loading by using FEA software. *International Journal of Engineering Research and Technology*. 2017;1(10). Available from: https://www.ripublication.com/irph/ijert_spl17/ijertv10n1spl_127.pdf (accessed: 14.07.2024).
8. Kotla S., Rachana K. Development and testing of glass fibre reinforced composites. *International Journal of Engineering Applied Sciences and Technology*. 2020;5(4):450–455. Available from: <https://www.ijeast.com/papers/450-455,Tesma504,IJEAST.pdf> (accessed: 14.07.2024).
9. Mekonen S.W., Palani S., Ravi B., Atnaw S.M., Desta M., Regassa Y. Mechanical properties of bone particulate and E-glass fiber reinforced hybrid polymer composite. *Advances in Materials Science and Engineering*. 2022;7. <https://doi.org/10.1155/2022/5902616>
10. Chavan V.B., Gaikwad M.U. Review on development of glass fiber/epoxy composite material and its characterizations. *International Journal of Science, Engineering and Technology Research (IJSETR)*. 2016;5(6). Available from: <https://www.strandek.co.uk/wp-content/uploads/2020/09/Glass-fibre-and-epoxy-composites-review.pdf> (accessed: 14.07.2024).
11. Bhat R., Mohan N., Sharma S., Pratap A., Keni A.P., Sodani D. Mechanical testing and microstructure characterization of glass fiber reinforced isophthalic polyester composites. *Journal of Materials Research and Technology*. 2019;8(4):3653–3661. <https://doi.org/10.1016/j.jmrt.2019.06.003>
12. Thomason J., Jenkins P., Yang L. Glass fibre strength: a review with relation to composite recycling. *Fibers*. 2016;4(2):18. <https://doi.org/10.3390/fib4020018>
13. Bednarowski D., Bazan P., Kuciel S. Enhancing strength and sustainability: evaluating glass and basalt fiber-reinforced biopolyamide as alternatives for petroleum-based polyamide composite. *Polymers*. 2023;15(16):3400. <https://doi.org/10.3390/polym15163400>
14. Szymczak T., Kowalewski Z.L. Strength tests of polymer-glass composite to evaluate its operational suitability for ballistic shield plates. *Eksplotacja i Niezawodność — Maintenance and Reliability*. 2020;22(4):592–600. <http://dx.doi.org/10.17531/ein.2020.4.2>
15. Singh M.M., Kumar H., Kumar G.H. Determination of strength parameters of glass fibers reinforced composites for engineering applications. *Silicon*. 2020;12(1–11). <https://doi.org/10.1007/s12633-019-0078-3>
16. Jaras A.C., Norman B.J., Simmens S.C. The measurement of glass fibre strength in composites from studies of their fracture surfaces. *Journal of Materials Science*. 1983;18:2459–2465. <https://doi.org/10.1007/BF00541852>
17. Palle R.R., Schuster J., Shaik Y.P., Kazmi M. Fabrication and characterization of glass fiber with SiC reinforced polymer composites. *Open Journal of Composite Materials*. 2022;12:16–29. <https://doi.org/10.4236/ojcm.2022.121002>
18. Kumar U., Kalam S.A., Kumar P.R. Experimental study on the mechanical properties of E-glass reinforced polymer composite based on carbon nano powder percentage. *Journal of Emerging Technologies and Innovative Research*. 2018;5(8). Available from: <https://www.jetir.org/papers/JETIR1808811.pdf>. (accessed: 14.07.2024).
19. Ou Y., Zhu D., Zhang H., Huang L., Yao Y., Li G., Mobasher B. Mechanical characterization of the tensile properties of glass fiber and its reinforced polymer (GFRP) composite under varying strain rates and temperatures. *Polymers*. 2016;8(5):196. <https://doi.org/10.3390/polym8050196>
20. Gualberto H.R., dos Reis J.M.L., de Andrade M.C., Costa H.R.M., Amorim F., Hunt J. Effect of exposure time to UV radiation on mechanical properties of glass/epoxy composites. *Applied Composite Materials*. 2024;31:447–465. <https://doi.org/10.1007/s10443-023-10182-0>
21. Djeghader D., Redjel B. Fatigue resistance of randomly oriented short glass fiber reinforced polyester composite materials immersed in seawater environment. *Mechanics & Industry*. 2017;18:604. <https://doi.org/10.1051/meca/2016087>
22. Manoj S.R., Vaddi T., Senkathir S., Arun R.A.C., Geethapriyan T. Development of hybrid E-glass fibre reinforced polymer matrix composite and study of mechanical properties. *Journal of Chemical and Pharmaceutical Sciences*. 2016;9(4):2770–2774. Available from: [https://www.jchps.com/issues/Volume%209_Issue%204/jchps%209\(4\)%20202%200290616%202770-2774.pdf](https://www.jchps.com/issues/Volume%209_Issue%204/jchps%209(4)%20202%200290616%202770-2774.pdf) (accessed: 14.07.2024).
23. Zhuginisov M.T., Omarbek A. Analytical review of foam glass technology research. *Molodoy Uchenyy*. 2022;48(443):51–56. (In Russ.) EDN: WINLAD
Жугинисов М.Т., Омарбек А. Аналитический обзор исследований по технологии пеностекла // Молодой учёный. 2022. № 48 (443). С. 51–56. EDN: WINLAD
24. Min'ko N.I., Puchka O.V., Stepanova M.N., Vaysera S.S. *Thermal insulation glass materials. Foam glass*. 2nd ed., revised. Belgorod State Technological University, 2016. (In Russ.) EDN: WOPNTV
Минько Н.И., Пучка О.В., Степанова М.Н., Вайсера С.С. Теплоизоляционные стекломатериалы. Пеностекло. 2-е изд., испр. Белгородский государственный технологический университет им. В.Г. Шухова, 2016. 263 с. EDN: WOPNTV
25. Shelikhov N.S., Rakhimov R.Z., Zareznov D.A., Sagdiev R.R. The current state of production and use of foam glass for thermal insulation. *News of the Kazan State University of Architecture and Civil Engineering*. 2018;4(46):319–325. (In Russ.) EDN: YTDWXX
Шелихов Н.С., Рахимов Р.З., Зарезнов Д.А., Сагдиев Р.Р. Современное состояние производства и применения пеностекла для тепловой изоляции // Известия Казанского государственного архитектурно-строительного университета. 2018. № 4 (46). С. 319–325. EDN: YTDWXX

РЕЦЕНЗИИ BOOK REVIEWS

DOI: 10.22363/1815-5235-2024-20-5-504-505

EDN: ENUPDE

Рецензия на монографию: Федорова Н.В., Колчунов В.И., Губанова М.С. Деформирование составных плосконапряженных железобетонных конструкций. Москва : Изд-во МИСИ-МГСУ, 2022. 110 с.

В.С. Федоров 

Российский университет транспорта, Москва, Россия

✉ fvs_skzs@mail.ru

Поступила в редакцию 23.07.2024

Принята к публикации 15.09.2024

Для цитирования: Федоров В.С. Рецензия на монографию: Федорова Н.В., Колчунов В.И., Губанова М.С. Деформирование составных плосконапряженных железобетонных конструкций. Москва : Изд-во МИСИ-МГСУ, 2022. 110 с. // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2024. Т. 20. № 5. С. 504–505. <http://doi.org/10.22363/1815-5235-2024-20-5-504-505>

Review of the Monograph: Fedorova N.V., Kolchunov V.I., Gubanova M.S. Deformation of Composite Flat-stressed Reinforced Concrete Structures. Moscow: MISI-MGSU Publ.; 2022. 110 p.

Viktor S. Fedorov 

Russian University of Transport, Moscow, Russia

✉ fvs_skzs@mail.ru

Received: 23.07.2024

Accepted: 15.09.2024

For citation: Fedorov VS. Review of the monograph: Fedorova N.V., Kolchunov V.I., Gubanova M.S. Deformation of composite flat-stressed reinforced concrete structures. Moscow: MISI-MGSU Publ.; 2022. 110 p. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*. 2024;20(5):504–505. (In Russ.) <http://doi.org/10.22363/1815-5235-2024-20-5-504-505>

Федоров Виктор Сергеевич, академик Российской академии архитектуры и строительных наук, доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой строительных конструкций, зданий и сооружений, Российский университет транспорта, Москва, Россия; eLIBRARY AuthorID: 143968, ORCID: 0000-0002-0906-716X; e-mail: fvs_skzs@mail.ru

Viktor S. Fedorov, Academician of the Russian Academy of Architecture and Building Sciences, Doctor of Technical Sciences, Head of the Department of Building Construction, Buildings and Structures, Russian University of Transport, Moscow, Russia; eLIBRARY AuthorID: 143968, ORCID: 0000-0002-0906-716X; e-mail: fvs_skzs@mail.ru

© Федоров В.С., 2024



This work is licensed under a Creative Commons Attribution 4.0 International License
<https://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/legalcode>

В рассматриваемой монографии представлена расчетная модель деформирования железобетонного плосконапряженного составного элемента с трещинами при режимном нагружении. Сформулированы критерии трещиностойкости и прочности межсредовой зоны контакта элементов железобетонных составных конструкций при кратковременном и длительном их нагружении и одновременном проявлении силовых и средовых воздействий. Приведены алгоритмы расчета и результаты экспериментальных и численных исследований железобетонных балок-стенок составного сечения при варьировании жесткости, конструктивных решений межсредовой зоны контакта между элементами, классом бетона, видом и уровнем напряженного состояния. Даны рекомендации по расчету коррозионно повреждаемых железобетонных конструкций сплошного и составного сечения с использованием предложенного варианта деформационной модели [1].

Для сложнапряженных бетонных и железобетонных конструкций, эксплуатируемых в агрессивной среде, актуальными являются задачи о динамике изменения во времени их прочностных и деформативных свойств. Результаты этих исследований до настоящего времени продолжают оставаться предметом дискуссий в отношении различий самих подходов к решению рассматриваемых задач трещиностойкости, прочности и деформативности при одновременном проявлении силовых и средовых воздействий. В связи с этим приведенная в монографии модель сложнапряженного элемента, сформулированные критерии прочности для зоны контакта элементов составных плосконапряженных железобетонных конструкций обладают актуальностью и научной новизной.

Монография может представлять интерес для научных сотрудников и специалистов, занимающихся проектированием сложно напряженных железобетонных конструкций, а также аспирантов и студентов, обучающихся в вузах строительного профиля.

Список литературы

Федорова Н.В., Колчунов В.И., Губанова М.С. Деформирование составных плосконапряженных железобетонных конструкций. Москва : Изд-во МИСИ-МГСУ, 2022. 110 с. ISBN 978-5-7264-2959-5

References

Fedorova N.V., Kolchunov V.I., Gubanova M.S. Deformation of composite flat-stressed reinforced concrete structures. Moscow: MISI-MGSU Publ.; 2022. (In Russ.) ISBN 978-5-7264-2959-5

