

СТРОИТЕЛЬНАЯ МЕХАНИКА ИНЖЕНЕРНЫХ КОНСТРУКЦИЙ И СООРУЖЕНИЙ

2020 Том 16 № 2

DOI 10.22363/1815-5235-2020-16-2

<http://journals.rudn.ru/structural-mechanics> (открытый доступ)

Обзорно-аналитический и научно-технический журнал
Издается с 2005 г.

Свидетельство о регистрации СМИ ПИ № ФС 77-19706 от 13 апреля 2005 г.

выдано Федеральной службой по надзору за соблюдением законодательства в сфере массовых коммуникаций и охране наследия
Учредитель: Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования «Российский университет дружбы народов»

ISSN 1815-5235 (Print), 2587-8700 (Online)

Периодичность: 6 выпусков в год.

Языки: русский, английский.

Журнал индексируют: РИНЦ, Cyberleninka, DOAJ, EBSCOhost, Google Scholar, Ulrich's Periodicals Directory, WorldCat, Dimensions.

Включен в Перечень ведущих научных журналов и изданий ВАК при Минобрнауки России по группе научных специальностей 05.23.01 – Строительные конструкции, здания и сооружения, 05.23.02 – Основания и фундаменты, подземные сооружения, 05.23.17 – Строительная механика.

Подписной индекс по каталогу агентства «Роспечать» – 20479 (полгода).

Обзорно-аналитический и научно-технический журнал «*Строительная механика инженерных конструкций и сооружений*» знакомит читателей с достижениями отечественных и зарубежных ученых в области геометрии пространственных конструкций, сопротивления материалов, строительной механики, теории упругости и расчета строительных и машиностроительных конструкций, освещает вопросы научно-технического прогресса в строительстве и машиностроении, публикует аналитические обзоры по теме журнала.

Сайт журнала содержит полную информацию о журнале, его редакционной политике и этических принципах, требования к подготовке и условия публикации статей, а также полные выпуски журнала с 2008 г. (в рамках политики свободного доступа).

РЕДАКЦИОННАЯ КОЛЛЕГИЯ

ГЛАВНЫЙ РЕДАКТОР

Акимов П.А., акад. РААСН, д-р техн. наук, проф., НИУ МГСУ, Москва, Россия

ЗАМЕСТИТЕЛЬ ГЛАВНОГО РЕДАКТОРА

Галишикова В.В., д-р техн. наук, доц., РУДН, Москва, Россия

ИСПОЛНИТЕЛЬНЫЙ РЕДАКТОР

Мамиева И.А., РУДН, Москва, Россия

ЧЛЕНЫ РЕДАКЦИОННОЙ КОЛЛЕГИИ:

Агапов В.П., д-р техн. наук, проф., МГСУ, Москва, Россия

Андреев В.И., акад. РААСН, д-р техн. наук, проф., НИУ МГСУ, Москва, Россия

Баженов В.А., акад., Национальная академия педагогических наук, д-р техн. наук, проф., КНУСА, Киев, Украина

Буй Суан Нам, доцент, Ханойский университет горного дела и геологии, Ханой, Вьетнам

Ванин В.В., д-р техн. наук, проф., Киевский политехнический университет, Киев, Украина

Заксенхофер Райханд Ф., профессор, Горный университет в Леобене, Австрия

Зверев Е.М., д-р техн. наук, проф., ИПМ РАН, Москва, Россия

Иванов С.П., д-р техн. наук, проф., ПГТУ (ВолгаТех), Йошкар-Ола, Россия

Карпенко Н.И., акад. РААСН, д-р техн. наук, проф., НИИСФ РААСН, Москва, Россия

Колчунов В.И., акад. РААСН, д-р техн. наук, проф., ЮЗГУ, Курск, Россия

Красич Соня, кандидат технических наук, Нишский университет, Ниш, Сербия

Лисичкин С.Е., д-р техн. наук, ООО «ИЦСКТЭ», Москва, Россия

Ляхович Л.С., акад. РААСН, д-р техн. наук, проф., ТГАСУ, Томск, Россия

Магуле Фредерик, профессор, Высшая инженерная школа «Централь Сюделек», Университет Париж-Сакли, Франция

Мандроне Джузеппе, доцент, Университет Турина, Италия

Обозов В.И., д-р техн. наук, проф., ЦНИИСК, Москва, Россия

Санжаровский Р.С., д-р техн. наук, проф., ЕНУ им. Гумилева, Астана, Казахстан

Травуш В.И., акад. РААСН, д-р техн. наук, проф., ЭНПИ, Москва, Россия

Якутов Н.М., чл.-корр. РИА, д-р техн. наук, проф., ИММ ФИЦ КазНЦ РАН, Казань, Россия

СОДЕРЖАНИЕ

РАСЧЕТ И ПРОЕКТИРОВАНИЕ СТРОИТЕЛЬНЫХ КОНСТРУКЦИЙ

Мкртычев О.В., Булушев С.В. Вероятностная оценка запаса несущей способности пространственной стальной рамы при землетрясениях 87

Кулжахметова Э.Р. Напряженно-деформированное состояние цилиндрико-плитно-вантового покрытия здания (сооружения) с различными формами наружного опорного контура 95

Лебедь Е.В., Вершинин В.П. Напряженное состояние меридиональных ребер металлического купола на разных этапах навесного монтажа 111

ТЕОРИЯ УПРУГОСТИ

Кудрявцев С.Г., Булдакова Ю.М. Влияние трения при взаимодействии анизотропной полосы и жесткого основания 122

ТЕОРИЯ ТОНКИХ ОБОЛОЧЕК

Кривошапко С.Н. Аналитические линейчатые поверхности и их полная классификация 131

ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ РАСЧЕТА КОНСТРУКЦИЙ

Гуреева Н.А., Николаев А.П., Юшкин В.Н. Сравнительный анализ конечно-элементных формулировок при плоском нагружении упругого тела 139

ДИНАМИКА КОНСТРУКЦИЙ И СООРУЖЕНИЙ

Колмогоров Г.Л., Высотин А.С. Механизм наноструктурирования поверхности деталей машиностроения при дробеструйной обработке 146

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ

Рубин О.Д., Лисичкин С.Е., Пащенко Ф.А. Результаты экспериментальных исследований железобетонных подпорных стен 152

СЕЙСМОСТОЙКОСТЬ СООРУЖЕНИЙ

Gil-oulb  M., Al-Shaibani F.A.N.A., Lina A.S. Performance-Based Seismic Design for buildings (Сейсмическое проектирование зданий на основе эксплуатационных характеристик) 161

Редактор Ю.А. Заикина

Дизайн обложки: Ю.Н. Ефремова

Компьютерная верстка: Ю.А. Заикина

Адрес редакции:

Российский университет дружбы народов

Российская Федерация, 117198, Москва, ул. Миклухо-Маклая, д. 6; тел.: +7 (495) 955-08-28; факс: +7 (495) 955-08-28; e-mail: stmj@rudn.ru; i_mamieva@mail.ru

Подписано в печать 20.04.2020. Выход в свет 27.04.2020. Формат 60×84/8.

Бумага офсетная. Печать офсетная. Гарнитура «Times New Roman». Усл. печ. л. 9,76. Тираж 250 экз. Заказ № 467. Цена свободная.

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования «Российский университет дружбы народов» (РУДН)

Российская Федерация, 117198, Москва, ул. Миклухо-Маклая, д. 6

Отпечатано в типографии ИПК РУДН

Российская Федерация, 115419, Москва, ул. Орджоникидзе, д. 3

© Российский университет дружбы народов, 2020

© Киреев С.А., фото на обложке
(Золотой мост, Владивосток, Россия), 2020

STRUCTURAL MECHANICS OF ENGINEERING CONSTRUCTIONS AND BUILDINGS

2020 VOLUME 16 No. 2

DOI 10.22363/1815-5235-2020-16-2

<http://journals.rudn.ru/structural-mechanics> (Open Access)

Founded in 2005

by Peoples' Friendship University of Russia (RUDN University)

ISSN 1815-5235 (Print), 2587-8700 (Online)

Published 6 times a year.

Languages: Russian, English.

Indexed by RSCI (elibrary.ru), Cyberleninka, DOAJ, EBSCOhost, Google Scholar, Ulrich's Periodicals Directory, WorldCat, Dimensions.

The Journal has been included in the list of the leading review journals and editions of the Highest Certification Committee of Ministry of Education and Science of Russian Federation in which the basic results of PhD and Doctoral Theses are to be published.

Review-and-analytic and scientific-and-technical peer-reviewed journal "Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings" shows the readers round the achievements of Russian and foreign scientists in the area of geometry of spatial structures, strength of materials, structural mechanics, theory of elasticity and analysis of building and machine-building structures, illumines the problems of scientific-and-technic progress in building and machine-building, publishes analytic reviews on the aims and scope of the Journal.

The Journal website contains full information about the Journal, editorial policy and ethics, requirements for the preparation and publication of the articles, etc., as well as full-text issues of the Journal since 2008 (Open Access).

EDITORIAL BOARD

EDITOR-IN-CHIEF

P.A. Akimov, Chairman, Member of Russian Academy of Architecture and Construction Sciences, DSc, Professor, Moscow State University of Civil Engineering, Moscow, Russia

ASSISTANT EDITOR-IN-CHIEF

V.V. Galishnikova, DSc, RUDN University, Moscow, Russia

MANAGING EDITOR

I.A. Mamieva, RUDN University, Moscow, Russia

MEMBERS OF EDITORIAL BOARD:

V.P. Agapov, DSc, Professor, Moscow State University of Civil Engineering, Moscow, Russia

V.I. Andreev, Chairman, Member of Russian Academy of Architecture and Construction Sciences, DSc, Professor, Moscow State University of Civil Engineering, Moscow, Russia

V.A. Bazhenov, Member of the National Academy of Educational Science of Ukraine, DSc, Professor, Kiev National University of Building and Architecture, Kiev, Ukraine

Xuan Nam Bui, PhD, Assoc. Professor, Hanoi University of Mining and Geology, Hanoi, Vietnam

S.P. Ivanov, DSc, Professor, Volga State University of Technology, Yoshkar-Ola, Russia

N.I. Karpenko, Member of the RAACS, DSc, Professor, NIISF RAACS, Moscow, Russia

V.I. Kolchunov, Member of the RAACS, DSc, Professor, South-West State University, Kursk, Russia

Sonja Krasic, PhD of Technical Science, University of Nis, Nis, Serbia

S.E. Lisichkin, DSc, Scientific Research Institute of Energy Structures, Moscow, Russia

L.S. Lyakhovich, Member of the RAACS, DSc, Professor, Tomsk State University of Architecture and Building (TSUAB), Tomsk, Russia

Fredéric Magoulès, DSc, Professor, Centrale Supélec, Université Paris-Saclay, France

Giuseppe Mandrone, PhD, Ass. Prof. in Engineering Geology, University of Torino, Italy

V.I. Obozov, DSc, Professor, Central Research Institute of Building Structures (TzNIISK im. V.V. Kucherenko), Moscow, Russia

Reinhard F. Sachsenhofer, PhD, Professor, Montanuniversität Leoben, Austria

R.S. Sanjarovskiy, DSc, Professor, L.N. Gumilyov Eurasian National University, Astana, Kazakhstan

V.I. Travush, Member of the RAACS, DSc, Professor, ENPI, Moscow, Russia

V.V. Vanin, DSc, Professor, National Technical University of Ukraine "Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute", Kiev, Ukraine

N.M. Yakupov, Corresponding Member of Russian Engineering Academy, DSc, Professor, IME of FIC KazanSC of RAS, Russia

E.M. Zveryaev, DSc, Professor, Keldysh Institute of Applied Mathematics (Russian Academy of Sciences), Moscow, Russia

CONTENTS

ANALYSIS AND DESIGN OF BUILDING STRUCTURES

Mkrtychev O.V., Bulushev S.V. Probabilistic estimation seismic resistance of spatial steel frame under earthquake 87

Kuzhakhmetova E.R. Stress-strain state cylinder-plate-cable-stayed roof buildings (structures) with various forms of external support contour 95

Lebed E.V., Vershinin V.P. Stress state of metal dome meridional ribs at different stages of overhang erection process 111

THEORY OF ELASTICITY

Kudryavtsev S.G., Buldakova J.M. Effect of friction in the interaction of an anisotropic strip with a rigid base 122

THEORY OF THIN ELASTIC SHELLS

Krivoshapko S.N. Analytical ruled surfaces and their complete classification 131

NUMERICAL METHODS OF ANALYSIS OF STRUCTURES

Gureeva N.A., Nikolaev A.P., Yushkin V.N. Comparative analysis of finite element formulations at plane loading of an elastic body 139

DYNAMICS OF STRUCTURES AND BUILDINGS

Kolmogorov G.L., Vysotin A.S. The mechanism of nanostructuring the surface of engineering parts during shot blasting 146

EXPERIMENTAL RESEARCHES

Rubin O.D., Lisichkin S.E., Pashchenko F.A. Results of experimental researches of reinforced concrete retaining walls 152

SEISMIC RESISTANCE

Gil-oulibé M., Al-Shaibani F.A.N.A., Lina A.S. Performance-Based Seismic Design for buildings 161

Copy Editor Iu.A. Zaikina

Graphic Designer Iu.N. Efremova

Layout Designer Iu.A. Zaikina

Address of the Editorial Board:

Peoples' Friendship University of Russia (RUDN University)

6 Miklukho-Maklaya St, Moscow, 117198, Russian Federation; tel.: +7 (495) 955-08-28; fax: +7 (495) 955-08-28; e-mail: stmj@rudn.ru; i_mamieva@mail.ru

Printing run 250 copies. Open price

Peoples' Friendship University of Russia (RUDN University)

6 Miklukho-Maklaya St, Moscow, 117198, Russian Federation

Printed at Publishing House of RUDN University

3 Ordzhonikidze St, Moscow, 115419, Russian Federation

© Peoples' Friendship University of Russia, 2020

© Kireev S.A., photo on the cover of the Journal
(Golden Bridge, Vladivostok, Russia), 2020

РАСЧЕТ И ПРОЕКТИРОВАНИЕ СТРОИТЕЛЬНЫХ КОНСТРУКЦИЙ
ANALYSIS AND DESIGN OF BUILDING STRUCTURESDOI 10.22363/1815-5235-2020-16-2-87-94
УДК 624.04

НАУЧНАЯ СТАТЬЯ

Вероятностная оценка запаса несущей способности
пространственной стальной рамы при землетрясении

О.В. Мкртычев, С.В. Булушев*

Национальный исследовательский Московский государственный строительный университет, Российская Федерация, 129337, Москва, Ярославское шоссе, 26

*rusergey.bulushev@gmail.com

История статьи:

Поступила в редакцию: 20 ноября 2019 г.

Доработана: 14 января 2020 г.

Принята к публикации: 24 января 2020 г.

Аннотация

Актуальность. По своей природе сейсмическое воздействие, представленное акселерограммой, является ярко выраженным многомерным случайным процессом, в общем случае содержащим шесть компонентов. Расчет в детерминированной постановке не всегда позволяет адекватно оценить реакцию системы, в то время как расчет в вероятностной постановке более адекватно отражает работу системы и позволяет оценить ее сейсмостойкость с заданной обеспеченностью. **Целью** работы является оценка действительного запаса несущей способности и принимаемого при проектировании коэффициента K_1 , учитывающего допускаемые повреждения зданий и сооружений для стальной пространственной рамы при расчете на сейсмическое воздействие. **Методы.** В процессе исследования был произведен расчет стальной пространственной рамы на два набора акселерограмм с доминантными частотами, близкими к основным частотам собственных колебаний рамы. Каждый набор синтезировался как семейство реализаций нестационарного случайного сейсмического воздействия. Расчет производился на двухкомпонентное сейсмическое воздействие в нелинейной динамической постановке в программном комплексе LS-DYNA. Предварительно рама была запроецирована в соответствии с СП 14.13330.2014. «Строительство в сейсмических районах» на сейсмическое воздействие уровня ПЗ в ПК ЛИРА 10.8. По разработанной вероятностной методике для каждого набора были получены действительные коэффициенты запаса несущей способности K_2 и произведена оценка коэффициентов K_1 . **Результаты.** Анализ результатов показывает, что рассматриваемая стальная рама имеет достаточно большой запас несущей способности, а коэффициент K_1 принимается в нормах чрезмерно консервативно. Разработанная методика позволяет скорректировать значение принимаемого коэффициента K_1 для зданий и сооружений определенных конструктивных схем, что в свою очередь позволит повысить экономическую эффективность строительства в сейсмических районах и обеспечить надежность проектируемых зданий и сооружений.

Ключевые слова: сейсмостойкость, нелинейный динамический метод расчета, акселерограмма, случайный процесс, явный метод интегрирования, LS-DYNA, ПК ЛИРА, теория надежности строительных конструкций, вероятностные методы, метод статистических испытаний

Для цитирования

Мкртычев О.В., Булушев С.В. Вероятностная оценка запаса несущей способности пространственной стальной рамы при землетрясении // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2020. Т. 16. № 2. С. 87–94. <http://dx.doi.org/10.22363/1815-5235-2020-16-2-87-94>

Введение

Последствия сильных землетрясений показывают, что здания и сооружения, запроектированные по

нормах сейсмостойкого строительства, могут иметь дефицит несущей способности [1–3]. Действующие СП [19] еще не проходили проверку на реальные землетрясения высокой интенсивности. А предыдущий вариант норм, регламентирующих проектирование в сейсмических районах [20], такую проверку проходил и, к сожалению, не всегда удачно. Последствия произошедших землетрясений свидетельствуют, что разрушались здания и сооружения определенных типов конструктивных схем. Анализ показывает, что зачастую это связано с тем, что приня-

Мкртычев Олег Вартанович, доктор технических наук, профессор кафедры сопротивления материалов; eLIBRARY SPIN-код: 9676-4986, Scopus Author ID: 56449249100.

Булушев Сергей Валерьевич, инженер научно-исследовательского центра «Надежность и сейсмостойкость сооружений»; eLIBRARY SPIN-код: 9165-7831, Scopus Author ID: 57195232344, ORCID iD: <https://orcid.org/0000-0001-7239-4668>.

© Мкртычев О.В., Булушев С.В., 2020

This work is licensed under a Creative Commons Attribution 4.0 International License
<https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>

тые в нормах методики не обеспечивают требуемую сейсмостойкость для таких конструктивных схем. При проектировании зданий и сооружений на сильные землетрясения предъявление требований об упругой работе конструкций является экономически нецелесообразным. Известно, что линейно-спектральный метод (ЛСМ) не позволяет учесть нелинейный характер деформирования напрямую. При проектировании вводится коэффициент K_1 , учитывающий допустимые повреждения зданий и сооружений. В настоящее время исследования, обосновывающие значения этого коэффициента, вполне недостаточно. Уточнение значений коэффициента K_1 для зданий и сооружений различных конструктивных схем является актуальной и важной задачей.

1. Цель исследования

Нормативный расчет с помощью ЛСМ предполагает использование проектного спектра отклика, который построен с определенной обеспеченностью. При проектировании используется расчетная акселерограмма, полученная по результатам геофизических исследований в рамках детального сейсмического районирования. Так как сейсмическое воздействие является случайным процессом, расчет в детерминированной постановке не позволяет адекватно оценить реакцию системы. Это возможно только при решении задачи в вероятностной постановке с определением требуемой обеспеченности сейсмостойкости.

Целью исследования является оценка действительного коэффициента запаса несущей способности K_3 и коэффициента K_1 для пространственной стальной рамы в вероятностной постановке.

2. Материалы и методы

При исследовании пространственной стальной рамы использовалась следующая методика оценки коэффициентов K_3 и K_1 для зданий и сооружений.

1. Для рассматриваемого здания или сооружения определяются частоты собственных колебаний.

2. Синтезируются наборы акселерограмм с доминантными частотами, близкими к наиболее значимым собственным частотам колебаний зданий и сооружений в продольном и поперечном направлениях.

3. Акселерограммы синтезируются как реализации случайного процесса сейсмического воздействия с учетом магнитуды землетрясения с определенной максимальной амплитудой ускорений, соответствующей заданной интенсивности, и с заданным математическим ожиданием доминантной частоты. Определенной интенсивности сейсмиче-

ского воздействия соответствует максимальное ускорение акселерограммы [19]: для 7 баллов – 1 м/с^2 , для 8 баллов – 2 м/с^2 , для 9 баллов – 4 м/с^2 . Данная методика моделирования акселерограмм приведена в [4–6].

4. С помощью метода статистических испытаний строится гистограмма и эмпирическая функция плотности распределения коэффициента K_3 . Порядок расчета следующий:

а) для каждой реализации сейсмического воздействия выполняется детерминированный расчет, в котором проверяется выполнение условий особого предельного состояния по критерию необрушения с помощью нелинейного динамического метода, реализованного в LS-DYNA;

б) если условия особого предельного состояния не выполняются, то есть происходит разрушение здания или сооружения, то к интенсивности воздействия соответствующей реализации вводится понижающий коэффициент, а если разрушение не произошло – повышающий;

в) расчет повторяется снова;

г) определяется наибольшее значение коэффициента, при котором выполняются условия необрушения. Таким образом определяется коэффициент действительного запаса несущей способности K_3 для зданий и сооружений при каждой реализации случайного процесса (сейсмического воздействия);

5. Для оценки коэффициента K_1 может быть использовано среднее значение K_3^{cp} , полученное с учетом всех выполненных статистических испытаний путем деления K_1 на K_3^{cp} .

Для апробации описанной выше методики была запроектирована пространственная стальная рама с жесткими сопряжениями колонн и ригелей. Расчетная схема представлена на рис. 1. Рама жестко закреплена в основании.

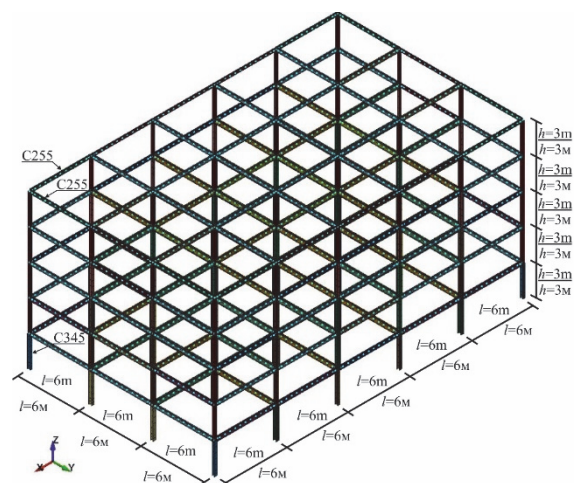


Рис. 1. Расчетная схема
[Figure 1. The calculation scheme]

Сечения колонн были приняты в виде прокатных двутавров из стали марки С345 [21], сечения ригелей – в виде прокатных двутавров из стали марки С255. Подбор сечений осуществлялся в программном комплексе ПК ЛИРА 10.8. Расчет производился на сейсмическое воздействие уровня ПЗ интенсивностью 9 баллов в соответствии с СП [19]. Коэффициент K_1 принимался равным 0,25, $K_0 = 1$. В процессе расчета получены коэффициенты использования несущей способности принятых сечений стальной рамы (рис. 2).

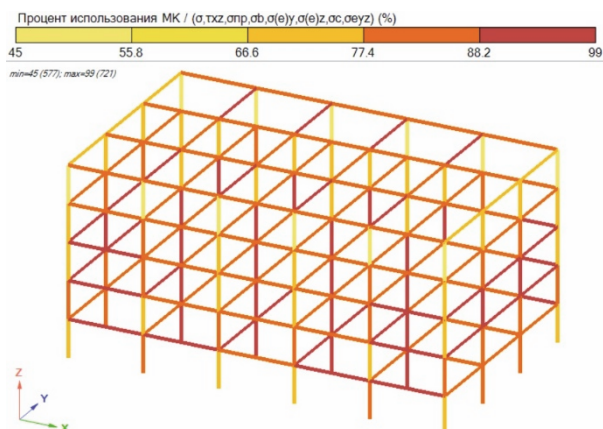


Рис. 2. Процент использования несущей способности
[Figure 2. Percentage of carrying capacity usage]

Наиболее значимые формы собственных колебаний рамы в продольном и поперечном направлениях приведены на рис. 3. Соответствующие частоты равны 0,727 и 0,965 Гц.

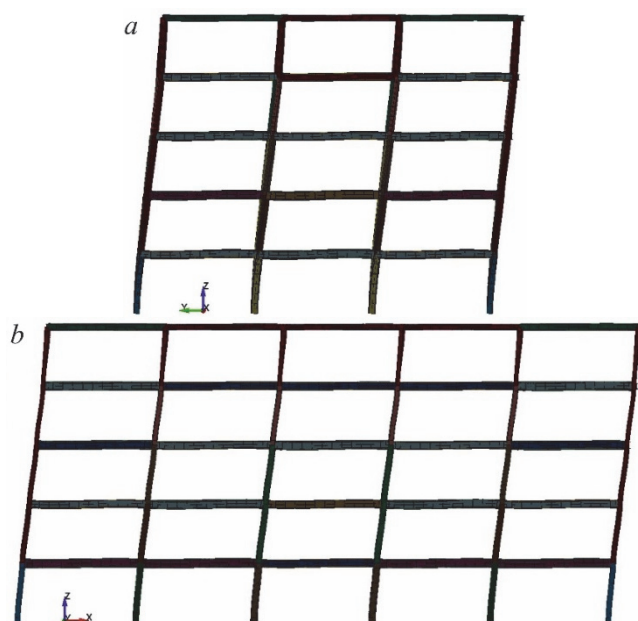


Рис.3. Собственные формы колебаний:
a – в плоскости YOZ; *b* – в плоскости XOZ
[Figure 3. Eigenforms of oscillations:
a – in the XOY plane; *b* – in the XOZ plane]

Для полученных частот были синтезированы два набора по 50 реализаций случайного сейсмического воздействия. Воздействие было принято двухкомпонентным – по X и Y . Вертикальная компонента не учитывалась. Интенсивность воздействия – 9 баллов [19], математическое ожидание доминантной частоты 0,727 и 0,965 Гц соответственно.

На рис. 4 и 5 представлены реализации акселерограмм из обоих рассматриваемых наборов.

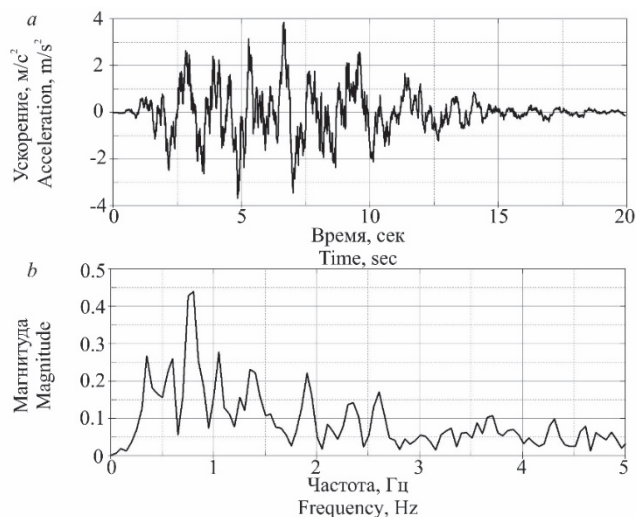


Рис. 4. Реализация сейсмического воздействия с доминантной частотой 0,727 Гц:
a – акселерограмма; *b* – спектральный состав
[Figure 4. The implementation of the seismic action with dominant frequency 0.727 Hz:
a – accelerogram; *b* – spectral composition]

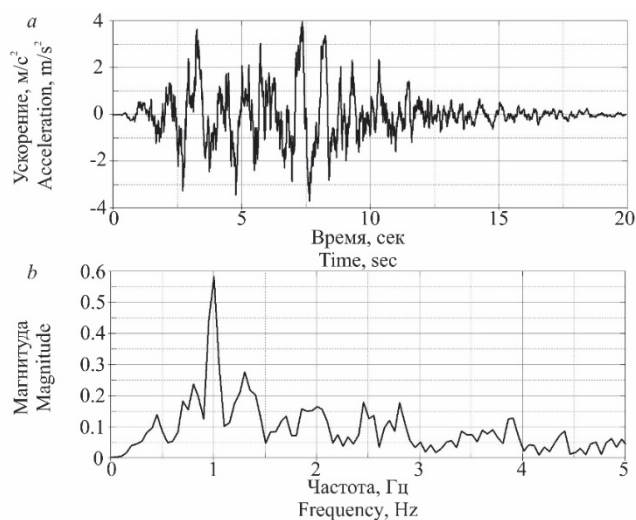


Рис. 5. Реализация сейсмического воздействия с доминантной частотой 0,965 Гц:
a – акселерограмма; *b* – спектральный состав
[Figure 5. The implementation of the seismic action with dominant frequency 0.965 Hz:
a – accelerogram; *b* – spectral composition]

Расчет рассматриваемой рамы производился в нелинейной динамической постановке в программ-

ном комплексе LS-DYNA. Для расчета использовались явные методы интегрирования уравнений движения.

При явном интегрировании применяется метод центральных разностей. Для определения перемещений используется выражение с запаздыванием по времени [7; 8]:

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{u}}_t + \mathbf{C}\dot{\mathbf{u}}_t + \mathbf{K}\mathbf{u}_t = \mathbf{f}_t^a. \quad (1)$$

Явные методы используют рекуррентные соотношения, которые выражают перемещения, скорости и ускорения на данном шаге через их значения на предыдущих шагах.

Вектор ускорений:

$$\mathbf{a}_t = \mathbf{M}^{-1}(\mathbf{f}_t^{\text{ext}} - \mathbf{f}_t^{\text{int}}), \quad (2)$$

где $\mathbf{f}_t^{\text{ext}}$ – вектор внешних сил; $\mathbf{f}_t^{\text{int}}$ – вектор внутренних сил.

В частном случае:

$$\mathbf{f}_t^{\text{int}} = \sum \left(\int_{\Omega} \mathbf{B}^T \boldsymbol{\sigma} d\Omega + \mathbf{f}_t^{\text{cont}} \right), \quad (3)$$

где \mathbf{B} – матрица деформаций – перемещений; $\boldsymbol{\sigma}$ – вектор напряжений; $\mathbf{f}_t^{\text{cont}}$ – вектор контактных сил.

При интегрировании уравнений движения по явной схеме, в данном случае по методу центральных разностей [7], вектор напряжений определяется через перемещения, найденные на предыдущем временном шаге (так как напряжения зависят от деформаций, а деформации от поля перемещений).

Векторы скоростей и перемещений на соответствующем шаге определяются следующим образом:

$$\mathbf{v}_{t+\Delta t/2} = \mathbf{v}_{t-\Delta t/2} + \mathbf{a}_t \Delta t, \quad (4)$$

$$\mathbf{u}_{t+\Delta t} = \mathbf{u}_t + \mathbf{v}_{t+\Delta t/2} \frac{\Delta t_t + \Delta t_{t+\Delta t}}{2}. \quad (5)$$

При использовании диагональной матрицы масс есть возможность упростить расчет и уменьшить время одной итерации, вычислив обратную матрицу. Отсюда видно, что явные методы не связаны с решением систем алгебраических уравнений. Наиболее трудоемкой операцией является вычисление вектора внутренних сил $\mathbf{f}_t^{\text{int}}$, в котором учитываются все виды нелинейностей.

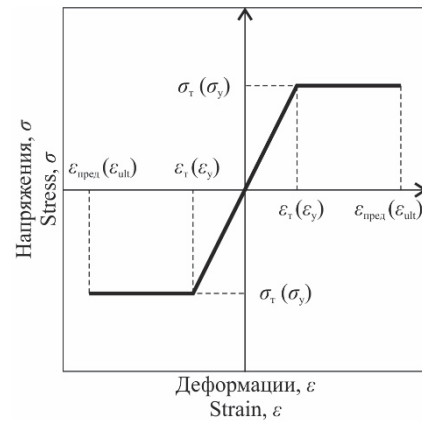


Рис. 6. Общий вид диаграммы деформирования стали
[Figure 6. General view of steel deformation diagram]

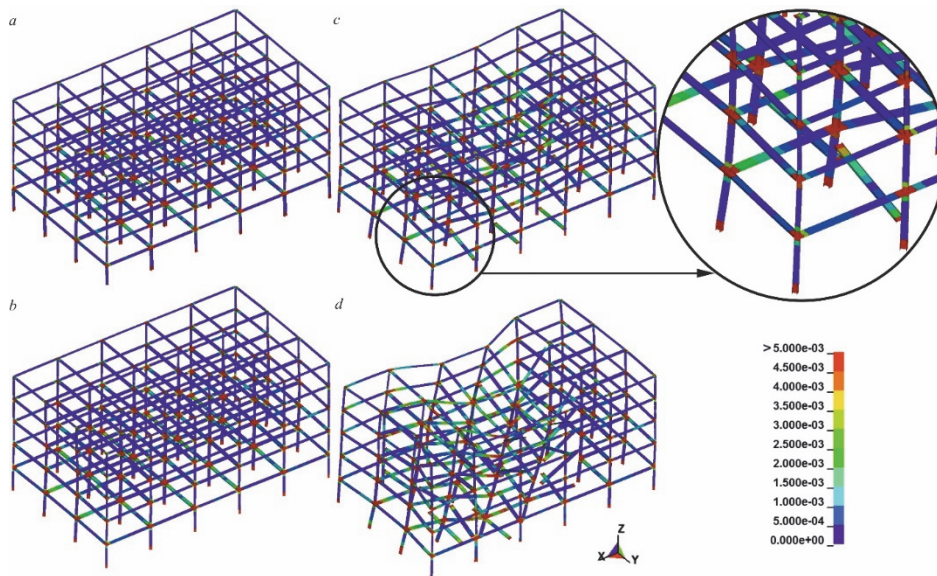


Рис. 7. Картина разрушения с пластическими деформациями в разные моменты времени:
 $a - t = 11$ сек.; $b - t = 12$ сек.; $c - t = 13$ сек.; $d - t = 14$ сек.

[Figure 7. The picture of destruction with the plastic deformations at different time moments:
 $a - t = 11$ sec.; $b - t = 12$ sec.; $c - t = 13$ sec.; $d - t = 14$ sec.]

Рама моделировалась с помощью стержневых конечных элементов. В узлах задавались соответствующие сосредоточенные массы. Параметры материала приняты согласно СП 16.13330.2017 [21]. Принималась идеальная упруго-пластическая модель работы материала с ограничением пластических деформаций $\varepsilon_{пред}$ (в [19] точка E на рис. В.1). Тогда, в соответствии с [19] получаем: для ригелей $\varepsilon_{пред} = 0,168$, для колонн $\varepsilon_{пред} = 0,139$. При достижении этих деформаций, элемент выключается из расчетной модели (удаляется). Общий вид диаграммы деформирования приведен на рис. 6. Параметр затухания для конструкций принят равным $\xi = 0,03$ (3 % от критического).

В соответствии с методикой, описанной выше, при каждом статистическом испытании был определен коэффициент K_3^{CP} . На рис. 7 приведена картина деформирования и разрушения конструкции и фрагмент с элементами, в которых возникли пла-

стические деформации, для одного из статистических испытаний. Красным цветом показаны элементы, в которых значения пластических деформаций больше, чем 0,005.

3. Результаты

Результаты определения действительного коэффициента запаса несущей способности K_3 , представлены в табл. 1 и 2.

На основе полученных значений были построены гистограммы коэффициента K_3 для обоих наборов акселерограмм (рис. 8).

Среднее значение коэффициента запаса для сейсмического воздействия с доминантной частотой 0,727 Гц равно $K_3^{CP} = 1,442$, для сейсмического воздействия с доминантной частотой 0,965 Гц – $K_3^{CP} = 2,160$. Скорректированные значения коэффициентов K_1 равны 0,173 и 0,116 соответственно.

Таблица 1

Действительные коэффициенты запаса несущей способности K_3 для сейсмического воздействия с доминантной частотой 0,727 Гц [Table 1. The actual load-carrying capacity safety margins K_3 for the seismic action with dominant frequency 0.727 Hz]

№ реализации [No. of implementation]	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Коэффициент запаса [Safety margin]	1,7	1,5	1,5	1,1	1,1	1,4	1,2	1,6	1,5	2,0
№ реализации [No. of implementation]	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
Коэффициент запаса [Safety margin]	1,8	1,4	1,6	1,4	1,6	1,2	1,0	1,8	1,8	1,2
№ реализации [No. of implementation]	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
Коэффициент запаса [Safety margin]	1,4	1,2	1,3	1,5	1,5	1,6	1,4	1,8	1,5	1,3
№ реализации [No. of implementation]	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
Коэффициент запаса [Safety margin]	1,2	1,6	1,2	1,9	1,3	1,2	1,3	1,1	1,3	1,5
№ реализации [No. of implementation]	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
Коэффициент запаса [Safety margin]	1,6	1,2	1,6	1,5	1,4	1,6	1,4	1,6	1,4	1,3

Таблица 2

Действительные коэффициенты запаса несущей способности K_3 для сейсмического воздействия с доминантной частотой 0,965 Гц [Table 2. The actual load-carrying capacity safety margins K_3 for the seismic action with dominant frequency 0.965 Hz]

№ реализации [No. of implementation]	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Коэффициент запаса [Safety margin]	2,6	2,1	2,0	2,8	2,0	2,8	1,4	2,0	2,5	2,1
№ реализации [No. of implementation]	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
Коэффициент запаса [Safety margin]	2,7	1,5	2,5	2,4	2,0	2,0	1,9	1,7	2,3	2,0
№ реализации [No. of implementation]	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
Коэффициент запаса [Safety margin]	2,2	1,8	2,4	1,9	2,1	2,4	1,5	2,4	2,4	1,4
№ реализации [No. of implementation]	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
Коэффициент запаса [Safety margin]	2,8	2,9	2,0	2,4	2,5	2,1	1,7	1,6	2,8	2,2
№ реализации [No. of implementation]	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
Коэффициент запаса [Safety margin]	2,7	2,4	1,7	2,8	2,0	1,6	1,8	2,1	2,3	1,8

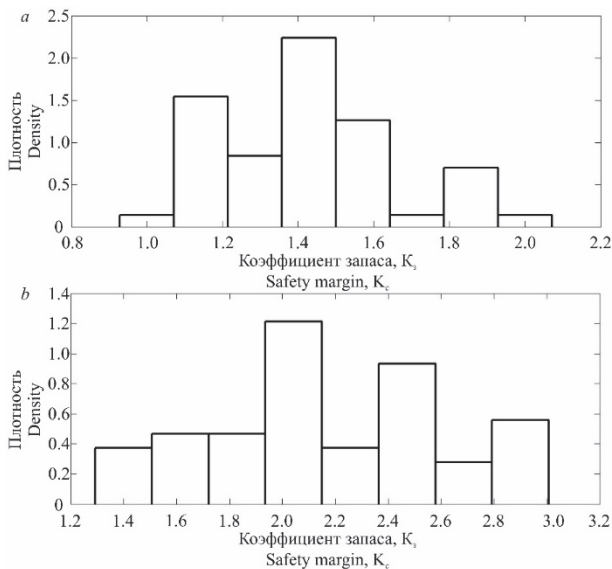


Рис. 8. Гистограмма коэффициента K_s для сейсмического воздействия с доминантной частотой: $a - 0,727$ Гц; $b - 0,965$ Гц

[Figure 8. Histogram of safety margin K_s for the seismic action with dominant frequency: $a - 0.727$ Hz; $b - 0.965$ Hz]

4. Обсуждение

Проблема обоснованности коэффициента K_1 для зданий и сооружений различных конструктивных схем активно обсуждается в научном сообществе [9–14]. Однако исследований в этой области пока недостаточно. В работах [8; 15; 16] приведены результаты нелинейного динамического расчета железобетонных конструкций. Было показано, что коэффициент K_1 для данных конструкций должен иметь большее значение, чем указано в нормах проектирования [19]. То есть имеет место дефицит сейсмостойкости. Аналогичные выводы для исследуемых железобетонных конструкций сделаны в работе [17]. В работах [8; 15] показано, что для стальной пространственной рамы значение коэффициента K_1 , наоборот, завышено. Это говорит о том, что рассматриваемые стальные конструкции имеют запас определенной несущей способности. В работе [18] по описанной выше методике авторами была рассмотрена стальная плоская рама в вероятностной постановке. Результаты также показали, что стальная рама имеет значительный запас несущей способности.

Заключение

Современные программные комплексы позволяют проводить сложные расчеты в нелинейной динамической постановке. Таким образом, используя методы теории надежности строительных конструкций, становится возможным определить несущую способность зданий и сооружений с высокой достоверностью.

В работе была рассчитана стальная пространственная рама, запроектированная по современным нормам по сейсмостойкому строительству [19] на два набора реализаций случайного сейсмического воздействия в соответствии с разработанной методикой. С помощью метода статистических испытаний для каждой реализации был получен действительный коэффициент запаса несущей способности рассматриваемой конструкции. Для сейсмического воздействия с доминантной частотой 0,727 Гц коэффициенты варьируются от 1 до 1,9, для сейсмического воздействия с доминантной частотой 0,965 Гц – от 1,4 до 2,9. Проведенное исследование показало, что стальная рама данной конструктивной схемы имеет запас несущей способности при сейсмическом воздействии. Полученные результаты свидетельствуют, что:

- 1) для адекватного отражения работы зданий и сооружений при землетрясении сейсмическое воздействие необходимо рассматривать в виде нестационарного случайного процесса;
- 2) для зданий и сооружений, как правило, наиболее опасными являются низкочастотные воздействия;
- 3) стальные конструкции имеют запас несущей способности при расчетном сейсмическом воздействии – это связано с существенными резервами пластической работы применяемых при строительстве сталей;
- 4) коэффициент K_1 , используемый при проектировании зданий и сооружений, должен быть уточнен применительно к различным конструктивным схемам – это позволит обеспечить требуемую надежность и безопасность, а также экономическую эффективность проектируемых зданий и сооружений.

Список литературы

1. Мкртычев О.В., Булушев С.В. Актуальные проблемы сейсмостойкого строительства // Сборник докладов Международной научно-практической конференции, посвященной 150-летию со дня рождения профессора, автора методики расчета железобетонных конструкций по стадии разрушения, основоположника советской научной школы теории железобетона, основателя и первого заведующего кафедрой железобетонных конструкций Московского инженерно-строительного института (МИСИ) А.Ф. Лейтиса / под ред. А.Г. Тамразяна. М.: МГСУ, 2018. С. 270–278.
2. Мкртычев О.В., Джинчвелашвили Г.А. Оценка работы зданий и сооружений за пределами упругости при сейсмических воздействиях // Theoretical Foundation of Civil Engineering: XXI Russian-Slovak-Polish Seminar. Moscow – Archangelsk, July 3–6, 2012. 2012. Pp. 177–186.
3. Мкртычев О.В., Джинчвелашвили Г.А., Дзержинский Р.И. Философия многоуровневого проектирования в свете обеспечения сейсмостойкости сооружений // Геология и геофизика Юга России. 2016. № 1. С. 71–81.

4. Мкртычев О.В., Решетов А.А. Методика моделирования наиболее неблагоприятных акселерограмм землетрясений // Промышленное и гражданское строительство. 2013. № 9. С. 24–26.
5. Мкртычев О.В., Решетов А.А. Методика определения исходных характеристик наиболее неблагоприятных акселерограмм для линейных систем с конечным числом степеней свободы // Вестник МГСУ. 2015. № 8. С. 80–91.
6. Мкртычев О.В., Решетов А.А. Представительный набор акселерограмм землетрясений для расчета зданий и сооружений на сейсмические воздействия // Вестник МГСУ. 2017. Т. 12. № 7 (106). С. 754–760.
7. Hallquist J.O. Livermore Software Technology Corporation (LSTC), LS-DYNA Theory Manual, 2006.
8. Мкртычев О.В., Джинчвелашвили Г.А. Проблемы учета нелинейностей в теории сейсмостойкости (гипотезы и заблуждения). М.: МГСУ, 2012. 192 с.
9. Булушев С.В. Сравнение результатов расчета сооружений на заданные акселерограммы нелинейным статическим и нелинейным динамическим методами // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2018. Т. 14. № 5. С. 369–378.
10. Джинчвелашвили Г.А. Нелинейные динамические методы расчета зданий и сооружений с заданной обеспеченностью сейсмостойкости: автореферат дис. ... д-ра техн. наук. М.: МГСУ, 2015. 46 с.
11. Джинчвелашвили Г.А., Булушев С.В. Оценка точности нелинейного статического метода анализа сейсмостойкости сооружений // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2017. № 2. С. 41–48.
12. Джинчвелашвили Г.А., Булушев С.В. Расчетное обоснование заданного уровня сейсмостойкости сооружений // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2018. № 1. С. 70–79.
13. Джинчвелашвили Г.А., Булушев С.В., Колесников А.В. Нелинейный статический метод анализа сейсмостойкости зданий и сооружений // Сейсмостойкое строительство. Безопасность сооружений. 2016. № 5. С. 39–47.
14. Соснин А.В. Об особенностях методологии нелинейного статического анализа и его согласованности с базовой нормативной методикой расчета зданий и сооружений на действие сейсмических сил // Вестник ЮУрГУ. Серия: Строительство и архитектура. 2016. Т. 16. № 1. С. 12–19.
15. Mkrtychev O.V., Dzhinchvelashvili G.A., Busalova M.S. Normative approaches to structural design calculations in a non-linear framework // MATEC Web of Conferences. 2016. Vol. 86. 01018.
16. Мкртычев О.В., Бунов А.А., Дорожнинский В.Б. Сравнение линейно-спектрального и нелинейного динамического методов расчета на примере здания рамно-связевой конструктивной схемы при землетрясении // Вестник МГСУ. 2016. № 1. С. 57–67.
17. Соснин А.В. Об уточнении коэффициента допускаемых повреждений K_1 и его согласованности с концепцией редукции сейсмических сил в постановке спектрального метода (в порядке обсуждения) // Вестник гражданских инженеров. 2017. № 1 (60). С. 92–116.
18. Mkrtychev O.V., Bulushev S.V. Probabilistic Estimation Seismic Resistance of Plain Steel Frame // XXVIII R-P-S Seminar 2019 IOP Conf. Series: Materials Science and Engineering. 2019. Vol. 661. 012016. IOP Publishing.
19. СП 14.13330.2014. Строительство в сейсмических районах. Актуализированная редакция СНиП II-7-81*. М., 2014.
20. СНиП II-7-81*. Строительство в сейсмических районах. М., 2000.
21. СП 16.13330.2017. Стальные конструкции. Актуализированная редакция СНиП II-23-81*. М., 2017.

RESEARCH PAPER

Probabilistic estimation seismic resistance of spatial steel frame under earthquake

Oleg V. Mkrtychev, Sergey V. Bulushev*

Moscow State University of Civil Engineering (National Research University), 26 Yaroslavskoye Highway, Moscow, 129337, Russian Federation
*sergey.bulushev@gmail.com

Article history:

Received: November 20, 2019

Revised: January 14, 2020

Accepted: January 24, 2020

Abstract

Relevance. By its nature, seismic action is represented by the accelerogram a pronounced multidimensional random process, generally containing six components. The calculation in the deterministic formulation does not always allow to adequately assess the reaction of the system. While the calculation in the probabilistic formulation more adequately reflects the work of the system and makes it possible to evaluate its seismic resistance with a given security. **The aim of the work** is to assess the actual load-carrying capacity safety margin and the taken when designing coefficient K_1 , taking into account the permissible damage to buildings and structures for the steel spatial frame when calculating on the seismic action. **Methods.** In the article, the steel spatial frame was calculated for two sets of accelerograms, with dominant frequencies close to the main frequencies of the frame's natural vibrations. Each set was synthesized as a family of unsteady random seismic

Oleg V. Mkrtychev, Doctor of Technical Sciences, Professor of the Strength of Materials Department; eLIBRARY SPIN-code: 9676-4986, Scopus Author ID: 56449249100.

Sergey V. Bulushev, engineer of the research center "Reliability and Seismic Stability of Structures"; eLIBRARY SPIN-code: 9165-7831, Scopus Author ID: 57195232344, ORCID iD: <https://orcid.org/0000-0001-7239-4668>.

For citation

Mkrtychev O.V., Bulushev S.V. Probabilistic estimation seismic resistance of spatial steel frame under earthquake. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*. 2020;16(2):87–94. <http://dx.doi.org/10.22363/1815-5235-2020-16-2-87-94>. (In Russ.)

impact implementations. The calculation was carried out on two-component seismic action in nonlinear dynamic formulation in the software complex LS-DYNA. Previously, the frame was designed in accordance with national standard SP 14.13330.2014 “Construction in seismic areas on the seismic action” of the design earthquake level in the software complex PC LIRA 10.8. According to the developed probabilistic method for each set the actual load-carrying capacity safety margins were obtained and the coefficients K_1 were estimated. **Results.** An analysis of the results shows that the steel frame under consideration has a sufficiently large margin of load-carrying capacity, and the coefficient K_1 is taken in norms excessively conservatively. The developed technique allows to correct the value of the accepted coefficient K_1 for buildings and structures of certain structural schemes. That in its turn will increase the economic efficiency of construction in seismic areas and ensure the reliability of the designed buildings and structures.

Keywords: seismic stability, nonlinear dynamic calculation method, accelerogram, random process, explicit integration method, LS-DYNA, PC LIRA, theory of reliability of construction structures, probabilistic methods, method of statistical tests

References

1. Mkrtychev O.V., Bulushev S.V. Actual problems of earthquake engineering. “*Loleyt readings – 150*”. *Modern methods of calculation of reinforced concrete and stone structures by limit states (Moscow, November 30, 2018)*. 2018: 270–278. (In Russ.)
2. Mkrtychev O.V., Dzinchvelashvili G.A. Assessment of buildings and structures beyond the elastic limit at the seismic influences. *Theoretical Foundation of Civil Engineering: XXI Russian-Slovak-Polish Seminar (Moscow – Archangelsk, July 3–6, 2012)*. 2012:177–186. (In Russ.)
3. Mkrtychev O.V., Dzinchvelashvili G.A., Dzerzhinskij R.I. The philosophy of multi-level design in light of the provision of seismic stability of buildings. *Geology and Geophysics of the South of Russia*. 2016;(1):71–81. (In Russ.)
4. Mkrtychev O.V., Reshetov A.A. Methods of modeling the most unfavorable earthquake accelerograms. *Industrial and Civil Engineering*. 2013;(9):24–26. (In Russ.)
5. Mkrtychev O.V., Reshetov A.A. Method for determining initial characteristics of the most unfavorable accelerograms for linear systems with finite number of degrees of freedom. *Proceedings of Moscow State University of Civil Engineering*. 2015;(8):80–91. (In Russ.)
6. Mkrtychev O.V., Reshetov A.A. Representative set of earthquake accelerograms for structural engineering of buildings and structures during earthquake effects. *Proceedings of Moscow State University of Civil Engineering*. 2017;12(7): 754–760. (In Russ.)
7. Hallquist J.O. *Livermore Software Technology Corporation (LSTC), LS-DYNA Theory Manual*. 2006.
8. Mkrtychev O.V., Dzinchvelashvili G.A. *Problemy ucheta nelineynostey v teorii seystmostoykosti (gipotezy i zabluzhdeniya) [Accounting problems of nonlinear seismic stability in the theory (hypothesis and error)]*. Moscow, MGSU Publ.; 2012. (In Russ.)
9. Bulushev S.V. Comparison of the calculation results of structures for specified accelerograms by nonlinear static and nonlinear dynamic methods. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*. 2018;14(5):39–47. (In Russ.)
10. Dzinchvelashvili G.A. *Nelineinye dinamicheskie metody rascheta zdaniy i sooruzheniy s zadannoy obespechenost'yu seystmostoykosti [Nonlinear dynamic methods of calculation of buildings and structures with a given security seismic stability]* (Dr. Dissertation Abstract). Moscow, MGSU Publ.; 2015. (In Russ.)
11. Dzinchvelashvili G.A., Bulushev S.V. Accuracy evaluation of the nonlinear static analysis method of the structures seismic resistance. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*. 2017;13(2):41–48. (In Russ.)
12. Dzinchvelashvili G.A., Bulushev S.V. Feasibility evaluation for a predefined seismic resistance of structures. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*. 2018;14(1):70–79. (In Russ.)
13. Dzinchvelashvili G.A., Bulushev S.V., Kolesnikov A.V. Nonlinear static method of analysis of seismic resistance of buildings and structures. *Earthquake engineering. Constructions safety*. 2016;(5):39–47. (In Russ.)
14. Sosnin A.V. On the peculiarities of the methodology of nonlinear static analysis and its consistency with the basic normative methodology for calculating buildings and structures for the action of seismic forces. *Bulletin of the South Ural University. Series: Construction Engineering and Architecture*. 2016;16(1):12–19. (In Russ.)
15. Mkrtychev O.V., Dzinchvelashvili G.A., Busalova M.S. Normative approaches to structural design calculations in a non-linear framework. *MATEC Web of Conferences*. 2016;86:01018.
16. Mkrtychev O.V., Bunov A.A., Dorozhinskiy V.B. Comparison of linear spectral and nonlinear dynamic calculation method for tie frame building structure in case of earthquakes. *Proceedings of Moscow State University of Civil Engineering*. 2016;(1):57–67. (In Russ.)
17. Sosnin A.V. About refinement of the seismic-force-reduction factor (K_1) and its coherence with the concept of seismic response modification in formulation of the spectrum method (in order of discussion). *Bulletin of Civil Engineers*. 2017;60(1):92–116. (In Russ.)
18. Mkrtychev O.V., Bulushev S.V. Probabilistic Estimation Seismic Resistance of Plain Steel Frame. *XXVIII R-P-S Seminar 2019 IOP Conf. Series: Materials Science and Engineering*. 2019;661:012016.
19. SP 14.13330.2014. *Construction in seismic regions*. The updated edition of SNiP II-7-81*. Moscow, 2014.
20. SNiP II-7-81*. *Construction in seismic regions*. Moscow, 2000.
21. SP 16.13330.2011. *Steel structures*. The updated edition of SNiP II-23–81*. Moscow, 2011.

DOI 10.22363/1815-5235-2020-16-2-95-110
УДК 69.04(07)(624)

НАУЧНАЯ СТАТЬЯ

Напряженно-деформированное состояние цилиндро-плитно-вантового покрытия здания (сооружения) с различными формами наружного опорного контура

Э.Р. Кужахметова

Балтийский федеральный университет имени Иммануила Канта, Российская Федерация, 236041, Калининград, ул. Александра Невского, 14
elja_09@bk.ru

История статьи:

Поступила в редакцию: 11 января 2020 г.
Доработана: 05 марта 2020 г.
Принята к публикации: 12 марта 2020 г.

Аннотация

Актуальность. Представлена новая волнообразная комбинированная (комплексная) конструкция покрытия для большепролетных зданий – цилиндро-плитно-вантовое покрытие (ЦПВ), объединяющее в себе три вида конструкций: цилиндрическую оболочку нулевой гауссовой кривизны, плоского и вантового (висячего) покрытий. Данное сочетание конструкций и материалов для покрытия больших площадей выбрано не случайно. Вант (гибкая нить) работает только на растяжение всем своим сечением, а цилиндрическая оболочка и плита работают в двух (продольной и поперечной) плоскостях. В комплексе при действии внешних воздействий они создают необходимую проектную прочность, учитывая при этом рациональный выбор материалов (стали и железобетона). Предложены новые архитектурно-конструктивные решения большепролетного здания с цилиндро-плитно-вантовым покрытием, учитывающие разные геометрические формы наружного (внешнего) безанкерного опорного контура (наружная опора) в виде полуокружности, полуэллипса и др. **Цель исследования** – проанализировать влияние наружного (внешнего) безанкерного опорного контура (полуокружности, полуэллипса и других форм) на пространственную работу внутренних сил в комбинированном ЦПВ-покрытии большепролетного здания (сооружения). **Методы.** Статический численный анализ пространственных моделей большепролетных зданий с разными видами наружного опорного контура в ЦПВ-покрытии выполнен в программном комплексе FEMAP with NX NASTRAN. Данный комплекс относится к классу CAE, реализующему метод конечных элементов и позволяющему учитывать физическую и геометрическую нелинейность деформирования конструкций. **Результаты.** В расчетном исследовании выполнен сравнительно-численный анализ напряженно-деформированного состояния комплексного ЦПВ-покрытия с разными очертаниями опорных контуров на действие вертикальных нагрузок, определяющий рациональный их выбор с учетом общих затрат и полезной площади здания. Результаты расчета большепролетных зданий с ЦПВ-покрытием на горизонтальную (ветровую) нагрузку с учетом определения аэродинамических коэффициентов предполагается опубликовать в следующей статье.

Ключевые слова: гибкая нить, вант, вантовое (висячее) покрытие, висячая система, комбинированное (комплексное) покрытие большепролетного здания (сооружения), цилиндро-плитно-вантовое покрытие здания (сооружения), наружная опора, наружный опорный контур вантового покрытия, безанкерная опора, внутренняя металлическая опора

Для цитирования

Кужахметова Э.Р. Напряженно-деформированное состояние цилиндро-плитно-вантового покрытия здания (сооружения) с различными формами наружного опорного контура // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2020. Т. 16. № 2. С. 95–110. <http://dx.doi.org/10.22363/1815-5235-2020-16-2-95-110>

Введение

Проектирование и строительство большепролетных зданий и сооружений зрелищного, спортив-

ного и торгового назначения является важным и ответственным делом для любого архитектора и инженера. Уникальные здания и сооружения с неповторимыми архитектурными образами – это своего рода визитные карточки любого города, поскольку они отражают его неповторимую культуру, обычаи и традиции. По сей день особое внимание архитекторов и инженеров привлекают такие покрытия, как купольные, цилиндрические и вантовые. Имен-

Кужахметова Эльвира Рафаэлевна, аспирант, инженер ПГС, старший преподаватель Инженерно-технического института; eLIBRARY SPIN-код: 1949-1140, ORCID iD: <https://orcid.org/0000-0002-0907-786X>.
© Кужахметова Э.Р., 2020



This work is licensed under a Creative Commons Attribution 4.0 International License
<https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>

но эти покрытия позволяют рационально перекрывать большие площади зданий и сооружений, создавая при этом привлекательные архитектурные образы и украшая внешний облик города.

В пространственных (купольных и цилиндрических) тонкостенных покрытиях, благодаря работе конструкции в плане в обоих направлениях, достигается лучшее использование материалов, их существенная экономия и значительное уменьшение массы в сравнении с плоскими покрытиями [1–5]. Недостатком же является ограничение в перекрываемых площадях.

Особое внимание заслуживают здания и сооружения с вантовым (висячим) покрытием [1; 6–14], поскольку они, в отличие от купольных и цилиндрических покрытий, позволяют перекрывать площади зданий (сооружений) значительно больших размеров без экономических потерь, при этом просты в изготовлении, монтаже и эксплуатации. Однако с увеличением площади вантового покрытия, соответственно, увеличиваются и опорные усилия в вантах (гибких нитях), которые передаются наружной опоре, в таком случае необходимо увеличивать жесткостные параметры наружного опорного контура.

Проанализировав достоинства и недостатки вышеперечисленных покрытий большепролетных зданий и зная особенности их пространственной работы, можно создавать новые виды конструкций покрытия путем их сочетания. Речь, в частности, идет о новом цилиндро-плитно-вантовом (ЦПВ) покрытии для большепролетного здания. Оно представляет собой сложную комбинированную конструкцию в виде «волны», форму которой можно изменять, обеспечивая при этом изменение эстетического вида самого здания [14]. ЦПВ-покрытие представляет собой единый комплекс, состоящий из трех разных видов покрытий: цилиндрического, плитного и вантового. При этом эффективность и внешний вид конструкции ЦПВ-покрытия во многом определяются также и формой наружной опоры вантового покрытия (рис. 1). Одним концом ванты крепятся к наружной опоре, которая представляет собой контурную конструкцию, работающую преимущественно на сжатие, поэтому ее рационально проектировать из бетона и железобетона. А другим концом – к внутренней опоре, концы которой жестко заделаны в плиту плоского покрытия. Внутренняя опора вантового покрытия работает только на растяжение. Материалом для нее может служить исключительно сталь. Крепление вант к наружной и внутренней опорам выполняется, как правило, в виде шарнира [15; 16].

Схема расположения вант в вантовом покрытии может быть разной, например, радиальной, веерной,

параллельной (продольной и поперечной), перекрестной и др. [17]. Следует отметить, что изменение архитектурных форм наружной опоры и схемы расположения вант оказывает существенное влияние на напряженно-деформированное состояние (НДС) всей комплексной конструкции ЦПВ-покрытия.

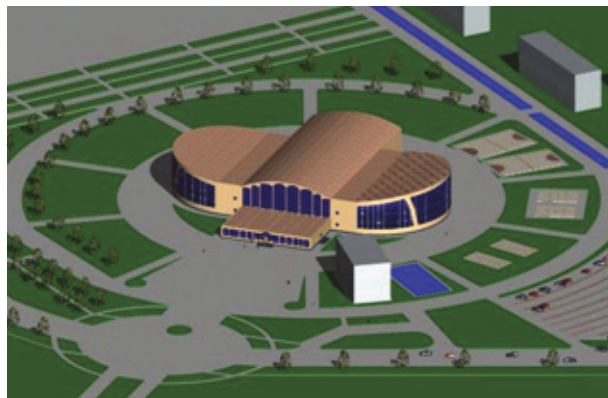


Рис. 1. Большепролетное здание с цилиндро-плитно-вантовым покрытием
[Figure 1. Large-span building with a cylinder-plate-cable-stayed roof]

1. Описание большепролетного здания с цилиндро-плитно-вантовым покрытием

ЦПВ-покрытие состоит из крайних блоков – помещений с вантовым покрытием и срединной (центральной) частью, выполненной в виде цилиндрической оболочки нулевой гауссовой кривизны. Объединяющим участком двух частей служит плита плоского покрытия (рис. 1).

По конструктивному решению плита плоского покрытия, работая совместно с диафрагмами жесткости (лестничными клетками и лифтовыми шахтами), воспринимает внутренние усилия от цилиндрического и вантового покрытий [17]. Рассмотрим четыре варианта общественного здания с ЦПВ-покрытием, в котором наружные опорные контуры имеют разные геометрические формы с соответствующим продольным радиусом R (по оси x) (рис. 2): а) $R_1 = 15$ м (модель 1); б) $R_2 = 30$ м (модель 2); в) $R_3 = 45$ м (модель 3); г) $R_4 = 60$ м (модель 4).

Правильный выбор параметров наружной опоры вантового покрытия позволяет рационально использовать полезную площадь здания, а также минимизировать издержки при строительстве и эксплуатации. Ванты наружного опорного контура ориентированы радиально, с основным шагом $s_1 = 2$ м. На ванты уложены железобетонные плиты покрытий, имеющие форму трапеций разного типоразмера с толщиной 0,05 м [17]. К вантам плиты крепятся с помощью фиксаторов – зажимов, представляющих собой выпуски арматурных стержней перио-

дического профиля. Зазоры, образующиеся между плитами покрытий, заполняются бетоном на расширяющемся цементе [14–17]. Провисание вант (или стрела провеса) принимается $f = 1/25L$ [6; 14–17], где L – пролет ванта, м.

Разомкнутый наружный безанкерный опорный контур представляет собой многопролетную опорную балку прямоугольного сечения высотой $h = 0,8$ м и шириной $b = 1,5$ м. Ее геометрические формы в плане представлены на рис. 2, где $R_1 = 15$ м,

$R_2 = 30$ м, $R_3 = 45$ м, $R_4 = 60$ м, $B = 6$ м, $l_2 = 40$ м, $l_1 = 108$ м, $L = 60$ м. Опорная балка (наружный опорный контур) вантового покрытия установлена на колонны высотой H , изменяющейся в пределах от 12 до 16 м, с шагом, равным 6 м. Концы наружного опорного контура жестко соединены с арматурными выпусками плитой плоского покрытия и торцевой диафрагмой (монолитной железобетонной стеной) двухэтажного помещения (рис. 1, 2).

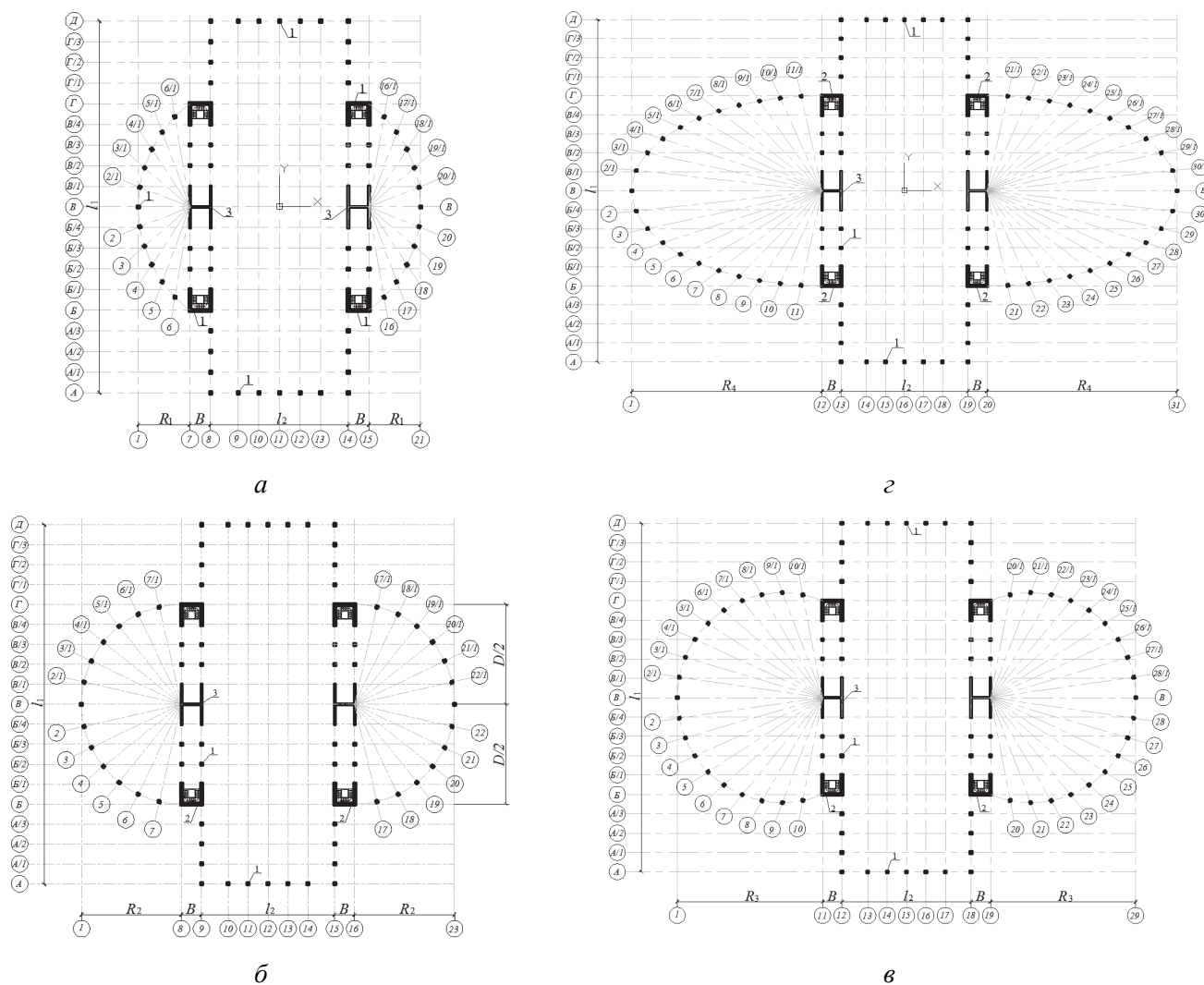


Рис. 2. Планы зданий ЦПВ-покрытий с наружными опорными контурами:
 а – $R_1 = 15$ м (модель 1); б – $R_2 = 30$ м (модель 2); в – $R_3 = 45$ м (модель 3); г – $R_4 = 60$ м (модель 4);
 1 – колонны; 2 – торцевые диафрагмы; 3 – срединные диафрагмы (продольные и поперечные)
[Figure 2. Building plans for cylinder-plate-cable-stayed roofs with external support contours:
 а – $R_1 = 15$ m (model 1); б – $R_2 = 30$ m (model 2); в – $R_3 = 45$ m (model 3); г – $R_4 = 60$ m (model 4);
 1 – columns; 2 – end diaphragms; 3 – middle diaphragms (longitudinal and transverse)]

Двухэтажное помещение объединяет области вантового покрытия и цилиндрической оболочки. Цилиндрическая оболочка является средней частью ЦПВ-покрытия. Двухэтажное помещение имеет длину $L = 60$ м, ширину $B = 6$ м и образует безригельный каркас с плитами плоского покрытия и пере-

крытия, толщина которых составляет $t = 0,2$ м. Размеры сетки железобетонных колонн 6×6 м. Колонны имеют квадратное сечение с размерами $0,5 \times 0,5$ м. Высота колонн $H_1 = 12$ м. Ширина продольных диафрагм равна 12 м, ширина поперечных и торцевых диафрагм – 6 м, толщина 0,5 м. В расчете

приняты следующие геометрические размеры: пролет $l_2 = 40$ м, длина $l_1 = 18 \times 6$ м = 108 м, высота $h = 4$ м, толщина монолитной цилиндрической оболочки $\delta = (1/200 \dots 1/300)l_2$, примем $\delta = 0,15$ м, радиус кривизны оболочки $R = 52$ м. Оболочка опирается на две железобетонные балки и торцевые арки с размерами прямоугольного сечения $b = 0,5$ м и $h = 0,8$ м [17].

2. Материалы исследования

Вант (гибкая нить): стальной канат двойной свивки типа ЛК-РО конструкции $6 \times 36 (1 + 7 + 7/7 + 14) + 1.о.с.$, с модулем упругости $E = 1,47 \times 10^5$ МПа и коэффициентом поперечной деформации $\nu = 0,3$ (табл. Г.10 [18]). Вант представляет собой изогну-

тый элемент, сечение которого определяется по расчету согласно нормативной документации [15; 19].

Железобетонный каркас: армированный тяжелый бетон класса В25 с модулем упругости $E_b = 30 \times 10^3$ МПа (табл. 6.11 в [20]), модулем сдвига $G_b = 0,4$, $E_b = 0,4 \times 30 \times 10^3 = 12 \times 10^3$ МПа (п. 6.1.15 в [20]) и коэффициентом Пуассона $\nu = 0,2$ (п. 6.1.17 в [20]). Расчетное сопротивление бетона для предельного состояния первой группы (сжатие осевое) $R_b = 14,5$ МПа (табл. 6.8 в [20]).

Внутренняя металлическая опора (полукольцо): сталь марки С245 по ГОСТ 27772 [21] с расчетным сопротивлением $R = 350$ МПа (табл. В.5 в [18]), модулем продольной упругости (модуль Юнга) $E = 2,1 \times 10^5$ МПа (табл. Г.10 в [18]) и коэффициентом поперечной деформации $\nu = 0,3$ (табл. Г.10 в [18]).

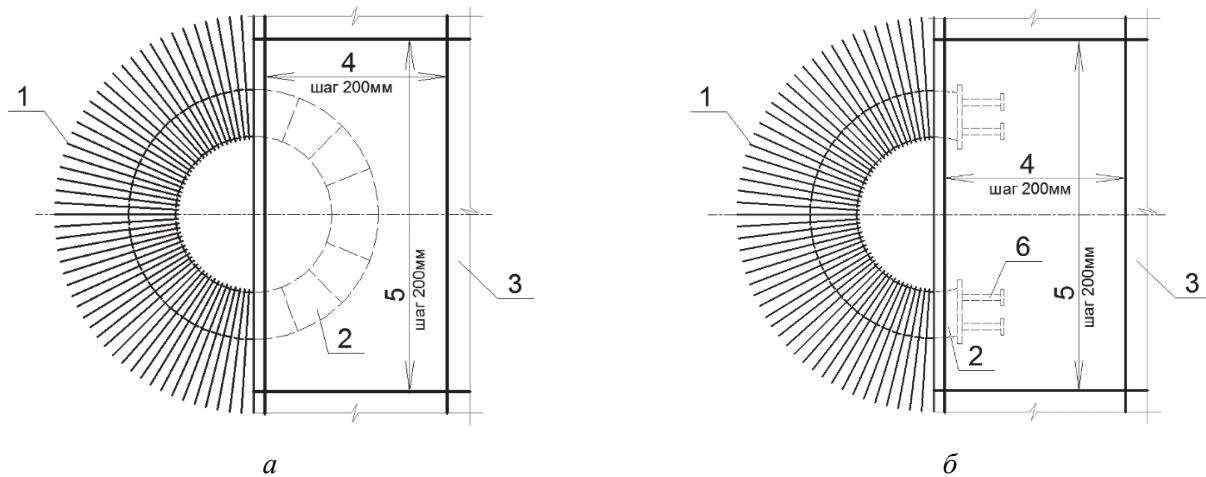


Рис. 3. Внутренняя металлическая опора в форме кольца (а) и полукольца (б):

- 1 – ванты; 2 – внутренняя опора в форме кольца или полукольца; 3 – плита плоского покрытия;
4 – арматура в продольном направлении; 5 – арматура в поперечном направлении; 6 – закладная деталь
- [Figure 3.** Internal metal support in the form of ring (а) and half ring (б):
1 – cables; 2 – an internal support in the form of a ring or half ring; 3 – a plate of a flat roof;
4 – reinforcement in the longitudinal direction; 5 – reinforcement in the transverse direction; 6 – embedded part]

Внутренняя металлическая опора может представлять собой несколько видов конструкций: кольцо (рис. 3, а), полукольцо (рис. 3, б) и новый вид конструкции металлической опоры для крепления неразрезного ванта, оригинальность и новизна которой подтверждена патентной экспертизой [22]. Опорные концы соединены с армированием плиты плоского покрытия и забетонированы. Длина заделки концов опорного полукольца определяется расчетом согласно нормативным документам.

3. Методы исследования

Инженерный анализ конструкции здания выполнен с помощью программного САЕ-комплекса FEMAP with NX NASTRAN, реализующего метод

конечных элементов (МКЭ) [23; 24]. В расчете учтена физическая и геометрическая нелинейности деформирования вантовой системы покрытия здания [19]. Как известно, особенность подобных расчетов заключается в том, что при их выполнении нельзя использовать ряд известных теорий и законов строительной механики, таких как принцип возможных перемещений и взаимности работ, закон независимости действия сил и др. [19]. В расчетах подобного типа применяются численные итерационные методы, основанные на пошаговом способе нагружения ванта [15; 19; 23–30]. В программном комплексе FEMAP with NX NASTRAN нелинейный статический анализ (Nonlinear Static Analysis) выполняется на основе итерационного решения методом Ньютона – Рафсона [23; 24].

4. Нагрузки, действующие на ЦПВ-покрытие

На ЦПВ-покрытие действуют вертикальные статические нагрузки: постоянная от собственного веса конструктивных элементов, состава кровли [31] и временная (снеговая) нагрузка. При расчете прочности здания с ЦПВ-покрытием выбраны максимальные усилия от неблагоприятных сочетаний нагрузок в соответствии с СП 20.13330.2012 [32]. Сочетание нагрузок [17; 33–35] на ЦПВ-покрытие:

1) равномерно распределенная постоянная и временная (снеговая) нагрузки (рис. 4, а);

2) равномерно распределенная постоянная и неравномерно распределенная временная нагрузки (рис. 4, б).

При радиальной схеме расположения вант вертикальная нагрузка на отдельные ванты (стальные канаты) приложена в форме трапеции [35; 36]. Ее величина уменьшается по длине ванты (гибкой нити) пропорционально от наружного опорного контура разного радиуса $R_i = 15, 30, 45$ и 60 м к внутренней опоре с радиусом $r = 0,5$ м. На рис. 4 представлены схемы приложения снеговой нагрузки на цилиндрическое покрытие.

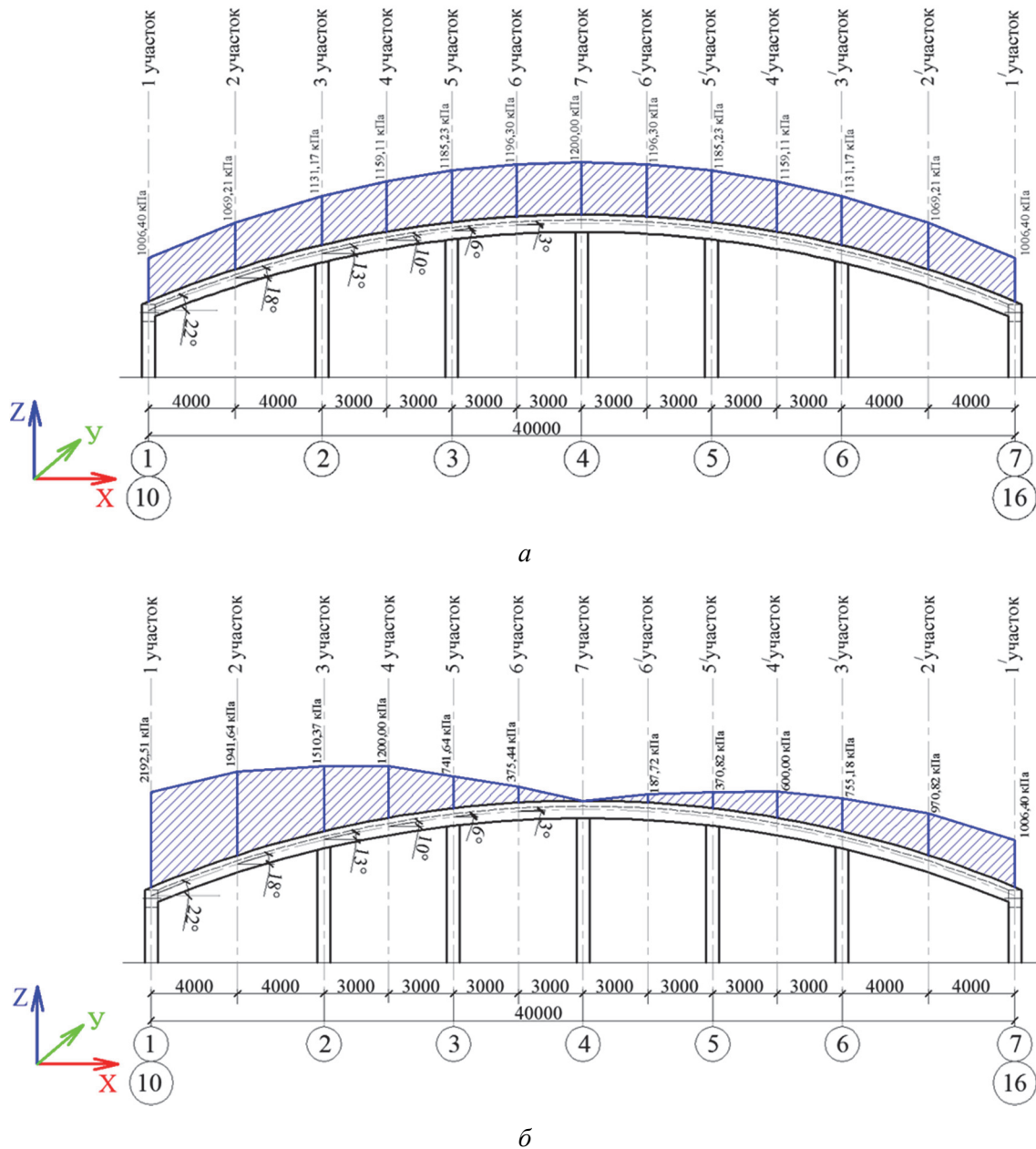


Рис. 4. Снеговая нагрузка (район – II) на цилиндрическое покрытие высотой 4 м, рассчитанная по СП [32]:

а – вариант 1; б – вариант 2

[Figure 4. Snow load (district – II) on a cylindrical roof 4 m high, calculated by SP [32]:

а – variant 1; б – variant 2]

5. Результаты

Рассмотрим следующие варианты расчетно-пространственных моделей большепролетных зданий с наружными опорами в ЦПВ-покрытии, имеющими следующие продольные радиусы: 1) $R_1 = 15$ м (модель 1); 2) $R_2 = 30$ м (модель 2); 3) $R_3 = 45$ м (модель 3); 4) $R_4 = 60$ м (модель 4).

5.1. Расчетная модель 1 с продольным радиусом $R_1 = 15$ м

Численный анализ показал, что деформации вантового покрытия зависят от длины вант и схемы их расположения вдоль наружного безанкерного опорного контура (наружная опора). При радиальной схеме расположения вант на концах наружной опоры ванты (гибкие нити) длиннее, чем в центральной части. Поэтому их наибольший прогиб возникает по краям висячего покрытия (рис. 5, а). На-

ружный железобетонный опорный контур с продольным радиусом $R_1 = 15$ м имеет форму «полумесяца». В деформированном состоянии в плане (в осях $x - y$) он представляет «коромысло» (рис. 5, б), что является следствием особенностей нагружения вант (гибких нитей) и пошагового расположения вант разной длины (рис. 5, в). Максимальные перемещения по оси x составили $\Delta_{x1} = 0,0156$ м, а по оси $y - \Delta_{y1} = 0,0250$ м. Максимальный прогиб для расчетных моделей 1 и 2 с цилиндро-плитным покрытием равен 0,025 м, как при снеговой нагрузке по вариантам 1 и 2, а для моделей 3 и 4 согласно полученным результатам расчета. В данном анализе интерес представляет влияние вантовой системы на деформирование цилиндро-плитного покрытия, а именно зона прогиба цилиндрической оболочки. Для каждой расчетной модели она будет изменяться.

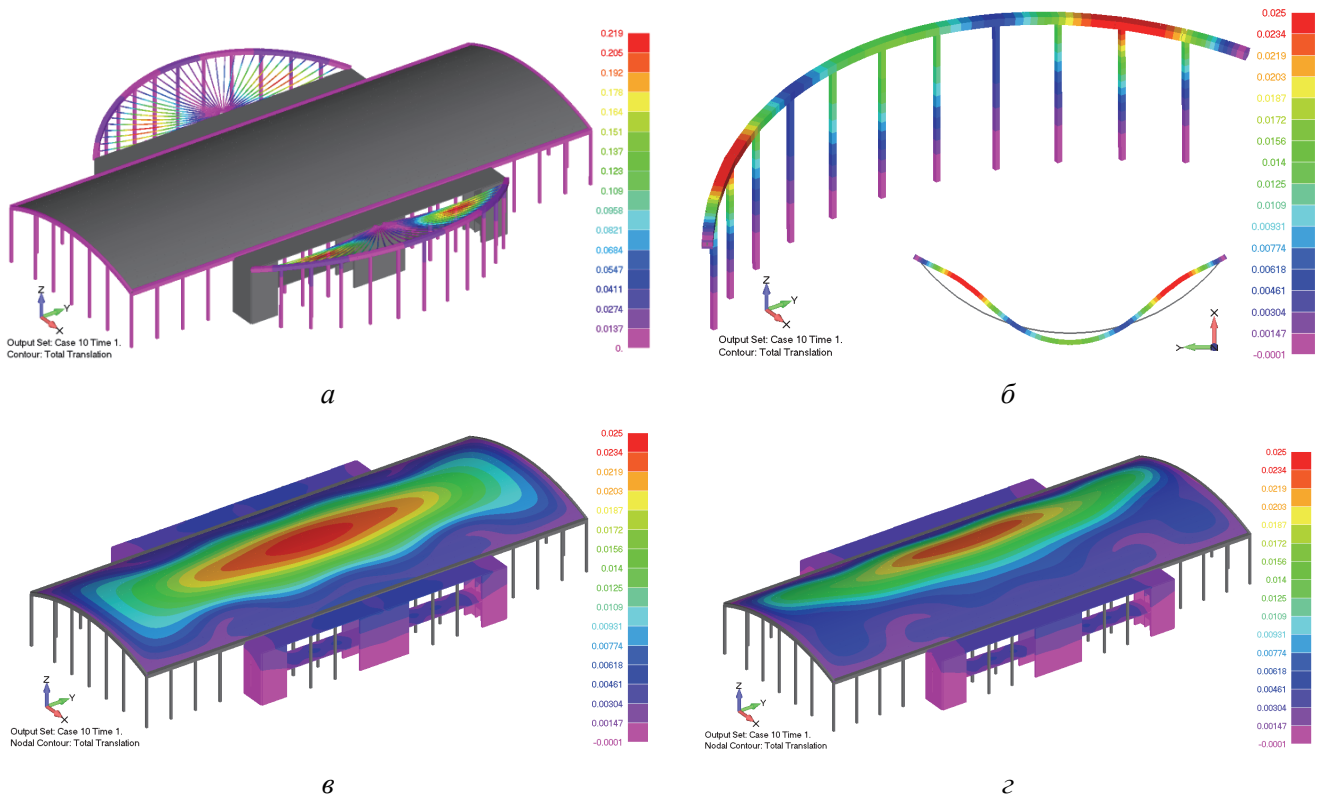


Рис. 5. Расчетная модель 1 ($R_1 = 15$ м) – максимальные перемещения конструктивных элементов ЦПВ-покрытия:

а – общий вид здания; б – фрагмент модели (наружный опорный контур с радиусом $R_1 = 15$ м); в – центральная часть здания с цилиндро-плитным покрытием (снег – вариант 1); г – центральная часть здания с цилиндро-плитным покрытием (снег – вариант 2)

[Figure 5. Calculation model 1 ($R_1 = 15$ m) – maximum displacement of the structural elements of the cylinder-plate-cable-stayed roof: а – general view of the building; б – a fragment of the model (an external support contour with a radius of $R_1 = 15$ m); в – the central part of the building with a cylinder-plate roof (snow – variant 1); г – the central part of the building with a cylinder-plate roof (snow – variant 2)]

5.2. Расчетная модель 2 с продольным радиусом $R_2 = 30$ м

Деформации вант в центральной части вантового покрытия имеют форму полуокружности (рис. 6, а). Это объясняется тем, что концы наружного

железобетонного безанкерного опорного контура (наружной опоры) жестко закреплены в углах продольно-торцевой диафрагмы (ядра жесткости) плоского участка покрытия. На рис. 6, б в плане, то есть в осях $x - y$ представлена деформирован-

ная модель наружного железобетонного опорного контура с колоннами. Максимальное перемещение по осям x и y составило $\Delta_{x2} = \Delta_{y2} = 0,0061$ м. Деформация наружного опорного контура (наружной опоры) с продольным радиусом $R_2 = 30$ м

в плане повторяет первоначальную форму полуокружности, что является следствием пошагового расположения вант равной длины и равномерно распределенной нагрузки на каждый вант (гибкую нить).

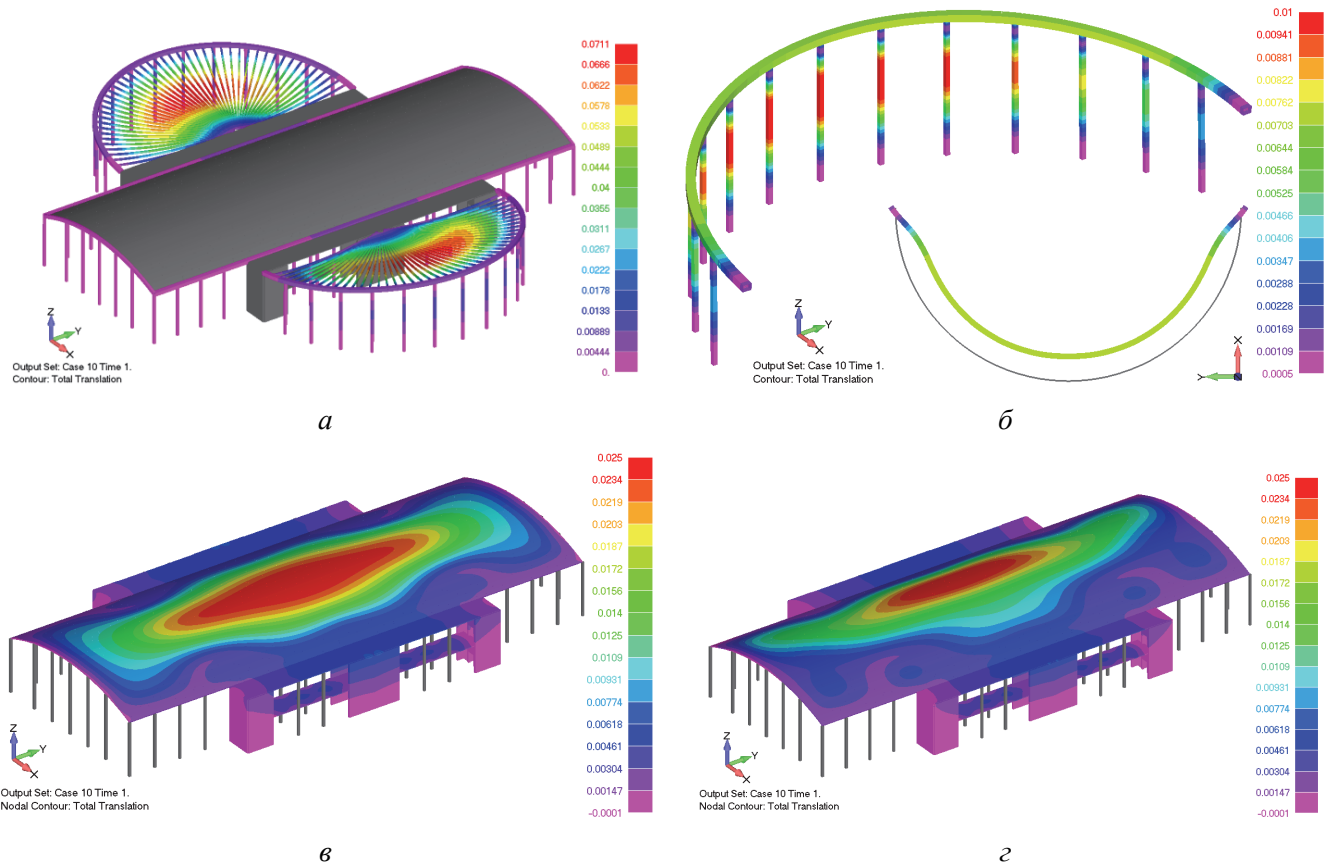


Рис. 6. Расчетная модель 2 ($R_2 = 30$ м) – максимальные перемещения конструктивных элементов ЦПВ-покрытия: a – общий вид здания; b – фрагмент модели (наружный опорный контур с радиусом $R_2 = 30$ м); c – центральная часть здания с цилиндро-плитным покрытием (снег – вариант 1); d – центральная часть здания с цилиндро-плитным покрытием (снег – вариант 2)

[Figure 6. Calculation model 2 ($R_2 = 30$ m) – maximum displacement of the structural elements of the cylinder-plate-cable-stayed roof: a – general view of the building; b – a fragment of the model: an external support contour with a radius of $R_2 = 30$ m; c – the central part of the building with a cylinder – plate roof (snow – variant 1); d – the central part of the building with a cylinder-plate roof (snow – variant 2)]

5.3. Расчетная модель 3 с продольным радиусом $R_3 = 45$ м

В расчетной модели 3 ванты (гибкие нити) максимально прогибаются от внешней нагрузки в центральной части вантового покрытия, как и в модели 2 с продольным радиусом $R_2 = 30$ м, поскольку длина вант в центральной части висячего покрытия больше, чем у наружной опоры (рис. 7, a). На рис. 7, b представлена деформированная схема наружного опорного контура с колоннами, максимальные перемещения которого составили по оси x – $\Delta_{x3} = 0,0250$ м, а по оси y – $\Delta_{y3} = 0,0156$ м. От внешнего воздействия длинные ванты в срединной части максимально растягиваются, из-за чего срединная часть наружного опорного контура смещается к плите плоского покрытия. Исключение со-

ставляют ванты с относительно малым прогибом, расположенные ближе к краям опоры. Отметим, что переход полукольца с продольным радиусом $R_3 = 45$ м со смещенным центром в деформированную С-форму не связан с потерей устойчивости. Наблюдается сложное перераспределение опорных реакций, связанное с дополнительной нагрузкой вант, ориентированных преимущественно вдоль его наибольшей осевой линии и, наоборот, с разгрузкой вант, направленных преимущественно вдоль меньшей осевой линии.

Максимальный прогиб цилиндрической оболочки составил 0,029 м. Зона ее прогиба существенно отличается от двух предыдущих из-за изменения формы вантовой системы и, соответственно, длины вант в центральной части.

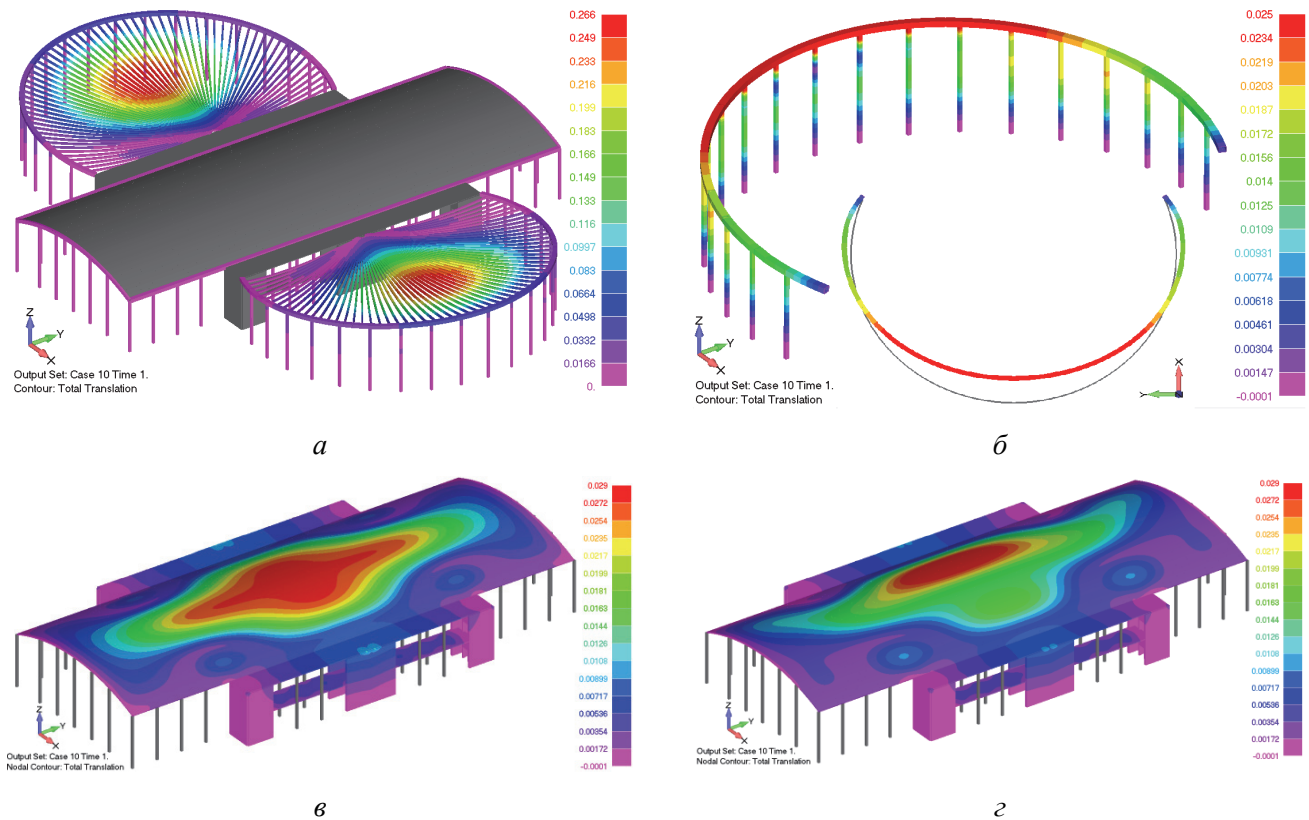


Рис. 7. Расчетная модель 3 ($R_3 = 45$ м) – максимальные перемещения конструктивных элементов ЦПВ-покрытия:

a – общий вид здания; *б* – фрагмент модели (наружный опорный контур с радиусом $R_3 = 45$ м); *в* – центральная часть здания с цилиндро-плитным покрытием (снег – вариант 1); *г* – центральная часть здания с цилиндро-плитным покрытием (снег – вариант 2)

[Figure 7. Calculation model 3 ($R_3 = 45$ m) – maximum displacement of the structural elements of the cylinder-plate-cable-stayed roof: *a* – general view of the building; *б* – a fragment of the model (an external support contour with a radius of $R_3 = 45$ m); *в* – the central part of the building with a cylinder-plate roof (snow – variant 1); *г* – the central part of the building with a cylinder-plate roof (snow – variant 2)]

5.4. Расчетная модель 4 с продольным радиусом $R_4 = 60$ м

Наружный опорный контур, изначально имеющий форму полуэллипса с радиально расположенными вантами, приобретает особенную форму деформации. При поперечной нагрузке вантового покрытия возникает форма стесненного полуэллипса (рис. 8, *б*). Относительно большая плотность расположения вант, ориентированных преимущественно вдоль наибольшей оси полуэллипса опорного контура (рис. 8, *а*), приводит к незначительному поджатию внутрь. Максимальные перемещения в горизонтальной плоскости составили: по оси x – $\Delta_{x4} = 0,0187$ м, а по оси y – $\Delta_{y4} = 0,0250$ м. Согласно результатам численного анализа, максимальный прогиб цилиндрической оболочки здания для расчетной модели 4 (рис. 8, *в*) равен 0,035 м.

Полученные численные результаты расчетов максимальных прогибов (перемещений) конструктивных элементов зданий с разными архитектурными очертаниями наружного опорного контура в ЦПВ-покрытии приведены в табл. 1.

На рис. 9–12 представлены фрагменты ЦПВ-покрытий, а именно вантовых (висячих покрытий) разной архитектурной формы (*а*), и расчетные продольные усилия N (H) для каждого конструктивного элемента: наружного безанкерного опорного контура (наружной опоры) (*б*) и вант (гибких нитей) (*в*) от поперечной (вертикальной) внешней нагрузки. Численные результаты статических расчетов приведены в табл. 2.

Таким образом, изменение формы наружного безанкерного опорного контура (наружной опоры) приводит к существенному изменению НДС всего большепролетного здания (сооружения) с ЦПВ-покрытием. НДС наружной опоры вантового покрытия существенно зависит не только от внешней нагрузки, но и от схемы расположения вант в висячем покрытии (см. табл. 1, 2).

Согласно полученным численным результатам расчетов, в местах сопряжения внутреннего металлического полукольца (рис. 3) с плитой плоского покрытия возникают большие напряжения, которые вызваны внутренними усилиями в вантах (рис. 5–8), зависящие от длины и формы вантового покрытия. Напряжения в плите плоского участ-

ка покрытия можно уменьшить с помощью следующих конструктивных решений:

- увеличением толщины плиты покрытия;
- усилением плиты покрытия ребрами жесткости;

– увеличением сечения внутреннего полукольца;

- увеличением стрелы провеса с учетом архитектурного и технологического решения.

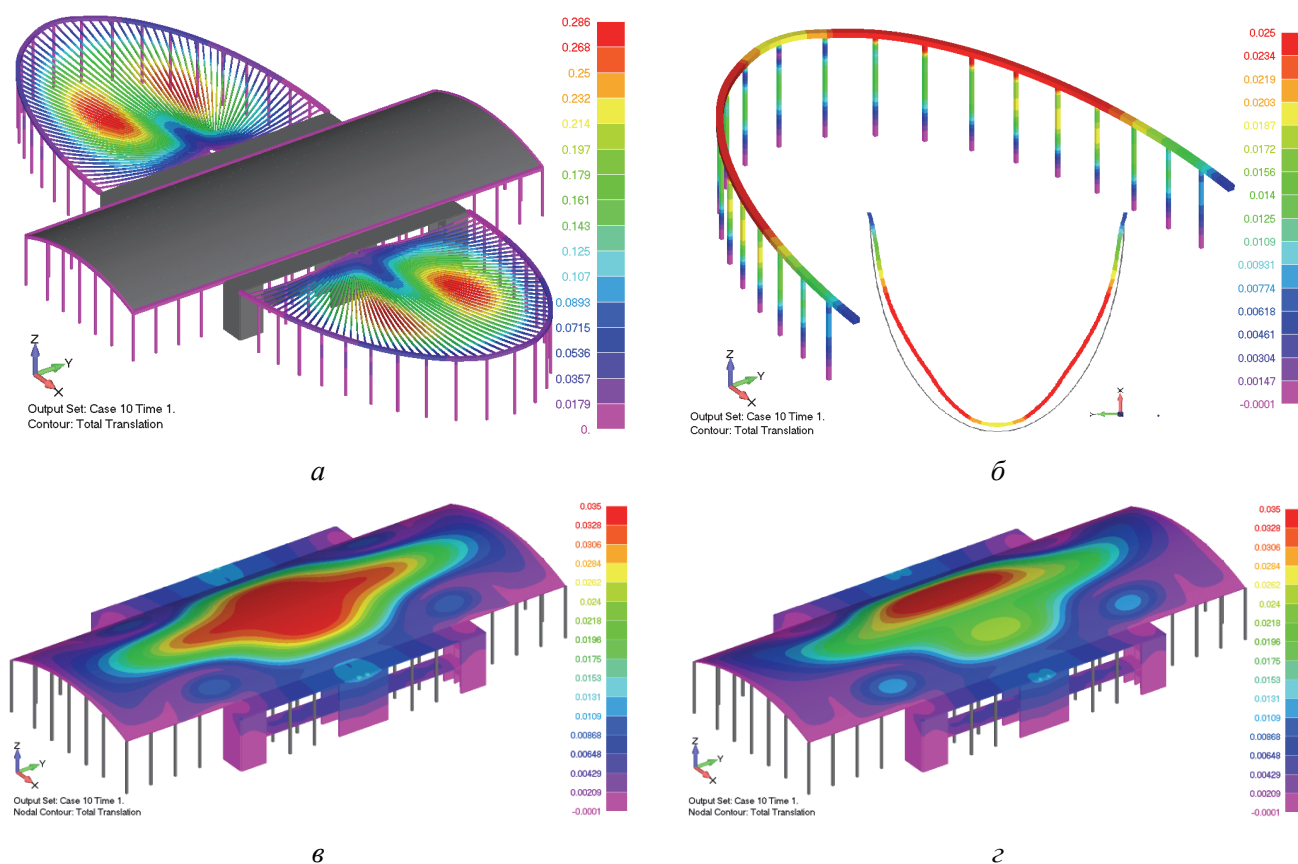


Рис. 8. Расчетная модель 4 ($R_4 = 60$ м) – максимальные перемещения конструктивных элементов ЦПВ-покрытия: *a* – общий вид здания; *б* – фрагмент модели (наружный опорный контур с радиусом $R_4 = 60$ м); *в* – центральная часть здания с цилиндро-плитным покрытием (снег – вариант 1); *г* – центральная часть здания с цилиндро-плитным покрытием (снег – вариант 2)
[Figure 8. Calculation model 4 ($R_4 = 60$ m) – maximum displacement of the structural elements of the cylinder-plate-cable-stayed roof: *a* – general view of the building; *б* – a fragment of the model (an external support contour with a radius of $R_4 = 60$ m); *в* – the central part of the building with a cylinder-plate roof (snow – variant 1); *г* – the central part of the building with a cylinder-plate roof (snow – variant 2)]

Таблица 1

Результаты численных расчетов перемещений конструктивных элементов ЦПВ-покрытия с радиальной схемой вантового покрытия

[Table 1. The results of numerical calculations of the displacements of the structural elements of the cylinder-plate-cable-stayed roof with the radial cable-stayed roof]

Расчетная модель [Calculation model]	Продольный радиус R_i , м [Longitudinal radius R_i , m]	Максимальные прогибы (перемещения) Δf , м, конструктивных элементов [Maximum displacements Δf , m, of structural elements]					
		Покрытие [Roof]		Наружная опора [External support]		Внутренняя опора [Internal support]	
		Вантовое [Cable-stayed]	Цилиндрическое [Cylinder]	Центральная часть [Central part]	Крайняя часть [Extreme part]	Центральная часть [Central part]	Крайняя часть [Extreme part]
Модель 1	15,00	0,2190	0,0250	0,0156	0,0250	-0,000405	-0,000625
Модель 2	30,00	0,0711	0,0250	0,0060	0,0060	-0,004480	-0,001130
Модель 3	45,00	0,2660	0,0290	0,0250	0,0156	-0,012500	-0,002000
Модель 4	60,00	0,2860	0,0350	0,0187	0,0250	-0,026000	-0,000653

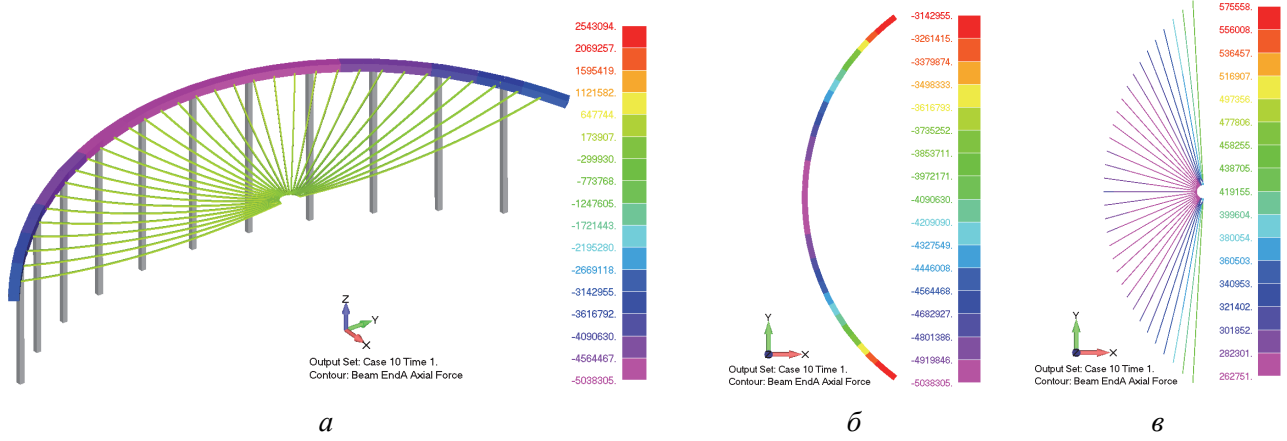


Рис. 9. Расчетная модель 1 ($R_1 = 15$ м) – продольная сила N, H :
a – модель вантового покрытия; *б* – наружный опорный контур; *в* – ванты
 [Figure 9. Calculation model 1 ($R_1 = 15$ m) – axial force N, H :
a – cable-stayed roof model; *б* – the external support contour; *в* – cables]

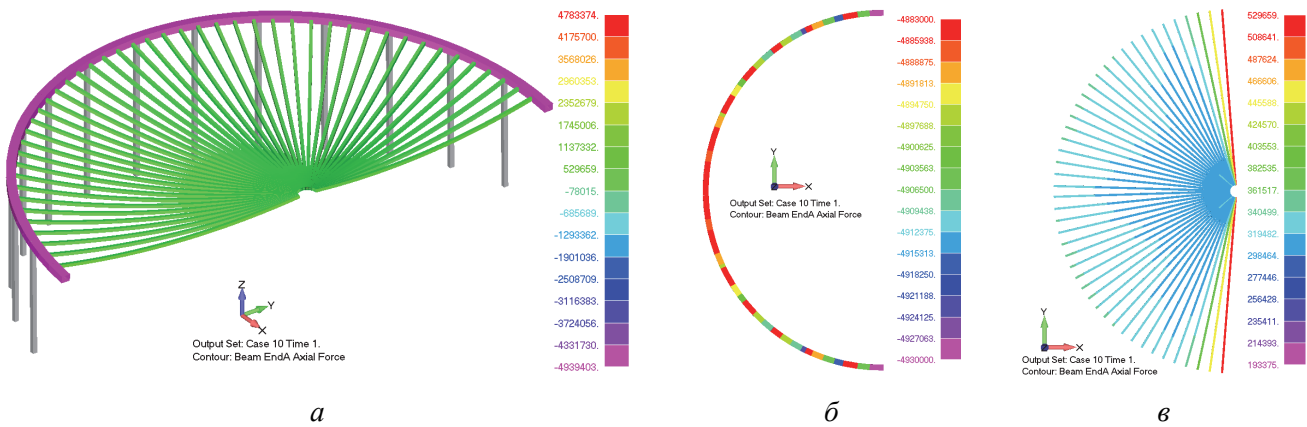


Рис. 10. Расчетная модель 2 ($R_2 = 30$ м) – продольная сила N, H :
a – модель вантового покрытия; *б* – наружный опорный контур; *в* – ванты
 [Figure 10. Calculation model 2 ($R_2 = 30$ m) – axial force N, H :
a – cable-stayed roof model; *б* – the external support contour; *в* – cables]

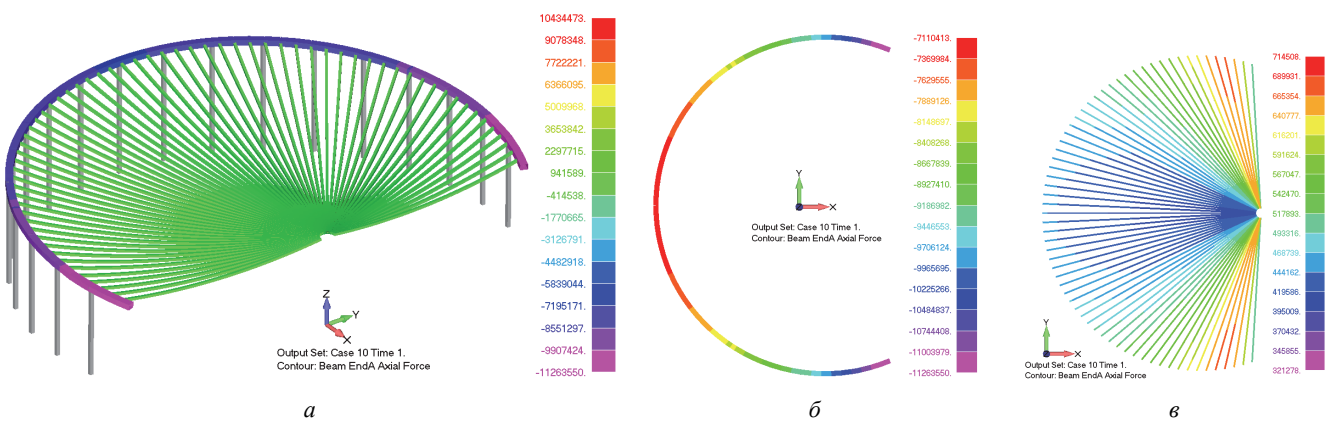


Рис. 11. Расчетная модель 3 ($R_3 = 45$ м) – продольная сила N, H :
a – модель вантового покрытия; *б* – наружный опорный контур; *в* – ванты
 [Figure 11. Calculation model 3 ($R_3 = 45$ m) – axial force N, H :
a – cable-stayed roof model; *б* – the external support contour; *в* – cables]

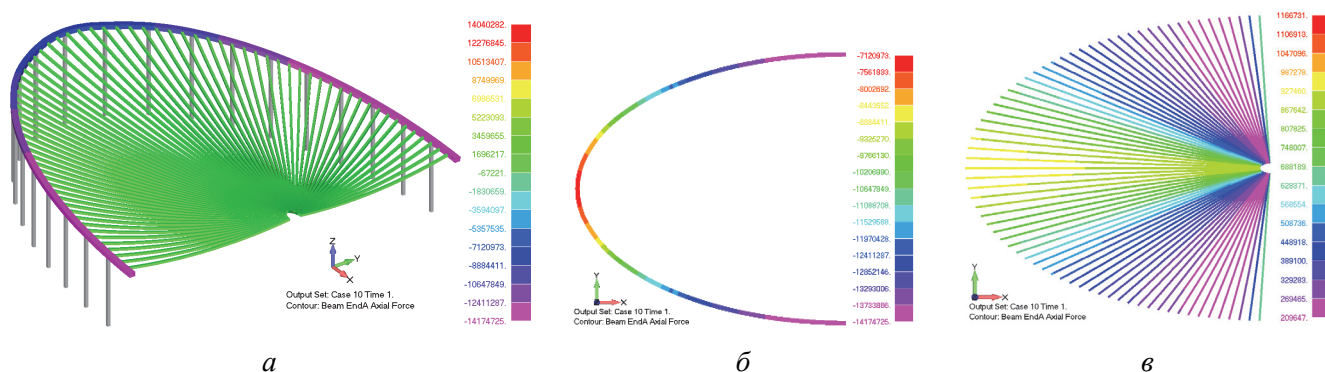


Рис. 12. Расчетная модель 4 ($R_4 = 60$ м) – продольная сила N, H :
 а – модель вантового покрытия; б – наружный опорный контур; в – ванты
 [Figure 12. Calculation model 4 ($R_4 = 60$ m) – axial force N, H :
 а – cable-stayed roof model; б – the external support contour; в – cables]

Таблица 2

Результаты расчета внутренних сил конструктивных элементов ЦПВ-покрытия с радиальной схемой вантового покрытия
 [Table 2. The calculation results of the internal forces of the structural elements of the cylinder-plate-cable-stayed roof with a radial cable-stayed roof]

Расчетная модель [Calculation model]	Продольный радиус R_i , м [Longitudinal radius R_i , m]	Максимальные продольные усилия N, H [Maximum axial force N, H]					
		Ванты [Cables]		Наружная опора [External support]		Внутренняя опора [Internal support]	
		Центральная часть [Central part]	Крайняя часть [Extreme part]	Центральная часть [Central part]	Крайняя часть [Extreme part]	Центральная часть [Central part]	Крайняя часть [Extreme part]
Модель 1	15,00	262 751	477 806	-5 038 305	-3 142 955	2 500 363	2 315 194
Модель 2	30,00	277 446	529 659	-4 883 000	-4 930 000	4 487 207	4 783 374
Модель 3	45,00	419 586	714 508	-7 110 413	-11 263 550	9 078 340	9 078 340
Модель 4	60,00	927 460	209647	-7 120 973	-14 174 725	6 986 531	14 040 282

Таблица 3

Результаты численного анализа полезных площадей здания
 [Table 3. The results of a numerical analysis of the useful area of the building]

Расчетная модель [Calculation model]	Параметры ЦПВ-покрытия с наружными опорными контурами [Parameters of cylinder-plate-cable-stayed roof with external support contours]		
	Продольный радиус R_i , м [Longitudinal radius R_i , m]	Поперечный радиус r , м [Transverse radius r , m]	Площадь помещения вантового покрытия S , м ² [The area of the cable-stayed premises S , m ²]
Модель 1	15,00 (в осях 1–7)	30,00	629,00
Модель 2	30,00 (в осях 1–8)	30,00	1413,00
Модель 3	45,00 (в осях 1–11)	30,00	2452,00
Модель 4	60,00 (в осях 1–12)	30,00	2826,00

Полученные результаты сравнительного анализа конструкций ЦПВ-покрытия показали, что расчетная модель 2 с продольным радиусом $R_2 = 30$ м (рис. 2, б) и вантовым покрытием в форме полуокружности (рис. 6) подвержена при одинаковых внешних нагрузках меньшим деформациям и напряжениям в сравнении с моделями 1, 3 и 4 (табл. 1, 2).

Несмотря на относительно небольшую площадь вантового покрытия расчетной модели 2, полуокружность является оптимальной формой для вант с радиальным расположением. Под действием внешних сил форма полуокружности сохраняет свою первоначальную форму (рис. 6, б), что приводит к наиболее благоприятному перераспределению внут-

ренных усилий (табл. 1, 2). Расчетные модели с другими очертаниями опорных контуров подвержены большим деформациям (перемещениям) (табл. 3), усилиям (табл. 1, 2) и напряжениям.

Отличительным архитектурно-конструктивным признаком расчетных моделей большепролетных зданий с ЦПВ-покрытием является влияние архитектурно-геометрических параметров наружного опорного контура (наружной опоры) вантового покрытия на величину полезной площади под ним. Проведем сравнительный анализ величины полезной площади помещений большепролетного здания с вантовыми покрытиями разного архитектурного очертания. За основной размер (ширину) вантового покрытия будем считать длину L двухэтажного помещения с плоским покрытием, которая равна 60 м (рис. 2). Результаты расчета, полученные аналитическим методом, приведены в табл. 3.

Проанализировав полученные расчеты можно сделать вывод, что предложенная геометрия вантового покрытия оказывает существенное влияние на полезную площадь покрытия, что является немаловажным фактором в архитектурно-планировочном решении для зданий (сооружений) рассматриваемого типа.

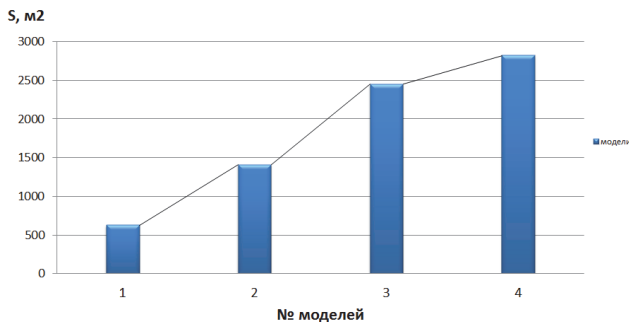


Рис. 13. Гистограмма площадей зданий с разными вантовыми покрытиями
[Figure 13. The histogram of the area of buildings with different cable-stayed roofs]

Таблица 4

Сравнение результатов численного анализа полезных площадей здания
[Table 4. The results of a numerical analysis of the useful area of the building]

Показатели [Indicators]	Соотношение площадей моделей вантового покрытия в процентах [The ratio of the areas of cable-stayed models in percent]					
	1–2	1–3	1–4	2–3	2–4	3–4
Увеличение на:	55,48	74,35	77,74	42,37	50,00	13,24

На рис. 13 представлена гистограмма площадей (S , м²) расчетных моделей с вантовым покрытием разного архитектурного очертания. Посколь-

ку наибольший интерес представляют всевозможные варианты покрытия с большими площадями, то проанализируем соотношение площадей всех моделей между собой. Детальное сравнение полученных результатов расчета представлено в табл. 4.

6. Обсуждение

Применение облегченных конструкций в строительстве современных зданий и сооружений обеспечивает архитекторам и инженерам большие возможности по созданию неповторимых архитектурных образов путем сочетания конструкций разных видов. Цилиндро-плитно-вантовое покрытие, сочетающее в себе цилиндрическую оболочку нулевой гауссовой кривизны, плоское и вантовое покрытия, позволяет перекрывать значительные площади, в отличие от отдельно взятых пространственных вантовых и цилиндрических покрытий. А предложенные новые архитектурно-конструктивные решения в виде разнообразных архитектурных форм наружного опорного контура в форме полуокружности и полуэллипса дополнительно увеличивают полезную площадь здания без существенных экономических затрат.

В ходе полученных результатов расчета наблюдается интересная особенность работы цилиндрично-вантового покрытия с разными очертаниями наружных опорных контуров при сравнении расчетных моделей:

1) по деформированной схеме вантового покрытия. Для расчетных моделей 1 (с продольным радиусом $R_1 = 15$ м) и 4 (с продольным радиусом $R_4 = 60$ м), несмотря на разные формы («полумесяц», полуэллипс), деформированные схемы вантовой системы практически совпадают, а зоны прогибов цилиндрической оболочки отличаются. Аналогично и для расчетных моделей 2 (с продольным радиусом $R_2 = 30$ м) и 3 (с продольным радиусом $R_3 = 45$ м);

2) по деформированной схеме цилиндрично-плитного покрытия. Расчетные модели 1 (с продольным радиусом $R_1 = 15$ м) и 2 (с продольным радиусом $R_2 = 30$ м) по зонам прогиба цилиндрической оболочки совпадают, а по деформации вантовой системы различаются. То же наблюдается у расчетных моделей 3 и 4.

Заключение

Признанными достоинствами вант и вантовых конструкций являются простота, надежность и экономичность. Вантовые покрытия привлекают архитекторов и инженеров возможностью создания неповторимых архитектурных образов общественных зданий и сооружений, таких как зрелищные му-

зеи, театры, кинотеатры) и спортивные комплексы (крытые и открытые стадионы), торговые центры и др. При их строительстве предпочтительными оказываются висячие вантовые покрытия различных форм, способные перекрывать большие площади и при этом эффективно противостоять весовым, ветровым и сейсмическим нагрузкам.

В висячих покрытиях рассмотренного типа усилия от вант передаются на внутренние и внешние опорные конструкции. Внутренняя металлическая опора, изготовленная, как правило, в виде кольца, является ответственным конструктивным элементом, поскольку она концентрирует опорные реакции от ряда вант. Данная опора должна жестко соединяться с плитой плоского покрытия здания, которая опирается на продольно-поперечные диафрагмы (рис. 2, б). Наружный опорный контур подвержен наибольшим усилиям и деформациям, что приводит к удорожанию указанного конструктивного элемента в вантовом покрытии. При проектировании и строительстве здания (сооружения) рассмотренного типа выбор геометрической формы наружного опорного контура является важным решением. Он во многом определяет прочность и надежность всего здания. Именно поэтому необходимо принимать простые, надежные и вместе с тем экономичные решения для конструктивного оформления наружной опоры вантового покрытия. Полученные расчеты показали, что наиболее предпочтительной оказывается наружная опорная конструкция вантовой системы, выполненная в форме полукруглости (табл. 3).

Одновременно при выборе конструкции наружного безанкерного опорного контура (наружной опоры) необходимо учитывать существенное влияние его архитектурно-геометрической формы на величину полезной площади помещения с вантовым покрытием (табл. 3, 4). В инженерном анализе зданий (сооружений) рассматриваемого типа эффективным приемом оказывается представление вантового (висячего) покрытия в качестве внешнего суперэлемента (Super Elements) [37; 38]. Подобный прием позволяет существенно сократить порядок решаемой задачи, локализовать область с физическим и геометрическим нелинейным деформированием материала, требующую расчета с применением пошаговых либо итерационных методов, и обеспечить возможность расчетного конструирования без пересчета конструкции в целом.

Список литературы

1. Байков В.Н., Сигалов Э.Е. Железобетонные конструкции: общий курс: учебник для вузов. 5-е изд., перераб. и доп. М.: Стройиздат, 1991. 767 с.
2. Зимин С.С., Кокоткова О.Д., Беспалов В.В. Сводчатые конструкции исторических зданий // Строительство уникальных зданий и сооружений. 2015. № 2(29). С. 57–72.
3. Липницкий М.Е. Купола. Расчет и проектирование. Л.: Стройиздат, 1973. 129 с.
4. Гохарь-Хармандарян И.Г. Большепролетные купольные здания. М.: Стройиздат. 1978. 150 с.
5. Виноградов Г.Г. Расчет строительных пространственных конструкций. Л.: Стройиздат, 1990. 262 с.
6. Труцев А.Г. Пространственные металлические конструкции: учеб. пособие для вузов. М.: Стройиздат, 1982. 215 с.
7. Кирсанов Н.М. Висячие и вантовые конструкции: учеб. пособие для вузов. М.: Стройиздат, 1981. 158 с.
8. Дмитриев Л.Г., Касилов А.В. Вантовые покрытия. Расчет и конструирование. 2-е изд., перераб. и дополн. Киев: Будівельник, 1974. 272 с.
9. Кривошапко С.Н. Висячие тросовые конструкции и покрытия сооружений // Строительство уникальных зданий и сооружений. 2015. № 7 (34). С. 51–70.
10. Сапожников А.И. Жизнь зданий в земной стихии. Германия: LAP Lamber Academic Publishing, 2014. 60 с.
11. Кривошапко С.Н. Вантовые структуры // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2016. № 1. С. 9–22.
12. Park K., Park M., Shin S. Design of large space cable roofs with retractable systems to open and close // International Journal of Latest Trends in Engineering and Technology. 2017. Vol. 8. Issue 4–1. Pp. 197–203. <http://dx.doi.org/10.21172/1.841.34>
13. Grunwalda G., Hermekingb T., Prangc T. Kinetic Roof Structure: Msheireb Heart of Doha // Procedia Engineering. 2016. No. 155. Pp. 89–296.
14. Кужахметова Э.Р., Сапожников А.И. Архитектурная выразительность и физиологическая целесообразность зданий с криволинейными поверхностями // Строительные материалы, оборудование, технологии XXI века. 2012. № 11 (166). С. 42–45.
15. Кужахметова Э.Р. Методы расчета вант и вантовых конструкций // Вестник БГТУ имени В.Г. Шухова. 2019. № 2. С. 39–48. DOI: 10.12737/article_5c73fc07ba7858.43737360.
16. Кужахметова Э.Р. Сравнительный анализ работы вант с разной геометрической характеристикой при вертикальном нагружении // Известия Калининградского государственного технического университета. 2017. № 45. С. 235–244.
17. Кужахметова Э.Р. Конструктивные решения расположения вант в цилиндро-плитно-вантовом (ЦПВ) покрытии здания (сооружения) // Вестник БГТУ имени В.Г. Шухова. 2019. № 5. С. 77–89. DOI: 10.34031/article_5ce292ca24bc23.91006970.
18. СП 16.13330.2011. Свод правил. Стальные конструкции. Актуализированная редакция СНиП П-23-81*. М., 2011.
19. Кужахметова Э.Р. Расчет вант с учетом физической и геометрической нелинейности // Известия Калининградского государственного технического университета. 2019. № 55. С. 252–266.

20. СП 63.13330.2011. Свод правил. Бетонные и железобетонные конструкции. СНиП 52-01-2003 с изм. № 1. М., 2011.
21. ГОСТ 27772-2015. Прокат для строительных стальных конструкций. Общие технические условия. М.: Стандартинформ, 2016.
22. Патент РФ № 2705689. Металлическая опора для крепления неразрезного ванта в висячих покрытиях зданий (сооружений) / Кузяхметова Э.Р., Сутырин В.И. 2019. Бюл. № 32. URL: https://www1.fips.ru/registers-doc-view/fips_servlet
23. Рычков С.П. Моделирование конструкций в среде FEMAP with NX NASTRAN. М.: ДМК Пресс. 2013. 784 с.
24. Шумкович Д.Г. Расчет конструкций в MSC/ NASTRAN for Windows. М.: ДМК Пресс, 2003. 448 с. (Серия «Проектирование»).
25. Qing Mac, Makoto Ohsakid, Zhihua Chena, Xiangyu Yanc. Step-by-step unbalanced force iteration method for cable-strut structure with irregular shape // Engineering Structures. 2018. No. 177. Pp. 331–334.
26. Thai H.-T., Kim S.-E. Nonlinear static and dynamic analysis of cable structures // Nonlinear static and dynamic analysis of cable structures. 2011. Vol. 47. Issue 3. Pp. 237–246.
27. Kmet S., Mojdis M. Time-dependent analysis of cable domes using a modified dynamic relaxation method and creep theory // Computer and Structures. 2013. No. 125. Pp. 11–22.
28. Zhou B., Accorsi M., Leonard J.W. Finite element formulation for modeling sliding cable elements // Computer and Structures. 2004. No. 82 (2–3). Pp. 271–280.
29. Guo J., Jiang J. An algorithm for calculating the feasible pre-stress of cable-struts structure // Engineering Structures. 2016. No. 118. Pp. 228–239.
30. Salehi Ahmad Abad M., Shoostari A., Esmaeili V., Naghavi Riabi A. Nonlinear analysis of cable structures under general loadings // Finite Elements in Analysis and Design. 2013. No. 73. Pp. 11–19.
31. СП 17.13330.2017. Кровли. Актуализированная редакция СНиП II-26-76. М., 2017.
32. СП 20.13330.2016. Свод правил. Нагрузки и воздействия. Актуализированная редакция СНиП 2.01.07-85*. М., 2016.
33. Polák M., Plachý T. Determination of Forces in Roof Cables at Administrative Center Amazon Court // Procedia Engineering. 2012. No. 48. Pp. 578–582.
34. Kmet S., Tomko M., Soltys R., Rovnak M., Demjan I. Complex failure analysis of a cable-roofed stadium structure based on diagnostics and tests // Engineering Failure Analysis. 2019. Vol. 103. Pp. 443–461.
35. Кузяхметова Э.Р. Деформация вант при различных условиях нагружения // Известия Калининградского государственного технического университета. 2019. № 52. С. 154–168.
36. Кузяхметова Э.Р. Деформация вант при различных условиях нагружения // Балтийский морской форум: материалы VI Международного Балтийского морского форума: в 6 т. Т. 6. 2018. С. 129–139.
37. Сутырин В.И. Экономичные методы решения конечно-элементных систем, моделирующих сложные конструкции // Известия вузов. Машиностроение. 2000. № 5–6. С. 47–51.
38. Сутырин В.И. Возможности повышения эффективности метода конечных элементов при проектировании корпусных конструкций // Судостроение. 2003. № 6. С. 9–13.

RESEARCH PAPER

Stress-strain state cylinder-plate-cable-stayed roof buildings (structures) with various forms of external support contour

Elvira R. Kuzhakhmetova

Immanuel Kant Baltic Federal University, 14 Aleksandra Nevskogo St, Kaliningrad, 236016, Russian Federation
elja_09@bk.ru

Article history:

Received: January 11, 2020

Revised: March 05, 2020

Accepted: March 12, 2020

Abstract

Relevance. A new wave-like combined (complex) coating design for large-span buildings – a cylinder-plate-cable-stayed roof, combining three types of structures: a cylindrical shell of zero Gaussian curvature, plate and cable-stayed (hanging) roofs are presented. This combination of structures and materials for roof large areas was not chosen by chance. The cable works in tension with its entire cross section only, and the cylindrical shell and plate work in two (longitudinal and transverse) planes. In combination with external influence, they create the necessary design strength, taking into account, at the same time, a rational choice of materials (steel and reinforced concrete). New architectural and constructive solutions of a large-span building with a cylinder-plate-cable-stayed roof are proposed taking into account the different geometric shapes of the external support contour in a form of a semicircle, semiellipse, etc. **The aim of the work** is to analyze the influence of the external support contour (semicircle, semiellipse, and other forms) on the spatial work of internal

Elvira R. Kuzhakhmetova, postgraduate student, engineer, senior lecturer of Institute of Engineering and Technology; eLIBRARY SPIN-code: 1949-1140, ORCID iD: <https://orcid.org/0000-0002-0907-786X>.

For citation

Kuzhakhmetova E.R. Stress-strain state cylinder-plate-cable-stayed roof buildings (structures) with various forms of external support contour. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*. 2020; 16(2):95–110. <http://dx.doi.org/10.22363/1815-5235-2020-16-2-95-110>. (In Russ.)

forces in the combined cylinder-plate-cable-stayed roof of a large-span building. **Methods.** Results of static numerical analysis of spatial models of large-span buildings with different types of external supporting contour in the centralized roofs were made in the FEMAP with NX NAS-TRAN software package. This complex belongs to the CAE – class which implements the finite element method (FEM) and allows on the basis of the physical and geometric nonlinearity of the deformation of structures. **Results.** Calculation study carried out comparative numerical analysis of the stress-strain state of a complex cylinder-plate-cable-stayed roof with different outlines of the support contours on the effect of vertical loads. This determines their rational choice given due consideration to the total cost and useful area of the building. The results of calculating large-span buildings with cylinder-plate-cable-stayed roofs for horizontal (wind) load, on the basis of determination of aerodynamic coefficients, are supposed to be published in the next article.

Keywords: cables, cable-stayed (hanging) roof, hanging system, combined (complex) roof of a large-span building (structure), cylinder-plate-cable-stayed roof of a building (structure), external support, external support contour of cable-stayed roof, anchorless support, internal metal support

References

1. Baikov V.N., Sigalov E.E. *Zhelezobetonnyye konstruksii [Reinforced concrete structures]*. Moscow: Stroizdat Publ.; 1991. (In Russ.)
2. Zimin S.S., Bepalov V.V., Kokotkova O.D. Vault structures of historical buildings. *Construction of Unique Buildings and Structures*. 2015;2(29):57–72. (In Russ.)
3. Lipnizkiy M.E. *Kupola. Raschet i proektirovanie [Domes. Calculation and Design]*. Leningrad: Stroyizdat Publ.; 1973. (In Russ.)
4. Gokhar'-Harmadaryan I.G. *Bol'sheproletnyye kupol'nyye zdaniya [Wide-Span Dome Buildings]*. Moscow, Stroyizdat Publ.; 1978. (In Russ.)
5. Vinogradov G.G. *Raschet stroitel'nykh prostranstvennykh konstruksiy [Calculation of building spatial structures]*. Leningrad, Stroizdat Publ.; 1990. (In Russ.)
6. Trushchev A.G. *Prostranstvennyye metallicheskiye konstruksii [Spatial metal structures]: textbook for universities*. Moscow, Stroizdat Publ.; 1982. (In Russ.)
7. Kirsanov N.M. *Visyachiye i vantovyye konstruksii [Hanging and cable structures]: textbook for universities*. Moscow, Stroizdat Publ.; 1981. (In Russ.)
8. Dmitriev L.G., Kasilov A.V. *Vantovyye pokrytiya. Raschet i konstruirovaniye [Cable-stayed coverings. Calculation and design]*. 2nd ed., revised and enlarged. Kiev, Budivelnik Publ.; 1974. (In Russ.)
9. Krivoshapko S.N. Suspension cable structures and roof of erections. *Construction of Unique Buildings and Structures*. 2015;7(34):51–70. (In Russ.)
10. Sapozhnikov A.I. *Zhizn' zdaniy v zemnoy stikhii [The life of buildings in the earth element]*. Germany, LAP Lamber Academic Publishing; 2014. (In Russ.)
11. Krivoshapko S.N. Cable-stayed structures. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*. 2016; (1):9–22. (In Russ.)
12. Park K., Park M., Shin S. Design of large space cable roofs with retractable systems to open and close. *International Journal of Latest Trends in Engineering and Technology*. 2017;8(4–1):197–203. <http://dx.doi.org/10.21172/1.841.34>
13. Grunwalda G., Hermekingb T., Prange T. Kinetic Roof Structure: Msheireb Heart of Doha. *Procedia Engineering*. 2016;(155):289–296. doi: 10.1016/j.proeng.2016.08.031.
14. Kuzhakhmetova E.R., Sapozhnikov A.I. Architectural expressiveness and physiological expediency of buildings with curvilinear surfaces. *Building materials, equipment, technologies of the 21st century*. 2012;11(166):42–45. (In Russ.)
15. Kuzhakhmetova E.R. Methods of calculating cables and cable structures. *Bulletin of BSTU named after V.G. Shukhov*. 2019;(2):39–48. DOI: 10.12737/article_5c73fc07ba7858.43737360. (In Russ.)
16. Kuzhakhmetova E.R. Comparative analysis of the work of the guys with different geometric characteristics under vertical loading. *News of Kaliningrad State Technical University*. 2017;(45):235–244. (In Russ.)
17. Kuzhakhmetova E.R. Constructive solutions of guys location in cylindrical-slab-guy covering of building (construction). *Bulletin of BSTU named after V.G. Shukhov*. 2019;(5):77–89. DOI: 10.34031/article_5ce292ca24bc23.91006970. (In Russ.)
18. SP 16.13330.2011. *Stal'nyye konstruksii. Aktualizirovannaya redaktsiya SNIp II-23-81** [Steel construction. Updated edition of SNIp II-23-81*]. Moscow; 2011. (In Russ.)
19. Kuzhakhmetova E.R. Calculation of the cables with regard to the geometric and physical nonlinearity. *News of Kaliningrad State Technical University*. 2019;(55):252–266. (In Russ.)
20. SP 63.13330.2011. *Svod pravil. Betonnyye i zhelezobetonnyye konstruksii [Set of rules. Concrete and reinforced concrete structures]*. SNIp 52-01-2003 rev., no. 1. Moscow; 2011. (In Russ.)
21. GOST 27772-2015. *Prokat dlya stroitel'nykh stal'nykh konstruksiy. Obshchiye tekhnicheskiye usloviya [Rolled products for structural steel constructions. General specifications]*. Moscow, Standartinform Publ.; 2016. (In Russ.)
22. Kuzhakhmetova E.R., Sutyurin V.I. *Metallicheskaya opora dlya krepleniya nerazreznogo vanta v visyachikh pokrytiyakh zdaniy (sooruzheniy) [Metal support for fixation of non-continuous guy in pendant coating of buildings (structures)]*. Patent RUS No. 2705689. Bul. No. 32. 2019. https://www1.fips.ru/registers-doc-view/fips_servlet. (In Russ.)
23. Rychkov S.P. *Modelirovaniye konstruksiy v srede FEMAP with NX NASTRAN [Structural modeling in FEMAP with NX NASTRAN]*. Moscow: DMK Press; 2013. (In Russ.)

24. Shimkovich D.G. *Raschet konstruksiy v MSC/NASTRAN for Windows* [Structural Analysis in MSC/NASTRAN for Windows]. Moscow, DMK Press; 2003. (Series “Design”). (In Russ.)
25. Qing Ma, Makoto Ohsaki, Zhihua Chen, Xiangyu Yan. Step-by-step unbalanced force iteration method for cable-strut structure with irregular shape. *Engineering Structures*. 2018;(177):331–334. <https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2018.09.081>
26. Thai H.-T., Kim S.-E. Nonlinear static and dynamic analysis of cable structures. *Finite Elements in Analysis and Design*. 2011;(47):237–246. <https://doi.org/10.1016/j.finel.2010.10.005>
27. Kmet S., Mojdis M. Time-dependent analysis of cable domes using a modified dynamic relaxation method and creep theory. *Computer and Structures*. 2013;(125):11–22. <https://doi.org/10.1016/j.compstruc.2013.04.019>
28. Zhou B., Accorsi M.L., Leonard J.W. Finite element formulation for modeling sliding cable elements. *Computer and Structures*. 2004;82(2–3):271–280. <https://doi.org/10.1016/j.compstruc.2003.08.006>
29. Guo J., Jiang J. An algorithm for calculating the feasible pre-stress of cable-struts structure. *Engineering Structures*. 2016;(118):228–239. <https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2016.03.058>
30. Mostafa Salehi Ahmad Abad, Ahmad Shooshtari, Vahab Esmaeili, Alireza Naghavi Riabi Nonlinear analysis of cable structures under general loadings. *Finite Elements in Analysis and Design*. 2013;(73):11–19. <https://doi.org/10.1016/j.finel.2013.05.002>
31. SP 17.13330.2017. *Krovli. Aktualizirovannaya redaktsiya SNIiP II-26-76* [The roofs. SNIiP II-26-76]. Moscow; 2017. (In Russ.)
32. SP 20.13330.2016. *Nagruzki i vozdeystviya. Aktualizirovannaya redaktsiya SNIiP 2.01.07-85** [Loads and impacts. SNIiP 2.01.07-85*]. Moscow; 2016. (In Russ.)
33. Polák M., Plachý T. Determination of Forces in Roof Cables at Administrative Center Amazon Court. *Procedia Engineering*. 2012;(48):578–582. <https://doi.org/10.1016/j.proeng.2012.09.556>
34. Kmet S., Tomko M., Soltys R., Rovnak M., Demjan I. Complex failure analysis of a cable-roofed stadium structure based on diagnostics and tests. *Engineering Failure Analysis*. 2019;(103):443–461. <https://doi.org/10.1016/j.engfailanal.2019.04.051>
35. Kuzhakhmetova E.R. Deformation of guys under different loading conditions. *News of Kaliningrad State Technical University*. 2019;(52):154–168. (In Russ.)
36. Kuzhakhmetova E.R. Deformation of guys under different loading conditions. *Advanced technologies, machines and mechanisms in mechanical engineering and construction: Materials of the VI International Baltic Sea Forum 2018* (Kaliningrad, September 3–6, 2018). 2018;6: 129–140. (In Russ.)
37. Sutyurin V.I. Economical methods for solving finite element systems modeling complex structures. *News of universities. Engineering*. 2000;(5–6):47–51. (In Russ.)
38. Sutyurin V.I. Opportunities for increasing the efficiency of the finite element method in the design of structures. *Sudostroyeniye*. 2003;(6):9–13. (In Russ.)

DOI 10.22363/1815-5235-2020-16-2-111-121
УДК 624.074.2:624.014:693.8

НАУЧНАЯ СТАТЬЯ

Напряженное состояние меридиональных ребер металлического купола на разных этапах навесного монтажа

Е.В. Лебедь*, **В.П. Вершинин**Национальный исследовательский Московский государственный строительный университет, *Российская Федерация, 129337, Москва, Ярославское шоссе, 26*

*evglebed@mail.ru

История статьи:

Поступила в редакцию: 31 января 2020 г.

Доработана: 04 марта 2020 г.

Принята к публикации: 15 марта 2020 г.

Аннотация

Цель. Выполнить анализ напряженного состояния меридиональных ребер металлического ребристо-кольцевого купола на разных стадиях навесного монтажа его каркаса. Купол имеет полусферическую форму и собирается из отдельных элементов от опорного контура к вершине. Из-за разного наклона элементов меридиональных ребер на разных ярусах в процессе монтажа изменяется их напряженное состояние. Выяснялось, как навесной монтаж металлического купола отражается на напряженном состоянии его меридиональных ребер. Задачей исследования являлось установление закономерности изменения напряженного состояния меридионального ребра с монтажом каждого вышерасположенного яруса купольного каркаса. **Методы.** Разработана компьютерная модель металлического ребристо-кольцевого купола из стальных двутавров с жесткими сопряжениями в узлах. Созданы несколько дополнительных монтажных моделей неполного каркаса для исследования напряжений в ребрах купола на разных стадиях навесного монтажа. Для каждой монтажной модели купольного каркаса выполнены компьютерные расчеты на действие собственного веса. В результате расчетов определены напряжения в меридиональных ребрах каркаса монтажных схем, которые сравнивались с аналогичными напряжениями в каркасе проектной схемы. **Результаты.** Представлены графики изменения напряженного состояния меридионального ребра металлического купола по стадиям навесного монтажа. Показаны диаграммы изменения степени использования прочности стали на разных стадиях монтажа. Дана оценка напряженным состояниям при навесном монтаже купольного каркаса. Отмечены неизбежность монтажных напряжений при навесном монтаже и их влияние на надежность купола.

Ключевые слова: ребристо-кольцевой купол, металлический каркас, навесной монтаж, напряженное состояние, компьютерная модель, напряжения в ребрах

Для цитирования

Лебедь Е.В., Вершинин В.П. Напряженное состояние меридиональных ребер металлического купола на разных этапах навесного монтажа // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2020. Т. 16. № 2. С. 111–121. <http://dx.doi.org/10.22363/1815-5235-2020-16-2-111-121>

Введение

Каркасы металлических большепролетных куполов представляют собой пространственные стержневые системы. Это создает необходимую жесткость и надежность куполов при использовании в каче-

стве покрытий зданий. Благодаря экономичности расхода металла купола занимают ведущее место среди выпуклых пространственных конструкций [1; 2]. Купола обладают выразительным внешним обликом и имеют большое распространение в строительной практике по всему миру [3].

Большепролетные купольные покрытия не являются на месте строительства целиком. Этому предшествует длительный процесс возведения, во время которого они постепенно приобретают свою реальную конструктивную и геометрическую форму [4; 5]. В процессе монтажа сначала появляются

Лебедь Евгений Васильевич, кандидат технических наук, доцент кафедры металлических и деревянных конструкций; eLIBRARY SPIN-код: 5297-2700.

Вершинин Владимир Петрович, кандидат технических наук, доцент кафедры металлических и деревянных конструкций. eLIBRARY AuthorID: 2876.

© Лебедь Е.В., Вершинин В.П., 2020



This work is licensed under a Creative Commons Attribution 4.0 International License
<https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>

лишь отдельные фрагменты купольного каркаса. Затем эти фрагменты постепенно увеличиваются путем добавления все новых и новых конструктивных элементов купола. Только по завершении монтажа купольного каркаса образуется полная конструктивная и расчетная схема купольного покрытия. Монтаж купола сопровождается непрерывным преобразованием разных по сложности конструктивных систем. На разных этапах монтажа в неполных каркасах возникают разные расчетные схемы, отличающиеся от проектной. На них еще нет ограждающих конструкций, но есть нагрузки от собственного веса каркаса, которые создают напряженно-деформированное состояние в его элементах [5; 6]. Отметим также, что разные расчетные схемы характеризуются также и различной нагрузкой.

На способ монтажа куполов влияют конструктивное решение их каркасов, пролет и высота. При этом способ возведения выбирается с учетом размеров его отдельных элементов и их возможности воспринимать монтажные нагрузки [7; 8]. Способ монтажа определяет выбор подъемно-транспортных машин и механизмов. От вида способа монтажа зависят технологичность и продолжительность возведения купола.

Большое количество купольных металлических покрытий построено с применением разных систем временных опор [8]. Обычно подобным образом возводятся относительно невысокие или пологие купола [9]. В высоких или крутых куполах может быть применен навесной монтаж, когда в процессе возведения совсем не используются временные опоры. Но в таких куполах должно быть обеспечено жесткое сопряжение элементов каркаса друг с другом. Монтаж навесным способом осуществляется от основания, когда сначала устраивается опорный контур, а затем устанавливаются ярус за ярусом остальные конструктивные элементы купольного каркаса.

В обоих случаях конструктивные элементы каркаса прикрепляются к узлам собранной ранее части купольного каркаса. Так как все элементы обладают собственным весом, то прикрепление элементов каждого следующего яруса вызывает в частично собранной части купольного каркаса напряженное состояние. На каждой стадии возведения образуется монтажная расчетная схема. Каждая монтажная расчетная схема купольного каркаса отличается как от проектной схемы каркаса полностью смонтированного купола, так и от предыдущих монтажных схем. Поэтому в процессе возведения купола в элементах каждой монтажной расчетной схемы возникают напряжения, отличающиеся от напряжений в элементах каркаса проектной схемы, а также предыдущих монтажных схем.

При навесном монтаже работа конструктивных элементов или фрагментов купольного каркаса похожа на работу консолей. Это сопряжено с образованием относительно больших изгибающих моментов в сечениях в местах прикрепления их к уже собранной части купольного каркаса. Следовательно, узловые сопряжения конструкций в каркасе и сечения самих элементов должны обладать необходимой изгибной жесткостью. Поэтому в одноярусных купольных каркасах в качестве стержневых элементов используются только двутавры [8].

1. Исследование

При навесном монтаже ребристо-кольцевых куполов наибольшие напряжения испытывают меридиональные ребра. С целью выяснения характера напряженного состояния меридиональных ребер металлического ребристо-кольцевого купола на разных стадиях навесного монтажа его каркаса были выполнены специальные компьютерные исследования. Они проводились на компьютерных моделях купольного каркаса как пространственных стержневых систем [10; 11] в программе SCAD. Напряжения определялись по величинам внутренних усилий в стержнях меридиональных ребер купольного каркаса.

Объектом исследования служил каркас одноярусного ребристо-кольцевого купола полусферической формы из 30 секторов, изображенного на рис. 1. Узлы каркаса купола расположены на сферической поверхности с радиусом кривизны 20 м, пролетом 40 м и высотой 19,83 м. Во всех узлах купольного каркаса приняты жесткие сопряжения между элементами.

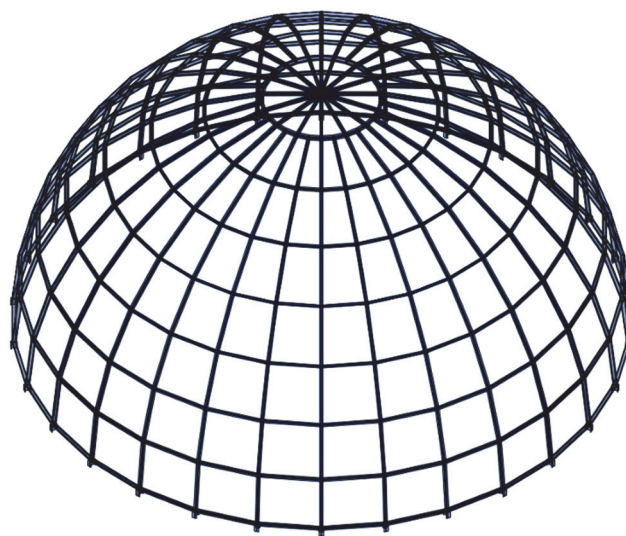


Рис. 1. Каркас ребристо-кольцевого купола
[Figure 1. The skeleton of the ribbed ring-shape dome]

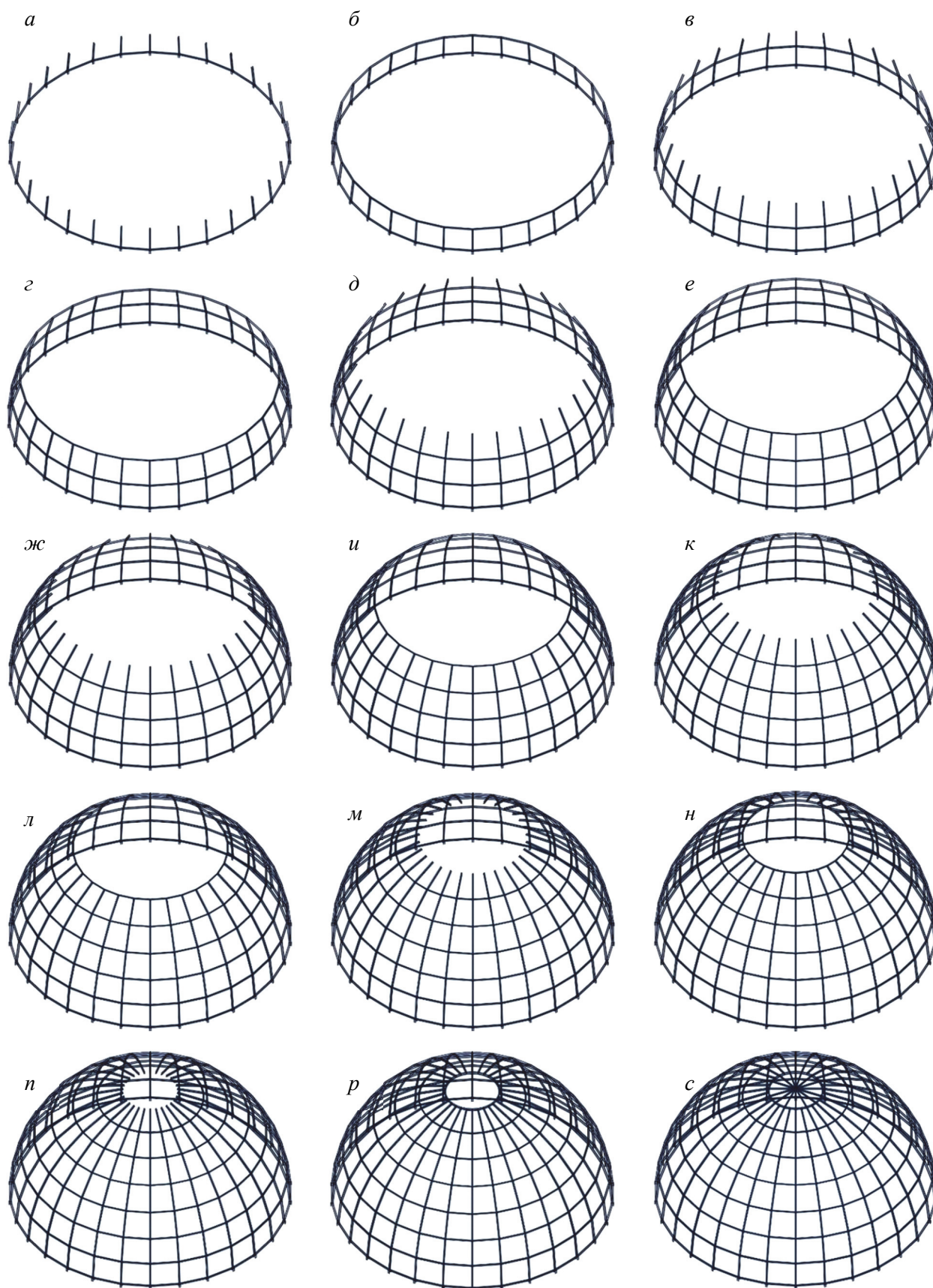


Рис. 2. Этапы монтажа каркаса исследуемого ребристо-кольцевого купола:
a – 1; *б* – 2; *в* – 3; *г* – 4; *д* – 5; *е* – 6; *ж* – 7; *и* – 8; *к* – 9; *л* – 10; *м* – 11; *н* – 12; *п* – 14; *с* – 15
[Figure 2. The stages of the ribbed ring-shape dome skeleton erection process:
a – 1; *б* – 2; *в* – 3; *г* – 4; *д* – 5; *е* – 6; *ж* – 7; *и* – 8; *к* – 9; *л* – 10; *м* – 11; *н* – 12; *п* – 14; *с* – 15]

На основе приближенного расчета купола проектной схемы на несимметричные нагрузки ребра назначены из стального двутавра 26Ш1, верхнее кольцо – из двутавра 30Ш1, остальные кольца – из двутавра 23Ш1. Расстояние между кольцами вдоль меридионального ребра 3,9 м, расстояние между ребрами вдоль колец от 0,81 м у верхнего кольца до 4,18 м у нижнего кольца. Каркас купола опирается на условные короткие консольные стойки длиной 0,5 м из стального двутавра 40Ш3 (рис. 1).

Монтаж купола выполняется отдельными стержневыми элементами от опорного контура к вершине по ярусам. Предполагалось, что опорный контур уже закреплен у основания. Сначала устанавливаются элементы меридиональных ребер по всему контуру, затем на них устанавливаются кольцевые элементы. Для исследования напряженного состояния ребристо-кольцевого купола рассматривались промежуточные монтажные этапы купольного каркаса. Каждый этап подразумевал установленные по всему контуру элементы. Таких этапов с позиции монтажа в рассматриваемом купольном каркасе насчитывается четырнадцать (рис. 2).

Например, сначала выполняется монтаж стержней меридиональных ребер первого яруса (рис. 2, а), затем на них устанавливают кольцевые стержни (рис. 2, б). Такой же процесс повторяется для 2-го яруса (рис. 2, в, г), затем для третьего (рис. 2, д, е), четвертого (рис. 2, ж, и), пятого (рис. 2, к, л), ше-

стого (рис. 2, м, н) и седьмого (рис. 2, п, р). На пятнадцатом этапе (рис. 2, с) производится монтаж звездообразной вершины, который уже не отражается на монтажном напряженном состоянии меридиональных ребер. Поэтому исследование производилось на основе статического расчета компьютерных моделей каркаса каждой из четырнадцати монтажных схем промежуточных стадий возведения и проектной схемы купола на действие нагрузки только от собственного веса элементов каркаса.

Установка элементов меридиональных ребер как консолей под наклоном вызывает появление значительных изгибающих моментов. Изгибающие моменты меридионального ребра на каждом этапе монтажа изменяются. Из-за разного наклона элементов меридиональных ребер на разных ярусах в процессе монтажа изменяются и величины моментов, что отражается на их напряженном состоянии.

Общая картина изменений изгибающих моментов по длине меридионального ребра показана на рис. 3 для монтажа элементов ребер и на рис. 4 для монтажа колец. Из этих рисунков видно, что значительные «всплески» моментов на меридиональном ребре наблюдаются на разных этапах монтажа на консольном устанавливаемом элементе меридионального ребра и на предшествующем консольному. Причем по мере монтажа следующих ярусов «всплески» перемещаются на них, а на предыдущих ярусах исчезают.

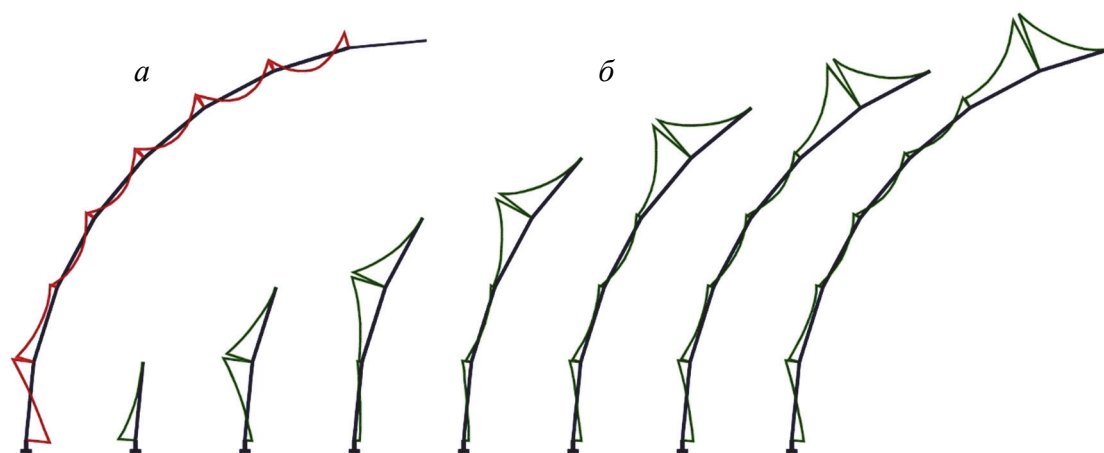


Рис. 3. Эпюры моментов M_x в меридиональном ребре купола проектной схемы (а) и на разных этапах (б) монтажа при установке стержней ребра

[Figure 3. Meridional rib M_x moment diagrams for (a) the design model and (b) the models correspondent to an instant of rib elements mounting at different erection stages]

Такой ярко выраженной картины изменения изгибающих моментов на разных этапах монтажа по длине меридионального ребра при поярусной установке колец не наблюдается.

Изгибающие моменты в вертикальной плоскости при монтаже элементов ребер в консольном и предыдущем стержнях $M_{xM,i}$, начиная с монта-

жа второго яруса, по величине превышают проектные $M_{хп,i}$ в несколько раз (рис. 5).

Изгибающие же моменты в вертикальной плоскости при монтаже колец в консольном и предыдущем стержнях $M_{хм,i}$ достигают величины проектных $M_{хп,i}$ только начиная с монтажа третьего

яруса (рис. 6), и самые большие по величине моменты возникают с противоположной стороны ребер.

Установка консольных элементов меридиональных ребер приводит к появлению значительных деформаций по сравнению с перемещениями каркаса проектной схемы.

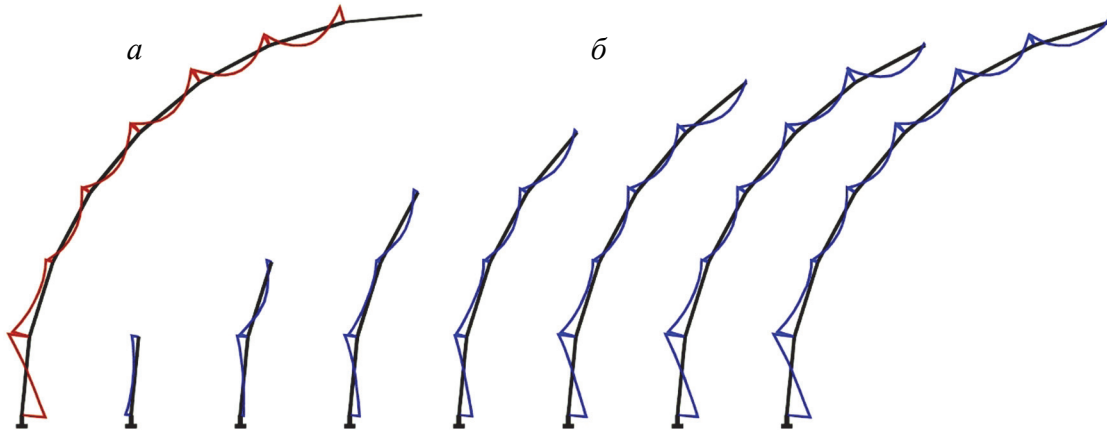


Рис. 4. Эпюры моментов M_x в меридиональном ребре купола проектной схемы (а) и на разных этапах (б) монтажа при установке колец
 [Figure 4. Meridional rib M_x moment diagrams for (a) the design model and (б) the models correspondent to an instant of rings mounting at different erection stages]



Рис. 5. Отношение $M_{хм,i}/M_{хп,i}$ в поярусных элементах ребер при установке консольных ребер:

$M_{хм,i}$ – монтажный момент; $M_{хп,i}$ – проектный момент; а – консольный стержень; б – предыдущий стержень

[Figure 5. $M_{хм,i}/M_{хп,i}$ ratio in tier ribs elements at an instant of cantilever ribs mounting:

$M_{хм,i}$ – assembly moment; $M_{хп,i}$ – design moment; а – cantilever rod; б – preceding rod]

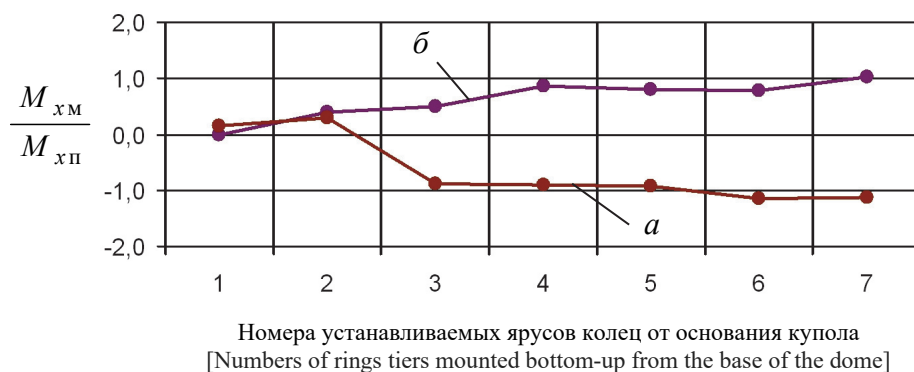


Рис. 6. Отношение $M_{xm,i} / M_{xp,i}$ в поярусных элементах ребер при установке крайних колец:

$M_{xm,i}$ – монтажный момент; $M_{xp,i}$ – проектный момент; *a* – консольный стержень; *б* – предыдущий стержень

[Figure 6. $M_{xm,i} / M_{xp,i}$ ratio in tier ribs elements at an instant of edge rings mounting:

$M_{xm,i}$ – assembly moment; $M_{xp,i}$ – design moment; *a* – cantilever rod; *б* – preceding rod]

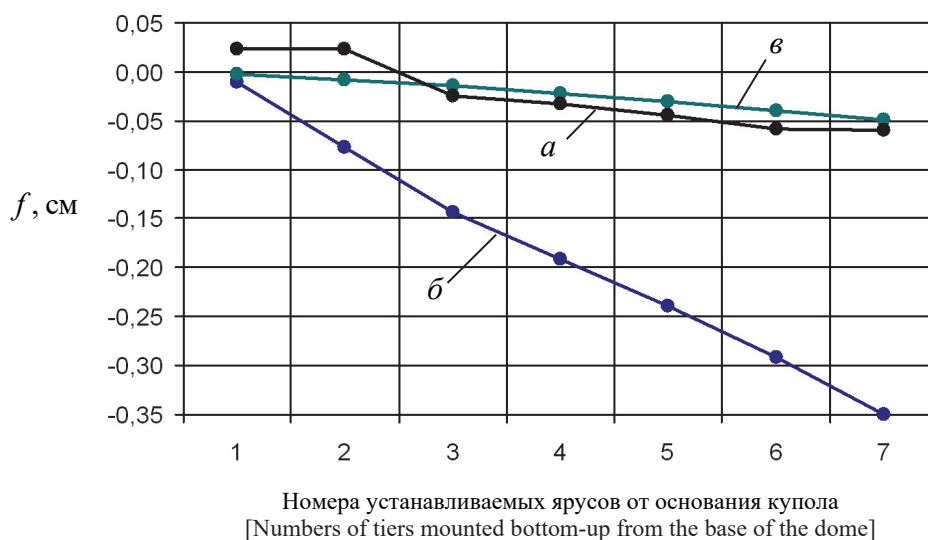


Рис. 7. Перемещения по нормали крайних узлов меридиональных элементов:

a – проектная схема; *б* – монтаж ребер; *в* – монтаж колец

[Figure 7. Normal displacements of meridional elements edge parts:

a – design scheme; *б* – ribs mounting; *в* – rings mounting]

На рис. 7 приведены графики изменения деформаций $f = \sqrt{f_v^2 + f_h^2}$, условно названных «нормальными», крайних узлов монтажных схем и аналогичных им узлов проектной схемы. Эти графики показывают, что при установке консолей меридиональных ребер деформации увеличены по сравнению с проектной схемой в этих же узлах в несколько раз: в 4,3 раза на 2-м ярусе и в 5,9 раза на 7-м ярусе.

Вместе с тем из графиков рис. 7 видно, что деформация от установленных колец практически не отличается от проектной деформации. Можно пред-

положить, что после контурного замыкания колец в силу пространственной работы нижней части купольного каркаса его деформации почти не изменятся в силу малости нагрузки от собственного веса.

Консольные деформации меридиональных ребер при навесном монтаже купольного каркаса из-за постоянного действия гравитационных сил никуда не исчезают. При установке всех элементов колец с контурным замыканием они фактически фиксируются в своем естественном при монтаже положении, так как кольца не могут позволить соединенным ими узлам вернуться в проектное по-

ложение. А это означает, что полученные при консольном изгибе напряжения в меридиональных ребрах сохраняются.

Следует выяснить, насколько существенны эти напряжения и могут ли они повлиять на напряженное состояние каркаса в процессе эксплуатации купола.

Анализ работы стержневых систем купольного типа на компьютерных расчетных моделях проводился многими исследователями. Например, изучалось напряженное состояние каркасов при изменении геометрических параметров купола [12; 13], при выходе из строя групп элементов [14], при разных геометрических схемах каркаса [15], при разных отношениях высоты купола к диаметру [16], при изменениях пролетов куполов [17], при включении ограждений ячеек в работу [18]. Начало авторским исследованиям было положено при сравнении работы купольного каркаса способами подрачивания и нарачивания [19].

2. Результаты

Выполнен анализ напряженного состояния в монтажных и проектной схемах, и эти состояния сопоставлены друг с другом. При работе купольного каркаса проектной схемы и всех монтажных схем на действие собственного веса их элементы находятся в состоянии действия продольной силы с изгибом. При этом меридиональные ребра испытывают сжатие с изгибом как в проектной, так и в монтажных схемах. Нормальные напряжения в каждом i -ом элементе меридионального ребра вычисляются по формуле

$$\sigma_i = \frac{N_i}{A_i} \pm \frac{M_{x,i}}{W_{x,i}} \pm \frac{M_{y,i}}{W_{y,i}}. \quad (1)$$

Поскольку от симметричной вертикальной нагрузки $M_{y,i} = 0$, то можно записать

$$\sigma_i = \sigma_{A,i} \pm \sigma_{x,i}. \quad (2)$$

Продольная сила и в проектной схеме, и в монтажной схеме возникает от веса элементов, которые не изменяются в процессе монтажа. Происходит лишь суммирование долевой части весов тех элементов, которые оказывают на рассматриваемый элемент свое влияние. Это учитывается расчетом каркаса проектной схемы.

Изгибающий же момент конкретного элемента меридионального ребра зависит от расчетной схемы, которая в процессе монтажа изменяется и

в начальный момент монтажа как консоли существенно отличается от проектной. Консольный изгиб элементов меридиональных ребер при монтаже вызывает появление дополнительных по сравнению с проектным изгибом напряжений. Для определения величин таких напряжений воспользуемся отношением моментов, возникающих в консольной схеме, к моментам, возникающим в проектной схеме, то есть $M_{xм,i}/M_{xп,i}$ (см. рис. 5). Поскольку всегда известно, какая доля напряжений $\sigma_{xп,i}$ в ребрах проектной схемы возникает только от изгиба $M_{xп,i}$, то напряжения от консольного монтажа ребер можно определить по формуле

$$\sigma_{xм,i} = \frac{M_{xм,i}}{M_{xп,i}} \cdot \sigma_{xп,i}. \quad (3)$$

Напряжения в меридиональных ребрах проектной схемы от изгиба не превышают $0,14 \text{ кН/см}^2$ и составляют менее 40 % суммарных напряжений от N_i и $M_{x,i}$.

На рис. 8 представлены графики изменения нормальных напряжений по ярусам проектной схемы и монтажных схем на разных этапах. Эти графики свидетельствуют о том, что напряжения от устанавливаемых элементов меридиональных ребер по консольной схеме не только сопоставимы по величине и знаку с напряжениями проектной схемы, но намного превосходят их в верхней части купольного каркаса.

Графики рис. 8 показывают также, что у основания купольного каркаса напряжения от навесного способа возведения минимальны и в несколько раз меньше напряжений проектной схемы. С увеличением высоты монтируемого яруса напряжения в консольных элементах меридиональных ребер возрастают и достигают уровня напряжений проектной схемы уже на четвертом ярусе. При навесном монтаже верхней части купольного каркаса напряжения в устанавливаемых элементах меридиональных ребер более чем в 2,5 раза превосходят напряжения в этих же элементах проектной схемы.

С целью получения сведений об уровне напряжений в меридиональных ребрах купольного каркаса на монтируемых ярусах с установленными консольными элементами ребер или колец по ним в процессе исследования были построены диаграммы степени использования прочностных свойств стали С245 в сравнении с проектной схемой.

На рис. 9 показана диаграмма с отношением напряжений в консольном и предыдущем элемен-

тах к расчетному сопротивлению стали $|\sigma_i|/R_y$, умноженному на 100, при поярусном монтаже ребер. На рис. 10 показана диаграмма с отношением

напряжений в консольном и предыдущем элементах к расчетному сопротивлению стали $|\sigma_i|/R_y$, умноженному на 100, при поярусном монтаже колец.

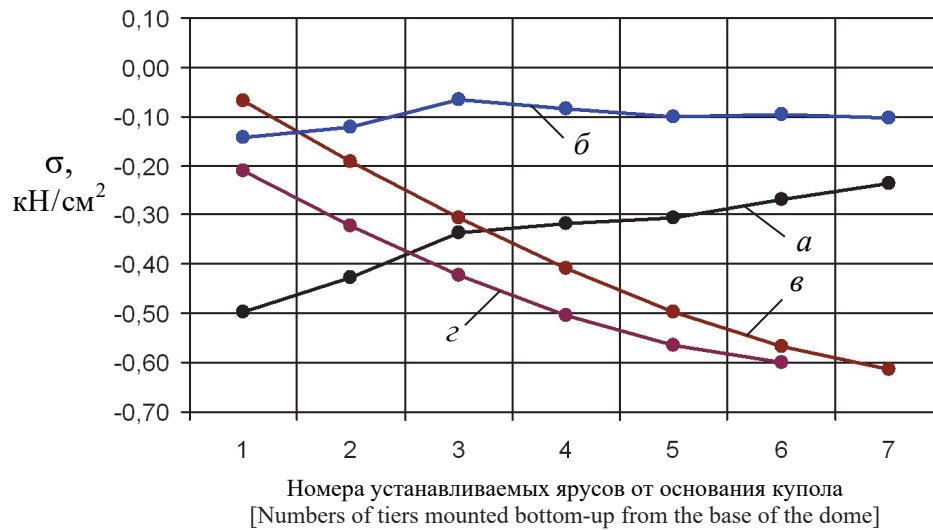


Рис. 8. Сжимающие напряжения σ_i в элементах меридиональных ребер разных схем:

a – проектная в ярусах σ_i ; *b* – проектная только от изгиба $\sigma_{x,i}$;

v – монтажная в консоли $\sigma_{xm,i}$; *z* – монтажная перед консолью – $\sigma_{xm,i}$

[Figure 8. Compressive stress σ_i in the meridional ribs elements within different models:

a – design stress σ_i in tiers; *b* – bending design stress $\sigma_{x,i}$;

v – assembly stress $\sigma_{xm,i}$ in the cantilever; *z* – assembly stress $\sigma_{xm,i}$ at the cantilever boundary]

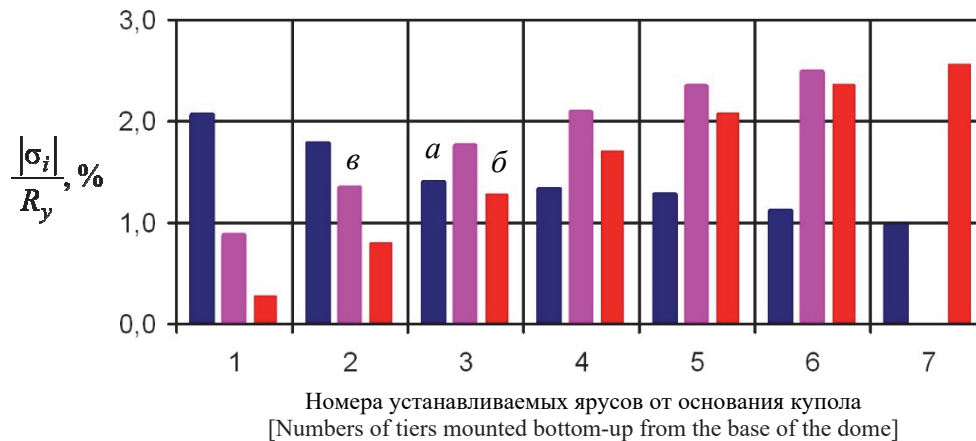


Рис. 9. Отношение $|\sigma_i|/R_y$ в % в элементах ребер при навесном монтаже после установки ребер:

a – проектная схема; *b* – консольный элемент ребра; *v* – предыдущий элемент ребра

[Figure 9. $|\sigma_i|/R_y$ percentage ratio in ribs elements during overhang erection after the ribs mounting:

a – design scheme; *b* – rib cantilever element; *v* – preceding rib element]

Из этих диаграмм видно, что смонтированные до замкнутого состояния на каждом этапе навесного монтажа кольца практически не влияют на напряженное состояние меридиональных ребер купо-

ла. Выяснилось также, что устанавливаемые как консоли элементы ребер при навесном монтаже металлического купола отражаются на напряженном состоянии меридиональных ребер. Монтажные напря-

жения от консольного изгиба ребер при навесном монтаже сначала небольшие (0,3 % R_y) ввиду маленького наклона, а затем увеличиваются к вершине купола и могут достигать 2,5 % прочности

стали. В то же время наиболее нагруженный элемент в нижней части купольного каркаса в проектной схеме в состоянии завершенной сборки испытывает напряжение 2,1 % прочности стали.

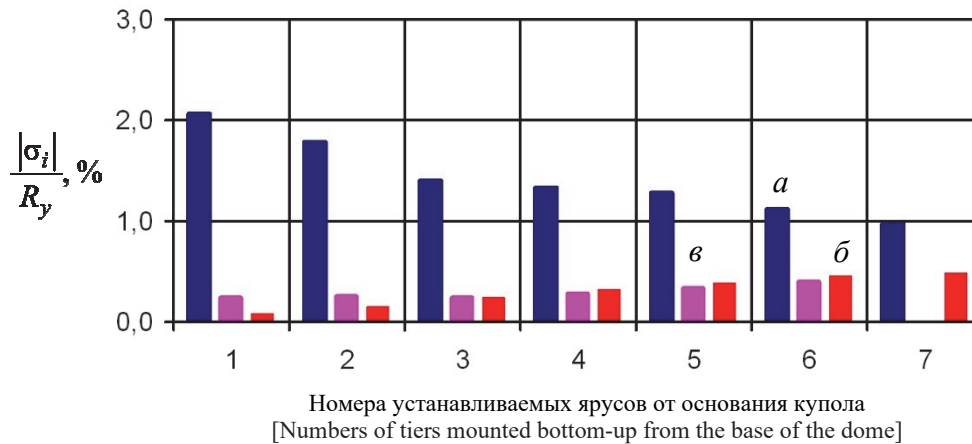


Рис. 10. Отношение $|\sigma_i|/R_y$, в % в элементах ребер при навесном монтаже после установки колец:

a – проектная схема; *б* – консольный элемент ребра; *в* – предыдущий элемент ребра

[Figure 10. $|\sigma_i|/R_y$ percentage ratio in ribs elements during overhang erection after the rings mounting:

a – design scheme; *б* – rib cantilever element; *в* – preceding rib element]

Заключение

На основании изложенного материала можно сделать следующие выводы.

В процессе навесного монтажа ребристо-кольцевых большепролетных металлических куполов в меридиональных ребрах их каркасов неизбежно появляются монтажные напряжения.

Основное влияние на возникновение монтажных напряжений оказывают элементы меридиональных ребер, устанавливаемые на монтируемых ярусах по консольной схеме.

Монтажные напряжения от устанавливаемых элементов меридиональных ребер по консольной схеме не только сопоставимы по величине и знаку с напряжениями проектной схемы, но и существенно превосходят их в верхней части купольного каркаса.

При проектировании ребристо-кольцевых куполов большого пролета и выборе навесного монтажа следует производить расчет его каркаса на монтажные напряженные состояния с учетом их влияния на эксплуатационную надежность сооружения.

Наличие монтажных напряжений в меридиональных ребрах большепролетного металлического купола при навесном монтаже не может служить основанием для отказа от навесного монтажа купола, так как такие напряжения присутствуют при любом способе возведения.

Необходимо продолжить исследования напряженных состояний в меридиональных ребрах при навесном монтаже большепролетных металлических куполов и способов их уменьшения.

Список литературы

1. Тур В.И. Купольные конструкции: формообразование, расчет, конструирование, повышение эффективности. М.: АСВ, 2004. 96 с.
2. Гохарь-Хармандарян И.Г. Большепролетные купольные здания. М.: Стройиздат, 1978. 150 с.
3. Кривошапко С.Н. Металлические ребристо-кольцевые и сетчато-стержневые оболочки XIX – первой половины XX-го веков // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2014. № 6. С. 4–15.
4. Металлические конструкции: справочник проектировщика: в 3 т. Т. 2. Стальные конструкции зданий и сооружений / под общ. ред. В.В. Кузнецова; ЦНИИ-проектстальконструкция имени Н.П. Мельникова. М.: АСВ, 1998. 512 с.
5. Торкатюк В.И. Монтаж конструкций большепролетных зданий. М.: Стройиздат, 1985. 170 с.
6. Гофштейн Г.Е., Ким В.Г., Ницев В.Н., Соколова А.Д. Монтаж металлических и железобетонных конструкций. М.: Стройиздат, 2004. 528 с.
7. Лебедь Е.В., Алукаев А.Ю. Большепролетные металлические купольные покрытия и их возведение // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2018. Т. 14. № 1. С. 4–16.

8. Лебедь Е.В. Особенности работы каркасов большепролетных металлических куполов в процессе их возведения // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2018. Т. 14. № 6. С. 481–494.
9. Mukaiyama Youichi, Fujino Terumasa, Kuroiwa Yoshihiko, Ueki Takashi. Erection Methods for Space Structures // Evolution and Trends in Design, Analysis and Construction of Shell and Spatial Structures: Proceedings of the International Association for Shell and Spatial Structures (IASS) Symposium 2009, Valencia, Spain, 2009. Pp. 1951–1962.
10. Карпиловский В.С., Криксунов Э.З., Маляренко А.А., Перельмутер А.В., Перельмутер М.А. SCAD Office. Вычислительный комплекс SCAD. М.: АСВ, 2004. 592 с.
11. Городецкий А.С., Евзеров И.Д. Компьютерные модели конструкций. К.: Факт, 2005. 344 с.
12. Chandiwala Anuj. Analysis and design of steel dome using software // International Journal of Research in Engineering and Technology (IJRET). 2014. Vol. 3. Issue 3. Pp. 35–39.
13. Jadhav H.S., Patil Ajit S. Parametric Study of Double Layer Steel Dome with Reference to Span to Height Ratio // International Journal of Science and Research (IJSR). India Online. 2013. Vol. 2. Issue 8. Pp. 110–118.
14. Handruleva A., Matuski V., Kazakov K. Combined Mechanisms of Collapse of Discrete Single-Layer Spherical Domes // Study of Civil Engineering and Architecture (SCEA). 2012. Vol. 1. Issue 1. Pp. 19–27.
15. Amjatha Makkar, Sumayya Abbas, Muhammed Haslin S.M. Finite Element Analysis of Diamatic, Schwedler and Diamatic-Schwedler Hybrid Domes // International Journal of Engineering Trends and Technology (IJETT). 2016. Vol. 39. No. 1. Pp. 57–62.
16. Chacko P., Dipu V.S., Manju P.M. Finite Element Analysis of Ribbed Dome // International Journal of Engineering Research and Applications (IJERA). 2014. Pp. 25–32.
17. Merilmol Eldhose, Rajesh A.K., Ramadass S. Finite Element Analysis and Parametric Study of Schwedler Dome Using ABAQUS Software // International Journal of Engineering Trends and Technology (IJETT). 2015. Vol. 28. No. 7. Pp. 333–338.
18. Nabeel Abdulrazzaq Jasim, Ihab Sabri Saleh, Saddam Khalaf Faleh. Structural Analysis of Ribbed Domes Using Finite Element Method // International Journal of Civil Engineering Research. 2017. Vol. 8. No. 2. Pp. 113–130.
19. Лебедь Е.В. Изменение напряженного состояния каркаса металлического ребристо-кольцевого купола в процессе монтажа // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2019. Т. 15. № 4. С. 278–290.

RESEARCH PAPER

Stress state of metal dome meridional ribs at different stages of overhang erection process

Evgeny V. Lebed*, Vladimir P. Vershinin

Moscow State University of Civil Engineering (National Research University), 26 Yaroslavskoye Highway, Moscow 129337, Russian Federation
*evglebed@mail.ru

Article history:

Received: January 13, 2020

Revised: March 04, 2020

Accepted: March 15, 2020

Abstract

Research aim. The aim of the present research was an analysis of a metal ribbed ring-shaped dome metallic ribs stress state at different stages of a skeleton overhang erection process. The considered dome is hemispherical and is assembled bottom-up of individual elements. Due to a varying slope of meridional ribs elements at different relative elevations their stress state changes during mounting. The effect of the overhang erection process onto the stress state of the metal dome meridional ribs has been investigated. The relationship between the stress state of a meridional rib and mounting of each next dome skeleton tier has been established. **Methods.** A mathematical model of the metal ribbed ring-shaped dome assembled of steel H-shaped elements with rigid connections has been developed. Several extra models corresponding to different skeleton erection stages have been also generated to determine stresses in the meridional ribs at these stages. Response of each dome mathematical model under dead-weight load has been simulated. The obtained values of stresses in the meridional ribs within different models have been compared with corresponding design stresses values. **Results.** The dependence of the metal dome meridional rib stress state onto the stages of overhang erection process has been plotted. A degree of utilization of ribs steel strength at different erection stages has been represented by diagrams. An estimation of the dome skeleton stress state during overhang erection has been given. Imminence of assembly stresses during overhang erection and their influence onto dome structural reliability has been pointed out.

Keywords: ribbed ring-shaped dome, metal skeleton, overhang erection, stress state, mathematical model, stresses in ribs

For citation

Lebed E.V., Vershinin V.P. Stress state of metal dome meridional ribs at different stages of overhang erection process. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*. 2020;16(2):111–121. <http://dx.doi.org/10.22363/1815-5235-2020-16-2-111-121>. (In Russ.)

Evgeny V. Lebed, Candidate of Technical Science, Associate Professor, Department of Metal and Wooden Structures; eLIBRARY SPIN-code: 5297-2700.

Vladimir P. Vershinin, Candidate of Technical Sciences, Associate Professor, Department of Metal and Wooden Structures; eLIBRARY AuthorID: 287683.

References

1. Tur V.I. *Kupol'nye konstruksyi: formoobrazovanie, raschet, konstruirovaniye, povysheniye effektivnosti* [Dome Structures: Morphogenesis, Analysis, Design, Increase in Effectiveness]. Moscow, ASV Publ.; 2004. (In Russ.)
2. Gokhar'-Harmadaryan I.G. *Bol'sheproletnye kupol'nye zdaniya* [Wide-Span Dome Buildings]. Moscow, Stroyizdat Publ.; 1978. (In Russ.)
3. Krivoshapko S.N. Metal ribbed-and-circular and lattice shells from the XIXth until the first half of the XXth century. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*. 2014;(6):4–15. (In Russ.)
4. Torkatyuk V.I. *Montazh konstruksiy bol'sheproletnyh zdaniy* [Installation of Structures of Large-Span Buildings]. Moscow, Stroyizdat Publ., 1985. (In Russ.)
5. Kuznetsov V.V. (Ed.). *Metallicheskie konstruksii. T. 2. Stal'nye konstruksii zdaniy i sooruzheniy: Spravochnik proektirovshchika* [Metal structures. Vol. 2. Steel structures of buildings and constructions: Reference book of the designer]. Moscow, ASV Publ.; 1998. (In Russ.)
6. Gofshhteyn G.E., Kim V.G., Nishchev V.N., Sokolova A.D. *Montazh metallicheskih i zhelezobetonnykh konstruksiy* [Installation of Metal and Reinforced Concrete Structures]. Moscow, Stroyizdat Publ.; 2004. (In Russ.)
7. Lebed E.V., Alukaev A.U. Large-span metal dome roofs and their construction. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*. 2018;14(1):4–16. (In Russ.)
8. Lebed E.V. Behavior of the Frames of Large-Span Metal Domes in the Process of their Installation. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*. 2018;14(6):481–494. (In Russ.)
9. Mukaiyama Youichi, Fujino Terumasa, Kuroiwa Yoshihiko, Ueki Takashi. Erection Methods for Space Structures. *Evolution and Trends in Design, Analysis and Construction of Shell and Spatial Structures: Proceedings of the International Association for Shell and Spatial Structures (IASS) Symposium 2009, Valencia*. Spain; 2009. p. 1951–1962.
10. Karpilovskiy V.S., Kriksunov E.Z., Malyarenko A.A., Perel'muter A.V., Perel'muter M.A. *SCAD Office. Vychislitel'nyy kompleks SCAD* [Computer system SCAD]. Moscow, ASV Publ.; 2004. (In Russ.)
11. Gorodetskiy A.S., Evzerov I.D. *Komp'uternye modeli konstruksiy* [Computer models of structures]. Kiev, Fakt Publ., 2005. (In Russ.)
12. Chandiwala Anuj. Analysis and design of steel dome using software. *International Journal of Research in Engineering and Technology (IJRET)*. 2014;03(03):35–39.
13. Jadhav H.S., Patil Ajit S. Parametric Study of Double Layer Steel Dome with Reference to Span to Height Ratio. *International Journal of Science and Research (IJSR). India Online*. 2013;2(8):110–118.
14. Handruleva A., Matuski V., Kazakov K. Combined Mechanisms of Collapse of Discrete Single-Layer Spherical Domes. *Study of Civil Engineering and Architecture (SCEA)*. 2012;1(1):19–27.
15. Amjatha Makkar, Sumayya Abbas, Muhammed Haslin S.M. Finite Element Analysis of Diamatic, Schwedler and Diamatic-Schwedler Hybrid Domes. *International Journal of Engineering Trends and Technology (IJETT)*. 2016;39(1):57–62.
16. Chacko P., Dipu V.S., Manju P.M. Finite Element Analysis of Ribbed Dome. *International Journal of Engineering Research and Applications (IJERA)*. 2014:25–32.
17. Merilmol Eldhose, Rajesh A.K., Ramadass S. Finite Element Analysis and Parametric Study of Schwedler Dome Using ABAQUS Software. *International Journal of Engineering Trends and Technology (IJETT)*. 2015;28(7):333–338.
18. Nabeel Abdulrazzaq Jasim, Ihab Sabri Saleh, Saddam Khalaf Faleh. Structural Analysis of Ribbed Domes Using Finite Element Method. *International Journal of Civil Engineering Research*. 2017;8(2):113–130.
19. Lebed E.V. Changes in the stressed state of the framework of the metal ribbed-ring dome during the assembly process. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*. 2019;15(4):278–290. (In Russ.)

ТЕОРИЯ УПРУГОСТИ
THEORY OF ELASTICITYDOI 10.22363/1815-5235-2020-16-2-122-130
УДК 539.3

НАУЧНАЯ СТАТЬЯ

Влияние трения при взаимодействии анизотропной полосы и жесткого основания

С.Г. Кудрявцев*, Ю.М. Булдакова

Поволжский государственный технологический университет, Российская Федерация, 424000, Республика Марий Эл, Йошкар-Ола, пл. Ленина, 3

*KudryavcevSG@volgatech.net

История статьи:

Поступила в редакцию: 16 января 2020 г.

Доработана: 28 февраля 2020 г.

Принята к публикации: 12 марта 2020 г.

Аннотация

Актуальность. При определении напряженного и деформированного состояния в полосе, лежащей на основании, применяют различные модели контакта между телами. Необходимо оценить качественный и количественный характер изменения напряжений в полосе в зависимости от вариантов сцепления полосы и основания. **Цель** – провести анализ влияния коэффициента трения на величину напряжений в анизотропной полосе при взаимодействии с жестким основанием. **Методы.** Решение проводится на основе уравнений плоской задачи теории упругости анизотропного тела при условиях, что полоса плотно прилегает к основанию и касательное усилие на контактной плоскости пропорционально нормальному давлению. Перемещения и напряжения в произвольной точке полосы записываются в форме метода начальных функций через функции перемещений и усилий на нижней плоскости, которые зависят от характера нагрузки, приложенной на верхней плоскости, и условий контакта полосы с основанием. После преобразований расчетные формулы для перемещений и напряжений выражаются, используя интегральное преобразование Фурье, через нормальную поверхностную нагрузку в виде несобственных интегралов. **Результаты.** Для варианта нагружения полосы сосредоточенной силой получены формулы для определения перемещений и напряжений, на основе которых построены функции влияния для задачи о равновесии анизотропной полосы, лежащей на жестком основании с учетом трения. Приведены графики влияния коэффициента трения, направления осей анизотропии материала на напряженное состояние полосы. Проводится сопоставление результатов вычисления напряжений по анизотропной и изотропной моделям.

Ключевые слова: перемещение, напряжение, упругость, анизотропия, полоса, трение

Для цитирования

Кудрявцев С.Г., Булдакова Ю.М. Влияние трения при взаимодействии анизотропной полосы и жесткого основания // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2020. Т. 16. № 2. С. 122–130. <http://dx.doi.org/10.22363/1815-5235-2020-16-2-122-130>

Введение

Задача об определении перемещений и напряжений в упругом слое, контактирующем под дей-

ствием поверхностной нагрузки с основанием, имеет широкое применение на практике: при расчете конструкций на упругом основании, в механике грунтов, для исследования работы асфальтобетонных покрытий. Контактное взаимодействие слоя из изотропного материала с основанием рассматривалось в работах [1–9]. Для варианта, когда материал слоя имеет выраженную анизотропию, аналогичный класс задач рассмотрен, например, в [10–16]. В перечисленных работах решение проводилось или при отсутствии трения, или при отсутствии скольжения на контактной плоскости между телами.

Кудрявцев Сергей Геннадьевич, кандидат технических наук, доцент кафедры сопротивления материалов и прикладной механики; eLIBRARY SPIN-код: 9756-6211.

Булдакова Юлия Михайловна, старший преподаватель кафедры сопротивления материалов и прикладной механики; eLIBRARY SPIN-код: 5677-6126.

© Кудрявцев С.Г., Булдакова Ю.М., 2020



This work is licensed under a Creative Commons Attribution 4.0 International License
<https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>

Трение при контакте полосы и полуплоскости, когда материал слоев изотропный, на напряженное и деформированное состояние двухслойной области учитывалось в [17].

Исследуем влияние трения на распределение напряжений в анизотропной полосе при взаимодействии с жестким основанием.

1. Постановка задачи

Полоса из анизотропного материала постоянной высоты h и бесконечной длины лежит на жестком основании (рис. 1). Ось x направим вдоль нижней плоскости полосы, ось y – перпендикулярно основанию. На верхней плоскости действует нормальная симметричная относительно оси y поверхностная нагрузка $q(x)$. Направления осей анизотропии определяются углом φ . Положительные направления нормальных σ_x , σ_y и касательного τ_{xy} напряжений, перемещений u и v совпадают с обозначениями [18].

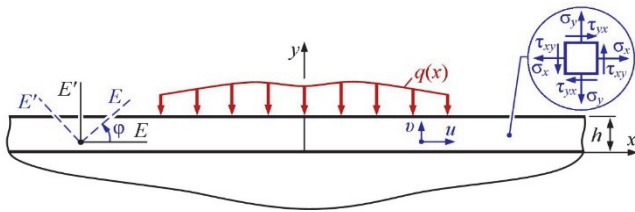


Рис. 1. Расчетная схема
[Figure 1. Design model]

2. Метод расчета

При решении воспользуемся приведенными в [14] уравнениями для определения в произвольной точке полосы перемещений

$$\begin{aligned} \mu u = & -(\mu_1 \cos s_1 y \partial - \mu_2 \cos s_2 y \partial) \cdot u_0 + \\ & + \left(\frac{\mu_1}{s_1} \sin s_1 y \partial - \frac{\mu_2}{s_2} \sin s_2 y \partial \right) \cdot v_0 + \\ & + \mu_1 \mu_2 (\cos s_1 y \partial - \cos s_2 y \partial) \cdot \frac{1}{\partial} q_0 + \\ & + \left(\frac{\mu_1^2}{s_1} \sin s_1 y \partial - \frac{\mu_2^2}{s_2} \sin s_2 y \partial \right) \cdot \frac{1}{\partial} \tau_0, \\ \mu v = & (s_1 \mu_2 \sin s_1 y \partial - s_2 \mu_1 \sin s_2 y \partial) \cdot u_0 + \\ & + (\mu_2 \cos s_1 y \partial - \mu_1 \cos s_2 y \partial) \cdot v_0 - \\ & - (s_1 \mu_2^2 \sin s_1 y \partial - s_2 \mu_1^2 \sin s_2 y \partial) \cdot \frac{1}{\partial} q_0 + \end{aligned}$$

$$+ \mu_1 \mu_2 (\cos s_1 y \partial - \cos s_2 y \partial) \cdot \frac{1}{\partial} \tau_0, \quad (1)$$

и напряжений

$$\begin{aligned} \mu \sigma_x = & (s_1^2 \cos s_1 y \partial - s_2^2 \cos s_2 y \partial) \cdot \partial u_0 - \\ & - (s_1 \sin s_1 y \partial - s_2 \sin s_2 y \partial) \cdot \partial v_0 - \\ & - (s_1^2 \mu_2 \cos s_1 y \partial - s_2^2 \mu_1 \cos s_2 y \partial) \cdot q_0 - \\ & - (s_1 \mu_1 \sin s_1 y \partial - s_2 \mu_2 \sin s_2 y \partial) \cdot \tau_0, \\ \mu \sigma_y = & -(\cos s_1 y \partial - \cos s_2 y \partial) \cdot \partial u_0 + \\ & + \left(\frac{1}{s_1} \sin s_1 y \partial - \frac{1}{s_2} \sin s_2 y \partial \right) \cdot \partial v_0 + \\ & + (\mu_2 \cos s_1 y \partial - \mu_1 \cos s_2 y \partial) \cdot q_0 + \\ & + \left(\frac{\mu_1}{s_1} \sin s_1 y \partial - \frac{\mu_2}{s_2} \sin s_2 y \partial \right) \cdot \tau_0, \\ \mu \tau_{xy} = & -(s_1 \sin s_1 y \partial - s_2 \sin s_2 y \partial) \cdot \partial u_0 - \\ & - (\cos s_1 y \partial - \cos s_2 y \partial) \cdot \partial v_0 + \\ & + (s_1 \mu_2 \sin s_1 y \partial - s_2 \mu_1 \sin s_2 y \partial) \cdot q_0 - \\ & - (\mu_1 \cos s_1 y \partial - \mu_2 \cos s_2 y \partial) \cdot \tau_0, \quad (2) \end{aligned}$$

где

$$\begin{aligned} s_{1,2}^2 = & \frac{2\beta_{12} + \beta_{66}}{2\beta_{11}} \pm \sqrt{\left(\frac{2\beta_{12} + \beta_{66}}{2\beta_{11}} \right)^2 - \frac{\beta_{22}}{\beta_{11}}}, \\ \mu_1 = & \beta_{12} - \beta_{11} \cdot s_1^2, \quad \mu_2 = \beta_{12} - \beta_{11} \cdot s_2^2, \\ \mu = & \mu_2 - \mu_1 = \beta_{11} \cdot (s_1^2 - s_2^2). \end{aligned}$$

Формулы (1)–(2) записаны для варианта $s_1 \neq s_2$. Для плоского напряженного состояния коэффициенты β_{ij} связаны с коэффициентами деформации a_{ij} [18] соотношениями $\beta_{ij} = a_{ij}$, в случае плоского деформированного состояния $\beta_{ij} = a_{ij} - a_{i3} \cdot a_{j3} / a_{33}$. Производная по x обозначена через $\partial (\partial = \partial / \partial x)$. Функции перемещений на нижней плоскости обозначены через $u_0 = u_0(x) = u(x, y=0)$, $v_0 = v_0(x) = v(x, y=0)$, функции усилий $q_0 = q_0(x) = \sigma_y(x, y=0)$, $\tau_0 = \tau_0(x) = \tau_{xy}(x, y=0)$. Точки, далее их показывать не будем, отделяют дифференциальные операторы от функций, на которые они воздействуют.

Полагаем, что полоса плотно прилегает к основанию и на границе контакта значение касательного усилия пропорционально нормальному давлению:

$$\tau_o(x) = f \cdot |q_o(x)|, \quad (3)$$

где $f = \text{const}$ – коэффициент трения.

Подставим в функции напряжений σ_y и τ_{xy} (2) значение $y = h$. Учитывая направления $q(x)$, $q_o(x)$ и условия $v_o(x) = 0$, $\tau(x, y = h) = 0$, получим систему двух уравнений относительно неизвестных функций $u_o(x)$ и $q_o(x)$:

$$\begin{cases} (\cos s_1 h \partial - \cos s_2 h \partial) \partial u_o = \mu q(x) - \\ - (\mu_2 \cos s_1 h \partial - \mu_1 \cos s_2 h \partial) q_o + \\ + \left(\frac{\mu_1}{s_1} \sin s_1 h \partial - \frac{\mu_2}{s_2} \sin s_2 h \partial \right) \tau_o, \\ (s_1 \sin s_1 h \partial - s_2 \sin s_2 h \partial) \partial u_o = \\ = - (s_1 \mu_2 \sin s_1 h \partial - s_2 \mu_1 \sin s_2 h \partial) q_o - \\ - (\mu_1 \cos s_1 h \partial - \mu_2 \cos s_2 h \partial) \tau_o, \end{cases} \quad (4)$$

где $\tau_o(x)$ определяется выражением (3).

Из системы (4) найдем зависимость между $q(x)$, $q_o(x)$ и $\tau_o(x)$, при которой полоса плотно прилегает к основанию:

$$\begin{aligned} & \left[2s_1 s_2 (\mu_1 + \mu_2) + \right. \\ & \left. + (s_1 - s_2) (s_1 \mu_2 - s_2 \mu_1) \cos(s_1 + s_2) h \partial - \right. \\ & \left. - (s_1 + s_2) (s_1 \mu_2 + s_2 \mu_1) \cos(s_1 - s_2) h \partial \right] \tau_o - \\ & - s_1 s_2 \mu \left[(s_1 - s_2) \sin(s_1 + s_2) h \partial + \right. \\ & \left. + (s_1 + s_2) \sin(s_1 - s_2) h \partial \right] q_o + \\ & + 2s_1 s_2 \mu (s_1 \sin s_1 h \partial - s_2 \sin s_2 h \partial) q = 0. \end{aligned} \quad (5)$$

Принимая в (5) $\tau_o(x) = 0$, имеем соотношение между нагрузкой $q(x)$ и контактным усилием $q_o(x)$ для варианта, когда полоса лежит на жестком основании без трения [12].

Запишем, исходя из системы (4), выражение для определения функции ∂u_o :

– через поверхностную нагрузку $q(x)$ и усилие $q_o(x)$:

$$\begin{aligned} & \left[2s_1 s_2 (\mu_1 + \mu_2) + \right. \\ & \left. + (s_1 - s_2) (s_1 \mu_2 - s_2 \mu_1) \cos(s_1 + s_2) h \partial - \right. \\ & \left. - (s_1 + s_2) (s_1 \mu_2 + s_2 \mu_1) \cos(s_1 - s_2) h \partial \right] \partial u_o = \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & = - \left[4s_1 s_2 \mu_1 \mu_2 - \right. \\ & \left. - (s_1 + s_2) (s_1 \mu_2^2 + s_2 \mu_1^2) \cos(s_1 - s_2) h \partial + \right. \\ & \left. + (s_1 - s_2) (s_1 \mu_2^2 - s_2 \mu_1^2) \cos(s_1 + s_2) h \partial \right] q_o + \\ & + 2s_1 s_2 \mu (\mu_1 \cos s_1 h \partial - \mu_2 \cos s_2 h \partial) q(x); \end{aligned} \quad (6)$$

– через поверхностную нагрузку $q(x)$ и касательное усилие $\tau_o(x)$:

$$\begin{aligned} & s_1 s_2 \mu \left[(s_1 - s_2) \sin(s_1 + s_2) h \partial + \right. \\ & \left. + (s_1 + s_2) \sin(s_1 - s_2) h \partial \right] \partial u_o = \\ & = - \left[4s_1 s_2 \mu_1 \mu_2 - \right. \\ & \left. - (s_1 + s_2) (s_1 \mu_2^2 + s_2 \mu_1^2) \cos(s_1 - s_2) h \partial + \right. \\ & \left. + (s_1 - s_2) (s_1 \mu_2^2 - s_2 \mu_1^2) \cos(s_1 + s_2) h \partial \right] \tau_o - \\ & - 2s_1 s_2 \mu (s_1 \mu_2 \sin s_1 h \partial - s_2 \mu_1 \sin s_2 h \partial) q(x). \end{aligned} \quad (7)$$

Из условия $u_o(x) = 0$ (отсутствие скольжения между полосой и основанием) и уравнений (6), (7) найдем зависимости между $q_o(x)$ и $q(x)$, $\tau_o(x)$ и $q(x)$. Подставляя выражения $q_o(x)$ и $\tau_o(x)$ в (1)–(2), получим формулы для определения перемещений и напряжений в произвольной точке полосы, жестко скрепленной с основанием [14].

Предполагаем, что существует интегральное преобразование Фурье от функций $q(x)$, $q_o(x)$ и $\tau_o(x)$, которые разделим на симметричные $q_s(x)$, $q_{os}(x)$, $\tau_{os}(x)$ и кососимметричные $q_a(x)$, $q_{oa}(x)$, $\tau_{oa}(x)$ составляющие [19]:

$$\begin{aligned} q(x) &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} [\tilde{q}_s(\tilde{\lambda}) + i\tilde{q}_a(\tilde{\lambda})] \cdot e^{-i\tilde{\lambda}x} d\tilde{\lambda}, \\ q_o(x) &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} [\tilde{q}_{os}(\tilde{\lambda}) + i\tilde{q}_{oa}(\tilde{\lambda})] \cdot e^{-i\tilde{\lambda}x} d\tilde{\lambda}, \\ \tau_o(x) &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} [\tilde{\tau}_{os}(\tilde{\lambda}) + i\tilde{\tau}_{oa}(\tilde{\lambda})] \cdot e^{-i\tilde{\lambda}x} d\tilde{\lambda}, \end{aligned} \quad (8)$$

где

$$\begin{aligned} \tilde{q}_s(\tilde{\lambda}) &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} q_s(x) \cos(\tilde{\lambda}x) dx, \\ \tilde{q}_a(\tilde{\lambda}) &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} q_a(x) \sin(\tilde{\lambda}x) dx, \\ \tilde{q}_{os}(\tilde{\lambda}) &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} q_{os}(x) \cos(\tilde{\lambda}x) dx, \end{aligned}$$

$$\tilde{q}_{oa}(\tilde{\lambda}) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} q_{oa}(x) \sin(\tilde{\lambda}x) dx,$$

$$\tilde{\tau}_{os}(\tilde{\lambda}) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \tau_{os}(x) \cos(\tilde{\lambda}x) dx,$$

$$\tilde{\tau}_{oa}(\tilde{\lambda}) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \tau_{oa}(x) \sin(\tilde{\lambda}x) dx,$$

где $\tilde{\lambda}$ – любое положительное вещественное число.

Трансформанту Фурье $\tilde{q}_{os}(\tilde{\lambda})$, учитывая уравнения (3), (5), (8), а также то, что при симметричной нагрузке $q(x)$ нормальное усилие $q_o(x)$ будет симметричным, касательное $\tau_o(x)$ – кососимметричным, выразим через трансформанту от симметричной нагрузки $\tilde{q}_s(\tilde{\lambda})$

$$\tilde{q}_{os}(\tilde{\lambda}) = \frac{2s_1s_2\mu}{D} (s_1 \operatorname{sh} s_1\lambda - s_2 \operatorname{sh} s_2\lambda) \tilde{q}_s(\tilde{\lambda}), \quad (9)$$

где

$$D = s_1s_2\mu[(s_1 - s_2)\operatorname{sh}(s_1 + s_2)\lambda + (s_1 + s_2)\operatorname{sh}(s_1 - s_2)\lambda] + f \begin{bmatrix} 2s_1s_2(\mu_1 + \mu_2) + \\ + (s_1 - s_2)(s_1\mu_2 - s_2\mu_1) \operatorname{ch}(s_1 + s_2)\lambda - \\ - (s_1 + s_2)(s_1\mu_2 + s_2\mu_1) \operatorname{ch}(s_1 - s_2)\lambda \end{bmatrix}.$$

Используя формулу обращения Фурье, запишем

$$q_o(x) = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{s_1s_2\mu}{h} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{D} \begin{bmatrix} s_1 \operatorname{sh} s_1\lambda - \\ - s_2 \operatorname{sh} s_2\lambda \end{bmatrix} \tilde{q}_s(\tilde{\lambda}) \cos \lambda \tilde{x} d\lambda, \quad (10)$$

В формулах (9) и (10) введены обозначения $\lambda = \tilde{\lambda}h$, $\tilde{x} = x/h$.

Подставим (10), учитывая (3), в любое из уравнений системы (4) и, воздействуя дифференциальными операторами на функции $q_o(x)$ и $\tau_o(x)$, найдем

$$\begin{aligned} \partial u_o(x) = & -\sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{s_1s_2\mu}{h} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{D} \times \\ & \times \begin{bmatrix} (s_1\mu_2 \operatorname{sh} s_1\lambda - s_2\mu_1 \operatorname{sh} s_2\lambda) - \\ - f(\mu_1 \operatorname{ch} s_1\lambda - \mu_2 \operatorname{ch} s_2\lambda) \end{bmatrix} \times \\ & \times \tilde{q}_s(\tilde{\lambda}) \cos \lambda \tilde{x} d\lambda. \end{aligned} \quad (11)$$

Уравнения (10), (11) внесем в (1)–(2). После преобразований получим формулы для определения в полосе перемещений

$$u = -\sqrt{\frac{2}{\pi}} s_1s_2 \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{D} \left\{ A_1 \begin{bmatrix} \mu_1\mu_2 (\operatorname{ch} s_1\lambda\tilde{y} - \operatorname{ch} s_2\lambda\tilde{y}) - \\ - \frac{f}{s_1s_2} \begin{bmatrix} s_2\mu_1^2 \operatorname{sh} s_1\lambda\tilde{y} - \\ - s_1\mu_2^2 \operatorname{sh} s_2\lambda\tilde{y} \end{bmatrix} \end{bmatrix} - \right. \\ \left. - (A_2 - fA_3)(\mu_1 \operatorname{ch} s_1\lambda\tilde{y} - \mu_2 \operatorname{ch} s_2\lambda\tilde{y}) \right\} \tilde{q}_s(\tilde{\lambda}) \frac{\sin \lambda \tilde{x}}{\lambda} d\lambda,$$

$$v = -\sqrt{\frac{2}{\pi}} s_1s_2 \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{D} \left\{ A_1 \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} s_1\mu_2^2 \operatorname{sh} s_1\lambda\tilde{y} - \\ - s_2\mu_1^2 \operatorname{sh} s_2\lambda\tilde{y} \end{bmatrix} - \\ - f\mu_1\mu_2 \begin{bmatrix} \operatorname{ch} s_1\lambda\tilde{y} - \\ - \operatorname{ch} s_2\lambda\tilde{y} \end{bmatrix} \end{bmatrix} - \right. \\ \left. - [A_2 - fA_3] \begin{bmatrix} s_1\mu_2 \operatorname{sh} s_1\lambda\tilde{y} - \\ - s_2\mu_1 \operatorname{sh} s_2\lambda\tilde{y} \end{bmatrix} \right\} \tilde{q}_s(\tilde{\lambda}) \frac{\cos \lambda \tilde{x}}{\lambda} d\lambda, \quad (12)$$

и напряжений

$$\sigma_x = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{s_1s_2}{h} \int_{-\infty}^{\infty} \left\{ A_1(s) \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} s_1^2\mu_2 \operatorname{ch} s_1\lambda\tilde{y} - \\ - s_2^2\mu_1 \operatorname{ch} s_2\lambda\tilde{y} \end{bmatrix} - \\ - f \begin{bmatrix} s_1\mu_1 \operatorname{sh} s_1\lambda\tilde{y} - \\ - s_2\mu_2 \operatorname{sh} s_2\lambda\tilde{y} \end{bmatrix} \end{bmatrix} - \right. \\ \left. - [A_2(s) - fA_3(s)] \begin{bmatrix} s_1^2 \operatorname{ch} s_1\lambda\tilde{y} - \\ - s_2^2 \operatorname{ch} s_2\lambda\tilde{y} \end{bmatrix} \right\} \tilde{q}_s(\tilde{\lambda}) \frac{\cos \lambda \tilde{x}}{D} d\lambda,$$

$$\sigma_y = -\sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{s_1s_2}{h} \int_{-\infty}^{\infty} \left\{ A_1(s) \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} \mu_2 \operatorname{ch} s_1\lambda\tilde{y} - \\ - \mu_1 \operatorname{ch} s_2\lambda\tilde{y} \end{bmatrix} - \\ - \frac{f}{s_1s_2} \begin{bmatrix} s_2\mu_1 \operatorname{sh} s_1\lambda\tilde{y} - \\ - s_1\mu_2 \operatorname{sh} s_2\lambda\tilde{y} \end{bmatrix} \end{bmatrix} - \right. \\ \left. - [A_2(s) - fA_3(s)] \begin{bmatrix} \operatorname{ch} s_1\lambda\tilde{y} - \\ - \operatorname{ch} s_2\lambda\tilde{y} \end{bmatrix} \right\} \tilde{q}_s(\tilde{\lambda}) \frac{\cos \lambda \tilde{x}}{D} d\lambda,$$

$$\tau_{xy} = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{s_1s_2}{h} \int_{-\infty}^{\infty} \left\{ A_1(s) \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} s_1\mu_2 \operatorname{sh} s_1\lambda\tilde{y} - \\ - s_2\mu_1 \operatorname{sh} s_2\lambda\tilde{y} \end{bmatrix} - \\ - f \begin{bmatrix} \mu_1 \operatorname{ch} s_1\lambda\tilde{y} - \\ - \mu_2 \operatorname{ch} s_2\lambda\tilde{y} \end{bmatrix} \end{bmatrix} - \right.$$

$$-\left[A_2(s) - fA_3(s)\right] \begin{pmatrix} s_1 \operatorname{sh} s_1 \lambda \tilde{y} - \\ -s_2 \operatorname{sh} s_2 \lambda \tilde{y} \end{pmatrix} \left\{ \tilde{q}_s(\tilde{\lambda}) \frac{\sin \lambda \tilde{x}}{D} \right\} d\lambda, \quad (13)$$

где

$$A_1(s) = s_1 \operatorname{sh} s_1 \lambda - s_2 \operatorname{sh} s_2 \lambda,$$

$$A_2(s) = s_1 \mu_2 \operatorname{sh} s_1 \lambda - s_2 \mu_1 \operatorname{sh} s_2 \lambda,$$

$$A_3(s) = \mu_1 \operatorname{ch} s_1 \lambda - \mu_2 \operatorname{ch} s_2 \lambda, \quad \tilde{y} = y/h.$$

При переходе от анизотропного материала полосы к изотропному в уравнениях (12) и (13) слагаемые, входящие под знак интеграла, раскладываем в ряды. Числитель и знаменатель сократим на множитель $(s_1^2 - s_2^2)^2$ и выполним переход к техническим постоянным. Например, для плоского напряженного состояния $\beta_{11} = 1/E$, $\beta_{12} = -\nu/E$. Подставим технические постоянные в ряды и, учитывая, что для изотропного материала $s_1 = s_2 = 1$, ряды свернем. После преобразований формулы для определения напряжений имеют вид

$$\begin{aligned} \sigma_x = & -\sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{1}{h} \int_{-\infty}^{\infty} \left\{ B_1(\lambda) \begin{pmatrix} (2\nu \operatorname{ch} \lambda \tilde{y} + \\ +(1+\nu)\lambda \tilde{y} \operatorname{sh} \lambda \tilde{y}) - \\ -f \begin{pmatrix} (3+\nu) \operatorname{sh} \lambda \tilde{y} + \\ +(1+\nu)\lambda \tilde{y} \operatorname{ch} \lambda \tilde{y} \end{pmatrix} \end{pmatrix} \right\} + \\ & + [B_2(\lambda) + fB_3(\lambda)] (2 \operatorname{ch} \lambda \tilde{y} + \lambda \tilde{y} \operatorname{sh} \lambda \tilde{y}) \left\{ \tilde{q}_s(\tilde{\lambda}) \frac{\cos \lambda \tilde{x}}{D^*} \right\} d\lambda, \\ \sigma_y = & \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{1}{h} \int_{-\infty}^{\infty} \left\{ B_1(\lambda) \begin{pmatrix} (1+\nu)\lambda \tilde{y} \operatorname{sh} \lambda \tilde{y} - \\ -2 \operatorname{ch} \lambda \tilde{y} \\ -f \begin{pmatrix} (1-\nu) \operatorname{sh} \lambda \tilde{y} + \\ +(1+\nu)\lambda \tilde{y} \operatorname{ch} \lambda \tilde{y} \end{pmatrix} \end{pmatrix} \right\} + \\ & + [B_2(\lambda) + fB_3(\lambda)] \lambda \tilde{y} \operatorname{sh} \lambda \tilde{y} \left\{ \tilde{q}_s(\tilde{\lambda}) \frac{\cos \lambda \tilde{x}}{D^*} \right\} d\lambda, \\ \tau_{xy} = & -\sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{1}{h} \int_{-\infty}^{\infty} \left\{ B_1(\lambda) \begin{pmatrix} (1+\nu)\lambda \tilde{y} \operatorname{ch} \lambda \tilde{y} - \\ -(1-\nu) \operatorname{sh} \lambda \tilde{y} \\ -f \begin{pmatrix} 2 \operatorname{ch} \lambda \tilde{y} + \\ +(1+\nu)\lambda \tilde{y} \operatorname{sh} \lambda \tilde{y} \end{pmatrix} \end{pmatrix} \right\} + \\ & + [B_2(\lambda) + fB_3(\lambda)] \begin{pmatrix} \operatorname{sh} \lambda \tilde{y} + \\ +\lambda \tilde{y} \operatorname{ch} \lambda \tilde{y} \end{pmatrix} \left\{ \tilde{q}_s(\tilde{\lambda}) \frac{\sin \lambda \tilde{x}}{D^*} \right\} d\lambda, \quad (14) \end{aligned}$$

где

$$B_1(\lambda) = \operatorname{sh} \lambda + \lambda \operatorname{ch} \lambda,$$

$$B_2(\lambda) = (1-\nu) \operatorname{sh} \lambda - (1+\nu) \lambda \operatorname{ch} \lambda,$$

$$B_3(\lambda) = 2 \operatorname{ch} \lambda + (1+\nu) \lambda \operatorname{sh} \lambda,$$

$$D^* = 2(2\lambda + \operatorname{sh} 2\lambda) + f[2(1+\nu)\lambda^2 - (1-\nu)(1 - \operatorname{ch} 2\lambda)].$$

Значение напряжения σ_y при $y=0$ и $f=0$, как следует из формулы, не зависит от коэффициента Пуассона ν .

Рассмотрим вариант, когда к верхней плоскости полосы в сечении $x=0$ приложена сила F , равномерно распределенная вдоль оси перпендикулярной плоскости рисунка.

Трансформанта Фурье от сосредоточенной силы

$$\tilde{q}_s(\tilde{\lambda}) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \delta(x) F \cos \tilde{\lambda} x dx = \frac{F}{\sqrt{2\pi}}, \quad (15)$$

где $\delta(x)$ – дельта-функция Дирака.

Используя (13), (15) и симметрию внешней нагрузки, запишем формулы для определения в произвольной точке полосы напряжений:

$$\begin{aligned} \tilde{\sigma}_x = & 2s_1 s_2 \int_0^{\infty} \left\{ A_1(s) \begin{pmatrix} s_1^2 \mu_2 \operatorname{ch} s_1 \lambda \tilde{y} - \\ -s_2^2 \mu_1 \operatorname{ch} s_2 \lambda \tilde{y} \\ -f \begin{pmatrix} s_1 \mu_1 \operatorname{sh} s_1 \lambda \tilde{y} - \\ -s_2 \mu_2 \operatorname{sh} s_2 \lambda \tilde{y} \end{pmatrix} \end{pmatrix} \right\} - \\ & - [A_2(s) - fA_3(s)] \begin{pmatrix} s_1^2 \operatorname{ch} s_1 \lambda \tilde{y} - s_2^2 \operatorname{ch} s_2 \lambda \tilde{y} \end{pmatrix} \frac{\cos \lambda \tilde{x}}{D} d\lambda, \\ \tilde{\sigma}_y = & -2s_1 s_2 \int_0^{\infty} \left\{ A_1(s) \begin{pmatrix} \mu_2 \operatorname{ch} s_1 \lambda \tilde{y} - \\ -\mu_1 \operatorname{ch} s_2 \lambda \tilde{y} \\ -f \begin{pmatrix} s_2 \mu_1 \operatorname{sh} s_1 \lambda \tilde{y} - \\ -s_1 \mu_2 \operatorname{sh} s_2 \lambda \tilde{y} \end{pmatrix} \end{pmatrix} \right\} - \\ & - [A_2(s) - fA_3(s)] \begin{pmatrix} \operatorname{ch} s_1 \lambda \tilde{y} - \\ -\operatorname{ch} s_2 \lambda \tilde{y} \end{pmatrix} \frac{\cos \lambda \tilde{x}}{D} d\lambda, \\ \tilde{\tau}_{xy} = & 2s_1 s_2 \int_0^{\infty} \left\{ A_1(s) \begin{pmatrix} s_1 \mu_2 \operatorname{sh} s_1 \lambda \tilde{y} - \\ -s_2 \mu_1 \operatorname{sh} s_2 \lambda \tilde{y} \\ -f \begin{pmatrix} \mu_1 \operatorname{ch} s_1 \lambda \tilde{y} - \\ -\mu_2 \operatorname{ch} s_2 \lambda \tilde{y} \end{pmatrix} \end{pmatrix} \right\} - \\ & - [A_2(s) - fA_3(s)] (s_1 \operatorname{sh} s_1 \lambda \tilde{y} - s_2 \operatorname{sh} s_2 \lambda \tilde{y}) \frac{\sin \lambda \tilde{x}}{D} d\lambda, \quad (16) \end{aligned}$$

где

$$\tilde{\sigma}_x = \frac{\sigma_x \pi h}{F}, \quad \tilde{\sigma}_y = \frac{\sigma_y \pi h}{F}, \quad \tilde{\tau}_{xy} = \frac{\tau_{xy} \pi h}{F}.$$

Компоненты напряжений для полосы из изотропного материала можно аналогично записать на основе формул (16). Принимая в (16) $f = 0$, получим формулы для определения напряжений в анизотропной полосе, лежащей на жестком основании без трения.

При нагружении полосы силой F , приложенной на расстоянии ξ от начала координат, в формулах (16) необходимо заменить параметр \tilde{x} на $\tilde{x} - \tilde{\xi}$, где $\tilde{\xi} = \xi/h$. Полагая $F = 1$, имеем выражения для определения напряжений от единичной нагрузки, которые можно рассматривать как функции влияния для задачи о равновесии полосы, лежащей на жестком основании, с учетом трения. Используя данные функции, несложно записать формулы для определения напряжений при нагружении верхней плоскости полосы на отрезке определенной длины нормальной симметричной нагрузкой $q(\xi)$. Например, при определении напряжения σ_x от нагрузки, расположенной симметрично относительно оси y и действующей на участке длиной $2a$, имеем

$$\sigma_x = \frac{2s_1 s_2}{\pi h} \int_{-a}^a q(\xi) d\xi \int_0^\infty A_1(s) \left[\begin{array}{c} s_1^2 \mu_2 \operatorname{ch} s_1 \lambda \tilde{y} - \\ -s_2^2 \mu_1 \operatorname{ch} s_2 \lambda \tilde{y} \\ -f \left(s_1 \mu_1 \operatorname{sh} s_1 \lambda \tilde{y} - \right. \\ \left. -s_2 \mu_2 \operatorname{sh} s_2 \lambda \tilde{y} \right) \end{array} \right] - \left[A_2(s) - f A_3(s) \right] \left[\begin{array}{c} s_1^2 \operatorname{ch} s_1 \lambda \tilde{y} - \\ -s_2^2 \operatorname{ch} s_2 \lambda \tilde{y} \end{array} \right] \frac{\cos \lambda (\tilde{x} - \tilde{\xi})}{D} d\lambda. \quad (17)$$

3. Результаты

Для оценки влияния трения и свойств анизотропии материала на характер напряженного состояния рассмотрим пример, когда полоса выполнена из стеклопластика при значениях упругих постоянных $E_1 = 3,59 \cdot 10^4$ МПа, $E_2 = 2,93 \cdot 10^4$ МПа, $G_{12} = 7,6 \cdot 10^3$ МПа, $\nu_1 = 0,177$, приведенных в [18]. На рис. 2 показаны графики изменения параметра напряжения $\tilde{\sigma}_y$ на границе контакта полосы и основания от силы, приложенной в сечении $\tilde{x} = 0$ к верхней плоскости. Наибольшее значение модуля упругости материала направлено по оси x . Количественное и качественное сопоставление резуль-

татов расчета показано для полосы в условиях плоского напряженного состояния (ширина полосы $b=1$). Сплошной линией обозначена кривая, когда полоса лежит на основании без трения, штрихпунктирной соответствует вариант жесткого сцепления. Штриховой линией показан характер распределения $\tilde{\sigma}_y$ при взаимодействии с трением полосы и основания ($f = 0,5$). Видно, что наибольшее значение $\tilde{\sigma}_y^{\max}$ возникает при отсутствии трения между полосой и основанием.

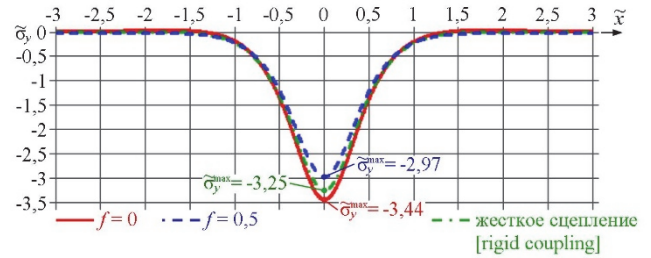


Рис. 2. Изменение параметра $\tilde{\sigma}_y$ при $\tilde{y} = 0$

[Figure 2. The change of the parameter $\tilde{\sigma}_y$ when $\tilde{y} = 0$]

Зависимость параметра $\tilde{\sigma}_y^{\max}$ от значений коэффициента трения при $\tilde{y} = 0$ приведена на рис. 3, а, при $\tilde{y} = 0,5$ на рис. 3, б. Сплошная линия соответствует варианту, когда наибольший модуль упругости анизотропного материала направлен по оси x , штриховая – по оси y . Штрихпунктирная линия иллюстрирует зависимость $\tilde{\sigma}_y^{\max}$ от коэффициента трения для изотропного материала ($\nu = 0,25$). Из анализа кривых на рис. 3, а следует, что с увеличением коэффициента трения значения параметра $\tilde{\sigma}_y^{\max}$ уменьшаются. Рис. 3, б показывает, что при $\tilde{y} = 0,5$ влияние коэффициента трения на величину параметра $\tilde{\sigma}_y^{\max}$ незначительно.

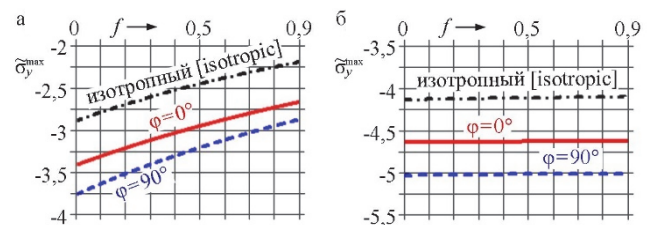


Рис. 3. Зависимость параметра $\tilde{\sigma}_y^{\max}$ от коэффициента трения f : а – при $\tilde{y} = 0$; б – при $\tilde{y} = 0,5$

[Figure 3. Dependence of the parameter $\tilde{\sigma}_y^{\max}$ on the coefficient of friction f :

а – when $\tilde{y} = 0$; б – when $\tilde{y} = 0,5$]

На рис. 4 представлены графики зависимости параметра $\tilde{\sigma}_y^{\max}$ от коэффициента трения и направления осей анизотропии. При проведении расчетов коэффициенты деформации, используя формулы преобразования упругих постоянных при повороте осей анизотропии на некоторый угол φ_k [18], выражены через технические постоянные E_1, E_2, G_{12}, ν_1 . На рис. 4, а показаны графики изменения $\tilde{\sigma}_y^{\max}$ при $\tilde{y} = 0$, на рис. 4, б при $\tilde{y} = 0,5$. Обозначения кривых соответствуют рис. 2. Из анализа графиков следует, что наименьшие значения $\tilde{\sigma}_y^{\max}$ возникают при расположении осей анизотропии под углом 45° к координатным осям.

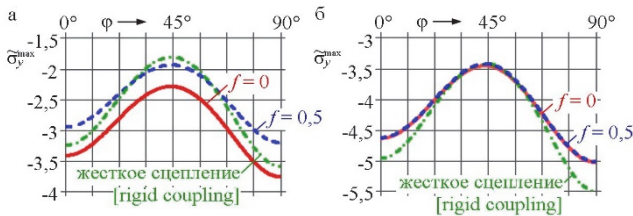


Рис. 4. Зависимость параметра $\tilde{\sigma}_y^{\max}$ от направления осей анизотропии: а – при $\tilde{y} = 0$; б – при $\tilde{y} = 0,5$

[Figure 4. Dependence of the parameter $\tilde{\sigma}_y^{\max}$ from the direction of the anisotropy axes: а – when $\tilde{y} = 0$; б – when $\tilde{y} = 0,5$]

Графики изменения параметра касательного напряжения $\tilde{\tau}_{xy}$, когда наибольшее значение модуля упругости материала направлено по оси x , построены на рис. 5 и 6. Кривые соответствуют обозначениям на рис. 2. Распределение параметра $\tilde{\tau}_{xy}$ по высоте полосы в зависимости от коэффициента трения и параметра \tilde{x} представлено на рис. 5. Из сопоставления кривых видно, что отличие в значениях и характере распределения $\tilde{\tau}_{xy}$ наблюдается в области, примыкающей к зоне контакта полосы и основания. На линии контакта наибольшее значение $\tilde{\tau}_{xy}$ возникает при учете трения между полосой и основанием.

Распределение параметра $\tilde{\tau}_{xy}$ по длине полосы при $\tilde{y} = 0,1$ показано на рис. 6. Сравнение кривых показывает, что при учете трения максимальное значение $\tilde{\tau}_{xy}$ смещается от линии действия силы на большее расстояние, чем без учета трения или при жестком сцеплении контактирующих тел.

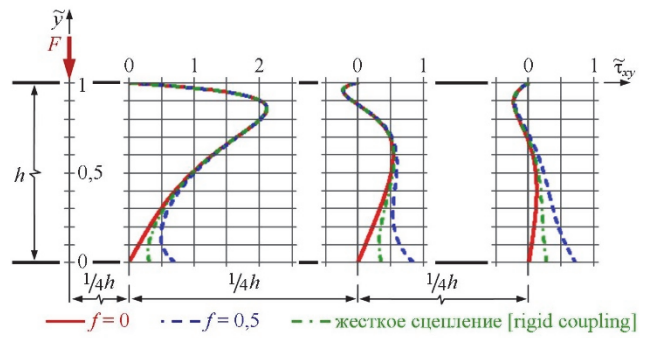


Рис. 5. Изменение параметра $\tilde{\tau}_{xy}$ по высоте полосы
[Figure 5. The change of the parameter $\tilde{\tau}_{xy}$ for the height of the strip]

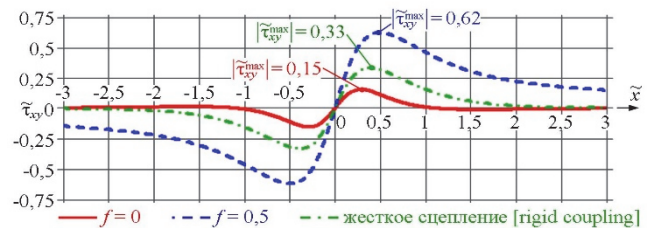


Рис. 6. Изменение параметра $\tilde{\tau}_{xy}$ при $\tilde{y} = 0,1$
[Figure 6. The change of the parameter $\tilde{\tau}_{xy}$ when $\tilde{y} = 0,1$]

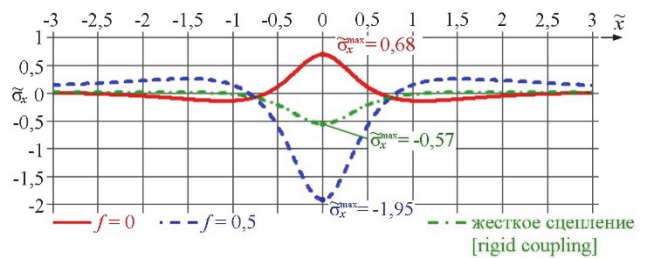


Рис. 7. Изменение параметра $\tilde{\sigma}_x$ при $\tilde{y} = 0$
[Figure 7. The change of the parameter $\tilde{\sigma}_x$ when $\tilde{y} = 0$]

Характер распределения параметра напряжения $\tilde{\sigma}_x$ по длине полосы при $\tilde{y} = 0$ представлен на рис. 7. Интеграл для вычисления параметра $\tilde{\sigma}_x$ – расходящийся. При проведении расчетов использован прием, предложенный в работах [4] и [19]. Анализ кривых, обозначения соответствуют рис. 2, показывает, что качественная картина изменения параметра $\tilde{\sigma}_x$ и количественные значения зависят от условий сцепления между полосой и жестким основанием.

Заключение

Получены расчетные формулы для оценки напряженного и деформированного состояния в анизотропной полосе при взаимодействии с жестким основанием и разных вариантах сцепления между

контактирующими телами. Из приведенных формул, как частный случай, следуют решения задач о взаимодействии полосы из изотропного материала с жестким основанием с учетом и без учета трения. Численные расчеты проведены для варианта нагружения верхней плоскости полосы сосредоточенной силой. Показано, что максимальные нормальные напряжения, действующие в направлении перпендикулярном границе основания, при данных физических характеристиках материала с увеличением значения коэффициента трения уменьшаются. При учете трения наибольшее отличие в характере изменения и значениях напряжений наблюдается в области, примыкающей к зоне контакта полосы и основания.

Список литературы

1. Шехтер О.Я. Расчет бесконечной фундаментальной плиты, лежащей на упругом основании конечной и бесконечной мощности и нагруженной сосредоточенной силой // Сборник трудов научно-исследовательского сектора треста глубинных работ. 1939. С. 133–139.
2. Раннопорт Р.М. Задача Буссинеска для слоистого упругого полупространства // Труды Ленинградского политехнического института. 1948. № 5. С. 3–18.
3. Власов В.З., Леонтьев Н.Н. Балки, плиты и оболочки на упругом основании. М.: Гос. изд. физ.-мат. лит-ры, 1960. 492 с.
4. Уфлянд Я.С. Интегральные преобразования в задачах теории упругости. М. – Л.: Изд-во АН СССР, 1963. 368 с.
5. Харр М.Е. Основы теоретической механики грунтов. М.: Стройиздат, 1971. 320 с.
6. Смирнов А.В., Малышев А.А., Агалаков Ю.А. Механика устойчивости и разрушений дорожных конструкций. Омск: СибАДИ, 1997. 91 с.
7. Потележко В.П. Задача Фламана для двухслойной полуплоскости // Механика и физика процессов на поверхности и в контакте твердых тел, деталей технологического и энергетического оборудования. 2005. № 1. С. 29–33.
8. Торская Е.В., Лушников Н.А., Лушников П.А. Анализ напряженно-деформированного состояния многослойных дорожных одежд // Трение и износ. 2008. Т. 29. № 2. С. 204–210.
9. Tarntira K., Senjuntichai T., Keawsawasvong S. Multilayered Elastic Medium under Axisymmetric Loading and Surface Energy // Advanced Materials and Engineering Materials VIII. 2019. Vol. 814. Pp. 320–326.
10. Лехницкий С.Г. К задаче об упругом равновесии анизотропной полосы // Прикладная механика и математика. 1963. Вып. 1. С. 142–149.
11. Pan E. Static response of transversely isotropic and layered half-space to general surface loads // Phys. Earth Planet Inter. 1989. Vol. 54. Pp. 353–363.
12. Кудрявцев С.Г., Булдакова Ю.М. Решение плоской задачи теории упругости для ортотропной полосы // Инновации в образовательном процессе: сборник трудов научно-практической конференции. 2010. Вып. 8. С. 118–123.
13. Крутодерев А.В. Фундаментальные решения для многослойных transversально изотропных оснований // Известия ТулГУ. Науки о Земле. 2011. № 1. С. 137–146.
14. Кудрявцев С.Г., Булдакова Ю.М. Взаимодействие анизотропной полосы и жесткого основания // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2012. № 4. С. 29–35.
15. Fabrikant V.I. Tangential contact problems for several transversely isotropic elastic layers bonded to an elastic foundation // Journal of Engineering Mathematics. 2013. Vol. 81. Issue 1. Pp. 93–126.
16. Liu J., Zhang P., Lin G., Li C., Lu S. Elastostatic solutions of a multilayered transversely isotropic piezoelectric system under axisymmetric loading // Acta Mechanica. 2017. Vol. 228. Issue 1. Pp. 107–128.
17. Кулагина М.Ф., Иванова В.И. Первая основная задача теории упругости для области, состоящей из полосы и полуплоскости // Вестник Самарского государственного технического университета. Серия: Физико-математические науки. 2003. № 19. С. 89–96.
18. Лехницкий С.Г. Теория упругости анизотропного тела. М.: Наука, 1977. 416 с.
19. Новацкий В. Теория упругости. М.: Мир, 1975. 872 с.

RESEARCH PAPER

Effect of friction in the interaction of an anisotropic strip with a rigid base

Sergey G. Kudryavtsev*, Julia M. Buldakova

Volga State University of Technology, 3 Lenina Sq, Yoshkar-Ola, 424000, Mari El Republic, Russian Federation

*KudryavcevSG@volgatech.net

Article history:

Received: January 16, 2020

Revised: February 28, 2020

Accepted: March 12, 2020

Abstract

Relevance. Different models of contact between bodies are used in determining the stressed and deformed state in the strip lying on the base. It is necessary to evaluate the qualitative and quantitative nature of the change in stress in the strip depen-

Sergey G. Kudryavtsev, Candidate of Technical Sciences, Associate Professor of the Department of Resistance of Materials and Applied Mechanics; eLIBRARY SPIN-code: 9756-6211.

Julia M. Buldakova, senior lecturer of the Department of Resistance of Materials and Applied Mechanics; eLIBRARY SPIN-code: 5677-6126.

For citation

Kudryavtsev S.G., Buldakova J.M. Effect of friction in the interaction of an anisotropic strip with a rigid base. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*. 2020;16(2):122–130. <http://dx.doi.org/10.22363/1815-5235-2020-16-2-122-130>. (In Russ.)

ding on the coupling of the strip and base. **The aim of the work** – to analyze the effect of the coefficient of friction on the value of stresses in an anisotropic band when interacting with a rigid base. **Methods**. The solution is based on the equations of the plane problem of the theory of elasticity of an anisotropic body under the conditions that the band is closely adjacent to the base and the tangent force on the contact plane is proportional to the normal pressure. Displacements and stresses at any point of the strip are written in the form of the method of initial functions through the functions of displacements and forces on the lower plane, which depend on the nature of the load applied on the upper plane and the conditions of contact between the strip and the base. After the transformations, the calculation formulas for displacements and stresses are expressed using the Fourier integral transform through the normal surface load in the form of improper integrals. **Results**. Formulas for determining displacements and stresses are obtained for the variant of loading a strip with a concentrated force. These formulas are used to construct influence functions for the problem of equilibrium of an anisotropic strip lying on a rigid base, taking into account friction. Graphs of the effect of the coefficient of friction and the direction of the anisotropy axes of the material on the stress state of the strip are presented. The results of stress calculation are compared using anisotropic and isotropic models.

Keywords: displacement, stress, elasticity, anisotropy, strip, friction

References

1. Shehter O.Y. Raschet beskonechnoi fundamentalnoi pliti, lejaschei na uprugom osnovanii konechnoi i beskonechnoi moschnosti i nagrujennoi sosredotochennoi siloi [Calculation of an infinite fundamental plate lying on an elastic base of finite and infinite power and loaded with a concentrated force]. *Sbornik trudov nauchno-issledovatel'skogo sektora tresta glubinnih rabot*. 1939:133–139. (In Russ.)
2. Rappoport R.M. Zadacha Bussineska dlya sloistogo uprugogo poluprostranstva [The Boussinesq problem for a layered elastic half-space]. *Trudi Leningradskogo politehnicheskogo instituta*. 1948;(5):3–18. (In Russ.)
3. Vlasov V.Z., Leontev N.N. *Balki, pliti i obolochki na uprugom osnovanii [Beams, plates and shells on elastic base]*. Moscow, Gos. izd. fiz.-mat. lit-ry Publ.; 1960. (In Russ.)
4. Uflyand Ya.S. *Integralnie preobrazovaniya v zadachah teorii uprugosti [Integrated transformations in tasks of the theory of elasticity]*. Moscow, Leningrad, Izd-vo AN SSSR Publ.; 1963. (In Russ.)
5. Harr M.E. *Osnovy teoreticheskoi mekhaniki gruntov [Foundations of theoretical soil mechanics]*. Moscow, Stroizdat Publ.; 1971. (In Russ.)
6. Smirnov A.V., Malyshev A.A., Agalakov Yu.A. *Mekhanika ustoychivosti i razrusheniya dorozhnykh konstruktsii [Mechanics of stability and destruction of road structures]*. Omsk, SibADI Publ.; 1997. (In Russ.)
7. Potelezhko V.P. Zadacha Flamana dlya dvusloinnoi poluploskosti [The Flaman problem for a two-layer half-plane]. *Mechanics and Physics of Processes on the Surface and in the Contact of Solids, Parts of Technological and Power Equipment*. 2005;(1):29–33. (In Russ.)
8. Torskaya E.V., Lushnikov N.A., Lushnikov P.A. Analysis of stress-strain state of multi-layer pavements. *Journal of Friction and Wear*. 2008;29(2):204–210. (In Russ.)
9. Tarntira K., Senjuntichai T., Keawsawasvong S. Multilayered Elastic Medium under Axisymmetric Loading and Surface Energy. *Advanced Materials and Engineering Materials VIII*. 2019;(814):320–326.
10. Lehnickii S.G. K zadache ob uprugom ravnovesii anizotropnoi polosi [On the problem of elastic equilibrium of an anisotropic band]. *Prikladnaya mehanika i matematika*. 1963;(1):142–149. (In Russ.)
11. Pan E. Static response of transversely isotropic and layered half-space to general surface loads. *Phys. Earth Planet Inter*. 1989;(54):353–363.
12. Kudryavtsev S.G., Buldakova J.M. Solution of the plane problem of elasticity theory for an orthotropic stripe. *The scientific and practical conference: Innovations in the educational process*. 2010;(8):118–123. (In Russ.)
13. Krupoderov A.V. Fundamental solutions for transversely isotropic multilayered. *News of the Tula State University. Sciences of Earth*. 2011;(1):137–146. (In Russ.)
14. Kudryavtsev S.G., Buldakova J.M. Interaction of anisotropic band and rigid base. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*. 2012;(4):29–35. (In Russ.)
15. Fabrikant V.I. Tangential contact problems for several transversely isotropic elastic layers bonded to an elastic foundation. *Journal of Engineering Mathematics*. 2013; 81(1):93–126.
16. Liu J., Zhang P., Lin G., Li C., Lu S. Elastostatic solutions of a multilayered transversely isotropic piezoelectric system under axisymmetric loading. *Acta Mechanica*. 2017;228(1):107–128.
17. Kulagina M.F., Ivanova V.I. Pervaya osnovnaya zadacha teorii uprugosti dlya oblasti sostoyaschei iz polosi i poluploskosti [The first major problem of elasticity theory for a region consisting of band and half-plane]. *Journal of Samara State Technical University. Ser. Physical and Mathematical Sciences*. 2003;(19):89–96. (In Russ.)
18. Lehnickii S.G. *Teoriya uprugosti anizotropnogo tela [Theory of elasticity of an anisotropic body]*. Moscow, Nauka Publ.; 1977. (In Russ.)
19. Nowacki W. *Teoriya uprugosti [Theory of elasticity]*. Moscow, Mir Publ.; 1975. (In Russ.)

ТЕОРИЯ ТОНКИХ ОБОЛОЧЕК THEORY OF THIN ELASTIC SHELLS

DOI 10.22363/1815-5235-2020-16-2-131-138
УДК 514.8:539.3:72.01

АНАЛИТИЧЕСКИЙ ОБЗОР

Аналитические линейчатые поверхности и их полная классификация

С.Н. Кривошапко

Российский университет дружбы народов, *Российская Федерация*, 117198, Москва, ул. Миклухо-Маклая, 6
krivoshapko-sn@rudn.ru

История статьи:

Поступила в редакцию: 22 ноября 2019 г.

Доработана: 12 января 2020 г.

Принята к публикации: 7 февраля 2020 г.

Аннотация

Цель работы – предоставить материал, способный расширить кругозор проектировщиков и архитекторов, проектирующих объекты в форме традиционных и неканонических линейчатых поверхностей. Эти поверхности имеют ряд неоспоримых преимуществ с точки зрения их формообразования, конструирования и изготовления изделий и сооружений в форме линейчатых поверхностей и методов расчета. **Методы.** При подборе линейчатых поверхностей для классификации используются способы их задания в векторной, параметрической, явной и неявной формах, предлагаемых в дифференциальной геометрии. Рассматриваются только аналитические линейчатые поверхности, которые уже описаны и представлены в научно-технической литературе. **Результаты.** Представлены в графической форме все известные на настоящее время линейчатые поверхности. Даны определения некоторых малоизвестных линейчатых поверхностей, а в списке литературы указаны источники, в которых эти поверхности исследуются, рассматриваются вопросы их применения в реальных сооружениях или изделиях, дается методика определения напряженно-деформируемого состояния оболочек с соответствующими срединными поверхностями.

Ключевые слова: аналитическая поверхность, косая линейчатая поверхность, развертывающаяся поверхность, классификация поверхностей, дифференциальная геометрия

Для цитирования

Кривошапко С.Н. Аналитические линейчатые поверхности и их полная классификация // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2020. Т. 16. № 2. С. 131–138. <http://dx.doi.org/10.22363/1815-5235-2020-16-2-131-138>

Введение

Поверхность называется линейчатой, если через каждую точку этой поверхности можно провести хотя бы одну прямую и эта прямая имеет с поверхностью общий отрезок. Самую полную информацию об аналитических линейчатых поверхностях можно получить из энциклопедии [1], где они выделены в отдельный класс. Линейчатые поверхности имеются практически в каждом из 38 классов

аналитических поверхностей нулевой ($K = 0$) и отрицательной ($K < 0$) гауссовых кривизн. Например, прямой геликоид можно одновременно включить в класс линейчатых поверхностей и минимальных поверхностей, однополостный гиперболоид вращения входит также в класс поверхностей вращения, цилиндрическую поверхность можно считать поверхностью прямого переноса, односторонняя линейчатая поверхность (лист Мебиуса) входит и в класс односторонних поверхностей и т. д.

В энциклопедии [1] все аналитические поверхности разделены на 38 классов. Естественно, линейчатых поверхностей нет среди поверхностей положительной ($K > 0$) гауссовой кривизны. Их нет также среди поверхностей Веронезе, Безье, Кунса и среди афинно-минимальных поверхностей.

Кривошапко Сергей Николаевич, доктор технических наук, профессор, профессор департамента строительства Инженерной академии; ORCID iD: <https://orcid.org/0000-0002-9385-3699>, eLIBRARY SPIN-code: 2021-6966.

© Кривошапко С.Н., 2020



This work is licensed under a Creative Commons Attribution 4.0 International License
<https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>

Некоторые геометры считают, что все многообразие линейчатых поверхностей можно охарактеризовать, сгруппировав их в три группы: линейчатые поверхности с тремя, двумя и одной направляющими. Другие предлагают все поверхности разделить только на два класса: линейчатые и нелинейчатые поверхности.

Известны работы [2–4], где дается общая классификация известных аналитических поверхностей в графической форме, куда входят и линейчатые поверхности. Но эти классификации не полны, так как не дают всеобъемлющей информации о линейчатых поверхностях и содержат сведения только о поверхностях, нашедших применение в архитектуре, строительстве и машиностроении.

Более полные классификации только аналитических линейчатых поверхностей в графической форме приведены в работах [5–7], но их тоже нельзя назвать полными, так как здесь классифицируются подклассы или группы линейчатых поверхностей.

Как показали последние геометрические исследования, многообразие аналитических поверхностей, в том числе и линейчатых, и способов их образования увеличивается, поэтому создать строгую и полную классификацию поверхностей не представляется возможным.

1. Цель исследования

Линейчатые поверхности благодаря множеству способов их конструирования, простоте изготовления изделий и сооружений в форме этих поверхностей, способности линейчатых поверхностей нулевой гауссовой кривизны разворачиваться на плоскость без разрывов и складок пользуются большой популярностью среди архитекторов [8; 9] и машиностроителей [10]. Особенно часто можно видеть изделия и сооружения в форме конусов [11], цилиндров, гипаров, однополостных гиперboloидов вращения [12], коноидов [13].

Значительно реже применяются невырожденные торсовые поверхности, несмотря на их ярко выраженные преимущества [5; 9; 14]. Зная это, исследователи-механики разрабатывают новые методы их статического и динамического расчета в криволинейных неортогональных координатах [14] или предлагают к применению торсовые оболочки, заданные в линиях кривизн [15].

Приведенные в статье сведения и представленный вариант полной классификации линейчатых поверхностей расширит кругозор архитекторов-строителей и машиностроителей и может привлечь их внимание к редко используемым линейчатым поверхностям. Исследователи-механики могут выбрать темы для дальнейших изысканий в области стати-

ческого и динамического расчета оболочек с линейчатыми срединными поверхностями.

2. Метод исследования

Приведем краткие сведения из дифференциальной геометрии линейчатых поверхностей.

При изучении аналитических линейчатых поверхностей считают, что векторное уравнение линейчатой поверхности можно представить в виде

$$\mathbf{r} = \mathbf{r}(u, v) = \mathbf{a}(v) + u\mathbf{b}(v),$$

где $\mathbf{a}(v)$ – радиус-вектор направляющей кривой; $\mathbf{b}(v)$ – направляющий вектор прямолинейной образующей.

Линейчатые поверхности, за исключением плоскости и прямого геликоида, не могут иметь постоянную среднюю кривизну. Прямолинейные образующие являются асимптотическими линиями.

Невырожденные торсовые поверхности образуются касательными к своему ребру возврата, то есть это – линейчатые поверхности с одной направляющей. Поверхность касательных называют касательным торсом. Любую пространственную кривую можно принять за ребро возврата, касательные к которому будут образовывать торсовую поверхность. Торсовую поверхность, если известно уравнение ребра возврата, удобно задавать в векторной форме:

$$\mathbf{r} = \mathbf{r}(u, v) = \mathbf{a}(v) + u\mathbf{l}(v),$$

где $\mathbf{a}(v)$ – текущий радиус-вектор ребра возврата, $\mathbf{l}(v)$ – единичный касательный вектор, заданный в каждой точке ребра возврата; координатные линии u совпадают с прямолинейными образующими.

У конуса ребро возврата вырождается в точку – вершину конуса, а у цилиндрической поверхности эта точка удаляется на бесконечность.

Уравнение торса можно получить, не определяя предварительно уравнений ребра возврата. Если задана пара направляющих кривых $\mathbf{r}_1 = \mathbf{r}_1(u)$ и $\mathbf{r}_2 = \mathbf{r}_2(v)$ относительно общего полюса O , то, вычислив зависимость $v = v(u)$, уравнение торса можно представить в виде

$$\mathbf{r}(u, \lambda) = \mathbf{r}_1(u) + \lambda[\mathbf{r}_2(v) - \mathbf{r}_1(u)] = \mathbf{r}_1(u) + \lambda\mathbf{m}(u),$$

где $0 \leq \lambda \leq 1$, причем угол между координатными линиями u , λ не зависит от параметра λ .

Поверхности одинакового ската – это линейчатые поверхности, имеющие постоянный угол между своими прямолинейными образующими и соответствующими главными нормальными плоской направляющей кривой.

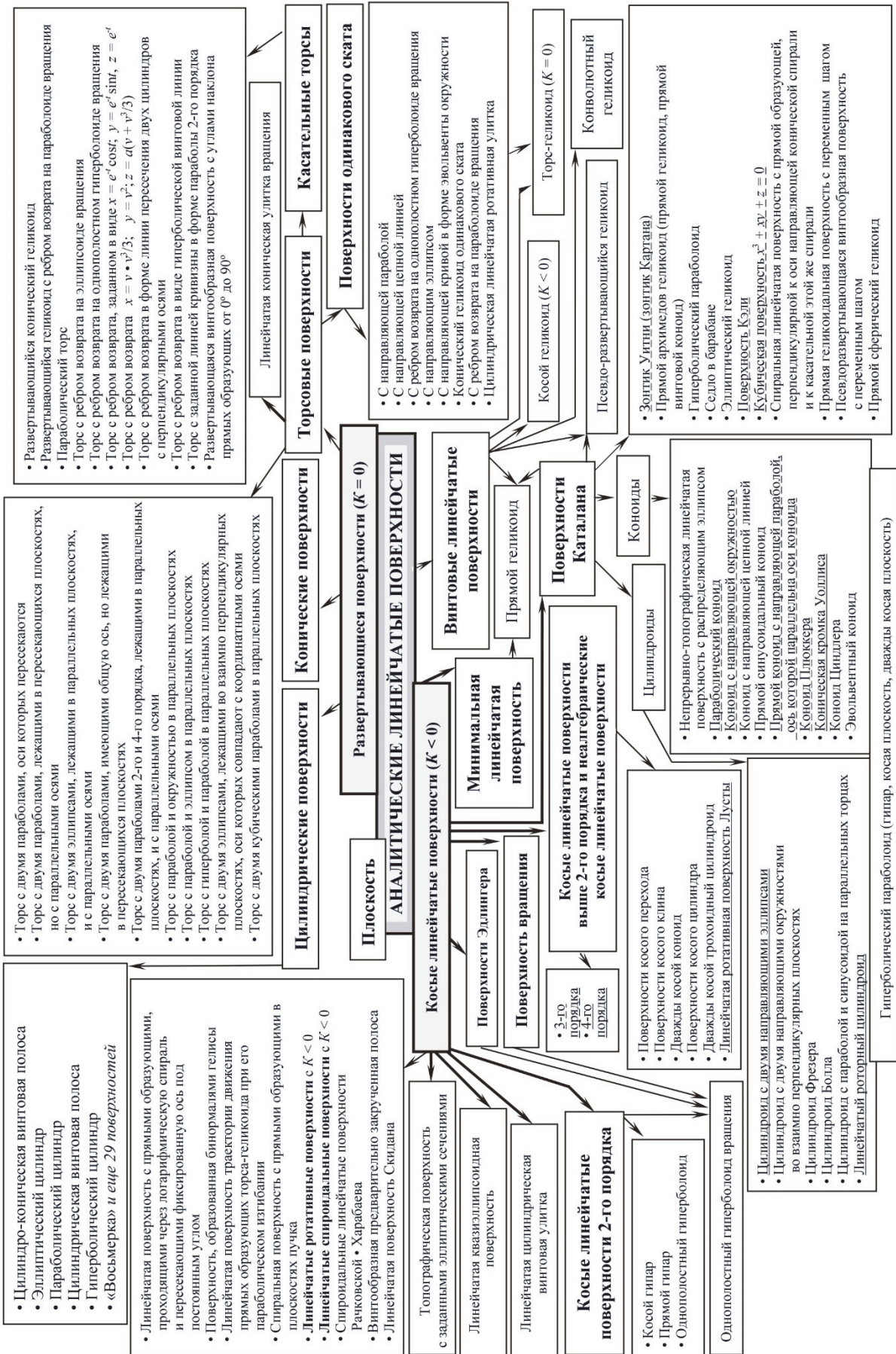


Рис. 1. Классификация аналитических линейчатых поверхностей

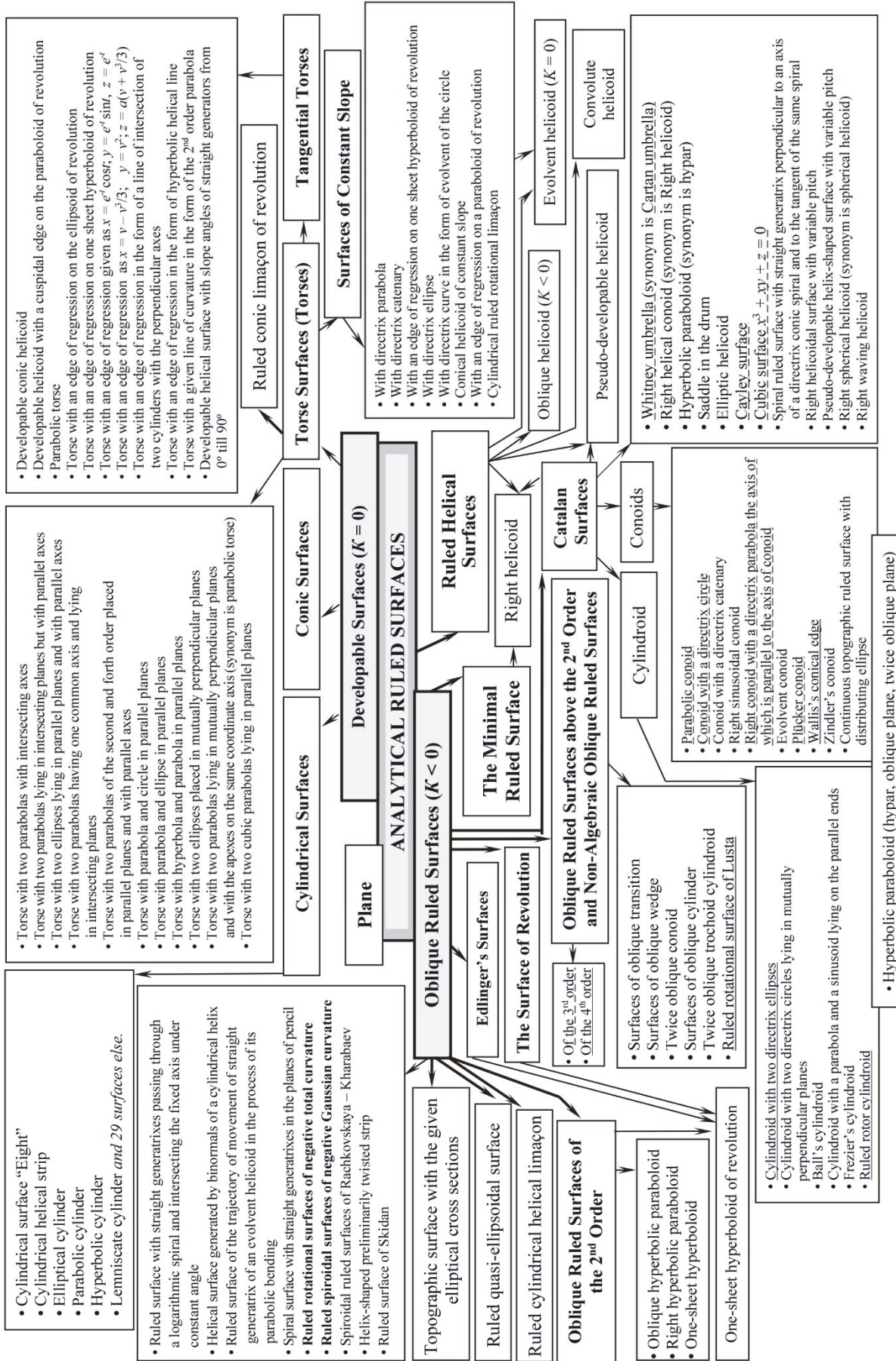


Figure 1. Classification of analytical ruled surfaces

Линейчатые поверхности отрицательной гауссовой кривизны называют также косыми линейчатыми поверхностями, или линейчатыми седловыми поверхностями, или неразвертываемыми линейчатыми поверхностями.

Приведем определения некоторых косых линейчатых поверхностей, которые можно увидеть в очертаниях промышленных изделий. Определения взяты из энциклопедии [1]. «Поверхность косого перехода – это линейчатая поверхность с тремя направляющими, из которых две – дуги окружностей одинакового радиуса, лежащих в параллельных плоскостях, а третья – прямая линия, перпендикулярная плоскостям окружностей и проходящая через середину отрезка прямой, соединяющего центры этих дуг окружностей. Поверхность косого перехода применяется в архитектуре и строительстве. Поверхность косого клина образовывается движением прямолинейной образующей по трем направляющим, расположенным в параллельных плоскостях, причем две криволинейные направляющие – гладкие кривые, а третья – прямая линия. Эта поверхность используется при создании крыла летательного аппарата. Поверхность дважды косого коноида содержит три направляющие, из которых одна направляющая – кривая линия, а две другие – прямые. Поверхность косого цилиндра образовывается движением прямолинейной образующей по трем криволинейным направляющим. Дважды косой цилиндр – линейчатая поверхность, образованная при трех направляющих, из которых две – кривые, а третья – прямая линия».

3. Результаты

На рис. 1 представлены в графической форме все известные на настоящее время линейчатые поверхности. В тексте статьи даны определения некоторых малоизвестных линейчатых поверхностей, а в списке литературы указаны источники, в которых эти поверхности исследуются, рассматриваются вопросы их применения в реальных сооружениях или изделиях, дается методика определения напряженно-деформируемого состояния оболочек с соответствующими срединными поверхностями.

Согласно энциклопедии [1] в научно-технической литературе встречаются описания 34 цилиндрических поверхностей. В некоторых работах цилиндрические поверхности разделяют на цилиндрические поверхности с пространственной направляющей кривой и с плоской направляющей кривой. Последние делят на прямые и наклонные цилиндрические поверхности. Цилиндрические поверхности по-прежнему широко используются на практике [5; 16].

Учитывая, что конические поверхности хорошо известны, конкретные конические поверхности в общую спецификацию также не включены. Например, в энциклопедии [1] перечислены и даны уравнения 20 конических поверхностей. Для сведения приведем отдельную классификацию конических поверхностей, в которой отмечены общепринятые названия конических поверхностей (рис. 2). За образец взята схема, приведенная в работе [5].



Рис. 2. Классификация конических поверхностей

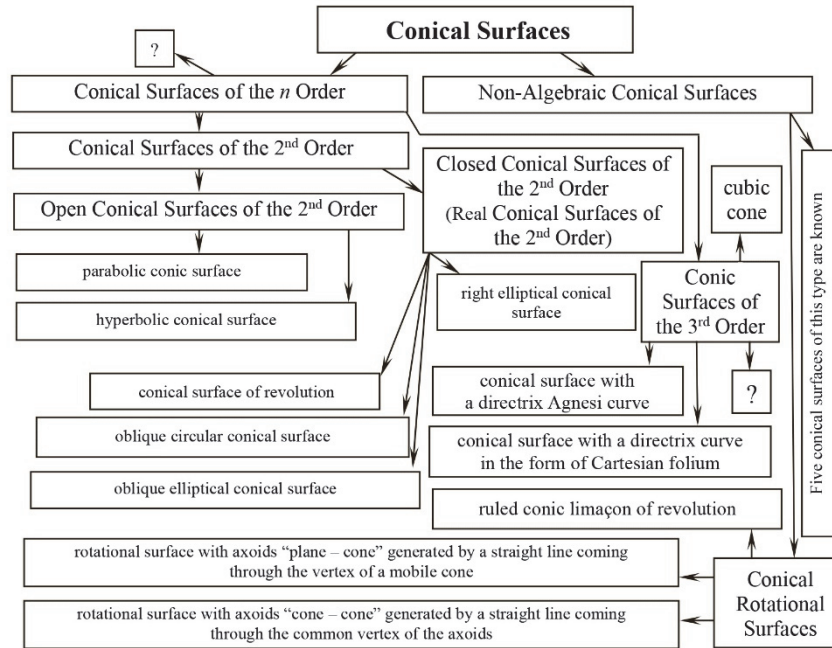


Figure 2. Classification of analytical conic surfaces

Краткую информацию о существующих методах расчета на устойчивость конических оболочек можно получить из работы [17]. Интересные результаты получены для цилиндрических и конических оболочек различной толщины при помощи программы ABACUS в статье [18].

Заключение

В некоторых работах, например [2; 5; 8; 11; 13; 19], предпринимались попытки выяснить наиболее популярные среди архитекторов аналитические поверхности, которые использовались для проектирования форм общественных, жилых и промышленных зданий. Особенно популярно использование аналитических поверхностей в параметрической архитектуре. Параметрическая архитектура – новый стиль в архитектуре, основанный на аналитических методах задания поверхностей, математическом и компьютерном моделировании. Этот стиль сформировался в начале XXI века. Самыми известными архитекторами, работавшими в этом стиле, считаются Заха Хадид и Патрик Шумахер. По-видимому, это связано с увеличивающимся интересом к проектированию объектов нетрадиционных некубических форм. Впервые это явление в архитектуре было отмечено в статье [20]. Н.В. Касьянов [21] подтверждает, что данная тенденция развивается и сегодня.

Нетрадиционные аналитические линейчатые поверхности могут найти широкое применение в прак-

тике проектирования строительных и машиностроительных объектов, поэтому составление их полной классификации расширит кругозор проектировщиков и даст импульс к наращению их применения.

При составлении классификации и в тексте статьи автор старался использовать все встречающиеся аналоги названий конкретных аналитических линейчатых поверхностей. Это вызвано тем, что геометры, архитекторы и машиностроители часто одну и ту же поверхность называют по-разному. Например, резную линейчатую поверхность Монжа с круговой цилиндрической направляющей поверхностью в некоторых работах называют цилиндрической линейчатой ротативной улиткой, иногда она встречается под названием «фрагмент поверхности развертывающегося геликоида» (эвольвентного геликоида, торса-геликоида). Псевдоразвертывающийся геликоид и открытый прямой геликоид – два названия одной и той же линейчатой поверхности отрицательной гауссовой кривизны.

В полную классификацию не включены поверхности, в названии которых имеется слово «линейчатые», но они известны только математикам и встречаются в единичных публикациях. Например, это Swallow Surface, линейчатые поверхности Л.С. Понтрягина, Г. Браунера (H. Brauner), ортоидные линейчатые поверхности с постоянным параметром распределения, алгебраическая конгруэнция 4-го порядка 2-го класса Д. Палмана (D. Palman) [1], линейчатые поверхности Петерсона [22] и некоторые другие.

Список литературы

1. Кривошапко С.Н., Иванов В.Н. Энциклопедия аналитических поверхностей. М.: Книжный дом ЛИБРОКОМ, 2010. 560 с.
2. Mamieva I.A., Gbaguidi-Aisse G.L. Influence of the geometrical researches of rare type surfaces on design of new and unique structures // Строительство и реконструкция. 2019. № 5 (85). С. 23–34.
3. Гринько Е.А. Классификация аналитических поверхностей применительно к параметрической архитектуре и машиностроению // Вестник Российского университета дружбы народов. Серия: Инженерные исследования. 2018. Т. 19. № 4. С. 438–456.
4. Мамиева И.А. О классификации аналитических поверхностей // Инженерные системы – 2011: тез. докл. международной научно-практической конференции. М.: РУДН, 2011. С. 63–65.
5. Mamieva I.A. Influence of the geometrical researches of ruled surfaces on design of unique structures // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2019. Т. 15. № 4. С. 299–307.
6. Кривошапко С.Н. Классификация линейчатых поверхностей // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2006. № 1. С. 10–20.
7. Белякова М.С. Повышение эффективности процессов конструкторско-технологического проектирования на основе разработки информационной системы моделирования поверхностей: автореферат дис. ... канд. техн. наук. М.: МГТУ Станкин, 2007.
8. Мамиева И.А., Разин А.Д. Параметрическая архитектура в Москве // Архитектура и строительство России. 2014. № 6. С. 24–29.
9. Кривошапко С.Н., Мамиева И.А. Возможности применения торсов и торсовых оболочек в условиях Дагестана // Вестник Дагестанского государственного технического университета. 2011. № 3 (22). С. 118–127.
10. Кривошапко С.Н. Перспективы и преимущества торсовых поверхностей при моделировании машиностроительных и строительных конструкций // Вестник гражданских инженеров. 2019. № 1(72). С. 20–30.
11. Мамиева И.А., Разин А.Д. Знаковые пространственные сооружения в форме конических поверхностей // Промышленное и гражданское строительство. 2017. № 10. С. 5–11.
12. Кривошапко С.Н., Мамиева И.А. Стержневые системы в форме однополостного гиперboloида вращения // Монтажные и специальные работы в строительстве. 2011. № 11. С. 19–23.
13. Кривошапко С.Н. Применение коноида и цилиндридоида при формообразовании зданий и сооружений оболочечного типа // Строительство и реконструкция. 2017. № 5 (73). С. 34–44.
14. Krivoshapko S.N. Static analysis of shells with developable middle surfaces // Applied Mechanics Reviews. 1998, December. Vol. 51. No. 12. Part 1. Pp. 731–746.
15. Алешина О.О. Исследования по геометрии и расчету торсовых оболочек одинакового ската // Строительная механика и расчет сооружений. 2019. № 3. С. 63–70.
16. Lee Y.S. Review on the cylindrical shell research // Transactions of the Korean Society of Mechanical Engineers, A. 2009. Vol. 33. No. 1. Pp. 1–26.
17. Ifayefunmi O., Blachut J. Imperfection sensitivity: a review of buckling behavior of cones, cylinders, and domes // Journal of Pressure Vessel Technology. Transactions of the ASME. 2018. Vol. 140. No. 5. Pp. 050801. <https://doi.org/10.1115/1.4039695>
18. Shariyat M., Alipour M.M. Analytical bending and stress analysis of variable thickness FGM auxetic conical/cylindrical shells with general tractions // Lat. Am. J. Solids Struct. 2017, June. Vol. 14. No. 5. Pp. 805–843. <http://dx.doi.org/10.1590/1679-78253413>
19. Гринько Е.А. Обзорные работы по геометрии, прочности, устойчивости, динамике и применению оболочек со срединными поверхностями различных классов // Монтажные и специальные работы в строительстве. 2012. № 2. С. 15–21.
20. Bradshaw R., Campbell D., Gargari M., Mirmiran A., Tripeny P. Special structures. Past, present, and future // Journal of Structural Engineering. 2002, June. Pp. 691–701.
21. Касьянов Н.В. К проблеме эволюции пространственных форм архитектуры в контексте научно-технологических достижений // Academia. Строительство и архитектура. 2019. № 3. С. 34–43.
22. Бланк Я.П., Загайный Н.А. Линейчатые поверхности Петерсона // Украинский геометрический сборник. Вып. 10. Харьков: Изд-во ХГУ, 1971. С. 3–10.

ANALYTICAL REVIEW

Analytical ruled surfaces and their complete classification

Sergey N. Krivoshapko

Peoples' Friendship University of Russia (RUDN University), 6 Miklukho-Maklaya St, Moscow, 117198, Russian Federation
krivoshapko-sn@rudn.ru

Article history:

Received: November 22, 2019

Revised: January 12, 2020

Accepted: February 7, 2020

Abstract

The aim of the work – to give the possibility to expand mind of designers and architects projecting structures in the form of traditional and non-canonical ruled surfaces. These surfaces have several unquestionable advantages with a point of view of their forming, designing, and making of factory-made goods and erections in

Sergey N. Krivoshapko, DSc, Professor, Professor of the Department of Civil Engineering, Academy of Engineering; ORCID iD: 0000-0002-9385-3699, eLIBRARY SPIN-code: 2021-6966.

For citation

Krivoshapko S.N. Analytical ruled surfaces and their complete classification. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*. 2020;16(2):131–138. <http://dx.doi.org/10.22363/1815-5235-2020-16-2-131-138>. (In Russ.)

the form of ruled surfaces and analysis methods. **Methods.** Choosing ruled surfaces for classification, one can use methods of their determination by vector, parametrical, implicit, and in explicit equations. Only analytical ruled surfaces are considered which were examined and presented in scientific-and-technical literature. **Results.** All known at present time ruled surfaces are given in a graphic form. The determinations of some little known ruled surfaces are presented in a paper. The original sources, where these surfaces are examined or their application in real structures and erections are considered, or methods of determination of stress-strain state in thin-walled shells with ruled middle surfaces are presented, are given in references.

Keywords: analytical surface, oblique ruled surface, developable surface, classification of surfaces, differential geometry

References

1. Krivoshapko S.N., Ivanov V.N. *Encyclopedia of Analytical Surfaces*. Switzerland, Springer International Publishing; 2015. DOI: 10.1007/978-3-319-11773-7.
2. Mamieva I.A., Gbaguidi-Aisse G.L. Influence of the geometrical researches of rare type surfaces on design of new and unique structures. *Building and Reconstruction*, 2019;5(85):23–34.
3. Grinko E.A. Classification of analytical surfaces as applied to parametrical architecture and machine building. *RUDN Journal of Engineering Researches*, 2018;19(4):438–456. (In Russ.)
4. Mamieva I.A. On classification of analytical surfaces. Engineering System – 2011: Abstracts of Papers of International Scientific-and-Practical Conference. Moscow, RUDN Publ.; 2011. pp. 63–65. (In Russ.)
5. Mamieva I.A. Influence of the geometrical researches of ruled surfaces on design of unique structures. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*. 2019;15(4):299–307.
6. Krivoshapko S.N. The classification of ruled surfaces. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*. 2006;(1):10–20. (In Russ.)
7. Belyakova M.S. *Povyshenie effektivnosti prozessov konstruktorsko-tehnologicheskoy proektirovaniya na osnove razrabotki informazionnoy sistemy modelirovaniya poverkhnostey* [The increasing effectiveness of processes of design-and-technological planning on the basis of informative system of surface modelling] (abstract of the dissertation of the Candidate of Technical Sciences). Moscow, MGTU Stankin Publ.; 2007. (In Russ.)
8. Mamieva I.A., Razin A.D. Parametrical architecture in Moscow. *Architecture and Construction of Russia*. 2014;(6):25–29. (In Russ.)
9. Krivoshapko S.N., Mamieva I.A. The opportunities of applications of torse surfaces and developable shells in Dagestan. *Herald of Dagestan State Technical University. Technical Sciences*. 2011;3(22):118–127. (In Russ.)
10. Krivoshapko S.N. Perspectives and advantages of tangential developable surfaces in modeling machine-building and building structures. *Bulletin of Civil Engineers*. 2019;1(72):20–30. DOI: 10.23968/1999-5571-2019-16-1-20-30. (In Russ.)
11. Mamieva I.A., Razin A.D. Landmark spatial structures in the form of conic surfaces. *Industrial and Civil Engineering*. 2017;(10):5–11. (In Russ.)
12. Krivoshapko S.N., Mamieva I.A. Rod systems in the form of one-sheet hyperboloid of revolution. *Montazhnye i spetsialnye raboty v stroitelstve*. 2011;(11):19–23. (In Russ.)
13. Krivoshapko S.N. The application of conoid and cylindroid in forming of buildings and structures of shell type. *Building and Reconstruction*. 2017;5(73):34–44. (In Russ.)
14. Krivoshapko S.N. Static analysis of shells with developable middle surfaces. *Applied Mechanics Reviews*. 1998;51(12, Part 1):731–746.
15. Aleshina O.O. Studies of geometry and calculation of torso shells of an equal slope. *Structural Mechanics and Analysis of Constructions*. 2019;(3):63–70 (In Russ.)
16. Lee Y.S. Review on the cylindrical shell research. *Transactions of the Korean Society of Mechanical Engineers*, A. 2009;33(1):1–26.
17. Ifayefunmi O., Błachut J. Imperfection sensitivity: a review of buckling behavior of cones, cylinders, and domes. *Journal of Pressure Vessel Technology, Transactions of the ASME*. 2018;140(5):050801. <https://doi.org/10.1115/1.4039695>
18. Shariyat M., Alipour M.M. Analytical bending and stress analysis of variable thickness FGM auxetic conical/cylindrical shells with general tractions. *Lat. Am. J. Solids Struct*. 2017;14(5):805–843. <http://dx.doi.org/10.1590/1679-78253413>
19. Grinko E.A. Survey works on geometry, durability, stability, dynamics, and application of environments with middle surfaces of various classes. *Montazhnye i spetsialnye raboty v stroitelstve*. 2012;(2):15–21. (In Russ.)
20. Bradshaw R., Campbell D., Gargari M., Mirmiran A., Tripeny P. Special structures. Past, present, and future. *Journal of Structural Engineering*. 2002:691–701.
21. Kasyanov N.V. To the problem of the evolution of architectural spatial forms in the context of scientific and technological achievements. *Academia. Architecture and Construction*. 2019;(3):34–43. <https://doi.org/10.22337/2077-9038-2019-3-34-43>. (In Russ.)
22. Blank Ya.P., Zagayniy N.A. Linejchatye poverkhnosti Petersona [Ruled surfaces of Peterson]. *Ukrainskiy geometricheskij sbornik [Ukraine geometrical collection]*. 1971;(10):3–10. (In Russ.)

ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ РАСЧЕТА КОНСТРУКЦИЙ NUMERICAL METHODS OF ANALYSIS OF STRUCTURES

DOI 10.22363/1815-5235-2020-16-2-139-145
УДК 539.3

НАУЧНАЯ СТАТЬЯ

Сравнительный анализ конечно-элементных формулировок при плоском нагружении упругого тела

Н.А. Гуреева¹, А.П. Николаев², В.Н. Юшкин^{2*}

¹Финансовый университет при Правительстве Российской Федерации, *Российская Федерация, 125993, Москва, ГСП-3, Ленинградский пр., 49*

²Волгоградский государственный аграрный университет, *Российская Федерация, 400002, Волгоград, Университетский пр., 26*

*aup-volgau@yandex.ru

История статьи:

Поступила в редакцию: 13 декабря 2019 г.

Доработана: 12 февраля 2020 г.

Принята к публикации: 25 февраля 2020 г.

Благодарности

Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ и Администрации Волгоградской области в рамках научного проекта № 19-41-340004 p_a.

Для цитирования

Гуреева Н.А., Николаев А.П., Юшкин В.Н. Сравнительный анализ конечно-элементных формулировок при плоском нагружении упругого тела // *Строительная механика инженерных конструкций и сооружений*. 2020. Т. 16. № 2. С. 139–145. <http://dx.doi.org/10.22363/1815-5235-2020-16-2-139-145>

Аннотация

Цель исследования – сравнение результатов определения параметров напряженно-деформированного состояния плосконагруженных упругих тел на основе метода конечных элементов в формулировке метода перемещений и в смешанной формулировке. **Методы.** Разработаны и применены алгоритмы метода конечных элементов в различных формулировках. **Результаты.** В декартовой системе координат для определения напряженно-деформированного состояния упругого тела при плоском нагружении использован конечный элемент четырехугольной формы в двух формулировках: в формулировке метода перемещений с узловыми неизвестными в виде перемещений и их производных и в смешанной формулировке с узловыми неизвестными в виде перемещений и напряжений. Аппроксимация перемещений через узловые неизвестные при получении матрицы жесткости конечного элемента выполнялась с использованием функции формы, элементами которой принимались полиномы Эрмита третьей степени. При получении матрицы деформирования перемещения и напряжения внутренней точки конечного элемента аппроксимировались через узловые неизвестные с использованием билинейных функций. Матрица жесткости четырехугольного конечного элемента в формулировке метода перемещений получена на основе функционала, основанного на разности действительных работ внешних и внутренних сил при нагружении твердого тела. Матрица деформирования конечного элемента формировалась на основе смешанного функционала, полученного из предложенного функционала путем замены действительной работы внутренних сил разностью полной и дополнительной работ внутренних сил при нагружении тела. На примере расчета показано существенное преимущество использования конечного элемента в смешанной формулировке.

Ключевые слова: матрица жесткости, матрица деформирования, четырехугольный конечный элемент, смешанный функционал

Введение

При достаточно полном развитии теории деформирования нагруженных твердых тел [1–2] аналитическое

получение конкретных результатов возможно только в некоторых, далеких от практики инженерных расчетов, случаях. Для получения результатов расчетов при определении напряженно-деформированного состояния (НДС) практических инженерных конструкций необходимо использование численных методов. Среди численных методов широкое распространение получил метод конечных элементов в формулировке метода перемещений [3–13]. К существенным недостаткам этого метода относится отсутствие непрерывности производных перемещений на контурах и гранях конечных элементов при сохранении непрерывности в узловых точках. Использование конечных элемен-

Гуреева Наталья Анатольевна, доктор физико-математических наук, доцент, доцент департамента анализа данных, принятия решений и финансовых технологий; ORCID iD: <https://orcid.org/0000-0003-3496-2008>, eLIBRARY SPIN-код: 8393-5900.

Николаев Анатолий Петрович, доктор технических наук, профессор, профессор кафедры прикладной геодезии, природообустройства и водопользования; ORCID iD: <https://orcid.org/0000-0002-7098-5998>, eLIBRARY SPIN-код: 2653-5484.

Юшкин Владислав Николаевич, кандидат технических наук, доцент, доцент кафедры прикладной геодезии, природообустройства и водопользования; ORCID iD: <https://orcid.org/0000-0003-3965-4397>, eLIBRARY SPIN-код: 4833-4701.

© Гуреева Н.А., Николаев А.П., Юшкин В.Н., 2020

This work is licensed under a Creative Commons Attribution 4.0 International License
<https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



тов в смешанной формулировке [14–17] приводит к выполнению условий непрерывности напряжений и деформаций не только в узловых точках, но и на контурах и гранях конечных элементов.

В настоящей работе для четырехугольного элемента представлены конечно-элементные алгоритмы в формулировке метода перемещений и в смешанной формулировке для определения НДС плоско нагруженных упругих тел. На примере расчета напряженного состояния консольной балки показано преимущество использования конечного элемента в смешанной формулировке.

1. Используемые соотношения теории упругости

При плоском нагружении упругого тела в плоскости xOz деформации и перемещения связаны зависимостями Коши [1]

$$\varepsilon_{xx} = \frac{\partial u}{\partial x}; \varepsilon_{zz} = \frac{\partial w}{\partial z}; 2\varepsilon_{xz} = \frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z},$$

или в матричной формулировке

$$\{\varepsilon\} = [L]\{V\}, \quad (1)$$

где $\{\varepsilon\}^T = \{\varepsilon_{xx}, \varepsilon_{zz}, 2\varepsilon_{xz}\}$ – строка деформаций;

$\{V\}^T = \{u, w\}$ – строка перемещений точки; $[L]$ –

матрица дифференциальных операторов.

При упругом деформировании напряжения и деформации связаны законом Гука

$$\{\sigma\} = [C]\{\varepsilon\}, \quad (2)$$

где $\{\sigma\}^T = \{\sigma_{xx}, \sigma_{zz}, \sigma_{xz}\}$ – строка напряжений.

2. Четырехугольный конечный элемент

В декартовой системе координат Oxz принимается четырехугольник с узлами i, j, k, l . Для выполнения численного интегрирования по площади элемента он отображается на локальный квадрат в системе координат ξ, η , которые изменяются в пределах от -1 до 1 . Декартовы координаты внутренней точки четырехугольника определяются через их узловые значения с использованием билинейных функций:

$$\lambda = \{\varphi(\xi, \eta)\}^T \{\lambda_y\}, \quad (3)$$

где символ λ означает координату x или z ;

$\{\varphi(\xi, \eta)\}^T$ – строка билинейных функций формы;

$\{\lambda_y\}^T$ – строка узловых значений координаты λ .

Дифференцированием (3) определяются производные декартовых координат в локальной системе $(x_{,\xi}, x_{,\eta}, z_{,\xi}, z_{,\eta})$ и локальных координат в декартовой системе $(\xi_{,x}, \xi_{,z}, \eta_{,x}, \eta_{,z})$.

2.1. Матрица жесткости четырехугольного конечного элемента в формулировке метода перемещений

В качестве узловых неизвестных принимаются перемещения и их первые производные по координатам x, z . Каждая координата u, w вектора перемещения внутренней точки конечного элемента аппроксимируется через узловые неизвестные выражениями

$$\lambda = \{\psi(\xi, \eta)\}^T \{\lambda_y^i\}, \quad (4)$$

где $\{\lambda_y^i\}^T = \{\lambda^i, \lambda^j, \lambda^k, \lambda^l, \lambda_{,\xi}^i, \lambda_{,\xi}^j, \lambda_{,\xi}^k, \lambda_{,\xi}^l, \lambda_{,\eta}^i, \lambda_{,\eta}^j, \lambda_{,\eta}^k, \lambda_{,\eta}^l\}$ –

строка узловых неизвестных в локальной системе координат; $\{\psi(\xi, \eta)\}^T$ – аппроксимирующая функ-

ция, элементами которой являются произведения полиномов Эрмита от координат ξ, η в третьей степени.

Производные от перемещений по декартовым координатам определяются выражениями

$$\lambda_{,x} = \left[\{\Psi_{,\xi}\}^T \xi_{,x} + \{\Psi_{,\eta}\}^T \eta_{,x} \right] \{\lambda_y^i\};$$

$$\lambda_{,z} = \left[\{\Psi_{,\xi}\}^T \xi_{,z} + \{\Psi_{,\eta}\}^T \eta_{,z} \right] \{\lambda_y^i\}. \quad (5)$$

На основе (5) формируется матричное выражение

$$\{V\} = [A] \{V_y^i\}, \quad (6)$$

где $\{V_y^i\}^T = \left\{ \{u_y^i\}^T, \{w_y^i\}^T \right\}$.

С учетом (5) и (6) матричное выражение для деформаций (1) может быть представлено в виде

$$\{\varepsilon\} = [L][A]\{V_y\} = [B]\{V_y\}. \quad (7)$$

Для формирования матрицы жесткости конечного элемента используется функционал, отражающий равенство действительных работ внешних и внутренних сил:

$$\Pi_L = \frac{1}{2} \int_F (\sigma_{xx} \varepsilon_{xx} + \sigma_{zz} \varepsilon_{zz} + 2\sigma_{xz} \varepsilon_{xz}) dF - \frac{1}{2} \int_l (q_{xx} u + q_{zz} w) dl, \quad (8)$$

где F – площадь конечного элемента; l – длина контура элемента.

Принимая во внимание соотношения (2) и (7), функционал (8) можно представить в матричном виде

$$\Pi_L = \frac{1}{2} \{V_y^i\}^T \int_F [B]^T [C] [B] dF \{V_y^i\} - \frac{1}{2} \{V_y^i\}^T \int_l [A]^T \{q\} dl. \quad (9)$$

Производные от перемещений в локальной системе координат определяются через производные в глобальной системе соотношениями

$$\lambda_{,\xi} = \lambda_{,x} x_{,\xi} + \lambda_{,z} z_{,\xi};$$

$$\lambda_{,\eta} = \lambda_{,x} x_{,\eta} + \lambda_{,z} z_{,\eta}. \quad (10)$$

На основании (10) выполняется преобразование вектора узловых неизвестных в локальной системе через вектор узловых неизвестных в декартовой системе в матричном виде:

$$\{V_y^i\} = [T] \{V_y^c\}. \quad (11)$$

После минимизации преобразованного функционала (9) на основании (11) по узловым неизвестным $\{V_y^c\}^T$ получается матрица жесткости конечного элемента:

$$[K_1] \{V_y^c\} = \{f_y\}, \quad (12)$$

где $[K_1] = [T]^T \int_F [B]^T [C] [B] dF [T]$ – матрица жесткости конечного элемента;

$\{f_y\} =$

$$= [T]^T \int_l [A]^T \{q\} dl - \text{вектор узловых усилий ко-$$

нечного элемента.

При минимизации функционала (9) принято во внимание, что нагрузка и перемещения связаны линейной зависимостью, поэтому при дифференцировании координатной функции сократился коэффициент $1/2$ перед вектором сил.

2.2 Матрица деформирования конечного элемента в смешанной формулировке

В качестве узловых неизвестных четырехугольного конечного элемента принимаются перемещения и напряжения.

Перемещения внутренней точки конечного элемента u, w аппроксимируются через узловые неизвестные выражениями (4).

Матричное выражение для деформаций запишется в виде

$$\{\varepsilon\} = [L]\{V\} = [L][A]\{v_y\} = [B]\{v_y\}, \quad (13)$$

$$\text{где } \{v_y\}^T = \{u^i, u^j, u^k, u^l, w^i, w^j, w^k, w^l\}$$

Каждая компонента тензора напряжений аппроксимируется через узловые неизвестные также билинейными выражениями:

$$\sigma_{\alpha\beta} = \{\varphi(\xi, \eta)\}^T \{\sigma_{\alpha\beta y}\}; \quad (\alpha, \beta = 1, 2). \quad (14)$$

где $\{\sigma_{\alpha\beta y}\}^T = \{\sigma_{\alpha\beta}^i, \sigma_{\alpha\beta}^j, \sigma_{\alpha\beta}^k, \sigma_{\alpha\beta}^l\}$ – строка узловых неизвестных напряжений.

На основе (14) формируется матричное соотношение

$$\{\sigma\} = [G]\{\sigma_y\}, \quad (15)$$

$$\text{где } \{\sigma_y\}^T = \left\{ \{\sigma_{xx y}\}, \{\sigma_{zz y}\}, \{\sigma_{xz y}\} \right\}.$$

Для формирования матрицы деформирования конечного элемента выполняется преобразование функционала (8) путем замены действительной работы внутренних сил разностью полной и дополнительной работ при нагружении деформируемого тела:

$$\frac{1}{2} \sigma_{\alpha\beta} \varepsilon_{\alpha\beta} = \{\sigma\}^T [L]\{V\} - \frac{1}{2} \{\sigma\}^T [C]^{-1} \{\sigma\}. \quad (16)$$

С учетом (16) функционал (8) запишется матричным выражением

$$\begin{aligned} \Pi = & \left\{ \sigma_y \right\}_{1 \times 12}^T \int_F [G]_{12 \times 3}^T [B]_{3 \times 8} dF \left\{ v_y \right\}_{8 \times 1} - \\ & - \frac{1}{2} \left\{ \sigma_y \right\}_{1 \times 12}^T \int_F [G]_{12 \times 3}^T [C]_{3 \times 3} [G]_{3 \times 12} dF \left\{ \sigma_y \right\}_{12 \times 1} - \\ & - \frac{1}{2} \left\{ v_y \right\}_{1 \times 8}^T \int_l [A]_{8 \times 2}^T \{ q \}_{2 \times 1} dl. \end{aligned} \quad (17)$$

После выполнения варьирования функционала (17) по узловым неизвестным $\left\{ \sigma_y \right\}^T$ и $\left\{ v_y \right\}^T$ конечного элемента получается система уравнений

$$\begin{aligned} \frac{\partial \Pi}{\partial \left\{ \sigma_y \right\}^T} & \equiv -[H]_{12 \times 12} \left\{ \sigma_y \right\}_{12 \times 1} + [Q]_{12 \times 8} \left\{ v_y \right\}_{8 \times 1} = 0; \\ \frac{\partial \Pi}{\partial \left\{ v_y \right\}^T} & \equiv [Q]_{8 \times 12}^T \left\{ \sigma_y \right\}_{12 \times 1} - \left\{ f_y \right\}_{8 \times 1} = 0, \end{aligned} \quad (18)$$

где $[Q] = \int [G]^T [B] dF$; $[H] = \int [G]^T [C] [G] dF$;

$$\left\{ f_y \right\}_{8 \times 1} = \int_l [A]^T \{ q \}_{2 \times 1} dl.$$

Системы уравнений (18) представляются в традиционной для метода конечных элементов форме:

$$[K_2]_{20 \times 20} \left\{ Z_y \right\}_{20 \times 1} = \left\{ F_y \right\}_{20 \times 1}, \quad (19)$$

где $[K_2]_{20 \times 20} = \begin{bmatrix} -[H]_{12 \times 12} & [Q]_{12 \times 8} \\ [Q]_{8 \times 12}^T & [0]_{8 \times 8} \end{bmatrix}$ – матрица деформиро-

вания конечного элемента; $\left\{ F_y \right\}_{1 \times 20}^T = \left\{ \{0\}_{1 \times 12}^T, \left\{ f_y \right\}_{1 \times 8}^T \right\}$ –

вектор узловых усилий конечного элемента;

$\left\{ Z_y \right\}_{1 \times 20}^T = \left\{ \left\{ \sigma_y \right\}_{1 \times 12}^T, \left\{ S_y \right\}_{1 \times 8}^T \right\}$ – вектор узловых неиз-

вестных конечного элемента.

3. Результаты исследований и их анализ

Пример. Рассматривалась консольная балка, нагруженная равномерно распределенной нагрузкой, при следующих исходных данных: длина $L = 0,5$ м, высота поперечного сечения $h = 0,05$ м, ширина $t = 0,01$ м, модуль упругости материала

$E = 2,0 \times 10^5$ МПа, коэффициент Пуассона $\nu = 0,3$, интенсивность давления $q = 10,0$ кН/м².

Результаты вычислительного процесса показаны в табл. 1 (на основе функционала, базирующегося на разности действительных работ внешних и внутренних сил) и 2 (на основе смешанного функционала), где приведены значения нормальных напряжений в крайних волокнах поперечного сечения заделки (так называемая точка *a*) и сечения, расположенного на расстоянии 5 см от заделки (так называемая точка *b*), в зависимости от числа конечных элементов при дискретизации консольной балки. В последних колонках таблиц представлены перемещения на свободном конце балки (так называемая точка *c*) в зависимости от числа конечных элементов.

Количество конечных элементов по толщине балки принимались равными 1, 2, 3, 4 и 5. По длине балки число конечных элементов в каждом случае было равным 10, 20, 30, 50 и 100.

Таблица 1

Численные значения параметров напряженно-деформированного состояния при использовании элементов в формулировке метода перемещений
[Table 1. Numerical values of stress-strain state parameters when using elements in the formulation of the displacement method]

Дискретизация [Sampling]	Элемент [Element] 24×24		
	Напряжение σ_{xx} , кПа (точка <i>a</i>) [Stress σ_{xx} , kPa (point <i>a</i>)]	Напряжение σ_{xx} , кПа (точка <i>b</i>) [Stress σ_{xx} , kPa (point <i>b</i>)]	Перемещение <i>w</i> , см (точка <i>c</i>) [Displacement <i>w</i> , cm (point <i>c</i>)]
10×1	2330	2013	0,377
20×1	2454	2019	0,378
30×1	2478	2023	0,378
50×1	2487	2024	0,378
100×1	2490	2024	0,378
10×2	2735	2248	0,376
20×2	2802	2282	0,377
30×2	2815	2290	0,377
50×2	2821	2294	0,377
100×2	2823	2295	0,378
10×3	2805	2278	0,376
20×3	2886	2319	0,377
30×3	2904	2327	0,378
50×3	2913	2331	0,378
100×3	2914	2332	0,378
10×4	2839	2293	0,376
20×4	2935	2340	0,377
30×4	2957	2350	0,378
50×4	2969	2355	0,378
100×4	2973	2357	0,378

Таблица 2

Численные значения параметров напряженно-деформированного состояния при использовании элементов в смешанной формулировке
[Table 2. The numerical values of the parameters of the stress-strain state when using elements in a mixed formulation]

Дискретизация [Sampling]	Элемент [Element] 20×20		
	Напряжение σ_{xx} , кПа (точка <i>a</i>) [Stress σ_{xx} , kPa (point <i>a</i>)]	Напряжение σ_{xx} , кПа (точка <i>b</i>) [Stress σ_{xx} , kPa (point <i>b</i>)]	Перемещение <i>w</i> , см (точка <i>c</i>) [Displacement <i>w</i> , cm (point <i>c</i>)]
10×1	2820	2554	0,377
20×1	2952	2395	0,377
30×1	2978	2444	0,378
50×1	2992	2435	0,378
100×1	2998	2428	0,378
10×2	2836	2554	0,377
20×2	2955	2395	0,377
30×2	2978	2444	0,378
50×2	2989	2435	0,378
100×2	2994	2428	0,378
10×3	2863	2562	0,376
20×3	3007	2386	0,377
30×3	3045	2445	0,378
50×3	3070	2434	0,378
100×3	3082	2426	0,378
10×4	2862	2561	0,377
20×4	3009	2384	0,378
30×4	3050	2445	0,378
50×4	3080	2434	0,378
100×4	3096	2426	0,378

Анализ результатов показывает, что сходимость вычислительного процесса при использовании конечного элемента в смешанной формулировке происходит значительно быстрее. Для сравнения принимались приближенные результаты расчета балки по технической теории (с учетом гипотезы прямой нормали): $\sigma_{xx} = 3000$ кПа (точка *a*), $\sigma_{xx} = 2430$ кПа (точка *b*), $w = 0,375$ см (точка *c*).

В точке *b*, отстоящей на расстоянии *h* от заделки, сходимость вычислительного процесса по нормальным напряжениям σ_{xx} (в табл. 2 отмечены жирным шрифтом) гораздо лучше в варианте расчета смешанным методом конечных элементов.

В точке *a* на сходимость вычислительного процесса воздействуют граничные условия в виде линейных связей. Поэтому сравнение методов по численным значениям нормальных напряжений целесообразнее выполнять в точке, находящейся на расстоянии *h* от заделки.

При каждой дискретизации балки конечными элементами перемещения оказались практически одинаковыми в обеих формулировках метода конечных элементов.

Заключение

Для конечного элемента в формулировке метода перемещений выполняются условия совместности по перемещениям и их производным только в узловых точках, на контурах смежных конечных элементов такие условия отсутствуют. В конечном элементе в варианте смешанной формулировки условия совместности по напряжениям выполняются не только в узловых точках, но и на контурах элемента. Поэтому сходимость вычислительного процесса при вычислении параметров напряженного состояния существенно лучше.

Список литературы

1. Галимов К.З., Паймушин В.Н. Теория оболочек сложной геометрии. Казань: Изд-во Казанского университета, 1985. 164 с.
2. Петров В.В. Нелинейная инкрементальная строительная механика. Вологда: Инфра-Инженерия, 2014. 479 с.
3. Бате К.-Ю. Методы конечных элементов / под ред. Л.И. Турчака. М.: Физматлит, 2010. 1024 с.
4. Голованов А.И., Тюленева О.Н., Шигабутдинов А.Ф. Метод конечных элементов в статике и динамике тонкостенных конструкций. М.: Физматлит, 2006. 392 с.
5. Киселев А.П., Гуреева Н.А., Киселева Р.З. Расчет многослойной оболочки с использованием объемного конечного элемента // Известия ВолгГТУ. 2010. Т. 4. № 4. С. 125–128.
6. Каюмов Р.А. К решению задач неоднородной теории упругости методом конечных элементов // Труды Второй Всероссийской научной конференции (1–3 июня 2005 г.). Ч. 1. Математические модели механики, прочность и надежность конструкций. Самара: СамГТУ, 2005. С. 143–145. (Серия «Математическое моделирование и краевые задачи»).
7. Киселев А.П., Киселева Р.З., Николаев А.П. Учет смещения как жесткого целого осесимметрично нагруженной оболочки вращения на основе МКЭ // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2014. № 6. С. 59–64.
8. Клочков Ю.В., Николаев А.П., Ицанов Т.Р. Конечно-элементный анализ НДС оболочек вращения с учетом деформаций поперечного сдвига // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2016. № 5. С. 48–56.
9. Клочков Ю.В., Николаев А.П., Соболевская Т.А., Клочков М.Ю. Сравнительный анализ эффективности использования конечных элементов различной мерности при анализе НДС тонких оболочек // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2018. Т. 14. № 6. С. 459–466.

10. Гуреева Н.А., Арьков Д.П. Решение плоской задачи теории пластичности на основе МКЭ в смешанной формулировке // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2010. № 4. С. 32–36.

11. Beirão da Veiga L., Lovadina C., Mora D. A virtual element method for elastic and inelastic problems on polytope meshes // Computer methods in applied mechanics and engineering. 2015. Vol. 295. Pp. 327–346.

12. Klochkov Y.V., Nikolaev A.P., Vakhnina O.V., Kiseleva T.A. Stress-strain analysis of a thin-shell part of fuselage using a triangular finite element with Lagrange multipliers // Russian Aeronautics. 2016. Vol. 59. No. 3. Pp. 316–323.

13. Klochkov Y.V., Nikolaev A.P., Vakhnina O.V. Calculation of rotation shells using finite triangular elements with Lagrange multipliers in variative approximation of displacements // Journal of Machinery Manufacture and Reliability. 2016. Vol. 45. No. 1. Pp. 51–58.

14. Magisano D., Liabg K., Garcea G., Leonetti L., Ruess M. An efficient mixed variational reduced order model

formulation for nonlinear analyses of elastic shells // International Journal for Numerical Methods in Engineering. 2018. Vol. 113. Issue 4. Pp. 634–655.

15. Гуреева Н.А., Клочков Ю.В., Николаев А.П. Расчет осесимметрично нагруженной оболочки вращения с учетом геометрической нелинейности на основе смешанного МКЭ // Изв. вузов. Авиационная техника. 2014. № 4. С. 14–19.

16. Бандурин Н.Г., Гуреева Н.А. Определение плоского напряженного состояния оболочек на основе смешанной формулировки метода конечных элементов с учетом геометрической нелинейности // Космонавтика и ракетостроение. 2013. Т. 1. № 70. С. 69–75.

17. Игнатьев В.А., Игнатьев А.В. Решение плоской задачи теории упругости по методу конечных элементов в форме классического смешанного метода // Вестник Волгоградского государственного архитектурно-строительного университета. Серия: Строительство и архитектура. 2013. Вып. 31–2 (50). С. 337–343.

RESEARCH PAPER

Comparative analysis of finite element formulations at plane loading of an elastic body

Natalia A. Gureeva¹, Anatoly P. Nikolaev², Vladislav N. Yushkin^{2*}

¹Financial University under the Government of the Russian Federation, 49 Leningradsky Ave, GSP-3, Moscow, 125993, Russian Federation

²Volgograd State Agrarian University, 26 Universitetskii Ave, Volgograd, 400002, Russian Federation

*aup-volgau@yandex.ru

Article history:

Received: December 13, 2019

Revised: February 12, 2020

Accepted: February 25, 2020

Acknowledgements:

The investigation was carried out with the financial support of the Russian Foundation for Basic Research and the Administration of the Volgograd Region as part of the research project No. 19-41-340004 p_a.

For citation

Gureeva N.A., Nikolaev A.P., Yushkin V.N. Comparative analysis of finite element formulations at plane loading of an elastic body. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*. 2020;16(2):139–145. <http://dx.doi.org/10.22363/1815-5235-2020-16-2-139-145>. (In Russ.)

Abstract

The aim of the work – comparison of the results of determining the parameters of the stress-strain state of plane-loaded elastic bodies based on the finite element method in the formulation of the displacement method and in the mixed formulation. **Methods.** Algorithms of the finite element method in various formulations have been developed and applied. **Results.** In the Cartesian coordinate system, to determine the stress-strain state of an elastic body under plane loading, a finite element of a quadrangular shape is used in two formulations: in the formulation of the method of displacements with nodal unknowns in the form of displacements and their derivatives, and in a mixed formulation with nodal unknowns in the form of displacements and stresses. The approximation of displacements through the nodal unknowns when obtaining the stiffness matrix of the finite element was carried out using the form function, whose elements were adopted Hermite polynomials of the third degree. Upon receipt of the deformation matrix, the displacements and stresses of the internal points of the finite element were approximated through nodal unknowns using bilinear functions. The stiffness matrix of the quadrangular finite element in the formulation of the displacement method is obtained on the basis of a functional based on the difference between the actual workings of external and internal forces under loading of a solid. The matrix of deformation of the finite element was formed on the basis of a mixed functional obtained from the proposed functional by replacing the actual work of internal forces with the difference between the total and additional work of internal forces when loading the body. The calculation example shows a significant advantage of using a finite element in a mixed formulation.

Keywords: stiffness matrix, deformation matrix, quadrangular finite element, mixed functional

Natalia A. Gureeva, Doctor of Physics and Mathematics, Associate Professor, Associate Professor of the Department of Data Analysis, Decision Making and Financial Technologies; ORCID iD: <https://orcid.org/0000-0003-3496-2008>, eLIBRARY SPIN-code: 8393-5900.

Anatoly P. Nikolaev, Doctor Of Technical Sciences, Professor, Professor of the Applied Geodesy, Environmental Engineering and Water Use Department; ORCID iD: <https://orcid.org/0000-0002-7098-5998>, eLIBRARY SPIN-code: 2653-5484.

Vladislav N. Yushkin, Candidate Of Technical Sciences, Associate Professor, Associate Professor of the Applied Geodesy, Environmental Engineering and Water Use Department; ORCID iD: <https://orcid.org/0000-0003-3965-4397>, eLIBRARY SPIN-code: 4833-4701.

References

1. Galimov K.Z., Paimushin V.N. *Teoriya obolochek slozhnoj geometrii* [The theory of shells of complex geometry]. Kazan, Kazan University Publ.; 1985. (In Russ.)
2. Petrov V.V. *Nelinejnaya inkremental'naya stroitel'naya mekhanika* [Nonlinear incremental structural mechanics]. Vologda, Infra-Inzheneriya Publ.; 2014. (In Russ.)
3. Bate K.-U. *Metody konechnyh elementov* [Finite Element Methods]. Moscow, Fizmatlit Publ.; 2010. (In Russ.)
4. Golovanov A.I., Tyuleneva O.N., Shigabutdinov A.F. *Metod konechnyh elementov v statike i dinamike tonkostennykh konstrukcij* [Finite element method in the statics and dynamics of thin-walled structures]. Moscow, Fizmatlit Publ.; 2006. (In Russ.)
5. Kiselev A.P., Gureeva N.A., Kiseleva R.Z. Raschet mnogoslojnoj obolochki s ispol'zovaniem ob"emnogo konechnogo elementa [Calculation of a multilayer shell using a volumetric finite element]. *Izvestia VSTU* [Bulletin of the Volgograd State Technical University]. 2010;4(4):125–128. (In Russ.)
6. Kayumov R.A. K resheniyu zadach neodnorodnoi teorii uprugosti metodom konechnykh elementov [To the solution of problems of the heterogeneous theory of elasticity by the finite element method]. *Trudy Vtoroi Vserossiiskoi nauchnoi konferentsii (1–3 iyunya 2005 g.). Ch. 1. Matematicheskie modeli mekhaniki, prochnost' i nadezhnost' konstruksii* [Proceedings of the Second All-Russian Scientific Conference (1–3 June 2005). Part 1. Mathematical models of mechanics, strength and reliability of structures]. Samara, SamGTU Publ.; 2005. p. 143–145. (In Russ.)
7. Kiselev A.P., Kiseleva R.Z., Nikolaev A.P. Account of the shift as rigid body of shell of revolution axially symmetric loaded on the base of FEM. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*. 2014;(6):59–64. (In Russ.)
8. Klochkov Yu.V., Nikolaev A.P., Ischanov T.R. Finite element analysis of stress-strain state of shells of revolution with taking into account the strain of transversal shearing. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*. 2016;(5):48–56. (In Russ.)
9. Klochkov Yu.V., Nikolaev A.P., Sobolevskaya T.A., Klochkov M.Yu. Comparative analysis of efficiency of use of finite elements of different dimensionality in the analysis of the stress-strain state of thin shells. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*. 2018;14(6):459–466. (In Russ.)
10. Gureeva N.A., Arkov D.P. Flat problem of theory of jump in base method of final elements in mixed understanding in account physical nonlinearity. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*. 2010;(4):32–36. (In Russ.)
11. Beirão da Veiga L., Lovadina C., Mora D. A virtual element method for elastic and inelastic problems on polytope meshes. *Computer methods in applied mechanics and engineering*. 2015;(295):327–346.
12. Klochkov Y.V., Nikolaev A.P., Vakhnina O.V., Kiseleva T.A. Stress-strain analysis of a thin-shell part of fuselage using a triangular finite element with Lagrange multipliers. *Russian Aeronautics*. 2016;59(3):316–323.
13. Klochkov Y.V., Nikolaev A.P., Vakhnina O.V. Calculation of rotation shells using finite triangular elements with Lagrange multipliers in variative approximation of displacements. *Journal of Machinery Manufacture and Reliability*. 2016;45(1):51–58.
14. Magisano D., Liabg K., Garcea G., Leonetti L., Ruess M. An efficient mixed variational reduced order model formulation for nonlinear analyses of elastic shells. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*. 2018;113(4):634–655.
15. Gureeva N.A., Klochkov Yu.V., Nikolaev A.P. Analysis of a shell of revolution subjected to axisymmetric loading taking into account geometric nonlinearity on the basis of the mixed finite element method. *Russian Aeronautics*. 2014;57(3):232–239.
16. Bandurin N.G., Gureeva N.A. Determination of plain stress condition of shells applying mixed formulation of finite-element method in terms of geometrical nonlinearity. *Cosmonautics and rocket engineering*. 2013;(1):69–75. (In Russ.)
17. Ignatiev V.A., Ignatiev A.V. Plane problem solution of elasticity theory by the finite element method in the form of classical mixed method. *Bulletin of the Volgograd State University of Architecture and Civil Engineering. Series: Construction and Architecture*. 2013;31–2(50):337–343. (In Russ.)

ДИНАМИКА КОНСТРУКЦИЙ И СООРУЖЕНИЙ DYNAMICS OF STRUCTURES AND BUILDINGS

DOI 10.22363/1815-5235-2020-16-2-146-151
УДК 539.3

НАУЧНАЯ СТАТЬЯ

Механизм наноструктурирования поверхности деталей машиностроения при дробеструйной обработке

Г.Л. Колмогоров, А.С. Высотин*

Пермский национальный исследовательский политехнический университет, *Российская Федерация, 614990, Пермь, Комсомольский пр., 29*
*vysotin.dpm@mail.ru

История статьи:

Поступила в редакцию: 25 ноября 2019 г.

Доработана: 10 марта 2020 г.

Принята к публикации: 14 марта 2020 г.

Аннотация

Актуальность. В работе рассматривается дробеструйная обработка, являющаяся широко применяемым методом для улучшения определенных свойств поверхности деталей (таких как усталостная прочность, твердость, долговечность) благодаря холодной пластической деформации, в результате которой происходит наноструктурирование поверхности обрабатываемого материала, сопровождающееся уменьшением размеров зерна его кристаллической структуры. Изучены условия формирования наноструктурированного поверхностного слоя при обработке деталей потоком дроби. **Целью** исследования является определение условий наноструктурирования поверхности при дробеструйной обработке за счет холодной пластической деформации, определяемой воздействием дроби, которая соударяется с обрабатываемой поверхностью с высокой скоростью. **Методы.** Для решения поставленной задачи использованы уравнения контактной задачи теории упругости о действии сосредоточенной силы на упругое полупространство, роль которого выполняет обрабатываемая деталь. Определены условия наступления пластической деформации в поверхностных слоях обрабатываемой детали. Холодная пластическая деформация обеспечивает наноструктурирование поверхностного слоя обрабатываемой детали, повышение прочности, усталостной долговечности, улучшение триботехнических характеристик. **Результаты.** На основании контактной задачи теории упругости решена задача формирования наноструктурированного слоя на поверхности обрабатываемой детали при дробеструйной обработке. Получена аналитическая зависимость, позволяющая прогнозировать переход материала в пластическое состояние и наноструктурировать поверхность обрабатываемой детали при дробеструйной обработке.

Ключевые слова: дробеструйная обработка, поверхностное пластическое деформирование, остаточные напряжения, предел выносливости, усталость, наноструктурирование поверхности, холодная пластическая деформация

Для цитирования

Колмогоров Г.Л., Высотин А.С. Механизм наноструктурирования поверхности деталей машиностроения при дробеструйной обработке // *Строительная механика инженерных конструкций и сооружений*. 2020. Т. 16. № 2. С. 146–151. <http://dx.doi.org/10.22363/1815-5235-2020-16-2-146-151>

Введение

Современный мир российского и зарубежного машиностроения сталкивается со многими пробле-

мами. В процессе эксплуатации под действием внешних нагрузок в деталях накапливаются дефекты, которые приводят к нарушению работоспособности деталей и излому. Для борьбы с подобными проблемами в современном машиностроении используются различные методы, такие как конструктивные, технологические и профилактические. Конструктивные методы включают применение различных виброгасителей, обеспечение рациональных значений геометрических параметров деталей, уз-

Колмогоров Герман Леонидович, доктор технических наук, профессор кафедры динамики и прочности машин, заслуженный работник высшей школы РФ; eLIBRARY SPIN-код: 8482-2065, Scopus Author ID: 6603959401.

Высотин Александр Сергеевич, аспирант кафедры динамики и прочности машин.

© Колмогоров Г.Л., Высотин А.С., 2020

This work is licensed under a Creative Commons Attribution 4.0 International License
<https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



лов машин и жесткости опор и т.д. К профилактическим методам относится систематический осмотр деталей для выявления повреждений, своевременная их замена и другие мероприятия по техническому обслуживанию машин и механизмов.

Анализ характера поломок деталей машин показывает, что большинство из них следует отнести к классу усталостных разрушений деталей, имеющих концентраторы напряжений. Следовательно, из технологических методов наиболее известными являются устранение или уменьшение технологических концентраторов напряжений (прижоги при шлифовании, закалочные трещины и т. д.), балансировка вращающихся деталей, термическая (поверхностная закалка) и химико-термическая (азотирование), а также применение методов упрочнения деталей поверхностным пластическим деформированием, обеспечивающих повышение усталостной прочности [1–5]. Проведено немало исследований по проблемам поверхностного пластического деформирования: от влияния и взаимодействия параметров на усталостную долговечность до оценки величины остаточных напряжений и их прогнозирования на поверхности деталей после дробеструйного упрочнения [6–9]. Однако многолетний опыт использования дробеструйной обработки не позволяет объяснить все эффекты положительного влияния на свойства деталей только наличием сжимающих остаточных напряжений в их поверхностном слое, поскольку наряду с ними в объеме обрабатываемой детали из условия самоуравновешенности формируются и остаточные напряжения растяжения [10; 11]. Это и является главным недостатком многих работ по оценке сопротивления усталости, несмотря на то, что остаточные напряжения сжатия в поверхностном слое позволяют снизить действие растягивающих напряжений при эксплуатации более чем на 20 % [12]. Также к недостаткам современных исследований можно отнести отсутствие учета временного фактора при расчетах напряженно-деформированного состояния в очаге деформации и вычисления остаточных напряжений в упрочненной детали, что может привести к появлению дополнительной погрешности [13].

1. Формирование наноструктурированного слоя при обработке дробью

В работе [14] эффект повышения эксплуатационных свойств деталей и материалов при дробеструйном упрочнении объясняется образованием наноструктурированного поверхностного слоя. Когда на поверхность металлической детали воздействует поток сферических частиц с высокой скоростью, происходит наноструктурирование за счет холод-

ной пластической деформации в тонком поверхностном слое детали. Само понятие «наноструктурирование» означает получение стабильной фазы, зернистость которой составляет от нескольких десятков нанометров до нескольких десятков микрометров. Наноструктурирование поверхности позволяет объяснить те положительные эффекты, которые обеспечивает дробеструйная обработка поверхности деталей. При наноструктурировании поверхности материала увеличивается усталостная долговечность, твердость, коррозионная стойкость, трибологические свойства [14]. Аналогичные исследования проводятся и за рубежом [15].

Сущность технологии дробеструйной обработки заключается в следующем. Поверхность обрабатываемой детали подвергают воздействию металлических закаленных микрошариков из сталей ПР10Р6М5 или ШХ15, диаметр шариков 0,16–2 мм. Упрочнение деталей микрошариками выполняют на специальных дробеметных установках, обеспечивающих равномерный поток микрошариков со скоростью 60–80 м/с. Данная технология широко применяется для упрочнения деталей машиностроения, в частности деталей авиационных двигателей.

В результате холодной пластической деформации, которая реализуется в процессе дробеструйной обработки, происходит наноструктурирование поверхности обрабатываемого металла, приводящее к уменьшению размеров зерна кристаллической структуры поверхностных слоев. Необходимое условие наноструктурирования – холодная пластическая деформация. Холодная пластическая деформация – это деформация, при которой металл поверхности упрочняется без следов рекристаллизации, что и происходит при дробеструйной обработке.

Наноструктурирование поверхностного слоя приводит к повышению твердости за счет наклепа поверхностного слоя металла. Кроме того, в процессе дробеструйной обработки в поверхностном слое формируются сжимающие остаточные напряжения, повышающие усталостную прочность обрабатываемого металлоизделия.

2. Практическое исследование упрочнения деталей при дробеструйной обработке

В АО «ОДК – Пермские моторы» проводили исследования упрочнения хвостовиков рабочих лопаток из сплава ЖС32-ВИ при дробеструйной обработке. В результате определения остаточных напряжений по методу Давиденкова сжимающие напряжения на расстоянии 2 мкм от поверхности составляют $\sigma_{ост} = -379$ МПа, на расстоянии 5 мкм – $\sigma_{ост} = -302$ МПа, на расстоянии 10 мкм – $\sigma_{ост} = -167$ МПа. При дальнейшем увеличении рас-

стояния от поверхности остаточные сжимающие напряжения снижаются, переходят в растягивающие и на расстоянии 200 мкм составляют $\sigma_{ост} = 15$ МПа. Можно полагать, что наноструктурированный поверхностный слой составляет 5 мкм.

Накопление взаимно уравновешенных остаточных напряжений в процессе деформации является характерным для упрочнения (наклепа) в процессе дробеструйной обработки. Накопленные сжимающие остаточные напряжения в поверхностном слое могут благоприятно влиять на эксплуатационные свойства деталей после дробеструйного упрочнения.

3. Способ определения упрочненного (наноструктурированного) слоя

Выявление условий формирования наноструктурированного слоя за счет холодной пластической деформации поверхностного слоя при дробеструйной обработке деталей машиностроения является целью работы. Для решения данной задачи было использовано известное из теории упругости решение о действии сосредоточенной силы на упругое полупространство [16]. На рис. 1 представлена расчетная схема.

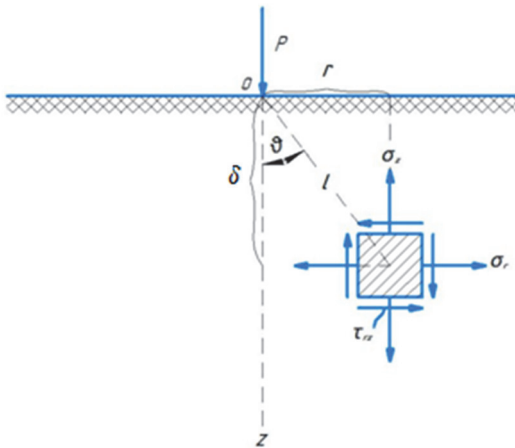


Рис. 1. Сосредоточенная сила, действующая на плоскость, ограничивающую полубесконечное тело
[Figure 1. Concentrated force acting on a plane bounding a semi-infinite body]

Выражения для напряжений в данной задаче имеют следующий вид [16]:

$$\left. \begin{aligned} \sigma_z &= -\frac{3Pz^3}{2\pi l^5}; \\ \sigma_r &= -\frac{P}{2\pi} \left[\frac{1-2\mu}{l(l+z)} - \frac{3zr^2}{l^5} \right]; \\ \sigma_t &= \frac{P}{2\pi} (1-2\mu) \left[\frac{z}{l^3} - \frac{1}{l(l+z)} \right]; \\ \tau_{rz} &= \frac{-3Pz^2r}{2\pi l^5}, \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

где P – действующее усилие, равное усилию действия одной дробинки; μ – коэффициент Пуассона материала обрабатываемой детали.

Максимальные напряжения соответствуют оси z ($r = 0$). При $r = 0$, $z = l$ соотношения (1) принимают вид

$$\left. \begin{aligned} \sigma_z &= -\frac{3}{2} \frac{P}{\pi l^2}; \\ \sigma_r &= -\frac{P(1-2\mu)}{4\pi l^2}; \\ \sigma_t &= \frac{P(1-2\mu)}{4\pi l^2}; \\ \tau_{rz} &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

Задачей решения является достижение пластической деформации при дробеструйном упрочнении, которая обеспечивает формирование наноструктурированного слоя в поверхностном слое детали. Реализация пластической деформации возможна при использовании критерия пластичности Мизеса для напряженного состояния, описываемого соотношениями (2). Критерий пластичности Мизеса имеет следующий вид

$$\frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{(\sigma_z - \sigma_r)^2 + (\sigma_r - \sigma_t)^2 + (\sigma_z - \sigma_t)^2} = \sigma_T, \quad (3)$$

где σ_T – предел текучести материала обрабатываемой детали.

Для материалов в условиях пластического состояния принято использовать условие несжимаемости, согласно которому коэффициент Пуассона $\mu = 0,5$. Тогда из уравнений (2) имеем для $\mu = 0,5$

$$\sigma_z = -\frac{3}{2} \frac{P}{\pi l^2}, \quad \sigma_r = 0, \quad \sigma_t = 0.$$

При этом условие пластичности (3) принимает вид

$$\frac{3}{2} \frac{P}{\pi l^2} = \sigma_T. \quad (4)$$

Из соотношения (4) следует, что толщина наноструктурированного поверхностного слоя при дробеструйной обработке равна

$$\delta = l = \sqrt{\frac{2}{3} \frac{P}{\sigma_T}}. \quad (5)$$

Усилие P определяется произведением давления струи воздуха с дробью p_0 на площадь сечения ударяемой дробинки и углом наклона струи дробинки к обрабатываемой поверхности:

$$P = p_0 \pi R^2 \sin \alpha, \quad (6)$$

где R – радиус применяемой дробинки; α – угол между направлением струи дробинки и поверхностью обрабатываемой детали.

Подстановка выражения (6) в соотношение (5) дает формулу для определения толщины наноструктурированного слоя при дробеструйной обработке:

$$\delta = R \sqrt{\frac{2 p_0 \sin \alpha}{3 \sigma_T}} \quad (7)$$

На рис. 2 приведены расчетные зависимости толщины наноструктурированного слоя на поверхности при дробеструйной обработке от предела текучести обрабатываемого металла по формуле (7) для $R = 10^{-4}$ м, $\alpha = 30^\circ$ для $p_0 = 0,1; 0,2; 0,3; 0,4; 0,5$ МПа.

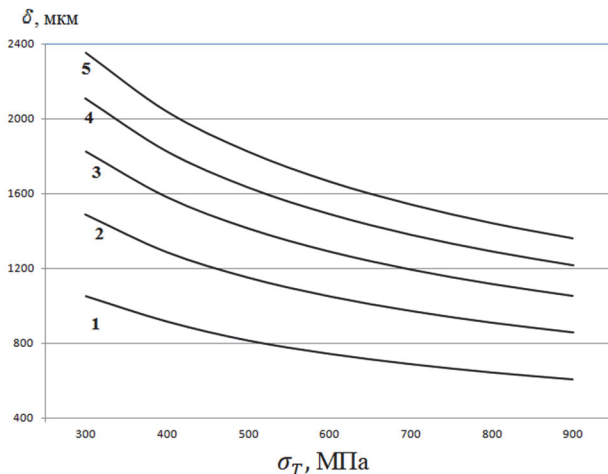


Рис. 2. Зависимость толщины наноструктурированного слоя обрабатываемого материала от предела текучести:

1 — $p_0 = 0,1$ МПа; 2 — $p_0 = 0,2$ МПа; 3 — $p_0 = 0,3$ МПа;
4 — $p_0 = 0,4$ МПа; 5 — $p_0 = 0,5$ МПа

[Figure 2. Dependence of the thickness of the nanostructured layer of the produced material on the yield strength:

1 — $p_0 = 0,1$ МПа; 2 — $p_0 = 0,2$ МПа; 3 — $p_0 = 0,3$ МПа;
4 — $p_0 = 0,4$ МПа; 5 — $p_0 = 0,5$ МПа]

Из рис. 2 следует, что повышение предела текучести материала приводит к уменьшению толщины наноструктурированного слоя, а также, что толщина наноструктурированного слоя зависит от давления в струе дроби. Формула (7) составляет основу полученного патента [17].

Заключение

На основании решения контактной задачи теории упругости о действии силы на упругое полупространство предлагаются формулы для расчета технологических параметров дробеструйной обработки деталей машиностроения, в частности формирования наноструктурированного слоя на поверхности детали.

При холодной пластической деформации, реализуемой в процессе дробеструйной обработки, происходит измельчение зерен кристаллической струк-

туры поверхности обрабатываемого металла до наноразмеров, что способствует повышению усталостной долговечности, твердости, коррозионной стойкости, улучшению триботехнических характеристик.

Наличие наноструктурированного слоя на поверхности обеспечивает улучшение характеристик длительной и усталостной прочности, поскольку с позиции механики разрушения поверхность определяет опасность образования и роста трещин, приводящих к разрушению деталей машиностроения.

Список литературы

1. Кузнецов Н.Д., Цейтлин В.И., Волков В.И. Технологические методы повышения надежности деталей машин: справочник. М.: Машиностроение, 1993. 304 с.
2. Кирпичев В.А., Букатый А.С., Чирков А.В. Прогнозирование сопротивления усталости поверхностно упрочненных гладких деталей // Известия высших учебных заведений. Поволжский регион. Технические науки. 2012. № 3 (23). С. 102–109.
3. Евстигнеев М.И., Подзей А.В., Сулима А.М. Технология производства двигателей летательных аппаратов. М.: Машиностроение, 1982. 263 с.
4. Сулима А.М., Шулов В.А., Ягодкин Ю.Д. Поверхностный слой и эксплуатационные свойства деталей машин. М.: Машиностроение, 1988. 240 с.
5. Сургутанов Н.А. Моделирование и определение закономерностей развития трещины усталости в поверхностном слое упрочненных деталей: дис. ... канд. техн. наук. Самара, 2019. 127 с.
6. Лавриненко Ю.А. Экспериментальная проверка напряженно-деформированного состояния пружин сжатия при выполнении упрочняющих операций // Известия ТулГУ. Технические науки. 2017. № 9. Ч. 1. С. 444–449.
7. Костичев В.Э. Применение динамического моделирования для оценки влияния упрочняющей обработки на сопротивление усталости // Вестник Самарского государственного аэрокосмического университета имени академика С.П. Королева (национального исследовательского университета). 2015. № 1 (14) Ч. 1. С. 147–153.
8. Вакулюк В.С., Сазанов В.П. Анализ влияния схемы упрочнения поверхности образцов с галтелями на распределение остаточных напряжений в опасном сечении // Вестник УГАТУ. 2014. Т. 18. № 1 (62). С. 48–52.
9. Mahagaonkar S., Brahmankar P., Seemikeri C. Effect On Fatigue Performance of Shot Peened Components: An Analysis Using Doe Technique // Int. J. Fatig. 2009. No. 31. Pp. 693–702.
10. Денисов А.С., Верхутов А.А., Виденев А.А., Юдин В.М. Оценка изменения несущей способности коленчатого вала в процессе усталостного разрушения // Техническое регулирование в транспортном строительстве. 2016. № 2 (16). С. 64–67.
11. Шарков О.В., Золотов И.А., Калинин А.В. Прогнозирование усталостной долговечности деталей машин с применением метода конечных элементов // Из-

вестия Калининградского технического университета. 2014. № 35. С. 209–218.

12. Марьина Н.Л. Концентрация напряжений в колечном вале в условиях поверхностного пластического деформирования // Современные материалы. Техника и технологии. 2016. № 1 (4). С. 142–145.

13. Зайдес С.А., Нго К.К. Современный подход к определению напряженного состояния в очаге деформации при локальном нагружении // Известия высших учебных заведений. Машиностроение. 2016. № 7 (676). С. 56–63.

14. Пат. 2579323 Российская Федерация. Обработка поверхности металлической детали / Презо Т., Мюллер Т., Самуэль Д. № 2013133955/2; заявл. 29.12.2011; опубл. 10.04.2016. Бюл. № 10.

15. Todaka Y., Umemoto M., Yamazaki A., Wang C., Tsuchiya K., Watanabe Y. Formation of surface nanocrystalline structure in steels by shot peening and role of strain gradient on grain refinement by deformation // Iron and Steel Institute of Japan, ISIJ International. 2007. Vol. 47. No. 1. Pp. 157–162.

16. Безухов Н.И. Основы теории упругости, пластичности и ползучести. М.: Высшая школа, 1957. 527 с.

17. Пат. 2704341 Российская Федерация. Способ формирования сжимающих остаточных напряжений при дробеструйной обработке деталей / Колмогоров Г.Л., Корионов М.А., Высотин А.С. № 2019117194; заявл. 03.06.2019; опубл. 28.10.2019. Бюл. № 31.

RESEARCH PAPER

The mechanism of nanostructuring the surface of engineering parts during shot blasting

German L. Kolmogorov, Alexandr S. Vysotin*

Perm National Research Polytechnic University, 29 Komsomolskii Ave, Perm, 614000, Russian Federation
*vysotin.dpm@mail.ru

Article history:

Received: November 25, 2019

Revised: March 10, 2020

Accepted: March 14, 2020

For citation

Kolmogorov G.L., Vysotin A.S. The mechanism of nanostructuring the surface of engineering parts during shot blasting. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*. 2020;16(2):146–151. <http://dx.doi.org/10.22363/1815-5235-2020-16-2-146-151>. (In Russ.)

Abstract

Relevance. The paper considers shot blasting, which is a widely used method for improving the surface properties of parts (such as fatigue strength, hardness, and elongation) due to cold plastic deformation, which results in nanostructuring of the surface of the processed material, accompanied by a reduction in the grain size of its crystal structure. The conditions for the formation of a nanostructured surface layer when processing parts with a shot stream are studied. **The aim of the work** is to determine the conditions of nanostructuring during shot blasting due to plastic deformation, determined by the impact of the shot, which collides with the treated surface at high speed. **Methods.** To solve the stated problems, we used the solution of the contact problem of the theory of elasticity on the action of a concentrated force on the elastic half-space, the role of which is played by the workpiece. The conditions of the onset of plastic deformation in the surface layers of the workpiece are determined. Cold plastic deformation provides nanostructuring of the surface layer of the workpiece, increasing strength, fatigue life, atomic diffusion and improving tribotechnical characteristics. **Results.** Based on the contact problem of the theory of elasticity, the problem of the formation of a nanostructured layer on the surface of the workpiece during shot blasting has been solved. An analytical dependence has been obtained, which allows predicting the transition of the material to a plastic state and nanostructuring the surface of the workpiece during shot blasting.

Keywords: shot blasting, surface plastic deformation, residual stresses, endurance limit, fatigue, nanostructuring, cold plastic deformation

References

1. Kuznetsov N.D., Tseytlin V.I., Volkov V.I. *Tekhnologicheskie metody povysheniya nadyozhnosti detalej mashin* [Technological methods to improve the reliability of machine parts]. Moscow, Mashinostroenie Publ.; 1993. (In Russ.)
2. Kirpichev V.A., Bukatyy A.S., Chirkov A.V. Prediction of fatigue resistance of surface-hardened smooth

parts. *News of higher educational institutions. Povolzhskiy region. Technical Science*. 2012;3(23):102–109. (In Russ.)

3. Evstigneev M.I., Podzey A.V., Sulima A.M. *Tekhnologiya proizvodstva dvigatelej letatel'nykh apparatov* [Production technology of aircraft engines]. Moscow, Mashinostroenie Publ.; 1982. (In Russ.)
4. Sulima A.M., Shulov V.A., Yagodkin Yu.D. *Poverhnostnyj sloj i ekspluatatsionnye svoystva detalej mashin* [Surface layer and operational properties of machine parts]. Moscow, Mashinostroenie Publ.; 1988. (In Russ.)
5. Surgutanov N.A. *Modelirovanie i opredelenie zakononernostei razvitiya treschiny ustalosti v poverhnostnom*

German L. Kolmogorov, Dr. Sci. (Eng.), Professor of the Dynamics and Strength of Machine Department, Honored Worker of the Higher School of the Russian Federation; eLIBRARY SPIN-code: 8482-2065, Scopus Author ID: 6603959401.
Alexandr S. Vysotin, graduate student of the Dynamics and Strength of Machine Department.

sloe uprochnennih detalei [Modeling and determination of patterns of fatigue crack development in the surface layer of hardened parts] (PhD Diss.). Samara; 2019. (In Russ.)

6. Lavrinenko Y.A. Experimental verification of the stress-strain state of compression springs during reinforcing operations. *News of Tula State University. Technical science*. 2017;9(1):444–449. (In Russ.)

7. Kostichev V.E. The use of dynamic modeling to assess the effect of hardening treatment on fatigue resistance. *Bulletin of the Samara State Aerospace University named after academician S.P. Korolev (National Research University)*. 2015;1(14, Part 1):147–153. (In Russ.)

8. Vakulyuk V.S., Sazanov V.P. Analysis of the influence of the surface hardening scheme of samples with fillets on the distribution of residual stresses in a dangerous section. *Bulletin of USATU*. 2014;18(1–62):48–52. (In Russ.)

9. Mahagaonkar S., Brahmankar P., Seemikeri C. Effect on Fatigue Performance of Shot Peened Components: An Analysis Using Doe Technique. *Int. J. Fatig.* 2009;(31): 693–702.

10. Denisov A.S., Verkhutov A.A., Videnev A.A., Yudin V.M. Assessment of changes in the bearing capacity of the crankshaft in the process of fatigue failure. *Technical regulation in transport construction*. 2016;2(16):64–67. (In Russ.)

11. Sharkov O.V., Zolotov I.A., Kalinin A.V. Prediction of fatigue life of machine parts using the finite element

method. *Proceedings of the Kaliningrad Technical University*. 2014;35:209–218. (In Russ.)

12. Maryina N.L. The stress concentration in the crankshaft under conditions of surface plastic deformation. *Modern materials. Technics and technology*. 2016;1(4):142–145. (In Russ.)

13. Zaydes S.A., Ngo K.K. A modern approach to determining the stress state in the deformation zone under local loading. *News of higher educational institutions. Engineering*. 2016;7(676):56–63. (In Russ.)

14. Prezo T., Mueller T., Samuel J. *Obrabotka poverhnosti metallicheskoj detali [Surface Treatment of Metal Part]*. Patent RF, no. 2579323; 2016. (In Russ.)

15. Todaka Y., Umemoto M., Yamazaki A., Wang C., Tsuchiya K., Watanabe Y. Formation of surface nanocrystalline structure in steels by shot peening and role of strain gradient on grain refinement by deformation. *ISIJ International*. 2007;47(1):157–162.

16. Bezukhov N.I. *Osnovy teorii uprugosti, plastichnosti i polzuchesti [Fundamentals of the theory of elasticity, plasticity and creep]*. Moscow, Vysshaya shkola Publ.; 1951. (In Russ.)

17. Kolmogorov G.L., Korionov M.A., Vysotin A.S. *Sposob formirovaniya szhimayushchih ostatochnyh napryazhenij pri drobestrujnoj obrabotke detalej [The method of forming compressive residual stresses during shot blasting of parts]*. Patent RF, no. 2704341; 2019. (In Russ.)

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ
EXPERIMENTAL RESEARCHESDOI 10.22363/1815-5235-2020-16-2-152-160
УДК 620.16/17

НАУЧНАЯ СТАТЬЯ

Результаты экспериментальных исследований железобетонных подпорных стен

О.Д. Рубин¹, С.Е. Лисичкин^{1*}, Ф.А. Пащенко²¹АО «Научно-исследовательский институт энергетических сооружений», Российская Федерация, 125362, Москва, Строительный пр., 7А, а/я 393²АО «Проектно-изыскательский и научно-исследовательский институт воздушного транспорта «ЛенАэроПроект»», Российская Федерация, 198095, Санкт-Петербург, наб. Обводного канала, д. 122, лит. Б

*cskte@mail.ru

История статьи:

Поступила в редакцию: 19 декабря 2019 г.

Доработана: 06 марта 2020 г.

Принята к публикации: 14 марта 2020 г.

Аннотация

Актуальность. В состав гидроузлов входят железобетонные подпорные стены. Они предназначены для защиты основных сооружений от обрушения и сползания грунтовых массивов. Подпорные стены характеризуются значительными размерами, сравнительно невысоким содержанием арматуры, наличием горизонтальных межблочных швов, что существенно влияет на особенности их работы и состояние. Нормативные документы, действовавшие в период проектирования и строительства большинства подпорных стен (вторая половина прошлого столетия), не в полной мере учитывали особенности их работы, вследствие чего при длительной эксплуатации проявились отклонения от проектных предпосылок, такие как чрезмерные смещения верха стен, раскрытия горизонтальных межблочных швов, которые превышали проектные значения. В целом ряде случаев выполнялось усиление железобетонных конструкций подпорных стен в зонах межблочных швов. **Цель работы** заключается в проведении экспериментальных исследований железобетонных подпорных стенок, в том числе с учетом их усиления наклонными арматурными стержнями. В качестве основного **метода** применялась методика экспериментальных исследований гидротехнических железобетонных конструкций в соответствии с нормативными документами и разработанной программой экспериментальных исследований железобетонных подпорных стен. Полученные **результаты** показали раскрытие горизонтальных межблочных швов, образование наклонных трещин, выходящих из швов. Было зафиксировано повышение прочности железобетонных конструкций подпорных стен и снижение их деформативности за счет усиления наклонными стержнями в зоне межблочного шва.

Ключевые слова: железобетонные подпорные стены гидроузлов, железобетонные модели, межблочные горизонтальные швы, армирование, наклонные арматурные стержни, контрольно-измерительная арматура

Для цитирования

Рубин О.Д., Лисичкин С.Е., Пащенко Ф.А. Результаты экспериментальных исследований железобетонных подпорных стен // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2020. Т. 16. № 2. С. 152–160. <http://dx.doi.org/10.22363/1815-5235-2020-16-2-152-160>

Введение

Подпорные стены являются наиболее распространенными сооружениями гидроузлов [1–5].

Рубин Олег Дмитриевич, доктор технических наук, директор филиала АО «Институт Гидропроект» – «НИИЭС»; Scopus Author ID: 7004427140, eLIBRARY SPIN-код: 2720-6627.

Лисичкин Сергей Евгеньевич, доктор технических наук, главный научный сотрудник филиала АО «Институт Гидропроект» – «НИИЭС»; Scopus Author ID: 6603919071, eLIBRARY SPIN-код: 5423-0643.

Пащенко Федор Александрович, генеральный директор АО «ПИИНИИ ВТ «Ленаэропроект»».

© Рубин О.Д., Лисичкин С.Е., Пащенко Ф.А., 2020

This work is licensed under a Creative Commons Attribution 4.0 International License
<https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Действующие в период проектирования подпорных стенок нормативные документы не в полной мере учитывали характерные особенности железобетонных конструкций, в первую очередь наличие горизонтальных межблочных швов, вследствие чего во многих случаях при длительной эксплуатации проявились существенные отклонения от проектных предпосылок (чрезмерные смещения верха конструкций стен, раскрытие горизонтальных межблочных швов и др.) [6–8]. По этой причине в ряде случаев было выполнено усиление конструкций подпорных стен в зонах горизонтальных межблочных швов.

Потребовалось проведение экспериментальных исследований железобетонных моделей гидротехнических подпорных стенок, в том числе с учетом их усиления наклонными стержнями, для исследования работы подпорных стен.

1. Материалы и методы исследований.

Конструкция модели железобетонной подпорной стенки. Для проведения экспериментальных исследований была изготовлена железобетонная модель подпорной стены в масштабе 1:12 с габаритами: высота 143,0 см; толщина 30,0 см; ширина в корневом сечении 33,0 см. По высоте моделировались три горизонтальных межблочных шва: нижний шов протяженностью 29,9 см на расстоянии 14,0 см от нижней грани; средний шов протяженностью 25,2 см на расстоянии 35,4 см от нижней грани; верхний шов протяженностью 17,5 см на расстоянии 70,8 см от нижней грани. На этапе 1 модель испытывалась без усиления; на этапе 2 была усилена посредством наклонных стержней диаметром 10 мм из арматуры класса А400, установленных по боковым граням модели под углом 15° к горизонтали в зоне среднего межблочного шва. Усиление модели выполнялось по аналогии с усилением существующих конструкций подпорных стен и стен камер шлюзов [13–15].

Конструкция модели на этапах 1 и 2 представлена на рис. 1.

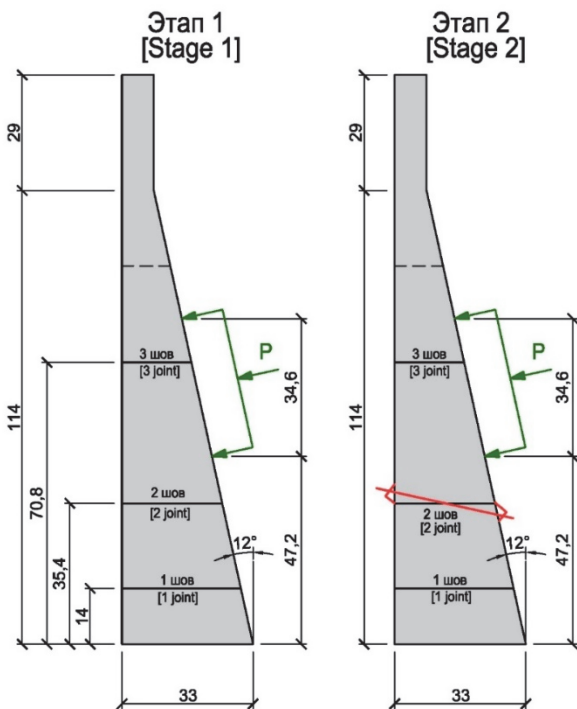


Рис. 1. Конструкции модели подпорной стены на этапах 1 и 2
[Figure 1. The structures of the retaining wall model in the stages 1 and 2]

Рабочее армирование у тыловой грани модели стенки выполнялось в виде трех 12 мм диаметров А-III (А400), у лицевой грани – одного 12 мм диаметра А-III (А400). Бетон модели класса В25.

Методика экспериментальных исследований модели подпорной стены. При проведении экспериментальных исследований использовались следующие средства испытаний:

- стенд для испытания моделей железобетонных конструкций;
- гидроцилиндр (домкрат) ДГС-63 с максимальным усилием 630 кН;
- тензорезисторы для измерения деформаций с точностью до $10 \times E-5$ (0,00001) е.о.д.;
- тензометрическая станция ZET 017-T8;
- индикаторы часового типа ИЧ-10 с ценой деления 0,01 мм;
- микроскоп МПБ-3 для измерения величины раскрытия трещин.

В ходе экспериментальных исследований определялись такие показатели, как:

- нагрузка образования трещин (в том числе по горизонтальным межблочным строительным швам) и характер образовавшихся трещин;
- ширина раскрытия горизонтальных межблочных швов и трещин;
- перемещение верха модели;
- деформации элементов усиления модели (наклонных стержней);
- прирост нагрузки для усиленной модели (по сравнению с неусиленной конструкцией).

Экспериментальные исследования проводились в определенном порядке: нагрузка прикладывалась ступенями по 10 % от нагрузки разрушения (по 5 % при величине нагрузки более 90 % от планируемой разрушающей нагрузки) с выдержкой 15 мин.

Схема установки контрольно-измерительной аппаратуры на железобетонной модели подпорной стены представлена на рис. 2.

Для контроля перемещения верха модели устанавливались прогибомеры – индикаторы часового типа (мессуры). Раскрытие горизонтальных межблочных швов контролировалось посредством установленных вертикально индикаторов часового типа, трещинообразование в железобетонной модели – визуально с применением микроскопа отсчетного МПБ-3 (трубки Бриннеля).

При проведении экспериментальных исследований был учтен опыт экспериментальных исследований гидротехнических сооружений [16–19; 21; 22].

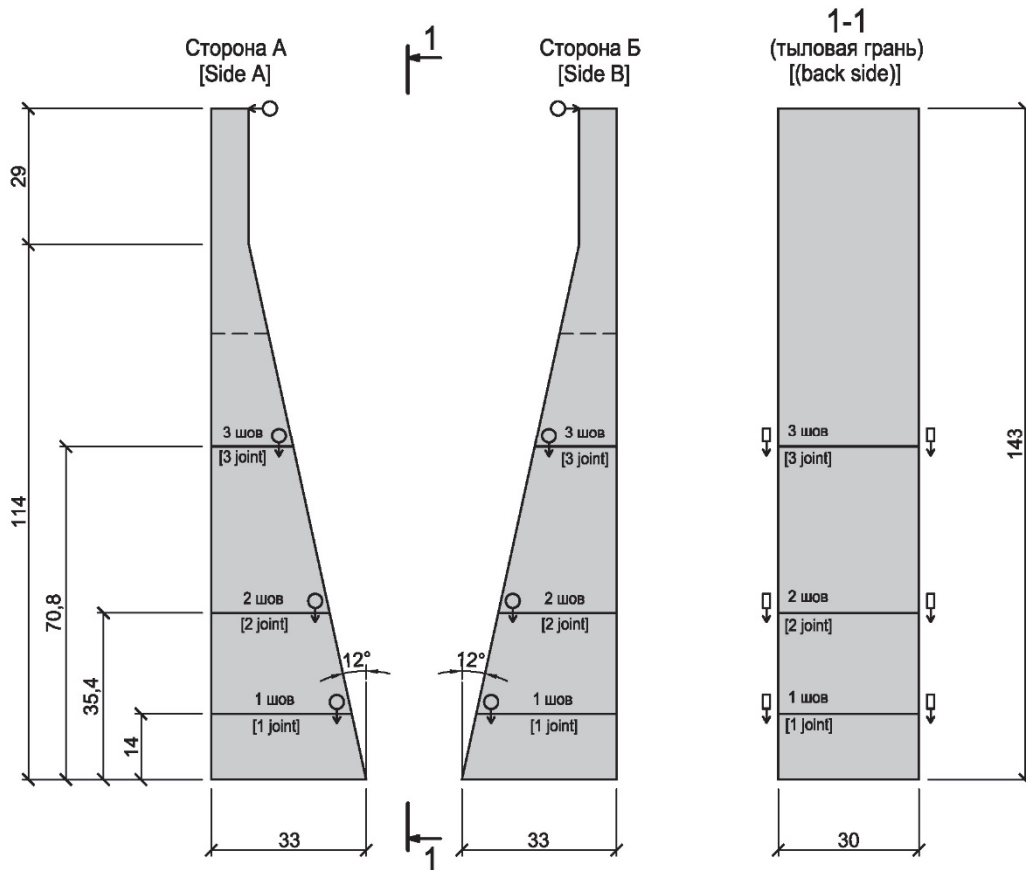


Рис. 2. Схема установки контрольно-измерительной аппаратуры на железобетонной модели подпорной стены
 [Figure 2. The installation diagram of the instrumentation on a reinforced concrete retaining wall model]

2. Результаты экспериментальных исследований модели подпорной стены

Железобетонная модель подпорной стены, подверженная действию силовой нагрузки, устанавливалась вертикально в силовом стенде. Схема испытаний представлена на рис. 1.

На этапе 1 проводились экспериментальные исследования неусиленной модели подпорной стены при расположении равнодействующей нагрузки на высоте 64,5 см от корневого сечения.

На этапе 2 изучалась модель подпорной стены, усиленная посредством наклонных арматурных стержней, при том же расположении равнодействующей нагрузки.

В ходе экспериментов фиксировалось раскрытие горизонтальных межблочных швов со стороны тыловой грани модели; а на более поздних этапах нагружения из горизонтальных швов происходило образование наклонных трещин (рис. 3), что согласовывалось с исследованиями особенностей работы действующих сооружений [9–12; 20; 23].

Основные результаты, полученные в ходе экспериментальных исследований, представлены в табл. 1 – при полных значениях нагрузок испы-

тания модели на этапах 1 и 2 и в табл. 2 – при одинаковых нагрузках (62,4 кН) на этапах 1 и 2 в целях сопоставления результатов.

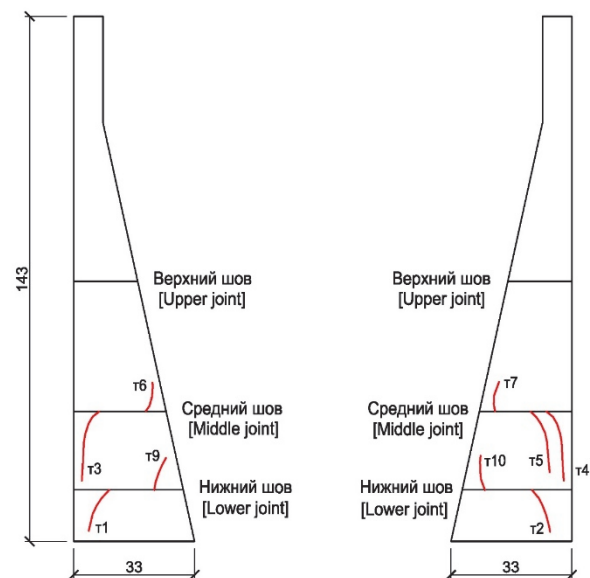


Рис. 3. Схема образования наклонных трещин в модели подпорной стены
 [Figure 3. The diagram of the inclined cracks formation in the retaining wall model]

На этапе 2 испытаний деформации растяжений в наклонных стержнях усиления модели составили 65×10^{-5} единиц относительной деформации, что соответствует напряжениям 130 МПа (усилию в каждом стержне 10,2 кН).

Результаты экспериментальных исследований модели подпорной стены (графики перемещений верха модели, ширины раскрытия горизонтальных межблочных швов, ширины раскрытия наклонных трещин, деформаций в наклонных элементах усиления) представлены графически на рис. 4–14.

Таблица 1

Полное значение нагрузки [Table 1. Full load value]		
	Этап 1 (нагрузка 68,64 кН) [Stage 1 (68,64 kN load)]	Этап 2 (нагрузка 70,72 кН) [Stage 2 (70,72 kN load)]
<i>Ширина раскрытия горизонтальных швов</i> [The width of horizontal joints disclosure]		
Верхний шов [Upper joint]	ср. 0,06 мм [avg. 0,06 mm]	ср. 0,09 мм [avg. 0,09 mm]
Средний шов [Middle joint]	ср. 0,425 мм [avg. 0,425 mm]	ср. 0,35 мм [avg. 0,35 mm]
Нижний шов [Bottom joint]	ср. 0,475 мм [avg. 0,475 mm] Датчик на тыловой грани ИЧ11-0,60 мм [Rear Edge Sensor ИЧ11-0,60 mm]	ср. 0,325 мм [avg. 0,325 mm] Датчик на тыловой грани ИЧ11-0,50 мм [Rear Edge Sensor ИЧ11-0,50 mm]
Ширина раскрытия наклонных трещин [Width disclosure of the inclined cracks]	Т3 – 0,45 мм [mm] Т6 – 0,80 мм [mm] Т7 – 0,50 мм [mm]	Т3 – 0,40 мм [mm] Т6 – 0,75 мм [mm] Т7 – 0,45 мм [mm]
Относительная деформация наклонных стержней [The relative deformation of the inclined rods]	–	$65,0 \times 10^{-5}$ е.о.д.
Перемещение верха модели [Displacement of the top of the model]	18,3 мм [mm]	16,9 мм [mm]

Таблица 2

Одинаковая нагрузка – 62,4 кН [Table 2. The same load – 62.4 kN]		
	Этап 1 (нагрузка 62,4 кН) [Stage 1 (62,4 kN load)]	Этап 2 (нагрузка 62,4 кН) [Stage 2 (62,4 kN load)]
<i>Ширина раскрытия горизонтальных швов</i> [The width of horizontal joints disclosure]		
Верхний шов [Upper joint]	ср. 0,052 мм [avg. 0,052 mm]	ср. 0,075 мм [avg. 0,075 mm]
Средний шов [Middle joint]	ср. 0,365 мм [avg. 0,365 mm]	ср. 0,28 мм [avg. 0,28 mm]
Нижний шов [Bottom joint]	ср. 0,405 мм [avg. 0,405 mm] Датчик на тыловой грани ИЧ11-0,52 мм [Rear Edge Sensor ИЧ11-0,52 mm]	ср. 0,275 мм [avg. 0,275 mm] Датчик на тыловой грани ИЧ11-0,48 мм [Rear Edge Sensor ИЧ11-0,48 mm]
Ширина раскрытия наклонных трещин [Width disclosure of the inclined cracks]	Т3 – 0,35 мм [mm] Т6 – 0,70 мм [mm] Т7 – 0,40 мм [mm]	Т3 – 0,30 мм [mm] Т6 – 0,65 мм [mm] Т7 – 0,35 мм [mm]
Относительная деформация наклонных стержней [The relative deformation of the inclined rods]		$57,0 \times 10^{-5}$ е.о.д.
Перемещение верха модели [Displacement of the top of the model]	15,96 мм [mm]	15,34 мм [mm]

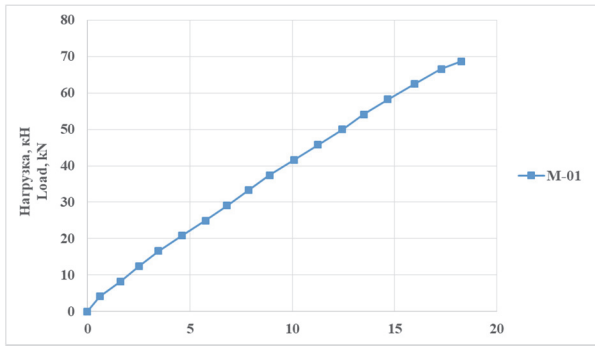


Рис. 4. График перемещения верха модели на этапе 1, мм
[Figure 4. Diagram of the displacement of the top of the model at the stage 1, mm]

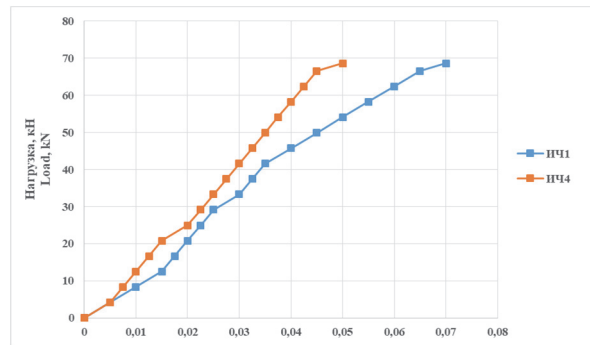


Рис. 5. Графики ширины раскрытия верхнего шва модели на этапе 1, мм
[Figure 5. Diagrams of the disclosure width of the upper joint of the model at the stage 1, mm]

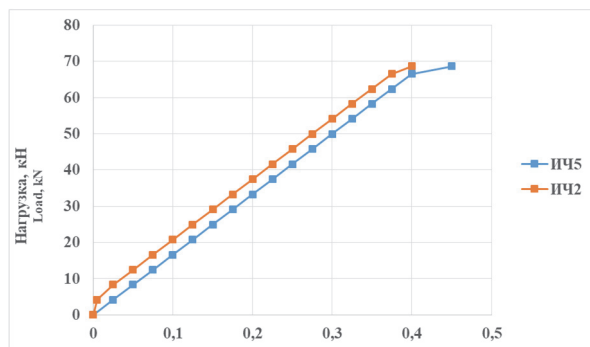


Рис. 6. Графики ширины раскрытия среднего шва модели на этапе 1, мм
[Figure 6. Diagrams of the disclosure width of the middle joint of the model at the stage 1, mm]

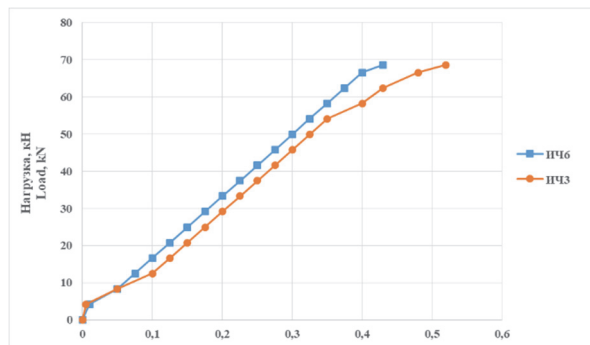


Рис. 7. Графики ширины раскрытия нижнего шва модели на этапе 1, мм
[Figure 7. Diagrams of the disclosure width of the lower joint of the model at the stage 1, mm]

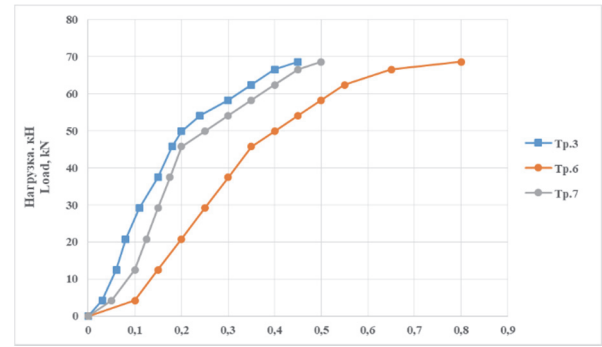


Рис. 8. Графики ширины раскрытия наклонных трещин в модели на этапе 1, мм
[Figure 8. Diagrams of the disclosure width of the inclined cracks in the model at the stage 1, mm]

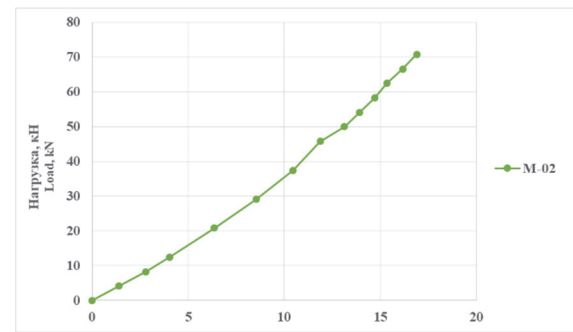


Рис. 9. График перемещения верха модели на этапе 2, мм
[Figure 9. Diagram of the displacement of the top of the model at stage 2, mm]

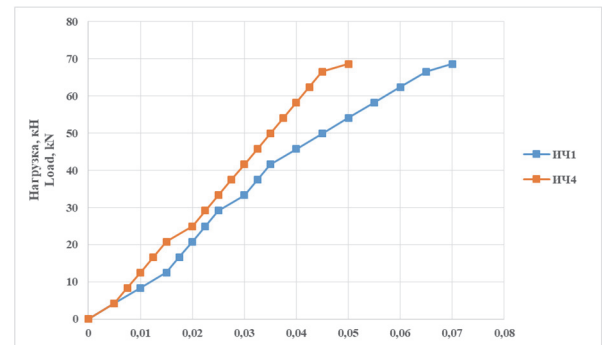


Рис. 10. Графики ширины раскрытия верхнего шва модели на этапе 2, мм
[Figure 10. Diagrams of the disclosure width of the upper joint of the model at the stage 2, mm]

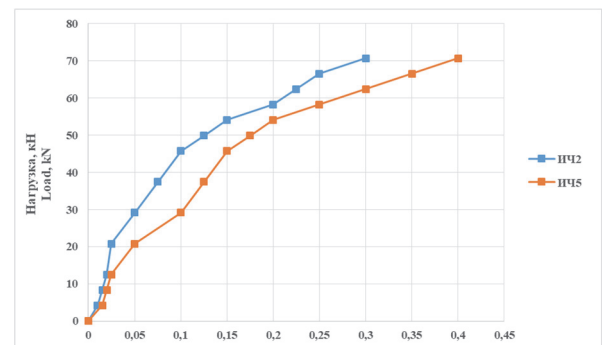


Рис. 11. Графики ширины раскрытия среднего шва модели на этапе 2, мм
[Figure 11. Diagrams of the disclosure width of the middle joint of the model at the stage 2, mm]

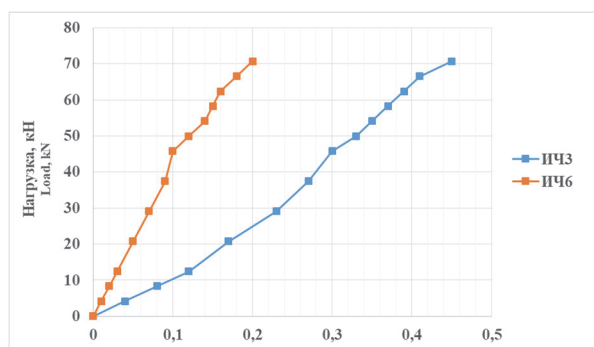


Рис.12. Графики ширины раскрытия нижнего шва модели на этапе 2, мм
[Figure 12. Diagrams of the disclosure width of the lower joint of the model at the stage 2, mm]

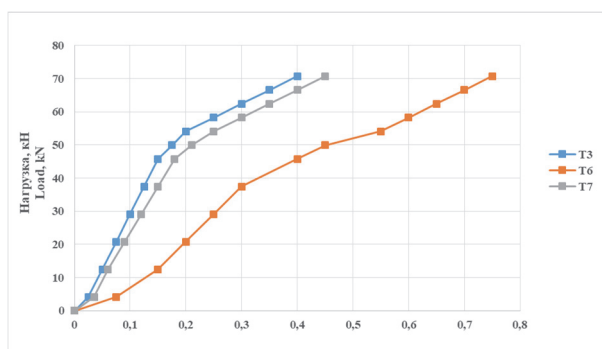


Рис.13. Графики ширины раскрытия наклонных трещин в модели на этапе 2, мм
[Figure 13. Diagrams of the disclosure width of the inclined cracks in the model at the stage 2]

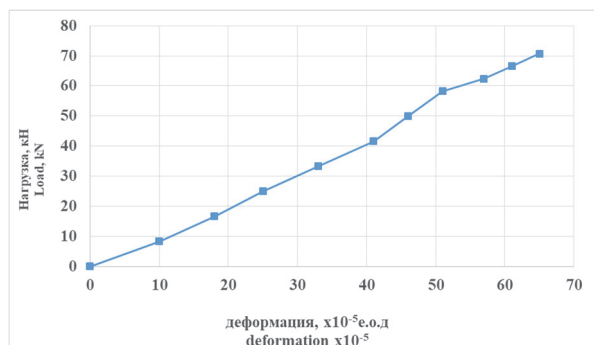


Рис. 14. График деформаций наклонного стержня усиления модели на этапе 2 ($\times 10^{-5}$ е.о.д)
[Figure 14. Diagram of the deformation of the inclined model gain rod at the stage 2 ($\times 10^{-5}$)]

Сопоставление результатов экспериментальных исследований, представленных в табл. 1 и 2, а также на рис. 4–14, показало, что за счет усиления модели подпорной стены наклонными стержнями увеличилась предельная нагрузка на модель, уменьшились прогиб верха модели, ширина раскрытия горизонтальных межблочных швов и наклонных трещин.

При этом при одинаковой нагрузке 62,4 кН прогиб верха модели снизился на 3,9 %, ширина раскрытия среднего шва – на 23,3 %, нижнего шва – на 32,1%, ширина раскрытия наклонной трещины

Т3 – на 14,3 %, трещины Т6 – на 7,1 %, трещины Т7 – на 12,5 %.

Заключение

Изготовлена железобетонная модель подпорной стены в масштабе подобия 1:12, в которой воспроизведены горизонтальные межблочные швы. При этом на этапе 2 испытаний модель была усилена наклонными стержнями в зоне среднего межблочного шва.

Проведены экспериментальные исследования работы железобетонной модели подпорной стены на действие нагрузки, приложенной к тыловой грани модели, равнодействующая которой приложена перпендикулярно к наклонной грани на высоте 64,5 см от корневого сечения. На этапе 1 выполнялось испытание неусиленной модели, на этапе 2 – модели, усиленной наклонными стержнями в зоне среднего межблочного шва.

Анализ результатов экспериментальных исследований на этапах 1 и 2 показал, что за счет усиления наклонными стержнями на этапе 2 предельная нагрузка увеличилась на 3,0 %, прогиб верха модели снизился на 3,9 %, ширина раскрытия горизонтальных швов снизилась в среднем на 27,7 %, а ширина раскрытия наклонных трещин – на 11,3 %.

Список литературы

1. Волосухин В.А., Дыба В.П., Евтушенко С.И. Расчет и проектирование подпорных стен гидротехнических сооружений. М.: АСВ, 2015. 96 с.
2. Волосухин В.А., Воропаев В.И., Яццкий Л.В. Расчет подпорных стен гидротехнических сооружений: учебное пособие. Новочеркасск, 2000. 81 с.
3. Ксенофонтова Т.К., Нью Фудун. Железобетонные подпорные стены, выбор расстояния между контрфорсами // Проблемы развития мелиорации и водного хозяйства и пути их решения: сб. материалов Международной научно-практической конференции. Ч. III. Безопасность гидротехнических сооружений. М.: МГУП, 2011. С. 106–111.
4. Ксенофонтова Т.К., Чумичева М.М. Железобетонные подпорные стены: учебное пособие. М.: МГУП, 2010. 153 с.
5. Семенюк С.Д., Котов Ю.Н. Железобетонные подпорные стены // Вестник Белорусско-Российского университета. 2018. № 4 (61). С. 86–101.
6. Залесов А.С., Рубин О.Д. Характер и причина трещинообразования в стенах шлюзов канала имени Москвы // Энергетическое строительство. 1990. № 11. С. 54–56.
7. Рубин О.Д., Лисичкин С.Е., Нефедов А.В. и др. Расчетные исследования напряженно-деформированного состояния подпорной стенки первого яруса ЛВ-1 водохранилища Загорской ГАЭС, в том числе с учетом данных синхронных замеров при суточном изменении уровня верхнего аккумулирующего бассейна // Безопасность гидро-

технических сооружений. М.: НИИЭС. 2013. Вып. 18. С. 38–50.

8. Лисичкин С.Е., Рубин О.Д., Атабиев И.Ж., Мельникова Н.И. Расчетные исследования устойчивости и прочности подпорных стен первого яруса водоприемника Загорской ГАЭС // Природообустройство. 2012. № 2. С. 44–48.

9. Рубин О.Д., Пономарев Д.И., Мельникова Н.И. Расчетные исследования напряженно-деформированного состояния подпорных стен первого яруса водоприемника Загорской ГАЭС // Природообустройство. 2011. № 5. С. 51–55.

10. Николаев В.Б., Гун С.Я., Лисичкин С.Е. и др. Прочность железобетонных подпорных стенок // Гидротехническое строительство. 1988. № 10. С. 54–58.

11. Лисичкин С.Е., Ляпин О.Б. Поперечное армирование массивных конструкций энергетических сооружений // Энергетическое строительство. 1989. № 11. С. 40–43.

12. Рубин О.Д., Баклыков И.В., Антонов А.С., Лисичкин С.Е., Фролов К.Е. Инструментальные и расчетные исследования низовых подпорных стен Загорской ГАЭС // Природообустройство. 2019. № 2. С. 80–88. DOI 10.34677/1997-6011/2019-2-80-88.

13. Рубин О.Д., Ляпин О.Б., Ни В.Е. Усиление эксплуатируемых подпорных сооружений // Гидротехническое строительство. 1989. № 12. С. 42–45.

14. Щербина В.И., Рубин О.Д., Ни В.Е. Эксплуатация, оценка состояния и разработка мероприятий по повышению надежности шлюзов канала имени Москвы // Гидроэлектростанции. М.: Информэнерго, 1989. Вып. 7. 56 с.

15. Рубин О.Д. Усиление стен шлюзов докового типа и контроль за эксплуатацией // ПРЕДСО-90: материалы конференций и совещаний по гидротехнике. СПб., Энергоатомиздат, 1991. С. 73–75.

16. Рубин О.Д., Лисичкин С.Е., Фролов К.Е. Результаты экспериментальных исследований железобетонных

конструкций ГЭС, имеющих межблочные строительные швы, усиленных внешним армированием из углеродного волокна // Вестник МГСУ. 2018. Т. 13. Вып. 9. С. 1067–1079. DOI: 10.22227/1997-0935.2018.9.1067-1079.

17. Рубин О.Д., Лисичкин С.Е., Фролов К.Е. Экспериментальные исследования железобетонных конструкций гидротехнических сооружений с блочными швами, усиленных системой внешнего армирования // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2018. Т. 14. № 3. С. 198–204. <http://dx.doi.org/10.22363/1815-5235-2018-14-3-198-204>

18. Фролов К.Е. Результаты экспериментальных исследований изгибаемых железобетонных конструкций гидросооружений, усиленных углеродными лентами, по второй группе предельных состояний // Природообустройство. 2017. № 2. С. 42–47.

19. Lisichkin S.E., Rubin O.D., Lyapin O.B., Nefedov A.V. Research of concrete and reinforced-concrete power-generating structures // Hydrotechnical Construction Consultants bureau. 2000. Vol. 33. No. 8–9. Pp. 459–466.

20. Nikolaev V.B., Gun S.Ya., Lisichkin S.E., Lyapin O.B. Strength of reinforced-concrete retaining walls // Hydrotechnical Construction. 1988. Vol. 22. Issue 10. Pp. 616–621.

21. Rubin O.D., Lisichkin S.E., Lyapin O.B. Improvement of reinforced-concrete designs of power-generating structures // Hydrotechnical Construction Consultants bureau. 1999. Vol. 33. No. 8–9. Pp. 522–528.

22. Vinay B. Chauhan, Satyanarayana M. Dasaka, Vinil K. Gade Investigation of failure of a rigid retaining wall with relief shelves // The 15th Asian Regional Conference on Soil Mechanics and Geotechnical Engineering, 2016. Pp. 2492–2497. DOI: 10.3208/jgssp.TC302-02

23. Fedorova N.V., Gubanova M.S. Crack-resistance and strength of a contact joint of a reinforced concrete composite wall beam with corrosion damages under loading // Russian journal of building construction and architecture. 2018. № 2 (38). Pp. 6–18.

RESEARCH PAPER

Results of experimental researches of reinforced concrete retaining walls

Oleg D. Rubin¹, Sergey E. Lisichkin^{1*}, Fedor A. Pashchenko²

¹Scientific Research Institute of Energy Structures, 7A Stroitel'nyi Dr, Moscow, 125362, Russian Federation

²JSC “Lenaeroproect”, 122B Obvodnogo Kanala Embankment, Saint Petersburg, 198095, Russian Federation

*cskte@mail.ru

Article history:

Received: December 12, 2019

Revised: March 06, 2020

Accepted: March 14, 2020

Abstract

Relevance. Hydroelectric facilities include reinforced concrete retaining walls. They are intended to protect the main structures from the collapse and sliding of soil massifs. Retaining walls are characterized by significant size, relatively low content of reinforcement, the presence of horizontal interblock seams, which considerably affects the features of the work and the state of retaining walls. The normative documents that were in force during the design and construction of most retaining walls (the second half of the last century) did not fully take into account the features of the retaining walls,

Oleg D. Rubin, Doctor of Technical Sciences, Director of a branch of JSC “Institute Hydroproject” – NIIES; Scopus Author ID: 7004427140, eLIBRARY SPIN-code: 2720-6627.

Sergey E. Lisichkin, Doctor of Technical Sciences, Deputy General Director; Scopus Author ID: 6603919071, eLIBRARY SPIN-code: 5423-0643.

Fedor A. Pashchenko, General Director of JSC “Lenaeroproect”.

as a result of which long-term operation revealed deviations from the design premises, including excessive displacement of the top of the walls, the disclosure of horizontal interblock joints, which exceeded the design values. In a number of cases, reinforced concrete structures of retaining walls were reinforced in areas of interblock joints. **The aim of the work** is to conduct experimental studies of reinforced concrete retaining walls, including taking into account their reinforcement by inclined reinforcing bars. **Methods.** The technique of experimental studies of hydraulic engineering reinforced concrete structures was applied in accordance with regulatory documents and the developed program of experimental studies of reinforced concrete retaining walls. **The results** obtained showed the opening of horizontal interblock joints, the formation of inclined cracks emerging from the joints. An increase in the strength of reinforced concrete structures of retaining walls and a decrease in their deformability due to reinforcement by inclined rods in the area of the interblock weld were recorded.

Keywords: reinforced concrete retaining walls of waterworks, reinforced concrete models, interblock horizontal seams, reinforcement, inclined reinforcing bars, instrumentation fittings

For citation

Rubin O.D., Lisichkin S.E., Pashchenko F.A. Results of experimental researches of reinforced concrete retaining walls. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*. 2020;16(2):152–160. <http://dx.doi.org/10.22363/1815-5235-2020-16-2-152-160>. (In Russ.)

References

1. Volosukhin V.A., Dyba V.P., Yevtushenko S.I. *Raschet i proyektirovaniye podpornykh sten gidrotekhnicheskikh sooruzheniy* [Calculation and design of retaining walls of hydraulic structures]. Moscow, ASV Publ.; 2015. (In Russ.)
2. Volosukhin V.A., Voropayev V.I., Yaitskiy L.V. *Raschet podpornykh sten gidrotekhnicheskikh sooruzheniy* [Calculation of retaining walls of hydraulic structures]: Study Guide. Novocherkassk; 2000. (In Russ.)
3. Ksenofontova T.K., Nyu Fudun. Zhelezobetonnyye podpornyye steny, vybor rasstoyaniya mezhdru kontrforsami [Reinforced concrete retaining walls, the choice of the distance between buttresses]. *Problems of development of land reclamation and water management and ways to solve them: Proceedings of the of the International scientific-practical conference*. Moscow, MGUP Publ.; 2011. p. 106–111. (In Russ.)
4. Ksenofontova T.K., Chumicheva M.M. *Zhelezobetonnyye podpornyye steny* [Reinforced Concrete Retaining Walls]: Study Guide. Moscow, MGUP Publ.; 2010. (In Russ.)
5. Semenyuk S.D., Kotov Yu.N. Zhelezobetonnyye podpornyye steny [Reinforced concrete retaining walls]. *Vestnik Belorussko-Rossiyskogo universiteta*. 2018;4(61):86–101. (In Russ.)
6. Zalesov A.S., Rubin O.D. Kharakter i prichina treschينوобразованиya v stenakh shlyuzov kanala imeni Moskvy [The nature and cause of crack formation in the walls of the locks of the Moscow Canal]. *Energeticheskoye stroitel'stvo*. 1990;11:54–56. (In Russ.)
7. Rubin O.D., Lisichkin S.Ye., Nefedov A.V. et al. Raschetnyye issledovaniya napryazhenno-deformirovannogo sostoyaniya podpornoy stenki pervogo yarusa LV-1 vodopriyemnika Zagorskoy GAES, v tom chisle s uchetom dannykh sinkhronnykh zamerov pri sutochnom izmenenii urovnya verkhnego akkumuliruyushchego basseyna [Design studies of the stress-strain state of the retaining wall of the first tier of LV-1 of the intake of the Zagorskaya PSPP, including taking into account the data of synchronous measurements with a daily change in the level of the upper accumulating basin]. *Bezopasnost' gidrotekhnicheskikh sooruzheniy*. 2013;(18):38–50. (In Russ.)
8. Lisichkin S.Ye., Rubin O.D., Atabiyev I.Zh., Melnikova N.I. Raschetnyye issledovaniya ustoychivosti i prochnosti podpornykh sten pervogo yarusa vodopriyemnika Zagorskoy GAES [Computational studies of the stability and strength of retaining walls of the first tier of the water intake of the Zagorskaya PSPP]. *Prirodoobustroystvo*. 2012;(2):44–48. (In Russ.)
9. Rubin O.D., Ponomarev D.I., Melnikova N.I. Raschetnyye issledovaniya napryazhenno-deformirovannogo sostoyaniya podpornykh sten pervogo yarusa vodopriyemnika Zagorskoy GAES [Computational studies of the stress-strain state of retaining walls of the first tier of the intake of the Zagorskaya PSPP]. *Prirodoobustroystvo*. 2011;(5):51–55. (In Russ.)
10. Nikolayev V.B., Gun S.Ya., Lisichkin S.Ye. et al. Prochnost' zhelezobetonnykh podpornykh stenok [The strength of the reinforced concrete retaining walls]. *Gidrotekhnicheskoye stroitel'stvo*. 1988;(10):54–58. (In Russ.)
11. Lisichkin S.Ye., Lyapin O.B. Poperechnoye armirovaniye massivnykh konstruksiy energeticheskikh sooruzheniy [Transverse reinforcement of massive structures of power plants]. *Energeticheskoye stroitel'stvo*. 1989;11:40–43. (In Russ.)
12. Rubin O.D., Baklykov I.V., Antonov A.S., Lisichkin S.Ye., Frolov K.Ye. Instrumental'nyye i raschetnyye issledovaniya nizovykh podpornykh sten Zagorskoy GAES [Instrumental and design studies of the lower retaining walls of the Zagorskaya PSPP]. *Prirodoobustroystvo*. 2019;(2):80–88. DOI: 10.34677/1997-6011/2019-2-80-88. (In Russ.)
13. Rubin O.D., Lyapin O.B., Ni V.Ye. Usileniye ekspluatiruyemykh podpornykh sooruzheniy [Strengthening the operating retaining structures]. *Gidrotekhnicheskoye stroitel'stvo*. 1989;(12):42–45. (In Russ.)
14. Shcherbina V.I., Rubin O.D., Ni V.Ye. Ekspluatatsiya, otsenka sostoyaniya i razrabotka meropriyatiy po povysheniyu nadezhnosti shlyuzov kanala imeni Moskvy [Operation, assessment of the condition and development of measures to improve the reliability of the locks of the Moscow Canal]. *Gidroelektrostantsii*. 1989;(7):56. (In Russ.)
15. Rubin O.D. Usileniye sten shlyuzov dokovogo tipa i kontrol' za ekspluatatsiyey [Strengthening the walls of dock-type locks and monitoring operation]. *PREDSO-90: Mate-*

rials of conferences and meetings on hydraulic engineering. Saint Petersburg: Energoatomizdat Publ.; 1991. p. 73–75. (In Russ.)

16. Rubin O.D., Lisichkin S.Ye., Frolov K.Ye. The results of the experimental studies of reinforced concrete structures of hydraulic structures with interconnect construction joints, reinforced by external reinforcement of carbon fiber. *Vestnik MGSU*. 2018;13(9):1067–1079. DOI: 10.22227/1997-0935.2018.9.1067-1079. (In Russ.)

17. Rubin O.D., Lisichkin S.Ye., Frolov K.Ye. Experimental investigations of reinforced concrete structures of hydraulic structures with block seams, enhanced by the external reinforcement system. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*. 2018;14(3):198–204. <http://dx.doi.org/10.22363/1815-5235-2018-14-3-198-204>. (In Russ.)

18. Frolov K.Ye. Results of experimental studies of flexible reinforced concrete structures of hydraulic structures reinforced with carbon tapes for the second group of limiting states. *Prirodoobustroystvo*. 2017;(2):42–47. (In Russ.)

19. Lisichkin S.E., Rubin O.D., Lyapin O.B., Nefedov A.V. Research of concrete and reinforced-concrete power-generating structures. *Hydrotechnical Construction Consultants bureau*. 2000;33(8–9):459–466.

20. Nikolaev V.B., Gun S.Ya., Lisichkin S.E., Lyapin O.B. Strength of reinforced-concrete retaining walls. *Hydrotechnical Construction*. 1988;22(10):616–621.

21. Rubin O.D., Lisichkin S.E., Lyapin O.B. Improvement of reinforced-concrete designs of power-generating structures. *Hydrotechnical Construction Consultants bureau*. 1999;33(8–9):522–528.

22. Vinay B. Chauhan, Satyanarayana M. Dasaka, Vinil K. Gade Investigation of failure of a rigid retaining wall with relief shelves. *The 15th Asian Regional Conference on Soil Mechanics and Geotechnical Engineering*. 2016: 2492–2497. DOI: 10.3208/jgssp.TC302-02.

23. Fedorova N.V., Gubanova M.S. Crack-resistance and strength of a contact joint of a reinforced concrete composite wall beam with corrosion damages under loading. *Russian journal of building construction and architecture*. 2018; 2(38):6–18.

СЕЙСМОСТОЙКОСТЬ СООРУЖЕНИЙ SEISMIC RESISTANCE

DOI 10.22363/1815-5235-2020-16-2-161-166
UDC 550.834.01

RESEARCH PAPER

Performance-Based Seismic Design for buildings

Mathieu Gil-oulbé*, Fouad Adnan Noman Abdullah Al-Shaibani, Abass Saad Lina

Peoples' Friendship University of Russia (RUDN University), 6 Mikluho-Maklaya St, Moscow, 117198, Russian Federation
*giloulbem@hotmail.com

Article history:

Received: December 14, 2019

Revised: February 24, 2020

Accepted: March 10, 2020

Abstract

Structures are designed using current seismic design codes which are mostly based on Force-Based Design approach. **The aim of the work** is to implement the Performance-Based Seismic Design (PBSD) approach in concrete buildings. PBSD, which is a new concept in seismic design of structures, is a reliable approach capable of providing more detailed information on the performance levels of both structural and non-structural elements. **Methods.** In this study Performance-Based Seismic Design has been utilized on reinforced concrete irregular frame. In order to do this pushover analysis was done. Story drift ratios were chosen as deformation limits to define the performance levels for specific earthquake hazard levels. **The results** of this study show that Performance-Based Seismic Design gives a structure with better seismic load carrying capacity, thereby achieving the objective of performance as well as economy. It is also possible to conclude that PBSD obtained by above procedure satisfies the acceptance criteria for immediate occupancy and life safety limit states for various intensities of earthquakes.

Keywords: Performance-Based Seismic Design (PBSD), pushover analysis, example building

For citation

Gil-oulbé M., Al-Shaibani F.A.N.A., Lina A.S. Performance-Based Seismic Design for buildings. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*. 2020;16(2): 161–166. <http://dx.doi.org/10.22363/1815-5235-2020-16-2-161-166>

Introduction

Viewed through the historical prism of the past 100 years, seismic structural design can be seen to have been in constant evolution – much more so than design for other load cases or actions such as gravity, wind, traffic, etc. Initially, following structural damage in the seminal earthquakes of the early 20th century (Kanto, Long Beach, Napier), seismic attack was per-

ceived in terms of simple mass-proportional lateral forces, resisted by elastic structural action. In the 1940's and 50's the influence of structural period in modifying the intensity of the inertia forces started to be incorporated into structural design, but structural analysis was still based on elastic structural response. Ductility considerations were introduced in the 1960's and 70's as a consequence of the experimental and empirical evidence that well detailed structures could survive levels of ground shaking capable of inducing inertia forces many times larger than those predicted by elastic analysis. Predicted performance came to be assessed by ultimate strength considerations, using force levels reduced from the elastic values by somewhat arbitrary force-reduction factors, that differed markedly between the design codes of different seismically-active countries. Gradually this lead to a fur-

Mathieu Gil-oulbé, Candidate of Technical Science, Associate Professor in Civil Engineering, Department of Civil Engineering, Academy of Engineering; eLIBRARY AuthorID: 613393.

Fouad Adnan Noman Abdullah Al-Shaibani, master's degree student in Civil Engineering, Department of Civil Engineering, Academy of Engineering.

Abass Saad Lina, master's degree student in Civil Engineering, Department of Civil Engineering, Academy of Engineering.

© Gil-oulbé M., Al-Shaibani F.A.N.A., Lina A.S., 2020



This work is licensed under a Creative Commons Attribution 4.0 International License
<https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>

ther realization, in the 1980's and 90's that strength was important, but only in that it helped to reduce displacements or strains, which can be directly related

to damage potential, and that the proper definition of structural vulnerability should hence be related to deformations, not strength [1].

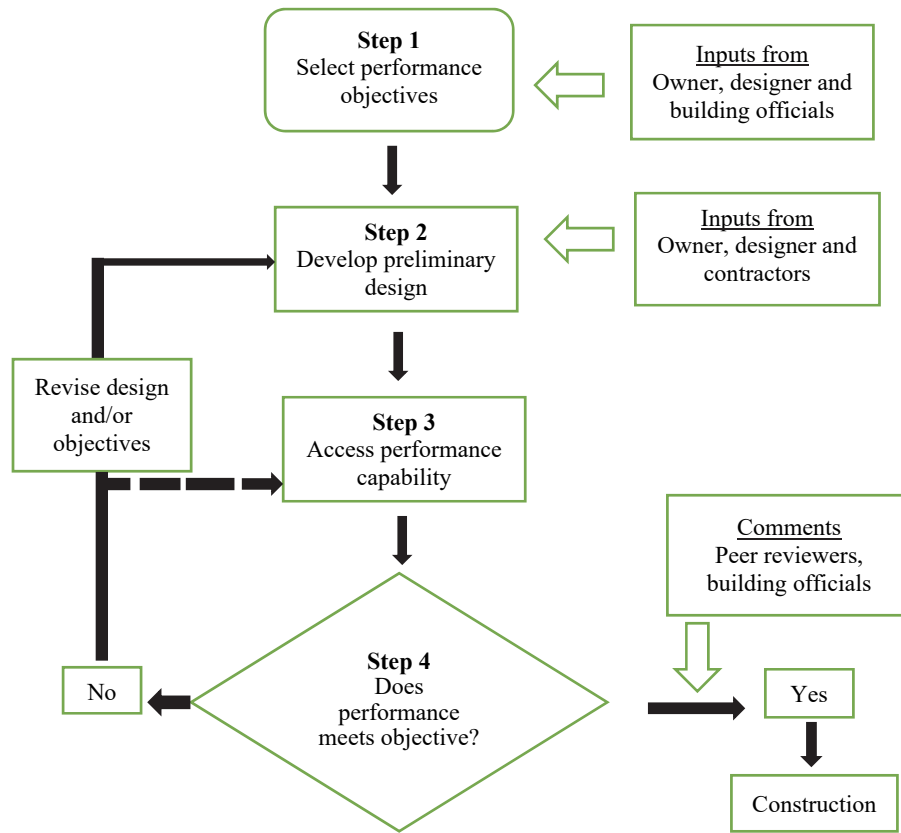


Figure 1. Performance-Based Seismic Design flow diagram [2]

Performance-Based Seismic Design (PBSD) is a generalized design philosophy in which design criteria are expressed in terms of achieving stated performance objectives when the structure is subjected to the stated levels of seismic hazard. PBSD permits the design and construction of buildings with a realistic and reliable understanding of the risk to life, occupancy, and economic loss that may occur because of future seismic events. PBSD is an iterative process, which begins with the selection of performance objectives (that are defined by the owners, designers, and building officials), followed by the development of a preliminary design (considering stated set of performance objectives), an assessment of whether the design meets the performance objectives, and finally redesign and reassessment, if required, until the desired performance level is achieved. The methodology provides a framework for determining the levels of safety and property protection, and the cost acceptable to owner, designer, and building officials for the project according to the specific project requirement [2].

PBSD procedure:

- Generally, a team of decision makers, including the building owner, design professionals, and building officials, will participate in the selection of performance objectives for a building.
- Once the performance objectives are set, a series of simulations (analyses of building response to loading) are performed to estimate the probable performance of the building under various design scenario events.
- If the simulated performance meets or exceeds the performance objectives, the design is complete otherwise it has to be redesigned. Figure 1 displays the flowchart representing key steps in the PBSD procedure.

1. Methods of analysis

Generally, for analyzing the structure the following analysis methods are used depending upon the requirements [3]: linear static procedure, linear dynamic pro-

cedure, nonlinear static procedure (pushover analysis, capacity spectrum method), nonlinear dynamic procedure (time history analysis).

Pushover analysis is the one, which is suitable for the performance based seismic design, because elastic analyses are insufficient, therefore they cannot realistically predict the force and deformation distributions after the initiation of damage in the building. Inelastic analytical procedures become necessary to identify the modes of failure and the potential for progressive collapse.

2. Evaluation of Performance-Based Design

The essential difference between the design of new buildings and the evaluation of existing buildings is the point of view. In design, the objective is to create a new building, which can resist the expected forces (horizontal and vertical) with an appropriate safety margin. Starting from a structural model of the building and the expected applied forces the required sections of the structural elements have to be determined for a chosen material. It is common practice to choose a slightly conservative model, i.e. to neglect the positive influence of some elements, firstly to simplify the model and secondly to be on the safe side. Also, the material strength is usually multiplied by a certain strength reduction factor; whereas the expected applied forces are enhanced to take into account uncertainties [4].

The choice of the strength reduction factors and the design forces are governed by the aim for economic optimization, however they are usually chosen to keep the risk of damage extremely low, i.e. in building design this compares with an accepted annual probability for achieving the ultimate capacity of about 0.01%. In earthquake engineering a rational design becomes more important accepting a higher risk of damage [5; 6].

Here the annual probability for achieving the ultimate capacity can be as high as 1 to 3%. In evaluation the objective is to determine how an existing building will respond to given forces. This corresponds to an analysis of a building structure where the structural elements, the materials and the dead loads are given. It is not desired to calculate a worst-case scenario by choosing a conservative model and making conservative assumptions on the material properties but to assess the most probable behavior of the building subjected to the applied action. Thus, the real material properties and the real loading have to be taken without any safety factors as these would falsify the results. Also the model should be as close as possible to

reality taking into account all structural elements that help to support the applied forces.

The evaluation of existing buildings plays an important role in earthquake evaluation projects where the risk of damage in a certain area is estimated in order to decide on appropriate risk reduction strategies.

3. Development of Performance-Based Earthquake Engineering

Seismic loading provisions in the existing building codes focus on the minimum lateral seismic forces for which the building must be designed, but don't explicitly incorporate the demand and response characteristics. However, the specifications of the lateral forces alone is not enough to ensure the desired level of protection in a building when subjected to expected earthquakes of different intensities [6].

Experience shows that once an approach and the corresponding procedures are introduced in a standard and code, it is very difficult and time demanding to make any changes. It is believed that before any of the so-called simplified approaches for Performance-Based Seismic Design and their corresponding methodologies are implemented in a building code, they should be thoroughly calibrated. The question then is, calibrate against what? There is no doubt that it would be ideal to calibrate them using the most sophisticated and reliable approach and procedure for Performance-Based Seismic Design that can be developed. Starting about 1990, the international design community began to be interested in the development of performance-based design concepts. Whereas current building code provisions are prescriptive in nature and require that buildings be designed with minimum specified strength and stiffness, performance based procedures permit the designer to directly demonstrate that a design is capable of meeting certain standard performance objectives, independent of meeting prescriptive strength and stiffness criteria [5–7].

Documents published by SEAOC (1995, 1996, 1999) (Structural Engineers Association of California, USA), ATC-40 (1996) (Applied Technology Council, USA) [16], FEMA-273, 274 (1997), FEMA-356 (2000), FEMA-350 (2000) (Federal Emergency Management Agency, USA) have given guidelines regarding how to apply the concept of PBSD to new and existing constructions. Furthermore, FEMA-302, 303 (1997) and FEMA-368 (2001) cover the 'NEHRP Recommended Provisions for Seismic Regulations for Buildings and other Structures' (National Earthquake Hazards Reduction Program, USA) and recent codes such as ICC (2000 and 2003) (International Code Council) and NFPA 5000 (2003) (National Fire Protection Associa-

tion, USA) contain provisions that permit use of the Performance-Based Seismic Design concept.

The above publications have contributed significantly toward a better understanding of what performance based seismic design and particularly PBSO are, and already some of the guidelines and particularly the ICC (2000) have provided specific quantification of the different Performance-Based Seismic Design Objectives (PBSO), and provisions for the application of PBSO concept.

SEAOC Vision 2000 (Structural Engineers Association of California, USA). A promising approach toward the above development has been proposed by the Vision 2000 Committee of the structural Engineers Association of California (SEAOC) in 1995 in its report entitled “Performance-Based Seismic Engineering of Buildings” and which will be denominated as the “Performance-Based Seismic Engineering” (PBSE), although it is also called “Performance-Based Earthquake Engineering” (PBEE). The above report presents a conceptual framework for PBSE, as well as the different methodologies that have been proposed for the application of such framework to the design, construction, occupancy and maintenance, with particular emphasis on the design that has been denominated as “Performance-Based Seismic Design” (PBSO).

4. Case study

In order to develop the application conception of pushover analysis, ideal regular building will be studied. 4-story building with the following specifications is modeled as shown in Figure 2.

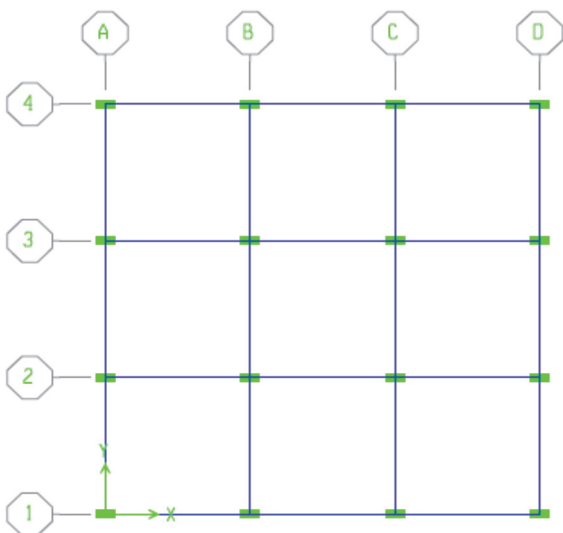


Figure 2. Plan of ideal buildings

A reinforcement concrete with Structural Frame System building with square plan 12×12 m is used.

The total height of the building is 3 m. All beams section are 0.45×0.2 m and all columns section are 0.5×0.2 m. 10 KN/m dead load and 10 KN/m live load applied to all beams. Default ETABS nonlinear frame hinge properties was used. Figure 3 shows the model of the 4-story building which developed by ETABS.

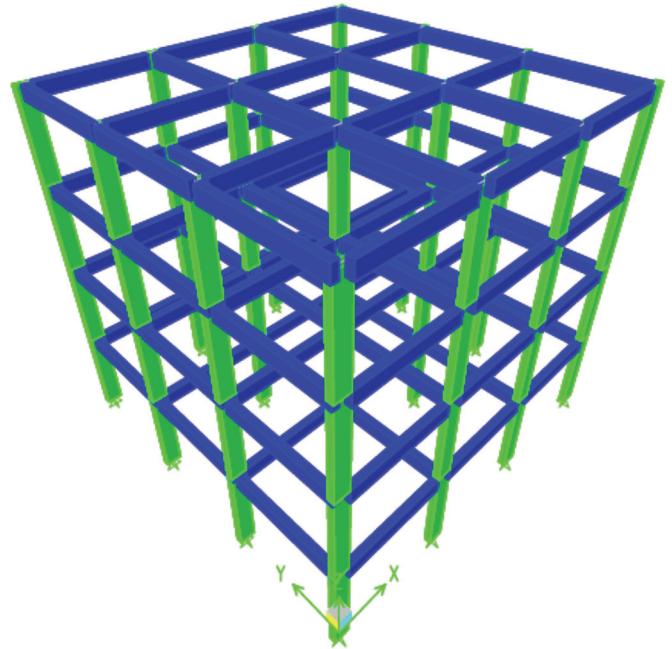


Figure 3. ETABS model of first ideal building

The building analyzed under the following cases: static linear analysis for dead, live, earthquake loads; static nonlinear analysis for dead load; and static nonlinear (pushover) analysis for lateral forces starts from the static nonlinear analysis for dead load. Lateral forces apply by ground acceleration for both sides (X, Y).

Results show that y direction is the critical direction, which reasoned by small dimension of columns section in this direction. From the static linear analysis results, base shear $V = 190.14$ KN.

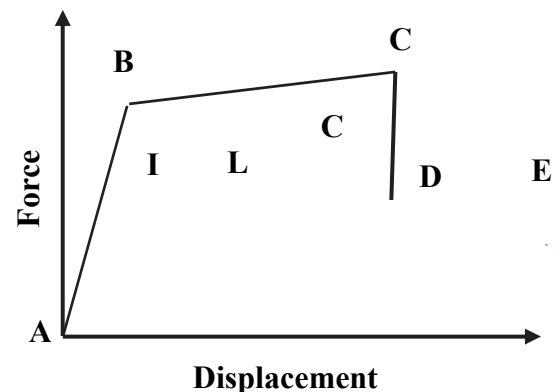


Figure 4. Load – deformation curve

Under incrementally increasing loads some elements may yield sequentially. Consequently, at each event, the structures experiences a stiffness change as shown in Figure 4, where IO, LS and CP stand for immediate occupancy, life safety and collapse prevention respectively.

ETABS results develop pushover curves show the resultant base shear vs. monitored displacement as Figure 5.

Results show that pushover acceleration leads to generate hinges in structure which work towards to lose the stability of the structure.

ETABS identify the performance point indicated to base shear of $V = 422.99 \text{ KN}$, and target displacement value $D = 0.091 \text{ m}$.

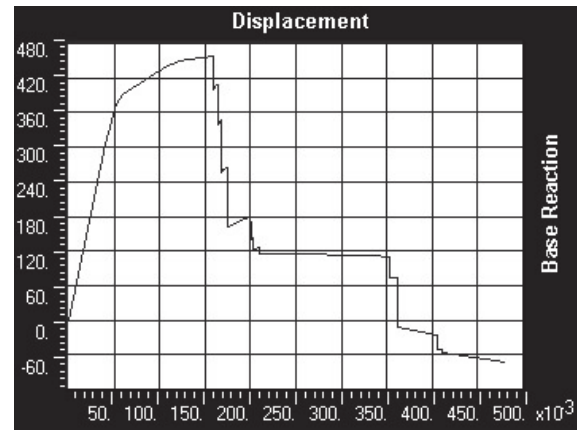


Figure 5. ETABS output of pushover curve (resultant base shear (KN) vs. monitored displacement [m])

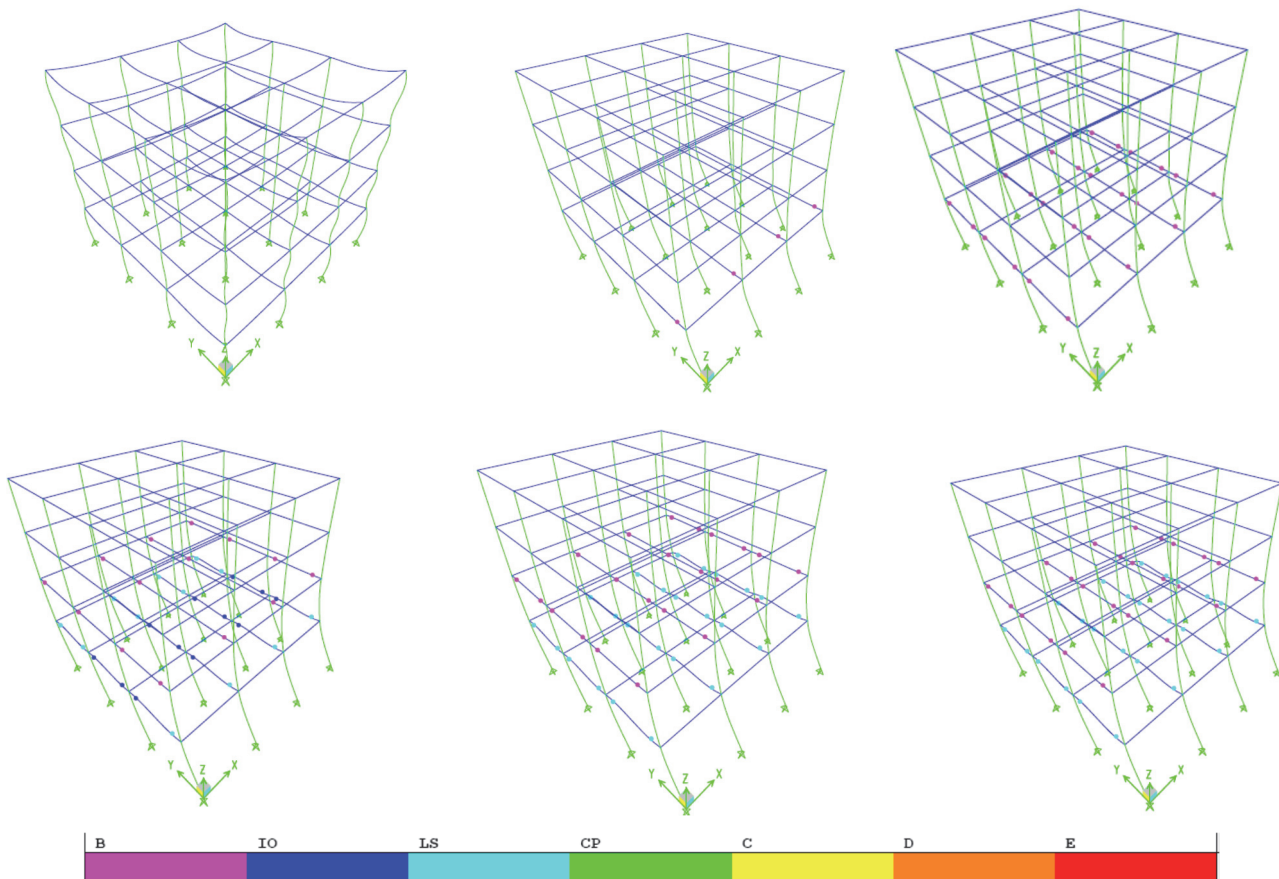


Figure 6. First six steps of pushover analysis and sequence of hinges formation (ETABS output)

Conclusion

Based on the present study, the following conclusions can be drawn:

1) the Performance-Based Seismic Design obtained by above procedure satisfies the acceptance criteria for immediate occupancy and life safety limit states for various intensities of earthquakes;

2) Performance-Based Seismic Design gives a structure with better seismic load carrying capacity, there-

by achieving the objective of performance as well as economy.

References

1. Priestley M.J.N., Calvi G.M., Kowalsky M.J. Displacement-Based Seismic Design of Concrete Structures. *Sixth National Conference on Earthquake Engineering, 16–20 October 2007, Istanbul, Turkey* (pp. 113–137). Available from: <http://istanbul.imo.org.tr/>

2. Zameeruddin M., Sangle K.K. Review on Recent developments in the performance-based seismic design of reinforced concrete structures. *Structures*. 2016;6:119–133.
3. Bashetty D.S. *Performance Based Design Presentation by Deepak Bashetty*. 2015. Available from: <https://www.slideshare.net/DeepakBashetty/performance-based-design-presentation-by-deepak-bashetty>
4. Al-Safi S., Alameri I., Badhib R., Kuleib M. Evaluation of Performance-Based Earthquake Engineering in Yemen. *Challenge Journal of Structural Mechanics*. 2020;6(1):10–22.
5. AlMunifi A.A., Alameri I.A. The impact of design approach and contracting practices on cost and execution period of school buildings. *Challenge*. 2019;5(3): 85–95.
6. Kasimzade A., Tuhta S., Atmaca G., Alameri I., Abrar O. Novel approach on performance based aseismic design based on FEMA requirements. *IJTSRD*. 2018;3(1): 812–816.
7. Ulomov V.I. Seismic Hazard Assessment and Actualization of Engineering Decisions. *Earthquake engineering constructions safety*. 2008;(3):16–21. (In Russ.)
8. Leslie R. The Pushover Analysis, explained in its Simplicity. *Proceedings of 2nd National Conference – RACE'13 at SAINTGITS College of Engineering, Kottayam*. 2013. Available from: https://www.alacero.org/sites/default/files/u16/ci_23_-_24_the_pushover_analysis_explained.pdf
9. ATC-40. *Seismic Analysis and Retrofit of Concrete Buildings* (vol. I). Applied Technology Council, Redwood City, CA, USA; 1996.
10. FEMA-440. *Improvement of nonlinear static seismic analysis procedures*. Federal Emergency Management Agency, Washington, DC, USA; 2005.
11. EN 1998-1. *Eurocode 8. Design of structures for earthquake resistance. Part 1. General rules, seismic actions and rules for buildings*. European Committee for Standardization, Management Centre, Brussels; 2003.
12. FEMA-349. Action plan for performance based seismic design. Federal Emergency Management Agency, Washington, DC, USA; 2009.
13. *SEAO Vision 2000*. Available from: http://peer.berkeley.edu/course_modules/eqrd/index.htm?c227top.htm&227cont.htm&DesPhil/desphil5.htm (accessed: 29.03.2018).
14. FEMA-273. *NEHRP guidelines for the seismic rehabilitation of buildings*. Federal Emergency Management Agency, Washington (DC), USA; 1996.
15. Kokate P.P. Performance Based Seismic Design. *International Journal of Current Engineering and Technology*. 2015;5(2):692–699.

НАУЧНАЯ СТАТЬЯ

Сейсмическое проектирование зданий на основе эксплуатационных характеристик

М. Жиль-улбе*, Ф.А.Н.А. Аль-Шаибани, А.С. Лина

Российский университет дружбы народов, Российская Федерация, 117198, Москва, ул. Миклухо-Маклая, 6
*giloulbem@mail.ru

История статьи

Поступила в редакцию: 14 декабря 2019 г.

Доработана: 24 февраля 2020 г.

Принята к публикации: 10 марта 2020 г.

Аннотация

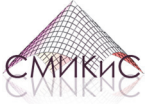
Строительные конструкции, спроектированные с учетом современных норм сейсмостойкого строительства, в основном получены при применении силового метода проектирования сейсмостойких конструкций (Force-Based Design). **Цель** данного исследования – применить «характеристический метод» сейсмического проектирования (Performance-Based Seismic Design, PBSD) к бетонным строениям. Новая концепция сейсмического проектирования на основе характеристик PBSD является надежным подходом, способным обеспечить более детальную информацию об уровнях работоспособности как конструктивных, так и неструктурных элементов при землетрясении. **Методы**. В исследовании PBSD был применен к несимметричной железобетонной раме, для чего использовался нелинейный статический метод. Коэффициенты подошвы были выбраны в качестве предельных деформаций при определении характеристик для конкретных уровней сейсмической опасности. **Результаты**. Показано, что PBSD позволяет получить несущую конструкцию, более устойчивую к сейсмическим нагрузкам, таким образом повышая характеристики эффективности и экономичности. Опираясь на полученные данные, можно заключить, что сейсмический расчет на основе эксплуатационных характеристик, выполненный по описанной методике, удовлетворяет критериям безопасности жизнедеятельности при различной интенсивности землетрясений.

Ключевые слова: эксплуатационно-ориентированное сейсмическое проектирование, сейсмическое воздействие, эксплуатация сооружений, нелинейные статические методы, анализ толчков

Для цитирования

Gil-oulbé M., Al-Shaibani F.A.N.A., Lina A.S. Performance-Based Seismic Design for buildings на основе эксплуатационных характеристик // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2020. Т. 16. № 2. С. 161–166. <http://dx.doi.org/10.22363/1815-5235-2020-16-2-161-166>

Жиль-улбе Матье, кандидат технических наук, доцент департамента строительства Инженерной академии; eLIBRARY AuthorID: 613393.
Аль-Шаибани Фуад Аднан Номан Абдулла, магистрант департамента строительства Инженерной академии.
Лина Абасс Саад, магистрант департамента строительства Инженерной академии.



Уважаемые коллеги!

Российский университет дружбы народов

приглашает вас принять участие в Международной конференции

«ИНЖЕНЕРНЫЕ СИСТЕМЫ – 2020»,

посвященной 60-летию Российского университета дружбы народов, которая состоится

14–16 октября 2020 в Москве.

НАУЧНЫЕ СЕКЦИИ КОНФЕРЕНЦИИ

- Материаловедение, металлургия и нанотехнологии
- Машиностроение, энергетика и транспорт
- Авиационные и космические системы
- Геология, горное и нефтегазовое дело
- Гражданское, промышленное и гидротехническое строительство
- Архитектура и промышленный дизайн
- Инновационный менеджмент в промышленности

ОФИЦИАЛЬНЫЕ ЯЗЫКИ КОНФЕРЕНЦИИ

Русский, английский

СРОКИ ПРЕДОСТАВЛЕНИЯ МАТЕРИАЛОВ

Прием заявок на участие и полных текстов статей – до 15 августа 2020 года.

ПУБЛИКАЦИЯ ТРУДОВ КОНФЕРЕНЦИИ

Статьи будут опубликованы в сборнике трудов конференции, индексируемом в БД РИНЦ, или в журнале, индексируемом в БД Scopus и Web of Science.

ТРЕБОВАНИЯ К ОФОРМЛЕНИЮ СТАТЕЙ

Статьи должны быть посвящены описанию результатов оригинальных исследований. Подробная информация по оформлению статей представлена на странице конференции.

УСЛОВИЯ УЧАСТИЯ В КОНФЕРЕНЦИИ

Для участия в конференции необходимо направить регистрационную форму докладчика вместе со статьей в адрес контактных лиц:

– для публикации в сборнике трудов конференции, индексируемом в БД РИНЦ, – по адресу malkova-myu@rudn.ru

– для публикации в журнале, индексируемом в БД Scopus и Web of Science, – по адресу admin@enggsys.ru

Организационный взнос для участников конференции составляет 1800 руб.

Публикация в журнале, индексируемом в БД Scopus и Web of Science, оплачивается дополнительно. Размер оплаты указан на странице конференции.

КОНТАКТНАЯ ИНФОРМАЦИЯ

Организатор конференции: Российский университет дружбы народов (РУДН).

Адрес страницы конференции на портале РУДН: <http://enr.rudn.ru/?p=14247>

Место проведения конференции:

Инженерная академия РУДН: г. Москва, ул. Орджоникидзе, д. 3.

Заседание секции «Машиностроение, энергетика и транспорт» состоится по адресу:

г. Москва, Подольское ш., д. 8, корп. 5.

Председатель Оргкомитета:

Малькова Марианна Юрьевна, профессор департамента строительства Инженерной академии РУДН.

E-mail: malkova-myu@rudn.ru