

# Строительная механика инженерных конструкций и сооружений STRUCTURAL MECHANICS OF ENGINEERING CONSTRUCTIONS AND BUILDINGS

## 2025. 21(4). 294-306

## ISSN 1815-5235 (Print), 2587-8700 (Online) HTTP://JOURNALS.RUDN.RU/STRUCTURAL-MECHANICS



DOI: 10.22363/1815-5235-2025-21-4-294-306

EDN: BOTCDZ

Научная статья / Research article

# Численное моделирование восстанавливающего эффекта от постнапряжения в плите перекрытия монолитного железобетонного каркаса

П.П. Гайджуров  $^{10}$ , Н.А. Савельева $^{10}$ , З.Б.Т. Брис Робин $^{20}$ 

<sup>1</sup> Донской государственный технический университет, Ростов-на-Дону, Российская Федерация

Поступила в редакцию: 11 мая 2025 г.

Доработана: 13 июня 2025 г.

Принята к публикации: 3 июля 2025 г.

Аннотация. Разработана методика конечно-элементного моделирования усиления монолитной плиты перекрытия повторяющегося фрагмента монолитного каркаса предварительно напряженными тросами без сцепления с бетоном. Анализ напряженно-деформированного состояния фрагмента с учетом постнапряжения выполнен в линейно-упругой постановке. Для ансамблирования исследуемой пластинчато-стержневой конструкции использовались трехмерные пластинчатые и балочные конечные элементы вычислительного комплекса ANSYS Mechanical. Предлагаемая концепция моделирования восстанавливающего усилия от предварительно напряженного троса бетону базируется на следующей последовательности шагов: сначала с использованием ферменных и комбинированных конечных элементов комплекса ANSYS Mechanical решается плоская задача определения вертикальных и горизонтальных реакций, обусловленных натяжением троса, затем осуществляется сплайновая интерполяция полученных значений вертикальных реакций для задания соответствующих узловых усилий на элементы перекрытия. Численное моделирование результирующего восстанавливающего эффекта от постнапряжения, создаваемого в плите перекрытия, реализовано с применением двумерной интерполяции полей перемещений от предварительного напряжения по двум заданным схемам на вспомогательную регулярную конечноэлементную сетку с последующей суперпозицией. Выполнено сравнение результатов расчета с использованием предлагаемого подхода и методики Научно-исследовательского, проектно-конструкторского и технологического института бетона (НИИЖБ) им. А.А. Гвоздева.

Ключевые слова: метод конечных элементов, монолитный железобетонный каркас, предварительное напряжение, тросовая арматура

Заявление о конфликте интересов. Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

Вклад авторов: Гайджуров П.П. — научное руководство, формализация математической модели, написание исходного текста, формулировка выводов. Савельева Н.А. — написание макросов, выполнение вычислительных экспериментов, обзор литературы, практические рекомендации по расчетам. Брис Робин З.Б.Т. — построение конечно-элементной модели, подготовка исходных данных для тестового примера, обработка результатов моделирования, визуализация. Все авторы ознакомлены с окончательной версией статьи и одобрили ее.

Для цитирования: Гайджуров П.П., Савельева Н.А., Брис Робин З.Б.Т. Численное моделирование восстанавливающего эффекта от постнапряжения в плите перекрытия монолитного железобетонного каркаса // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2025. Т. 21. № 4. С. 294–306. http://doi.org/10.22363/1815-5235-2025-21-4-294-306

Гайджуров Петр Павлович, советник РААСН, доктор технических наук, профессор кафедры строительной механики и теории сооружений, Донской государственный технический университет, Российская Федерация, 344010, г. Ростов-на-Дону, пл. Гагарина, д. 1; eLIBRARY SPIN-код: 6812-9718, ORCID: 0000-0003-3913-9694; e-mail: gpp-161@yandex.ru

Савельева Нина Александровна, кандидат технических наук, старший преподаватель кафедры строительной механики и теории сооружений, Донской государственный технический университет, Российская Федерация, 344010, г. Ростов-на-Дону, пл. Гагарина, д. 1; eLIBRARY SPIN-код: 8437-8080, ORCID: 0000-0002-8702-5168; e-mail: ninasav86@mail.ru

*Брис Робин Зу Би Ти*, аспирант кафедры промышленного, гражданского строительства, геотехники и фундаментостроения, Южно-Российский государственный политехнический университет (НПИ) имени М.И. Платова, Российская Федерация, 346428, Ростовская область, г. Новочеркасск, ул. Просвещения, д.132; ORCID: 0009-0005-1886-8777; e-mail: robin.zu.92@inbox.ru

© Гайджуров П.П., Савельева Н.А., Брис Робин З.Б.Т., 2025

This work is licensed under a Creative Commons Attribution-NonCommercial 4.0 International License https://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/legalcode

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup>Южно-Российский государственный политехнический университет (НПИ) имени М.И. Платова, *Новочеркасск, Российская Федерация* ⊠ gpp-161@yandex.ru

# Numerical Simulation of the Restoring Effect from Post-Stress in the Slab of a Cast-in-Situ Reinforced Concrete Frame

Peter P. Gaidzhurov<sup>1</sup><sup>□⊠</sup>, Nina A. Savelyeva<sup>1</sup><sup>□</sup>, Zu Bi Ti Bris Robin<sup>2</sup><sup>□</sup>

<sup>1</sup> Don State Technical University, Rostov-on-Don, Russian Federation

<sup>2</sup> Platov South Russian State Polytechnic University, Novocherkassk, Russian Federation

⊠ gpp-161@yandex.ru

Received: May 11, 2025 Revised: June 13, 2025 Accepted: July 3, 2025

Abstract. A technique has been developed for finite element modeling of reinforcement of a cast-in-situ floor slab of a repeating fragment of a cast-in-situ frame with pre-stressed cables without adhesion to concrete. The analysis of the stress-strain state of the fragment, taking into account post-stress, is performed in linearly elastic setting. Three-dimensional plate and beam finite elements of the ANSYS Mechanical computational software were used to assemble the studied frame structure. The proposed concept of modeling the restoring force from a prestressed cable to concrete is based on the following sequence of steps: first, using truss and combined finite elements of the ANSYS Mechanical software, the plane problem of determining vertical and horizontal reactions caused by cable tension is solved, then spline interpolation of the obtained values of vertical reactions for setting the appropriate nodal forces on the slab elements is performed. The numerical simulation of the resulting restoring effect from the post-stress created in the floor slab is implemented using two-dimensional interpolation of the displacement distributions from the pre-stress according to two specified schemes onto an auxiliary regular finite element grid with subsequent superposition. The calculation results were compared using the proposed approach and methodology of the A.A. Gvozdev Scientific Research, Design and Technological Institute of Concrete (NIIZHB).

Keywords: finite element method, cast-in-situ reinforced concrete frame, pre-tension, cable reinforcement

**Conflicts of interest.** The authors declare that there is no conflict of interest.

**Authors' contribution:** Gayzhurov P.P. — supervision, formalization of mathematical model, writing original draft, conclusions. Savelyeva N.A. — writing macros, performing computational experiments, literature review, practical recommendations on calculations. Bris Robin Z.B.T.— finite element model construction, preparation of initial data for a test case, processing of modeling results, visualization. All authors read and approved the final version of the article.

**For citation:** Gayzhurov P.P., Savelyeva N.A., Bris Robin Z.B.T. Numerical simulation of the restoring effect from post-stress in the slab of a cast-in-situ reinforced concrete frame. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*. 2025; 21(4):294–306. (In Russ.) http://doi.org/10.22363/1815-5235-2025-21-4-294-306

## 1. Введение

Создание постнапряжения в монолитных железобетонных конструкциях с помощью тросовой арматуры без сцепления с бетоном широко применяется в США и странах Евросоюза<sup>1</sup> [1–3]. Пре-имуществом данной технологии по сравнению с преднапряжением, создаваемым в арматуре до бетонирования, является возможность ее реализации непосредственно на строительной площадке, а также в постпостроечных условиях для усиления несущих конструкций. В дальнейшем будет рас-

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup> ACI Committee 318, Building code requirements for reinforced concrete (ACI 318-08), in: American Engineering and Industrial Standards, American Standards Association, New York, NY, United States, 2008. https://etabsmate.ir/File/ACI%20318-19%20(www.ETABSMATE.ir).pdf; BS EN, Eurocode 2: Design of Concrete Structures: Part 1–1: General Rules and Rules for Buildings, British Standards Institution, 2004. https://regbar.com/wp-content/uploads/2019/09/bsen1992-1-1-2004Eurocode 2.pdf

*Peter P. Gaidzhurov*, Advisor of the Russian Academy of Architecture and Construction Sciences, Doctor of Technical Sciences, Professor of the Department of Structural Mechanics and Theory of Structures, Don State Technical University, 1 Gagarin Sq., Rostov-on-Don, 344003, Russian Federation; eLIBRARY SPIN-code: 6812-9718, ORCID: 0000-0003-3913-9694; e-mail: gpp-161@yandex.ru

Nina A. Savelyeva, Candidate of Technical Sciences, Senior Lecturer of the Department of Structural Mechanics and Theory of Structures, Don State Technical University, 1 Gagarin Sq., Rostov-on-Don, 344003, Russian Federation; eLIBRARY SPIN-code: 8437-8080, ORCID: 0000-0002-8702-5168; e-mail: ninasav86@mail.ru

Zu Bi Ti Bris Robin, post-graduate student of the Department of Industrial and Civil Engineering, Geotechnology and Foundation Construction, Platov South-Russian State Polytechnic University (NPI), 132 Prosvecheniya St, Novocherkassk, Rostov region, 346428, Russian Federation; ORCID: 0009-0005-1886-8777; e-mail: robin.zu.92@inbox.ru

смотрен способ активного преднапряжения на бетон посредством тросовой арматуры без сцепления с бетоном.

Точность конечно-элементного моделирования эффекта от активного преднапряжения в монолитных бетонных и железобетонных конструкциях зависит от методики определения вертикальных сил, обусловленных натяжением арматуры. Для определения соответствующих вертикальных усилий, формирующих восстанавливающий (разгружающий) эффект, как правило, используется упрощенный подход, основанный на составлении уравнений равновесия [4–6]. При этом усилие обжатия от преднапряжения ( $P_{pr}$ ) в зависимости от траектории армирования уравновешивается либо сосредоточенными силами (P), либо распределенной ( $q_1,q_2$ ) нагрузкой (рис. 1).



**Рис. 1.** Вертикальные силы при различных траекториях активного армирования И с т о ч н и к: выполнено Д.В. Портаевым [6]

Figure 1. Vertical forces at different trajectories of active reinforcement S o u r c e: made by D.V. Portaev [6]

В настоящее время в практике отечественного проектирования жилых и социальных зданий из монолитного железобетона применяется главным образом многоэтажная и многопролетная каркасная схема, включающая повторяющиеся фрагменты из плит межэтажных перекрытий, колонн и пилонов. Отчасти это объясняется тем, что данная расчетная схема в известной степени обеспечивает «живучесть» здания при потере несущей способности одной или нескольких поперечных и продольных связей.

Определенный практический интерес представляет концепция сочетания обычного «фонового» армирования и активного преднапряжения в плитах безбалочных перекрытий монолитного каркаса в направлениях вдоль линий ориентации колонн. В данном случае траектория тросовой напрягаемой арматуры вдоль каждого направления в зонах примыкания колонн к плите имеет огибающий характер (рис. 2).



**Рис. 2.** Траектория активного армирования вдоль линии ориентации колонн И с т о ч н и к: выполнено 3.Б.Т. Брис Робин

**Figure 2.** The trajectory of the active reinforcement along the orientation line of the columns S o u r c e: made by Z.B.T. Bris Robin

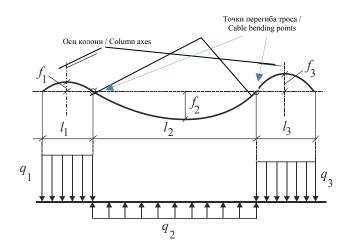
Фрагмент схемы приведения усилия преднапряжения к эквивалентной распределенной нагрузке для плиты перекрытия монолитного каркаса показан на рис. 3 [9]. Как видно из графика (рис. 3), на опорных участках и пролетной части перекрытия возникают вертикальные усилия с разными знаками. Формулы для определения интенсивности распределенных нагрузок на различных участках перекрытия каркаса имеют вид [9; 10]

296

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup> Конструкции железобетонные монолитные с напрягаемой арматурой без сцепления с бетоном. Правила проектирования. Методические указания. Москва 2017. https://files.stroyinf.ru/Data2/1/4293739/4293739403.pdf 10. СП 52-102-2004. Предварительно напряженные железобетонные конструкции.

$$q_{p1} = 8 \frac{P_{pr} f_1}{l_1^2}$$
;  $q_{p2} = 8 \frac{P_{pr} f_2}{l_2^2}$ ;  $q_{p3} = 8 \frac{P_{pr} f_3}{l_3^2}$ .

В эти формулы усилие  $P_{\it pr}$  входит с учетом потерь.



**Рис. 3.** Схема приложения восстанавливающей нагрузки в плите перекрытия И с т о ч н и к: выполнено по: Конструкции железобетонные монолитные с напрягаемой арматурой без сцепления с бетоном: правила проектирования: методические указания. Москва, 2017.

**Figure 3.** Diagram of the application of the restoring load in the floor slab S o u r c e: made by Cast-in-situ reinforced concrete structures with post-tensioned reinforcement. Design rules. Methodological guidelines. Moscow, 2017.

В работах [7–14] приведены результаты конечно-элементного моделирования напряженно-деформированного состояния предварительно напряженных железобетонных конструкций балочного типа с учетом сцепления арматуры и бетона. Бетонный массив балки моделировался объемными, а напрягаемая арматура — стержневыми конечными элементами (КЭ). В [12] усилие предварительного напряжения прикладывалось путем задания начальной эквивалентной температурной деформации. Аналогичный подход реализован в [15], где в качестве объекта исследования рассматривалась ребристая монолитная плита перекрытия. В монографии [6] с помощью метода конечных элементов решена задача о перераспределении внутренних сил в плите перекрытия и прилегающих колоннах за счет обжатия по линиям активного армирования. Следует отметить, что в [6] и [17] расчеты выполнялись в программном комплексе SCAD с использованием для плиты перекрытия пластинчатых конечных элементов. Среди программных комплексов, реализующих метод конечных перемещений, следует выделить комплекс DIANA [16], который позволяет моделировать длительное деформирование железобетонных конструкций.

Активное армирование, как технологический прием, реализуется путем применения так называемых монострендов [1; 2; 6], т. е. стальных тросов, заключенных в пластиковую оболочку. Между тросом и оболочкой имеется тонкий слой антикоррозионной и антифрикционной смазки. Моностренды, как и фоновая арматура, укладываются в опалубку перед заливкой бетона по заранее размеченным траекториям с учетом самого неблагоприятного сценария нагружения. После набора бетоном необходимой прочности с помощью гидравлических домкратов осуществляют двухстороннее обжатие конструкции. При этом в балочных и плитных системах после обжатия появляется выгиб [6]. В Своде правил, действующем на территории РФ, СНиП 2.01.07-85\*3 (п. 10.19), приведены нормативы, регламентирующие выгибы (табл.).

<sup>&</sup>lt;sup>3</sup> СНиП 2.01.07-85\*. Нагрузки и воздействия. Актуализированная редакция. Москва: ОАО «ЦПП», 2011. 80 с.

#### Значения выгибов / Bend values

Длина элемента, м / Element length, m	3	6	9	12
Выгиб, мм / Bend, mm	15	25	35	40

 $\rm И$  с т о ч н и к: выполнено по: СНиП 2.01.07-85\*/ СНиП 2.01.07-85\*. Нагрузки и воздействия. Актуализированная редакция. Москва : ОАО «ЦПП», 2011. 80 с. S o u r c e: made by SNiP 2.01.07-85\* Loads and actions. Updated version. Moscow : JSC "TSPP", 2011.

Вместе с тем, как отмечается в [19], вследствие деформации ползучести бетона величина выгиба со временем может существенно превзойти первоначальную величину.

В качестве объекта настоящего исследования рассмотрен повторяющийся фрагмент монолитного железобетонного каркаса с преднапряжением плиты перекрытия, созданным с помощью тросовой арматуры без сцепления с бетоном. Цель исследования — разработка в рамках линейной теории упругости методики конечно-элементного моделирования восстанавливающего эффекта в плите перекрытия с учетом схемы и криволинейной траектории раскладки тросовой арматуры. В задачи исследования входило: на конкретном числовом примере определить для заданных направлений и схем активного армирования усилия от натяжения троса в узлах двух нерегулярных конечно-элементных сеток; осуществить конвертацию и упорядочивание результатов расчетов полей перемещений, полученных на неравномерных сетках; выполнить суперпозицию полей перемещений с помощью процедуры двойной интерполяции на равномерной сетке.

# 2. Метод исследования

Фрагмент монолитного многопролетного каркаса, принятый в качестве объекта исследования, показан на рис. 4. Рассмотрена задача об определении нагрузки, передаваемой на плиту перекрытия от гибкого предварительно растянутого троса, зафиксированного в соответствии с заданной траекторией армирования [18; 19].

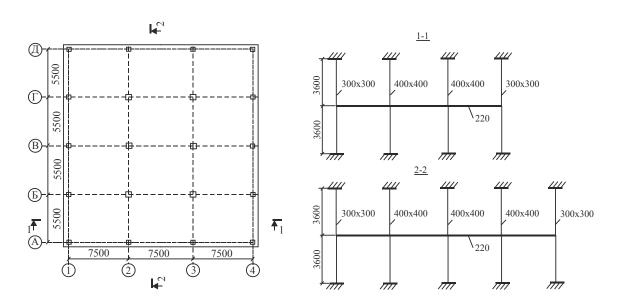


Рис. 4. Схема фрагмента каркаса с перекрытием и прилегающими колоннами И с т о ч н и к: выполнено по: Конструкции железобетонные монолитные с напрягаемой арматурой без сцепления с бетоном: правила проектирования: методические указания. Москва, 2017.

**Figure 4.** Diagram of a fragment of a frame with a slab adjacent columns S o u r c e: made by Cast-in-situ reinforced concrete structures with post-tensioned reinforcement. Design rules. Methodological guidelines. Moscow, 2017.

Повторяющиеся фрагменты схем раскладки активной (преднапряженной) тросовой арматуры вдоль цифровых и буквенных осей приведены на рис. 5. На рис. 6 изображена траектория раскладки активной арматуры вдоль цифровой оси (в правой части рис. 6 размеры указаны в метрах). Так же как и в Методических указаниях<sup>4</sup>, полагалось, что для преднапряжения применяется трос с номинальным диаметром 12,9 мм и площадью поперечного сечения  $0,1307 \times 10^3 \,\mathrm{m}^2$ . Модуль упругости троса  $E_{tr} = 1,95 \times 10^5 \,\mathrm{MПa}$ . Усилие предварительного натяжения троса  $P_{pr} = 105,6 \,\mathrm{kH}$ .

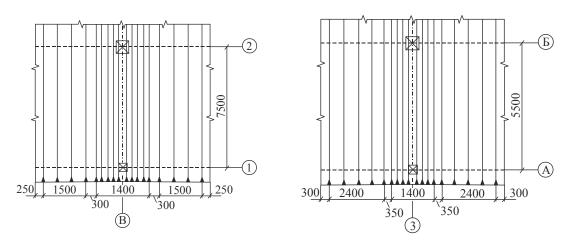


Рис. 5. Фрагменты схем раскладки активной арматуры в направлении цифровых и буквенных осей

И с т о ч н и к: выполнено по: Конструкции железобетонные монолитные с напрягаемой арматурой без сцепления с бетоном: правила проектирования: методические указания. Москва, 2017.

Figure 5. Fragments of the layout schemes of active fittings in the direction of the numeric and letter axes

S o u r c e: made by Cast-in-situ reinforced concrete structures with post-tensioned reinforcement.

Design rules. Methodological guidelines. Moscow, 2017.

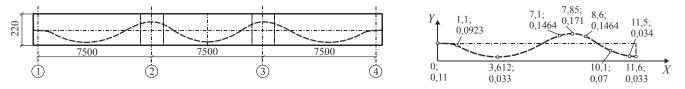


Рис. 6. Траектория активной арматуры в направлении осей 1, 2, 3, 4 И с т о ч н и к: выполнено по: Конструкции железобетонные монолитные с напрягаемой арматурой без сцепления с бетоном : правила проектирования : методические указания. Москва, 2017.

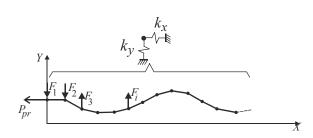
**Figure 6.** Trajectory of the active reinforcement in the direction of axes 1, 2, 3, 4 S o u r c e: made by Cast-in-situ reinforced concrete structures with post-tensioned reinforcement. Design rules. Methodological guidelines. Moscow, 2017.

Расчетная конечно-элементная модель фрагмента преднапряженного моностренда, показанная на рис. 7, образована из ферменных (LINK188) и комбинированных (COMBIN14) КЭ программного комплекса ANSYS Mechanical<sup>5</sup>. На основании феноменологического подхода принимались следующие значения жесткостей комбинированных КЭ:  $k_x = 1 \times 10^3 \, \text{H/m}$ ;  $k_y = 3 \times 10^{10} \, \text{H/m}$  [18]. Здесь величина  $k_y$  полагалась эквивалентной модулю упругости бетона. Значение  $k_x$  априори соответствова-

<sup>&</sup>lt;sup>4</sup> Конструкции железобетонные монолитные с напрягаемой арматурой без сцепления с бетоном : правила проектирования : методические указания. Москва, 2017.

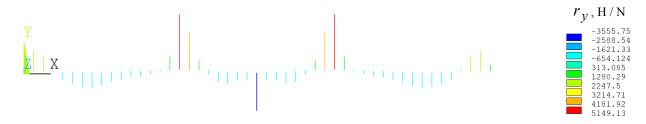
<sup>&</sup>lt;sup>5</sup> ANSYS Inc. Theory Reference for the Mechanical APDL. URL: https://www.mm.bme.hu/~gyebro/files/ans\_help\_v182/ans\_thry/ans\_thry.html (accessed: 20.04.2025).

ло силе трения, обусловленной натяжением моностренда. Полагалось, что значения восстанавливающих сил численно равны соответствующим реакциям комбинированных КЭ с обратным знаком, т. е.  $F_i = -r_y(x_i)$ . Результаты моделирования для активного армирования вдоль цифровой оси (см. рис. 4) в виде эпюр реакций  $r_y$  и  $r_x$  представлены на рис. 8 и 9. Аналогично выполнялся расчет реакций  $r_y$  и  $r_x$  для троса, уложенного вдоль буквенной оси.



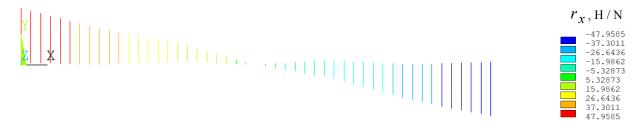
**Рис. 7.** Модель моностренда И с т о ч н и к: выполнено П.П. Гайджуровым и др. [18]

**Figure 7.** Monostrand model S o u r c e: made by P.P. Gayzhurov et al. [18]



**Рис. 8**. Эпюра реакций  $r_y$  Источник: выполнено Н.А. Савельевой

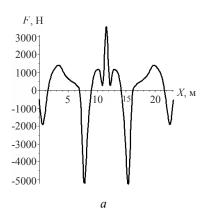
**Figure 8.** Diagram of reaction  $r_y$  S o u r c e: made by N.A. Savelyeva

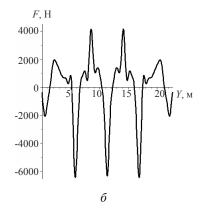


**Рис. 9.** Эпюра реакций  $r_x$  И с т о ч н и к: выполнено Н.А. Савельевой

**Figure 9.** Diagram of reaction  $r_x$  S o u r c e: made by N.A. Savelyeva

Графики сплайн-интерполяции значений восстанавливающих сил  $F_1$ ,  $F_2$ , ...,  $F_i$ , передаваемой на плиту перекрытия для рассматриваемых схем активного армирования, представлены на рис. 10. С помощью полученных сплайнов задавалась внешняя нагрузка на перекрытие. На этих графиках оси X и Y соответствуют направлениям армирования вдоль осей 1-2-3-4 и A-Б-В-Г-Д.





**Рис. 10.** График сплайн-интерполяции восстанавливающей силы: a — армирование вдоль цифровой оси;  $\delta$  — армирование вдоль буквенной оси И с т о ч н и к: выполнено П.П. Гайджуровым

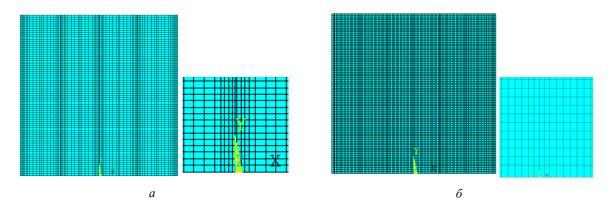
**Figure 10.** Graph of the spline interpolation of the restoring force: a — reinforcement along the numeric axis;  $\delta$  — reinforcement along the letter axis S o u r c e: made by P.P. Gaydzhurov

В дальнейшем с помощью выполненной сплайновой интерполяции определялись значения  $F_i$  в узлах конечно-элементных сеток плиты перекрытия, построенных для рассматриваемых схем активного армирования.

# 3. Результаты и обсуждение

Нерегулярные конечно-элементные сетки, предназначенные для моделирования выгиба плиты перекрытия, обусловленного предварительным напряжением вдоль осей 1-2-3-4 и А-Б-В-Г-Д, показаны на рис. 11. Здесь дискретизация выполнена с учетом сгущения активного армирования вдоль линий сопряжения плиты перекрытия и колонн. Отметим, что обе сетки построены в «общей» системе координат.

Картины распределения восстанавливающей силы вдоль оси Y в узлах нерегулярных сеток (рис. 11) приведены на рис. 12. Отметим, что данная нагрузка прикладывается к плите перекрытия вдоль каждого моностренда.



**Рис. 11.** Конечно-элементные сетки: a — армирование вдоль цифровой оси;  $\delta$  — армирование вдоль буквенной оси И с т о ч н и к: выполнено П.П. Гайджуровым

**Figure 11.** Finite element grids:

a — reinforcement along the numeric axis; δ — reinforcement along the letter axis

S o u r c e: made by P.P. Gaydzhurov



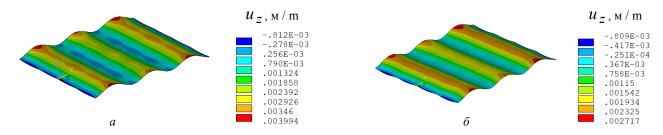
Рис. 12. Эпюры восстанавливающей силы:

a — армирование вдоль цифровой оси;  $\delta$  — армирование вдоль буквенной оси И с т о ч н и к: выполнено Н.А. Савельевой, З.Б.Т. Брис Робин

Figure 12. Diagrams of restoring force:

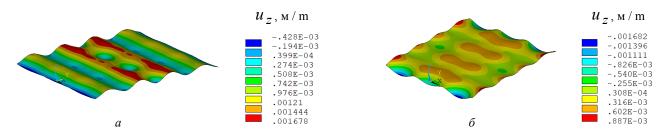
a — reinforcement along the numeric axis;  $\delta$  — reinforcement along the letter axis S o u r c e: made by N.A. Savelyeva, Z.B.T. Bris Robin

Визуализация картин распределения полей перемещения  $u_z$ , ассоциируемых с выгибом перекрытия, от действия восстанавливающей силы в направлении осей 1-2-3-4 и А-Б-В-Г-Д по предлагаемой методике и методике НИИЖБ приведены соответственно на рис. 13 и 14.



**Рис. 13.** Распределение поля  $u_z$  от преднапряжения вдоль цифровой оси: a — по предлагаемой методике;  $\delta$  — по методике НИИЖБ И с т о ч н и к: выполнено Н.А. Савельевой, З.Б.Т. Брис Робин

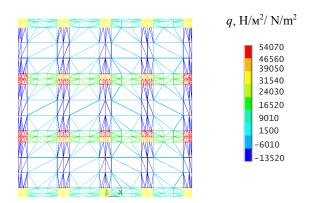
**Figure 13.** Distribution of  $u_z$  from the pre-stress along the numeric axis: a — according to the proposed methodology;  $\delta$  — according to the NIIZHB methodology S o u r c e: made by N.A. Savelyeva, Z.B.T. Bris Robin



**Рис. 14.** Распределение поля  $u_z$  от преднапряжения вдоль буквенной оси: a — по предлагаемой методике;  $\delta$  — по методике НИИЖБ И с т о ч н и к: выполнено Н.А. Савельевой, З.Б.Т. Брис Робин

Figure 14. Distribution of  $u_z$  from the pre-stress along the letter axis: a — according to the proposed methodology;  $\delta$  — according to the NIIZHB methodology S o u r c e: made by N.A. Savelyeva, Z.B.T. Bris Robin

Визуализация моделирования восстанавливающего эффекта в плите перекрытия по методике НИИЖБа приведена на рис. 15. Отметим, что в отличие от предлагаемой схемы в подходе НИИЖБа усилие преднапряжения прикладывается к отдельным участкам перекрытия в виде равномерно распределенной нагрузки.



**Рис. 15.** Визуализация нагружения плиты перекрытия по методике НИИЖБ И с т о ч н и к: выполнено 3.Б.Т. Брис Робин

**Figure 15.** Visualization of the loading of the floor slab using the NIIZHB method S o u r c e: made by Z.B.T. Brice Robin

Из полученных данных устанавливаем, что максимальные значения  $u_z$  для схем «активного» армирования вдоль осей 1-2-3-4 и А-Б-В-Г-Д, вычисленные по предлагаемой методике, соответственно в 1,5 и 1,9 раза больше, чем значения выгиба по методике НИИЖБа. При этом поля перемещений  $u_z$  на рис. 13 и 14 качественно совпадают.

Для суперпозиции перемещений  $u_z$ , представленных на рис. 13, a, и рис. 14, a, вводилась регулярная конечно-элементная сетка перекрытия с шагом вдоль осей X и Y, равным 0,35 м. Двумерная интерполяция полей  $u_z$  на равномерной сетке выполнялась в следующей последовательности.

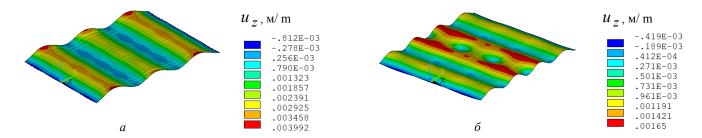
- Выделялись узлы на сетке (см. рис. 11,  $\delta$ ), принадлежащие перекрытию, с координатами x = 0 и y = 0. Выполнялось упорядочивание выделенных узлов в порядке возрастания координат x и y.
- lacktriangled Формировался массив перемещений  $u_z$ , соответствующий упорядоченной последовательности узлов неравномерной сетки.

Для реализации процесса интерполяции применялась функция interp2 из математической библиотеки системы компьютерного моделирования MATLAB [20]. Данная функция позволила выполнить квадратичную интерполяцию данных, заданных табличным способом  $\left(x_i, y_i, \left\{u_z\right\}_{ij}\right)$  для  $i=1,\ldots,n_x$  и  $j=1,\ldots,n_y$ . При использовании interp2 квадратичный сплайн q строился по шести точкам. Первая — это ближайшая к  $(x_i,y_i)$  точка, остальные пять — это точки  $(x_i,y_j)$ ,  $(x_{i\pm 1},y_j)$ ,  $(x_i,y_j)$ . Функция interp2 позволила определить значения квадратичного сплайна  $q(x_i,y_i)$  на упорядоченной прямоугольной сетке.

Данные на рис. 13, a, и рис. 14, a, практически совпадают с соответствующими данными на рис. 15, a,  $\delta$ .

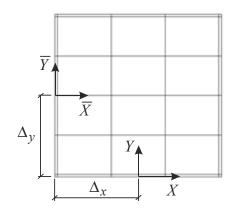
Для суперпозиции полей  $u_z$ , приведенных на рис. 16, a, и рис. 16,  $\delta$ , выполнялось приведение полученных результатов к общим осям. Схема базовой ориентации осей перекрытия X и Y показана на рис. 17. Формулы для приведения результатов к осям X и Y имеют вид

$$x = \overline{y} - \Delta_x$$
;  $y = \overline{x} + \Delta_y$ , где  $\Delta_x = 11.6$  м;  $\Delta_y = 11.35$  м.



**Рис. 16.** Визуализация картин распределения  $u_z$ , полученных после двумерной интерполяции: a — армирование вдоль цифровой оси;  $\delta$  — армирование вдоль буквенной оси И с т о ч н и к: выполнено П.П. Гайджуровым

**Figure 16.** Visualization of  $u_z$  distribution patterns obtained after two-dimensional interpolation: a — reinforcement along the numeric axis;  $\delta$  — reinforcement along the letter axis S o u r c e: made by P.P. Gaydzhurov



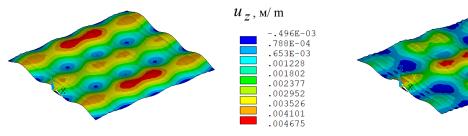
**Рис. 17.** Схема базовой ориентации осей X и Y плиты перекрытия И с т о ч н и к: выполнено П.П. Гайджуровым

**Figure 17.** Diagram of the basic orientation of the *X* and *Y* axes of the floor slab S o u r c e: made by P.P. Gaydzhurov

Визуализация картин распределения результирующего выгиба плиты перекрытия на равномерной сетке от преднапряжения по двум направлениям приведена на рис. 18.

На рис. 19 представлено поле  $u_z$  от преднапряжения и собственного веса фрагмента каркаса. При этом полагалось, что гравитационная составляющая добавляется после распалубки плиты перекрытия.

Анализируя распределение поля  $u_z$  на рис. 18, устанавливаем, что при заданной величине усилия предварительного натяжения каната максимальный выгиб в плите перекрытия составляет 4,7 мм. Из рис. 19 следует, что учет собственного веса приводит к существенному перераспределению начального поля  $u_z$ .



**Рис. 18.** Результирующая картина  $u_z$  от преднапряжения И с т о ч н и к: выполнено Н.А. Савельевой

**Figure 18.** The resulting  $u_z$  pattern from prestress S o u r c e: made by N.A. Savelyeva

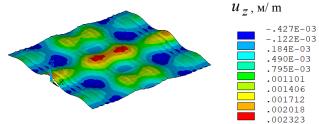


Рис. 19. Картина  $u_z$  от преднапряжения и собственного веса фрагмента каркаса И с т о ч н и к: выполнено H.A. Савельевой Figure 19.  $u_z$  pattern from the prestress and dead weight of the frame fragment S o u r c e: made by N.A. Savelyeva

### 4. Заключение

- 1. Разработана методика численного моделирования восстанавливающего эффекта в плите перекрытия многопролетного каркаса в случае, когда выгиб плиты обусловлен предварительным натяжением тросовой арматуры в двух взаимно перпендикулярных направлениях вдоль линий ориентации колонн.
- 2. Выполненное конечно-элементное моделирование показало, что максимальное значение выгиба плиты перекрытия, определенное с использованием предлагаемой методики, превышает величину выгиба, вычисленную по упрощенной методике научно-исследовательского, проектно-конструкторского и технологического института бетона (НИИЖБ) им. А.А. Гвоздева, базирующейся на концепции приведения усилий преднапряжения от отдельных тросов к эквивалентной распределенной нагрузке.
- 3. Предлагаемая методика позволяет на стадии проектирования качественно и количественно оценить, насколько преднапряжение, создаваемое в бескапительных и безригельных плитах перекрытий многоэтажного и многопролетного каркаса здания, компенсирует эксплуатационную нагрузку.

# Список литературы

- 1. Lin T.Y., Burns N.H. Design of prestressed concrete structures. Wiley Publ.; 1981. 646 p. ISBN 109812531173
- 2. *Михайлов К.В., Волков Ю.С.* Предварительно напряженный железобетон: состояние и перспективы развития // Бетон и железобетон. 2023. № 5/6. С. 7–10. EDN: PXJNZR
  - 3. Wight J.K. Reinforced concrete: Mechanics and design. Pearson Publ.; 2013. 117 p. ISBN 10 1-292-10600-X
- 4. *Михайлов В.В.* Предварительно-напряженные железобетонные конструкции (теория, расчет и подбор сечений). Москва: Стройиздат, 1978. 383 с. URL: https://dwg.ru/dnl/8087 (дата обращения: 20.04.2025).
- 5. *Гибиман Е.Е., Гибиман М.Е.* Теория и расчет предварительно напряженных железобетонных мостов. Москва: Автотрансиздат, 1963. 399 с. URL: https://dwg.ru/dnl/10396 (дата обращения: 20.04.2025).
- 6. *Портаев Д.В.* Расчет и конструирование преднапряженных конструкций гражданских зданий. Москва : ACB, 2011. 248 с.
- 7. Wolanski A.J. Flexural behavior of reinforced and prestressed concrete beams using finite element analysis. Marquette University, 2004. https://epublications.marquette.edu/theses/4322 (accessed: 20.04.2025).
- 8. *Abdelatif A.O., Owen J.S., Hussein M.F.M.* Modelling the prestress transfer in pre-tensioned concrete elements // Finite Elements in Analysis and Design. 2015. Vol. 94. P. 47–63. https://doi.org/10.1016/j.finel.2014.09.007
- 9. *Ibrahim A.M., Mubarak H.M.* Finite element modeling of continuous reinforced concrete beam with external prestressing / 2010 Concrete Bridge Conference: Achieving Safe, Smart & Sustainable Bridges. 2010. P. 1–12. URL: https://www.researchgate.net/publication/268982383 (accessed: 20.04.2025).
- 10. Hartl H., Sparowitz L., Elgamal A. The 3D computational Modeling of Reinforced and Prestressed Concrete Structures // Proceedings of the 3rd International PhD Symposium in Civil Engineering, Vienna, 2000. Vol. 2. P. 69–79. URL: https://www.researchgate.net/publication/228540729 (accessed: 20.04.2025).
- 11. *Ayoub F.C. Filippou F.C.* Finite-element model for pretensioned prestressed concrete girders // Journal of Structural Engineering, 2010. Vol. 136. P. 401–409. https://doi.org/10.1061/(ASCE)ST.1943-541X.0000132 EDN: OEKDXF
- 12. *Colajanni P., Recupero A., Spinella N.* Design procedure for prestressed concrete beams // Computers and Concrete. 2014. Vol. 13. No. 2. P. 235–253. https://doi.org/10.12989/cac.2014.13.2.235
- 13. *Ahn J.H., Jung C.Y., Kim S.H.* Evaluation on structural behaviors of prestressed composite beams using external prestressing member // Structural Engineering and Mechanics. 2010. Vol. 34 (2). P. 247–275. https://doi.org/10.12989/sem.2010.34.2.247 EDN: OEJOPL
- 14. *Прокопович А.А.* Сопротивление изгибу железобетонных конструкций с различными условиями сцепления продольной арматуры с бетоном. Самара : НВФ «Сенсоры. Модули, Системы», 2000. 296 с. URL: https://djvu.online/file/XP8BprJZYRgEp (дата обращения: 20.04.2025).
- 15. Di Luzio G., Cedolin L., Beltrami C. Tridimensional long-term finite element analysis of reinforced concrete structures with rate-type creep approach. *Applied Sciences*. 2020. Vol. 10. No. 14. Article no. 4772. https://doi.org/10.3390/app10144772
- 16. *Manie J.* DIANA Finite Element Analysis User's Manual release 9.4.4. 2011. URL: https://dianafea.com/manuals/d944/ConcMas/ConcMas.html (дата обращения: 20.04.2025).
- 17. Дзюба И.С., Ватин Н.И., Кузнецов В.Д. Монолитное большепролетное ребристое перекрытие с постнапряжением // Инженерно-строительный журнал. 2008. № 1. С. 5–12. EDN: NBMYCH

- 18. Гайджуров П.П., Аль-Джабоби Сами Фахль, Аль-Хадж Махмуд Абдо Хаса. Конечно-элементное моделирование передачи усилия натяжения стального каната на бетон // Известия высших учебных заведений. Северо-Кавказский регион. Технические науки. 2017. № 2. С. 73–78. https://doi.org/10.17213/0321-2653-2017-2-73-78 EDN: YTPOFH
- 19. *Гайджуров П.П., Исхакова Э.Р., Савельева Н.А.* Влияние ползучести бетона на выгиб предварительно напряженной мостовой балки // Железобетонные конструкции. 2023. Т. 3. № 3. С. 3–10. https://doi.org/10.22227/2949-1622. 2023.3.3-10 EDN: NJWSGW
- 20. *Кетков Ю.Л., Кетков А.Ю., Шульц М.М.* MATLAB 6.х: программирование численных методов. СПб. : БХВ-Петербург, 2004. 672 с. ISBN 5-94157-373-1 EDN: QMNBMP

### References

- 1. Lin T.Y., Burns N.H. Design of prestressed concrete structures. Wiley Publ.; 1981. ISBN-10 9812531173
- 2. Mikhailov K.V., Volkov Yu.S. Prestressed reinforced concrete: the state and prospects of development. *Concrete and reinforced concrete*. 2023;(5/6):7–10. (In Russ.) EDN: PXJNZR
  - 3. Wight J.K. Reinforced concrete: Mechanics and design. Pearson Publ.; 2013. ISBN 101-292-10600-X
- 4. Mikhailov V.V. *Prestressed reinforced concrete structures: (Theory, calculation and selection of sections).* Moscow: Stroyizdat Publ.; 1978. (In Russ.) Available from: https://dwg.ru/dnl/8087 (accessed: 20.04.2025).
- 5. Gibshman E.E., Gibshman M.E. *Theory and calculation of prestressed reinforced concrete bridges*. Moscow: Avtotransizdat Publ.; 1963. (In Russ.) Available from: https://dwg.ru/dnl/10396 (accessed: 20.04.2025).
- 6. Portaev D.V. Calculation and construction of prestressed structures of civil buildings. Moscow: DIA Publ.; 2011. (In Russ.) ISBN 978-5-93093-824-1 EDN: QNPMDF
- 7. Wolanski A.J. Flexural behavior of reinforced and prestressed concrete beams using finite element analysis. Marquette University, 2004. Available from: https://epublications.marquette.edu/theses/4322 (accessed: 20.04.2025).
- 8. Abdelatif A.O., Owen J.S., Hussein M.F.M. Hussein Modelling the prestress transfer in pre-tensioned concrete elements. *Finite Elements in Analysis and Design*. 2015;94:47–63. https://doi.org/10.1016/j.finel.2014.09.007
- 9. Ibrahim A.M., Mubarak H.M. Finite element modeling of continuous reinforced concrete beam with external prestressing. *2010 Concrete Bridge Conference: Achieving Safe, Smart & Sustainable Bridges.* 2010:1–12. Available from: https://www.researchgate.net/publication/268982383 (accessed: 20.04.2025).
- 10. Hartl H., Sparowitz L, Elgamal A. The 3D computational Modeling of Reinforced and Prestressed Concrete Structures. *Proceedings of the 3rd International PhD Symposium in Civil Engineering*. Vienna, 2000;2:69–79. Available from: https://www.researchgate.net/publication/228540729 (accessed: 20.04.2025).
- 11. Ayoub F.C. Filippou F.C. Finite-element model for pretensioned prestressed concrete girders. *Journal of Structural Engineering*. 2010;136:401–409. https://doi.org/10.1061/(ASCE)ST.1943-541X.0000132 EDN: OEKDXF
- 12. Colajanni P., Recupero A., Spinella N. Design procedure for prestressed concrete beams. *Computers and Concrete*. 2014;13(2):235–253. https://doi.org/10.12989/cac.2014.13.2.235
- 13. Ahn J.H., Jung C.Y., Kim S.H. Evaluation on structural behaviors of prestressed composite beams using external prestressing member. *Structural Engineering and Mechanics*. 2010;34(2):247–275. https://doi.org/10.12989/sem.2010.34.2.247 EDN: OEJQPL
- 14. Prokopovich A.A. Bending resistance of reinforced concrete structures with different conditions of adhesion of longitudinal reinforcement to concrete. Samara: NVF Sensors. Modules, Systems Publ.; 2000. (In Russ.) Available from: https://djvu.online/file/XP8BprJZYRgEp (accessed: 20.04.2025).
- 15. Di Luzio G., Cedolin L., Beltrami C. Tridimensional long-term finite element analysis of reinforced concrete structures with rate-type creep approach. *Applied Sciences*. 2020;10(14):4772. https://doi.org/10.3390/app10144772
- 16. Manie J. *DIANA Finite Element Analysis User's Manual release* 9.4.4. 2011. Available from: https://dianafea.com/manuals/d944/ConcMas/ConcMas.html (accessed: 20.04.2025).
- 17. Dzyuba I.S., Vatin N.I., Kuznetsov V.D. Monolithic large-span ribbed overlap with poststressing. *Magazine of Civil Engineering*. 2008;(1):5–12. EDN: NBMYCH
- 18. Gaidzhurov P.P., Al-Jabobi S.F., Al-Yaj M.A.H. Finite element modeling of force transmission the tension of the steel tendon on the concrete. *Bulletin of Higher Educational Institutions. North Caucasus Region. Technical Sciences.* 2017; (2):73–78. (In Russ.) https://doi.org/10.17213/0321-2653-2017-2-73-78 EDN: YTPOFH
- 19. Gaidzhurov P.P., Iskhakova E.R., Savelyeva N.A. Influence of concrete creep on the bending of a prestressed bridge beam. *Reinforced concrete structures*. 2023;3(3):3–10. (In Russ.) https://doi.org/10.22227/2949-1622.2023.3.3-10 EDN: NJWSGW
- 20. Ketkov Yu.L., Ketkov A.Yu., Schultz M.M. *MATLAB 6.x: programming numerical methods*. St. Petersburg: BHV-Petersburg Publ.; 2004. (In Russ.) ISBN 5-94157-373-1 EDN: QMNBMP