

СЕЙСМОСТОЙКОСТЬ СООРУЖЕНИЙ SEISMIC RESISTENCE

DOI: 10.22363/1815-5235-2025-21-1-48-61

УДК 634.075

EDN: ISZMBG

Научная статья / Research article

Оценка влияния поверхностных слоев грунта на параметры спектров максимальных реакций

Е.Н. Курбацкий^{ID}✉, Е.А. Пестрякова^{ID}, Ш.А. Хуссейн^{ID}

Российский университет транспорта (МИИТ), Москва, Российская Федерация

✉ dynamic.miiit@gmail.com

Поступила в редакцию: 18 ноября 2024 г.

Принята к публикации: 28 января 2025 г.

Аннотация. Поверхностные слои обычно сложены относительно рыхлыми грунтами, значительно отличающимися по сейсмическим характеристикам от более глубоких слоев. Из-за этого оказывается затруднительным применять общую исходную сейсмическую информацию, не учитывающую локальные инженерно-геологические условия. В общем случае сейсмическое воздействие задается в виде спектров максимальных реакций для скальных или жестких грунтов. Для учета локальных геологических условий применяются поправочные грунтовые коэффициенты, которые не всегда правильно описывают усиление колебаний. Для получения аналитических зависимостей использовался метод решения задач теории упругости, основанный на свойствах изображения Фурье финитных функций. Используя теорему взаимности, определены перемещения свободной поверхности от нагрузки на границе раздела, которая задается падающей волной. Описаны способы задания исходных сейсмических воздействий в современных нормативных документах разных стран. Разработана методика, позволяющая учитывать влияние мягких слоев грунта на параметры спектров максимальных реакций. Получено выражение для коэффициентов усиления спектров максимальных реакций в поверхностных слоях грунтов, позволяющее более точно оценивать локальные инженерно-геологические условия, учитывая резонансные эффекты колебаний поверхности. Приведен пример определения коэффициентов усиления колебаний грунта для грунтовых условий Сирийской Арабской Республики.

Ключевые слова: сейсмические воздействия, слоистые грунты, спектры ответов, спектры Фурье, коэффициенты усиления

Заявление о конфликте интересов. Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

Вклад авторов: Курбацкий Е.Н. — вывод основных аналитических зависимостей; Пестрякова Е.А. — обобщение результатов исследования; Хуссейн Ш.А. — визуализация, графики и примеры.

Для цитирования: Курбацкий Е.Н., Пестрякова Е.А., Хуссейн Ш.А. Оценка влияния поверхностных слоев грунта на параметры спектров максимальных реакций // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2025. Т. 21. № 1. С. 48–61. <http://doi.org/10.22363/1815-5235-2025-21-1-48-61>

Курбацкий Евгений Николаевич, академик РАТ, доктор технических наук, профессор кафедры мосты и тоннели, Российский университет транспорта (МИИТ), Российская Федерация, 127994, ГСП-4, г. Москва, ул. Образцова, д. 9; eLIBRARY SPIN-код: 89939910, ORCID: 0000-0002-8593-0340; e-mail: dynamic.miiit@gmail.com

Пестрякова Екатерина Алексеевна, кандидат технических наук, доцент кафедры мосты и тоннели, Российский университет транспорта (МИИТ), Российская Федерация, 127994, ГСП-4, г. Москва, ул. Образцова, д. 9; eLIBRARY SPIN-код: 6339-2821, ORCID: 0000-0003-3441-1011; e-mail: kate.pestriakova@gmail.com

Хуссейн Шахд Алрмиш, аспирант кафедры мосты и тоннели, Российский университет транспорта (МИИТ), Российская Федерация, 127994, ГСП-4, г. Москва, ул. Образцова, д. 9; ORCID: 0009-0004-8106-9698; e-mail: shahdalmish@yandex.ru

© Курбацкий Е.Н., Пестрякова Е.А., Хуссейн Ш.А., 2025

This work is licensed under a Creative Commons Attribution 4.0 International License
<https://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/legalcode>

Estimation of the Influence of Surface Soil Layers on the Parameters of Maximum Reaction Spectra

Evgeny N. Kurbatskiy^{ID}✉, Ekaterina A. Pestriakova^{ID}, Shahd A. Hussein^{ID}

Russian University of Transport (MIIT), Moscow, Russian Federation

✉ dynamic.miit@gmail.com

Received: November 18, 2024

Accepted: January 28, 2025

Abstract. Surface layers are usually composed of relatively loose soils that differ significantly in seismic characteristics from deeper layers. This makes it difficult to apply general initial seismic information that does not take into account local geotechnical conditions. In general, seismic effects are given in the form of maximum response spectra for rocky or rigid soils. To take into account local geological conditions, soil correction factors are used, which do not always correctly describe the amplification of vibrations. For obtaining analytical relationships, the problem-solving technique of the theory of elasticity based on the properties of the Fourier image of finite functions was used. Using the reciprocity theorem, the displacements of the free surface from the load at the interface, which is given by the incident wave, have been determined. The methods of setting initial seismic effects in modern norms documents of different countries are described. A methodology is developed that allows to take into account the influence of soft soil layers on the parameters of the maximum response spectra. The expression for the amplification coefficients of the maximum response spectra in the surface layers of soils is obtained, which allows to estimate the local geotechnical conditions more accurately, taking into account the resonance effects of surface vibrations. An example of determining the amplification coefficients of ground vibrations for the ground conditions of the Syrian Arab Republic is given.

Keywords: seismic effects, layered soils, response spectra, Fourier spectra, amplification coefficients

Conflicts of interest. The authors state that there is no conflict of interest.

Authors' contribution: Kurbatskiy E.N. — conclusion of basic analytical dependencies; Pestriakova E.A. — consolidation of research results; Hussein Sh.A. — visualization, graphs, and examples.

For citation: Kurbatskiy E.N., Pestriakova E.A., Hussein Sh.A. Estimation of the influence of surface soil layers on the parameters of maximum reaction spectra. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*. 2025;21(1): 48–61. (In Russ.) <http://doi.org/10.22363/1815-5235-2025-21-1-48-61>

1. Введение

В современных нормативных документах разных стран исходное сейсмическое воздействие задается в виде движения «свободного поля» скального или достаточно жесткого грунта [1; 2]. Этому движению соответствуют сглаженные спектры максимальных реакций (спектры ответов), достаточно консервативные для учета неопределенностей возможных будущих сейсмических воздействий.

При построении спектров ответов учитывается влияние местных грунтовых условий на форму и параметры расчетных спектров. Как правило, мягкие поверхностные слои грунта изменяют спектральный состав [3], при этом увеличиваются амплитуды и продолжительность колебаний грунта (рис. 1). Для учета этого усиления грунты подразделяются на категории в зависимости от скоростей распространения поперечных волн и для каждой категории определяются поправочные коэффициенты.

Рекомендуется: «При учете местных грунтовых условия строительной площадке обычно учитывают материал глубиной до нескольких сотен футов (обычно) — 30 м — более или менее распространенное значение»¹.

Evgeny N. Kurbatskiy, Doctor of Technical Sciences, Academician of the Russian Academy of Transport, professor of the Department of Bridges and Tunnels, Russian University of Transport (MIIT), 15 Obratsova St, GSP-4, Moscow, 127994, Russian Federation; eLIBRARY SPIN-code: 89939910, ORCID: 0000-0002-8593-0340; e-mail: dynamic.miit@gmail.com

Ekaterina A. Pestriakova, Candidate of Technical Sciences, Associate Professor of the Department of Bridges and Tunnels, Russian University of Transport (MIIT), 15 Obratsova St, GSP-4, Moscow, 127994, Russian Federation; eLIBRARY SPIN-code: 6339-2821, ORCID: 0000-0003-3441-1011; e-mail: kate.pestriakova@gmail.com

Shahd A. Hussein, PhD student of the Department of Bridges and Tunnels, Russian University of Transport (MIIT), 15 Obratsova St, GSP-4, Moscow, 127994, Russian Federation; ORCID: 0009-0004-8106-9698; e-mail: shahdalmish@yandex.ru

¹ NEHRP Recommended Provisions: Instructional and Training Materials FEMA 451B. 2007. URL: <https://www.wbdg.org/FFC/DHS/fema451b.pdf> (accessed: 21.08.2024).

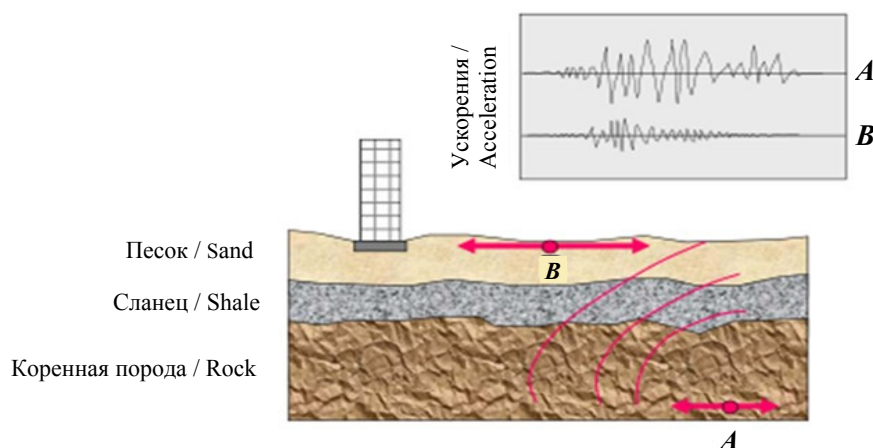


Рис. 1. Усиление колебаний в поверхностных слоях грунта

Источник: выполнено Ш.А. Хуссейн

Figure 1. Amplification of vibrations in surface soil layers

Source: made by Sh.A. Hussein

В частности, в европейских нормах по расчету сооружений на сейсмостойкость EN 1998–1: 2004² грунты подразделяются на следующие типы: A , B , C , D , E , S_1 и S_2 . Одна из основных характеристик грунта — это скорость распространения поперечной волны — волны сдвига. Грунты типа S_1 или S_2 — это отложения, состоящие или содержащие слой не менее 10 м из мягких глин со скоростями распространения поперечных волн менее 100 м/с. Для каждого типа грунта при построении расчетных спектров реакций задаются поправочные коэффициенты.

Средняя скорость поперечной волны $v_{s,30}$ должна быть вычислена в соответствии с выражением

$$v_{s,30} = \frac{30}{\sum_{i=1, N} \frac{h_i}{v_i}}, \quad (1)$$

где h_i и v_i означают толщину (в метрах) и скорость распространения поперечной волны (с уровнем деформаций сдвига 10^{-5} или меньше) для i -й формации или слоя при общем количестве слоев N .

Для площадок с грунтовыми условиями, характеризующимися наличием одного или обоих типов грунта S_1 или S_2 , рекомендуется выполнять специальные дополнительные исследования для определения параметров сейсмических воздействий.

При землетрясении Loma Prieta 1989 г. спектры колебаний в районах с мощными мягкими слоями грунтов существенно превысили существующие в то время расчетные спектры (рис. 2), что побудило ввести категорию грунтов F , для которых требуется специальный анализ вместо упрощенного, учитывающего 30-метровую толщу.

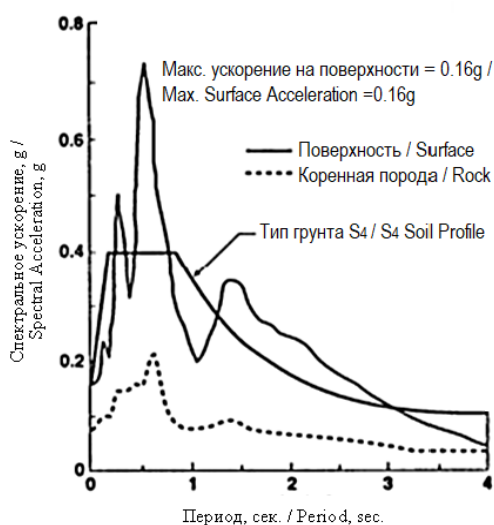


Рис. 2. Расчетный спектр реакций NEHRP 1998 и спектры реакций Loma Prieta на участках с глубокими мягкими слоями грунтов

Figure 2. Calculated spectrum of reactions NEHRP 1998 and spectra of Loma Prieta reactions in areas with deep soft soil layers

Источник / Source:
ICC IBC (2003): International Building Code. 2003.
URL: <https://archive.org/details/gov.law.icc.ibc.2003/page/n93/mode/2up> (accessed: 12.08.2024)

² EN 1998–1. Eurocode 8: Design of structures for earthquake resistance. 2004. URL: <https://www.phd.eng.br/wp-content/uploads/2015/02/en.1998.1.2004.pdf> (accessed: 12.08.2024).

2. Исходные уравнения и обоснованные упрощения

Дифференциальные уравнения движения сплошной среды имеют следующий вид [4]:

$$\lambda \delta_{ij} (u_{k,k}) + \mu (u_{i,j} + u_{j,i}) - \sigma_{ij} = 0; \quad (2)$$

$$\sigma_{ij,i} - \rho \ddot{u}_j = -f_j; \quad i, j, k = 1, 2, 3, \quad (3)$$

где λ и μ — параметры Лямэ; ρ — плотность материала среды; δ_{ij} — символ Кронекера $\delta_{ij} = 1$ при $i = j$, $\delta_{ij} = 0$ при $i \neq j$.

По повторяющимся индексам подразумевается суммирование.

Продифференцировав выражение (2) x_i и подставляя полученные выражения для напряжений в уравнения (3), получим уравнения теории упругости в перемещениях:

$$\mu u_{j,ii} + (\lambda + \mu) u_{i,jj} - \rho \ddot{u}_j = -f_j \quad i, j = 1, 2, 3. \quad (4)$$

Так как расстояния от источников землетрясений до строительной площадки велики (порядка десяти и сотни километров) [5] сейсмические волны можно считать плоскими, что существенно упрощает дифференциальные уравнения.

Ввиду того, что время прихода продольных и поперечных волн отличается, воздействия продольных и поперечных волн можно рассматривать независимо (рис. 3).

Волны, генерируемые в источнике, распространяются во всех направлениях, проходя сквозь слои грунта, отражаются, преломляются и трансформируются. Согласно закону Снелла [6], путь распространения становится почти вертикальным при достижении поверхности земли (рис. 4). Поэтому будем рассматривать волны, падающие вертикально на горизонтальные слои.

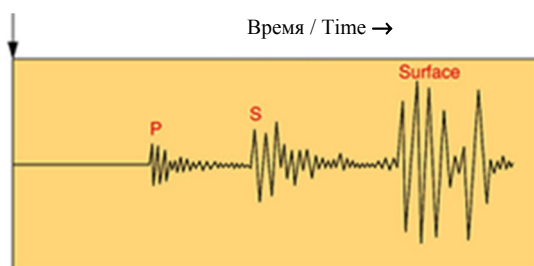


Рис. 3. Типичная сейсмограмма, фиксирующая продольные (P -волны), поперечные (S -волны) и поверхностные ($Surface$) волны
Источник: выполнено Ш.А. Хуссейн

Figure 3. Typical seismogram recording longitudinal (P -waves), transverse (S -waves) and surface waves
Source: made by Sh.A. Hussein

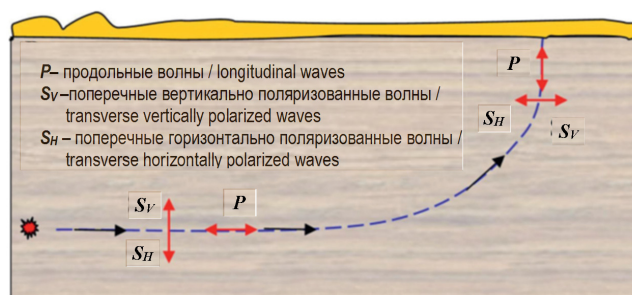


Рис. 4. Траектория распространения сейсмических волн от источника до поверхности
Источник: выполнено Ш.А. Хуссейн

Figure 4. Trajectory of seismic wave from the source to the surface
Source: made by Sh.A. Hussein

Обозначим вертикальную координату $x_1 = x$ и горизонтальную $x_2 = y$. При таких обоснованных предположениях вместо системы уравнений (4) можно использовать уравнение

$$\mu \frac{\partial^2 u_y}{\partial x^2} = \rho \frac{\partial^2 u_y}{\partial t^2} \quad (5)$$

для описания распространения поперечных волн сдвига и уравнение

$$(\lambda + 2\mu) \frac{\partial^2 u_x}{\partial x^2} = \rho \frac{\partial^2 u_x}{\partial t^2} \quad (6)$$

для описания распространения продольных волн.

В дальнейшем будут рассматриваться только поперечные волны, поэтому для обозначения поперечных перемещений будет использоваться обозначение u без индексов. Таким образом, u — горизонтальное перемещение частиц грунта, x — локальная вертикальная координата с началом координат на верхней границе верхнего слоя:

$$\mu \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = \rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}. \quad (7)$$

При оценке параметров волн, распространяющихся в грунтах, необходимо учитывать демпфирование [7; 8]. Как показывают многочисленные исследования, рассеяние энергии при динамическом нагружении грунтов хорошо описывается частотно независимым гистерезисным демпфированием [9–11].

Коэффициент демпфирования, определяющий внутреннее трение при циклических нагружениях, зависит от отношения рассеянной энергии к потенциальной энергии (рис. 5):

$$\xi = \frac{E_p}{2\pi E_{\pi}}, \quad (8)$$

где E_p — энергия, рассеянная за один цикл; E_{π} — потенциальная энергия, соответствующая амплитуде деформации за тот же цикл; ξ — относительный коэффициент демпфирования.



Рис. 5. Схема для определения демпфирования (петля гистерезиса)

Источник: выполнено Ш.А. Хуссейн

Figure 5. Schematic for damping determination (Hysteresis Loop)

Source: made by Sh.A. Hussein

3. Дифференциальное уравнение колебаний верхнего слоя грунта и полупространства в обобщенных функциях

Для дальнейшего анализа воспользуемся методом решения задач теории упругости, основанным на свойствах изображений Фурье финитных функций, предложенным Е.Н. Курбацким в 1995 г. [12].

Определение: *Финитными функциями называются функции, тождественно равные нулю вне ограниченного интервала.*

3.1. Уравнение для верхнего слоя

Для получения финитной функции $U(x, t)$ на интервале $(0; h)$ умножим функцию $u(x, t)$ на функцию, равную единице при $0 \leq x \leq h$ и равную нулю вне этого интервала, которую можно представить в виде разности двух ступенчатых функций Хэвисайда:

$$U(x, t) = u(x, t) [\theta(x) - \theta(x - h)]. \quad (9)$$

Финитная функция $U(x, t)$ совпадает с функцией $u(x, t)$ на интервале $0 \leq x \leq h$ и тождественно равна нулю вне этого интервала.

Дважды продифференцировав произведение (9) по пространственной координате, получим

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 U(x, t)}{\partial x^2} = & \frac{\partial^2 u(x, t)}{\partial x^2} [\theta(x) - \theta(x - h)] + u(0, t) \delta'(x) - \\ & - u(h, t) \delta'(x - h) + u'(0, t) \delta(x) - u'(h, t) \delta(x - h). \end{aligned} \quad (10)$$

Используя выражение (10), представим уравнение колебаний верхнего слоя грунта в виде финитной на интервале $(0; h)$ функции

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 U_1}{\partial x^2} - \frac{1}{\beta_1^2} \frac{\partial^2 U_1}{\partial t^2} = & u_1(0, t) \delta'(x) + \frac{1}{\mu_1} \tau_1(0, t) \delta(x) - \\ & - u_1(h, t) \delta'(x - h) - \frac{1}{\mu_1} \tau_1(h, t) \delta(x - h), \end{aligned} \quad (11)$$

где $u_1(x, t)$ — горизонтальные перемещения частиц грунта верхнего слоя; h — толщина слоя; μ_1 — модуль сдвига грунта; $\beta_1 = \sqrt{\frac{\mu_1}{\rho_1}}$ — скорость распространения волн сдвига в слое; ρ_1 — плотность грунта; $\tau_1(z, t) = \mu_1 u'_1(z, t)$ — касательные напряжения в слое грунта; $\delta(z)$ — дельта функция Дирака; $\delta'(z)$ — производная дельта функции Дирака.

В правых частях, записанных таким образом уравнений, находятся функции, определяющие нагрузки и перемещения.

Применив преобразование Фурье по времени и пространственной координате к (11), получим

$$\begin{aligned} -\tilde{u}_1(v, \omega) \left[v^2 - \frac{\omega^2}{\beta_1^2} \right] = & -(iv) \tilde{u}_1(0, \omega) + \frac{1}{\mu_1} \tilde{\tau}_1(0, \omega) + \\ & + (iv) \tilde{u}_1(h, \omega) e^{ivh} - \frac{1}{\mu_1} \tilde{\tau}_1(h, \omega) e^{ivh}. \end{aligned} \quad (12)$$

Изображение Фурье функции перемещений определяются выражениями

$$\tilde{u}_1(v, \omega) = - \frac{-(iv) \tilde{u}_1(0, \omega) + \frac{1}{\mu_1} \tilde{\tau}_1(0, \omega) + (iv) \tilde{u}_1(h, \omega) e^{ivh} - \frac{1}{\mu_1} \tilde{\tau}_1(h, \omega) e^{ivh}}{v^2 - \frac{\omega^2}{\beta_1^2}}. \quad (13)$$

В уравнении (13) функция $\tilde{u}_1(v, \omega)$ представляет собой изображение Фурье финитной функции, поэтому в соответствии с теоремой Винера — Пэли — Шварца [13–15] она должна быть целой.

Теорема Винера — Пэли — Шварца позволяет доказать другую теорему, устанавливающую связь между значениями функций на границах области теорему о граничных функциях [13], которая утверждает, что для того чтобы функция $\tilde{U}(v, \omega)$ была целой, необходимо чтобы числитель делился на знаменатель без остатка.

Далее используется теорема Безу, утверждающая, что остаток от деления полинома $P(v)$ на одночлен (в данном случае на $(v - v_i)$) равен значению полинома при $v = v_i$. Остаток от деления $P(v_i)$.

Таким образом, необходимо найти корни знаменателя, подставить в выражение для числителя и приравнять к нулю. Нули знаменателя: $v_{1,2} = \pm \frac{\omega}{\beta_1}$. Приравнявая числитель выражения (13) к нулю на нулях знаменателя, получим два уравнения:

$$\begin{aligned} -\left(i \frac{\omega}{\beta_1}\right) \tilde{u}_1(0, \omega) + \frac{1}{\mu_1} \tilde{\tau}_1(0, \omega) + \left(i \frac{\omega}{\beta_1}\right) \tilde{u}_1(h, \omega) e^{i \frac{\omega}{\beta_1} h} - \frac{1}{\mu_1} \tilde{\tau}_1(h, \omega) e^{i \frac{\omega}{\beta_1} h} &= 0; \\ \left(i \frac{\omega}{\beta_1}\right) \tilde{u}_1(0, \omega) + \frac{1}{\mu_1} \tilde{\tau}_1(0, \omega) - \left(i \frac{\omega}{\beta_1}\right) \tilde{u}_1(h, \omega) e^{-i \frac{\omega}{\beta_1} h} - \frac{1}{\mu_1} \tilde{\tau}_1(h, \omega) e^{-i \frac{\omega}{\beta_1} h} &= 0. \end{aligned} \quad (14)$$

Приведем уравнения к более удобному виду, умножив все члены уравнений на модуль сдвига и разделив на $(i\omega)$:

$$\begin{aligned} -\rho_1 \beta_1 \tilde{u}_1(0, \omega) + \frac{\tilde{\tau}_1(0, \omega)}{(i\omega)} + \rho_1 \beta_1 \tilde{u}_1(h, \omega) e^{i \frac{\omega}{\beta_1} h} - \frac{\tilde{\tau}_1(h, \omega)}{(i\omega)} e^{i \frac{\omega}{\beta_1} h} &= 0; \\ \rho_1 \beta_1 \tilde{u}_1(0, \omega) + \frac{\tilde{\tau}_1(0, \omega)}{(i\omega)} - \rho_1 \beta_1 \tilde{u}_1(h, \omega) e^{-i \frac{\omega}{\beta_1} h} - \frac{\tilde{\tau}_1(h, \omega)}{(i\omega)} e^{-i \frac{\omega}{\beta_1} h} &= 0. \end{aligned} \quad (15)$$

При таком представлении уравнений в выражениях появляются акустические жесткости $\rho_1 \beta_1$, от которых зависят параметры преломленных и отраженных волн.

3.2. Уравнение для полупространства

Для получения дифференциального уравнения, описывающего колебания грунта для полупространства в виде функции, тождественно равной нулю при $x < h$, тогда $x = h$ — координата границы верхнего слоя и полупространства, воспользуемся следующим выражением:

$$\frac{\partial^2 U(x, t)}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 u(x, t)}{\partial x^2} [\theta(x - h)] + u(h, t) \delta'(x - h) + u'(h, t) \delta(x - h). \quad (16)$$

Имеем

$$\frac{\partial^2 u_2(x, t)}{\partial x^2} - \frac{1}{\beta_2^2} \frac{\partial^2 u_2(x, t)}{\partial t^2} = u_2(h, t) \delta'(x - h) + \frac{1}{\mu_2} \tau_2(h, t) \delta(x - h). \quad (17)$$

Применив преобразование Фурье по времени и пространственной координате к уравнению (17):

$$-\tilde{u}_2(v, \omega) \left[v^2 - \frac{\omega^2}{\beta_2^2} \right] = -(iv) \tilde{u}_2(h, \omega) e^{ivh} + \frac{1}{\mu_2} \tilde{\tau}_2(h, \omega) e^{ivh}. \quad (18)$$

Изображения Фурье функций перемещений определяются выражением

$$\tilde{u}_2(v, \omega) = - \frac{-(iv) \tilde{u}_2(h, \omega) e^{ivh} + \frac{1}{\mu_2} \tilde{\tau}_2(h, \omega) e^{ivh}}{v^2 - \frac{\omega^2}{\beta_2^2}}. \quad (19)$$

Получим зависимость для касательных напряжений и перемещений на границе полупространства. Для этого приравняем числитель уравнения (19) к нулю при одном из корней знаменателя. Отметим, что при учете демпфирования (параметр β^* комплексный, $\beta^* = \beta(1 + i\xi)$) корни знаменателя не лежат на действительной оси, а расположены в верхней и нижней полуплоскостях (рис. 6).

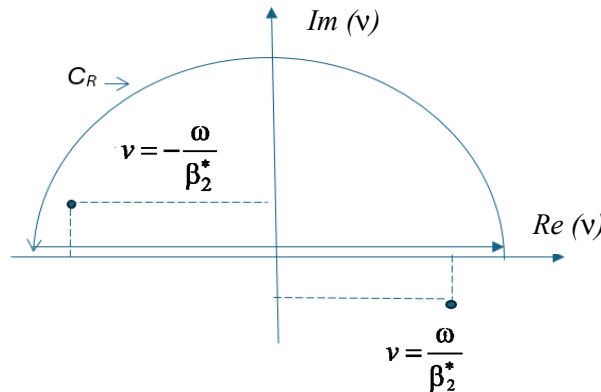


Рис. 6. Схема расположения полюсов уравнения (19) на комплексной плоскости $\mathcal{V}$

Источник: выполнено Ш.А. Хуссейн

Figure 6. Schematic of the location of the poles of equation (18) on the complex plane

Source: made by Sh.A. Hussein

Для тождественного равенства нулю функции перемещений $u_2(x, \omega)$ для упругого полупространства при $x < h$ необходимо приравнять числитель выражения (19) нулю при $v = -\frac{\omega}{\beta^*}$. При таком условии не будет полюса в верхней полуплоскости, поэтому $u_2(x, \omega)$, определяемая интегралом по контуру C_R , будет равна нулю. Из этого условия следует

$$\tilde{\tau}_2(h, \omega) = -i\omega \cdot \beta_2^* \rho_2 \cdot \tilde{u}_2(h, \omega). \quad (20)$$

Подставляя выражение (20) в (15) и учитывая равенство напряжений и перемещений на границе сред, получим

$$\begin{aligned} -\rho_1 \beta_1 \tilde{u}_1(0, \omega) + \frac{\tilde{\tau}_1(0, \omega)}{(i\omega)} + \rho_1 \beta_1 \tilde{u}_1(h, \omega) e^{i\frac{\omega}{\beta_1} h} + \rho_2 \beta_2 \tilde{u}_2(h, \omega) e^{i\frac{\omega}{\beta_1} h} &= 0; \\ \rho_1 \beta_1 \tilde{u}_1(0, \omega) + \frac{\tilde{\tau}_1(0, \omega)}{(i\omega)} - \rho_1 \beta_1 \tilde{u}_1(h, \omega) e^{-i\frac{\omega}{\beta_1} h} + \rho_2 \beta_2 \tilde{u}_2(h, \omega) e^{-i\frac{\omega}{\beta_1} h} &= 0. \end{aligned} \quad (21)$$

Полученные уравнения позволяют определить перемещения на границе раздела сред от нагрузки на верхней свободной поверхности и затем, используя теорему взаимности, определить перемещения свободной поверхности от нагрузки на границе раздела, которая задается падающей волной.

Для решения системы уравнений (21) воспользуемся правилом Крамера, в котором решение системы уравнений определяется с использованием определителей: $y_k = \frac{D_k}{D}$. Определитель системы уравнений имеет следующий вид:

$$D = \begin{vmatrix} -\rho_1 \beta_1 & \left(\rho_1 \beta_1 e^{\frac{i\omega}{\beta_1} h} + \rho_2 \beta_2 e^{\frac{i\omega}{\beta_1} h} \right) \\ \rho_1 \beta_1 & -\left(\rho_1 \beta_1 e^{-\frac{i\omega}{\beta_1} h} - \rho_2 \beta_2 e^{-\frac{i\omega}{\beta_1} h} \right) \end{vmatrix} = \rho_1 \beta_1 \left[\rho_1 \beta_1 \left(e^{-\frac{i\omega}{\beta_1} h} - e^{\frac{i\omega}{\beta_1} h} \right) - \rho_2 \beta_2 \left(e^{-\frac{i\omega}{\beta_1} h} + e^{\frac{i\omega}{\beta_1} h} \right) \right]. \quad (22)$$

Определитель, полученный заменой элементов столбца неизвестных свободными членами:

$$D_1 = \begin{vmatrix} -\rho_1 \beta_1 & -\frac{\tilde{\tau}_1(0, \omega)}{(i\omega)} \\ \rho_1 \beta_1 & -\frac{\tilde{\tau}_1(0, \omega)}{(i\omega)} \end{vmatrix} = 2\rho_1 \beta_1 \frac{\tilde{\tau}_1(0, \omega)}{(i\omega)}. \quad (23)$$

В результате имеем

$$\tilde{u}_2(h, \omega) = \frac{-2\tilde{\tau}_1(0, \omega)}{(i\omega) \left[\rho_1 \beta_1 \left(e^{\frac{i\omega}{\beta_1} h} - e^{-\frac{i\omega}{\beta_1} h} \right) + \rho_2 \beta_2 \left(e^{\frac{i\omega}{\beta_1} h} + e^{-\frac{i\omega}{\beta_1} h} \right) \right]}. \quad (24)$$

3.3. Теорема взаимности

Теорема взаимности, впервые сформулированная Бетти в 1872 г. и впоследствии доказанная Рэлеем в 1873 г. (см. [5]), широко используется в различных научных областях: в акустике, электротехнике, теории упругости. Существуют различные формы этого принципа, устанавливающего зависимость между источниками возмущений и реакциями на эти возмущения. А в нашем случае наиболее удобной считаем формулировку теоремы, изложенной в работах [13–15]:

Если приложенная в некоторой точке P ограниченной неоднородной анизотропной упругой среды сосредоточенная сила, имеющая направление α и временную зависимость $f(t)$, создает в некоторой другой точке Q смещение, компонента которого в направлении β равна $u(t)$, то приложение той же самой силы $f(t)$ в точке Q в направлении β вызовет смещение в точке P , проекция которого на направление α совпадает с $u(t)$.

В соответствии с этой теоремой выражение (24) перепишем в виде

$$\tilde{u}_1(0, \omega) = \frac{-2\tilde{\tau}_2(h, \omega)}{(i\omega) \left[\rho_1 \beta_1 \left(e^{\frac{i\omega}{\beta_1} h} - e^{-\frac{i\omega}{\beta_1} h} \right) + \rho_2 \beta_2 \left(e^{\frac{i\omega}{\beta_1} h} + e^{-\frac{i\omega}{\beta_1} h} \right) \right]}. \quad (25)$$

Учитывая зависимость между напряжениями и перемещениями (20), получим

$$\tilde{u}_1(0, \omega) = \frac{2\rho_2\beta_2\tilde{u}_2(h, \omega)}{\left[\rho_1\beta_1 \begin{pmatrix} e^{i\frac{\omega}{\beta_1}h} & -e^{-i\frac{\omega}{\beta_1}h} \end{pmatrix} + \rho_2\beta_2 \begin{pmatrix} e^{i\frac{\omega}{\beta_1}h} & +e^{-i\frac{\omega}{\beta_1}h} \end{pmatrix} \right]}. \quad (26)$$

Выражение для коэффициента, учитывающего влияние поверхностного слоя на параметры волн, падающих на границу раздела сред, определяется выражением

$$K(\omega) = \frac{\tilde{u}_1(0, \omega)}{\tilde{u}_2(h, \omega)} = \frac{2\rho_2\beta_2}{\left[\rho_1\beta_1 \begin{pmatrix} e^{i\frac{\omega}{\beta_1}h} & -e^{-i\frac{\omega}{\beta_1}h} \end{pmatrix} + \rho_2\beta_2 \begin{pmatrix} e^{i\frac{\omega}{\beta_1}h} & +e^{-i\frac{\omega}{\beta_1}h} \end{pmatrix} \right]}. \quad (27)$$

Используя формулу Эйлера, заменим показательные функции тригонометрическими

$$K(\omega) = \frac{\tilde{u}_1(0, \omega)}{\tilde{u}_2(h, \omega)} = \frac{2\rho_2\beta_2}{\left[\rho_2\beta_2 \cos \frac{\omega}{\beta_1}h + i\rho_1\beta_1 \sin \frac{\omega}{\beta_1}h + \right]}. \quad (28)$$

Если в выражении (28) положить равными нулю члены, соответствующие отраженным от свободной поверхности волнам и не учитывать сдвиг во времени, выражение (28) превратится в хорошо известное уравнение Цеппритца, описывающее распространение волн через границу двух сред с разными акустическими свойствами:

$$K = \frac{\rho_2\beta_2}{[\rho_2\beta_2 + \rho_1\beta_1]}. \quad (29)$$

4. Результаты

4.1. Зависимости коэффициентов усиления колебаний от параметров коренной породы, поверхностного слоя грунта и толщины слоя

Приведем графики, характеризующие зависимости коэффициентов усиления колебаний от параметров коренной породы, поверхностного слоя грунта и толщины слоя.

На рис. 7 представлены графики для грунтов со следующими характеристиками:

- параметры нижнего слоя, коренной породы $\rho_2 = 2000 \text{ кг/м}^3$; $\beta_2 = 800 \frac{\text{м}}{\text{сек}}$; $\xi = 0,05$;
- параметры верхнего слоя $\rho_1 = 1600 \text{ кг/м}^3$; $\beta_1 = 200 \text{ м/с}$; $\xi = 0,25$.

На рис. 8 представлены графики для грунтов со следующими характеристиками:

- параметры нижнего слоя, коренной породы $\rho_2 = 2000 \text{ кг/м}^3$, $\beta_2 = 800 \frac{\text{м}}{\text{сек}}$, $\xi = 0,05$;
- параметры верхнего слоя $\rho_1 = 1500 \text{ кг/м}^3$, $\beta_1 = 120 \text{ м/сек}$, $\xi = 0,12$;
- параметры верхнего слоя $\rho_1 = 1650 \text{ кг/м}^3$, $\beta_1 = 200 \text{ м/сек}$, $\xi = 0,12$;
- параметры верхнего слоя $\rho_1 = 1800 \text{ кг/м}^3$, $\beta_1 = 400 \text{ м/сек}$, $\xi = 0,12$.

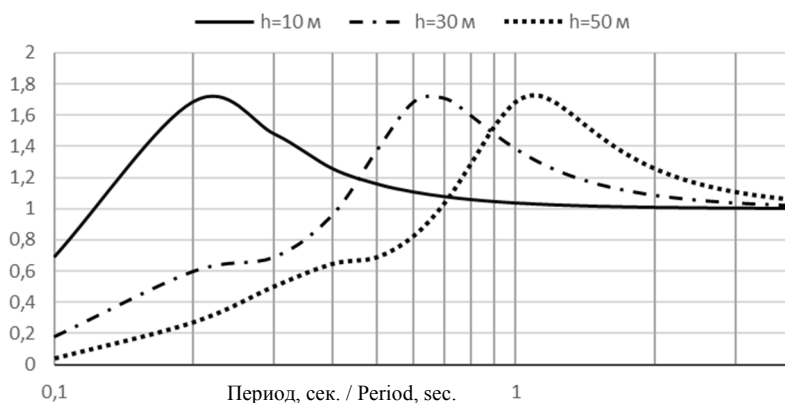


Рис. 7. Графики коэффициентов передачи колебаний K для поверхностных слоев грунта толщами 10, 30 и 50 м
И с т о ч н и к: выполнено Ш.А. Хуссейн

Figure 7. Graphs of vibration transmission coefficients K for surface layers of soil thicknesses of 10, 30 and 50 m
S o u r c e: made by Sh.A. Hussein

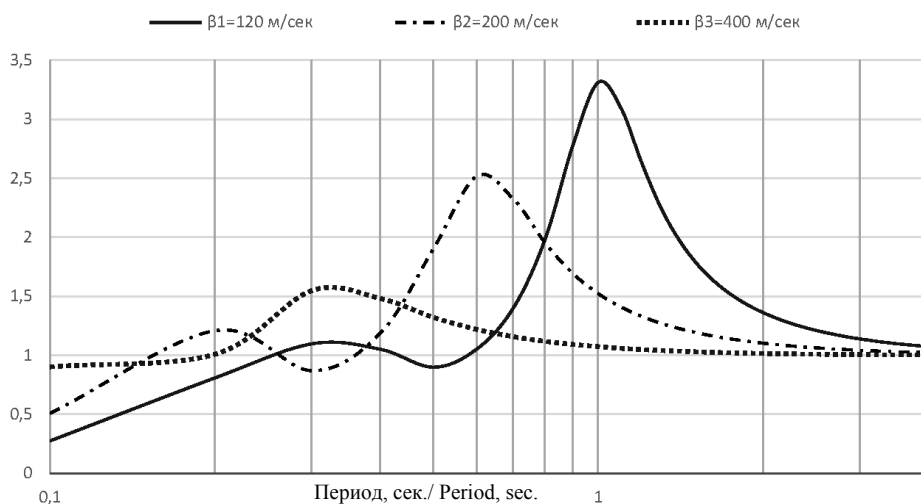


Рис. 8. Графики коэффициентов передачи колебаний K для поверхностных слоев грунта толщиной 30 м
И с т о ч н и к: выполнено Ш.А. Хуссейн

Figure 8. Graphs of vibration transmission coefficients K for surface layers of soil thickness 30 m
S o u r c e: made by Sh.A. Hussein

4.2. Пример определения коэффициентов усиления колебаний грунта для условий Сирийской Арабской Республики

В Сирийской Арабской Республике при разработке национальных норм в течение многих лет в качестве основы использовался Единый Строительный кодекс УВС. Позднее после появления в 2000 г. последней версии УВС используется Международный Строительный Кодекс IBC³.

В соответствии с Международным строительным кодексом IBC вся территория страны разделена на регионы, в которых заданы максимальные ускорения на коренных породах. Максимальные ускорения определяются из условия 2 % с вероятностью **непревышения** в течение 50 лет.

³ IBC, International Building Code Council, Washington, DC, 2015. URL: <https://codes.iccsafe.org/content/IBC2015P4> (accessed: 12.08.2024).

Для каждого региона, в соответствии с документом ИВС, задаются два значения спектров максимальных ускорений в двух контрольных точках. Одно значение максимального расчетного ускорения для малых периодов S_s и второе значение для периода, равное 1 секунде S_1 .

Эти ускорения, приведенные на картах сейсмического районирования, соответствуют ускорениям на коренных породах, поэтому для учета локальных инженерно-геологических условий необходимо использовать поправочные коэффициенты.

На рис. 9 представлены спектры максимальных ускорений, в которых используются расчетные спектры, определяемые выражениями

$$S_{Ds} = \frac{2}{3} S_{MS} \quad \text{и} \quad S_{D1} = \frac{2}{3} S_{M1};$$

$$S_{MS} = F_a S_s \quad \text{и} \quad S_{M1} = F_v S_1. \quad (30)$$

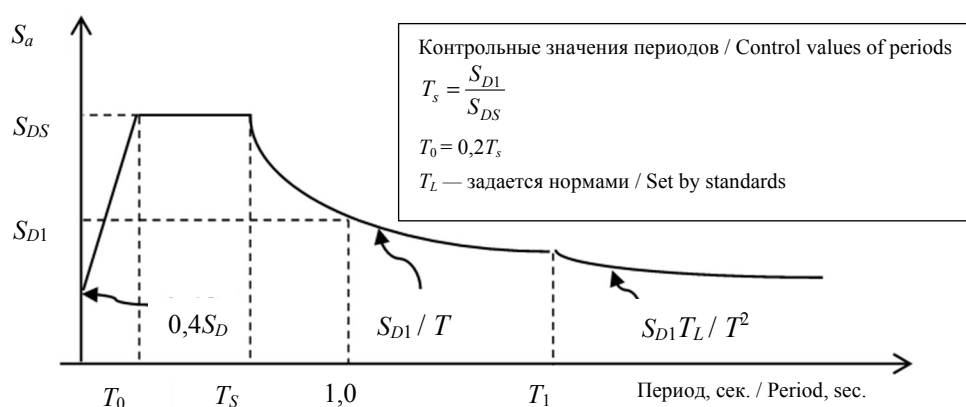


Рис. 9. Спектры максимальных реакций (ускорений) по нормам ИВС
Figure 9. Maximum reaction (acceleration) spectra according to IBC norms

Источник / Source: IBC 2015.
 IBC, International Building Code Council, Washington, DC, 2015.
 URL: <https://codes.iccsafe.org/content/IBC2015P4> (accessed: 12.08.2024)

Отметим, что F_a — коэффициент, учитывающий усиление колебаний в области постоянных максимальных ускорений, а коэффициент F_v учитывает усиление колебаний в области постоянных максимальных скоростей на спектре, представленном на трехкоординатном спектре [16; 17]. Для границ этих областей приняты следующие обозначения: малый (short) период S_s , период, равный 1 с S_1 и продолжительный (long) период S_l .

Определим по картам сейсмического районирования⁴ район, в котором расположен город Алеппо, следующие параметры: $S_s = 1,254$ — максимальное ускорение для малых периодов; $S_1 = 0,363$ — максимальное ускорение для периода, равного 1 с.

В качестве примера построим спектр максимальных реакций для района Алеппо для строительной площадки с грунтовыми условиями категории «С» с мощностью поверхностного слоя 30 м.

Используя графики, представленные на рис. 8, найдем коэффициенты, учитывающие локальные грунтовые условия и значения спектров реакций в контрольных точках: $F_a = 1$; $F_v = 1,5$; $S_{MS} = F_a S_s = 1 \cdot 1,254$ и $S_{M1} = F_v S_1 = 1,5 \cdot 0,363 = 0,5445$.

Так как функция спектра максимальных реакций на интервале $T_s \leq T \leq T_1$ определяется выражением $S = \frac{S_{M1}}{T}$, значение малого периода T_s определено следующим образом:

⁴ Syrian Arab Code for Reinforced Concrete +Accessories. URL: <https://civteam.wordpress.com/2012/02/17/> (accessed: 12.08.2024).

$$T_S = \frac{S_{M1}}{S_{MS}} = \frac{0,5445}{1,254} = 0,434 \text{ сек.}$$

Длительный переходный период задается нормами, примем $T_l = 8$ сек. Значение спектра в контрольной точке S_l определяется выражением $S = \frac{S_{M1}}{T_l}$. Для периодов $T > T_l$ функция спектра максимальных реакций имеет следующий вид:

$$S = \frac{S_{M1} T_l}{T^2}.$$

Таким образом, получены все необходимые параметры для построения расчетного спектра максимальных реакций в ускорениях с учетом локальных инженерно-геологических условий. График спектра представлен на рис. 10.

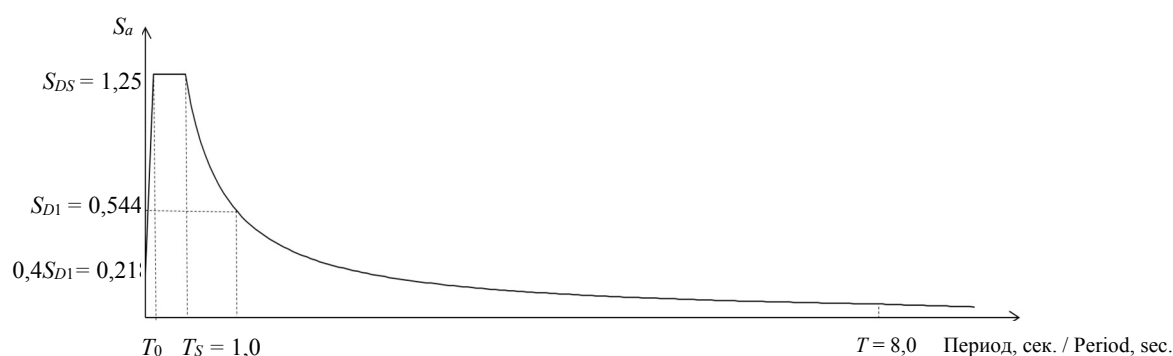


Рис. 10. Расчетный спектр максимальных реакций

Источники: выполнено Е.Н. Курбацким, Е.А. Пестряковой, Ш.А. Хуссейн

Figure 10. Spectrum of maximum reactions

Source: made by E.N. Kurbatskiy, E.A. Pestriakova, Sh.A. Hussein

5. Заключение

1. Разработана методика, позволяющая учитывать влияние мягких слоев грунта на параметры спектров максимальных реакций.
2. В качестве исходных уравнений используются уравнения механики сплошных сред, современный аппарат обобщенных функций и преобразование Фурье.
3. Все математические преобразования выполняются на основании доказанных теорем, что позволяет получить аналитические выражения функций перемещений, скоростей, ускорений, спектры Фурье и спектры максимальных реакций на границах слоев и на любой глубине.
4. Получено выражение для коэффициентов усиления спектров максимальных реакций поверхностными слоями грунтов, позволяющее более точно оценивать локальные инженерно-геологические условия, учитывая резонансные усиления колебаний поверхности.
5. Приведен пример построения спектров максимальных реакций, учитывающий локальные инженерно-геологические условия для района Алеппо Арабской Сирийской Республики.

References / Список литературы

1. Seed H.B., Idriss I.M. *Soil Moduli and Damping Factors for Dynamic Response Analysis*. Report No. UCB/EERC-70/10. Berkeley: Earthquake Engineering Research Center, University of California; December, 1970. 48 p.

2. Seed H.B., Wong R.T., Idriss I.M., Tokimatsu K. Moduli and Damping factors for Dynamic Analyses of Cohesionless Soils. *Journal of the Geotechnical Engineering Division*. 1986;112(11):1016–1032. [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)0733-9410\(1986\)112:11\(1016\)](https://doi.org/10.1061/(ASCE)0733-9410(1986)112:11(1016))
3. Corchete V. The Analysis of Accelerograms for the Earthquake Resistant Design of Structures. *International Journal of Geosciences*. 2010;1(1)0:32–37. <https://doi.org/10.4236/ijg.2010.11004>
4. Love A.E.H. *A treatise on the mathematical theory of elasticity*. 4th ed. Dover Publications, 1944. 660 p.
5. Cui Z., Sheng Q., Leng X.L. Effects of a controlling geological discontinuity on the seismic stability of an underground cavern subjected to near-fault ground motions. *Bulletin of Engineering Geology and the Environment*. 2018;77:265–282. <https://doi.org/10.1007/s10064-016-0936-9> EDN: XSAOKQ
6. Wolf K.B., Krotzsch G. Geometry and dynamics in refracting systems. *European Journal of Physics*. 1995;16:14–20. <https://doi.org/10.1088/0143-0807/16/1/003> ISSN 0143-0807
7. Ameratunga J., Sivakugan N., Das B.M. *Correlations of Soil and Rock Properties in Geotechnical Engineering*. New Delhi: Springer Publ.; 2019. <https://doi.org/10.1007/978-81-322-2629-1>
8. Saragoni G.R. Earthquake Geotechnical Engineering Design. Part of the book series: *Geotechnical, Geological and Earthquake Engineering*. Maugeri M., Soccodato C. (Eds.). 2014;28:181–192. <http://doi.org/10.1007/978-3-319-03182-8>
9. Reinhorn A.M., Deierlein G.G., Willford M. Nonlinear Structural Analysis for Seismic Design. *A Guide for Practicing Engineers. NEHRP Seismic Design Technical Brief*. No. 4. Gaithersburg: National Institute of Standards and Technology Pub.; 2010. Available from: <http://www.nehrp.gov->nistgcr10-917-5.pdf> (accessed: 12.08.2024).
10. Xu X.M., Ling D.S., Cheng Y.P., Chen Y.M. Correlation between liquefaction resistance and shear wave velocity of granular soils: a micromechanical perspective. *Geotechnique*. 2015;65(5):337–348. <http://doi.org/10.1680/geot.SIP.15.P.022>
11. Verrucci L.G., Lanzo G., Tommasi P., Rotonda T. Cyclic and dynamic behaviour of a soft pyroclastic rock. *Geotechnique*. 2015;65(5):359–373. <http://doi.org/10.1680/geot.SIP.15.P.012>
12. Kurbatskiy E.N. *A method for solving problems in structural mechanics and elasticity theory based on the properties of Fourier images of finite functions*. Dis. doc. of technical sciences. 1995. (In Russ.) EDN: ZJKORJ
- Курбацкий Е.Н. Метод решения задач строительной механики и теории упругости, основанный на свойствах изображений Фурье финитных функций : дис. ... д-ра техн. наук. 1995. 209 с. EDN: ZJKORJ
13. White J.E. Use of reciprocity theorem for computation of low-frequency radiation patterns. *Geophysics*. 1960;25: 613–624. <https://doi.org/10.1190/1.1438742>
14. Basanquet L., Paley R., Wiener N. *Fourier Transforms in the Complex Domain*. American Mathematical Soc., 1934. ISBN 978-0-8218-1019-4
15. White J.E., Lindsay R. Seismic waves. Radiation, transmission, and attenuation. *Physics Today*. 1967;20(2):74–75. <https://doi.org/10.1063/1.3034162>
16. Kurbatskiy E.N., Mondrus V.L., Titov E.Yu., Yemelyanova G.A., Pestryakova E.A. Outdated provisions of the Russian federation norms regulating construction in seismic areas. *Academia. Architecture and construction*. 2024;(1): 159–165. (In Russ.) <https://doi.org/10.22337/2077-9038-2024-1-159-165> EDN: DIMXBS
- Курбацкий Е.Н., Мондрус В.Л., Титов Е.Ю., Емельянова Г.А., Пестрякова Е.А. Устаревшие положения норм Российской Федерации, регламентирующие строительство в сейсмических районах // *Academia. Архитектура и строительство*. 2024. № 1. С. 159–165. <https://doi.org/10.22337/2077-9038-2024-1-159-165>. EDN: DIMXBS
17. Newmark N.M., Hall W.J. Earthquake Spectra and Design. *Earthquake Engineering Research Institute*. Berkeley, California. 1982. ISBN-10: 0943198224. ISBN-13: 978-0943198224