

#### Строительная механика инженерных конструкций и сооружений STRUCTURAL MECHANICS OF ENGINEERING CONSTRUCTIONS AND BUILDINGS

2025. 21(1). 3-17





## РАСЧЕТ И ПРОЕКТИРОВАНИЕ СТРОИТЕЛЬНЫХ КОНСТРУКЦИЙ ANALYSIS AND DESIGN OF BUILDING STRUCTURES

DOI: 10.22363/1815-5235-2025-21-1-3-17

УДК 624.074.2:624.014:693.8

EDN: IBTMJL

Научная статья / Research article

### Влияние узловых сопряжений на усилия в элементах металлического каркаса ребристо-кольцевого купола с учетом разного количества поддерживающих его колонн

Е.В. Лебедь

Национальный исследовательский Московский государственный строительный университет, Москов, Российская Федерация ⊠ evglebed@mail.ru

Поступила в редакцию: 25 ноября 2024 г. Принята к публикации: 20 января 2025 г.

Аннотация. Исследовалось влияние узловых сопряжений на величины внутренних усилий в элементах металлического каркаса ребристо-кольцевого купола, в том числе и при разном количестве поддерживающих его колонн. При этом сохранялась циклическая симметрия колонн по всему контуру купола. Все элементы купольного каркаса и колонны приняты из стальных труб. Объектами исследования служили купольные каркасы, которые отличались друг от друга как разными узловыми сопряжениями, так и разным количеством поддерживающих его колонн. Купола имеют одинаковое геометрическое строение и размеры, одинаковые сечения однотипных элементов каркаса и воспринимают одинаковые нагрузки. Исследования проводились посредством расчетов компьютерных моделей каркасов. Модели с разными узловыми сопряжениями получены постепенным преобразованием изначально назначенных шарнирных узлов в жесткие, а разное количество колонн создавалось регулярным их удалением из исходной компьютерной модели. В процессе расчетов определялись внутренние усилия N и M в элементах каркасов всех моделей, которые сравнивались между собой. Получены сравнительные диаграммы внутренних усилий N и M в элементах каркасов исходной и всех преобразованных моделей. Дана оценка работы элементов ребристо-кольцевых куполов с разными узловыми сопряжениями для каркасов с разным количеством колонн. По результатам исследования отмечены значительные изменения изгибающих моментов M в нижнем кольце и продольных сил N в колоннах. Причем характер изменения усилий зависит от вида узловых сопряжений.

Ключевые слова: компьютерная модель, меридиональные ребра, верхнее кольцо, нижнее кольцо, колонны, шарнирные и жесткие узлы, статический расчет

Заявление о конфликте интересов. Автор заявляет об отсутствии конфликта интересов.

Для цитирования: Лебедь Е.В. Влияние узловых сопряжений на усилия в элементах металлического каркаса ребристо-кольцевого купола с учетом разного количества поддерживающих его колонн // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2025. Т. 21. № 1. С. 3–17. http://doi.org/10.22363/1815-5235-2025-21-1-3-17

Лебедь Евгений Васильевич, кандидат технических наук, доцент кафедры металлических и деревянных конструкций, Национальный исследовательский Московский государственный строительный университет (НИУ МГСУ), Российская Федерация, 129337, г. Москва, Ярославское шоссе, д. 26; eLIBRARY SPIN-код: 5297-2700, ORCID: 0000-0003-3926-8701; e-mail: evglebed@mail.ru

This work is licensed under a Creative Commons Attribution 4.0 International License https://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/legalcode

# Influence of Joint Type on Member Forces in Metal Ribbed-Ring Dome Frame Taking into Account Different Number of Supporting Columns

Evgeny V. Lebed<sup>®</sup>

Moscow State University of Civil Engineering (National Research University), Moscow, Russian Federation

⊠ evglebed@mail.ru

Received: November 25, 2024 Accepted: January 20, 2025

**Abstract.** The influence of the type of joint on the internal forces in the elements of the metal frame of a ribbed-ring dome, and specifically considering different number of supporting columns, was studied. In this respect, cyclic symmetry of the columns along the entire contour of the dome is preserved. All elements of the dome frame and the columns are made of steel pipes. The objects of the study were dome frames, which differed from each other, both in different nodal connections and in different numbers of supporting columns. The domes have the same geometric structure and dimensions, the same cross-sections of the same type of frame elements and carry the same loads. The study was performed by analyzing computer models of the frames. Models with different joints were obtained by gradually converting the originally assigned hinges into rigid connections, and variation in the number of columns was implemented by regularly removing them from the original computer model. In the calculation process, internal forces N and M in the frame elements of the original and all transformed models are obtained. The behavior of the elements of ribbed-ring domes with different nodal connections for frames with different numbers of columns is evaluated. According to the results of the study, significant changes in bending moments M in the lower ring and axial forces N in the columns were noted. Moreover, the nature of these changes depends on the type of nodal connection.

Keywords: computer model, meridional ribs, upper ring, lower ring, columns, hinged and rigid nodes, static calculation

**Conflicts of interest.** The author declares that there is no conflict of interest.

**For citation:** Lebed E.V. Influence of joint type on member forces in metal ribbed-ring dome frame taking into account different number of supporting columns. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*. 2025;21(1): 3–17. (In Russ.) http://doi.org/10.22363/1815-5235-2025-21-1-3-17

#### 1. Введение

Металлические купола широко применяются в качестве покрытий зданий во всем мире из-за выразительности геометрической формы и надежности таких конструктивных систем. Благодаря пространственной жесткости и экономичности расхода металла они занимают ведущее место среди большепролетных пространственных покрытий [1–3].

Геометрические схемы каркасов металлических куполов зависят от перекрываемых пролетов и назначения здания [4; 5]. Наиболее простыми по геометрической схеме считаются ребристо-кольцевые купола. Но даже в ребристо-кольцевых куполах возможны различные геометрические схемы, связанные с числом секторов по окружности и ярусов по высоте. Кроме того, важным фактором работы купольного каркаса служит количество поддерживающих их колонн. От этого зависят статическая схема всего каркаса здания и внутренние усилия в элементах купольных каркасов, но какие-либо сведения по сравнительному исследованию работы металлических куполов, опирающихся на разное количество колонн, в открытой печати отсутствуют.

Обычно колонны в ребристо-кольцевых куполах располагают под каждым меридиональным ребром. Однако при большом числе секторов или ребер в купольном каркасе такое конструктивное решение может оказаться неудобным по разным причинам. В этом случае используют меньшее количество колонн по сравнению с числом меридиональных ребер, что приводит, как показало предыду-

Evgeny V. Lebed, Candidate of Technical Sciences, Associate Professor of the Department of Metal and Timber Structures, Moscow State University of Civil Engineering (National Research University), 26 Yaroslavskoye Shosse, Moscow, 129337, Russian Federation; eLIBRARY SPIN-code: 5297-2700, ORCID: 0000-0003-3926-8701; e-mail: evglebed@mail.ru

щее исследование автора [6], к изменению работы купола и, как следствие, изменению внутренних усилий в элементах купольного каркаса. Это же исследование показало, что, несмотря на сходство характера деформаций купола, с уменьшением количества колонн под куполом происходит существенное увеличение прогибов купольного каркаса.

Исследования стержневых систем купольного типа в различных компьютерных программах выполнялись многими учеными. Например, анализировалось напряженное состояние купольных каркасов при изменении его геометрических параметров [7], при разных отношениях высоты купола к диаметру для разных пролетов [8], при включении в работу кирпичного ограждения в ячейках каркаса между стальными ребрами и кольцами [9], при разных отношениях высоты купола к диаметру и разных сечениях элементов [10], при разной высоте по сравнению с пролетом купольного каркаса со связями [11]. Ранее автором выполнялось сравнительное исследование ребристо-кольцевых куполов при различных количествах связей и разных размерах верхнего кольца [12; 13]. Представленный здесь материал автором получен в полном соответствии с общепринятыми принципами исследований аналогичных состояний стержневых систем.

Кроме того, могут использоваться различные виды сопряжений элементов купольных каркасов, что также влияет на внутренние усилия. Влияние жесткости узловых сопряжений на напряженное состояние купола затронуто в [14]. В этой статье представлен сравнительный анализ пологого стального купола ребристо-кольцевого типа диаметром 41 м и высотой 7 м. Купол насчитывал 20 ребер и 10 колец, опирался на фундаменты непосредственно каждым меридиональным ребром (колонны отсутствовали). В качестве колец использовались прогоны, на которых устроена стеклянная обшивка. Рассмотрены 8 моделей этого каркаса, различающихся как по использованию двух подходов к расчету (линейной статики и нелинейного анализа), так и по виду соединения (с креплением колец к ребрам и без крепления). Пояснений о конкретной интерпретации соединений в компьютерной модели нет. В части моделей в работу включена обшивка, а в части — диагональные связи во всех секторах. Исследование проводилось с использованием программы Autodesk Robot Structural Analysis Professional 2022. В публикации приведены деформированные схемы купола, эпюры усилий и изополя напряжений, а также числовые таблицы и точечные графики усилий N, M и напряжений в элементах. Однако в выводах представлена только констатация полученных данных без их обобщения и каких-либо рекомендаций.

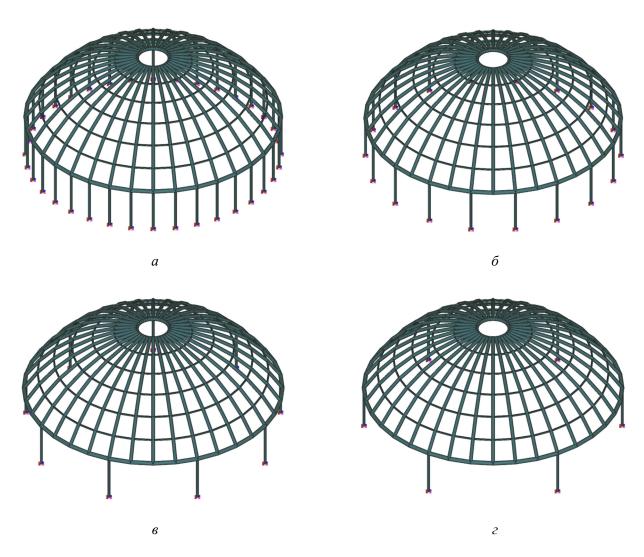
#### 2. Методы

С целью выяснения зависимости возникающих усилий N и M в элементах ребристо-кольцевого купола от вида узловых сопряжений и одновременно от количества поддерживающих его колонн выполнялись данные компьютерные исследования. В качестве объектов исследования рассматривались каркасы, купола которых опираются на разное количество циклически симметричных колонн. Все купола характеризуются одинаковой геометрической схемой, одинаковым пролетом и высотой, одинаковыми сечениями элементов, воздействием одинаковых нагрузок, но разным видом узловых сопряжений элементов друг с другом. Для этого был запроектирован купол исходного каркаса с колоннами под каждым меридиональным ребром, который после расчета с уменьшенным числом колонн корректировался по размерам сечений элементов.

Объектом для исследования служил каркас ребристо-кольцевого купола сферической формы с радиусом кривизны 23 м, состоящий из 36 ребер и 7 колец. Таким образом, купол разделен ребрами на 36 секторов. Диаметр нижнего кольца 39,3 м, диаметр верхнего кольца 5,0 м, высота купольного каркаса 11 м. Купол опирается на колонны высотой 7,0 м, которых в исходном каркасе насчитывается 36. Все элементы каркаса сооружения с куполом приняты по результатам предварительного расчета на эксплуатационные нагрузки из электросварных прямошовных труб: меридиональные ребра — О 530×9, верхнее кольцо — О 530×9, нижнее кольцо — О 630×20, остальные кольца — О 273×7, колонны — О 402×10.

Компьютерная модель этого каркаса являлась исходной для исследования. На основе исходной модели созданы модели с уменьшенным количеством колонн посредством их регулярного удаления из исходной компьютерной модели (рис. 1, a). Отличительным признаком этих моделей друг от друга являлось число секторов между колоннами. В исходной модели (наибольшее число колонн) оно было равно 1, затем — 2, 4 и 6 (рис. 1,  $\delta$ – $\epsilon$ ). Исследования выполнялись на компьютерных моделях каркасов с ребристо-кольцевым куполом в программе SCAD как пространственных стержневых систем [15; 16].

Во всех схемах верхнее (соединительное) кольцо, нижнее (опорное) кольцо и меридиональные ребра цельные, т.е. все 36 составляющих стержней колец и 6 составляющих стержней каждого ребра соединены друг с другом жестко. Опорные узлы всех колонн жесткие (заделка). Соединения ребер с верхним и нижним кольцами, соединения колонн с нижним кольцом и соединения промежуточных колец с ребрами в разных схемах были различными — от шарниров в двух плоскостях до жестких в двух плоскостях (рис. 2).



**Рис. 1.** Схемы купольных каркасов с разным числом секторов между колоннами: a-1 сектор; b-2 сектора; b-4 сектора; b-6 секторов И с т о ч н и к: выполнено Е.В. Лебедем

**Figure 1.** Models of dome frames with different number of sectors between columns: a-1 sector;  $\delta-2$  sectors; s-4 sectors; s-6 sectors S o u r c e: made by E.V. Lebed

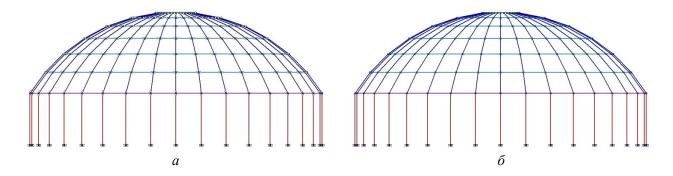


Рис. 2. Схемы каркасов с разными узловыми сопряжениями:

a — шарнирные;  $\delta$  — жесткие И с т о ч н и к: выполнено Е.В. Лебедем

Figure 2. Models of frames with different nodal connections:

a — hinged;  $\delta$  — rigid S o u r c e: made by E.V. Lebed

В процессе исследования рассматривались пять комбинаций узловых сопряжений, условно названных видами сопряжений — Ш3, Ш2, Ш1, Ж1, Ж2. Описание видов приведено в таблице. Разрешение поворота UY означает наличие шарнира в нормальном направлении к куполу, а разрешение поворота UZ — наличие шарнира в тангенциальном (касательном к куполу) направлении.

Pазрешения поворотов в узлах разных видов сопряжений / Rotational degrees of freedom in nodes of different joint types

Таблица / Table

Вид	Наименование сопряжений элементов / Element joint name			
сопряжения / Joint type	Ребер с верхним кольцом / Ribs to upper ring	Ребер с нижним кольцом / Ribs to lower ring	Колонн с нижним кольцом / Columns to lower ring	Промежуточных колец с ребрами / Intermediate rings to ribs
III3	- Освобождение угловых связей Узел 1  Г UX  Г UX  Г UY  Г UZ  Г UZ	- Освобождение угловых связей	- Освобождение угловых связей  - Узел 1  - UX  - UX  - UY  - UY  - UZ	- Освобождение угловых связей Узел 1  □ UX  □ UY  □ UY  □ UZ  □ UZ
III2	- Освобождение угловых связей Узел 1	-Освобождение угловых связей Узел 1 Узел 2  □ UX □ UY □ UY □ UZ  □ UZ	- Освобождение угловых связей  Узел 1  Г UX  Г UY  Г UY  Г UZ	- Освобождение угловых связей Узел 1  □ UX  □ UY  □ UY  □ UZ  □ UZ
Ш1	- Освобождение угловых связей Узел 1	- Освобождение угловых связей Узел 1 Узел 2 Узел 2 ГИХ	- Освобождение угловых связей - Узел 1 — Узел 2 — Узел 2 — Г UX Г UY Г UY Г UY Г UZ	- Освобождение угловых связей Узел 1  □ UX  □ UY  □ UY  □ UZ  □ UZ
Ж1	- Освобождение угловых связей Узел 1	-Освобождение угловых связей Узел 1 Узел 2  □ UX □ UY □ UY □ UZ  □ UZ	- Освобождение угловых связей  Узел 1  Г UX  Г UY  Г UZ  Г UZ	- Освобождение угловых связей Узел 1  □ UX □ UY □ UY □ UZ □ UZ
Ж2	- Освобождение угловых связей Узел 1	- Освобождение угловых связей	- Освобождение угловых связей  Узел 1  Г UX  Г UY  Г UZ	- Освобождение угловых связей Узел 1

Примечание: Обозначения поворотов UY, UZ в скриншотах соответствуют UX, UY для сечений элементов / Notes: The rotation designations UY, UZ in the screenshots correspond to UX, UY for the cross sections of the elements Источник: выполнено Е.В. Лебедем / Source: made by E.V. Lebed

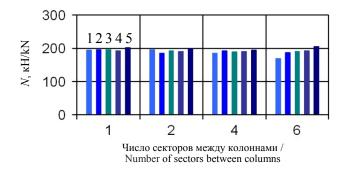
Расчет каркасов производился на совместное действие нагрузки от веса ограждающих и несущих конструкций, а также несимметричной снеговой нагрузки, действующей с одной стороны купола как наиболее влиятельной по сравнению с симметричной. Все нагрузки прикладывались в узлах каркаса.

В процессе расчетов определялись внутренние усилия N,  $M_x$ ,  $M_y$  в элементах каркасов всех моделей. Причем для сравнения усилий между собой выбирались их максимальные значения в наиболее нагруженных элементах меридиональных ребер, верхнего кольца, нижнего кольца и колонн.

#### 3. Результаты

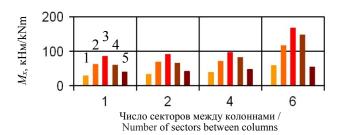
И изменение вида узловых сопряжений элементов исследуемого каркаса, и регулярное удаление колонн из исходной компьютерной модели приводят к изменению внутренних усилий  $N, M_x, M_y$ , причем в разных элементах это происходит по-разному.

В верхнем кольце купола с увеличением числа секторов между колоннами продольные силы N существенно не изменяются при разных видах узловых сопряжений (рис. 3). Изгибающие моменты  $M_x$  зависят от вида узловых сопряжений и возрастают с увеличением числа секторов между колоннами (рис. 4). Изгибающие моменты  $M_y$  изменяются мало в зависимости от вида сопряжений и претерпевают небольшие изменения с увеличением числа секторов между колоннами (рис. 5).



**Рис. 3.** Максимальные усилия N в верхнем кольце купола. Виды сопряжений:

**Figure 3.** Maximum forces *N* in the upper ring of the dome. Joint types:



**Рис. 4.** Максимальные моменты  $M_x$  в верхнем кольце купола. Виды сопряжений:

**Figure 4.** Maximum moments  $M_x$  in the upper ring of the dome. Joint types:

 $<sup>^1</sup>$  СП 20.13330.2016. Нагрузки и воздействия. Актуализированная редакция СНиП 2.01.07-85 $^*$ . Москва : Минстрой России, 2016. 80 с.



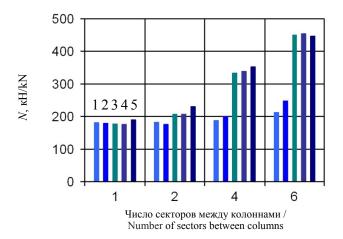
**Рис. 5.** Максимальные моменты  $M_y$  в верхнем кольце купола. Виды сопряжений:

1 - III3; 2 - III2; 3 - III1; 4 - Ж1; 5 - Ж2И с т о ч н и к: выполнено Е.В. Лебедем

**Figure 5.** Maximum moments  $M_y$  in the upper ring of the dome. Joint types:

1 - III3; 2 - III2; 3 - III1; 4 - Ж1; 5 - Ж2S o u r c e: made by E.V. Lebed

В меридиональных ребрах купола с увеличением числа секторов между колоннами продольные силы N увеличиваются, но по-разному при разных видах узловых сопряжений (рис. 6). Изгибающие моменты  $M_x$  существенно зависят от вида узловых сопряжений и практически не изменяются с увеличением числа секторов (рис. 7). Изгибающие моменты  $M_y$  немного изменяются в зависимости от вида сопряжений и незначительно изменяются с увеличением числа секторов (рис. 8).



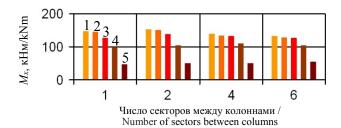
**Рис. 6.** Максимальные усилия *N* в меридиональных ребрах купола. Виды сопряжений:

1 - Ш3; 2 - Ш2; 3 - Ш1; 4 - Ж1; 5 - Ж2

И с т о ч н и к: выполнено Е.В. Лебедем

**Figure 6.** Maximum forces *N* in the meridional ribs of the dome. Joint types:

– Ш3; 2 — Ш2; 3 — Ш1; 4 — Ж1; 5 — Ж2 S o u r c e: made by E.V. Lebed



**Рис. 7.** Максимальные моменты  $M_x$  в меридиональных ребрах купола. Виды сопряжений:

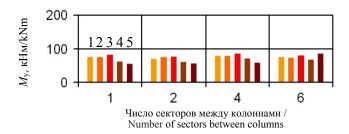
1 - III3; 2 - III2; 3 - III1; 4 - Ж1; 5 - Ж2

И с т о ч н и к: выполнено Е.В. Лебедем

**Figure 7.** Maximum moments  $M_x$  in the meridional ribs of the dome. Joint types:

1 — Ш3; 2 — Ш2; 3 — Ш1; 4 — Ж1; 5 — Ж2 S o u r c e: made by E.V. Lebed

В нижнем (опорном) кольце купола увеличение числа секторов между колоннами мало влияет на продольные силы N, а разные виды узловых сопряжений влияют (рис. 9). Изгибающие моменты  $M_x$  и  $M_y$  зависят от вида узловых сопряжений и стремительно возрастают с увеличением числа секторов (рис. 10, 11).

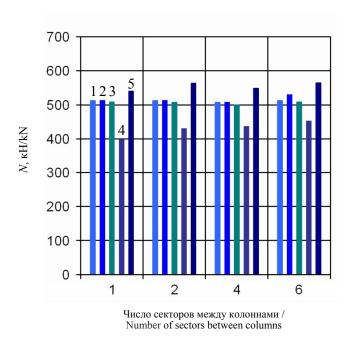


**Рис. 8.** Максимальные моменты  $M_y$  в меридиональных ребрах купола. Виды сопряжений: 1 - III3; 2 - III2; 3 - III1; 4 - Ж1; 5 - Ж2

— Ш3; 2 — Ш2; 3 — Ш1; 4 — Ж1; 5 — Ж И с т о ч н и к: выполнено Е.В. Лебедем

THE TO THE H. B. BINOMICHO E.B. STEEGER

**Figure 8.** Maximum moments 
$$M_y$$
 in the meridional ribs of the dome. Joint types:  $1 - \text{III3}$ ;  $2 - \text{III2}$ ;  $3 - \text{III1}$ ;  $4 - \text{K1}$ ;  $5 - \text{K2}$   
S o u r c e: made by E.V. Lebed



**Рис. 9.** Максимальные усилия N в нижнем кольце купола. Виды сопряжений:

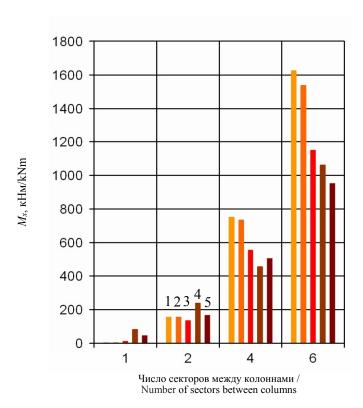
1 — Ш3; 2 — Ш2; 3 — Ш1; 4 — Ж1; 5 — Ж2

И с т о ч н и к: выполнено Е.В. Лебедем

**Figure 9.** Maximum forces N in the lower ring of the dome. Joint types: 1 - III3; 2 - III2; 3 - III1; 4 - K1; 5 - K2Source: made by E.V. Lebed

В колоннах, поддерживающих купол, с увеличением числа секторов продольные силы N ожидаемо кратно увеличиваются пропорционально изменению расстояния между колоннами и не зависят от разных видов узловых сопряжений (рис. 12).

Изменение изгибающих моментов  $M_x$  происходит только для конкретных видов узловых сопряжений, и именно для них характерен рост с увеличением числа секторов между колоннами (рис. 13). Характер изменения изгибающих моментов  $M_y$  с увеличением числа секторов аналогичен, т.е. для конкретных видов узловых сопряжений, однако величины  $M_y$  незначительны (рис. 14).



**Рис. 10.** Максимальные моменты  $M_x$  в нижнем кольце купола. Виды сопряжений:

1 — Ш3; 2 — Ш2; 3 — Ш1; 4 — Ж1; 5 — Ж2 И с т о ч н и к: выполнено Е.В. Лебедем

**Figure 10.** Maximum moments  $M_x$  in the lower ring of the dome. Joint types:

1 — III3; 2 — III2; 3 — III1; 4 — 
$$\Re$$
1; 5 —  $\Re$ 2 S o u r c e: made by E.V. Lebed

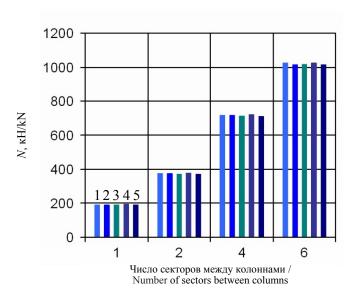


**Рис. 11.** Максимальные моменты  $M_y$  в нижнем кольце купола. Виды сопряжений:

1 — Ш3; 2 — Ш2; 3 — Ш1; 4 — Ж1; 5 — Ж2 И с т о ч н и к: выполнено Е.В. Лебедем

**Figure 11.** Maximum moments  $M_y$  in the lower ring of the dome. Joint types:

1 — III3; 2 — III2; 3 — III1; 4 — Ж1; 5 — Ж2 S o u r c e: made by E.V. Lebed

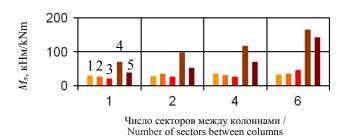


**Рис. 12.** Максимальные усилия N в колоннах под куполом. Виды сопряжений:

$$1 - \operatorname{III3}; 2 - \operatorname{III2}; 3 - \operatorname{III1}; 4 - \operatorname{Ж1}; 5 - \operatorname{Ж2}$$

И с т о ч н и к: выполнено Е.В. Лебедем

**Figure 12.** Maximum forces *N* in the columns under the dome. Joint types:

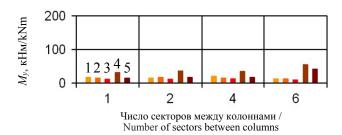


**Рис. 13.** Максимальные моменты  $M_x$  в колоннах под куполом. Виды сопряжений:

$$1 - \operatorname{III3}; 2 - \operatorname{III2}; 3 - \operatorname{III1}; 4 - \operatorname{Ж1}; 5 - \operatorname{Ж2}$$

И с т о ч н и к: выполнено Е.В. Лебедем

**Figure 13.** Maximum moments  $M_x$  in the columns under the dome. Joint types:



**Рис. 14.** Максимальные моменты  $M_y$  в колоннах под куполом. Виды сопряжений:

**Figure 14.** Maximum moments  $M_y$  in the columns under the dome. Joint types:

Приведенные выше диаграммы показывают, что наиболее существенные изменения при увеличении количества секторов между опорами купола претерпевают:

- продольные силы N в колоннах и в ребрах;
- изгибающие моменты  $M_x$  в нижнем кольце, колоннах и верхнем кольце;
- изгибающие моменты  $M_y$  в нижнем кольце.

Для количественной оценки этих изменений построены графики отношений  $N_i/N_{1\,\mathrm{max}}$ ,  $M_{xi}/M_{x1\,\mathrm{max}}$ ,  $M_{yi}/M_{y1\,\mathrm{max}}$ . Здесь индекс i соответствует схеме каркаса с числом секторов 2, 4 или 6, а индекс 1 max — означает, что все величины сравнивались с наибольшими среди разных видов узловых сопряжений для схемы каркаса с одним сектором между колоннами.

Продольные силы N в колоннах увеличиваются в схемах с числом секторов между опорами купола 2, 4, 6 в среднем в 1,93, 3,69, 5,24 раза соответственно (рис. 15), а в меридиональных ребрах — в среднем в 1,06, 1,49, 1,91 раза соответственно (рис. 16).

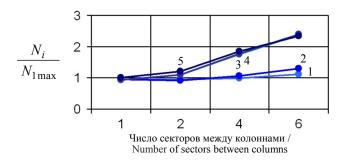
Изгибающие моменты  $M_x$  в нижнем кольце многократно увеличиваются в схемах с числом секторов между опорами купола 2, 4, 6 в среднем в 2,04, 7,20, 15,16 раза соответственно (рис. 17). А в колоннах для Ж1, Ж2 эти моменты увеличиваются в среднем в 1,06, 1,33, 2,20 раза соответственно (рис. 18) и в верхнем кольце для Ш1, Ж1 они увеличиваются в среднем в 0,92, 1,05, 1,84 раза соответственно (рис. 19).

Изгибающие моменты  $M_y$  в нижнем кольце для Ш1, Ж1, Ж2 увеличиваются в схемах с числом секторов между опорами купола 2, 4, 6 в среднем в 0,90, 3,43, 9,48 раза, а для Ш3, Ш2 — в 1,03, 1,16, 3,22 раза соответственно (рис. 20).



**Рис. 15.** Отношение  $N_i/N_{1\,\mathrm{max}}$  в колоннах под куполом. Виды сопряжений: 1 — Ш3; 2 — Ш2; 3 — Ш1; 4 — Ж1; 5 — Ж2 И с т о ч н и к: выполнено Е.В. Лебедем

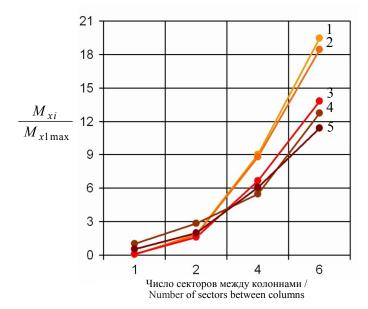
**Figure 15.** Ratio  $N_i/N_{1\,\mathrm{max}}$  in the columns under the dome. Joint types:



**Рис. 16.** Отношение  $N_i/N_{1\,\mathrm{max}}$  в меридиональных ребрах. Виды сопряжений:  $1-\mathrm{III3}; 2-\mathrm{III2}; 3-\mathrm{III1}; 4-\mathrm{XI}; 5-\mathrm{XI}$ 

Источник: выполнено Е.В. Лебедем
Ratio N./N, in the meridional ribs of the dome. Joi

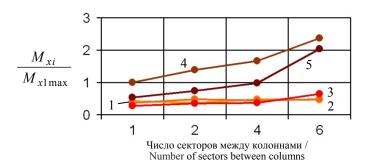
**Figure 16.** Ratio 
$$N_i/N_{1\,\mathrm{max}}$$
 in the meridional ribs of the dome. Joint types:  $1-\mathrm{III3}; 2-\mathrm{III2}; 3-\mathrm{III1}; 4-\mathrm{XI}; 5-\mathrm{X2}$   
Source: made by E.V. Lebed



**Рис. 17.** Отношение  $M_{xi}/M_{x1\,{\rm max}}$  в нижнем кольце. Виды сопряжений:

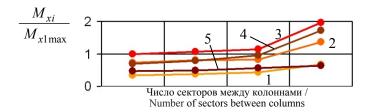
1 — Ш3; 2 — Ш2; 3 — Ш1; 4 — Ж1; 5 — Ж2 И с т о ч н и к: выполнено Е.В. Лебедем

**Figure 17.** Ratio  $M_{xi}/M_{x1\,\text{max}}$  in the lower ring of the dome. Joint types: 1 - III3; 2 - III2; 3 - III1; 4 - Ж1; 5 - Ж2S o u r c e: made by E.V. Lebed



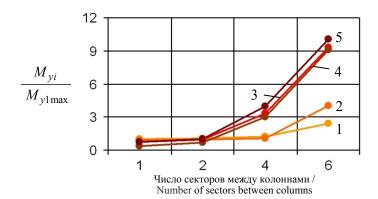
**Рис. 18.** Отношение  $M_{xi}/M_{x1\,\mathrm{max}}$  в колоннах под куполом. Виды сопряжений:

**Figure 18.** Ratio  $M_{xi}/M_{x1\,\rm max}$  in the columns under the dome. Joint types: 1—III3; 2—III2; 3—III1; 4—X1; 5—X2



**Рис. 19.** Отношение  $M_{\chi i}/M_{\chi 1\, \rm max}$  в верхнем кольце. Виды сопряжений: 1-III3; 2-III2; 3-III1; 4-Ж1; 5-Ж2 И с т о ч н и к: выполнено Е.В. Лебедем

**Figure 19.** Ratio  $M_{xi}/M_{x1\,\text{max}}$  in the upper ring of the dome. Joint types:



**Рис. 20.** Отношение  $M_{yi}/M_{y1\,\mathrm{max}}$  в нижнем кольце. Виды сопряжений: 1-Ш3; 2-Ш2; 3-Ш1; 4-Ж1; 5-Ж2 И с т о ч н и к: выполнено Е.В. Лебедем

**Figure 20.** Ratio  $M_{yi}/M_{y1\,\text{max}}$  in the lower ring of the dome. Joint types: 1 - III3; 2 - III2; 3 - III1; 4 - K1; 5 - K2 Source: made by E.V. Lebed

#### 4. Заключение

В результате проведенного исследования можно сделать следующие выводы:

- 1. Разные виды узловых сопряжений элементов ребристо-кольцевого купола друг с другом в сочетании с уменьшением количества поддерживающих его колонн изменяют внутренние усилия в элементах каркаса сооружения. Степень этих изменений неодинакова в разных элементах.
- 2. Наиболее существенные изменения продольных сил N возникают в колоннах независимо от вида узлов и в меридиональных ребрах при шарнирных узлах с разрешенным поворотом в тангенциальном направлении.
- 3. Наиболее существенные изменения изгибающих моментов  $M_x$  и  $M_y$  при увеличении количества секторов между опорами купола происходят в нижнем (опорном) кольце купола. Причем величины моментов  $M_x$  при увеличении расстояния между колоннами в четыре и более секторов возрастают многократно в схемах с шарнирными узлами при максимальном разрешении поворотов, а величины моментов  $M_y$  возрастают в несколько раз в схемах с жесткими узлами при минимальном разрешении поворотов.
- 4. Относительно небольшие изменения изгибающих моментов  $M_x$  в колоннах при увеличении количества секторов между опорами купола происходят при минимальном разрешении поворотов и в верхнем кольце при всех видах узлов, кроме абсолютно жестких. При этом величины моментов в каркасах с расстоянием между колоннами в четыре и более секторов в несколько раз меньше по сравнению с нижним кольцом.
- 5. Для выяснения характера изменения внутренних усилий в промежуточных кольцах купола следует учитывать их работу между ребрами по балочной схеме на косой изгиб от распределенной нагрузки.
- 6. Для куполов с числом ребер, кратно превышающих количество колонн, при всех видах рассмотренных сопряжений узлов сечение опорного кольца следует также кратно увеличивать из-за его работы на изгиб.
- 7. При проектировании предпочтение следует отдавать сопряжениям элементов ребристо-кольцевого купола с минимальным количеством шарниров или без них, а в сопряжении колонн с опорным кольцом, наоборот, шарнирам. Не рекомендуется проектировать купола с редко поставленными колоннами, когда в промежутке между колоннами окажутся более трех ребер.

#### Список литературы

- 1. *Тур В.И.* Купольные конструкции : формообразование, расчет, конструирование, повышение эффективности. Москва : Издательство ACB, 2004. 96 с. ISBN 5-93093-249-2
- 2. *Кривошапко С.Н.* Металлические ребристо-кольцевые и сетчато-стержневые оболочки XIX первой половины XX-го веков // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2014. № 6. С. 4–15. EDN: SYZJFN
- 3. *Кривошапко С.Н.* К вопросу о применении параболических оболочек вращения в строительстве в 2000–2017 годах // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2017. № 4. С. 4–14. https://doi.org/10.22363/1815-5235-2017-4-4-14 EDN: ZHAIXB
- 4. Кузнецов В.В. Металлические конструкции: справочник проектировщика: в 3 томах. Т. 2 : Стальные конструкции зданий и сооружений. Москва : Изд-во АСВ, 1998. 512 с. ISBN: 5-87829-081-2
- 5. Лебедь Е.В., Алукаев А.Ю. Большепролетные металлические купольные покрытия и их возведение // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2018. Т. 14. № 1. С. 4–16. https://doi.org/10.22363/1815-5235-2018-14-1-4-16 EDN: YOJITL
- 6. Лебедь Е.В. Работа металлического каркаса ребристо-кольцевого купола при уменьшении количества поддерживающих его колонн // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2024. Т. 20. № 1. С. 14–26. https://doi.org/10.22363/1815-5235-2024-20-1-14-26 EDN: YPWZQU
- 7. Anuj C. Analysis and design of steel dome using software // International Journal of Research in Engineering and Technology (IJRET). 2014. Vol. 03. Issue 03. P. 35–39. https://doi.org/10.15623/ijret.2014.0303006
- 8. *Chacko P., Dipu V.S., Manju P.M.* Finite Element Analysis of Ribbed Dome // International Journal of Engineering Research and Applications (IJERA). 2014. P. 25–32. ISSN: 2248-9622
- 9. Jasim N.A., Saleh I.S., Faleh S.K. Structural Analysis of Ribbed Domes Using Finite Element Method // International Journal of Civil Engineering Research. 2017. Vol. 8. No. 2. P. 113–130. URL: https://faculty.uobasrah.edu.iq/uploads/publications/1644004697.pdf (accessed: 15.08.2024)
- 10. Anu J.S., Preethi M. Parametric Analysis of Single layer Ribbed dome with Diagonal members // International Research Journal of Engineering and Technology (IRJET). 2017. Vol. 04. Issue 08. P. 870–877.
- 11. Eldhose M., Rajesh A.K., Ramadass S. Finite Element Analysis and Parametric Study of Schwedler Dome Using ABAQUS Software // International Journal of Engineering Trends and Technology (IJETT). 2015. Vol. 28. No. 7. P. 333–338. URL: http://www.ijettjournal.org (accessed: 15.08.2024)
- 12. *Лебедъ Е.В.* Влияние связей на напряженное состояние каркаса ребристо-кольцевого купола // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2022. Т. 18. № 5. С. 417–427. http://doi.org/10.22363/1815-5235-2022-18-5-417-427 EDN: MVUUGT
- 13. *Lebed E.V.* Influence of the size of the upper ring on the stressed state of the ribbed-ring metal dome // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2023. Т. 19. № 5. С. 450–458. http://doi.org/10.22363/1815-5235-2023-19-5-450–458 EDN: DTILTG
- 14. *Jeleniewicz K., Jaworski J., Żółtowski M., Izabela Uziębło I., Stefańska A., Dixit S.* Steel ribbed dome structural performance with different node connections and bracing system // Scientific Reports. 2024. Vol. 14. Article no. 14013. https://doi.org/10.1038/s41598-024-64811-0 EDN: DXKSNY
- 15. Карпиловский В.С., Криксунов Э.З., Маляренко А.А., Перельмутер А.В., Перельмутер М.А. SCAD Office. Вычислительный комплекс SCAD. Москва: Изд-во ACB. 2006. 592 с. ISBN: 5-93093-289-1 EDN: QNMHYR
- 16.  $\Gamma$ ородецкий А.С., Евзеров И.Д. Компьютерные модели конструкций. Киев: Изд-во Факт, 2005. 344 с. URL: https://dwg.ru/dnl/1952 (дата обращения: 15.08.2024)

#### References

- 1. Tur V.I. Dome Structures: Morphogenesis, Analysis, Design, Increase In Effectiveness. Moscow: ASV Publ.; 2004. (In Russ.) ISBN 5-93093-249-2
- 2. Krivoshapko S.N. Metal ribbed-and-circular and lattice shells from the XIXth until the first half of the XXth centurie. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*. 2014;(6):4–15. (In Russ.) EDN: SYZJFN
- 3. Krivoshapko S.N. On application of parabolic shells of revolution in civil engineering in 2000-2017. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*. 2017;(4):4–14. (In Russ.) https://doi.org/10.22363/1815-5235-2017-4-4-14 EDN: ZHAIXB
- 4. Kuznetsov V.V. *Metal Structures*. In 3 vols. Vol. 2. Steel structures of buildings and constructions. Reference book the designer. Moscow: ASV Publ.; 1998. (In Russ.) ISBN: 5-87829-081-2
- 5. Lebed E.V., Alukaev A.U. Large-span metal dome roofs and their construction. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*. 2018;14(1):4–16. (In Russ.) https://doi.org/10.22363/1815-5235-2018-14-1-4-16 EDN: YOJITL

- 6. Lebed E.V. Behavior of metal frame of ribbed-ring dome with decrease in number of supporting columns. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*. 2024;20(1):14–26. (In Russ.) https://doi.org/10.22363/1815-5235-2024-20-1-14-26 EDN: YPWZQU
- 7. Anuj Ch. Analysis and design of steel dome using software. *International Journal of Research in Engineering and Technology (IJRET)*. 2014;03(03):35–39. https://doi.org/10.15623/ijret.2014.0303006
- 8. Chacko P., Dipu V.S., Manju P.M. Finite Element Analysis of Ribbed Dome. *International Journal of Engineering Research and Applications (IJERA)*. 2014;2248-9622:25–32.
- 9. Jasim N.A., Saleh I.S., Faleh S.K. Structural analysis of ribbed domes using finite element method. *International Journal of Civil Engineering Research*. 2017;8(2):113–130. Available from: https://faculty.uobasrah.edu.iq/uploads/publications/1644004697.pdf (accessed: 15.08.2024)
- 10. Anu J.S., Preethi M. Parametric Analysis of Single layer Ribbed dome with Diagonal members. *International Research Journal of Engineering and Technology (IRJET)*. 2017;04(08):870–877.
- 11. Eldhose M., Rajesh A.K., Ramadass S. Finite Element Analysis and Parametric Study of Schwedler Dome Using ABAQUS Software. *International Journal of Engineering Trends and Technology (IJETT)*. 2015;28(7):333–338. Available from: http://www.ijettjournal.org (accessed: 15.08.2024)
- 12. Lebed E.V. The influence of bracing on the stress state of the ribbed-ring dome framework. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*. 2022;18(5):417–427. (In Russ.) http://doi.org/10.22363/1815-5235-2022-18-5-417-427 EDN: MVUUGT
- 13. Lebed E.V. Influence of the size of the upper ring on the stressed state of the ribbed-ring metal dome. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*. 2023;19(5):450–458. http://doi.org/10.22363/1815-5235-2023-19-5-450-458 EDN: DTILTG
- 14. Jeleniewicz K., Jaworski J., Żółtowski M., Izabela Uziębło I., Stefańska A., Dixit S. Steel ribbed dome structural performance with different node connections and bracing system. *Scientific Reports.* 2024;14:14013. https://doi.org/10.1038/s41598-024-64811-0 EDN: DXKSNY
- 15. Karpilovskiy V.S., Kriksunov E.Z., Malyarenko A.A., Perel'muter A.V., Perel'muter M.A. *SCAD Office. Computer system SCAD.* Moscow: ASV Publ.; 2006. (In Russ.) ISBN: 5-93093-289-1 EDN: QNMHYR
- 16. Gorodetskiy A.S., Evzerov I.D. *Computer models of structures*. Kiev: Fakt Publ.; 2005. (In Russ.) Available from: https://dwg.ru/dnl/1952 (accessed: 15.08.2024)