СТРОИТЕЛЬНАЯ МЕХАНИКА ИНЖЕНЕРНЫХ КОНСТРУКЦИЙ И СООРУЖЕНИЙ
STRUCTURAL MECHANICS OF ENGINEERING CONSTRUCTIONS AND BUILDINGS

2024. 20(5). 453–478

ISSN 1815-5235 (Print), 2587-8700 (Online)

HTTP://JOURNALS.RUDN.RU/STRUCTURAL-MECHANICS

DOI: 10.22363/1815-5235-2024-20-5-453-478
УДК 629.5.021.001
EDN: CTCHCB

Научная статья / Research article

Преобразованные расчетные схемы в практике расчета динамики конструкции стационарной морской платформы

В.И. Сутырин[1], Э.Р. Кужахметова[2]✉

[1] Балтийский федеральный университет имени Иммануила Канта, *Калининград, Россия*
[2] Группа компаний КТБ, АО «КТБ «Железобетон», *Москва, Россия*
✉ elja_09@bk.ru

Поступила в редакцию: 16 июня 2024 г.
Принята к публикации: 15 октября 2024 г.

Аннотация. Предпринята попытка изучить характер изменения характеристик напряженно-деформированного состояния (НДС) конструкции стационарной морской платформы под действием сейсмических нагрузок. Сооружение установлено на опорном основании ферменного типа и удерживается в рабочем положении при помощи стальных трубчатых свай, забитых в грунт через опорные колонны (фундамент глубокого заложения). Инструментом исследования являлась комбинированная пространственная 3D конечно-элементная модель «сооружение — свайный фундамент — грунтовое основание». Цель исследования заключалась в отработке методики анализа динамики конструкции стационарной морской платформы как трехмерной механической модели, которая характеризуется большим числом степеней свободы. Эффективность численного анализа системы повышается путем построения преобразованной расчетной схемы (ПРС). Преобразование заключается в переходе к контурным и расчетным (активным) суперузлам, расположенным вдоль оси симметрии фундаментной сваи. Контурные узлы используются для стыковки подструктуры суперузлов подземной части сооружения к подструктуре надземной ее части. Расчетные узлы позволяют учесть колебания свайного фундамента в грунте. Предложена алгебраическая вычислительная процедура, позволяющая сформировать матрицы обобщенных коэффициентов жесткости и массы. Модальный анализ с использованием преобразованной расчетной схемы дает возможность существенного снижения порядка и общего времени расчета системы. Обеспечивается возможность анализа динамических реакций системы прямым методом с использованием акселерограммы реального землетрясения.

Ключевые слова: свая, свайный фундамент, системный анализ, структуризация, суперэлементы, динамика конструкций, вибрация, землетрясение, сейсмика, метод конечных элементов, конечно-элементная модель, сооружение — свайный фундамент — грунтовое основание

Заявление о конфликте интересов. Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

Вклад авторов. Нераздельное соавторство

Для цитирования: *Сутырин В.И., Кужахметова Э.Р.* Преобразованные расчетные схемы в практике расчета динамики конструкции стационарной морской платформы // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2024. Т. 20. № 5. С. 453–478. http://doi.org/10.22363/1815-5235-2024-20-5-453-478

Сутырин Валерий Игоревич, доктор технических наук, профессор ОНК «Институт высоких технологий», Балтийский федеральный университет имени Иммануила Канта, Калининград, Россия; eLIBRARY SPIN-код: 7194-7481, ORCID: 0000-0002-4911-8515; e-mail: vsutyrin@mail.ru

Кужахметова Эльвира Рафаэльевна, инженер, главный специалист КТБ «Железобетон», Москва, Россия; eLIBRARY SPIN-код: 1949-1140, ORCID: 0000-0002-0907-786X; e-mail: elja_09@bk.ru

© Сутырин В.И., Кужахметова Э.Р., 2024
This work is licensed under a Creative Commons Attribution 4.0 International License
https://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/legalcode

Transformed Calculation Models in Practice of Dynamic Analysis of Fixed Offshore Platform Structures

Valerii I. Sutyrin[1], **Elvira R. Kuzhakhmetova**[2]✉

[1] Immanuel Kant Baltic Federal University (IK BFU), *Kaliningrad*, *Russia*
[2] KTB Beton Group, *Moscow, Russia*
✉ elja_09@bk.ru

Received: June 16, 2024
Accepted: October 15, 2024

Abstract. In this study, an attempt is made to study the nature of changes in the characteristics of the stress-strain state (SSS) of a fixed offshore platform structure under the influence of seismic loads. The structure is installed on a truss-type support base and is fixed in operating position by steel tubular piles driven into the soil base through support columns (deep foundation). A combined 3D finite element model "Superstructure — Pile Foundation – Soil Base" was used as the research tool. The purpose of the study was to develop a methodology for analyzing the dynamics of a fixed offshore platform as a 3D mechanical model, the finite element model of which is characterized by a large number of degrees of freedom. The efficiency of the numerical analysis of the system is increased by constructing a transformed calculation model (TCM). The transformation involves the transition to contour and calculation super nodes located along the axis of symmetry of the foundation pile. Contour nodes are used to connect the Substructure of super nodes to the Superstructure. The calculation nodes allow to take into account the vibrations of the pile foundation in the soil base. An algebraic computational procedure is proposed that allows the formation of matrices of generalized stiffness and mass coefficients. Modal analysis using a transformed calculation model (TCM) provides a significant reduction in the order and total computational time of the mechanical system. The possibility of analyzing dynamic reactions by a direct method based on the accelerogram of a real earthquake is provided.

Keywords: pile, pile foundation, system analysis, superelements, dynamics of structures, vibrations, earthquake, seismics, finite element method, Superstructure — Pile Foundation — Soil Base

Conflicts of interest. The authors declare that there is no conflict of interest.

Authors' contribution. Undivided co-authorship.

For citation: Sutyrin V.I., Kuzhakhmetova E.R. Transformed calculation schemes in the practice of calculating the dynamics of the construction of a stationary offshore platform. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings.* 2024;20(5):453–478. (In Russ.) http://doi.org/10.22363/1815-5235-2024-20-5-453-478

1. Введение

Современные программные комплексы CAD (Computer — Aided — Design)/CAE (Computer — Aided — Engineering) класса позволяют инженерам анализировать напряженно-деформированное состояние (НДС) и динамику поведения конструкций разнообразных объектов морской техники, рассматривая их как трехмерные механические модели. Примерами могут служить стационарные морские платформы (далее — СМП), предназначенные для освоения ресурсов морского шельфа. Подобные сооружения опираются на стальные трубчатые сваи (или фундаменты глубокого заложения), забиваемые в грунт через опорные колонны. Сваи, диаметр которых находится, как правило, в интервале от 0,6 до 1,5 м, воспринимают нагрузки от верхнего строения и обеспечивают устойчивость сооружения в штормовых и ледовых условиях. Толщина стенки трубчатых свай находится в пределах 0,012–0,025 м [1].

Valerii I. Sutyrin, Doctor of Technical Sciences, Professor of "Institute of High Technologies", Immanuel Kant Baltic Federal University, Kaliningrad, Russia; eLIBRARY SPIN-code: 7194-7481; ORCID: 0000-0002-4911-8515; e-mail: vsutyrin@mail.ru
Elvira R. Kuzhakhmetova, Engineer, Chief Specialist, KTB Beton Group, Moscow, Russia; eLIBRARY SPIN-code: 1949-1140; ORCID: 0000-0002-0907-786X; e-mail: elja_09@bk.ru

Традиционно при расчетах объектов указанного типа анализу подвергаются их отдельные части. При этом неизбежно возникает проблема, связанная с выбором граничных условий. Системное рассмотрение конструкции решает указанную проблему. Важное его преимущество заключается в комплексном расчетном исследовании объекта в целостности и полноте. Системное рассмотрение обеспечивает ценные для инженерной практики оценки взаимовлияния частей объекта, что особенно важно в условиях существенного различия их свойств и внешних воздействий. Успеху системного рассмотрения способствуют программные средства CAD/CAE, реализующие методы структуризации (подконструкций). Благодаря их применению удается получить высокоинформативные расчетно-графические картины, характеризующие состояние и поведение сложных объектов с учетом многочисленных факторов (конструктивных, технологических, факторов внешней среды и др.).

Расчетные исследования конструируемых объектов морской техники многовариантны. Они все еще остаются весьма затратными как по времени, так и по финансовым средствам. По этой причине для конструктора важны такие компьютерные программы, которые, с одной стороны, повышают эффективность многовариантного инженерного анализа объекта, снижают его трудоемкость, а с другой — обеспечивают полные, целостные и адекватные оценки характеристик его состояния и поведения. Решение указанных проблем может осуществляться различными путями. Первый путь связан с совершенствованием методов CAE, включая базовый метод конечных элементов (МКЭ), а также методы расчета трехмерных механических моделей по частям (методы структуризации). Второй путь заключается в повышении эффективности реализуемых математических вычислительных процедур. Третий путь — это путь рационализации используемых моделей (расчетных схем). По мнению авторов, наилучшие результаты можно получить путем объединения результатов, полученных по трем указанным направлениям.

В [2] авторами представлена методика расчета характеристик НДС конструкции стационарной морской платформы по частям на действие постоянных и эксплуатационных нагрузок. Вместе с тем конструкция, рассчитанная в статической постановке, должна быть подвергнута дополнительной проверке в случае возможного увеличения напряжений и деформаций, вызванных динамическим характером воздействий внешней среды. Одна из наиболее важных нагрузок на сооружение возникает вследствие сейсмических колебаний грунта. Поскольку указанная нагрузка может нанести серьезный ущерб морскому сооружению, необходимо тщательно изучить ее влияние на динамический отклик конструкции, чтобы спроектировать надежные сооружения для сейсмических районов [1].

Цель исследования — отработка методики анализа динамики конструкции СМП как трехмерной механической модели, которая характеризуется большим числом степеней свободы. Для достижения цели поставлены следующие задачи:

1) создание пространственных конечно-элементных моделей с разными граничными условиями: модель № 1 «сооружение — свайный фундамент — грунтовое основание», модель № 2 «сооружение — жесткая заделка»;

2) применение метода структуризации (или анализа по частям) модели № 1 с учетом преобразования подземной части «свайный фундамент — грунтовое основание» для дальнейшего получения новой модели № 3 в виде «сооружение — преобразованная подземная часть (ПРС)»;

3) выполнение сравнительного анализа численных результатов моделей № 1–3 с учетом их времени продолжительного статического и динамического расчета.

2. Модель, материалы и методы

2.1. Пространственная конечно-элементная модель стационарной морской платформы

Пространственная конечно-элементная модель конструкции СМП «сооружение — свайный фундамент — грунтовое основание» (Superstructure — Pile Foundation — Soil Base) объединяет надстройку (поз. 1), опорные трубы (поз. 2), элементы раскосной системы (поз. 3), трубчатый свайный фундамент глубокого заложения с прилегающим грунтом (поз. 4) (рис. 1).

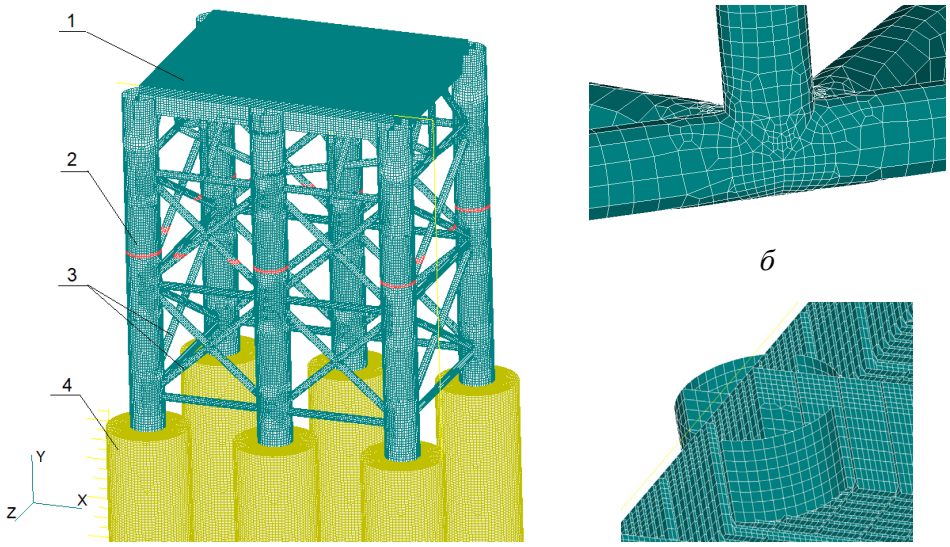


Рис. 1. Пространственная 3D конечно-элементная модель конструкции стационарной платформы как системы «сооружение — свайный фундамент — грунтовое основание»:
а — полная модель; *б* — узел соединения трубчатых элементов раскосной системы;
в – конструктивный узел надстройки: *1* — надстройка; *2* — опорные трубы; *3* — элементы раскосной системы;
4 — грунтовое основание со свайным трубчатым фундаментом (на рисунке не показан)
И с т о ч н и к: выполнено В.И. Сутыриным, Э.Р. Кужахметовой

Figure 1. Spatial 3D finite element model of a fixed platform structure as the “superstructure — pile foundation — soil base” system:
а — complete model; *б* — tubular elements joint in the bracing system; *в* — structural node of the superstructure:
1 — superstructure; *2* — support pipes; *3* — elements of the bracing systems;
4 — soil base with a tubular pile foundation (not shown in the figure)
S o u r c e: made by V.I. Sutyrin, E.R. Kuzhakhmetova

Расчетная модель сформирована с использованием оболочечных конечных элементов типа *Plate* (металлоконструкции надземной части сооружения, включая сваи), а также объемных конечных элементов типа *Solid* (грунтовые массивы). Общее число конечных элементов расчетной модели: 5 272 382; порядок разрешающей системы уравнений: 16 125 672. Фундаментная свая имеет длину 20 м и диаметр 1 м. Диаметр грунтовых массивов модели подобран с таким расчетом, чтобы жесткое защемление его внешних граничных узлов не оказывало существенного влияния на картину НДС конструкции. Постоянные нагрузки от надстройки, временные ветровые нагрузки для надводной части конструкции, а также сейсмические воздействия для ее подземной части приняты из работы [1]. Волновые нагрузки, воздействия течений и льда, нагрузки, возникающие в процессе транспортировки и постановки конструкции на дно, в данном расчете не учитывались.

Пространственная конечно-элементная модель платформы «сооружение — свайный фундамент — грунтовое основание» рассчитана с использованием методов модального анализа и структуризации.

2.2. Материалы

Все металлические элементы стационарной морской платформы выполнены из конструкционной стали с модулем упругости $E_s = 210\,000$ Н/мм^2, коэффициентом Пуассона $\nu_s = 0{,}3$, плотностью $\rho_s = 7850$ кг/м^3, модулем сдвига $G_s = 0{,}79 \cdot 10^5$ Н/мм^2 и коэффициентом линейного расширения $\alpha_s = 0{,}12 \cdot 10^{-4}$ (см. табл. Б.1 СП 16.13330.2017[1]).

[1] СП 16.13330.2017 «Стальные конструкции. Актуализированная редакция СНиП II-23-81*» (с Поправками, с Изменениями № 1–5). М.: Стандартинформ, 2017.

Грунтовое основание считается однородным. Характеристики грунта в первом приближении соответствуют пескам с коэффициентом пористости e = 0,65, нормативным значением удельного сцепления c_n = 4 кПа, углом внутреннего трения φ_n = 30 град. и модулем деформации E = 18 МПа (см. табл. А.1 СП 22.13330.2016[2]).

2.3. Методы расчета

Исходное уравнение, описывающее динамику поведения системы S, можно представить в следующем виде:

$$\left[M^{(S)}\right]\left\{\ddot{q}^{(S)}(t)\right\}+\left[D^{(S)}\right]\left\{\dot{q}^{(S)}(t)\right\}+\left[R^{(S)}\right]\left\{q^{(S)}(t)\right\}=\left\{P^{(S)}(t)\right\}, \quad (1)$$

где $\left[R^{(S)}\right]$, $\left[M^{(S)}\right]$ и $\left[D^{(S)}\right]$ — матрицы коэффициентов жесткости, массы и демпфирования рассматриваемой системы S; $\left\{q^{(S)}(t)\right\}$ и $\left\{P^{(S)}(t)\right\}$ — векторы реакций (узловых перемещений) и внешних нагрузок системы S, зависящие от времени t.

Определение коэффициентов демпфирования является сложной задачей. Факторы диссипации энергии в системе разнообразны. Можно выделить, в частности, гистерезисное демпфирование системы грунтом. В процессе колебаний системы возникает демпфирование, связанное с распространением от нее поверхностных деформационных волн грунтового массива. Характер влияния указанных факторов остается непонятым до конца, что усложняет поиск адекватных расчетных моделей. По этой причине доминирующей в расчетной практике является идея группирования факторов, определяющих диссипацию колебательной энергии системы. При этом считается, что эквивалентное демпфирование является вязким демпфированием. Указанное гипотетическое предположение стало стандартом в современной практике инженерного анализа динамики зданий и сооружений. Согласно ряду зарубежных нормативных документов, оно приводит к существенному упрощению решения дифференциальных уравнений колебаний [3; 4] и в ряде случаев дает приемлемые результаты [5; 6]. В случае пропорционального вязкостного демпфирования, как наиболее простой его формы, матрица $[D]$ описывается следующей формулой:

$$[D]=\alpha[M]+\beta[R], \quad (2)$$

где α и β — действительные константы, определяемые экспериментальными методами [7–9] с использованием специализированных экспериментальных установок[3] [9–12].

Уравнение движения системы, полученное путем преобразования (1) из временной области в область переменных Лапласа p при нулевых начальных условиях, можно представить следующим образом:

$$\left(p^2[M]+p[D]+[R]\right)\{X(p)\}=\{F(p)\}, \quad (3)$$

где $\{F(p)\}$ — вектор внешней нагрузки; $\{X(p)\}$ — вектор отклика (реакции).

Формирование матриц жесткости $[R]$, массы $[M]$ и демпфирования $[D]$ позволяет решать задачу по определению собственных значений в соответствии с уравнением следующего вида [13; 14]:

[2] СП 22.13330.2016. Основания зданий и сооружений. Актуализированная редакция СНиП 2.02.01-83* (с Изменениями № 1–5). М.: Стандартинформ, 2017.

[3] *Александров А.В., Алфутов Н.А., Астанин В.В. и др*. Машиностроение. Энциклопедия / ред. совет: К.В. Фролов (пред.). М.: Машиностроение; Динамика и прочность машин. Теория механизмов и машин. Т. 1–3. В 2 книгах. Кн. 2 / под общ. ред. К.С. Колесникова. М.: Машиностроение, 1995. 624 с.

$$\left(p\begin{bmatrix} [0] & [M] \\ [M] & [D] \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -[M] & [0] \\ [0] & [R] \end{bmatrix} \right) \{Y\} = \{0\}. \tag{4}$$

Собственные значения находятся путем раскрытия определителя следующего вида:

$$\left\| \begin{bmatrix} [0] & [M] \\ [M] & [D] \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -[M] & [0] \\ [0] & [R] \end{bmatrix} \right\| = 0. \tag{5}$$

Решением является ряд собственных значений λ_r в виде комплексно-сопряженных пар вида $\lambda_r \pm i\omega_r$ ($r = 1 — N$, где N — число степеней свободы), содержащих коэффициенты затухания и собственные частоты ω_i. Каждому собственному значению λ_r соответствует вектор формы. Собственные векторы ψ_r находятся путем решения следующего уравнения:

$$\left(\lambda_r^2 [M] + \lambda_r [D] + [R]\right)\{\psi\}_r = \{0\}. \tag{6}$$

В случае с демпфированием, моделирующим рассеяние энергии в конструкциях, общий коэффициент структурного демпфирования D и коэффициент элементного структурного демпфирования D_E, определяемый в свойствах материала, формируют комплексную матрицу жесткости следующего вида [15; 16]:

$$[R_E] = (1 + iD)[R] + i\sum_{j=1}^{N} D_E^j \left[R_E^j \right], \tag{7}$$

где $[R_E]$ — матрица жесткости конечного элемента. Таким образом, в анализе частотного отклика структурный отклик вычисляется на дискретных частотах возбуждения путем решения системы связанных матричных уравнений с использованием комплексной алгебры. Уравнения движения на каждой входной частоте решаются способом, аналогичным решению задачи статики с использованием сложной арифметики.

Присоединенные массы воды смоченной поверхности опорных колонн сооружения вводятся в расчет командой *Fluid Region* программного комплекса FEMAP with NX NASTRAN. При помощи указанной команды производится сегментация объемов несжимаемой жидкости. Они прикрепляются к узлам подводной части и используются для построения матрицы присоединенных масс методом MFLUID [16]. Указанный метод основан на решении уравнений Лапласа методом Гельмгольца. Задача решается путем распределения набора источников по внешней границе объема жидкости. Если предположить, что источник находится в точке r_j, то вектор скорости v_i в любой другой точке r_i можно определить следующим образом:

$$\dot{v}_i = \sum_j \int_{A_j} \frac{\sigma_j e_{ij}}{|r_i - r_j|^2} dA_j, \tag{8}$$

где σ_j — величина объемного расхода жидкости, приходящегося на площадь A_j; e_{ij} — единичный вектор в направлении от точки j к точке i. Интегрирование приводит к формированию матрицы $[\chi]$:

$$\{\dot{v}\} = [\chi] \times \{\sigma\}. \tag{9}$$

Для жидкости с плотностью ρ давление p_i в любой i-точке определяется следующим набором уравнений:

$$p_i = \sum_j \int_{A_j} \frac{\dot{\sigma}_j e_{ij} \rho}{|r_i - r_j|^2} dA_j. \tag{10}$$

Интегрирование по площади преобразует давления в силы:

$$\{F\}=[\Lambda]\times\{\ddot{\sigma}\}. \tag{11}$$

В свою очередь, компоненты вектора сил (11) определяется следующим матрично-векторным равенством:

$$\{F\}=[M]\times\{\ddot{v}\}, \tag{12}$$

где $[M]$ — матрица присоединенных масс жидкости, компоненты которой определяются следующим образом:

$$[M]=[\Lambda]\times[\chi]^{-1}. \tag{13}$$

Экспериментальное подтверждение возможности применения *MFLUID* приведено в работе [17].

Следует отметить, что рассматриваемую механическую систему сооружения *S* можно отнести к классу больших систем. Разрешающие уравнения характеризуются большим порядком матриц жесткости $[R]$, массы $[M]$ и демпфирования $[D]$. По этой причине решение уравнений оказывается весьма трудоемким, особенно в задачах вариантного расчетного конструирования. Повысить эффективность расчетов можно путем формирования сооружения методами структуризации.

2.4. Метод структуризации

Первые публикации по методам расчета конструкций по частям (методам подконструкций, суперэлементов [18; 19]) появились в 60-е гг. прошлого века, приблизительно спустя два десятилетия после выхода первых научных работ по МКЭ [20–23]. Применение методов предусматривает конденсацию (обобщение) жесткостей и нагрузок на общих границах (в соединениях) частей конструкции с последующим построением так называемой целевой подструктуры (ЦП). Расчет системы уравнений равновесия ЦП позволяет определить граничные узловые перемещения, а по ним и НДС всех выделенных частей (подконструкций). Таким образом, в методе подконструкций реализуется системный принцип перехода в расчете «от частного к общему», а затем «от общего к частному». Налицо вычислительная экспансия, направленная на последовательную обработку всех частей системы доступными компьютерными средствами с относительно небольшой производительностью.

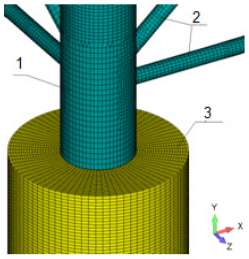
В некотором смысле альтернативным является подход, заключающийся в алгебраическом приведении жесткостей и нагрузок глобальной системы к граничным узлам ее локального фрагмента (редуцировании разрешающей системы уравнений). При этом локализация (переход к границам) фрагмента (части) системы «извне» обеспечивает эффективное последующее его расчетное конструирование с учетом инвариантных (однократно рассчитанных) граничных условий. Соответствующая расчетная подструктура представляет так называемый «внешний суперэлемент» (*External Super element*). Локализация обратного направления (т.е. «изнутри») позволяет учесть граничные условия (жесткостные свойства и нагрузки) фрагмента в многовариантных расчетах сохраненной внешней части, что особенно эффективно при организации коллективной работы над проектом.

Расчет динамики конструкции предусматривает сохранение в расчете отдельных расчетных (активных) узлов исходной расчетной схемы, в которых конденсируются не только жесткости, но и массы глобальной системы [24; 25]. При этом важно, чтобы собственные частоты и формы сформированной подсистемы расчетных узлов и исходной модели по возможности совпадали. В подобном расчетном приеме заключена целесообразная смена парадигмы исследований больших механических моделей по частям. По существу, целевая установка процесса структуризации, направленная на наращивание частями общего порядка решаемой задачи, свойственная классическому методу подконструкций, заменяется здесь на противоположную, состоящую в локализации расчетного анализа, т.е. к переходу к подструктурам по принципу «от общего к частному» и затем, возможно, «от част-

ного к общему». Методы подконструкций и суперэлементов в различных формах нашли широкое применение в расчетах объектов морской техники[4] [26–32]. По мнению авторов статьи, в расчетах динамики платформы предпочтительным является объединение положительных свойств подсистем внешнего суперэлемента (СЭ) и расчетных узлов (РУ). По-видимому, впервые идея подобного объединения для расчета конструкции, находящейся под действием статических нагрузок, была представлена А.И. Сапожниковым[5] в форме метода контурных и расчетных точек. В настоящей статье указанная идея распространяется на случай анализа динамики большой механической системы.

2.5. Преобразованная расчетная схема/Transformed calculation schemes

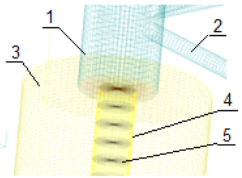
Глобальная механическая система *S* стационарной морской платформы (СМП) состоит из надземной и подземной частей (рис. 2*а*). Обозначим их символами Ω и Φ. Структурируем исходную расчетную схему системы *S* за счет преобразования расчетной схемы подземной части Φ. С этой целью выберем ее расчетные узлы (обозначим их γ) с таким расчетом, чтобы учитываемые формы собственных колебаний исходной и ПРС системы *S* по возможности совпадали. При решении рассматриваемой задачи в качестве *расчетных (активных) узлов* выбираются узлы, расположенные вдоль оси симметрии трубчатой сваи (см. рис. 2*б* и 2*в*).



2а

Рис. 2а. Фрагмент исходной расчетной модели (см. рис. 1) конструктивного узла сопряжения опорной колонны платформы с ее подземной частью Φ: *1* — опорная труба; *2* — элементы раскосной системы; *3* — грунтовый массив (расчетная область ξ) с трубчатой сваей (свая не показана). Источник: выполнено В.И. Сутыриным, Э.Р. Кужахметовой

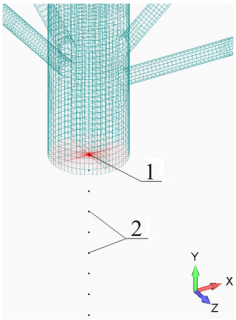
Figure 2a. Fragment of the initial calculation model (see Figure 1) of the structural joint of the platform support column with its substructure (Φ): *1* — support pipe; *2* — elements of the bracing system; *3* — soil body (calculation domain ξ) with tubular pile (pile not shown). Source: made by V.I. Sutyrin, E.R. Kuzhakhmetova



2б

Рис. 2б. Фрагмент исходной расчетной модели (см. рис. 1) того же конструктивного узла радиальными *Rigid*-элементами, образующими ряд *Master*-узлов, расположенных вдоль оси симметрии трубчатой сваи: *1* — опорная колонна; *2* — элементы раскосной системы; *3* — грунтовое основание ξ; *4* — трубчатая фундаментная свая; *5* — веерная система жестких элементов типа *Rigid*. Источник: выполнено В.И. Сутыриным, Э.Р. Кужахметовой

Figure 2б. Fragment of the initial calculation model (see Figure 1) of the same structural joint with radial *Rigid* elements forming a series of *Master* nodes located along the axis of symmetry of the tubular pile: *1* — support column; *2* — bracing system elements; *3* — soil base (ξ); *4* — tubular foundation pile; *5* — fan-shaped system of rigid elements of the *Rigid* type. Source: made by V.I. Sutyrin, E.R. Kuzhakhmetova



2в

Рис. 2в. ПРС фрагмента конструкции морской платформы с активными узлами подземной части Φ: *1* — контурный (стыковочный) узел фундаментной сваи *v*; *2* — расчетные (активные) узлы γ сваи, совпадающие с *Master*-узлами элементов типа *Rigid* исходной модели. Источник: выполнено В.И. Сутыриным, Э.Р. Кужахметовой

Figure 2в. TCM of a fragment of the offshore platform structure with active nodes of the substructure (Φ): *1* — contour node of the foundation pile (*v*); *2* — calculated (active) nodes (γ) of the pile, coinciding with the *Master* nodes of the *Rigid* type elements of the original model. Source: made by V.I. Sutyrin, E.R. Kuzhakhmetova

[4] *Постнов В.А., Дмитриев С.А., Елтышев Б.К., Родионов А.А.* Метод суперэлементов в расчетах инженерных сооружений. Л.: Судостроение, 1979. 287 с.

[5] См.: *Сапожников А.И.* Метод контурных и расчетных точек при расчетах соединений // Строительная механика и расчет сооружений. 1980. № 5. С. 59–61; *Сапожников А.И.* Применение методов контурных и расчетных точек для анализа напряженно-деформированного состояния цилиндрических резервуаров // Известия вузов. Строительство и архитектура. 1988. № 11. С. 29–34.

Возможность формирования обобщенных коэффициентов жесткости и массы расчетных и контурных узлов трубчатой фундаментной сваи обеспечена установкой радиальных (веерных) систем конечных элементов типа *Rigid* (см. рис. 2, *б*) [33]. Выделим также узел, предназначенный для стыковки подземной части сооружения с его надземной частью. Назовем узлы с подобной функциональностью *контурными* (или *граничными, стыковочными*) суперузлами ν. Узлы (узловые перемещения) модели надземной Ω и подземной Φ частей сооружения обозначим символами δ *и* ξ (для подсистем грунта и фундамента соответственно). С учетом принятых обозначений структуры матриц жесткости $[R^{(S)}]$ и массы $[M^{(S)}]$ глобальной системы *S* можно представить в следующем виде:

$$[R^{(S)}]=\begin{bmatrix} R_{\delta\delta}^{(\Omega)} & R_{\delta\nu}^{(\Omega)} & 0 & 0 \\ R_{\nu\delta}^{(\Omega)} & \left(R_{\nu\nu}^{(\Omega)}+R_{\nu\nu}^{(\Phi)}\right) & R_{\nu\gamma}^{(\Phi)} & 0 \\ 0 & R_{\gamma\nu}^{(\Phi)} & R_{\gamma\gamma}^{(\Phi)} & R_{\gamma\xi}^{(\Phi)} \\ 0 & 0 & R_{\xi\gamma}^{(\Phi)} & R_{\xi\xi}^{(\Phi)} \end{bmatrix}; \tag{14}$$

$$[M^{(S)}]=\begin{bmatrix} M_{\delta\delta}^{(\Omega)} & M_{\delta\nu}^{(\Omega)} & 0 & 0 \\ M_{\nu\delta}^{(\Omega)} & (M_{\nu\nu}^{(\Omega)}+M_{\nu\nu}^{(\Phi)}) & M_{\nu\gamma}^{(\Phi)} & 0 \\ 0 & M_{\gamma\nu}^{(\Phi)} & M_{\gamma\gamma}^{(\Phi)} & M_{\gamma\xi}^{(\Phi)} \\ 0 & 0 & M_{\xi\gamma}^{(\Phi)} & M_{\xi\xi}^{(\Phi)} \end{bmatrix}. \tag{14a}$$

Остановимся на алгоритме конденсации нагрузок, жесткостей и масс в суперузлах системы. ПРС сооружения показана на рис. 2, *в*. При выводе матрично-векторных равенств будем считать сваи одинаковыми, что позволяет опустить индекс номера сваи.

В операциях с конечно-элементной моделью выделим в составе вектора узловых перемещений подземной части Φ подвекторы сохраняемых *g* и исключаемых *n* степеней свободы (узловых перемещений): $\{q^{(\Phi)}\}=\{q_g, q_n\}^T$. В качестве сохраняемых *g* перемещений рассмотрим перемещения одного контурного (ν, поз. 1) и ряда расчетных (γ, поз. 2) узлов модели подземной части сооружения Φ. В указанном случае ее матрицы коэффициентов жесткости $[R^{(\Phi)}]$ и массы $[M^{(\Phi)}]$ подземной части приобретают блочный вид:

$$\left[R^{(\Phi)}\right]=\begin{bmatrix} R_{gg}^{(\Phi)} & R_{gn}^{(\Phi)} \\ R_{ng}^{(\Phi)} & R_{nn}^{(\Phi)} \end{bmatrix}; \tag{15}$$

$$\left[M^{(\Phi)}\right]=\begin{bmatrix} M_{gg}^{(\Phi)} & M_{gn}^{(\Phi)} \\ M_{ng}^{(\Phi)} & M_{nn}^{(\Phi)} \end{bmatrix}, \tag{15a}$$

где $\left[R_{gg}^{(\Phi)}\right]=\begin{bmatrix} R_{\nu\nu}^{(\Phi)} & 0 \\ 0 & R_{\gamma\gamma}^{(\Phi)} \end{bmatrix}$ и $\left[M_{gg}^{(\Phi)}\right]=\begin{bmatrix} M_{\nu\nu}^{(\Phi)} & 0 \\ 0 & M_{\gamma\gamma}^{(\Phi)} \end{bmatrix}$; (16)

$$\left[R_{gn}^{(\Phi)}\right]=\begin{bmatrix} R_{\nu\xi}^{(\Phi)} \\ R_{\gamma\xi}^{(\Phi)} \end{bmatrix}; \left[M_{gn}^{(\Phi)}\right]=\begin{bmatrix} M_{\nu\xi}^{(\Phi)} \\ M_{\gamma\xi}^{(\Phi)} \end{bmatrix}; \left[R_{nn}^{(\Phi)}\right]=\left[R_{\xi\xi}^{(\Phi)}\right]; \left[M_{nn}^{(\Phi)}\right]=\left[M_{\xi\xi}^{(\Phi)}\right]; \tag{17}$$

$\left[R_{nn}^{(\Phi)}\right]$, $\left[R_{gg}^{(\Phi)}\right]$ — блок-матрицы коэффициентов жесткости исключаемых *n* и сохраняемых *g* степеней свободы подсистемы подземной части **Ф**; $\left[R_{gn}^{(\Phi)}\right]=\left[R_{ng}^{(\Phi)}\right]^T$ — блок-матрицы взаимного влияния. При ненагруженных исключаемых *n* перемещениях области **Ф** получаем:

$$\left[R_{ng}^{(\Phi)}\right]\times\left\{q_g^{(\Phi)}\right\}+\left[R_{nn}^{(\Phi)}\right]\times\left\{q_n^{(\Phi)}\right\}=\{0\}; \tag{18}$$

$$\left\{q_n^{(\Phi)}\right\}= -\left[R_{nn}^{(\Phi)}\right]^{-1}\times\left[R_{ng}^{(\Phi)}\right]\times\left\{q_g^{(\Phi)}\right\}. \tag{19}$$

Обозначая $[L]=-\left[R_{nn}^{(\Phi)}\right]^{-1}\left[R_{ng}^{(\Phi)}\right]$, получим $\left\{q^{(\Phi)}\right\}=[EL]^T\left\{q_g^{(\Phi)}\right\}$, (20)

где *E* — единичная матрица порядка *g*.

Для приведения к контурным и расчетным узлам жесткостей и масс области Ф можно воспользоваться известными матричными равенствами [24; 25]:

$$\left[R_{gg}^{(*)}\right]=\left[\frac{E}{L}\right]^T\times\left[R^{(\Phi)}\right]\times\left[\frac{E}{L}\right], \tag{21}$$

$$\left[M_{gg}^{(*)}\right]=\left[\frac{E}{L}\right]^T\times\left[M^{(\Phi)}\right]\times\left[\frac{E}{L}\right]. \tag{22}$$

Компоненты матриц приведенных коэффициентов, входящих в (21) и (22), зависят от компонент исходных матриц жесткости и массы подсистемы подземной части **Ф**. Указанные матрицы имеют большой порядок, в основном в связи с учетом грунтового массива, что усложняет программную реализацию вычислений. Определим алгебраический аналог матричного равенства (22). Для этого матрицу масс $\left[M^{(\Phi)}\right]$, входящую в (22), представим в четырехблочном виде (15). Первоначально предположим, что матрица масс $\left[M^{(\Phi)}\right]$ подземной части имеет диагональную структуру. Тогда перемножая блок-матрицы согласно (22) получим

$$\left[M_{gg}^{(*)}\right]=\left[M_{gg}^{(\Phi)}\right]+\left[R_{gn}^{(\Phi)}\right]\times\left[R_{nn}^{(\Phi)}\right]^{-1}\times\left[M_{nn}^{(\Phi)}\right]\times\left[R_{nn}^{(\Phi)}\right]^{-1}\times\left[R_{ng}^{(\Phi)}\right]. \tag{23}$$

Подставляя в (23) $[M_{nn}]=\left[M_{nn}^{(\Phi)}\right]^{1/2}\times\left[M_{nn}^{(\Phi)}\right]^{1/2}$ и выполняя матричные преобразования, получаем равенство для определения обобщенных масс в следующем виде:

$$\left[M_{gg}^{(*)}\right]=\left[M_{gg}^{(\Phi)}\right]+[G]\times[G]^T, \tag{24}$$

где $[G]=-[L]^T\times\left[M_{nn}^{(\Phi)}\right]^{1/2}$. (25)

Следует отметить, что алгоритм формирования [*G*] в (24) аналогичен алгоритму приведения нагрузок в блочном методе Гаусса при замене вектора исключаемых нагрузок матрицей $\left[M_{nn}^{(\Phi)}\right]^{1/2}$.

В общем случае, когда используется ленточная симметричная матрица масс, получаем следующий результат:

$$\left[M_{gg}^{(*)}\right]=\left[M_{gg}^{(\Phi)}\right]+\left[R_{gn}^{(\Phi)}\right]\left[R_{nn}^{(\Phi)}\right]^{-1}\left[M_{nn}^{(\Phi)}\right]\left[R_{nn}^{(\Phi)}\right]^{-1}\left[R_{ng}^{(\Phi)}\right]-\left[M_{gn}^{(\Phi)}\right]\left[R_{nn}^{(\Phi)}\right]^{-1}\left[R_{ng}^{(\Phi)}\right]-$$

$$-\left[R_{gn}^{(\Phi)}\right]\left[R_{nn}^{(\Phi)}\right]^{-1}\left[M_{ng}^{(\Phi)}\right]=\left[M_{gg}^{(\Phi)}\right]+[Q]+[Q]^{T}+[G]\times[G]^{T}, \tag{26}$$

где

$$[Q]=[L]^{T}\times\left[M_{ng}^{(\Phi)}\right]. \tag{27}$$

Промежуточная блок-матрица $[Q]$ также формируется блочным методом Гаусса. Причем при построчном исключении степеней свободы в редуцируемой системе матрица $[G]$ становится коэффициентом и возведения матрицы в дробную степень (см. 25) не требуется. Таким образом, конденсация жесткостей, масс и нагрузок подсистемы в контурных и расчетных узлах может выполняться унифицированным программным модулем, который многократно использует промежуточные результаты, объединяет и распараллеливает вычислительные процессы.

В целях редуцирования подсистемы грунта и перехода к контурным ν и расчетным γ узлам трубчатой сваи рациональна осесимметричная вихревая (спиралеобразная) фронтальная вычислительная процедура, названная В.И. Сутыриным[6] *фронтальной конденсацией.* Благодаря фронтальному методу расчета формирование матриц $[G]$ и $[Q]$ для всей подсистемы подземной части не производится. Указанные матрицы формируются для малых по размеру смежных (по отношению к обрабатываемому узлу) фрагментов расчетной модели сваи и грунта. При этом в основной памяти компьютера удерживаются лишь относительно небольшие рабочие массивы коэффициентов жесткости, массы и нагрузки скользящего фронта, размеры которых не зависят от размеров исходной подсистемы. По этой причине вычислительный процесс организуется в основной памяти компьютера, что существенно сокращает полное расчетное время.

Структурируем матрицы, полученные в результате выполнения операций (24) и (26):

$$[R_{gg}^{(*)}]=\begin{bmatrix}R_{\nu\nu}^{(*)} & R_{\nu\gamma}^{(*)}\\ R_{\gamma\nu}^{(*)} & R_{\gamma\gamma}^{(*)}\end{bmatrix},[M_{gg}^{(*)}]=\begin{bmatrix}M_{\nu\nu}^{(*)} & M_{\nu\gamma}^{(*)}\\ M_{\gamma\nu}^{(*)} & M_{\gamma\gamma}^{(*)}\end{bmatrix}. \tag{28}$$

Тогда уравнение колебаний системы (1) приобретает следующий вид:

$$\left[M^{(*)}\right]\times\{\ddot{q}(t)\}+\left[D^{(*)}\right]\times\{\dot{q}(t)\}+\left[R^{*}\right]\times\{q(t)\}=\left\{P^{*}(t)\right\}, \tag{29}$$

где

$$\left[R^{(*)}\right]=\begin{bmatrix}R_{\delta\delta}^{(\Omega)} & R_{\delta\nu}^{(\Omega)} & 0\\ R_{\nu\delta}^{(\Omega)} & \left(R_{\nu\nu}^{(\Omega)}+R_{\nu\nu}^{(*)}\right) & R_{\nu\gamma}^{(*)}\\ 0 & R_{\gamma\nu}^{(*)} & R_{\gamma\gamma}^{(*)}\end{bmatrix},\ \left[M^{(*)}\right]=\begin{bmatrix}M_{\delta\delta}^{(\Omega)} & M_{\delta\nu}^{(\Omega)} & 0\\ M_{\nu\delta}^{(\Omega)} & \left(M_{\nu\nu}^{(\Omega)}+M_{\nu\nu}^{(*)}\right) & M_{\nu\gamma}^{(*)}\\ 0 & M_{\gamma\nu}^{(*)} & M_{\gamma\gamma}^{(*)}\end{bmatrix}. \tag{30}$$

[6] См.: *Сутырин В.И.* Экономичные методы решения конечно-элементных систем, моделирующих сложные конструкции // Известия вузов. Машиностроение. 2000. № 5–6. С. 47–51; *Сутырин В.И.* Возможности повышения эффективности метода конечных элементов при проектировании корпусных конструкций // Судостроение. 2003. № 6. С. 9–13; *Сутырин В.И.* Концепция подсистемы инженерного анализа САПР судового корпуса // Судостроение. 2005. № 3. С. 50–54.

Расчетная схема надземной (металлической) части сооружения Ω сохранена в (30) в исходном виде, поскольку порядок ее матриц коэффициентов жесткости и массы оказывается намного меньше порядка аналогичных матриц подземной части **Ф**.

На рис. 3 показана расчетная схема подсистемы фундамента, в которой трубчатая свая, изначально представленная оболочечными КЭ типа *Plate*, заменена на стержневую сваю *Bar* при сохранении верной *Rigid*-подсистемы. Приведение жесткостей и масс грунта к ее контурным ν и расчетным γ узлам и последующее вычеркивание диагональных коэффициентов позволяют сформировать стержневую ПРС подземной части **Ф** в виде балки на дискретном упругом основании (рис. 4). Расчетные узлы свай ПРС опираются на пружины с демпферами (элементы типа *Spring*), моделирующие слоистую структуру грунта. Можно привести примеры расчетных схем морских сооружений, взаимодействующих с грунтом, в которых применены аналогичные упругие пружины [34]. Многочисленные исследования показали, что жесткость и диссипация энергии, возникающие вследствие демпфирования в подсистеме «фундамент (в том числе свайного типа) — грунт», могут быть смоделированы пружинами с вязкими демпферами с частотно-зависимыми свойствами [34–36]. В рассматриваемом расчете зависимость коэффициента демпфирования грунта от частоты колебаний была определения экспериментально [7–12]. Стержневая модель сваи с элементами типа *Spring* позволяет вовлечь конструкцию в сейсмические колебания «через грунт», что соответствует характеру реального процесса. Возникающие вследствие существенного сокращения порядка системы разрешающих уравнений резервы вычислительной мощности компьютера могут использоваться при выполнении расчета вибрации механической системы прямым методом на основе акселерограммы реального землетрясения.

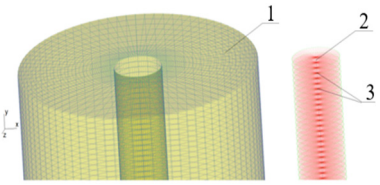


Рис. 3. Модель Б. Свая в виде стержня (модель «ершик»): *1* — грунтовое основание в виде объемных элементов типа *Solid*; *2* — веерный элемент типа *Rigid*; *3* — свая в виде стержня типа *Bar*. Источник: выполнено В.И. Сутыриным, Э.Р. Кужахметовой

Figure 3. Model B. Pile in the form of a Bar: *1* — soil base (*Solid* type finite elements); *2* — fan-shaped *Rigid* finite element; *3* — pile foundation (*Bar* type). Source: made by V.I. Sutyrin, E.R. Kuzhakhmetova

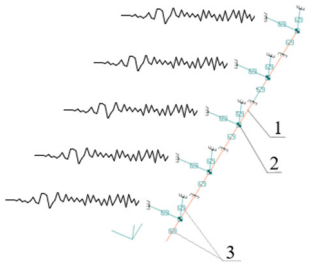


Рис. 4. ПРС подземной части: *1* — стержневая свая (Bar); *2* — расчетный (активный) узел (γ) ПРС; *3* — пружины типа *Spring* с демпферами, моделирующие влияние грунтового массива. Источник: выполнено В.И. Сутыриным, Э.Р. Кужахметовой

Figure 4. Transformed calculation model (TCM) of the Substructure: *1* — pile foundation (*Bar* type); *2* — calculated (active) TCM node (γ); *3* — *Spring* type springs with dampers, simulating the effect of soil base. Source: made by V.I. Sutyrin, E.R. Kuzhakhmetova

3. Результаты исследования

Собственные частоты и формы колебаний системы были определены методом Ланцоша (*Lanczos*) (из состава программного комплекса *Femap with NX Nastran*) [37]. В табл. 1 и на рис. 5 приведены и сопоставлены низшие собственные частоты колебаний трех моделей: модели № 1 «Сооружение — свайный фундамент — грунтовое основание»; модели № 2 «Сооружение — жесткая заделка», т.е. модели надземной части Ω сооружения, имеющей жесткую заделку колонн на обрезе фундамента; модели № 3 «Сооружение — ПРС» со стержневой сваей типа *Bar*. В ПРС конструкции рассматриваемого сооружения было назначено по 40 активных узлов для каждой из 6 свай, благодаря чему порядок исходных матриц разрешающей системы уравнений (1) сократился с 16 125 672 до 1 384 940. Можно заметить, что собственные частоты моделей № 1 и 3 совпадают (разница в значениях не пре-

вышает 5 %). Однако расчетное время модального анализа собственных колебаний модели № 3 при определении 20 мод конструкции оказалось на порядок меньше.

Ввод жесткой заделки надземной части системы снизу приводит к существенному смещению спектра собственных частот в сторону увеличения, что подтверждает результаты, полученные ранее [38–41].

Таблица 1 / Table 1

Резонансные частоты моделей / Resonant frequencies of the models

Номер моды (тона) / Mode number	Частота f_i, Гц / Frequency f_i, Hz		
	Модель № 1 «Сооружение — свайный фундамент — грунтовое основание» / Model No. 1 “Superstructure — Pile foundation — Soil base”	**Модель № 2 «Сооружение — жесткая заделка» / Model No. 2 ‘Superstructure — Fixed-end”**	**Модель № 3 «Сооружение — ПРС» / Model No. 3 “Superstructure — Substructure TCM”**
1	$f_1 = 3{,}063645$	$f_1 = 5{,}843286$	$f_1 = 3{,}035926$
2	$f_2 = 3{,}360847$	$f_2 = 6{,}206478$	$f_2 = 3{,}318349$
3	$f_3 = 5{,}212157$	$f_3 = 8{,}705053$	$f_3 = 5{,}139634$
4	$f_4 = 8{,}01024$	$f_4 = 9{,}494862$	$f_4 = 7{,}670131$
5	$f_5 = 8{,}70253$	$f_5 = 9{,}565144$	$f_5 = 8{,}45277$
6	$f_6 = 8{,}996588$	$f_6 = 9{,}765415$	$f_6 = 8{,}751327$
7	$f_7 = 9{,}085089$	$f_7 = 9{,}769719$	$f_7 = 8{,}83082$
8	$f_8 = 9{,}70023$	$f_8 = 12{,}45241$	$f_8 = 9{,}59553$
9	$f_9 = 9{,}726382$	$f_9 = 12{,}45247$	$f_9 = 9{,}652959$
10	$f_{10} = 9{,}84841$	$f_{10} = 12{,}53997$	$f_{10} = 9{,}721746$

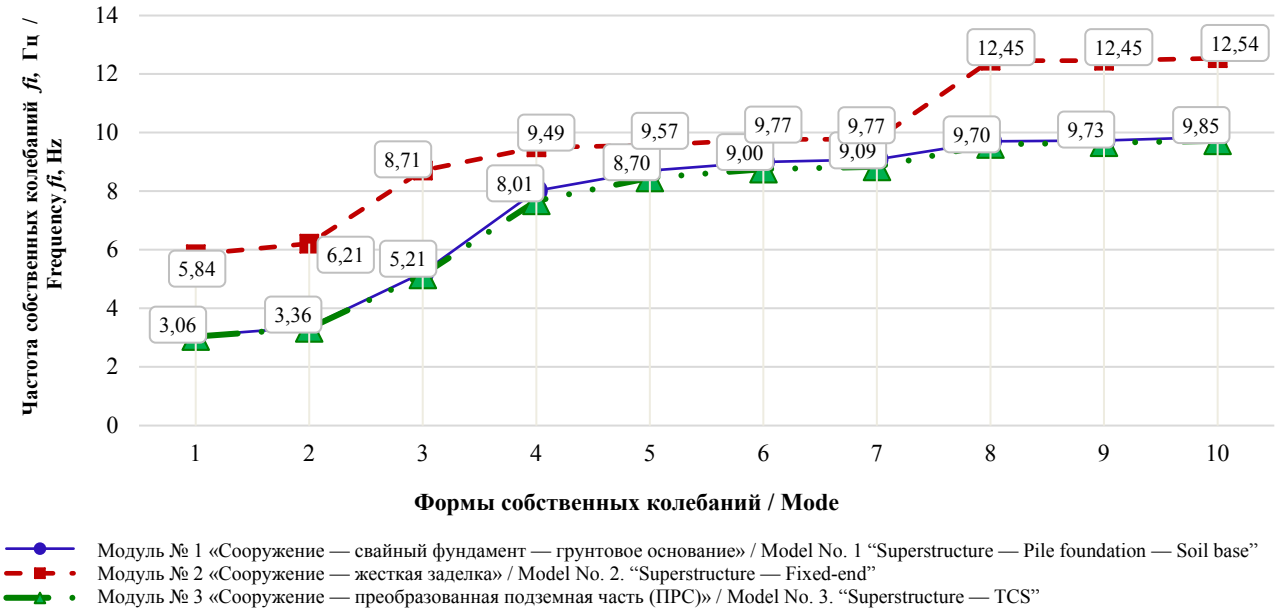


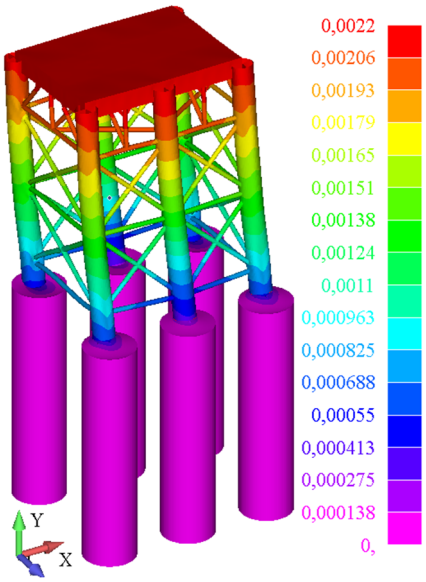
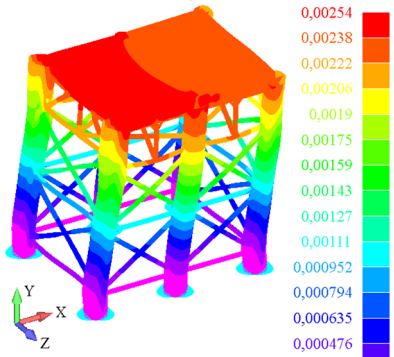
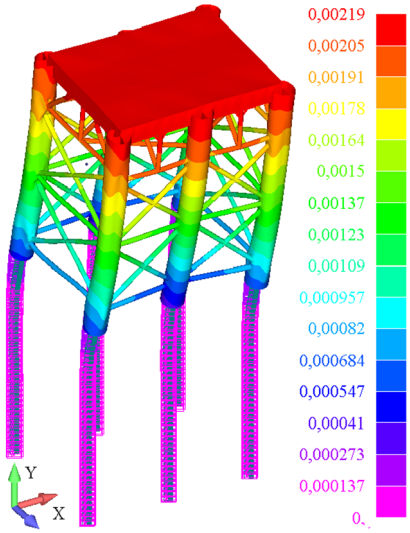
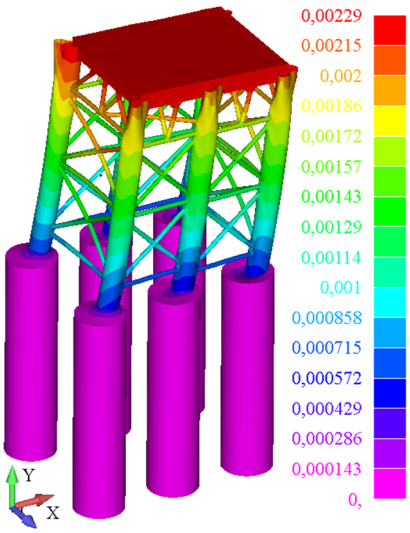
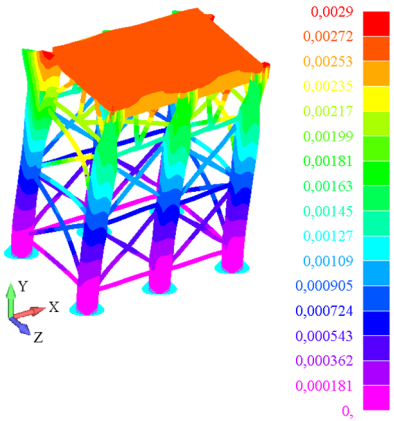
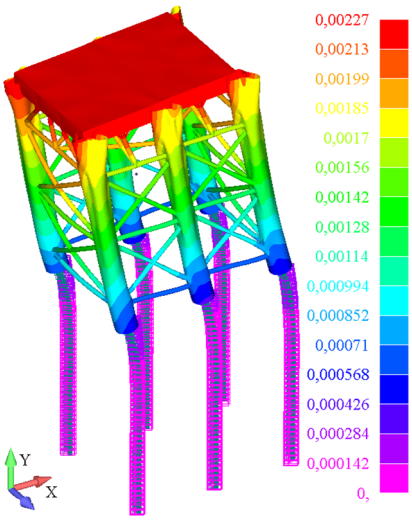
Рис. 5. Спектр низших частот собственных колебаний моделей
Источник: выполнено В.И. Сутыриным, Э.Р. Кужахметовой

Figure 5. Spectrum of low frequencies of natural vibrations of models
Source: made by V.I. Sutyrin, E.R. Kuzhakhmetova

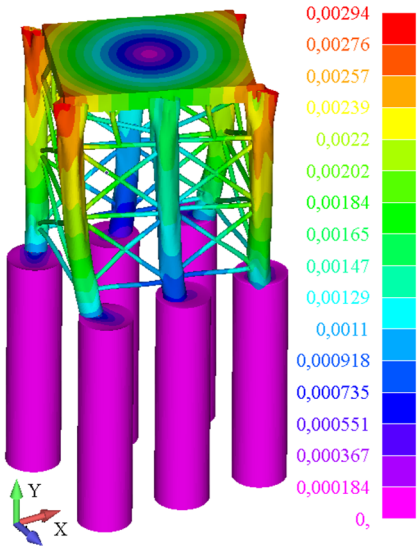
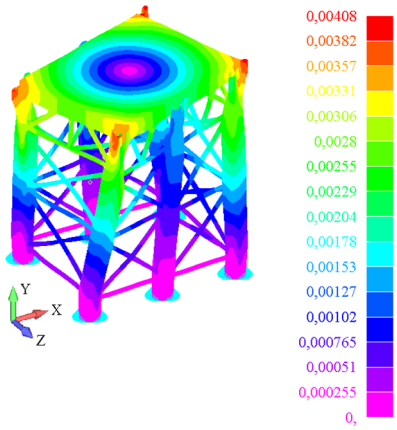
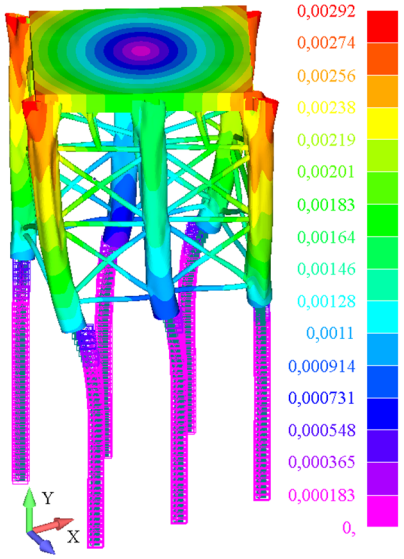
Вывод об ошибочности моделирования конструкции сооружения с априори заданными граничными условиями подтверждается табл. 2, где приводятся характерные формы собственных колебаний, полученные с применением расчетных моделей № 1–3.

Таблица 2 / Table 2

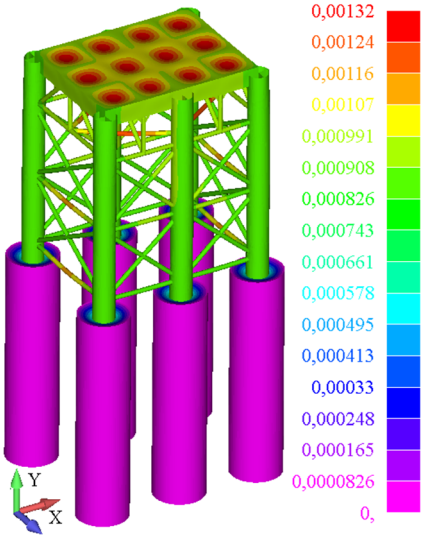
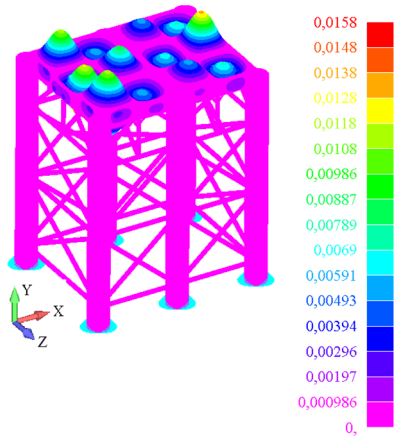
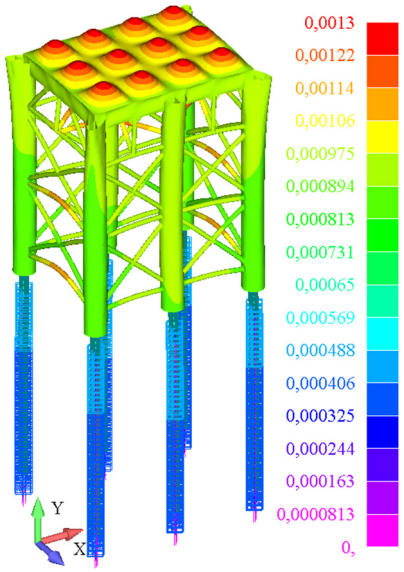
Результаты модального анализа моделей / The results of the modal analysis of models

Модель № 1 / Model No. 1	**Модель № 2 / Model No. 2**	**Модель № 3 / Model No. 3**
Поперечные колебания / Transverse vibrations		
Mode 1 – f_1 = 3,063645 Гц / Hz	Mode 1 – f_1 = 5,843286 Гц / Hz	Mode 1 – f_1 = 3,035926 Гц / Hz
		
Mode 2 – f2=3,360847 Гц / Hz	Mode 2 – f2=6,06478 Гц / Hz	Mode 2 – f2 = 3,318349 Гц / Hz
		

Окончание табл. 2 / Ending of the Table 2

Mode 2 – f2=3,360847 Гц / Hz	Mode 2 – f2=6,06478 Гц / Hz	Mode 2 – f2 = 3,318349 Гц / Hz
		

Вертикальные колебания / Vertical vibrations

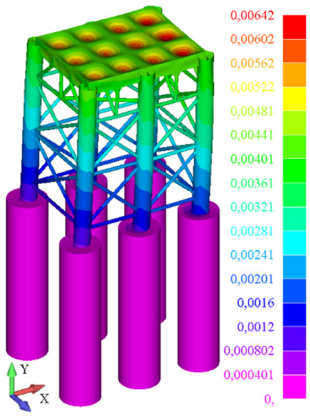
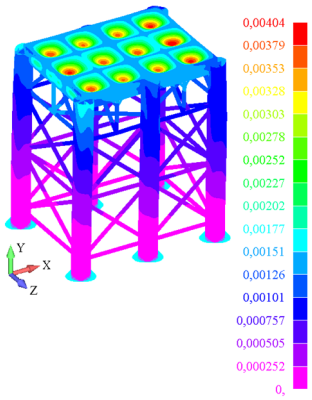
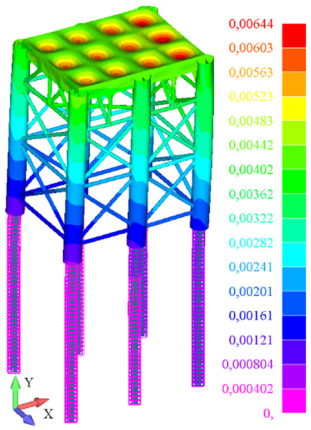
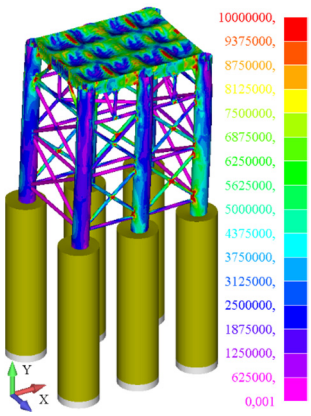
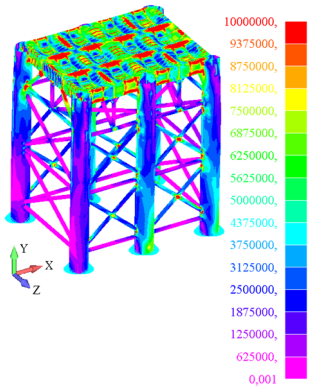
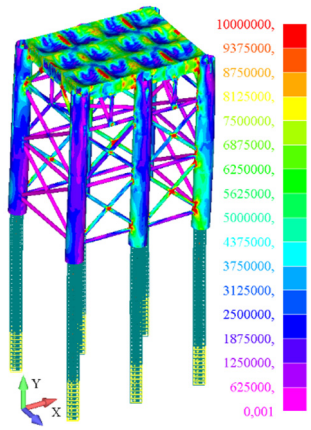
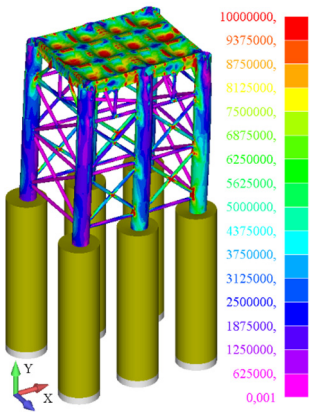
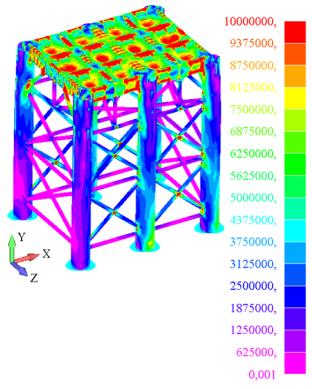
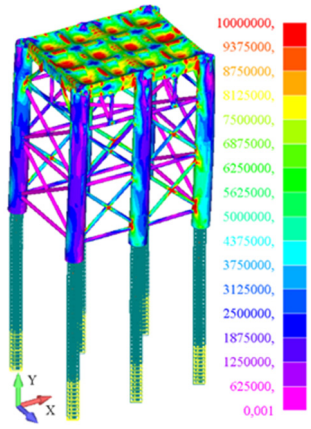
Mode 4 – f4 = 8,01024 Гц / Hz	Mode 4 – f4 = 8,01024 Гц / Hz	Mode 4 – f4 = 8,01024 Гц / Hz
		

И с т о ч н и к : выполнено В.И. Сутыриным, Э.Р. Кужахметовой
S o u r c e: made by V.I. Sutyrin, E.R. Kuzhakhmetova

Ввод жесткой заделки, моделирующей влияние подземной (Φ) части сооружения на его надземную часть (Ω), существенно искажает реакцию последней на действие статических нагрузок, что подтверждается результатами из табл. 3.

Таблица 3 / Table 3

Результаты анализа НДС моделей при действии статических нагрузок /
The results of the static analysis of models

Модель № 1 / Model No. 1	Модель № 2 / Model No. 2	Модель № 3 / Model No. 3
Максимальные перемещения Δ_i, м / Total Translation Δ_i, m:		
$\Delta_1 = 0{,}00642$	$\Delta_2 = 0{,}004039$	$\Delta_3 = 0{,}00644$
		
Мозаика эквивалентных напряжений в верхних волокнах пластины σ_i, Н/м^2 / Plate Bottom VonMises Stress σ_i, N/m^2:		
		
Мозаика эквивалентных напряжений в нижних волокнах пластины σ_i, Н/м^2 / Plate Bot VonMises Stress σ_i, N/m^2:		
		

И с т о ч н и к: выполнено В.И. Сутыриным, Э.Р. Кужахметовой
S o u r c e: made by V.I. Sutyrin, E.R. Kuzhakhmetova

На рис. 6–8 приводятся графики зависимостей эффективной суммарной массы от формы (моды) собственных колебаний. Следует отметить, что реакции по направлениям T1, T2 и T3, полученные при анализе моделей № 1 «Сооружение — свайный фундамент — грунтовое основание» и № 3 «Сооружение — ПРС», практически совпали. Наиболее «опасной» является мода 4 — перемещение по вертикали (по оси *У*), см. рис. 7 и 9. В то же время как для модели № 2 «Сооружение — жесткая заделка» опасными являются моды 1 (T3, *Z*) и 2 (T1, *X*) при горизонтальных отклонениях по осям *Z* и *X*.

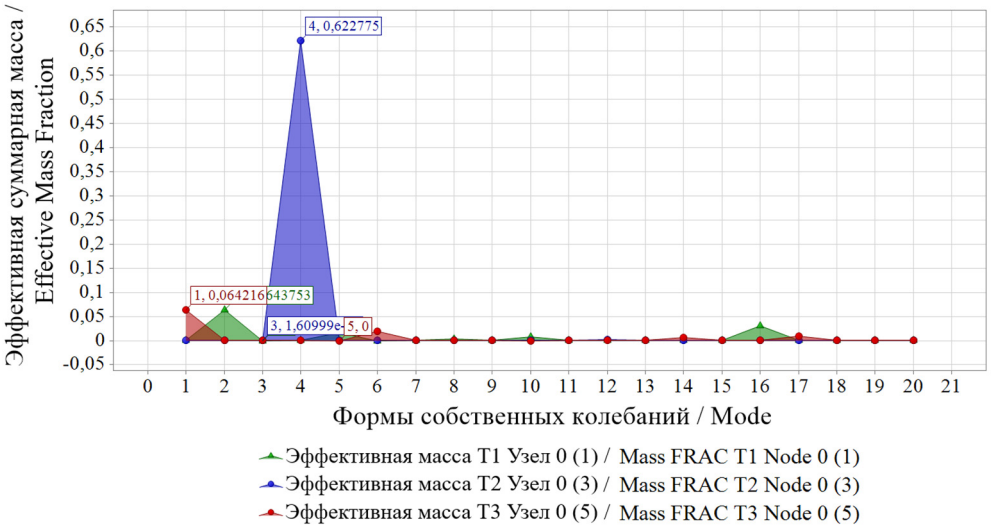


Рис. 6. Модель № 1 «Сооружение — свайный фундамент — грунтовое основание». График зависимости эффективной суммарной массы от формы собственных колебаний в направлениях T1 (*X*), T2 (*У*), T3 (*Z*)
И с т о ч н и к: выполнено В.И. Сутыриным, Э.Р. Кужахметовой

Figure 6. Model No. 1 “Superstructure — Pile foundation — Soil base.” Relationship between the effective total mass and the shape of natural vibrations in directions T1 (*X*), T2 (*Y*), T3 (*Z*)
S o u r c e: made by V.I. Sutyrin, E.R. Kuzhakhmetova

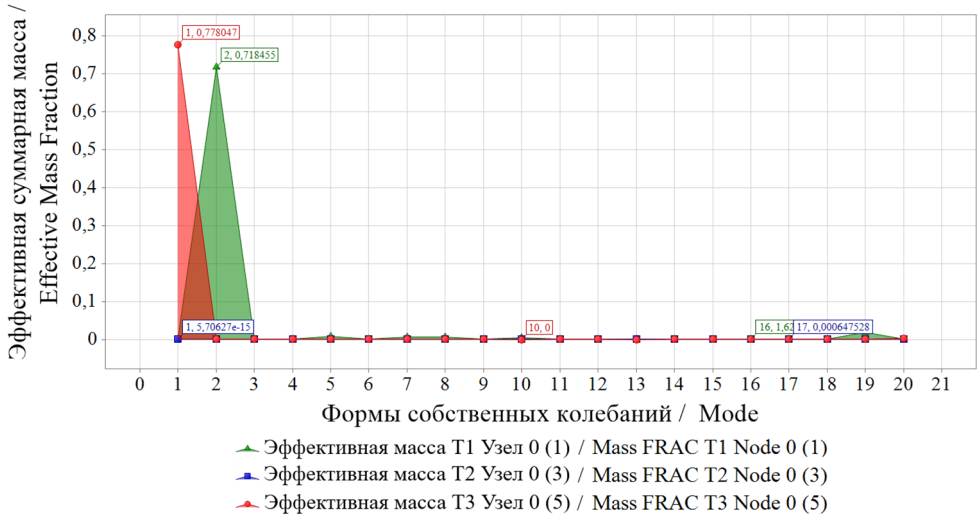


Рис. 7. Модель № 2 «Сооружение — жесткая заделка». График зависимости эффективной суммарной массы от формы собственных колебаний в направлениях T1 (X), T2 (У), T3 (Z)
И с т о ч н и к: выполнено В.И. Сутыриным, Э.Р. Кужахметовой

Figure 7. Model No. 2 “Superstructure — Fixed-end”. Relationship between the effective total mass and the shape of natural vibrations in directions T1 (X), T2 (Y), T3 (Z)
S o u r c e: made by V.I. Sutyrin, E.R. Kuzhakhmetova

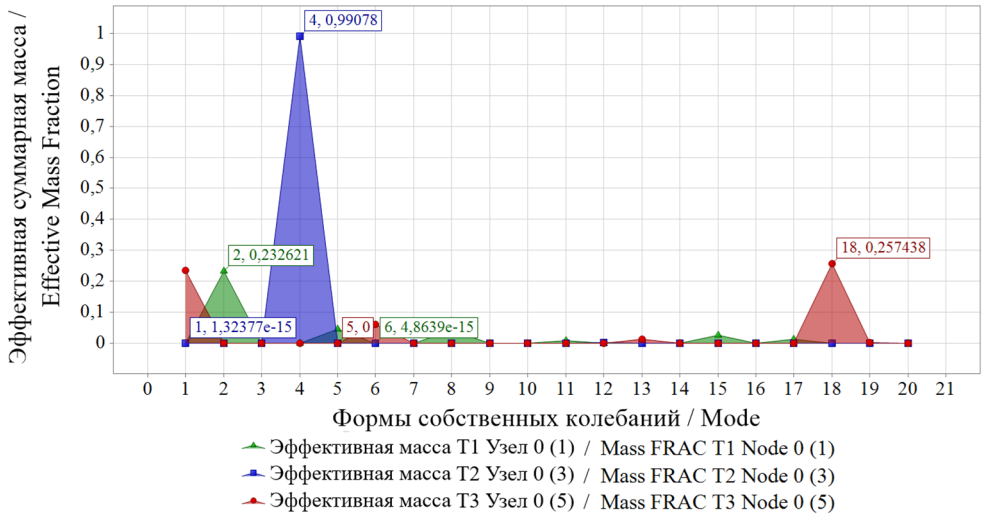


Рис. 8. Модель № 3 «Сооружение — ПРС».
График зависимости эффективной суммарной массы от формы собственных колебаний в направлениях: T1 (*X*), T2 (*Y*), T3 (*Z*)
И с т о ч н и к: выполнено В.И. Сутыриным, Э.Р. Кужахметовой

Figure 8. Model No. 2 “Superstructure — TCM.” Relationship between the effective total mass and the shape of natural vibrations in directions T1 *(X)*, T2 (*Y*), T3 (*Z)*
S o u r c e: made by V.I. Sutyrin, E.R. Kuzhakhmetova

Таким образом, вводя жесткую заделку надземной части сооружения снизу (модель № 2), мы получаем иную колебательную систему, существенно отличную от исходной модели № 1 сооружения.

В табл. 4 сопоставлены модальные формы собственных колебаний моделей стальной трубчатой фундаментной сваи, сформированных оболочками типа *Plate* (модель А) и стержнями типа *Bar* (модель Б). Низшие частоты и формы колебаний практически совпадают, что свидетельствует об идентичности распределения жесткостей и масс в сопоставляемых моделях свай. Вместе с тем эффективность расчетов системы со стержневой моделью сваи оказывается существенно выше.

Таблица 4 / Table 4

**Результаты модального анализа свайного фундамента /
The results of the modal analysis of the pile foundation**

Номер моды / Mode number	Модель А. Свая в виде пластины, Гц / Model A. Pile in the form of a Plate, Hz	Модель Б. Свая в виде стержня, Гц / Model B. Pile in the form of a Bar, Hz
1	f_1 = 8,274225	f_1 = 8,274271
2	f_2 = 12,45766	f_2 = 12,45815
3	f_3 = 12,45766	f_3 = 12,45815
4	f_4 = 12,69873	f_4 = 12,69734
5	f_5 = 12,69873	f_5 = 12,69734
6	f_6 = 14,35520	f_6 = 14,28288
7	f_7 = 15,97820	f_7 = 15,97547
8	f_8 = 15,97820	f_8 = 15,97547
9	f_9 = 16,69998	f_9 = 16,70219
10	f_{10} = 16,8188	f_{10} = 16,81856

Расчет сооружения на сейсмическое воздействие выполнен прямым методом («*Direct Transient Dynamic*») с использованием фрагмента акселерограммы реального землетрясения, представленной функцией ускорений грунта от времени [1] (рис. 9). В расчете применена ПРС подземной части со стержневой сваей (см. рис. 4; 5), удерживаемой пружинами и демпферами типа *Spring* с частотно-зависимыми коэффициентами демпфирования, определенными авторами экспериментальным путем [8–12]. Кинематическому возбуждению в расчете подвергались опорные узлы *Spring*-элементов.

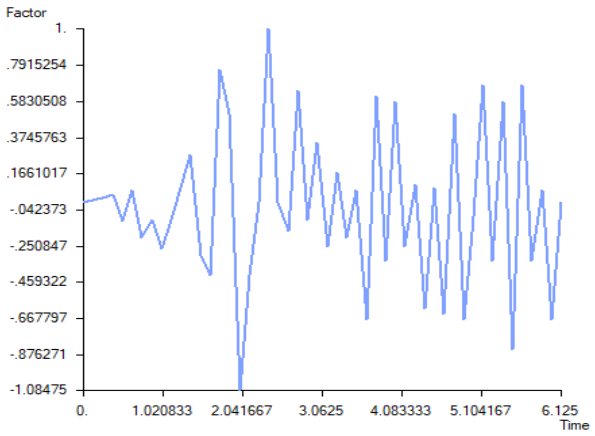


Рис. 9. Акселерограмма землетрясения
И с т о ч н и к: T.H. Dawson [1]

Figure 9. Earthquake accelerogram
S o u r c e: T.H. Dawson [1]

Нагружение модели выполнено при максимальном амплитудном значении ускорения, равном 3 м/с^2. Подход фронта волны землетрясения к сооружению под углом 45° к горизонту в плоскости *X*0*Y*. Результатами расчетов являются узловые перемещения, скорости и ускорения, а также напряжения в элементах конструкции в зависимости от времени. Расчеты выполнены с применением программного комплекса *FEMAP with NX NASTRAN*.

На рис. 10 приведена зависимость от времени отношения напряжений Мизеса (*Top Von Mises Stress*) в угловой точке соединения платформы с опорной колонной к аналогичному напряжению при статическом нагружении конструкции сооружения весовой нагрузки равной 2200 кН (с суммарной равнодействующей по оси *Y*), и ветровой — 440 кН (с суммарной равнодействующей по *X*).

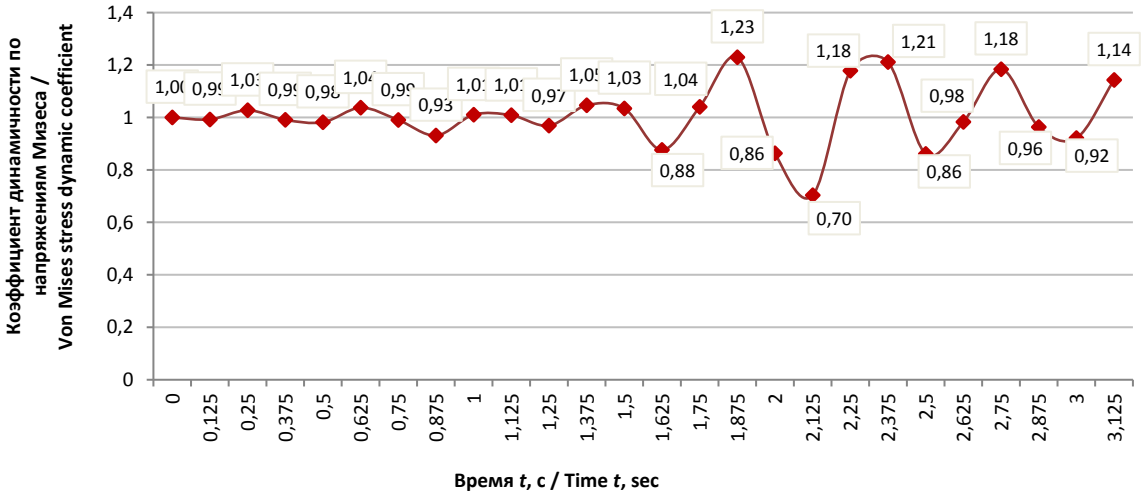


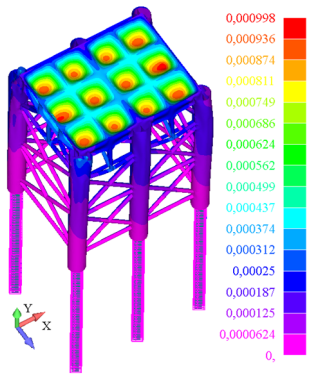
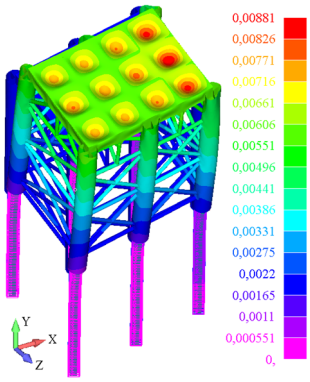
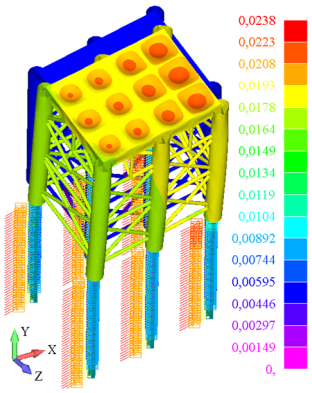
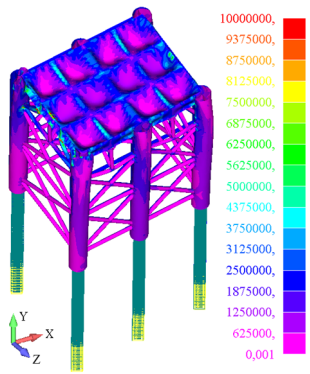
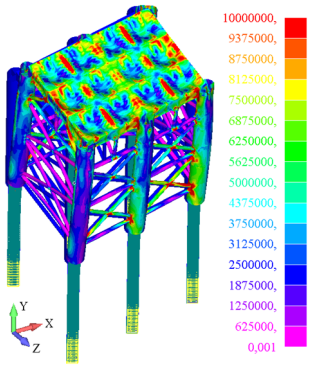
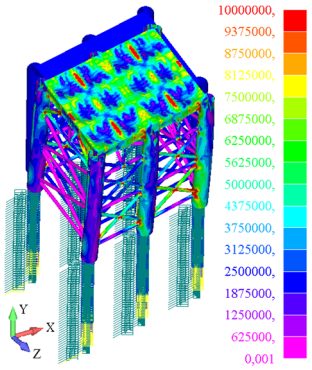
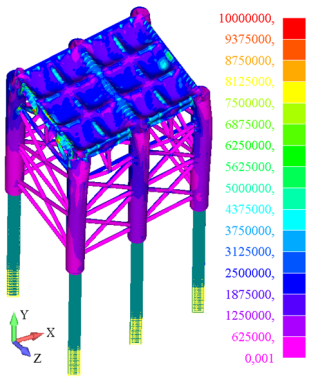
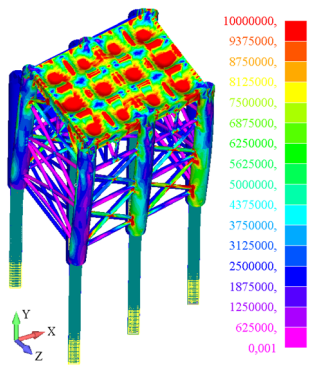
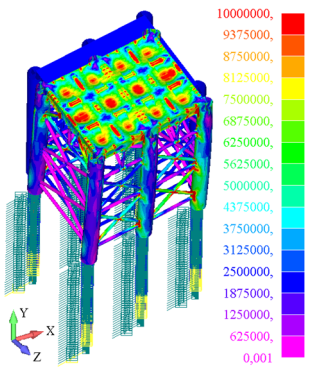
Рис. 10. График зависимости коэффициента динамичности по напряжениям Мизеса от времени в угловой точке соединения платформы с опорной колонной конструкции платформы
И с т о ч н и к: выполнено В.И. Сутыриным, Э.Р. Кужахметовой

Figure 10. Change in the dynamic coefficient of the Mises stress over time at the angular point of connection of the platform with the support column of the platform structure
S o u r c e: made by V.I. Sutyrin, E.R. Kuzhakhmetova

В качестве примера в табл. 5 сопоставлены картины НДС листовой конструкции надземной части сооружения на временных отметках 0,01; 0,1 и 1,0 с. В табл. 6 иллюстрируется пошаговое изменение НДС стержневой фундаментной сваи. Анализируются наибольшие нормальные суммарные напряжения от нормальной силы и изгибающего момента (*Max Comb Stress*).

Таблица 5 / Table 5

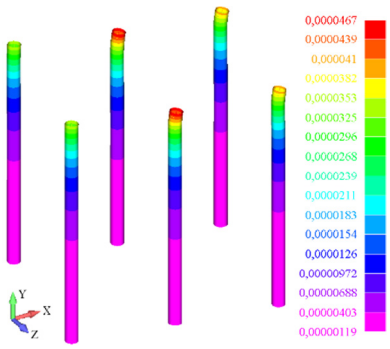
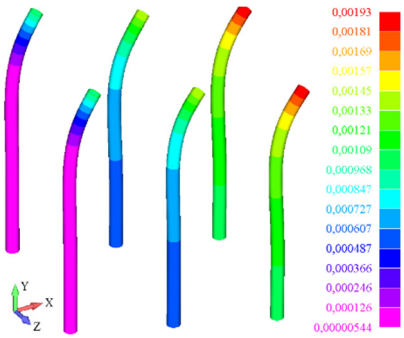
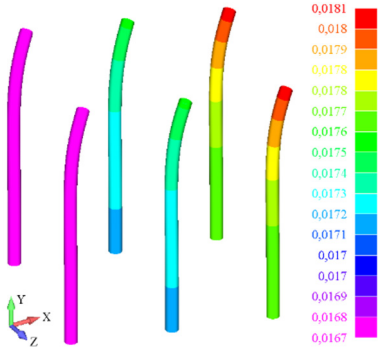
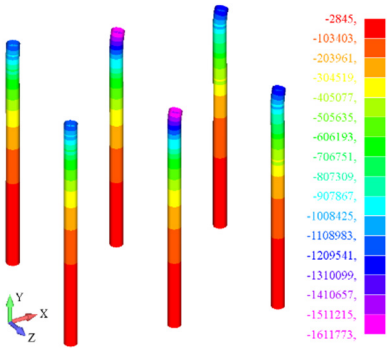
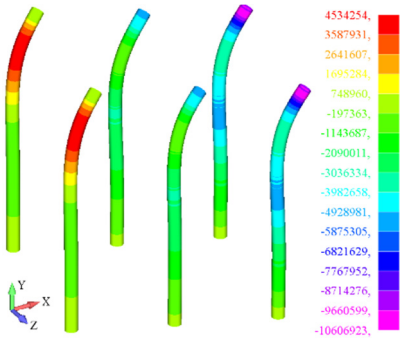
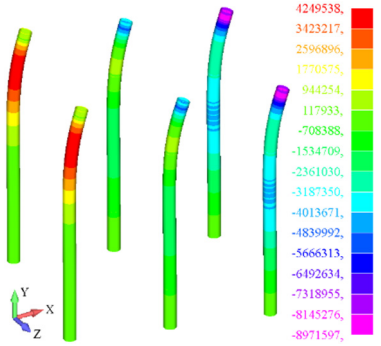
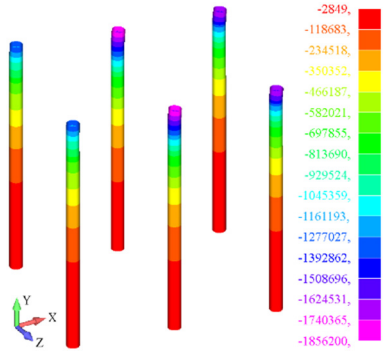
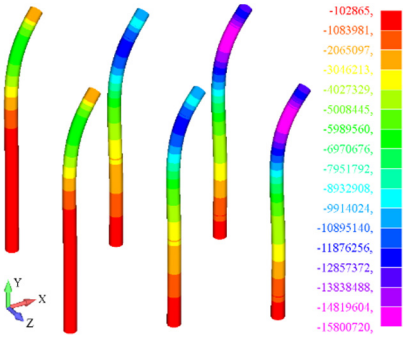
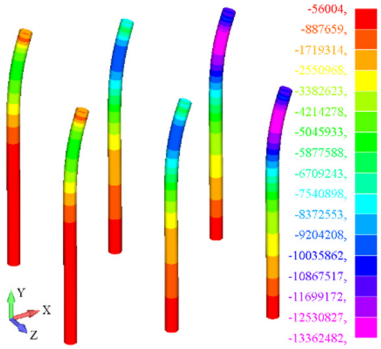
Динамический расчет. Пошаговое изменение НДС на момент времени (модель № 3 «Сооружение — ПРС») / Dynamic analysis. Step-by-step change of the stress-strain state at a given time (model No. 3 Model No. 3 “Superstructure — TCM”)

Время t_1 = 0,01 с / Time t_1 = 0.01 s	**Время t_2 = 0,1 с / Time t_2 = 0.1 s**	**Время t_3 = 1,0 с / Time t_3 = 1.0 s**
Максимальные перемещения Δ_i, м / Total Translation Δ_i, m:		
Δ_1 = 0,0009985 м / m	Δ_2 = 0,008814 м / m	Δ_3 = 0,0238 м / m
		
Эквивалентные напряжения в верхних волокнах пластины σ_i, Н/м^2 / Plate Bottom VonMises Stress σ_i, N/m^2:		
		
Эквивалентные напряжения в нижних волокнах пластины σ_i, Н/м^2/ Plate Bottom VonMises Stress σ_i, N/m^2:		
		

И с т о ч н и к: выполнено В.И. Сутыриным, Э.Р. Кужахметовой
S o u r c e: made by V.I. Sutyrin, E.R. Kuzhakhmetova

Таблица 6 / Table 6

Динамический расчет. Пошаговое изменение НДС стержневых фундаментных свай на момент времени (модель № 3 «Сооружение — ПРС») / Dynamic analysis. Step-by-step change in the stress-strain state of foundation piles at a given time (Model No. 3 “Superstructure — TCM”)

Время t_1 = 0,01 с / Time t_1 = 0.01 s	**Время t_2 = 0,1 с / Time t_2 = 0.1 s**	**Время t_3 = 1,0 с / Time t_3 = 1.0 s**
Максимальные перемещения Δ_i, м / Total Translation Δ_i, m:		
Δ_1 = 0,000467м / m	Δ_2 = 0,00193м / m	Δ_3 = 0,0181м / m
		
Максимальные нормальные напряжения σ_i, Н/м^2 / Maximum Combined Stress σ_i, N/m^2:		
		
Минимальные нормальные напряжения σ_i, Н/м^2 / Minimum Combined Stress σ_i, N/m^2:		
		

И с т о ч н и к: выполнено В.И. Сутыриным, Э.Р. Кужахметовой
S o u r c e: made by V.I. Sutyrin, E.R. Kuzhakhmetova

4. Обсуждение

1. Современные CAE-комплексы позволяют моделировать динамику поведения стационарной морской платформы как трехмерной механической модели, состоящей из надземного сооружения, свайного фундамента и грунтового основания. Системное рассмотрение обеспечивает *целостность* и *полноту* расчетного исследования. Вместе с тем в силу особенностей расчетных моделей, реализуемых алгоритмов, а также компьютерного счета гарантировать необходимую точность получаемого результата не представляется возможным.

2. При численном решении задач динамики трехмерных механических моделей ситуация осложняется тем, что результаты (реакции модели на нагрузки и воздействия, модальные параметры собственных колебаний и др.) оказываются достаточно чувствительными к параметрам расчетной модели (плотности конечно-элементной сетки грунтового массива, граничным условиям надземной части и др.). Неправильное их назначение может привести к ошибочным проектным решениям. Для возврата к реальности необходимы экспериментальные исследования с последующей корректировкой расчетной модели.

3. Проектные расчеты трехмерных механических моделей МКЭ все еще остаются затратными как по времени, так и по финансовым средствам. По этой причине актуальны специализированные расчетные методики, повышающие эффективность многовариантного инженерного исследования объекта, снижающие его трудоемкость, содействующие результативной коллективной работе над проектом.

4. В расчетном исследовании динамических реакций (откликов) типовой конструкции стационарной морской платформы на сейсмическое воздействие сопоставлены трехмерные 3D конечно-элементные модели с разными граничными условиями: полная модель № 1 «сооружение — свайный фундамент — грунтовое основание», модель № 2 «сооружение — жесткая заделка (на уровне поверхности грунта)», модель № 3 «сооружение — преобразованная подземная часть».

5. Модель № 1, объединившая фундамент и массив грунтового основания, максимально приближена по свойствам к реальному объекту. Ее расчет визуализирует картину напряженно-деформированного состояния объекта в целостности и полноте. Вместе с тем применение модели в практике реального проектирования оказывается проблематичным вследствие больших временных затрат.

6. Ввод жесткой заделки опорных колонн снизу (в модели № 2) хотя и сокращает расчетное время расчета, но приводит (по сравнению с моделью № 1) к существенному завышению значений характеристик НДС, а также собственных частот колебаний конструкции [15]. По существу, вводя априори условия жесткой заделки опорных колонн платформы снизу, мы получаем иную колебательную систему, что может привести к ошибочным проектным выводам.

7. Рациональным расчетным приемом является формирование ПРС конструкции, в которой сохраняется лишь ограниченное число активных (расчетных) суперузлов, расположенных вдоль продольной оси симметрии фундаментных труб (модель № 3).

8. Анализ конструкции по частям на основе предложенной процедуры фронтальной конденсации жесткостей и масс подземной части платформы обеспечивает необходимую мобилизацию вычислительной мощности компьютера для исследования характеристик динамических откликов конструкции прямым методом с учетом реальных сейсмических ускорений и грунтовых условий.

9. ПРС является своеобразным настраиваемым модальным фильтром конструкции рассчитываемого объекта. Настройка связана с выбором местоположения и общего числа активных узлов. Их необходимо назначать таким образом, чтобы не пропустить значимые собственные моды. Важно также, чтобы расчетные частоты и формы собственных колебаний ПРС совпадали с необходимой точностью с частотами и формами колебаний реального объекта. Указанные цели могут достигаться предварительными расчетно-экспериментальными исследованиями.

5. Заключение

1. Сформирована ПРС конструкции стационарной морской платформы, расчетная модель которой объединила надземную ее часть с трубчатым фундаментом и основанием (грунтом).

2. В сформированной ПРС подземная часть сооружения представляется стержнем, находящимся в дискретной упругой среде, создаваемой грунтом.

3. Массы и жесткости модели подземной части сооружения предложено приводить к узлам стержня при помощи новой унифицированной алгебраической процедуры.

4. Для редуцирования блока коэффициентов системы уравнений, соответствующей подземной части сооружения, предложено применить фронтальный метод исключения неизвестных.

5. В расчетном исследовании получены картины НДС, характеризующие динамику поведения конструкции морской стационарной платформы под действием реальных сейсмических нагрузок. Выполнен анализ эффективности модальных масс сооружения.

Список литературы

1. *Dawson T.H.* Offshore Structural Engineering. Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs. New Jersey. 1983. 346 p.

2. *Сутырин В.И., Кужахметова Э.Р.* Расчет по частям конечно-элементной (3D) модели конструкции стационарной платформы как механической системы «сооружение — свайный фундамент — грунтовое основание» // Морские интеллектуальные технологии. 2024. № 3. Ч. 2. С. 132–142. https://doi.org/10.37220/MIT.2024.65.3.017

3. Minimum Design Loads and Associated Criteria for Buildings and Other Structures. ASCE/SEI 7-22, 2010. http://doi.org/10.1061/9780784412916

4. NEHRP Recommended Seismic Provisions for New Buildings and Other Structures. Part 1 Provisions, Part 2 Commentary. FEMA P-1050-1/2015 Edition, A council of the National Institute of Building Sciences, Washington, D.C., 2015. 515 p.

5. *Beck J.L., Jennings P.C.* Structural identification using linear models and earthquakerecords // Earthquake Engineering and Structural Dynamics. 1980. Vol. 8. Issue 2. P. 145–160. https://doi.org/10.1002/eqe.4290080205

6. *Cruz C., Miranda E.* Evaluation of damping ratios for the seismic analysis of tallbuildings // Journal of Structural Engineering. 2017. Vol. 143. Issue 1. Article no.: 4016144. http://doi.org/10.1061/(ASCE)ST.1943-541X.0001628

7. *Sutyrin V.I., Kuzhakhmetova E.R., Shinkarenko I.A*. Experimental Determination of Soil Damping Coefficients // Soil Mechanics and Foundation Engineering. 2022. Vol. 59. Issue 4. P. 1–9. https://doi.org/10.1007/s11204-022-09823-6

8. *Сутырин В.И., Кужахметова Э.Р., Шинкаренко И.А.* Экспериментальное определение коэффициентов демпфирования грунтов // Основания, фундаменты и механика грунтов. 2022. № 4. С. 19–25. EDNPSFNPB

9. *Сутырин В.И., Шинкаренко И.А., Кужахметова Э.Р.* Экспериментальный стенд для определения демпфирующих свойств материалов // Известия КГТУ. 2019. № 52. С. 177–183. EDN TXQCBL

10. *Кужахметова Э.Р., Сутырин В.И., Шинкаренко И.А.* Способ определения демпфирующих характеристик жидкостей и сыпучих материалов. Патент РФ № 2699311. 2019. Бюл. № 25. 11 с. https://www.elibrary.ru/item.asp?id=39535326 (дата обращения: 10.10.2024).

11. *Сутырин В.И., Кужахметова Э.Р., Шинкаренко И.А.* Устройство для определения коэффициента демпфирования сыпучих материалов и жидкостей. Патент РФ № 184676. 2018. Бюл. № 31. URL: https://www.elibrary.ru/item.asp?id=38159034 (дата обращения: 10.10.2024).

12. *Сутырин В.И., Кужахметова Э.Р.* Экспериментальная установка (стенд) для изучения многофакторной зависимости коэффициента демпфирования сваи при взаимодействии с грунтом // Патент РФ № 2646540. Бюл. № 7. 9 с. URL: https://www.elibrary.ru/item.asp?id=37365396 (дата обращения: 10.10.2024).

13. *Heylen W., Lammens S., Sas P.* Modal Analysis Theory and Testing. Division of Production Engineering, Machine Design and Automation. Belgium: Katholieke Universiteit Leuven, 2005.

14. *Кужахметова Э.Р., Сутырин В.И.* Частотный отклик конструкции большепролетного здания с цилиндроплитным покрытием // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2023. Т. 19. № 5. С. 469–490. https://doi.org/10.22363/1815-5235-2023-19-5-469-490

15. *Рычков С.П.* Моделирование конструкций в среде Femap with NX Nastran. М.: ДМК Пресс, 2013. 784 с.

16. Advanced Dynamic Analysis User's Guider. Siemens Product Lifecycle Management Software Inc. 2014. URL: https://pdf4pro.com/view/advanced-dynamic-analysis-user-s-guide-siemens-41a5e4.html (accessed: 10.10.2024).

17. *Сутырин В.И., Шинкаренко И.А.* Экспериментальное обоснование результатов численного анализа свободных колебаний металлической пластины в жидкости // Труды Крыловского государственного научного центра. 2022. Спец. вып. 1. С. 55–59. https://doi.org/10.24937/2542-2324.2022-1-S-1-55-59

18. *Przemienitcki J.S.* Matrix analysis of substructures // AIAA Journal.1963. Vol. 1. Issue 1. P. 138–147. https://doi.org/10.2514/3.1483

19. *Meissner C.J.* A Multiple Coupling Algorithm for the Stiffness Method of Structural Analysis // AIAA Journal. 1968. Vol. 6. Issue 11. P. 2184–2185

20. *Courant R.* Variational methods for the Solutions of Problems of Equlibrium and Vibration // Bulletin of the American Mathematical Society. 1943. Vol. 49. Issue 1. P. 1–23. https://doi.org/10.1090/S0002-9904-1943-07818-4

21. *Hrennikow A.* Solution of Problem in Elasticity by the Framework Method // Journal of Applied Mechanics. 1941. Vol. 8. Issue 4. P. A169–A175. https://doi.org/10.1115/1.4009129

22. *Argiris J.H.* ASKA — Automatic System for Kinematic Analysis: A universal system for structural analysis based on the matrix displacement (finite element) method // Nuclear Engineering and Design. 1965. Vol. 10. P. 441–455. https://doi.org/10.1016/0029-5493(69)90080-6

23. *Turner M.J., Clough R.W., Martin H.C., Topp L.J.* Stiffness and Deflection Analysis of Complex Structures // Journal of the Aeronautical Sciences. 1956. Vol. 23. Issue 9. P. 805–823. URL: https://api.semanticscholar.org/CorpusID:118161660 (accessed: 10.10.2024).

24. *Guyan R.J.* Reduction of Stiffness and Mass Matrices // AIAA Journal. 1965. Vol. 3. Issue 2. P. 380–381. https://doi.org/10.2514/3.2874

25. *Irons B.M.* Structural eigenvalue problems: elimination of unwanted variables // AIAA Journal. 1965. Vol. 3. P. 961–962. https://doi.org/10.2514/3.3027

26. *Мурy Г.Н., Сутырин В.И.* Пути повышения эффективности инженерного анализа корпусов судов с применением пространственных конечно-элементных моделей // Труды Крыловского государственного научного центра. 2020. Т. 3. № 393. С. 37–44. https://doi.org/10.24937/2542-2324-2020-3-393-37-44

27. *Starocon I.V.* Stress condition of the elements of support blocks of fixed offshore platforms and resource evaluation of them // IOP Conference Series Materials Science and Engineering. 2020. Vol. 775. Issue 1. Article no.: 012150. https://doi.org/10.1088/1757-899X/775/1/012150

28. *Ghazi Z.M., Al-Janabi I., Hejazi F.* Dynamic evaluation of jack-up platform structure under wave, wind, earthquake and tsunami loads // Journal of Ocean Engineering and Science. 2022. Vol. 7. Issue 1. P. 41–57. https://doi.org/10.1016/j.joes.2021.04.005

29. *Fadaei S., Afagh F.F., Langlois R.G.*A Survey of Numerical Simulation Tools for Offshore Wind Turbine Systems // *Wind*. 2024. Vol. 4. P. 1–24. https://doi.org/10.20944/preprints202308.1345.v2

30. *Doan D.V., Murawski L.* Calculation Reliability of Natural Vibrations of Ship Hall and Superstructure // Journal of KONES. 2019. Vol. 26. Issue 1. P. 31–38. https://doi.org/10.2478/kones-2019-0004

31. *Doan D., Szeleziński A., Murawski L., Muc A.* Finite Element Metod in Modelling of Ship Structures part II — Practical Analysis Example // Scientific Journal of Gdynia Maritime University. 2018. Vol. 105. P. 19–31. https://doi.org/10.26408/105.02

32. *Soleimanian N., Bazaz J., Akhtarpour A., Garivani S.* Effects of constitutive soil models on the seismic response of an offshore jacket platform in clay by considering pile-soil-structure interaction // Soil Dynamics and Earthquake Engineering. 2023. Vol. 174. Article: 108165. https://doi.org/10.1016/j.soildyn.2023.108165

33. *Кужахметова Э.Р.* Моделирование свайного фундамента в среде FemapwithNXNastran // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2020. Т. 16. № 4. С. 250–260. https://doi.org/10.22363/1815-5235-2020-16-4-250-260

34. *Rahmani A., Taiebat M., Finn L., Ventura C.* Evaluation of substructuring method for seismic soil-structure interaction analysis of bridges // Soil Dynamics and Earthquake Engineering. 2016. Vol. 90. Issue 3. P. 112–127. http://doi.org/10.1016/j.soildyn.2016.08.013

35. *Kausel E.* Early history of soil-structure interaction // Soil Dynamics and Earthquake Engineering. 2010. Vol. 30. P. 822–832. http://doi.org/10.1016/j.soildyn.2009.11.001

36. *Dobry R* .Simplified methods in soil dynamics // Soil Dynamics and Earthquake Engineering. 2014. Vol. 61–62 (8). P. 246–268. http://doi.org/10.1016/j.soildyn.2014.02.008

37. *Кужахметова Э.Р.* Модальный анализ большепролетного здания с разными граничными условиями // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2023. Т. 19. № 1. С. 17–34. https://doi.org/10.22363/1815-5235-2023-19-1-17-34

38. *Parmelee R.A., Perelman D.S., Seng-Lip L.* Seismic response of multiple-story structures on flexible foundations // Bulletin of the Seismological Society of America. 1969. Vol. 59. Issue 3. P. 1061–1070. https://doi.org/10.1785/BSSA0590031061

39. *Jennings P.C., Bielak J.* Dynamics of building-soil interaction // Bulletin of the Seismological Society of America.1973. Vol. 63. P. 9–48. https://doi.org/10.1785/BSSA0630010009

40. *Chopra A.K., Gutierrez J.A.* Earthquake response analysis of multistorey buildings including foundation interaction // Earthquake Engineering and Structural Dynamics. 1974. Vol. 3. P. 65–77. http://doi.org/10.1002/eqe.4290030106

41. *Veletsos A.S., Meek J.W.* Dynamic behaviour of building-foundation systems // Earthquake Engineering and Structural Dynamics. 1974. Vol. 3. P. 121–138. http://doi.org/10.1002/eqe.4290030203

References

1. Dawson T.H. *Offshore Structural Engineering*. Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs. New Jersey. 1983.

2. Sutyrin V.I., Kuzhakhmetova E R. Calculation in parts of a finite element (3D) model of the structure of a stationary offshore platform as a mechanical system “Superstructure — Pile foundation — Soil base”. *Marine intellectual technologies*. 2024;3(2):132–142. (In Russ.) https://doi.org/10.37220/MIT.2024.65.3.017

3. Minimum Design Loads and Associated Criteria for Buildings and Other Structures. ASCE/SEI 7-22, 2010. http://doi.org/10.1061/9780784412916

4. NEHRP Recommended Seismic Provisions for New Buildings and Other Structures. Part 1 Provisions, Part 2 Commentary. FEMA P-1050-1/2015 Edition, A council of the National Institute of Building Sciences, Washington, D.C., 2015.

5. Beck J.L., Jennings P.C. Structural identification using linear models and earthquakerecords. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*. 1980;8(2):145–60. https://doi.org/10.1002/eqe.4290080205

6. Cruz C., Miranda E. Evaluation of damping ratios for the seismic analysis of tallbuildings. *Journal of Structural Engineering*. 2017;143(1):4016144. http://doi.org/10.1061/(ASCE)ST.1943-541X.0001628

7. Sutyrin V.I., Kuzhakhmetova E.R., Shinkarenko I.A. Experimental Determination of Soil Damping Coefficients.*Soil Mechanics and Foundation Engineering*. 2022;59(4):1–9. (In Russ.) https://doi.org/10.1007/s11204-022-09823-6

8. Sutyrin V.I., Kuzhakhmetova E.R., Shinkarenko I.A. Experimental determination of soil damping coefficients. *Soil Mechanics and Foundation Engineering.* 2022;(4):19–25. (In Russ.) EDN PSFNPB

9. Sutyrin V.I., Shinkarenko I.A., Kuzhakhmetova E.R. Experimental stand for determining the damping properties of materials. *Izvestiya KSTU*. 2019;(52):177–183. (In Russ.) EDN TXQCBL

10. Kuzhakhmetova E.R., Sutyrin V.I., Shinkarenko I.A. Patent of the Russia No. 2 699 311. Method for determining damping characteristics of liquids and bulk materials. 2019;(25). (In Russ.) Available from: https://www.elibrary.ru/item. asp?id=39535326 (accessed: 10.10.2024).

11. Sutyrin V.I., Kuzhakhmetova E.R., Shinkarenko I.A. Patent of the Russia No. 184 676. *Device for determining the damping coefficient of bulk materials and liquids*. 2018;(31):7. (In Russ.) Available from: https://www.elibrary.ru/item.asp?id= 38159034 (accessed: 10.10.2024).

12. Sutyrin V.I., Kuzhakhmetova E.R. Patent of the Russia No. 2 646 540. *Experimental setup (stand) for studying the multifactorial dependence of the damping coefficient of a pile when interacting with soil*. 2018;(7):9. (In Russ.) Available from: https://www.elibrary.ru/item.asp?id=37365396 (accessed: 10.10.2024).

13. Heylen W., Lammens S., Sas P. *Modal Analysis Theory and Testing.* Division of Production Engineering, Machine Design and Automation. Belgium, 2005.

14. Kuzhakhmetova E.R., Sutyrin V.I. Frequency response of the construction of a large-span building with a cylindrical-and-slab roof. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*. 2023;19(5):469–490. (In Russ.) http:// doi.org/10.22363/1815-5235-2023-19-5-469-490

15. Rychkov S.P. *Structural modeling in Femap with NX Nastran*. Moscow: DMK Press; 2013. (In Russ.)

16. *Advanced Dynamic Analysis User’s Guider*. Siemens Product Lifecycle Management Software Inc. 2014. Available from: https://pdf4pro.com/view/advanced-dynamic-analysis-user-s-guide-siemens-41a5e4.html (accessed: 10.10.2024).

17. Sutyrin V.I., Shinkarenko I.A. Experimental substantiation of the results of numerical analysis of free oscillations of a metal plate in a liquid. *Proceedings of the Krylov State Research Center*; 2022;1:55–59. (In Russ.) http://doi.org/ 10.24937/2542-2324.2022-1-S-1-55-59

18. Przemienitcki J.S. Matrix analysis of substructures. *AIAA Journal*. 1963;1(1):138–147. http://doi.org/10.2514/3.1483

19. Meissner C.J. A Multiple Coupling Algorithm for the Stiffness Method of Structural Analysis. *AIAA Journal*. 1968;6(11):2184–2185.

20. Courant R. Variational methods for the Solutions of Problems of Equlibrium and Vibration. *Bulletin of the American Mathematical Society.* 1943;49(1):1–23. https://doi.org/10.1090/S0002-9904-1943-07818-4

21. Hrennikow A. Solution of Problem in Elasticity by the Framework Method. *Journal of Applied Mechanics*. 1941; 8(4):A169–A175. https://doi.org/10.1115/1.4009129

22. Argiris J.H. ASKA — Automatic System for Kinematic Analysis: A universal system for structural analysis based on the matrix displacement (finite element) method. *Nuclear Engineering and Design*. 1965;10:441–455. https://doi.org/ 10.1016/0029-5493(69)90080-6

23. Turner M.J., Clough R.W., Martin H.C., Topp L.J.Stiffness and Deflection Analysis of Complex Structures. *Journal of the Aeronautical Sciences*.1956;23(9):805–823. Available from: https://api.semanticscholar.org/CorpusID:118161660 (accessed: 10.10.2024).

24. Guyan R.J. Reduction of Stiffness and Mass Matrices. *AIAA Journal*. 1965;3(2):380–381. https://doi.org/10.2514/ 3.2874

25. *Irons B.M.* Structural eigenvalue problems: elimination of unwanted variables. *AIAA Journal*. 1965;3:961–962. http://doi.org/10.2514/3.3027

26. Muru G.N., Sutyrin V.I. Ways to improve the efficiency of engineering analysis of ship hulls using spatial finite element models. *Proceedings of the Krylov State Research Center*. 2020;3(393):37–44. (In Russ.) https://doi.org/10.24937/2542-2324-2020-3-393-37-44

27. Starocon I.V. Stress condition of the elements of support blocks of fixed offshore platforms and resource evaluation of them. *IOP Conference Series Materials Science and Engineering*. 2020;775(1):012150. https://doi.org/10.1088/1757-899X/775/1/012150

28. Ghazi Z.M., Al-Janabi I., Hejazi F. Dynamic evaluation of jack-up platform structure under wave, wind, earthquake and tsunami loads. *Journal of Ocean Engineering and Science*. 2022;7(1);41–57. https://doi.org/10.1016/j.joes.2021.04.005

29. Fadaei S., Afagh F.F., Langlois R.G.A Survey of Numerical Simulation Tools for Offshore Wind Turbine Systems. *Wind*. 2024;4;1–24. https://doi.org/10.20944/preprints202308.1345.v2

30. Doan D.V., Murawski L. Calculation Reliability of Natural Vibrations of Ship Hall and Superstructure. *Journal of KONES*. 2019;26(1):31–38. https://doi.org/10.2478/kones-2019-0004

31. Doan D., Szeleziński A., Murawski L., Muc A. Finite Element Metod in Modelling of Ship Structures part II — Practical Analysis Example. *Scientific Journal of Gdynia Maritime University*. 2018;105:19–31. https://doi.org/10.26408/105.02

32. Soleimanian N., Bazaz J., Akhtarpour A., Garivani S. Effects of constitutive soil models on the seismic response of an offshore jacket platform in clay by considering pile-soil-structure interaction. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*. 2023;174:108165. https://doi.org/10.1016/j.soildyn.2023.108165

33. Kuzhakhmetova E.R. Modeling of a piled foundation in a Femap with NX Nastran. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings.* 2020;16(4):250–260. (In Russ.) http://doi.org/10.22363/1815-5235-2020-16-4-250-260

34. Rahmani A., Taiebat M., Finn L., Ventura C. Evaluation of substructuring method for seismic soil-structure interaction analysis of bridges. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*. 2016;90(3):112–127. http://doi.org/10.1016/j.soildyn.2016.08.013

35. Kausel E. Early history of soil-structure interaction. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering.* 2010;30:822–832. http://doi.org/10.1016/j.soildyn.2009.11.001

36. Dobry R. Simplified methods in soil dynamics. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*. 2014:61–62(8): 246–268. http://doi.org/10.1016/j.soildyn.2014.02.008

37. Kuzhakhmetova E.R., Sutyrin V.I. Modal analysis of a large-span building with different boundary conditions. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*. 2023;19(1):17–34. (In Russ.) http://doi.org/10.22363/1815-5235-2023-19-1-17-34

38. Parmelee R.A., Perelman D.S., Seng-Lip L. Seismic response of multiple-story structures on flexible foundations. *Bulletin of the Seismological Society of America*. 1969:59(3):1061–1070. http://doi.org/10.1785/BSSA0590031061

39. Jennings P.C., Bielak J. Dynamics of building-soil interaction. *Bulletin of the Seismological Society of America.* 1973;63:9–48. http://doi.org/10.1785/BSSA0630010009

40. Chopra A.K., Gutierrez J.A.Earthquake response analysis of multistorey buildings including foundation interaction. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics.*1974;3:65–77. http://doi.org/10.1002/eqe.4290030106

41. Veletsos A.S., Meek J.W. Dynamic behaviour of building-foundation systems. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*. 1974;3:121–138. http://doi.org/10.1002/eqe.4290030203