

DOI: 10.22363/1815-5235-2024-20-6-539-551

УДК 624.01

EDN: CPDFMF

Научная статья / Research article

Оценка выбора модели метода конечных элементов для расчета балок на основе распределения касательных напряжений

М.В. Мозголов¹, Г.Э. Окольников^{2,3}¹ Коломенский институт (филиал) Московского политехнического университета, Коломна, Россия² Российский университет дружбы народов, Москва, Россия³ Национальный исследовательский Московский государственный строительный университет, Москва, Россия

✉ okolnikova_ge@mail.ru

Поступила в редакцию: 11 сентября 2024 г.

Принята к публикации: 1 декабря 2024 г.

Аннотация. При расчете строительных конструкций в программных комплексах, основанных на методе конечных элементов, можно получить неверные результаты. Для обоснования правильности полученного решения необходимо выполнять верификационные исследования и инженерную оценку полученных данных. Этого требует национальный стандарт Российской Федерации по моделированию. Правильность создания расчетных моделей можно оценить при помощи сравнения данных метода конечных элементов с эталонным значением. Произведен численный эксперимент в программном комплексе SCAD++ версии 21 для пяти моделей конечных элементов для консольной балки из бетона класса В15 с размерами 2,5×0,5×0,5 м: четыре твердотельные модели № 1–4 и одна «эталонная» модель, состоящая из густой сетки объемных конечных элементов второго порядка кубической формы. По результатам расчетов выполнен сравнительный анализ характера распределения касательных напряжений от действия поперечной силы для всех моделей с напряжениями, вычисленными при помощи известного аналитического метода, по формуле Журавского. Установлено, что распределение касательных напряжений в сечениях четырех компьютерных моделей № 1–4 не соответствует теоретическим значениям, вычисленным по правилам сопротивления материалов. Точное решение можно получить при использовании «эталонной» твердотельной модели, предложенной авторами, состоящей из густой сетки объемных конечных элементов второго порядка кубической формы.

Ключевые слова: поперечная сила, формула Журавского, критические зоны, сходимостъ результата, твердотельная модель

Заявление о конфликте интересов. Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

Вклад авторов. Мозголов М.В. — концепция и расчет. Окольникова Г.Э. — обзор, редактирование, обработка данных.

Для цитирования: Мозголов М.В., Окольникова Г.Э. Оценка выбора модели метода конечных элементов для расчета балок на основе распределения касательных напряжений // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2024. Т. 20. № 6. С. 539–551. <http://doi.org/10.22363/1815-5235-2024-20-6-539-551>

Мозголов Михаил Валентинович, кандидат технических наук, доцент кафедры строительного производства, Коломенский институт (филиал) Московского политехнического университета, Коломна, Россия; eLIBRARY SPIN-код: 3386-1518, ORCID: 0000-0001-7414-0469; e-mail: mvmozgolov@yandex.ru

Окольникова Галина Эриковна, кандидат технических наук, доцент, доцент кафедры технологий строительства и конструкционных материалов инженерной академии, Российский университет дружбы народов, Москва, Россия; доцент кафедры железобетонных и каменных конструкций, Московский государственный строительный университет (НИУ МГСУ), Москва, Россия; eLIBRARY SPIN-код: 8731-8713, ORCID: 0000-0002-8143-4614; e-mail: okolnikova_ge@mail.ru

© Мозголов М.В., Окольникова Г.Э., 2024

 This work is licensed under a Creative Commons Attribution 4.0 International License
<https://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/legalcode>

Evaluation of Selection of Finite Element Model for Beam Analysis Based on Shear Stress Distribution

Mikhail V. Mozgolov¹, Galina E. Okolnikova^{2,3}

¹ Moscow Polytechnic University, *Kolomna, Russia*

² RUDN University, *Moscow, Russia*

³ Moscow State University of Civil Engineering (National Research University), *Moscow, Russia*

 okolnikova_ge@mail.ru

Received: September 11, 2024

Accepted: December 1, 2024

Abstract. When analyzing building structures in software packages based on the finite element method, incorrect results can be obtained. To justify the correctness of the obtained solution, it is necessary to perform verification studies and engineering assessment of the obtained data. This is required by the national standard of Russian Federation on modeling. The correctness of constructing calculation models can be assessed by comparing the data of the finite element method with the reference value. A numerical experiment was carried out in the SCAD++ version 21 software package for five finite element models of a cantilever beam made of B15 grade concrete, with dimensions of 2.5×0.5×0.5 m: four solid models No. 1–4 and one “reference” model consisting of a dense grid of second-order volumetric finite elements of cubic shape. Based on the calculation results, a comparative analysis of the shear stress distribution pattern from shear force was performed for all models with stresses calculated using the well-known analytical method, according to the Zhuravskii formula. It was found that the shear stress distribution in the sections of four computer models No. 1–4 does not correspond to the theoretical values calculated according to the rules of strength of materials. An accurate solution can be obtained using the “reference” solid model proposed by the authors, consisting of a dense grid of volumetric finite elements of the second order of cubic shape.

Keywords: shear force, Zhuravskii formula, critical zones, result convergence, solid model

Conflicts of interest. The authors declare that there is no conflict of interest.

Authors’ contribution. *Mozgolov M.V.* — concept and calculation. *Okolnikova G.E.* — review, editing, data processing.

For citation: Mozgolov M.V., Okolnikova G.E. Evaluation of selection of finite element model for beam analysis based on shear stress distribution. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*. 2024;20(6):539–551. (In Russ.) <http://doi.org/10.22363/1815-5235-2024-20-6-539-551>

1. Введение

В соответствии с современными требованиями российского законодательства выполнение проектных работ¹, в случае необходимости проведения их экспертизы, должно выполняться в виде цифровой информационной модели². Прочностной анализ строительных конструкций выполняется на ЭВМ в программных комплексах, основанных на методе конечных элементов (МКЭ).

С математической точки зрения, МКЭ точным методом расчета не является [1–6].

Mikhail V. Mozgolov, Candidate of Technical Sciences, Associate Professor of the Department of Construction Operations, Kolomna Institute (branch) of Moscow Polytechnic University, Kolomna, Russia, eLIBRARY SPIN-code: 3386-1518, ORCID: 0000-0001-7414-0469; e-mail: mvmozgolov@yandex.ru

Galina E. Okolnikova, Candidate of Technical Sciences, Associate Professor of the Department of Construction Technologies and Structural Materials, Engineering Academy, RUDN University, Moscow, Russia; Associate Professor of the Department of Reinforced Concrete and Masonry Structures, Moscow State University of Civil Engineering (National Research University MGSU), Moscow, Russia; eLIBRARY SPIN-code: 8731-8713, ORCID: 0000-0002-8143-4614; e-mail: okolnikova_ge@mail.ru

¹ Градостроительный кодекс Российской Федерации: 29 дек. 2004 г., № 190-ФЗ. URL: <https://normativ.kontur.ru/document?moduleId=1&documentId=485433#h993> (дата обращения: 21.06.2024).

² СП 333.1325800.2020 Информационное моделирование в строительстве. Правила формирования информационной модели объектов на разных стадиях жизненного цикла. URL: <https://docs.cntd.ru/document/573514520> (дата обращения: 21.06.2024).

Существует множество численных исследований для изучения поведения железобетонных балок при силовых, температурных воздействиях; балок с повреждениями; балок, усиленных внешним армированием; балок с новыми видами арматуры.

В работе [7] авторами произведена оценка остаточной несущей способности железобетонных балок после пожара при помощи программного комплекса ABAQUS методом конечных элементов, была построена термодинамическая модель железобетонных балок с тремя сторонами, подвергающихся воздействию огня. Модель была подтверждена результатами испытаний на огнестойкость, расхождение между результатами эксперимента и расчета составило 10–18 %.

Исследование [8] посвящено анализу железобетонных балок, усиленных композитами из армированного волокнами полимера (углепластика и стеклопластика), на устойчивость к изгибающим и сдвигающим нагрузкам. Анализ был проведен с помощью метода конечных элементов и программного обеспечения ABAQUS, которое широко используется для моделирования экспериментальных условий в численных исследованиях.

Работа [9] посвящена нелинейному моделированию конечных элементов для прогнозирования прочности железобетонных балок с трещинами (поврежденных балок) и балок, усиленных композитами. Смоделировано испытание на изгиб семи железобетонных балок в программе конечных элементов для проверки стратегий моделирования путем сравнения структурной реакции балок. Точность моделирования в среднем составила 18,5 %.

В исследовании [10] представлен подход к моделированию методом конечных элементов для проверки поведения поврежденных железобетонных балок, усиленных волокнистыми композитами, при воздействии нагрузки. Наличие трещин в поврежденных железобетонных балках было включено в модель в качестве геометрических объектов. Были проведены параметрические исследования, и для различных уровней повреждений были предложены адекватные значения ширины, высоты и интервала трещин. Для моделирования поведения бетона и эпоксидной смолы были использованы модель поврежденной пластичности бетона и модель отделения от бетона. Для численного анализа применялся программный пакет ABAQUS.

Авторы [11] представили результат нелинейного исследования методом конечных элементов для повышения прочности на сдвиг железобетонных T-образных балок с помощью альтернативной диагональной поперечной арматуры.

В [12] трехмерная (3D) нелинейная конечно-элементная модель внешнего соединения балок и колонн проверяется, а затем используется для изучения пластичности соединения балок и колонн.

В работе [13] предложена модель для анализа повреждений бетона.

В ходе исследования [14] оценивалось поведение железобетонных балок, усиленных пластинами из углеродного волокна, при изгибе с использованием четырех трехмерных нелинейных конечно-элементных моделей, разработанных в программном обеспечении ABAQUS.

Прогнозирование поведения на сдвиг железобетонной балки, усиленной поперечным внешним преднапряжением, выполнено авторами исследования [15] с помощью метода конечных элементов. Результаты, полученные методом конечных элементов, отличаются от результатов испытаний в среднем на 8–10 %.

Результаты рассмотренных исследований [7–15] показывают, что на точность моделирования влияют такие параметры, как плотность сетки, угол расширения и модель поведения бетона (энергия разрушения бетона), а также подчеркивают необходимость усовершенствования моделей МКЭ.

С целью доказательства правильности полученного решения необходимо выполнять верификационные расчеты³, оценивать сходимость результата, выполнять инженерную оценку полученного решения [16–17].

³ ГОСТ Р 57700.10–2018. Численное моделирование физических процессов. Определение напряженно-деформированного состояния. Верификация и валидация численных моделей сложных элементов конструкций в упругой области. Москва : Стандартинформ, 2018.

К контролю качества проектирования установлены минимальные требования⁴, отмечается необходимость выполнения проверки того, что использованы адекватные расчетные модели, а сами расчеты проведены с необходимой точностью. Возникает вопрос о допустимых отклонениях данных, полученных при верификационных вычислениях. За основу можно взять предложение работы [18, с. 134]. При проведении поверочных расчетов конструкций в различных программных комплексах разница между полученными результатами не должна превышать 5 %.

Как правило, в зонах несущих строительных конструкций с минимальными запасами, так называемых критических зонах, возникает сложное напряженно-деформированное состояние. Исследование таких мест при помощи метода конечных элементов требует особого подхода с изучением разброса напряжений в смежных элементах узла звезды конечных элементов⁵. В критических зонах конструкций необходимо подробно изучать распределение как нормальных, так и касательных напряжений. Одним из примеров критической зоны можно назвать опорный участок безбалочного монолитного железобетонного перекрытия, работающий на продавливание и воспринимающий значительный опорный изгибающий момент. Эти места опасны как по нормальным, так и по касательным напряжениям. Например, по причине неработоспособности опорных зон плоских перекрытий 16 июля 2009 года в г. Коломна после заливки бетона перекрытия второго этажа произошло обрушение перекрытия первого этажа строящегося здания Межрайонного регистрационно-экзаменационного отдела Государственной инспекции безопасности дорожного движения (МРЭО ГИБДД) на ул. Митяево (рис. 1, 2), а в городе Сергиев Посад 4 января 2018 г. колонны сечением 400×400 мм из сборного железобетона проткнули плоское монолитное железобетонное покрытие толщиной 300 мм подземной автостоянки жилого комплекса по ул. Фестивальной (рис. 3, 4). Объект готовился к вводу в эксплуатацию. Обе аварии характеризуются хрупким разрушением опорных зон перекрытий с дальнейшим прогрессирующим обрушением несущих конструкций. Примеры подобных аварий имеются как в России, так и за рубежом [19].



Рис. 1. Обрушение строящегося здания МРЭО ГИБДД в г. Коломна, ул. Митяево
Источник: выполнено М.В. Мозговым, Г.Э. Окольниковой

Figure 1. Collapse of the road police driver licencing office building under construction in Kolomna, Mityaev street
Source: made by M.V. Mozgolov, G.E. Okolnikova



Рис. 2. Обрушение строящегося здания МРЭО ГИБДД в г. Коломна, ул. Митяево. Опорный узел перекрытия первого этажа
Источник: выполнено М.В. Мозговым, Г.Э. Окольниковой

Figure 2. Collapse of the road police driver licencing office building under construction in Kolomna, Mityaev Street. Support joint of the first floor slab
Source: made by M.V. Mozgolov, G.E. Okolnikova

⁴ ГОСТ 27751–2014 Надежность строительных конструкций и оснований. Основные положения. Москва : Стандартинформ, 2015.

⁵ ГОСТ Р 57700.10–2018. Численное моделирование физических процессов. Определение напряженно-деформированного состояния. Верификация и валидация численных моделей сложных элементов конструкций в упругой области. Москва : Стандартинформ, 2018.



Рис. 3. Обрушение покрытия подземной парковки в г. Сергиев Посад, ул. Фестивальная
Источник: выполнено М.В. Мозголовым, Г.Э. Окольниковой

Figure 3. Collapse of the underground parking roof in Sergiev Posad, Festivalnaya Street

Source: made by M.V. Mozgolov, G.E. Okolnikova



Рис. 4. Обрушение покрытия подземной парковки в г. Сергиев Посад, ул. Фестивальная. Опорный узел монолитного покрытия и сборной железобетонной колонны
Источник: выполнено М.В. Мозголовым, Г.Э. Окольниковой

Figure 4. Collapse of the underground parking roof in Sergiev Posad, Festivalnaya Street. Support joint of the cast-in-situ roof and precast reinforced concrete column

Source: made by M.V. Mozgolov, G.E. Okolnikova

2. Материалы и методы

Расчет конструкций по МКЭ, основанному на методе перемещений, вначале предполагает определение перемещений узлов конечных элементов, по которым путем дифференцирования получается поле напряжений [5]. Ошибки вычисления перемещений по МКЭ являются неизбежными, это приводит к более грубой ошибке в моментах, и еще более грубой ошибке в поперечных силах [5]. Известно, что чем мельче сетка конечно-элементного разбиения, тем точнее результат по перемещениям и изгибающим моментам. Как правило, он сходится для различных типов конечных элементов. Что касается поперечной силы, такой вывод сделать нельзя (табл. 2.8–1, 2.8–2 [6]).

Данная работа является продолжением изучения правильности моделирования балочных конструкций из объемных конечных элементов решения пространственной задачи теории упругости [20]. Для оценки моделей ранее рассматривались перемещения узлов консольной балки и нормальные напряжения. По полученным данным был сделан вывод, что все конечно-элементные модели дают хороший результат.

В данной работе численный эксперимент выполняется на четырех твердотельных моделях консольной балки № 1–4, созданных на основании схем, представленных в пособии [6], и одной «эталонной» модели, предложенной авторами [22], изучается сходимость касательных напряжений τ_{xz} , (рис. 5), возникающих от действия поперечной силы $Q_z = 8$ Т. Правильность решения можно оценить при помощи эталонного значения, полученного экспериментальным или аналитическим способами [1–6; 21]. Таким образом, чтобы сделать вывод о сходимости распределения касательных напряжений по сечениям компьютерных моделей, необходимо вычислить их значения по правилам сопротивления материалов. Для квадратного поперечного сечения это можно сделать по формуле Д.И. Журавского (1855 г.):

$$\tau_{xz} = \frac{Q_z \cdot S_y^{\text{отс}}}{I_y \cdot b}, \quad (1)$$

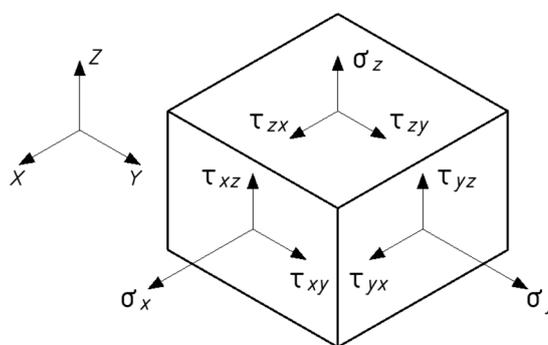


Рис. 5. Напряжения, действующие по граням конечного элемента [8]

Источник: выполнено М.В. Мозголовым, Г.Э. Окольниковой

Figure 5. Stresses acting along the edges of a finite element [8]

Source: made by M.V. Mozgolov, G.E. Okolnikova

где τ_{xz} — сдвигающее напряжение; Q_z — поперечная сила вдоль оси Z ; $S_y^{отс}$ — статический момент отсеченной части поперечного сечения относительно оси Y ; I_y — момент инерции поперечного сечения относительно оси Y ; b — ширина поперечного сечения.

В нашем случае наибольшие касательные напряжения возникают в середине сечения:

$$\tau_{xz}^{\max} = \frac{3Q_z}{2bh} = \frac{3 \cdot 8}{2 \cdot 0,5 \cdot 0,5} = 48 \frac{\text{Т}}{\text{м}^2}, \tag{2}$$

где h — высота поперечного сечения.

Минимальные касательные напряжения возникают на верхней и нижней гранях элемента по причине равенства нулю статического момента отсеченной части поперечного сечения:

$$\tau_{xz}^{\min} = 0. \tag{3}$$

3. Результаты и обсуждение

Для изучения правильности распределения касательных напряжений в компьютерных моделях на полях напряжений τ_{xz} «обесцвечиваем» минимальные и максимальные теоретические значения $\tau_{xz} = 0 \text{ Т/м}^2$ и $\tau_{xz} = 48 \text{ Т/м}^2$ (рис. 6, 8, 10, 12). «Обесцвеченные» зоны показаны черным цветом. Модели представлены таким образом, чтобы посмотреть напряжения внутри конструкции. Изучить сходимость решения по поперечной силе можно, умножая усредненное значение касательных напряжений (рис. 7, 9, 11, 13), действующее по высоте балки, на площадь ее поперечного сечения:

$$Q_z = \tau_{xz}^{\text{сред}} \cdot bh. \tag{4}$$

Результаты расчетов представлены в таблице.

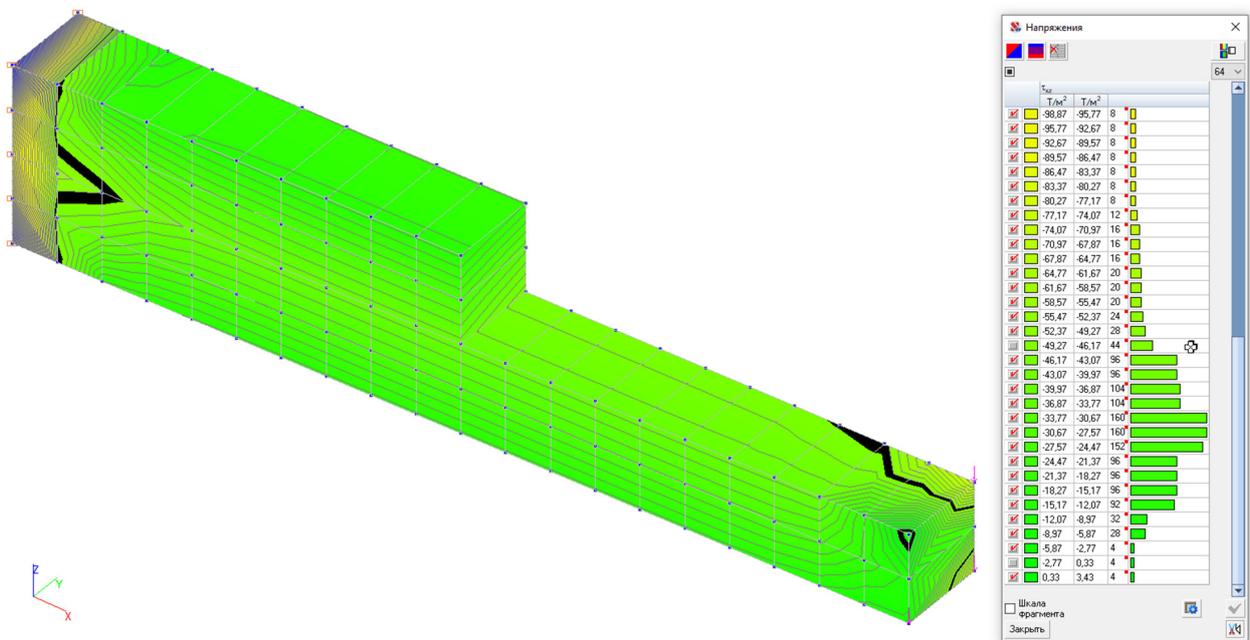


Рис. 6. Модель № 1. Черным цветом показаны зоны с касательными напряжениями $\tau_{xz} = 0 \text{ Т/м}^2$ и $\tau_{xz} = 48 \text{ Т/м}^2$

И с т о ч н и к: выполнено М.В. Мозголовым, Г.Э. Окольниковой

Figure 6. Model No. 1. Zones with shear stresses $\tau_{xz} = 0 \text{ Т/м}^2$ and $\tau_{xz} = 48 \text{ Т/м}^2$ are shown in black

S o u r c e: made by M.V. Mozgolov, G.E. Okolnikova

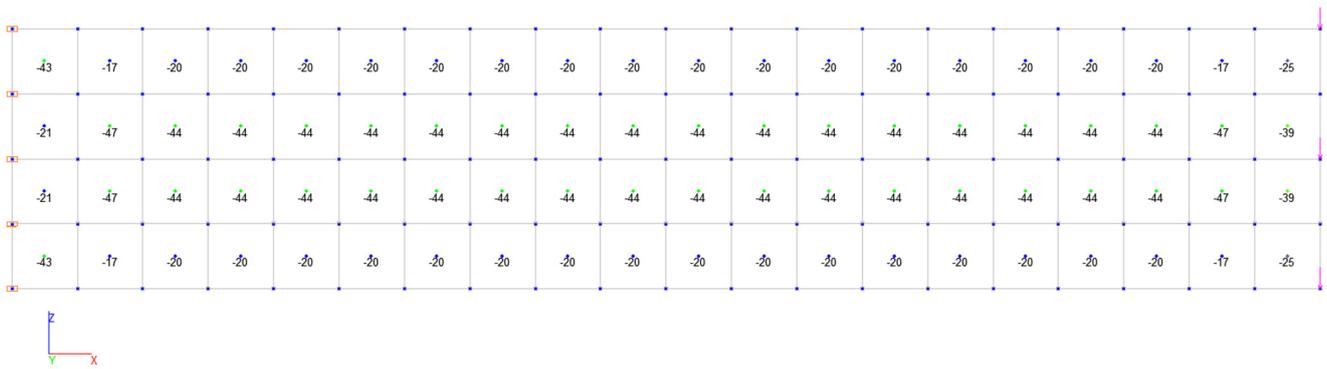


Рис. 7. Модель № 1. Значения касательных напряжений τ_{xz} в центре конечных элементов, T/m^2
И с т о ч н и к: выполнено М.В. Мозголовым, Г.Э. Окольниковой

Figure 7. Model No. 1. Values of shear stresses τ_{xz} in the center of finite elements, T/m^2
S o u r c e: made by M.V. Mozgolov, G.E. Okolnikova

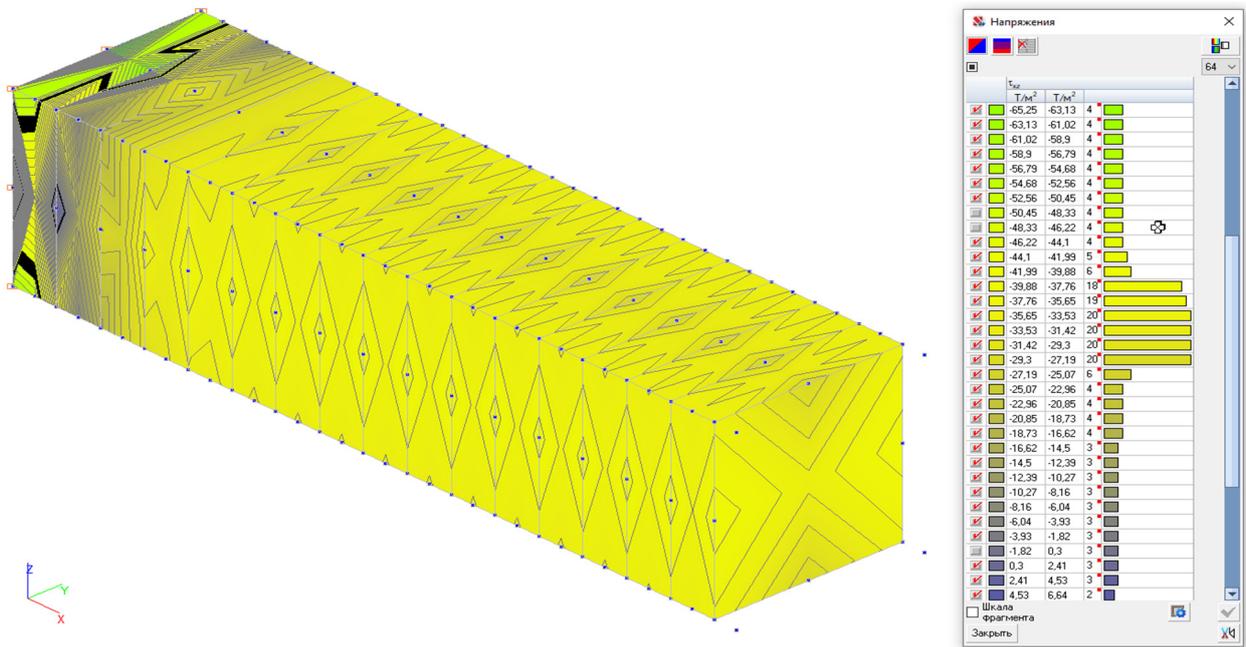


Рис. 8. Модель № 2. Черным цветом показаны зоны с касательными напряжениями $\tau_{xz} = 0 T/m^2$ и $\tau_{xz} = 48 T/m^2$
И с т о ч н и к: выполнено М.В. Мозголовым, Г.Э. Окольниковой

Figure 8. Model No. 2. Zones with shear stresses $\tau_{xz} = 0 T/m^2$ and $\tau_{xz} = 48 T/m^2$ are shown in black
S o u r c e: made by M.V. Mozgolov, G.E. Okolnikova

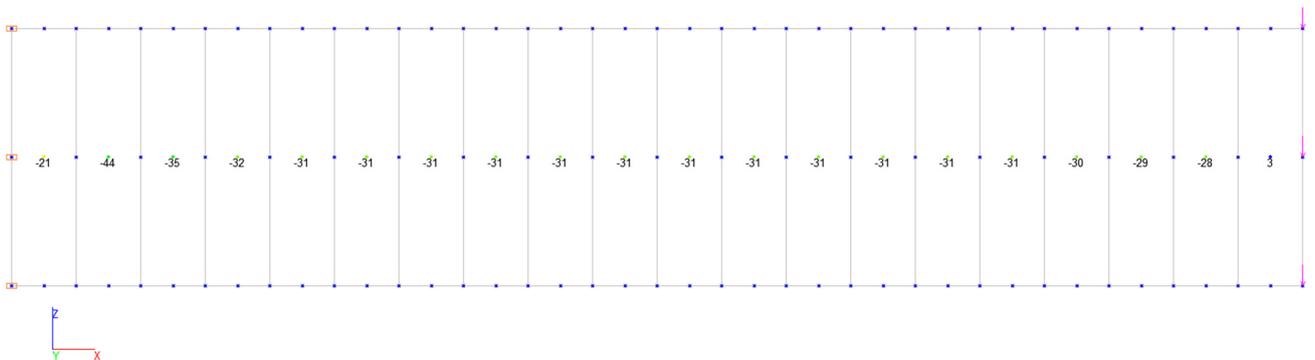


Рис. 9. Модель № 2. Значения касательных напряжений τ_{xz} в центре конечных элементов, T/m^2
И с т о ч н и к: выполнено М.В. Мозголовым, Г.Э. Окольниковой

Figure 9. Model No. 2. Values of shear stresses τ_{xz} in the center of the finite elements, T/m^2
S o u r c e: made by M.V. Mozgolov, G.E. Okolnikova

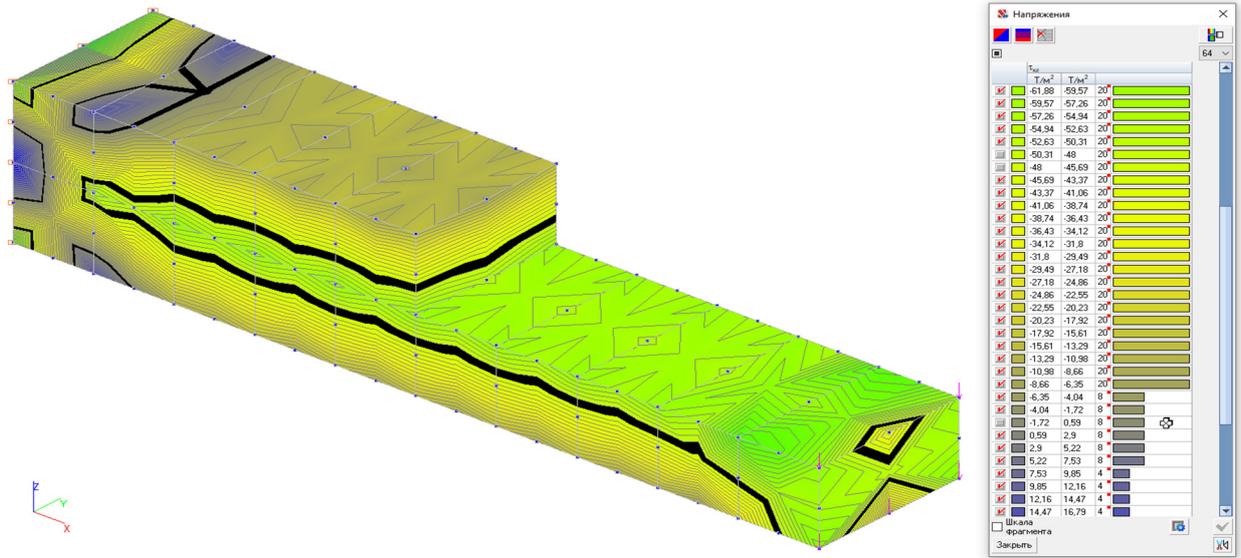


Рис. 10. Модель № 3. Черным цветом показаны зоны с касательными напряжениями $\tau_{xz} = 0 \text{ T/m}^2$ и $\tau_{xz} = 48 \text{ T/m}^2$
И с т о ч н и к: выполнено М.В. Мозголовым, Г.Э. Окольниковой

Figure 10. Model No. 3. Zones with shear stresses of $\tau_{xz} = 0 \text{ T/m}^2$ and $\tau_{xz} = 48 \text{ T/m}^2$ are shown in black
S o u r c e: made by M.V. Mozgolov, G.E. Okolnikova



Рис. 11. Модель № 3. Значения касательных напряжений τ_{xz} в центре конечных элементов, T/m^2
И с т о ч н и к: выполнено М.В. Мозголовым, Г.Э. Окольниковой

Figure 11. Model No. 3. Values of shear stresses τ_{xz} in the center of the finite elements, T/m^2
S o u r c e: made by M.V. Mozgolov, G.E. Okolnikova

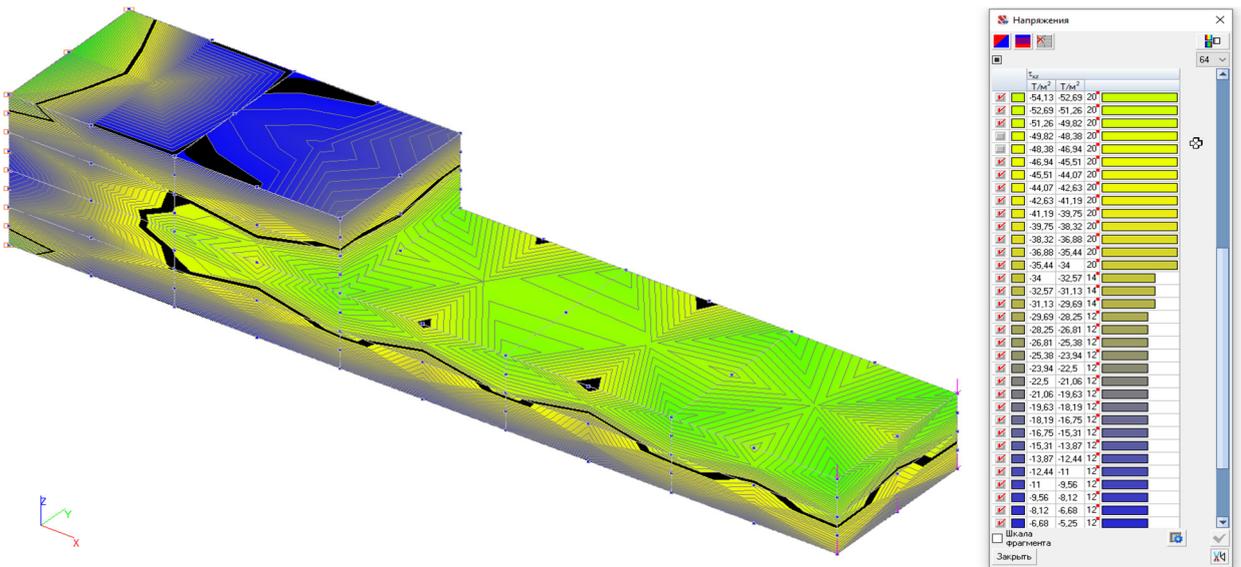


Рис. 12. Модель № 4. Черным цветом показаны зоны с касательными напряжениями $\tau_{xz} = 0 \text{ T/m}^2$ и $\tau_{xz} = 48 \text{ T/m}^2$
И с т о ч н и к: выполнено М.В. Мозголовым, Г.Э. Окольниковой

Figure 12. Model No. 4. Zones with shear stresses of $\tau_{xz} = 0 \text{ T/m}^2$ and $\tau_{xz} = 48 \text{ T/m}^2$ are shown in black
S o u r c e: made by M.V. Mozgolov, G.E. Okolnikova

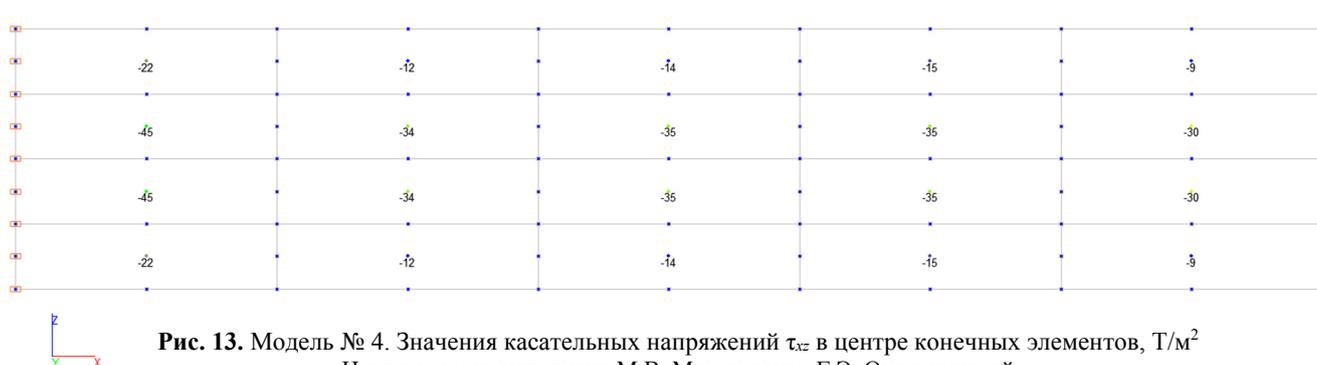


Рис. 13. Модель № 4. Значения касательных напряжений τ_{xz} в центре конечных элементов, T/m^2
И с т о ч н и к: выполнено М.В. Мозголовым, Г.Э. Окольниковой

Figure 13. Model No. 4. Values of shear stresses τ_{xz} in the center of the finite elements, T/m^2
S o u r c e: made by M.V. Mozgolov, G.E. Okolnikova

Изучив поля касательных напряжений τ_{xz} , действующих в сечениях компьютерных моделей № 1–4, можно сделать вывод, что их распределение не соответствует теоретическим значениям, вычисленным по правилам сопротивления материалов. Создадим правильную, «эталонную» компьютерную модель [22]. Она будет состоять из густой сетки конечных элементов второго порядка кубической формы с размером ребра 50 мм (тип КЭ 37 библиотеки BK SCAD++ версии 21 [6]). Поля касательных напряжений τ_{xz} в модели представлены на рис. 14. Значения касательных напряжений τ_{xz} в центре конечных элементов, расположенных в плоскостях XOZ и YOZ , представлены на рис. 15 и 16. Анализ данных свидетельствует о правильности распределения напряжений по сечениям конструкции. Отклонения от теоретических значений наблюдаются в местах действия сил — нагрузки и опорных реакций. Это объясняется проявлением особенностей, которые называют принципом Сен-Венана [5]. Под словом «эталонная» в работе подразумевается наиболее точная модель, сходимость решений в которой соответствует нормативным требованиям. Конечно, можно создать и еще более точную модель, например, уменьшив сетку конечно-элементного разбиения. В нашем случае размер конечного элемента равен 1/10 характерного размера поперечного сечения конструкции.

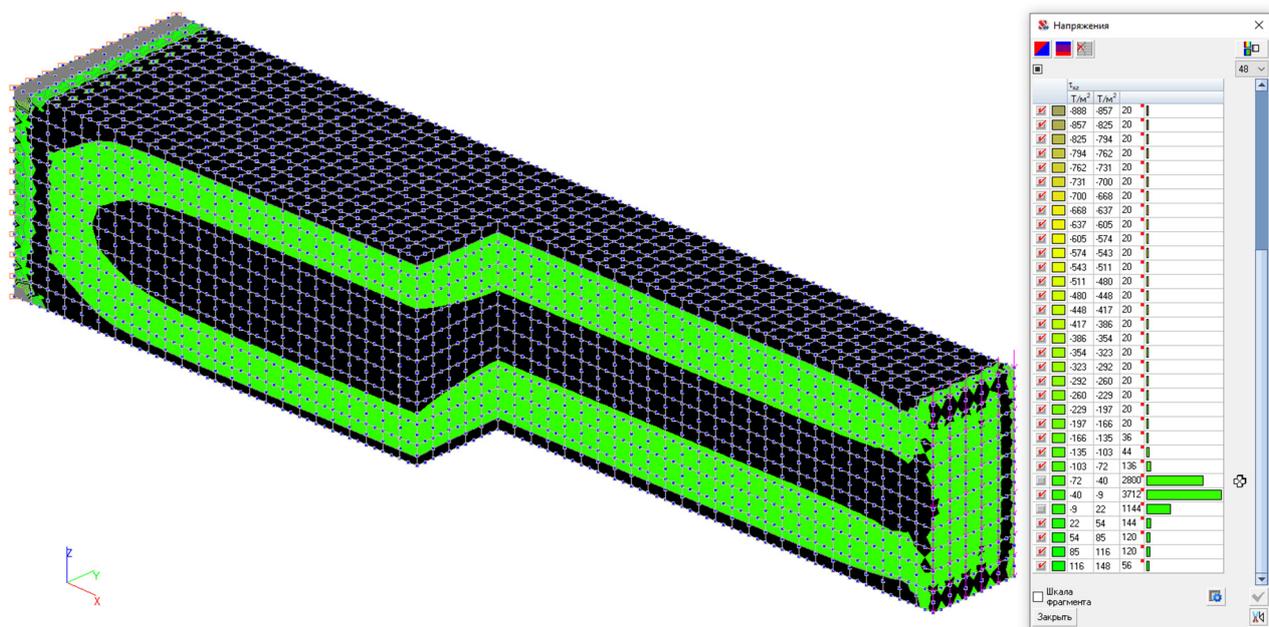


Рис. 14. «Эталонная» модель. Черным цветом показаны зоны с касательными напряжениями $\tau_{xz} = 0 \text{ T/m}^2$ и $\tau_{xz} = 48 \text{ T/m}^2$
И с т о ч н и к: выполнено М.В. Мозголовым, Г.Э. Окольниковой

Figure 14. The “reference” model. Zones with shear stresses $\tau_{xz} = 0 \text{ T/m}^2$ and $\tau_{xz} = 48 \text{ T/m}^2$ are shown in black
S o u r c e: made by M.V. Mozgolov, G.E. Okolnikova

**Значения усредненных касательных напряжений τ_{xz}
по сечениям компьютерных моделей и вычисленные по ним поперечные силы**
**The values of the averaged shear stresses τ_{xz}
in the cross sections of computer models and the shear forces calculated from them**

Модель № 1 / Model No. 1		Модель № 2 / Model No. 2		Модель № 3 / Model No. 3		Модель № 4 / Model No. 4	
τ_{xz} Т/м ² / Т/м ²	Q Т / Т	τ_{xz} Т/м ² / Т/м ²	Q Т / Т	τ_{xz} Т/м ² / Т/м ²	Q Т / Т	τ_{xz} Т/м ² / Т/м ²	Q Т / Т
32	8	21	5,25	40	10	33,5	8,375
32	8	44	11	–	–	–	–
32	8	35	8,75	32	8	–	–
32	8	32	8	–	–	–	–
32	8	31	7,75	28	7	–	–
32	8	31	7,75	–	–	23	5,75
32	8	31	7,75	29	7,25	–	–
32	8	31	7,75	–	–	–	–
32	8	31	7,75	28	7	–	–
32	8	31	7,75	–	–	24,5	6,125
32	8	31	7,75	–	–	–	–
32	8	31	7,75	28	7	–	–
32	8	31	7,75	–	–	–	–
32	8	31	7,75	29	7,25	–	–
32	8	31	7,75	–	–	25	6,25
32	8	31	7,75	28	7	–	–
32	8	30	7,5	–	–	–	–
32	8	29	7,25	29	7,25	–	–
32	8	28	7	–	–	–	–
32	8	3	0,75	14	3,5	19,5	4,875

И с т о ч н и к: выполнено М.В. Мозголовым, Г.Э. Окольниковой
S o u r c e: made by M.V. Mozgolov, G.E. Okolnikova

Из таблицы видно, что при вычислении поперечной силы по действующим касательным напряжениям точной моделью является модель № 1, а самой неточной — модель № 4.

4. Заключение

В исследовании произведен численный эксперимент для консольной балки в программном комплексе SCAD++ версии 21 рассмотрены пять твердотельных моделей конечных элементов (модели № 1–4 и «эталонная» модель). Для всех моделей проанализирован характер распределения касательных напряжений и выполнена оценка сходимости решения по поперечной силе.

В исследовании произведена оценка выбора модели метода конечных элементов для расчета балок на основе распределения касательных напряжений:

1. Распределение касательных напряжений от действия поперечной силы в сечениях компьютерных моделей № 1–4 не соответствует теоретическим значениям, вычисленным по правилам сопоставления материалов.
2. Для определения поперечной силы по действующим касательным напряжениям можно рекомендовать модель № 1.
3. Для изучения касательных напряжений при помощи твердотельных моделей модели рекомендуется создавать из кубических конечных элементов второго порядка с густой сеткой конечно-элементного разбиения.

Список литературы

1. Секулович М. Метод конечных элементов / перевод с сербского Ю.Н. Зуева ; под редакцией В.Ш. Барбакадзе. Москва : Стройиздат, 1993. 664 с. ISBN 5-274-01755-X
2. Каплун А.Б., Морозов Е.М., Олферьева М.А. ANSYS в руках инженера : практическое руководство. Москва : УРСС, 2003. 272 с. ISBN 5-354-00238-9
3. Городецкий А.С., Барабаиш М.С., Сидоров В.Н. Компьютерное моделирование в задачах строительной механики. Москва : АСВ, 2016. 337 с. ISBN 978-5-4323-0188-8
4. Перельмутер А.В., Сливкер В.И. Расчетные модели сооружений и возможность их анализа. Москва : ДМК Пресс, 2007. 600 с. ISBN 5041950571, 9785041950576
5. Перельмутер А.В. Беседы о строительной механике. Москва : Издательство SCAD Soft, Издательский дом АСВ, 2016. 304 с. ISBN 978-5-4323-0153-6
6. Карпиловский В.С., Криксунов Э.З., Маляренко А.А., Фиалко С.Ю., Перельмутер А.В., Перельмутер М.А. SCAD Office. Версия 21. Вычислительный комплекс SCAD ++. Москва : СКАД СОФТ, 2020. 1006 с. ISBN 978-5-903683-28-4, ISBN 978-5-4323-0081-2
7. Cai B., Li B., Fu F. Finite Element Analysis and Calculation Method of Residual Flexural Capacity of Post-fire RC Beams // *International Journal of Concrete Structures and Materials*. 2020. Vol. 14. Article no. 58. <https://doi.org/10.1186/s40069-020-00428-7>
8. Saribiyik A., Sümer Y., Aldabir W.M. Finite Element Modeling of RC Beams Produced with Low-Strength Concrete and Strengthened for Bending and Shear with CFRP and GFRP // *Sakarya University Journal of Science*. 2024. Vol. 28. No. 6. P. 1326–1341. <https://doi.org/10.16984/saufenbilder.1469172>
9. Aktas M., Sumer Y. Nonlinear finite element analysis of damaged and strengthened reinforced concrete beams // *Journal of Civil Engineering and Management*. 2014. Vol. 20. No. 2. P. 201–210. <https://doi.org/10.3846/13923730.2013.801889>
10. Sümer Y., Aktas M. Finite element modeling of existing cracks on pre-loaded reinforced concrete beams // *Arabian Journal for Science and Engineering*. 2014. Vol. 39. No. 4. P. 2611–2619. <https://doi.org/10.1007/s13369-013-0925-2>
11. Demir A., Caglar N., Ozturk H., Sumer Y. Nonlinear finite element study on the improvement of shear capacity in reinforced concrete T-Section beams by an alternative diagonal shear reinforcement // *Engineering Structures*. 2016. Vol. 120. P. 158–165. <https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2016.04.029>
12. Tahnat Y.B.A., Dwaikat M.M., Samaaneh M.A. Effect of using CFRP wraps on the strength and ductility behaviors of exterior reinforced concrete joint. *Composite Structures*. 2018. Vol. 201. P. 721–739. <https://doi.org/10.1016/j.compstruct.2018.06.082>
13. Cao V.V., Ronagh H.R. A model for damage analysis of concrete // *Advances in concrete construction*. 2013. Vol. 1. Issue 2. P. 187–200. <https://doi.org/10.12989/acc.2013.01.2.187>
14. Varghese S.M., Kamath K., Salim S.R. Effect of concrete strength and tensile steel reinforcement on RC beams externally bonded with fiber reinforced polymer composites: A finite element study // *Materials Today: Proceedings*. 2023. <https://doi.org/10.1016/j.matpr.2023.03.650>
15. Sattaratphajit N., Sirimontree S., Witchayangkoon B. Prediction of the Shear Behavior of Reinforced Concrete Deep Beam Strengthened by Transverse External Post-tension using Finite Element Method // *International Transaction Journal of Engineering, Management, & Applied Sciences & Technologies*. 2022. Vol. 13. No. 2. Article no. 13A2P. <https://doi.org/10.14456/ITJEMAST.2022.37>
16. Мозголов М.В., Козлова Е.В. К вопросу создания верификационной модели для расчета кессонного железобетонного перекрытия в вычислительном комплексе SCAD // *Вестник НИЦ «Строительство»*. 2022. Т. 32. № 1. P. 128–140. [https://doi.org/10.37538/2224-9494-2022-1\(32\)-128-140](https://doi.org/10.37538/2224-9494-2022-1(32)-128-140)
17. Мозголов М.В., Козлова Е.В. Верификация стержневой и твердотельной моделей вычислительного комплекса SCAD расчета железобетонного кессонного перекрытия // *Вестник БГТУ им. В.Г. Шухова*. 2023. № 6. С. 35–47. <https://doi.org/10.34031/2071-7318-2023-8-6-35-47>
18. Еремеев П.Г. Современные конструкции покрытий над трибунами стадионов. Москва : АСВ, 2015. 236 с.
19. Зенин С.А., Болгов А.Н., Сокуров А.З., Кудинов О.В. Прочность на продавливание плоских плит перекрытий в зонах опирания на торцы стен // *Бетон и железобетон*. 2022. Т. 610. № 2. С. 35–40. <https://doi.org/10.31659/0005-9889-2022-610-2-35-40>. EDN: OWTRVU
20. Мозголов М.В., Окольникова Г.Э. К вопросу оценки точности решений моделей метода конечных элементов на примере расчета консольной балки // *Системные технологии*. 2024. № 1 (50). С. 118–128. https://doi.org/10.48612/dniti/2024_50_181-128
21. Мозголов М.В. Об ошибках примера расчета железобетонной кессонной панели перекрытия в справочнике проектировщика // *Градостроительство и архитектура*. 2023. Т. 13. № 3. С. 13–22. <https://doi.org/10.17673/Vestnik.2023.03.02>
22. Мозголов М.В., Козлова Е.В. Модель комплекса SCAD из объемных конечных элементов: расчет железобетонных кессонных перекрытий // *Вестник НИЦ Строительство*. 2023. Т. 37. № 2. С. 18–36. [https://doi.org/10.37538/2224-9494-2023-2\(37\)-18-36](https://doi.org/10.37538/2224-9494-2023-2(37)-18-36)

References

1. Sekulovich M. *Finite Element Method. Translation from Serbian by Yu.N. Zuev*. Edited by V.Sh. Barbakadze. Moscow: Stroyizdat Publ.; 1993. (In Russ.) ISBN 5-274-01755-X
2. Kaplun A.B., Morozov E.M., Olferyeva M.A. *ANSYS in the Hands of an Engineer. Practical Guide*. Moscow: URSS, 2003. (In Russ.) ISBN 5-354-00238-9
3. Gorodetsky A.S., Barabash M.S., Sidorov V.N. *Computer Modeling in Structural Mechanics Problems*. Moscow: ASV, 2016. (In Russ.) ISBN 978-5-4323-0188-8
4. Perelmuter A.V., Slivker V.I. *Calculation Models of Structures and the Possibility of Their Analysis*. Moscow: DMK Press, 2007. (In Russ.) ISBN 5041950571, 9785041950576
5. Perelmuter A.V. *Conversations about structural mechanics*. Moscow: SCAD Soft Publ., ASV Publ.; 2016. (In Russ.) ISBN 978-5-4323-0153-6
6. Karpilovsky V.S., Kriksunov E.Z., Maliarenko A.A., Fialko S.Yu., Perelmuter A.V., Perelmuter M.A. *SCAD Office. Version 21. Computing complex SCAD ++*. Moscow: SKAD SOFT Publ.; 2020. (In Russ.) ISBN 978-5-903683-28-4, ISBN 978-5-4323-0081-2
7. Cai B., Li B., Fu F. Finite Element Analysis and Calculation Method of Residual Flexural Capacity of Post-fire RC Beams. *International Journal of Concrete Structures and Materials*. 2020;14:58. <https://doi.org/10.1186/s40069-020-00428-7>
8. Saribiyik A., Sümer Y., Aldbahir W.M. Finite Element Modeling of RC Beams Produced with Low-Strength Concrete and Strengthened for Bending and Shear with CFRP and GFRP. *Sakarya University Journal of Science*. 2024;28(6):1326-1341. <https://doi.org/10.16984/saufenbilder.1469172>
9. Aktas M., Sumer Y. Nonlinear finite element analysis of damaged and strengthened reinforced concrete beams. *Journal of Civil Engineering and Management*. 2014;20(2):201–210. <https://doi.org/10.3846/13923730.2013.801889>
10. Sümer Y., Aktaş M. Finite element modeling of existing cracks on pre-loaded reinforced concrete beams. *Arabian Journal for Science and Engineering*. 2014;39(4):2611–2619. <https://doi.org/10.1007/s13369-013-0925-2>
11. Demir A., Caglar N., Ozturk H., Sumer Y. Nonlinear finite element study on the improvement of shear capacity in reinforced concrete T-Section beams by an alternative diagonal shear reinforcement. *Engineering Structures*. 2016;120:158–165. <https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2016.04.029>
12. Tahnat Y.B.A., Dwaikat M.M., Samaaneh M.A. Effect of using CFRP wraps on the strength and ductility behaviors of exterior reinforced concrete joint. *Composite Structures*. 2018;201:721–739. <https://doi.org/10.1016/j.compstruct.2018.06.082>
13. Cao V.V., Ronagh H.R. A model for damage analysis of concrete. *Advances in concrete construction*. 2013;1(2):187–200. <https://doi.org/10.12989/acc.2013.01.2.187>
14. Varghese S.M., Kamath K., Salim S.R. Effect of concrete strength and tensile steel reinforcement on RC beams externally bonded with fiber reinforced polymer composites: A finite element study. *Materials Today: Proceedings*. 2023. <https://doi.org/10.1016/j.matpr.2023.03.650>
15. Sattaratphajit N., Sirimontree S., Witchayangkoon B. Prediction of the Shear Behavior of Reinforced Concrete Deep Beam Strengthened by Transverse External Post-tension using Finite Element Method. *International Transaction Journal of Engineering, Management, & Applied Sciences & Technologies*. 2022;13(2):13A2P. <https://doi.org/10.14456/ITJEMAST.2022.37>
16. Mozgolov M.V., Kozlova E.V. On the issue of creating a verification model for calculating a caisson reinforced concrete floor in the SCAD computing complex. *Bulletin of the Scientific Research Center Construction*. 2022;32(1):128–140. (In Russ.) [https://doi.org/10.37538/2224-9494-2022-1\(32\)-128-140](https://doi.org/10.37538/2224-9494-2022-1(32)-128-140)
17. Mozgolov M.V., Kozlova E.V. Verification of the rod and solid models of the SCAD computing complex for calculating a reinforced concrete caisson floor. *Bulletin of the BSTU named after V.G. Shukhov*. 2023;(6):35–47. (In Russ.) <https://doi.org/10.34031/2071-7318-2023-8-6-35-47>
18. Ereemeev P.G. *Modern structures of roofs over stadium stands*. Moscow: ASV Publ.; 2015. (In Russ.)
19. Zenin S.A., Bolgov A.N., Sokurov A.Z., Kudinov O.V. Punching strength of flat floor slabs in areas of support on wall ends. *Concrete and reinforced concrete*. 2022;610(2):35–40. (In Russ.) <https://doi.org/10.31659/0005-9889-2022-610-2-35-40>
20. Mozgolov M.V., Okolnikova G.E. On the issue of assessing the accuracy of solutions of finite element method models using the example of calculating a cantilever beam. *System Technologies*. 2024;1(50):118–128. (In Russ.) https://doi.org/10.48612/dnitii/2024_50_181-128
21. Mozgolov M.V. On the errors of the example of calculating a reinforced concrete caisson floor panel in the designer's handbook. *Urban development and architecture*. 2023;13(3):13–22. (In Russ.) <https://doi.org/10.17673/Vestnik.2023.03.02>
22. Mozgolov M.V., Kozlova E.V. Model of the SCAD complex from volumetric finite elements: calculation of reinforced concrete caisson floors. *Bulletin of the Scientific Research Center Construction*. 2023;37(2):18–36. (In Russ.) [https://doi.org/10.37538/2224-9494-2023-2\(37\)-18-36](https://doi.org/10.37538/2224-9494-2023-2(37)-18-36)