

Научная статья

УДК 004.056.53

DOI:10.31854/1813-324X-2024-10-2-76-82

 CC BY 4.0

Анализ спектральных характеристик результатов матричного маскирования изображений

 Евгений Константинович Григорьев, ev.grig95@gmail.com

Санкт-Петербургский государственный университет аэрокосмического приборостроения,
Санкт-Петербург, 190000, Российская Федерация

Аннотация: В работе описаны результаты вычислительного эксперимента по оценке возможности извлечения полезной информации, в случае если отправленное по открытому каналу маскированное при помощи квазиортогональных матриц изображение стало доступно третьей стороне. Рассмотрены матрицы симметричной и циклической структуры, а именно матрицы Адамара и Мерсенна. Полученные результаты подтверждают данные о том, что маскирование изображений матрицей малых размеров оставляет на результирующем изображении характерный контур исходного изображения. Однако с увеличением размера матрицы маскирования каждая из рассмотренных в работе матриц при визуальном анализе надежно скрывает исходное изображение. При маскировании симметричными матрицами Мерсенна – Уолша и циклическими матрицами Мерсенна на основе модифицированных M -последовательностей достигается лучшая спектральная скрытность маскированных изображений в сравнении с матрицами Адамара. Матрицы Мерсенна циклической структуры при равенстве размеров изображения и матрицы маскирования приводят фазовый спектр маскированного изображения к виду, близкому по спектру к равномерному шуму, что делает их применение более предпочтительным, исходя из соображений о том, что зрительная система человека крайне чувствительна к фазо-частотным искажениям визуальной информации.

Ключевые слова: квазиортогональные матрицы, матричное маскирование изображений, матрицы Адамара, матрицы Мерсенна

Источник финансирования: работа выполнена при финансовой поддержке Министерства науки и высшего образования Российской Федерации, соглашение № FSRF-2023-0003.

Ссылка для цитирования: Григорьев Е.К. Анализ спектральных характеристик результатов матричного маскирования изображений // Труды учебных заведений связи. 2024. Т. 10. № 2. С. 76–82. DOI:10.31854/1813-324X-2024-10-2-76-82. EDN:TUWNCW

Spectral Characteristics Analysis of Images Matrix Masking Results

 Evgeniy Grigoriev, ev.grig95@gmail.com

Saint-Petersburg State University of Aerospace Instrumentation,
St. Petersburg, 190000, Russian Federation

Abstract: The article describes the results of a computational experiment to assess the capabilities of extracting useful information if an image masked by quasi-orthogonal matrices sent over an open channel became available to a third party. Hadamard and Mersenne matrices of symmetric and cyclic structure are considered. The results confirm the data that images masked by small-sized matrix leaves edges of the original image on the masked image. However, with

an increase in the size of the masking matrix, all considered in the article matrices reliably hides the original image during visual analysis. Masking by symmetric Mersenne-Walsh matrices and cyclic Mersenne matrices based on modified M-sequences provides better spectral secrecy of masked images in comparison with Hadamard matrices. Mersenne matrices of cyclic structure, with equal sizes of the image and the masking matrix, bring the phase spectrum of the masked image to a form close in spectrum to uniform noise, which makes their use more preferable based on the considerations that the human visual system is extremely sensitive to phase-frequency distortions of the visual information.

Keywords: quasi-orthogonal matrices, images matrix masking, Hadamard matrices, Mersenne matrices

Funding: the work was supported by the Ministry of Science and Higher Education of the Russian Federation, agreement No. FSRF-2023-0003.

For citation: Grigoriev E. Spectral Characteristics Analysis of Images Matrix Masking Results. *Proceedings of Telecommunication Universities*. 2024:10(2):76–82. (in Russ.) DOI:10.31854/1813-324X-2024-10-2-76-82. EDN:TUWNCW

Введение

В настоящее время с развитием интернета и телекоммуникаций обеспечение конфиденциальности передаваемой информации является актуальной задачей. Развитие теории ортогональных и экстремальных [1] матриц расширяет возможности их применения, в том числе в задачах обеспечения конфиденциальности цифровой информации с небольшим временем актуальности, например, изображений [2] или аудиофайлов [3].

В области обеспечения конфиденциальности визуальной информации с использованием матричных методов известно [4] использование матриц с комплексными значениями элементов, а также матриц Адамара [5, 6]. К достоинствам обоих подходов следует отнести ортогональность формируемых матриц, для которых нахождение обратной матрицы заменяется транспонированием. Следует также заметить, что матрицы Адамара являются двухуровневыми или модульно одноуровневыми [7]; это позволяет оптимизировать объем памяти, используемой для вычислений, однако их применение ограничено порядками числовой последовательности $4t$, где t – натуральное число, с существованием проблемных порядков (например 668), что может быть критично для изображений высокого разрешения, например, HD, Quad HD или 4K. В свою очередь матрицы с комплексными значениями элементов существуют на большем числе порядков, однако обладают большим количеством уровней.

Отдельно следует выделить работы [8–10], посвященные матричному маскированию [2] визуальной информации квазиортогональными структурированными матрицами. Во-первых, в них используется простой математический аппарат, обеспечивающий требуемое качество результата, в том числе в режиме реального времени [9]. Во-вторых, для методов матричного маскирования проработаны вопросы оценки устойчивости к искажениям и сжатию передаваемой информации [10]. В-третьих, используемые для маскирования матрицы

являются обобщением матриц Адамара [1], и существуют на всех остальных порядках [11], что открывает возможности маскирования изображений любых размеров. Тем не менее, ранее в научной литературе не рассматривался вопрос возможности извлечения полезной информации в случае, если переданное маскированное квазиортогональной матрицей изображение стало доступно третьей стороне, что и является целью настоящей работы.

Матричное маскирование изображений

Матричное маскирование как способ обеспечения конфиденциальности визуальной цифровой информации [2], имеющей короткий срок актуальности, может осуществляться в двух вариантах. Первый – одностороннее маскирование, при котором исходное изображение (или фрагмент изображения) X_n размера $n \times n$ умножается на матрицу M_n того же размера в виде (1), где Y_n – передаваемое по коммуникационному каналу в цифровом виде защищенное изображение.

Второй вариант – двустороннее маскирование, при котором исходное изображение (или его фрагмент) умножается на матрицу M_n слева и транспонированную матрицу M_n^T справа в виде (2).

$$Y_n = X_n M_n. \quad (1)$$

$$Y_n = M_n X_n M_n^T. \quad (2)$$

Обратные преобразования для получения исходного изображения при одностороннем и двустороннем маскировании выполняются как:

$$X_n = Y_n (M_n)^{-1}, \quad (3)$$

$$X_n = (M_n)^{-1} Y_n (M_n^T)^{-1}. \quad (4)$$

Как уже отмечалось выше, использование для маскирования ортогональных или квазиортогональных матриц M_n , для которых $(M_n)^{-1} = M_n^T$, упрощает обратные преобразование по (3 и 4).

Для эффективной реализации на процессорах цифровой обработки сигналов и ПЛИС преимущество имеют матрицы Адамара и матрицы Мерсенна

как матрицы с двумя значениями элементов (уровней) $\{1, -1\}$ и $\{1, -b\}$, соответственно [8]. Дополнительное преимущество при реализации маскирования/демаскирования имеют такие матрицы симметричной или циклической структур [3, 9]. Для анализа результатов маскирования в работе были выбраны матрицы, представленные в таблице 1.

ТАБЛИЦА 1. Используемые матрицы

TABLE 1. Matrices Used

№	Матрица	Структура	Уровни
1	Адамара, вычисленная методом Сильвестра	Симметричная	+1, -1
2	Адамара, структурированная по Уолшу	Симметричная	+1, -1
3	Мерсенна, структурированная по Уолшу [7]	Симметричная	+1, -b
4	Мерсенна, структурированная по Уолшу, модульно двухуровневая [7]	Симметричная	+1, -1, b, -b
5	Мерсенна, на основе модифицированных M-последовательностей [12]	Циклическая	+1, -b

Описание вычислительного эксперимента

Одним из основных методов анализа изображений и сигналов является их спектральный анализ, в основе которого лежит аппарат дискретного преобразования Фурье (ДПФ) [13–14]. Велика вероятность, что доступное третьей стороне изображение может быть подвергнуто анализу с использованием алгоритмов быстрого преобразования Фурье (БПФ).

Вычислительный эксперимент, при котором изображения подвергались одностороннему и двустороннему маскированию матрицами, указанными в таблице 1, проводился в пакете компьютерного моделирования MATLAB следующим образом.

1) Маскирование тестового изображения осуществлялось по формулам (1 и 2) матрицами Адамара порядков 2^t : 8, 16, 32, 64, 128, 256, 512 и матрицами Мерсенна порядков $2^t - 1$: 7, 15, 31, 63, 127, 255, 511. Следует сразу оговорить, что при размере M_n меньше размера тестового изображения маскирование осуществлялось блоками, соответствующими размерам M_n . При маскировании матрицами Мерсенна для корректного разделения изображения на блоки оно дополнялось единицами, а для M_n размером 511×511 в исходном изображении был удален столбец 512 и строка 512.

2) Результат маскирования выводился в виде изображения для его визуального анализа.

3) При помощи, встроенной в пакет MATLAB функции `fft2()`, вычислялся двумерный Фурье-спектр маскированного изображения. Вычислялся амплитудный и фазовый спектр маскированного изображения. Осуществлялось построение соответствующих графиков.

4) Осуществлялась попытка восстановить исходное изображение только по информации, содержащейся в фазовом спектре маскированного изображения, исходя из соображений о важности фазы в задании формы исходного изображения [14].

5) В качестве тестового изображения выбрано широко используемое изображение `Lena.jpg` [15], переведенное в градации серого. Размер изображения 512×512 пикселей. Он определялся с учетом линейки порядков матриц, использованных в эксперименте.

Результаты эксперимента

Итоги эксперимента подтвердили известные положения о том, что при небольшом размере M_n в результирующем маскированном изображении данные, хотя и значительно отличаются от исходных численно, однако при визуальном анализе на них определяются контуры объектов, что, благодаря ассоциативности зрительного аппарата человека, обеспечивает возможность их идентификации [16].

Однако проведение эксперимента позволило получить новые результаты, представляющие значительный интерес. Например, при одностороннем маскировании матрицами 1, 2 и 4, приведенными в таблице 1, из графиков амплитудного и фазового спектров извлекаема информация о размере матрицы маскирования (см. рисунок 1). Здесь размеры M_n : 16×16 для матриц Адамара и Адамара – Уолша и 15×15 для матрицы Мерсенна – Уолша. В случае двустороннего маскирования результат становится еще более наглядным, и это демонстрируется амплитудными спектрами изображения. При этом маскирование матрицами 3 и 5 из таблицы 1 не позволяет определить размер M_n ни по амплитудному, ни по фазовому спектру.

Результаты спектральных характеристик тестового изображения при его одностороннем и двустороннем маскировании всеми матрицами, приведенными в таблице 1, представлены в таблице 2.

Анализ научной литературы по теме матричного маскирования визуальной информации показывает, что на данный момент не существует универсальной метрики оценки качества маскирования. В связи с этим с целью получения субъективной оценки критериев «наличие контура» и «наличие контуров исходного изображения при восстановлении только по фазовому спектру» для визуального анализа маскированных изображений были привлечены 5 независимых испытуемых. При этом испытуемым не было известно ни исходное изображение, ни алгоритм маскирования изображения. Изображения выдавались для визуального анализа от большего размера матрицы маскирования к меньшему. Оценка «+» ставилась, если большинство испытуемых верно определили наличие контура исходного изображения, в противном случае ставилась оценка «-».

ТАБЛИЦА 2. Результаты, полученные при одностороннем / двустороннем маскировании

TABLE 2. Obtained Results with One-Sided / Two-Sided Masking

Параметры	Размер матрицы						
	8 × 8	16 × 16	32 × 32	64 × 64	128 × 128	256 × 256	512 × 512
<i>Матрица Адамара, вычисленная методом Сильвестра</i>							
Наличие контура	+/+	+/+	+/+	-/-	-/-	-/-	-/-
Наличие закономерностей в амплитудном спектре	+/+	+/+	+/+	+/+	+/+	+/+	-/-
Наличие закономерностей в фазовом спектре	+/+	+/+	+/-	+/-	+/-	+/-	-/-
Наличие контуров исходного изображения при восстановлении только по фазовому спектру	+/+	+/-	+/-	-/-	-/-	-/-	-/-
<i>Матрица Адамара, структурированная по Уолшу</i>							
Наличие контура	+/+	+/+	+/+	-/-	-/-	-/-	-/-
Наличие закономерностей в амплитудном спектре	+/+	+/+	+/+	+/+	+/+	+/+	-/-
Наличие закономерностей в фазовом спектре	+/+	+/+	+/+	+/+	+/-	+/-	-/-
Наличие контуров исходного изображения при восстановлении только по фазовому спектру	+/+	+/-	+/-	-/-	-/-	-/-	-/-
<i>Матрица Мерсенна структурированная по Уолшу (2-х уровневая)</i>							
Наличие контура	+/+	+/+	+/+	-/-	-/-	-/-	-/-
Наличие закономерностей в амплитудном спектре	-/+	-/-	-/-	-/-	-/-	-/-	-/-
Наличие закономерностей в фазовом спектре	-/-	-/-	-/-	-/-	-/-	-/-	-/-
Наличие контуров исходного изображения при восстановлении только по фазовому спектру	+/+	+/+	-/-	-/-	-/-	-/-	-/-
<i>Матрица Мерсенна структурированная по Уолшу (модульно 2-х уровневая)</i>							
Наличие контура	+/+	+/+	+/+	-/-	-/-	-/-	-/-
Наличие закономерностей в амплитудном спектре	+/+	+/+	+/+	+/+	+/+	+/-	-/-
Наличие закономерностей в фазовом спектре	+/+	+/+	+/+	-/+	-/-	-/-	-/-
Наличие контуров исходного изображения при восстановлении только по фазовому спектру	+/+	+/-	-/-	-/-	-/-	-/-	-/-
<i>Матрица на основе модифицированной M-последовательности</i>							
Наличие контура	+/+	+/+	+/+	+/+	+/-	+/-	+/-
Наличие закономерностей в амплитудном спектре	-/-	-/-	-/-	-/-	-/-	-/-	-/-
Наличие закономерностей в фазовом спектре	-/-	-/-	-/-	-/-	-/-	-/-	-/-
Наличие контуров исходного изображения при восстановлении только по фазовому спектру	+/+	+/+	+/-	-/-	-/-	-/-	-/-

Выбор данных критериев обусловлен теми фактами, что, во-первых, наиболее важную информацию об изображениях содержат их контуры. При этом отметим, что другие компоненты изображения, такие как, например, градиентные или текстурные, также важны, но играют меньшую роль [17], а во-вторых, тем, что именно в фазовом спектре изображений заключена информация о наличии и положении световых границ (контуров) изображения [14, 17]. Критерии «наличие закономерностей в амплитудном спектре» и «наличие закономерностей в фазовом спектре» обусловлены целью настоящей работы и оценки по ним выставлялись автором самостоятельно на основе визуального анализа, аналогично тому, что было описано для рисунка 1.

Дополнительно в рамках проведения эксперимента было выявлено, что при маскировании по (2), матрицей циклической структуры в случае одинакового размера изображения X_n , и матрицы маскирования M_n фазовый спектр маскированного изображения преобразуется к шумоподобному виду, равномерно распределенному на интервале $[-\pi; +\pi]$. В качестве примера на рисунке 2 приведены фазовые спектры исходного изображения, маскированного матрицей на основе модифицированной M -последовательности и матрицы элементы которой равномерно распределены на интервале $[-\pi; +\pi]$, полученной при помощи функции `unifrnd()` системы MATLAB.

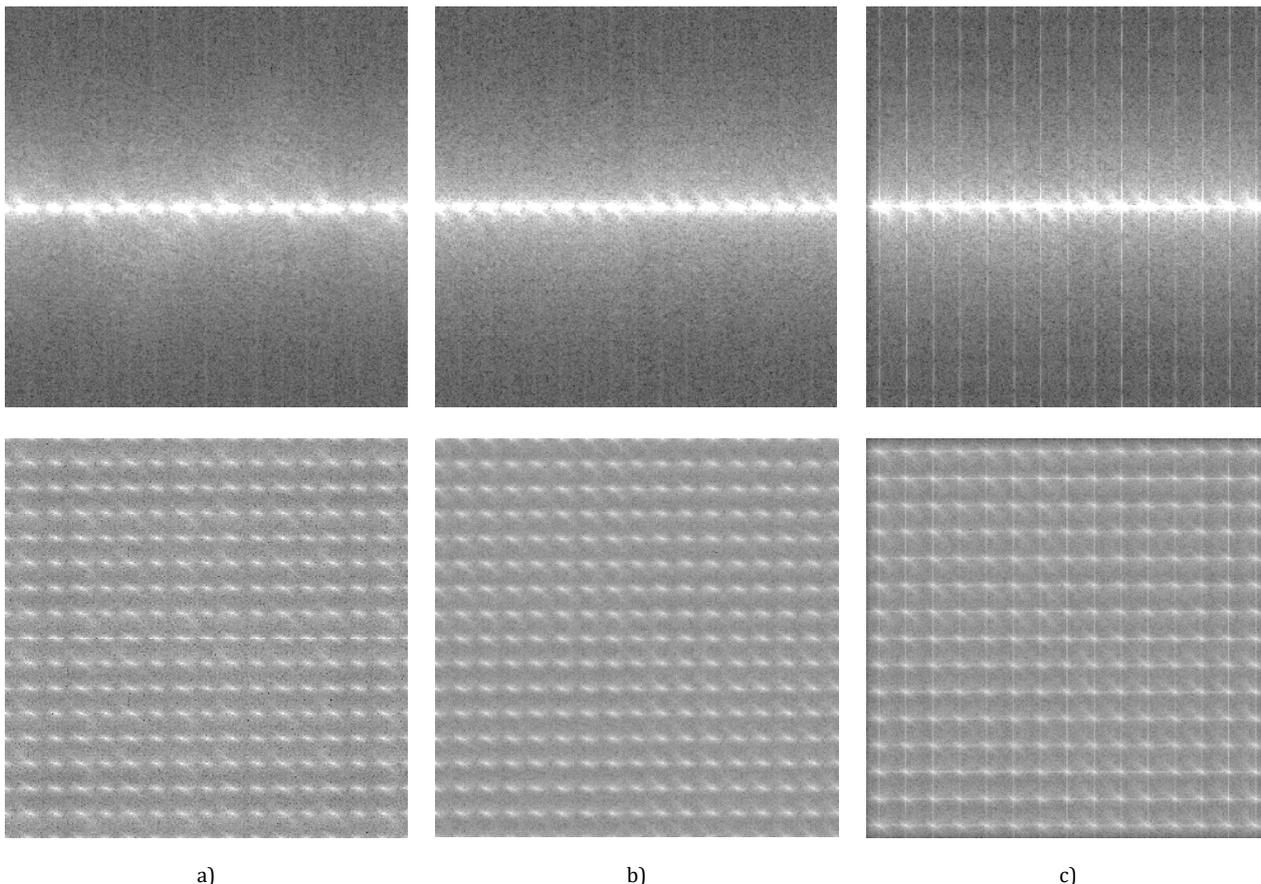


Рис. 1. Двумерные амплитудные спектры изображения при одностороннем (сверху) и двустороннем (снизу) маскировании: а) матрицей Адамара; б) матрицей Адамара – Уолша; в) модульно двухуровневой матрицей Мерсенна – Уолша

Fig. 1. Two-Dimensional Amplitude Spectrums of Image with One-Sided / Two-Sided Masking: a) Hadamard Matrix; b) Hadamard-Walsh Matrix; c) Modular Two-Level Mersenne-Walsh Matrix

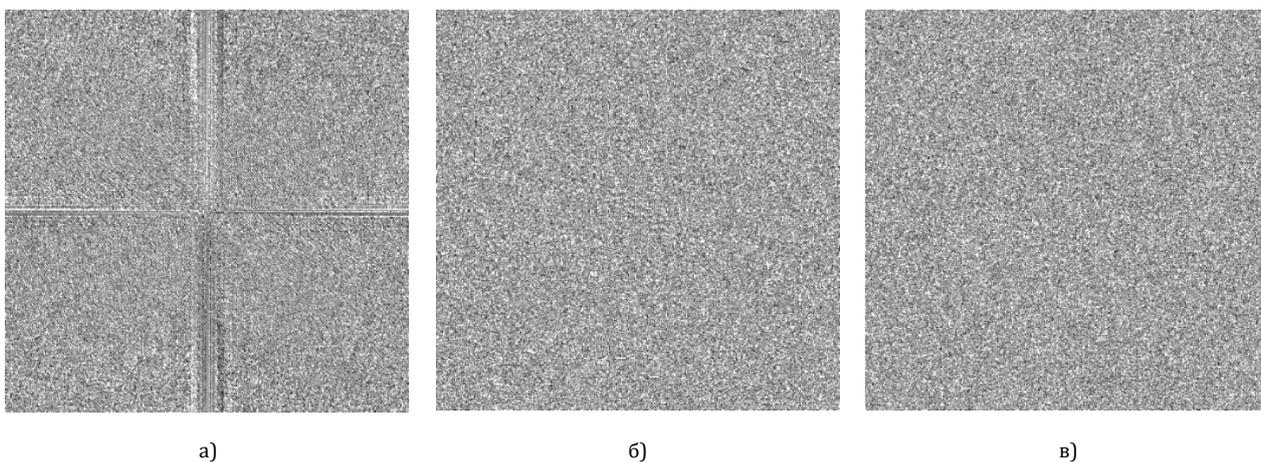


Рис. 2. Двумерный фазовый спектр: а) исходное изображение; б) маскированное циклической матрицей; в) матрица, элементы которой равномерно распределены в интервале $[-\pi; +\pi]$

Fig. 2. Two-Dimensional Phase Spectrum a) Original Image; б) Masked by Cyclic Matrix; в) Matrix with Elements Uniformly Distributed on the Interval $[-\pi; +\pi]$

Размер каждой матрицы 511×511 . В дополнение к визуальному анализу двумерного фазового спектра изображения, маскированного циклической матрицей, при помощи критериев согласия Колмогорова – Смирнова и Пирсона была проверена гипотеза H_0 – последовательность, сформированная

из элементов матрицы фазового спектра, принадлежит равномерному закону распределения с параметрами $a = -\pi$, $b = +\pi$, с уровнем значимости 0.05. Оба критерия не отвергают нулевую гипотезу на заданном уровне значимости.

Заключение

Матричное маскирование является быстрым и математически простым способом защитного кодирования визуальной информации, передаваемой по каналам связи.

Результаты, полученные в данной работе, подтверждают данные о том, что маскирование изображений матрицей малых размеров оставляет на результирующем изображении характерный контур исходного изображения. Однако, с увеличением размера M_n каждая из рассмотренных в работе матриц при визуальном анализе надежно скрывает исходное изображение. В случае матричного маскирования допустимо увеличение размера M_n , поскольку математически простые вычисления по (1) и (2) не приводят к значительному замедлению алгоритма маскирования.

Результаты проведенного вычислительного эксперимента показывают большую достигаемую спектральную скрытность изображений, маскированных двухуровневыми матрицами Мерсенна – Уолша, а также матрицами Мерсенна, полученными на основе M -последовательностей.

Матрицы Мерсенна на основе модифицированных M -последовательностей, циклической структуры при равенстве размеров изображения и матрицы маскирования приводят фазовый спектр передаваемого по каналу связи изображения к виду, близкому по спектру к белому равномерному шуму, что делает их применение более предпочтительным исходя из соображений о том, что зрительная система человека крайне чувствительна к искажениям фазового спектра визуальной информации.

Дальнейшие работы по данной теме предполагают разработку подхода к оценке качества маскирования визуальной информации, поскольку на данный момент в научной литературе отсутствуют сведения о существовании универсальной метрики разрушения структуры подобных данных, учитывающих особенности визуального восприятия человека. Полученные в рамках данной работы результаты спектрального анализа органично вписываются в решение данной задачи, поскольку позволяют из широкого набора маскирующих матриц выбрать для последующих работ только наиболее эффективные.

Список источников

1. Балонин Н.А., Сергеев М.Б. Матрицы локального максимума детерминанта // Информационно-управляющие системы. 2014. Т. 1. № 68. С. 2–15. EDN:RYEXEH
2. Востриков А.А., Сергеев М.Б., Литвинов М.Ю. Маскирование цифровой визуальной информации: термин и основные определения // Информационно-управляющие системы. 2015. Т. 5. № 78. С. 116–123. DOI:10.15217/issn1684-8853.2015.5.116. EDN:UQFATJ
3. Григорьев Е.К., Сергеев А.М. Оценка качества матричного маскирования цифровых звуковых данных // Труды учебных заведений связи. 2023. Т. 9. № 3. С. 6–13. DOI:10.31854/1813-324X-2023-9-3-6-13. EDN:AJFFXQ
4. Гришенцев А.Ю., Коробейников А.Г. Алгоритм поиска, некоторые свойства и применение матриц с комплексными значениями элементов для стеганографии и синтеза широкополосных сигналов // Журнал радиоэлектроники. 2016. № 5. С. 9. EDN:WNDAOR
5. Фролов А.А., Чобаль А.И., Ризак В.М. Шифрование цветных изображений с использованием матриц Адамара // Захист інформації. 2019. Т. 21. № 4. С. 241–246. DOI:10.18372/2410-7840.21.14312. EDN:WHUZFD
6. Yuan X., Zhang L., Chen J. Multiple-image encryption scheme based on ghost imaging of Hadamard matrix and spatial multiplexing // Applied Physics. 2019. Vol. 125. P. 174. DOI:10.1007/s00340-019-7286-9
7. Сергеев А.М. Структурированные по Уолшу двухуровневые и модульно двухуровневые квазиортогональные матрицы для маскирования изображений // Известия высших учебных заведений. Приборостроение. 2023. Т. 66. № 5. С. 399–408. DOI:10.17586/0021-3454-2023-66-5-399-408. EDN:SVIYSL
8. Сергеев А.М. Связь симметрии и антисимметрии квазиортогональных циклических матриц с простыми числами // Труды учебных заведений связи. 2022. Т. 8. № 4. С. 14–19. DOI:10.31854/1813-324X-2022-8-4-14-19. EDN:PXAZIG
9. Востриков А.А., Мишура О.В., Сергеев А.М., Чернышев С.А. О выборе матриц для процедур маскирования и демаскирования изображений // Фундаментальные исследования. 2015. Т. 2. № 24. С. 5335–5339. EDN:UADDQR
10. Востриков А.А., Чернышев С.А. Об оценке устойчивости к искажениям изображений, маскированных M -матрицами // Научно-технический вестник информационных технологий, механики и оптики. 2013. Т. 5. № 87. С. 99–103. EDN:RBXRDX
11. Балонин Н.А., Сергеев М.Б. Критские матрицы Одина и Тени, сопровождающие простые числа и их степени // Информационно-управляющие системы. 2022. № 1(116). С. 2–7. DOI:10.31799/1684-8853-2022-1-2-7. EDN:LTLVEM
12. Григорьев Е.К., Ненашев В.А., Сергеев А.М., Самохина Е.В. Поиск и модификация кодовых последовательностей на основе персимметричных квазиортогональных циркулянтов // Телекоммуникации. 2020. № 10. С. 27–33. EDN:EGQMAS
13. Чекотило Е.Ю., Кузнецов П.К. Спектральный анализ вероятностных характеристик изображений // Вестник Самарского государственного технического университета. Серия: Физико-математические науки. 2006. № 42. С. 212–215. EDN:IPKLTB
14. Gonzalez R., Woods R. Digital Image Processing. New York: Pearson Publ., 2017. 1192 p.
15. The Lenna Story. URL: <http://lenna.org> (дата обращения 19.03.2024).
16. Ерош И.Л., Сергеев А.М., Филатов Г.П. О защите цифровых изображений при передаче по каналам связи // Информационно-управляющие системы. 2007. Т. 5. № 30. С. 20–22. EDN:ITVYKT
17. Красильников Н.Н. Теория передачи и восприятия изображений. М.: Радио и связь, 1986. 246 с.

References

1. Balonin N., Sergeev M. Local Maximum Determinant Matrices. *Information and control systems*. 2014;1(68):2–15. (in Russ.) EDN:RYEXEH
2. Vostrikov A., Sergeev M., Litvinov A. Masking of Digital Visual Data: the Term and Basic Definitions. *Information and control systems*. 2015;5(78):116–123. (in Russ.) DOI:10.15217/issn1684-8853.2015.5.116. EDN:UQFATJ
3. Grigoriev E., Sergeev A. Quality Analysis of Matrix Masking of Digital Audio Data. *Proceedings of Telecommunication Universities*. 2023;9(3):6–13. (in Russ.) DOI:10.31854/1813-324X-2023-9-3-6-13. EDN:AJFFXQ
4. Grishancev A., Korobeinikov A. Search algorithm, some properties and application of matrices with complex element values for steganography and synthesis of broadband signals. *Journal of Radio Electronics*. 2016;5:9. (in Russ.) EDN:WANDAOR
5. Frolov A., Chobal A., Rizak V. Encryption of color images using Hadamard matrices. *Ukrainian information security research journal*. 2019;21(4):241–246. (in Russ.) DOI:10.18372/2410-7840.21.14312. EDN:WHUZFD
6. Yuan X., Zhang L., Chen J., Zhang D. Multiple-image encryption scheme based on ghost imaging of Hadamard matrix and spatial multiplexing. *Applied Physics B*. 2019;125:174. DOI:10.1007/s00340-019-7286-9
7. Sergeev A. Two-level and modularly two-level quasi-orthogonal Walsh-structured matrices for image masking. *Journal of Instrument Engineering*. 2023;66(5):399–408. (in Russ.). DOI:10.17586/0021-3454-2023-66-5-399-408. EDN:SVIYSL
8. Sergeev A. Interrelation of Symmetry and Antisymmetry of Quasi-Orthogonal Cyclic Matrices with Prime Numbers. *Proceedings of the Telecommun. Univ*. 2022;8(4):14–19. (in Russ.) DOI:10.31854/1813-324X-2022-8-4-14-19. EDN:PXAZIG
9. Vostrikov A., Mishura O., Sergeev A., Chernyshev S. The choice of matrices for images masking and demasking procedures. *Fundamental research*. 2015;2(24):5335–5339. (in Russ.) EDN:UADDQR
10. Vostrikov A., Chernyshev S. On assessing the resistance to distortion of images masked by M-matrices. *Scientific and Technical Journal of Information Technologies, Mechanics and Optics*. 2013;5(87):99–103. (in Russ.) EDN:RBXRDX
11. Balonin N., Sergeev M. Odin and Shadow Cretan matrices accompanying primes and their powers. *Information and control systems*. 2022;1(116):2–7. (in Russ.) DOI:10.31799/1684-8853-2022-1-2-7. EDN:LTLVEM
12. Grigoriev E., Nenashev V., Sergeev A., Samohina E. Search and Modification of Code Sequences Based on Persymmetric Quasi-Orthogonal Circulants. *Telecommunications*. 2020;10:27–33. (in Russ.) EDN:EGQMAS
13. Chekotilo E., Kuznetsov P. Spectral analysis of probabilistic characteristics of images. *Journal of Samara state technical university, ser. Physical and mathematical sciences*. 2006;42:212–215. (in Russ.) EDN:IPKLTB
14. Gonzalez R., Woods R. *Digital Image Processing*. New York: Pearson Publ.; 2017. 1192 p.
15. The Lenna Story. URL: <http://lenna.org> [Accessed 19.03.2024]
16. Erosh I., Sergeev A., Filatov G. Protection of Images During Transfer Via Communication Channels. *Information and control systems*. 2007;5(30):20–22. (in Russ.). EDN:ITVYKT
17. Krasilnikov N.N. *Theory of image transmission and perception*. Moscow: Radio i sviaz Publ.; 1987. 656 p. (in Russ.) 1986. 246 c.

Статья поступила в редакцию 12.10.2023; одобрена после рецензирования 14.03.2024; принята к публикации 18.03.2024.

The article was submitted 12.10.2023; approved after reviewing 14.03.2024; accepted for publication 18.03.2024.

Информация об авторе:

ГРИГОРЬЕВ
Евгений Константинович

старший преподаватель кафедры вычислительных систем и сетей Санкт-Петербургского государственного университета аэрокосмического приборостроения

 <https://orcid.org/0000-0001-5981-4074>