Научная статья
УДК 623.612
DOI:10.31854/1813-324X-2024-10-1-65-72

Помехоустойчивость оптимального некогерентного приема двоичных сигналов с дифференциальной фазовой манипуляцией в присутствии нескольких гармонических помех

Алексей Владимирович Питрин, vka@mil.ru
Александр Сергеевич Попов, vka@mil.ru
Сергей Валентинович Терещенко, vka@mil.ru

Военно-космическая академия им. А.Ф. Можайского,
Санкт-Петербург, 197198, Российская Федерация

Аннотация: *В данной статье предлагается расчет вероятностей некогерентного приема сигналов с двоичной относительной фазовой манипуляцией (ОФМ-2) при наличии нескольких гармонических помех. Показаны примеры расчета вероятности ошибки на бит приема сигналов с ОФМ-2 по представленной методике в присутствии нескольких гармонических помех. Получены графики зависимости от величины сигнала при различных значениях помех и одинаковой величине сдвига частот, а также от сдвига частот помех при различных уровнях сигналов и помех. Результаты исследования при использовании данной методики позволяют с высокой точностью и надежным прогнозированием рассчитывать достоверность передаваемой информации в радиоканалах связи в условиях воздействия нескольких гармонических помех при обработке на двух тактах. А также спрогнозировать максимальный ущерб процессу передачи информации в радиоканале связи при различных условиях: совпадении частот помех с частотой сигнала, смещение частот помех относительно частоты сигнала и разброс частот помех с частотой сигнала.*

Ключевые слова: *дифференциальная (относительная) фазовая манипуляция, некогерентный прием, обработка на двух тактах, несколько гармонических помех, помехоустойчивость*

Ссылка для цитирования: Питрин А.В., Попов А.С. Терещенко С.В. Помехоустойчивость оптимального некогерентного приема двоичных сигналов с дифференциальной фазовой манипуляцией в присутствии нескольких гармонических помех // Труды учебных заведений связи. 2024. Т. 10. № 1. С. 65–72. DOI:10.31854/1813-324X-2024-10-1-65-72. EDN:XCSWBP

Optimal Incoherent Reception Noise Immunity of Binary Signals with Differential Phase Manipulation in the Presence of Several Harmonic Interferences

Aleksey Pitrin, vka@mil.ru
Aleksandr Popov, vka@mil.ru
Sergey Terechenko, vka@mil.ru

Mozhaisky Military Aerospace Academy,
St. Petersburg, 199178, Russian Federation

Abstract: *This article proposes the calculation of the probabilities of incoherent reception of signals with binary relative phase manipulation (OFM–2) in the presence of several harmonic interference.*
Examples of calculating the error probability per bit of receiving signals from OFM – 2 according to the presented method in the presence of several harmonic interference are shown. The obtained graphs depend on the magnitude of the signal at different values of interference and the same magnitude of the frequency shift, as well as on the frequency shift of interference at different levels of signals and interference. The results of the study using this technique allow us to calculate with high accuracy and reliable forecasting the reliability of transmitted information in radio communication channels under the influence of several harmonic interference during processing on two clock cycles. And also to predict the maximum damage to the process of transmitting information in a radio communication channel under various conditions: the coincidence of interference frequencies with the signal frequency, the offset of interference frequencies relative to the signal frequency and the spread of interference frequencies with the signal frequency.

Keywords: *differential (relative) phase manipulation, incoherent reception, two-cycle processing, multiple harmonic interference, noise immunity*

For citation: Pitrin A., Popov A., Terechenko S. Optimal Incoherent Reception Noise Immunity of Binary Signals with Differential Phase Manipulation in the Presence of Several Harmonic Interferences. *Proceedings of Telecommun. Univ.* 2024;10(1):65–72. DOI:10.31854/1813-324X-2024-10-1-65-72. EDN:XCSWBP

Введение

Преимущества цифровой передачи информации в настоящее время широко известны. Вместе с тем необходимо отметить сигналы с ОФМ, которые обладают рядом полезных качеств, к примеру, удовлетворяют энергетическим и спектральным требованиям, в сравнении с амплитудной и частотной манипуляцией. Рассмотрим преимущества используемого сигнала с ОФМ, в присутствии нескольких гармонических помех, по сравнению с фазоманипулированным (ФМ) сигналом:

– сигналы с ОФМ ненамного менее помехоустойчивы, чем сигналы с ФМ, примерно в 3 дБ, а при вероятности битовой ошибки более чем 10^{-5} разница составляет в 1 дБ [1, 2];

– в системах с ОФМ исключен режим так называемой «обратной работы», что обеспечивает меньшее количество ошибок при скачках сигнала. Не требуется применение дополнительных мер для предотвращения «обратной работы»;

– возможен некогерентный прием (демодуляция) сигналов с ОФМ, что существенно упрощает приемное устройство.

При случайном изменении фазы несущего колебания ее отслеживание становится более трудным, применение сигналов с ОФМ и некогерентного приема предпочтительно, особенно в присутствии нескольких гармонических помех. Помехоустойчивость приема сигналов с ОФМ при наличии нескольких гармонических помех в доступной литературе исследована недостаточно, а расчет вероятности ошибки на бит при не учете структуры помех является невыполнением ГОСТ РВ 5819-117-2007 пункт 7.1. Оценка и нормирование энергетических характеристик сигнально-кодовых конструкций (СКК) проводится с целью сопоставимости применения характеристик и показателей качества системы передачи с предельно достижимыми их значениями и с целью их взаимной сопоставимости для различных СКК. Энергетические характеристики должны устанавливаться с точностью не хуже 0,1 дБ относительно потенциальных достижимых значений, в соответствии ГОСТ РВ 5819-117-2007. Применение данных методик приводит к разным результатам при одинаковых исходных данных, в связи со сложностью используемого математического аппарата [3].

При расчете помехоустойчивости оптимального некогерентного приема ортогональных сигналов с обработкой на двух тактах используется классический подход. Представленная структурная схема (рисунок 1) двухканального демодулятора с выходом первого сигнала $V1$, соответственно для второго сигнала V2 тоже самое.

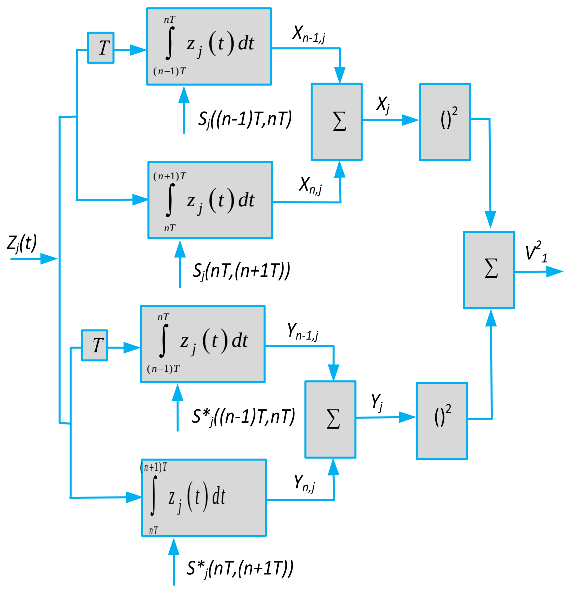

Рис.1. Структурная схема первого (из двух) канала демодулятора с выходом сигнала V_1

Fig. 1. Block Diagram of the First (of Two) Channel of the Demodulator with Signal Output V1

На каждом такте осуществляется демодуляция символов с поочередным подключением каналов демодулятора к выходу приемника [4, 5].

Необходимо отметить, что обработка идет на двух тактах последовательно через один такт. Полученные значения сигналов V1 и V2 с выхода демодулятора сравниваются и в устройстве сравнения принимается решение в пользу символа с наибольшей вероятностью.

Цель работы: вывод формул для расчета вероятности ошибки на бит некогерентного приема сигналов с ОФМ-2 при наличии нескольких гармонических помех.

Постановка задачи исследования для вывода формул расчета вероятности ошибки на бит при наличии нескольких гармонических помех

Вид используемой модели сигналов с ОФМ-2 на двухтактном интервале представляет собой [4]:

$$\begin{cases} C_1(t) = A\sin(\omega_c t + \phi_c) & -T < t \leq T \\ C_2(t) = \begin{cases} A\sin(\omega_c t + \phi_c) \\ -A\sin(\omega_c t + \phi_c) \end{cases} & \begin{matrix} -T < t \leq 0\,, \\ 0 < t \leq T \end{matrix} \end{cases}$$

где A, ϕ_c, ω_c – амплитуда, фаза и частота несущего колебания, соответственно, а T – длительность сигнала.

Вид модели гармонической помехи представляет функцию гармонического колебания со сдвигом частоты, где $j = 1,\ldots, L$; $B_j, \omega_{\text{п}j}, \phi_{\text{п}j}, \Delta\omega_{\text{п}j}$ – амплитуда, частота, фаза и сдвиг частоты, соответственно для j–ой помехи; L – количество помех:

$$Q_j(t) = B_j \sin\left[\left(\omega_{\text{п}j} + \Delta\omega_{\text{п}j}\right)t + \phi_{\text{п}j}\right],$$

Тогда принимаемая смесь сигнала, помех и шума на входе демодулятора будет иметь вид:

$$Z_j(t) = C_j(t) + \textstyle\sum_{j=1}^{L} Q_j(t) + u(t),$$

где $u(t)$ – принят белый гауссовский шум (БГШ) с автокорреляционной функцией вида $\langle u(t_1)u(t_2)\rangle = \frac{N_0}{2}\delta(t_1 - t_2)$; δ – является функцией Дирака.

Необходимо получить формулы для расчета вероятностей ошибки на бит некогерентного приема сигнала с ОФМ-2 при нескольких гармонических помех [6–8].

Порядок расчета вероятности ошибки на бит приема сигнала с ОФМ-2 при наличии нескольких гармонических помех

Используя общую теории оптимального приема сигнала с белым гауссовским шумом, получим вид формулы (1) для обработки сигналов в демодуляторе [4, 5], где V_1 и V_2 – вид сигналов на выходе демодулятора, которые представляют его модель. В соответствие с правилом решения имеем [4]:

$$V_1^2 \lessgtr V_2^2 \equiv V_1 \lessgtr V_2.$$

В первую очередь необходимо получить формулу для расчета вероятности первой ошибки на бит $P_{\text{ош}1} = P\left(\widehat{C_2}/C_1\right)$ для случая, когда передается первый сигнал C_1, а решение принимается в пользу второго сигнала $\widehat{C_2}$.

Введем обозначения (2). Тогда выходные сигналы демодулятора определяются по формуле:

$$\begin{cases} V_1^2 = (X_{n-1} + X_n)^2 + (Y_{n-1} + Y_n)^2 \\ V_2^2 = (X_{n-1} - X_n)^2 + (Y_{n-1} - Y_n)^2 \end{cases}.$$

Примем обозначения:

$$\begin{cases} X_+ = X_{n-1} + X_n\,, & Y_+ = Y_{n-1} + Y_n \\ X_- = X_{n-1} - X_n\,, & Y_- = Y_{n-1} - Y_n \end{cases}.$$

Вычислим X_{n-1}, X_n, Y_{n-1}, Y_n, подставив Z_j в формулу (2), получим выражение (3), где $I_{\xi,n-1}$, $I_{\xi,n}$, $I^*_{\xi,n}$, $I^*_{\xi,n-1}$ – случайные составляющие, находящиеся на определенных интервалах и рассчитываемые по формулам:

$$I_{\xi,n-1} = \int_{-T}^{0} u(t)\sin\omega t dt,\quad I_{\xi,n} = \int_{0}^{T} u(t)\sin\omega t dt,$$

$$I^*_{\xi,n-1} = \int_{-T}^{0} u(t)\cos\omega t dt,\quad I^*_{\xi,n} = \int_{0}^{T} u(t)\cos\omega t dt.$$

Нетрудно убедиться, что X_+, X_-, Y_+, Y_- – представляют собой попарно взаимно независимыми и гауссовскими величинами.

Далее рассчитаем (4) математические ожидания $m(X_+), m(Y_+), m(X_-), m(Y_-)$. Можно показать, что дисперсии $D(*)$ случайных составляющих величин равны следующим значениям:

$$D\left(I_{\xi,n-1}\right) = D\left(I_{\xi,n}\right) = D\left(I^*_{\xi,n-1}\right) = D\left(I^*_{\xi,n}\right) = \frac{N_0 T}{4},$$

$$D\left(I_{\xi,n-1} \pm I_{\xi,n}\right) = D\left(I^*_{\xi,n-1} \pm I^*_{\xi,n}\right) = \frac{N_0 T}{2}.$$

Введем обозначения [2]:

$$\begin{cases} G_+^2 = m^2(X_+) + m^2(Y_+) \\ G_-^2 = m^2(X_-) + m^2(Y_-) \end{cases}.$$

Вычислим значения G_+^2 и G_-^2 , согласно выражению (5) подставив значения из формулы (4).

Обозначим переменную k – параметр сдвига частоты длительности информационного символа к длительности периода колебаний сдвига частоты помех $(\Delta f_j, \Delta f_m)$, которая имеет вид: $k = \frac{T}{T_\Delta}$, где $T_\Delta = \frac{1}{\Delta f}$ – период частоты сдвига – Δf.

Тогда: $\Delta\omega T = 2\pi\Delta f T = 2\pi\frac{T}{T_\Delta} = 2\pi k$.

Отсюда получим следующие полезные соотношения:

$$\frac{\sin\Delta\omega_j T}{\Delta\omega_j T} = \frac{\sin 2\pi k_j}{2\pi k_j},\quad \frac{1 - \cos\Delta\omega_j T}{\Delta\omega_j T} = \frac{\left(\sin\pi k_j\right)^2}{\pi k_j},$$

$$\frac{\sin\Delta\omega_m T}{\Delta\omega_m T} = \frac{\sin 2\pi k_m}{2\pi k_m},\quad \frac{1 - \cos\Delta\omega_m T}{\Delta\omega_m T} = \frac{(\sin\pi k_m)^2}{\pi k_m}.$$

$$\begin{cases} V_1^2 = \left[\int\limits_{-T}^{T} Z_j(t)\sin\omega t dt\right]^2 + \left[\int\limits_{-T}^{T} Z_j(t)\cos\omega t dt\right]^2 \\ V_2^2 = \left[\int\limits_{-T}^{0} Z_j(t)\sin\omega t dt - \int\limits_{0}^{T} Z_j(t)\sin\omega t dt\right]^2 + \left[\int\limits_{-T}^{0} Z_j(t)\cos\omega t dt - \int\limits_{0}^{T} Z_j(t)\cos\omega t dt\right]^2 \end{cases}. \quad (1)$$

$$\begin{cases} X_{n-1} = \int\limits_{-T}^{0} Z_j(t)\sin\omega t dt,\ X_n = \int\limits_{0}^{T} Z_j(t)\sin\omega t dt \\ Y_{n-1} = \int\limits_{-T}^{0} Z_j(t)\cos\omega t dt,\ Y_n = \int\limits_{0}^{T} Z_j(t)\cos\omega t dt \end{cases}. \quad (2)$$

$$\begin{cases} X_{n-1} = \frac{AT}{2}\cos\phi_c + \frac{T\sum_{j=1}^{L} B_j}{2}\left[\cos\phi_{\text{п}j}\frac{\sin\Delta\omega_{\text{п}j}T}{\Delta\omega_{\text{п}j}T} + \sin\phi_{\text{п}j}\frac{1-\cos\Delta\omega_{\text{п}j}T}{\Delta\omega_{\text{п}j}T}\right] + I_{\xi,n-1} \\ X_n = \frac{AT}{2}\cos\phi_c + \frac{T\sum_{j=1}^{L} B_j}{2}\left[\cos\phi_{\text{п}j}\frac{\sin\Delta\omega_{\text{п}j}T}{\Delta\omega_{\text{п}j}T} - \sin\phi_{\text{п}j}\frac{1-\cos\Delta\omega_{\text{п}j}T}{\Delta\omega_{\text{п}j}T}\right] + I_{\xi,n} \end{cases},$$

$$\begin{cases} Y_{n-1} = \frac{AT}{2}\sin\phi_c + \frac{T\sum_{j=1}^{L} B_j}{2}\left[\sin\phi_{\text{п}j}\frac{\sin\Delta\omega_{\text{п}j}T}{\Delta\omega_{\text{п}j}T} - \cos\phi_{\text{п}j}\frac{1-\cos\Delta\omega_{\text{п}j}T}{\Delta\omega_{\text{п}j}T}\right] + I^*_{\xi,n-1} \\ Y_n = \frac{AT}{2}\sin\phi_c + \frac{T\sum_{j=1}^{L} B_j}{2}\left[\sin\phi_{\text{п}j}\frac{\sin\Delta\omega_{\text{п}j}T}{\Delta\omega_{\text{п}j}T} + \cos\phi_{\text{п}j}\frac{1-\cos\Delta\omega_{\text{п}j}T}{\Delta\omega_{\text{п}j}T}\right] + I^*_{\xi,n}. \end{cases}, \quad (3)$$

$$\begin{cases} X_+ = X_{n-1} + X_n = AT\cos\phi_c + \sum\limits_{j=1}^{L} B_j\,T\cos\phi_{\text{п}j}\frac{\sin\Delta\omega_{\text{п}j}T}{\Delta\omega_{\text{п}j}T} + I_{\xi.n-1} + I_{\xi,n} \\ X_- = X_{n-1} - X_n = T\sum\limits_{j=1}^{L} A_j\sin\phi_{\text{п}j}\frac{1-\cos\Delta\omega_{\text{п}j}T}{\Delta\omega_{\text{п}j}T} + I_{\xi.n-1} - I_{\xi,n} \\ Y_+ = Y_n + Y_{n-1} = AT\sin\phi_c + T\sum\limits_{j=1}^{L} B_j\sin\phi_{\text{п}j}\frac{\sin\Delta\omega_{\text{п}j}T}{\Delta\omega_{\text{п}j}T} + I^*_{\xi.n} + I^*_{\xi,n-1} \\ Y_- = Y_n - Y_{n-1} = T\sum\limits_{j=1}^{L} B_j\cos\phi_{\text{п}j}\frac{1-\cos\Delta\omega_{\text{п}j}T}{\Delta\omega_{\text{п}j}T} + I^*_{\xi.n} - I^*_{\xi,n-1} \end{cases}.$$

$$\begin{cases} m(X_+) = AT\cos\phi_c + T\sum\limits_{j=1}^{L} B_j\cos\phi_{\text{п}j}\frac{\sin\Delta\omega_{\text{п}j}T}{\Delta\omega_{\text{п}j}T} \\ m(Y_+) = AT\sin\phi_c + T\sum\limits_{j=1}^{L} B_j\sin\phi_{\text{п}j}\frac{\sin\Delta\omega_{\text{п}j}T}{\Delta\omega_{\text{п}j}T} \\ m(X_-) = T\sum\limits_{j=1}^{L} B_j\sin\phi_{\text{п}j}\frac{\sin^2\Delta\omega_{\text{п}j}T}{\Delta\omega_{\text{п}j}T} \\ m(Y_-) = T\sum\limits_{j=1}^{L} B_j\cos\phi_{\text{п}j}\frac{\sin^2\Delta\omega_{\text{п}j}T}{\Delta\omega_{\text{п}j}T} \end{cases}. \quad (4)$$

$$G_+^2 = (AT)^2 + 2AT^2\sum\limits_{j=1}^{L} B_j\frac{\sin\Delta\omega_{\text{п}j}T}{\Delta\omega_{\text{п}j}T}\cos(\phi_{\text{п}j} - \phi_{\text{п}m}) +$$

$$+\ T^2\sum\limits_{j=1}^{L} B_j\sum\limits_{m=1}^{L} B_m\frac{\sin\Delta\omega_{\text{п}j}T}{\Delta\omega_{\text{п}j}T}\frac{\sin\Delta\omega_{\text{п}m}T}{\Delta\omega_{\text{п}m}}\cos(\phi_{\text{п}j} - \phi_{\text{п}m}), \quad (5)$$

$$G_-^2 = T^2\sum\limits_{j=1}^{L} B_j\sum\limits_{m=1}^{L} B_m\frac{1-\cos\Delta\omega_{\text{п}j}T}{\Delta\omega_{\text{п}j}T}\frac{1-\cos\Delta\omega_{\text{п}m}T}{\omega_{\text{п}m}}\cos(\phi_{\text{п}j} - \phi_{\text{п}m}).$$

Подставив введенные обозначения, вычислим величины $\frac{G_+^2}{D}$ и $\frac{G_-^2}{D}$ согласно выражению (6), где $h_c^2 = \frac{E_b}{N_0} = \frac{P_c T}{N_0}$ и $h_п^2 = \frac{P_п T}{N_0}$ – отношения сигнал/шум и помеха/шум, соответственно; $P_c = \frac{A^2}{2}$ и $P_п = \frac{B^2}{2}$ – мощности сигнала и помехи, соответственно.

В общем виде плотности вероятности (ПВ) случайных величин V_1 и V_2 примут вид ПВ Райса, где $I_0(*)$ – модифицированная функция Бесселя первого рода нулевого порядка:

$$\begin{cases} W_1(V_1) = \frac{V_1}{D}\exp\left(-\frac{V_1^2 + G_+^2}{2D}\right) I_0\left(\frac{G_+ V_1}{D}\right) \\ W_2(V_2) = \frac{V_2}{D}\exp\left(-\frac{V_2^2 + G_-^2}{2D}\right) I_0\left(\frac{G_- V_2}{D}\right) \end{cases}.$$

Получим формулу (7) для расчета вероятности ошибки на бит сигнала C_1.

Обозначим переменные $x = \frac{V_1}{\sqrt{D}}$ и $y = \frac{V_2}{\sqrt{D}}$. Тогда получим формулу (8) для расчета условной вероятности того, что передается сигнал C_1, а принимается сигнал $\widehat{C_2}$.

Подставив полученные преобразования в формулу (8) при передаче сигнала C_1, получим в итоге выражение (9).

Далее выведем формулу (10) для расчета условной вероятности того, что принят сигнал $\widehat{C_1}$, а передан сигнал C_2.

Подставив по той же методике полученные преобразования в формулу (10) при передаче сигнала C_2, получим выражение (11).

Итоговая формула средней вероятности ошибки на бит имеет вид:

$$P_{ош\ итог} = \frac{P_{ош1} + P_{ош2}}{2}.$$

$$\frac{G_+^2}{D} = 4\left[h_c^2 + 2h_c\sum_{j=1}^{L} h_{пj}\frac{\sin 2\pi k_j}{2\pi k_j}\cos(\phi_{пj} - \phi_{пm}) + \sum_{j=1}^{L} h_j \sum_{m=1}^{L} h_m \frac{\sin 2\pi k_j}{2\pi k_j}\frac{\sin 2\pi k_m}{2\pi k_m}\cos(\phi_{пj} - \phi_{пm})\right],$$
$$\frac{G_-^2}{D} = 4\sum_{j=1}^{L} h_l \sum_{m=1}^{L} h_m \frac{\sin^2 \pi k_j}{\pi k_j}\frac{\sin^2 \pi k_m}{\pi k_m}\cos(\phi_{пj} - \phi_{пm}). \quad (6)$$

$$P_{ош1} = P\left(\frac{\widehat{C_2}}{C_1}\right) = \int_0^{\infty} \frac{V_1}{D}\exp\left(-\frac{V_1^2 - G_+^2}{2D}\right) I_0\left(\frac{G_+ V_1}{D}\right) dV_1 \int_{V_1}^{\infty} \frac{V_2}{D}\exp\left(-\frac{V_2^2 - G_-^2}{2D}\right) I_0\left(\frac{G_- V_2}{D}\right) dV_2. \quad (7)$$

$$P_{ош1} = \int_0^{\infty} x\exp\left[-\frac{1}{2}\left(x^2 + \frac{G_+^2}{D}\right)\right] I_0\left(\sqrt{\frac{G_+^2}{D}}\,x\right)\left(\int_x^{\infty} y\exp\left[-\frac{1}{2}\left(y^2 + \frac{G_-^2}{D}\right)\right] I_0\left(\sqrt{\frac{G_-^2}{D}}\,y\right) dy\right)dx. \quad (8)$$

$$P_{ош1} = \int_0^{\infty} x\exp\left\{-\frac{1}{2}\left[x^2 + 4\left[\begin{array}{l} h_c^2 + 2h_c\sum_{j=1}^{L} h_{пj}\frac{\sin 2\pi k_j}{2\pi k_j}\cos(\phi_{пj} - \phi_{пm}) + \\ + \sum_{j=1}^{L} h_l \sum_{m=1}^{L} h_m \frac{\sin 2\pi k_j}{2\pi k_j}\frac{\sin 2\pi k_m}{2\pi k_m}\cos(\phi_{пj} - \phi_{пm}) \end{array}\right]\right]\right\} \times$$
$$\times I_0\left[2\sqrt{\left[\begin{array}{l} h_c^2 + 2h_c\sum_{j=1}^{L} h_{пj}\frac{\sin 2\pi k_j}{2\pi k_j}\cos(\phi_{пj} - \phi_{пm}) + \\ + \sum_{j=1}^{L} h_j \sum_{m=1}^{L} h_m \frac{\sin 2\pi k_j}{2\pi k_j}\frac{\sin 2\pi k_m}{2\pi k_m}\cos(\phi_{пj} - \phi_{пm}) \end{array}\right]}\,x\right] \times \quad (9)$$
$$\times \left(\int_x^{\infty} y\exp\left\{-\frac{1}{2}\left[y^2 + 4\sum_{j=1}^{L} h_j \sum_{m=1}^{L} h_m \frac{\sin^2 \pi k_j}{\pi k_j}\frac{\sin^2 \pi k_m}{\pi k_m}\cos(\phi_{пj} - \phi_{пm})\right]\right\} \times\right.$$
$$\left.\times I_0\left[2\sqrt{\sum_{j=1}^{L} h_j \sum_{m=1}^{L} h_m \frac{\sin^2 \pi k_j}{\pi k_j}\frac{\sin^2 \pi k_m}{\pi k_m}\cos(\phi_{пj} - \phi_{пm})}\,y\right] dy\right)dx.$$

$$P_{\text{ош2}} = P(\widehat{C_1}/C_2) = \int_0^\infty W(V_2)\left(\int_{V_2}^\infty W(V_1)dV_1\right)dV_2 = \int_0^\infty y \exp\left\{-\frac{1}{2}\left(y^2+\frac{G_-^2}{D}\right)\right\} I_0\left(\sqrt{\frac{G_-^2}{D}}\,y\right)\times$$
$$\times\left(\int_y^\infty x \exp\left\{-\frac{1}{2}\left(x^2+\frac{G_+^2}{D}\right)\right\} I_0\left(\sqrt{\frac{G_+^2}{D}}\,x\right)dx\right)dy. \qquad (10)$$

$$P_{\text{ош2}} = \int_0^\infty y\exp\left\{-\frac{1}{2}\left[y^2+4\sum_{j=1}^{L}h_j\sum_{m=1}^{L}h_m\frac{\sin^2\pi k_j}{\pi k_j}\frac{\sin^2\pi k_m}{\pi k_m}\cos(\phi_{\text{п}j}-\phi_{\text{п}m})\right]\right\}\times$$
$$\times I_0\left(2\sqrt{\sum_{j=1}^{L}h_j\sum_{m=1}^{L}h_m\frac{\sin^2\pi k_j}{\pi k_j}\frac{\sin^2\pi k_m}{\pi k_m}\cos(\phi_{\text{п}j}-\phi_{\text{п}m})}\,y\right)\times$$
$$\times\left(\int_y^\infty x\exp\left\{-\frac{1}{2}\left[x^2+4\left[\begin{matrix}h_c^2+2h_c\sum_{j=1}^{L}h_{\text{п}j}\frac{\sin2\pi k_j}{2\pi k_j}\cos(\phi_{\text{п}j}-\phi_{\text{п}m})+\\ \sum_{j=1}^{L}h_l\sum_{m=1}^{L}h_m\frac{\sin2\pi k_j}{2\pi k_j}\frac{\sin2\pi k_m}{2\pi k_m}\cos(\phi_{\text{п}j}-\phi_{\text{п}m})\end{matrix}\right]\right]\right\}\times\right. \qquad (11)$$
$$\left.\times I_0\left(2\sqrt{\left[\begin{matrix}h_c^2+2h_c\sum_{l=1}^{L}h_{\text{п}l}\frac{\sin2\pi k_l}{2\pi k_l}\cos(\phi_{\text{п}l}-\phi_{\text{п}m})+\\ \sum_{l=1}^{L}h_l\sum_{m=1}^{L}h_m\frac{\sin2\pi k_l}{2\pi k_l}\frac{\sin2\pi k_m}{2\pi k_m}\cos(\phi_{\text{п}l}-\phi_{\text{п}m})\end{matrix}\right]}\,x\right)dx\right)dy.$$

Примеры применения полученных расчетов вероятности ошибки на бит

Пример 1. Расчет вероятности ошибки на бит сигнала при наличии нескольких гармонических помех и сдвигах частоты сигнала относительно частот помех, при следующих условиях:

– воздействуют две гармонические помехи;

– кривые: 1 – отсутствие помех; 2 – уровни помех $h_{\text{п}21}$ = 3 дБ, $h_{\text{п}22}$ = 3дБ; 3 – уровни помех $h_{\text{п}31}$ = 3 дБ, $h_{\text{п}32}$ = 6дБ; 4 – уровни помех $h_{\text{п}41}$ = 9 дБ, $h_{\text{п}42}$ = 9дБ;

– сдвиг частот помех относительно частоты сигнала равен k = 0.5;

– фазы сигнала и помех $\varphi_c = \pi$, $\varphi_{n1} = 0$, $\varphi_{n2} = 0$.

На графике (рисунок 2) кривые, имеющие лавинообразный вид, показывают, что для достижения необходимых значений вероятности ошибки на бит требуется большее значение уровня сигнала на величину, определяемую по графику [9, 10].

Пример 2. Расчет средней вероятности ошибки на бит приема сигнала от сдвига частот помех относительно частот сигнала при принятых значениях фаз помех и сигнала для условий:

– уровни первой и второй помех h_{n1} = 3 дБ и h_{n2} = = 3дБ, а уровень сигнала h_c = 6 дБ;

– пределы сдвигов частот помех от несущей частоты сигнала $k1$ и $k2$ выбраны от – 2 до 2;

– фазы сигнала φ_c = (2/3) π и помех $\varphi_{n1} = 0$, $\varphi_{n2} = 0$.

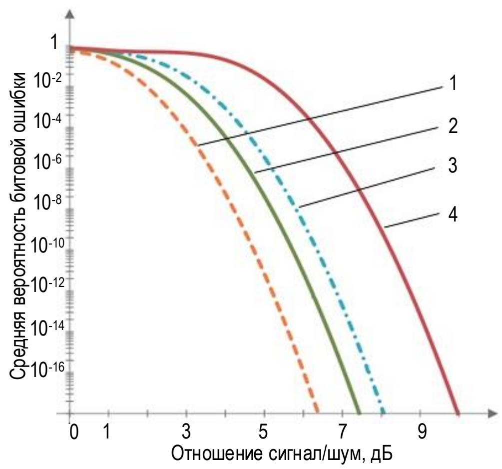

Рис. 2. График зависимости средней вероятности ошибки на бит от уровней сигнала при некоторых уровнях помех и одинаковой величине сдвига частот

Fig. 2. A Graph of the Dependence of the Average Probability of Error per Bit on the Signal Levels at Certain Interference Levels and the Same Frequency Shift

Вершина фигуры на графике (рисунок 3) показывает максимальное значение вероятности ошибки на бит при незначительном сдвиге частот помех относительно частоты сигнала. Другие вершины показывают динамическое изменение значений вероятности ошибки на бит при различных отклонениях частот и фаз сигнала относительно помех [10].

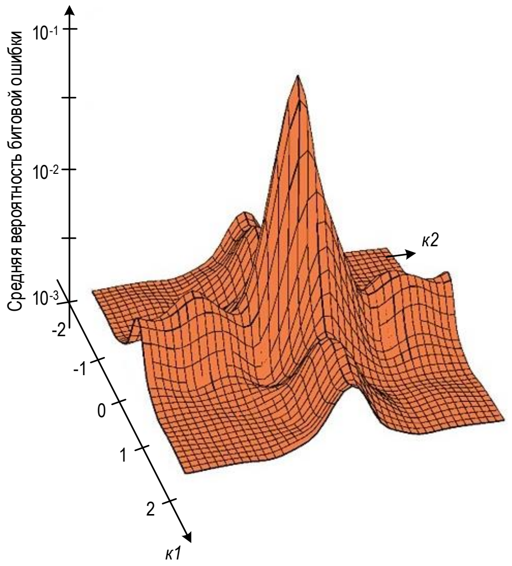

Рис. 3. График зависимости вероятностей ошибки на бит как функция от величин сдвигов частот первой и второй помех при фиксированных значениях начальных фаз и уровней сигнала и помех

Fig. 3. A Graph of the Dependence of the Error Probabilities per Bit as a Function of the Frequency Shifts of the First and Second Interference at Fixed Values of the Initial Phases and Signal Levels and Interference

Заключение

Использованный подход и результаты расчетов предложены впервые. Формулы и графики позволяют получить точные значения вероятности битовой ошибки при различных соотношениях уровней сигнала и нескольких гармонических помехах, а также различных величинах сдвигов частот помех относительно частоты несущего колебания сигналов [11].

Полученные расчеты вероятности ошибки на бит некогерентного приема сигнала с ОФМ-2 при наличии нескольких гармонических помех, показали, что:

– воздействие нескольких гармонических помех на правильность приема сигнала тем больше, чем больше значения помех и меньше уровень сигнала, а также чем меньше значения сдвига частот помех относительно частоты сигнала;

– для наиболее эффективного подавления сигнала в канале связи совпадения частот помех с частотой сигнала не обязательно, достаточно примерное отклонение значения к от – 0.2 до + 0.2 [12];

– как показывают расчеты, при значении k, равному целому числу, влияние помехи полностью устраняются.

Список источников

1. Питрин А.В., Попов А.С., Ворона М.С., Ковальский А.А. Методика расчета помехоустойчивости некогерентного приема сигналов с двоичной относительной фазовой манипуляцией при гармонической помехе // Нелинейный мир. 2023. Т. 21. № 1. С. 5–13. EDN:ATBNHF
2. Борисов В.И., Зинчук В.М. Помехозащищенность систем радиосвязи. Вероятностно-временной подход. М.: РадиоСофт, 2008. 260 с. EDN:CATZHM
3. Куликов Г.В., Зунг Н.В., Тиен Д.Ч. Помехоустойчивость автокорреляционного демодулятора сигналов с дифференциальной фазовой манипуляцией при наличии релеевских замираний и гармонической помехи // Российский технологический журнал. 2020. Т. 8 № 3(35). С. 48–58. DOI:10.32362/2500-316X-2020-8-3-48-58. EDN:NVQDYZ
4. Окунев Ю.Б. Цифровая передача информации фазоманипулированными сигналами. М.: Советское радио, 1991. 296 с.
5. Финк Л.М. Теория передачи дискретных сообщений. М.: Советское радио, 1970. 728 с.
6. Звонарев В.В., Попов А.С., Питрин А.В. Методика расчета вероятностей битовых ошибок приема радиосигналов с QPSK-модуляцией при нескольких гармонических помехах // Радиотехника. 2022. Т. 86. № 8. С. 84–95. DOI:10.18127/j00338486-202208-09. EDN:ETXHBQ
7. Звонарев В.В., Пименов В.Ф., Попов А.С. Методика вычисления вероятностей символьных и битовых ошибок для QPSK сигналов при наличии гармонической помехи со сдвигом частоты // Труды Военно-космической академии имени А.Ф.Можайского. 2021. № 677. С. 50–61. EDN:GDAOEP
8. Звонарев В.В., Попов А.С. Потенциальная помехоустойчивость когерентного приема четырехпозиционного фазоманипулированного радиосигнала в присутствии когерентной гармонической помехи // Информационно-управляющие системы. 2021. № 1. С. 45–54. DOI:10.31799/1684-8853-2021-1-45-54. EDN:IQCUMU
9. Прокис Дж. Цифровая связь. Пер. с англ. М.: Радио и связь, 2000. 800 с.
10. Хворостенко Н.П. Статистическая теория демодуляции дискретных сигналов. М.: Связь, 1968. 336 с.
11. Бродский М.С., Звонарев В.В., Попов А.С. Метод построения вероятностного пространства на множестве совместных событий для расчета вероятностей битовых ошибок приема радиосигналов с QPSK-модуляцией при наличии помех // Труды Военно-космической академии имени А.Ф.Можайского, 2021. № 678. С. 43–50. EDN:GNPKQZ
12. Звонарев В.В., Карабельников И.Ф., Попов А.С. Методика расчета влияния сканирующей по частоте помехи на достоверность приема сигнала с QPSK модуляцией // Труды МАИ. 2022. № 124. С. 13. DOI:10.34759/trd-2022-124-13. EDN:AHUDUS

References

1. Pitrin A.V., Popov A.S., Vorona M.S., Kovalsky A.A. The Method of Calculating the Noise Immunity of Incoherent Reception of Signals with Binary Relative Phase Manipulation (OFM–2) with Harmonic Interference. *Nonlinear World*. 2023;21(1):5–13. EDN:ATBNHF

2. Borisov V.I., Zinchuk V.M. *Ecm-Resistance of Radio Communications Systems. Probabilistic-Temporal Approach*. Moscow: RadioSoft Publ.; 2008. 260 p. EDN:CATZHM

3. Kulikov G.V., Zung N.V., Tien D.C. Noise immunity of an autocorrelation signal demodulator with differential phase manipulation in the presence of Rayleigh fading and harmonic interference. *Russian Technological Journal*. 2020;8(3):48–58. DOI:10.32362/2500-316X-2020-8-3-48-58. EDN:NVQDYZ

4. Okunev Yu.B. *Digital transmission of information by phase-manipulated signals.* Moscow: Sovetskoe radio Publ.; 1991. 296 p.

5. Fink L.M. *Theory of transmission of discrete messages.* Moscow: Sovetskoe radio Publ.; 1970. 728 p.

6. Zvonarev V.V., Popov A.S., Pitrin A.V. Methodology for calculating the probabilities of bit errors of receiving radio signals with QPSK modulation with several harmonic interference. *Radioengineering.* 2022;86(8):84–95. DOI:10.18127/j00338486-202208-09. EDN:ETXHBQ

7. Zvonarev V.V., Pimenov V.F., Popov A.S. Methodology for calculating probabilities of symbolic and bit errors for QPSK signals in the presence of harmonic interference with frequency shift. *Proceedings of the Mozhaisky Military Space Academy*. 2021;677:50–61. EDN:GDAOEP

8. Zvonarev V.V., Popov A.S. Potential noise immunity of coherent reception of a four–position phase-manipulated radio signal in the presence of coherent harmonic interference. *Information and Control Systems*. 2021;1:45–54. DOI:10.31799/1684-8853-2021-1-45-54. EDN:IQCUMU

9. Prokis J. *Digital communication*. Translated from English. Moscow: Radio i sviaz Publ.; 2000. 800 p.

10. Hvorostenko N.P. *Statistical theory of demodulation of discrete signals*. Moscow: Sviaz Publ.; 1968. 336 p.

11. Brodsky M.S., Zvonarev V.V., Popov A.S. A method for constructing a probabilistic space on a set of joint events for calculating the probabilities of bit errors of receiving radio signals with QPSK modulation in the presence of interference. *Proceedings of the Mozhaisky Military Space Academy*. 2021;678:43–50. EDN:GNPKQZ

12. Zvonarev V.V., Karabelnikov I.F., Popov A.S. Method of Calculating Influence of Frequency Scanning Interference on Reliability of Signal Reception with QPSK Modulation. *Trudy MAI*. 2022;124:13. DOI:10.34759/trd-2022-124-13. EDN:AHUDUS

Статья поступила в редакцию 21.09.2023; одобрена после рецензирования 05.10.2023; принята к публикации 24.10.2023.

The article was submitted 21.09.2023; approved after reviewing 05.10.2023; accepted for publication 24.10.2023.

Информация об авторах:

ПИТРИН Алексей Владимирович — научный сотрудник лаборатории военного института (научно-исследовательского) Военно-космической академии имени А.Ф. Можайского
https://orcid.org/0000-0002-4662-9790

ПОПОВ Александр Сергеевич — доктор технических наук, профессор, старший научный сотрудник лаборатории военного института (научно-исследовательского) Военно-космической академии имени А.Ф. Можайского
https://orcid.org/0000-0001-5962-0587

ТЕРЕЩЕНКО Сергей Валентинович — кандидат военных наук, начальник лаборатории военного института (научно-исследовательского) Военно-космической академии имени А.Ф. Можайского
https://orcid.org/0009-0005-9385-755X