

ISSN 1810-3189 (print)  
ISSN 2782-294X (online)  
Подписной индекс 72674

**ФИЗИКА ВОЛНОВЫХ ПРОЦЕССОВ  
И РАДИОТЕХНИЧЕСКИЕ СИСТЕМЫ**

**PHYSICS OF WAVE PROCESSES  
AND RADIO SYSTEMS**

**2025**

**Том 28 | Vol. 28  
№ 1 | No. 1**

**ФИЗИКА ВОЛНОВЫХ ПРОЦЕССОВ  
И РАДИОТЕХНИЧЕСКИЕ СИСТЕМЫ**  
**PHYSICS OF WAVE PROCESSES  
AND RADIO SYSTEMS**

**Периодическое печатное издание, журнал**  
**2025. Том 28, № 1 (109)**

Журнал включен в Перечень рецензируемых научных изданий, в которых должны быть опубликованы основные научные результаты диссертаций на соискание ученой степени кандидата наук, на соискание ученой степени доктора наук.

Журнал включен в библиографические базы данных ВИНТИ (<http://www.viniti.ru>), ULRICHS Periodical Directory (<http://www.ulrichsweb.com>), РИНЦ (<https://www.elibrary.ru>) и DOAJ (<https://doaj.org>).

---

**Учредители и издатели журнала:**

федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования  
«Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королева»  
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования  
«Поволжский государственный университет телекоммуникаций и информатики»

**Главный редактор:**

д.ф.-м.н., проф. *Клюев Д.С.*

Поволжский государственный университет телекоммуникаций и информатики (г. Самара, Россия)

**Зам. главного редактора:**

д.ф.-м.н., проф. *Ивахник В.В.*

Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королева (г. Самара, Россия)

**Редакционная коллегия:**

д.ф.-м.н., проф. *Бобрешов А.М.*

Воронежский государственный университет (г. Воронеж, Россия)

д.т.н., проф. *Бузов А.Л.*

АО «Самарское инновационное предприятие радиосистем» (г. Самара, Россия)

проф. *Ван Лил Э.*

Лёвенский католический университет (г. Лёвен, Бельгия)

доктор наук по физике, проф. *Грефе М.*

Технический университет Дармштадта (г. Дармштадт, Германия)

акад. РАН, д.ф.-м.н., проф. *Гуляев Ю.В.*

Институт радиотехники и электроники имени В.А. Котельникова РАН (г. Москва, Россия)

д.т.н., проф. *Дмитриков В.Ф.*

Санкт-Петербургский государственный университет телекоммуникаций  
имени проф. М.А. Бонч-Бруевича (г. Санкт-Петербург, Россия)

член-корр. РАН, д.ф.-м.н., проф. *Иванов Д.В.*

Поволжский государственный технологический университет (г. Йошкар-Ола, Россия)

д.т.н., проф. *Кузаев Г.А.*

Норвежский университет естественных и технических наук (г. Тронхейм, Норвегия)

д.т.н., проф. *Мещанов В.П.*

ООО НПП «Ника-СВЧ» (г. Саратов, Россия)

д.т.н., проф. *Морозов Г.А.*

Казанский национальный исследовательский технический университет имени А.Н. Туполева (г. Казань, Россия)

д.т.н., проф. *Морозов О.Г.*

Казанский национальный исследовательский технический университет имени А.Н. Туполева (г. Казань, Россия)

д.ф.-м.н. *Нещерет А.М.*

АО «Самарское инновационное предприятие радиосистем» (г. Самара, Россия)

акад. РАН, д.ф.-м.н., проф. *Никитов С.А.*  
Институт радиотехники и электроники имени В.А. Котельникова РАН (г. Москва, Россия)

д.ф.-м.н., доц. *Осипов О.В.*  
Поволжский государственный университет телекоммуникаций и информатики (г. Самара, Россия)

д.т.н., проф. *Пономарев Л.И.*  
Московский авиационный институт (государственный технический университет) (г. Москва, Россия)

д.ф.-м.н., проф. *Потапов А.А.*  
Институт радиотехники и электроники имени В.А. Котельникова РАН (г. Москва, Россия)

лект. *Сидоров К.А.*  
Кардиффский университет (г. Кардифф, Великобритания)

д.ф.-м.н., проф. *Чернокожин Е.В.*  
Тель-Авивский университет (г. Тель-Авив, Израиль)

д.ф.-м.н., проф. *Черняков М.С.*  
Бирмингемский университет (г. Бирмингем, Великобритания)

**Ответственный секретарь:**

д.ф.-м.н., доц. *Табаков Д.П.*  
Поволжский государственный университет телекоммуникаций и информатики (г. Самара, Россия)

**Выпускающий редактор:** *Мурзинова Т.А.*

**Лит. редактирование и корректура:** *Мурзиновой Т.А.*

**Информация на английском языке:** *Стрельникова М.С.*

**Компьютерный набор и верстка:** *Градинарь И.М.*

**Адрес редакции:**

443010, Россия, Самарская обл., г. Самара, ул. Льва Толстого, д. 23  
Поволжский государственный университет телекоммуникаций и информатики, к. 342  
Тел. (846) 339-11-21, e-mail: klyuevd@yandex.ru  
URL: <https://journals.ssau.ru/pwp>

**Адрес издателя:**

443086, Россия, Самарская обл., г. Самара, Московское шоссе, д. 34, корп. 22а, 312б,  
Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королева,  
Центр периодических изданий Самарского университета.  
Тел. (846) 334-54-06, e-mail: murzinova.tatjana@yandex.ru

Издается с 1998 г. Выходит 1 раз в квартал.

Издание зарегистрировано Федеральной службой по надзору в сфере связи, информационных технологий и массовых коммуникаций, регистрационный номер серии ПИ № ФС 77-68199 от 27.12.2016  
Подписной индекс 72674 в объединенном интернет-каталоге «Пресса России»



Все статьи распространяются по лицензии Creative Commons «Attribution» («Атрибуция») 4.0 Всемирная. Для подробной информации посетите <https://creativecommons.org/licenses/by/4.0>

© Самарский национальный исследовательский университет  
имени академика С.П. Королева, 2025

© Поволжский государственный университет  
телекоммуникаций и информатики, 2025

---

Подписано в печать 24.03.2025. Дата выхода в свет 31.03.2025

Формат 60 × 84/8. Бумага офсетная. Печать офсетная. Печ. л. 14

Цена свободная. 0+. Тираж 100 экз. Заказ №

Отпечатано с готового оригинала-макета в типографии Самарского университета  
443086, Российская Федерация, г. Самара, Московское шоссе, 34.

URL: <https://ssau.ru/info/struct/otd/common/edit>

**FIZIKA VOLNOVYH PROCESSOV  
I RADIOTEHNIČESKIE SISTEMY  
PHYSICS OF WAVE PROCESSES  
AND RADIO SYSTEMS**

**Periodical Printed Publication, Journal**

**2025, vol. 28, no. 1 (109)**

The journal is included by the Higher Attestation Commission into the List of leading scientific journals and publications in the Russian Federation, where basic scientific results of doctoral theses should be published (Bulletin of the Higher Attestation Commission of the Ministry of Education and Science).

The journal is included in bibliographic databases VINITI (<http://www.viniti.ru>), ULRICHS Periodical Directory (<http://www.ulrichsweb.com>), RSCI (<https://www.elibrary.ru>), and DOAJ (<https://doaj.org>).

---

**Journal Founders and Publishers**

Samara National Research University

Povolzhskiy State University of Telecommunications and Informatics

**Editor in Chief:**

prof. *D.S. Klyuev*

Povolzhskiy State University of Telecommunications and Informatics (Samara, Russia)

**Deputy Chief Editor:**

prof. *V.V. Ivakhnik*

Samara National Research University (Samara, Russia)

**Editorial Board:**

prof. *A.M. Bobreshov*

Voronezh State University (Voronezh, Russia)

prof. *A.L. Buzov*

Samara Innovative Business Radio Systems (Samara, Russia)

prof. *M.S. Cherniakov*

University of Birmingham (Birmingham, UK)

prof. *E.V. Chernokozhin*

Tel Aviv University (Tel Aviv, Israel)

prof. *V.F. Dmitrikov*

The Bonch-Bruевич Saint Petersburg State University of Telecommunications (Saint Petersburg, Russia)

prof. *M. Gräfe*

Technical University of Darmstadt (Darmstadt, Germany)

academician of RAS, prof. *Yu.V. Gulyaev*

Institute of Radio Engineering and Electronics of the RAS (Moscow, Russia)

corresp. member of RAS, prof. *D.V. Ivanov*

Volga State University of Technology (Yoshkar-Ola, Russia)

prof. *G.A. Kouzaev*

Norwegian University of Science and Technology (Trondheim, Norway)

prof. *V.P. Meshchanov*

JSC NPP «Nika-SVCh» (Saratov, Russia)

prof. *G.A. Morozov*

Kazan National Research Technical University named after A.N. Tupolev – KAI (Kazan, Russia)

prof. *O.G. Morozov*

Kazan National Research Technical University named after A.N. Tupolev – KAI (Kazan, Russia)

*A.M. Neshcheret*

Samara Innovative Business Radio Systems (Samara, Russia)

academician of RAS, prof. *S.A. Nikitov*

Institute of Radio Engineering and Electronics of the RAS (Moscow, Russia)

asst. prof. *O.V. Osipov*

Povolzhskiy State University of Telecommunications and Informatics (Samara, Russia)

prof. *L.I. Ponomarev*

Moscow Aviation Institute (State Technical University) (Moscow, Russia)

prof. *A.A. Potapov*

Institute of Radio Engineering and Electronics of the RAS (Moscow, Russia)

PhD, lecturer *K.A. Sidorov*

Cardiff University (Cardiff, UK)

prof. *E. Van Lil*

KU Leuven (Leuven, Belgium)

**Executive Editor:**

asst. prof. *D.P. Tabakov*

Povolzhskiy State University of Telecommunications and Informatics (Samara, Russia)

**Commissioning Editor:** *T.A. Murzinova*

**Proofreading:** *T.A. Murzinova*

**Language Editor:** *M.S. Strelnikov*

**Typesetting:** *I.M. Gradinar*

**Editorial Office:** 23, L. Tolstoy St., Rm. 342, Samara, 443010, Samara Region, Russia

Povolzhskiy State University of Telecommunications and Informatic.

Tel. (846) 339-11-21, e-mail: [klyuevd@yandex.ru](mailto:klyuevd@yandex.ru)

URL: <https://journals.ssau.ru/index.php/pwp>

**Publisher Office:** 34, bldg. 22a, Moskovskoye shosse, rm. 312b,

Samara, 443086, Samara Region, Russia, Samara National Research University,

Center of Periodical Publications of Samara University.

Tel. (846) 334-54-06, e-mail: [murzinova.tatjana@yandex.ru](mailto:murzinova.tatjana@yandex.ru)

Published since 1998. Frequency 1 time a quarter.

Edition is registered by The Federal Service for Supervision of Communications,

Information Technology, and Mass Media – PI N° FS 77-68199 of 27.12.2016

Subscription index in the united internet-catalog «Press of Russia» 72674



All articles are licensed under the Creative Commons Attribution 4.0 International License.

For more information, see <https://creativecommons.org/licenses/by/4.0>

© Samara National Research University, 2025

© Povolzhskiy State University of Telecommunications and Informatics, 2025

## Содержание

<i>Т.Т. Доан, П.А. Трифонов</i> Методика оценки частотных параметров сверхширокополосных сигналов с неизвестной формой спектра при наличии помех .....	7
<i>Г.П. Шопин, А.А. Денисюк, М.Н. Пиганов</i> Методика определения и контроля нагрузочной способности интегральных микросхем.....	14
<b>Пленарные доклады XXI Международной научно-технической конференции «Физика и технические приложения волновых процессов»</b>	
<i>А.М. Бобрешов, А.А. Кононов, О.В. Нескородова, К.В. Смусева, Г.К. Усков</i> Расчет оптимальных значений весовых коэффициентов для компенсации взаимного влияния элементов антенных решеток .....	20
<i>Ю.Г. Смирнов, А.О. Лапич</i> Решение электромагнитной обратной задачи восстановления неоднородности в диэлектрическом теле двухшаговым методом по измерениям ближнего поля .....	33
<i>Ю.Г. Белов, В.В. Бирюков, И.А. Воробьев, В.А. Малахов, А.С. Раевский, Ю.В. Раевская</i> Методы проектирования полосовых фильтров на связанных коаксиальных резонаторах.....	39
<i>Е.Ю. Гайнулина, В.Н. Иконников, Н.С. Корнев, А.В. Назаров, Ю.И. Орехов</i> Антенно-фидерные системы КВЧ-радиоинтерферометров .....	56
<i>Д.К. Кетух</i> Вычислительно эффективное решение по нахождению плотности тока на освещенной и теневой сторонах бесконечно тонкого круглого диска .....	76
<i>В.В. Яцышен</i> Отражение и прохождение циркулярно-поляризованного света для слоистой периодической системы с распределенными дефектами.....	88
<i>Д.А. Веденькин</i> Линейные и плоские антенные решетки, сфокусированные по широкополосным сигналам в задачах радиосвязи, микроволновых технологий и неразрушающего контроля .....	95
К сведению авторов .....	111

## Contents

<i>Tuan T. Doan, Pavel A. Trifonov</i> Method of estimation of frequency parameters of ultra-wideband signals with an unknown spectrum shape in the presence of interference.....	7
<i>Gennady P. Shopin, Alina A. Denisyuk, Mikhail N. Piganov</i> Methodology for determining and controlling the load capacity of integrated circuits.....	14
<b>Plenary reports of the XXI International scientific and technical conference «Physics and technical applications of wave processes»</b>	
<i>Anatoly M. Bobreshov, Alexander A. Kononov, Olga V. Neskородova, Ksenia V. Smuseva, Grigory K. Uskov</i> Calculation of optimal values of weight coefficients for compensation of the mutual coupling of antenna array elements.....	20
<i>Yury G. Smirnov, Andrey O. Lapich</i> Solution of electromagnetic inverse problem of inhomogeneity reconstruction in dielectric body by near-field measurements using two-step method.....	33
<i>Yurii G. Belov, Vladimir V. Biryukov, Ilya A. Vorobyov, Vasiliy A. Malakhov, Aleksey S. Raevskiy, Yuliya V. Raevskaya</i> Methods of designing bandpass filters on coupled coaxial resonators .....	39
<i>Ekaterina Yu. Gaynulina, Vladimir N. Ikonnikov, Nikolay S. Kornev, Andrey V. Nazarov, Yuriy I. Orekhov</i> Antenna-feeder systems for EHF-radiointerferometers .....	56
<i>Dmitry K. Ketukh</i> Computationally efficient solution for finding the current density on the illuminated and shadow sides of an infinitely thin circular disk.....	76
<i>Valeriy V. Yatsyshen</i> Reflection and transmission of circularly polarized light for a layered periodic system with distributed defects .....	88
<i>Denis A. Vedenkin</i> Linear and flat antenna arrays focused on a broadband signals in radio communications, microwave technologies and non-destructive testing .....	95
Information for authors .....	111

## Методика оценки частотных параметров сверхширокополосных сигналов с неизвестной формой спектра при наличии помех

Т.Т. Доан, П.А. Трифонов

Воронежский государственный университет  
394018, Россия, г. Воронеж,  
Университетская пл., 1

**Аннотация – Обоснование.** Одной из актуальных задач обработки сверхширокополосных сигналов является оценка их частотных параметров в условиях сложной сигнально-помеховой обстановки. **Цель.** В работе выполняются синтез и анализ алгоритма совместной оценки центральной частоты и полосы частот сверхширокополосных сигналов, принимаемых на фоне гауссовских узкополосных помех и гауссовского белого шума. **Методы.** В ходе исследования используются вычислительный метод статистической радиофизики и метод математической статистики. **Результаты.** Найдена характеристика совместной оценки центральной частоты и полосы частот сверхширокополосных сигналов, включая значения смещений и рассеяний оценки. Установлено, что с увеличением интенсивности помех точность совместной оценки снижается. **Заключение.** Полученные результаты позволяют сделать обоснованный выбор необходимого алгоритма оценки частотных параметров сверхширокополосных сигналов в зависимости от требований, предъявляемых к точности оценок в условиях сложной сигнально-помеховой обстановки.

**Ключевые слова** – гауссовская узкополосная помеха; квазиравдоподобная оценка; максимальное правдоподобие; полоса частот; сверхширокополосный сигнал; центральная частота.

### Введение

На сегодняшний день непрерывно продолжающееся развитие новых радиоэлектронных систем требует повышения пропускной способности, а при передаче информации по беспроводному каналу расширения их возможностей и улучшения качественных характеристик. Одним из возможных путей решения этой проблемы является использование сверхширокополосных (СШП) сигналов [1–8; 10–13]. В связи с этим во многих прикладных задачах необходимо решать задачи оценки параметров СШП-сигналов [7; 10; 12; 13], в том числе задачи оценки частотных параметров СШП-сигналов. В работе [7] выполнены синтез и анализ квазиравдоподобного (КП) алгоритма оценки частоты СШП-квазирадосигнала с неизвестной длительностью, наблюдаемого на фоне гауссовского белого шума (ГБШ). В работе [10] выполнены синтез и анализ КП-алгоритма оценки средней частоты СШП-сигналов, принимаемых на фоне гауссовских узкополосных помех (ГУП) и ГБШ. В частности, существенный интерес вызывает задача совместной оценки центральной частоты и полосы частот СШП-сигналов с неизвестной формой спектра, принимаемых на фоне ГУП и ГБШ.

### 1. Алгоритм оценки частотных параметров СШП-сигналов при наличии ГУП и ГБШ

Пусть на фоне ГУП и ГБШ наблюдается СШП-сигнал  $s(t, \Omega_1, \Omega_2)$ , спектр которого можно представить в виде

$$s(\omega, \Omega_1, \Omega_2) = \begin{cases} q(\omega), \Omega_1 \leq \omega \leq \Omega_2, \\ 0, \omega < \Omega_1; \omega > \Omega_2. \end{cases} \quad (1)$$

Здесь обозначим:  $\Omega_1$  – минимальная частота спектра;  $\Omega_2$  – максимальная частота спектра;  $\nu = (\Omega_1 + \Omega_2)/2$  – центральная частота и  $\Omega = (\Omega_2 - \Omega_1)$  – полоса частот. Значения  $\Omega_1, \Omega_2$  могут принимать значения из априорных интервалов  $\Omega_i \in [\Omega_{i \min}; \Omega_{i \max}]$ ,  $i = 1, 2$ .

Используя такие параметры СШП-сигналов, как центральная частота  $\nu$  и полоса частот  $\Omega$ , спектр (1) можно переписать следующим образом:

$$s(\omega, \nu, \Omega) = q(\omega) I \left[ (\omega - \nu) / \Omega \right], \quad (2)$$

где

$$I(x) = \begin{cases} 1, & |x| < 1/2, \\ 0, & |x| \geq 1/2, \end{cases}$$

а  $\nu$  и  $\Omega$  могут принимать значения из соответствующих интервалов:

$$v \in [v_{\min}; v_{\max}], \quad \Omega \in [\Omega_{\min}; \Omega_{\max}]. \quad (3)$$

Тогда для принимаемого сигнала имеем

$$s(\omega, v, \Omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{v-\Omega/2}^{v+\Omega/2} q(\omega) \exp(j\omega t) d\omega. \quad (4)$$

Полагаем, что на интервале времени  $[0, T]$  наблюдается реализация  $x(t) = s(t, v_0, \Omega_0) + n(t) + \xi(t)$ , где  $v_0, \Omega_0$  – истинные значения неизвестных центральной частоты и полосы частот;  $n(t)$  – реализация ГБШ с односторонней спектральной плотностью  $N_0$ ;  $\xi(t)$  – ГУП с корреляционной функцией  $B_\xi(t_2 - t_1)$ . В частном случае спектральную плотность ГУП можно представить в виде [6; 10; 12]:

$$G_\xi(\omega) = \frac{\gamma}{2} \left[ I \left( \frac{\omega_0 - \omega}{\Omega_\xi} \right) + I \left( \frac{\omega_0 + \omega}{\Omega_\xi} \right) \right], \quad (5)$$

где  $\omega_0$  – центральная частота ГУП;  $\Omega_\xi$  – ширина полосы частот ГУП;  $\gamma$  – интенсивность ГУП.

Как известно [7; 10; 13], для оценки частотных параметров СШП-сигналов можем использовать КП-алгоритм оценки, согласно которому логарифм функционала отношения правдоподобия (ЛФОП) для некоторого ожидаемого сигнала (2) запишется в виде

$$L(v, \Omega) = \frac{2}{N_0} \int_0^T x(t) s_1(t, v, \Omega) dt - \frac{1}{N_0} \int_0^T s_1^2(t, v, \Omega) dt. \quad (6)$$

Здесь  $s_1(t, v, \Omega)$  – опорный сигнал, причем в общем случае  $s(t, v, \Omega) \neq s_1(t, v, \Omega)$ . И находим КП-алгоритм оценки частотных параметров СШП-сигнала как  $(\hat{v}, \hat{\Omega}) = \arg \sup L(v, \Omega)$ .  $(7)$

Если реализация наблюдаемых данных  $x(t)$  не содержит ГУП  $\xi(t)$  и  $s(t, v, \Omega) = s_1(t, v, \Omega)$ , то оценка (7) является оценкой максимального правдоподобия (ОМП).

Полагаем, что у ожидаемого сигнала  $s_1(t, v, \Omega)$  спектр подобен спектру СШП-сигнала (2) и может быть записан как

$$s_1(\omega, v, \Omega) = q_1(\omega) I \left[ (\omega - v) / \Omega \right]. \quad (8)$$

Переходя (6) к спектральному представлению, получим

$$L(v, \Omega) = \frac{1}{\pi N_0} \int_{v-\Omega/2}^{v+\Omega/2} q_1(\omega) x(\omega) d\omega - \frac{1}{2\pi N_0} \int_{v-\Omega/2}^{v+\Omega/2} |q_1(\omega)|^2 d\omega, \quad (9)$$

где

$$x(\omega) = \int_0^T x(t) \exp(-j\omega t) dt$$

– текущий (выборочный) спектр реализации наблюдаемых данных.

Согласно [10], КП-алгоритм оценки центральной частоты  $\hat{v}$  и полосы частот  $\hat{\Omega}$  можно выразить через КП-алгоритм оценки минимальной  $\hat{\Omega}_1$  и максимальной  $\hat{\Omega}_2$  частот спектра:  $\hat{v} = (\hat{\Omega}_1 + \hat{\Omega}_2) / 2$  и  $\hat{\Omega} = \hat{\Omega}_2 - \hat{\Omega}_1$ , согласно которому, необходимо найти оценки минимальной  $\hat{\Omega}_1$  и максимальной  $\hat{\Omega}_2$  частот спектра. В соответствии с [10; 14] находим КП-алгоритм оценки как

$$(\hat{\Omega}_1, \hat{\Omega}_2) = \arg \sup L(\Omega_1, \Omega_2), \quad (10)$$

$$L(\Omega_1, \Omega_2) = \frac{1}{\pi N_0} \int_{\Omega_1}^{\Omega_2} q_1(\omega) x(\omega) d\omega - \frac{1}{2\pi N_0} \int_{\Omega_1}^{\Omega_2} |q_1(\omega)|^2 d\omega, \quad (11)$$

ЛФОП (11) можно представить в виде

$$L(\Omega_1, \Omega_2) = L_1(\Omega_1) + L_2(\Omega_2), \quad (12)$$

$$L(\Omega_1) = \frac{1}{\pi N_0} \int_{\Omega_1}^{\Omega_f} q_1(\omega) x(\omega) d\omega - \frac{1}{2\pi N_0} \int_{\Omega_1}^{\Omega_f} |q_1(\omega)|^2 d\omega, \quad (13)$$

$$L(\Omega_2) = \frac{1}{\pi N_0} \int_{\Omega_f}^{\Omega_2} q_1(\omega) x(\omega) d\omega - \frac{1}{2\pi N_0} \int_{\Omega_f}^{\Omega_2} |q_1(\omega)|^2 d\omega, \quad (14)$$

где  $\Omega_f$  – произвольное фиксированное значение частоты из интервала  $[\Omega_{1\max}, \Omega_{2\min}]$ .

Как известно [15], гауссовские спектральные меры на неперекрывающихся частотных интервалах ортогональны. Поэтому случайные процессы (СП)  $L_1(\Omega_1)$  (13) и  $L_2(\Omega_2)$  (14) будут статистически независимыми. В результате оценку (10) можно переписать как

$$\hat{\Omega}_i = \arg \sup L_i(\Omega_i), \quad i = 1, 2. \quad (15)$$

Рассмотрим статистические характеристики СП  $L_1(\Omega_1)$  и  $L_2(\Omega_2)$ , которые, согласно (13), (14), представляют собой линейные преобразования СП  $x(\omega)$  и, следовательно, являются гауссовскими. Для исследования статистических описаний находим их математические ожидания

$$S_1(\Omega_1) = \langle L_1(\Omega_1) \rangle = \frac{1}{\pi N_0} \int_{\max(\Omega_1, \Omega_{01})}^{\Omega_f} |q(\omega)q_1(\omega)| d\omega - \quad (16)$$

$$- \frac{1}{2\pi N_0} \int_{\Omega_1}^{\Omega_f} |q_1(\omega)|^2 d\omega,$$

$$S_2(\Omega_2) = \langle L_2(\Omega_2) \rangle = \frac{1}{\pi N_0} \int_{\Omega_f}^{\min(\Omega_2, \Omega_{02})} |q(\omega)q_1(\omega)| d\omega - \quad (17)$$

$$- \frac{1}{2\pi N_0} \int_{\Omega_f}^{\Omega_2} |q_1(\omega)|^2 d\omega$$

и корреляционные функции

$$B_1(\Omega_{11}, \Omega_{21}) = \quad (18)$$

$$= \left(1 + \frac{\gamma}{N_0}\right) \left[ \frac{1}{\pi N_0} \int_{\max(\Omega_{11}, \Omega_{21})}^{\Omega_f} |q_1(\omega)|^2 d\omega \right],$$

$$B_2(\Omega_{12}, \Omega_{22}) = \quad (19)$$

$$= \left(1 + \frac{\gamma}{N_0}\right) \left[ \frac{1}{\pi N_0} \int_{\Omega_f}^{\min(\Omega_{12}, \Omega_{22})} |q_1(\omega)|^2 d\omega \right].$$

Согласно [6; 10], математические ожидания (16), (17) достигают максимума в точке  $\Omega_1 = \Omega_{01}$  и  $\Omega_2 = \Omega_{02}$  соответственно. Положения максимумов математических ожиданий (16) и (17) совпадают с истинными значениями минимальной и максимальной частот сигнала (4) при выполнении условия

$$q_1(\Omega_{0i}) \leq 2q(\Omega_{0i}), \quad i = 1, 2.$$

Тогда КП-алгоритмы оценки (15) будут состоятельными.

Будем полагать, что отношение сигнал – шум (ОСШ) на выходе приемника достаточно велико, в этом случае положения максимумов СП  $L_1(\Omega_1)$  и  $L_2(\Omega_2)$  располагаются в малых окрестностях точек  $\Omega_{01}$  и  $\Omega_{02}$ , поэтому необходимо исследовать поведение СП (13) и (14) в окрестностях точек  $\Omega_{01}$  и  $\Omega_{02}$ . Полагая

$$\Delta = \max\left\{|\Omega_i - \Omega_{0i}|, |\Omega_j - \Omega_{0j}|\right\} \rightarrow 0, \quad i, j = 1, 2,$$

аппроксимируем средние значения (16) и (17) отрезками разложений Тейлора:

$$S_i(\Omega_i) = (-1)^i \left[ \frac{1}{\pi N_0} \int_{\Omega_f}^{\Omega_{0i}} |q(\omega)q_1(\omega)| d\omega - \right. \quad (20)$$

$$\left. - \frac{1}{2\pi N_0} \int_{\Omega_f}^{\Omega_{0i}} |q_1(\omega)|^2 d\omega \right] - (-1)^i \rho_i^2 (\Omega_i - \Omega_{0i}) / 2\Omega_0 +$$

$$+ \rho_i^2 g(\Omega_{0i}) \min\left[0, (-1)^i (\Omega_i - \Omega_{0i})\right] / \Omega_0 + o(\Delta),$$

где

$$g(\omega) = q(\omega)/q_1(\omega), \quad \rho_i^2 = 2|q_1(\Omega_{0i})|^2 / N_0\pi, \quad i = 1, 2,$$

а корреляционные функции (18) и (19) перепишем в виде

$$B_1(\Omega_{11}, \Omega_{21}) = \left(1 + \frac{\gamma}{N_0}\right) \left\{ \frac{(-1)}{\pi N_0} \int_{\Omega_f}^{\Omega_{01}} |q_1(\omega)|^2 d\omega + \right. \quad (21)$$

$$\left. + \rho_1^2 \min\left[(-1)(\Omega_{11} - \Omega_{01}); (-1)(\Omega_{21} - \Omega_{01})\right] / \Omega_0 \right\},$$

$$B_2(\Omega_{12}, \Omega_{22}) = \left(1 + \frac{\gamma}{N_0}\right) \left\{ \frac{1}{\pi N_0} \int_{\Omega_f}^{\Omega_{02}} |q_1(\omega)|^2 d\omega + \right. \quad (22)$$

$$\left. + \rho_2^2 \min\left[(\Omega_{12} - \Omega_{02}); (\Omega_{22} - \Omega_{02})\right] / \Omega_0 \right\},$$

где  $\rho_1^2 = 2|q_1(\Omega_{01})|^2 / N_0\pi$  и  $\rho_2^2 = 2|q_1(\Omega_{02})|^2 / N_0\pi$ .

Как следует из (20), (21) и (22), в малых окрестностях точек  $\Omega_{01}$  и  $\Omega_{02}$  СП (13), (14) является гауссовским марковским СП диффузионного типа с коэффициентами сноса и диффузии [16]:

$$k_{11} = \frac{\rho_1^2}{2\Omega_0} \begin{cases} g_1, \Omega_1 > \Omega_{01}, \\ -1, \Omega_1 \leq \Omega_{01}, \end{cases} \quad (23)$$

$$k_{12} = \frac{\rho_1^2 \left(1 + \frac{\gamma}{N_0}\right)}{2\Omega_0},$$

$$k_{12} = \frac{\rho_2^2}{2\Omega_0} \begin{cases} g_2, \Omega_2 \leq \Omega_{02}, \\ -1, \Omega_2 > \Omega_{02}, \end{cases} \quad (24)$$

$$k_{22} = \frac{\rho_2^2 \left(1 + \frac{\gamma}{N_0}\right)}{2\Omega_0},$$

где  $g_1 = 2g(\Omega_{01}) - 1$  и  $g_2 = 2g(\Omega_{02}) - 1$ .

Найдем совместную плотность вероятности распределений положений абсолютных максимумов реализаций СП  $L_1(\Omega_1)$  и  $L_2(\Omega_2)$ :

$$W(\Omega_1, \Omega_2) = W_{1\Omega}(\Omega_1)W_{2\Omega}(\Omega_2), \quad (25)$$

где  $W_{1\Omega}(\Omega_1)$  и  $W_{2\Omega}(\Omega_2)$  – плотности вероятностей положений абсолютных максимумов реализаций СП  $L_1(\Omega_1)$  и  $L_2(\Omega_2)$ .

Далее найдем совместную плотность вероятности нормированных ошибок совместных оценок.

Пусть

$$\mu_1 = \rho_1^2 g_1 (\hat{\Omega}_1 - \Omega_{01}) / 2, \quad \mu_2 = \rho_2^2 g_2 (\hat{\Omega}_2 - \Omega_{02}) / 2$$

– нормированные ошибки КП-алгоритма оценки нижней и верхней частот сигнала (4). Тогда в слу-

чае, когда ОСШ на выходе приемника достаточно велико, получим асимптотические выражения для плотностей вероятностей нормированных ошибок в виде

$$W_1(\mu_1) = \begin{cases} W_0(\mu_1/g_1)/g_1, & \mu_1 < 0, \\ g_1 W_0(\mu_1 g_1), & \mu_1 \geq 0, \end{cases} \quad (26)$$

$$W_2(\mu_2) = \begin{cases} g_2 W_0(\mu_2 g_2), & \mu_2 < 0, \\ W_0(\mu_2/g_2)/g_2, & \mu_2 \geq 0, \end{cases} \quad (27)$$

где

$$W_0(x) = 3 \exp(2|x|) \left[ 1 - \Phi \left( 3\sqrt{\frac{|x|}{2}} \right) \right] + \Phi \left( \sqrt{\frac{|x|}{2}} \right) - 1 \quad (28)$$

– предельная плотность вероятности нормированной ошибки ОМП одного параметра сигнала при условии, что второй параметр известен,  $g_i, i = 1, 2$ . Согласно [9], плотность вероятности (28) существенно отличается от гауссовской.

Согласно (25), (26) и (27), совместная плотность вероятности нормированных ошибок КП-алгоритма оценки равна

$$W(\mu_1, \mu_2) = W_1(\mu_1)W_2(\mu_2). \quad (29)$$

Введем в рассмотрение нормированные ошибки КП-алгоритма оценки центральной частоты и полосы частот сигнала (4):

$$\eta_1 = (\hat{v} - v_0)\rho_1\rho_2/\Omega_0, \quad (30)$$

$$\eta_2 = (\hat{\Omega} - \Omega_0)\rho_1\rho_2/2\Omega_0. \quad (31)$$

Переходя в выражении (29) к новым переменным (30), (31), находим предельную двумерную плотность вероятности нормированных ошибок совместных оценок [14]:

$$W(\eta_1, \eta_2) = \frac{g_1 g_2}{2} W_1 \left( g_1 \frac{\eta_1 - \eta_2}{2} \right) W_2 \left( g_2 \frac{\eta_1 + \eta_2}{2} \right). \quad (32)$$

Совместная плотность вероятности (32) позволяет рассчитать асимптотические значения смещений и рассеяний КП-алгоритма оценки  $\hat{v}$  и  $\hat{\Omega}$ :

$$b(\hat{v}|v_0, \Omega_0) = \langle \hat{v} - v_0 \rangle = 3(1+q)\Omega_0(g_1^{-2} - g_2^{-2})/4(\rho_1\rho_2)^2, \quad (33)$$

$$b(\hat{\Omega}|v_0, \Omega_0) = \langle \hat{\Omega} - \Omega_0 \rangle = 3(1+q)\Omega_0(2 - g_1^{-2} - g_2^{-2})/2(\rho_1\rho_2)^2, \quad (34)$$

$$V_1(\hat{v}|v_0, \Omega_0) = \langle (\hat{v} - v_0)^2 \rangle = \frac{13(1+q)\Omega_0^2}{4(\rho_1\rho_2)^4} \left( \frac{g_1 + g_1^{-1}}{g_1^2} + \frac{g_2 + g_2^{-1}}{g_2^2} \right), \quad (35)$$

$$V_1(\hat{\Omega}|v_0, \Omega_0) = \langle (\hat{\Omega} - \Omega_0)^2 \rangle = \quad (36)$$

$$= \frac{13(1+q)\Omega_0^2}{(\rho_1\rho_2)^4} \left( \frac{g_1 + g_1^{-1}}{g_1^2} + \frac{g_2 + g_2^{-1}}{g_2^2} \right).$$

Здесь  $q = \gamma/N_0$  – отношение помеха – шум.

Видно, что можно рассчитать значения смещений и рассеяний ОМП центральной частоты и полосы частот при  $g_1 = g_2 = 1$  в условии отсутствия помех ( $q = 0$ ), и имеем

$$b(\hat{v}|v_0, \Omega_0) = 0, \quad (37)$$

$$b(\hat{\Omega}|v_0, \Omega_0) = 0, \quad (38)$$

$$V(\hat{v}|v_0, \Omega_0) = \frac{13\Omega_0^2}{(\rho_1\rho_2)^4}, \quad (39)$$

$$V(\hat{\Omega}|v_0, \Omega_0) = \frac{52\Omega_0^2}{(\rho_1\rho_2)^4}. \quad (40)$$

## 2. Влияние ГУП на точность оценки частотных параметров СШП-сигналов

В качестве примера исследования рассмотрим опорный сигнал со спектром прямоугольной формы:

$$q_1(\omega) = a_1,$$

принимаемый СШПС с прямоугольной формой спектра со скошенной вершиной:

$$q(\omega) = a \left[ 1 + 2 \frac{\omega - v_0}{\Omega_0} \left( \frac{1-k}{1+k} \right) \right].$$

Здесь параметры  $a$ ,  $a_1$  – интенсивности сигналов и  $k$  характеризует наклон вершины спектра СШП-сигнала.

В этом случае можно записать величины  $g_1$  и  $g_2$  как

$$g_1 = [k(4\alpha - 1) - 1]/(1+k), \quad (41)$$

$$g_2 = (4\alpha - k - 1)/(1+k), \quad (42)$$

где  $\alpha = a/a_1$  – отношение интенсивностей принимаемого и опорного сигналов.

Проигрыш в точности КП-алгоритма оценки по сравнению с точностью ОМП будем характеризовать отношением их рассеяний, которое можно записать как

$$\chi = \frac{V_1(\hat{v}|v_0, \Omega_0)}{V(\hat{v}|v_0, \Omega_0)} = \frac{V_1(\hat{\Omega}|v_0, \Omega_0)}{V(\hat{\Omega}|v_0, \Omega_0)} = \left( \frac{1+q}{4} \right) \left( \frac{g_1 + g_1^{-1}}{g_1^2} + \frac{g_2 + g_2^{-1}}{g_2^2} \right). \quad (43)$$

Здесь значения  $g_1$ ,  $g_2$  определяются из (41), (42).

На рис. приведены зависимости проигрыша в точности КП-алгоритма оценки по сравнению с точностью ОМП (43) от параметра  $k$ , характери-

зующего наклон вершины спектра СШП-сигнала для различных значений отношения помеха – шум  $q$  при  $\alpha = 1$ .

При анализе зависимостей, представленных на рис., видно, что в случае, когда значение  $k \leq 1$ , проигрыш в точности КП-алгоритма оценки уменьшается при увеличении значений  $k$ , характеризующих наклон вершины спектра СШП-сигнала, и проигрыш возрастает с увеличением значений  $k$  в случае, когда значение  $k > 1$ . Также увидим, что проигрыш в точности КП-алгоритма оценки возрастает с увеличением значений отношения помеха – шум  $q$ . Так, в случае, когда значение  $k = 1$  рассеяние КП-алгоритма оценки больше рассеяния ОМП в 1,5 раза при  $q = 0,5$ , в 2,5 раза при  $q = 1,5$  и в 3,5 раза при  $q = 2,5$ .

### Заключение

Выполнены синтез и анализ алгоритма совместной оценки центральной частоты и полосы частот СШП-сигналов, принимаемых на фоне ГУП и ГБШ. Исследовано влияние ГУП на точность этой оценки, и показано, что точность оценки снижается с увеличением интенсивности помех.

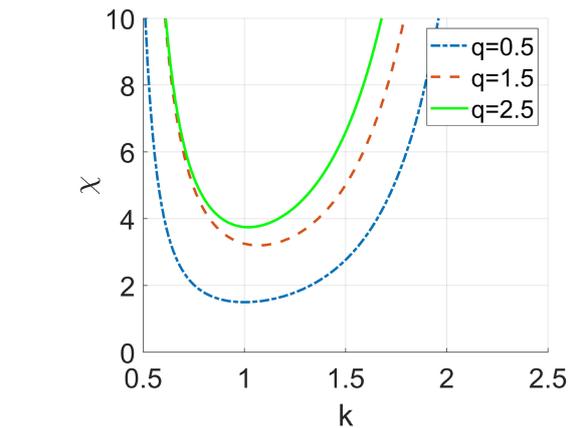


Рис. Зависимости проигрыша в точности КП-алгоритма оценки по сравнению с точностью ОМП от параметра, характеризующего наклон вершины спектра СШП сигнала  
Fig. Dependences of the loss in accuracy of the quasi-likelihood estimate compared to the accuracy of the maximum likelihood estimate on the parameter characterizing the slope of the peak of the spectrum of the UWB signal

Полученные результаты позволяют сделать обоснованный выбор необходимого алгоритма оценки частотных параметров СШП-сигналов в зависимости от требований, предъявляемых к точности оценок в условиях сложной сигнально-помеховой обстановки.

### Список литературы

1. Multivariate signal decomposition for vital signal extraction using UWB impulse radar / M. Le [et al.] // 2023 IEEE Statistical Signal Processing Workshop (SSP). 2023. P. 290–294. DOI: <https://doi.org/10.1109/SSP53291.2023.10208009>
2. Wang Z. UWB signal generation and transmission technology // 2023 3rd International Conference on Electronic Information Engineering and Computer Science (EIECS). 2023. P. 989–992. DOI: <https://doi.org/10.1109/EIECS59936.2023.10435495>
3. Формирование сверхкоротких импульсов с помощью сумматора конструкции Уилкинсона / А.М. Бобрешов [и др.] // Физика волновых процессов и радиотехнические системы. 2021. Т. 24, № 4. С. 46–52. DOI: <https://doi.org/10.18469/1810-3189.2021.24.4.46-52>
4. Веденькин Д.А., Седельников Ю.Е. Свойства и технические приложения антенных решеток, сфокусированных по широкополосному сигналу // Физика волновых процессов и радиотехнические системы. 2023. Т. 26, № 4. С. 88–94. DOI: <https://doi.org/10.18469/1810-3189.2023.26.4.88-94>
5. Любавский А.П., Разиньков С.Н. Классификация, области применения и перспективы развития систем радиосвязи со сверхширокополосными сигналами // Информатика: проблемы, методология, технологии: сб. мат. XVIII Межд. науч.-мет. конф. Воронеж, 8–9 февраля 2018 г. Воронеж: Научно-исследовательские публикации, 2018. Т. 6. С. 22–26. URL: <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=35580257>
6. Радзиевский В.Г., Трифонов П.А. Обработка сверхширокополосных сигналов и помех. М.: Радиотехника, 2009. 288 с.
7. Корчагин Ю.Э., Титов К.Д., Завалишина О.Н. Квазиравнодоподобный алгоритм оценки частоты сверхширокополосного квазиреального сигнала с неизвестной длительностью // Журнал радиоэлектроники. 2023. № 8. DOI: <https://doi.org/10.30898/1684-1719.2023.8.9>
8. Estimation of the initial phase of a radio signal with an arbitrary shape and unknown appearance and disappearance moments / Yu. Korchagin [et al.] // 2022 4th international youth conference on radio electronics, electrical and power engineering (REEPE). 2022. P. 1–6. DOI: <https://doi.org/10.1109/REEPE53907.2022.9731421>
9. Куликов Е.И., Трифонов А.П. Оценка параметров сигналов на фоне помех. М.: Сов. радио, 1978. 296 с.
10. Трифонов П.А., Доан Т.Т. Влияние гауссовских узкополосных помех на точность оценки средней частоты сверхширокополосных сигналов // Теория и техника радиосвязи. 2024. № 3. С. 29–34. URL: <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=72444873>
11. Трифонов П.А. Влияние узкополосных помех на пороговые характеристики оценки параметров сверхширокополосных сигналов // Радиотехника. 2007. № 7. С. 33–36.
12. Радзиевский В.Г., Трифонов П.А. Влияние узкополосной помехи на точность оценки угла прихода сверхширокополосного сигнала // Синтез, передача и прием сигналов управления и связи: межвуз. сб. ст. Воронеж: Госуд. техн. ун-т, 2002. С. 122–127.
13. Радзиевский В.Г., Трифонов П.А. Влияние узкополосной помехи на точность оценки ширины спектра сверхширокополосного сигнала // Радиолокация, навигация, связь: сб. тр. IX Межд. науч.-техн. конф. Воронеж, 2003. Т. 1. С. 132–138.

14. Трифонов А.П., Шинаков Ю.С. Совместное различение сигналов и оценка их параметров на фоне помех. М.: Радио и связь, 1986. 246 с.
15. Фалькович С.Е. Оценка параметров сигнала. М.: Сов. радио, 1970. 336 с.
16. Тихонов В.И., Миронов М.А. Марковские процессы. М.: Радио и связь, 1977. 488 с.

### Информация об авторах

**Доан Тхе Туан**, аспирант кафедры радиофизики Воронежского государственного университета, г. Воронеж, Россия.  
Область научных интересов: алгоритмы обработки сверхширокополосных сигналов с неизвестными параметрами.  
E-mail: doanhetuan3007@gmail.com

**Трифонов Павел Андреевич**, доктор технических наук, профессор кафедры радиофизики Воронежского государственного университета, г. Воронеж, Россия.

Область научных интересов: алгоритмы обработки сверхширокополосных сигналов и помех в приложении к системам радиолокации, связи и навигации.

E-mail: bk\_123@bk.ru

## Physics of Wave Processes and Radio Systems 2025, vol. 28, no. 1, pp. 7–13

DOI 10.18469/1810-3189.2025.28.1.7-13  
UDC 621.391  
Original Research

Received 25 December 2024  
Accepted 27 January 2025  
Published 31 March 2025

### Method of estimation of frequency parameters of ultra-wideband signals with an unknown spectrum shape in the presence of interference

*Tuan T. Doan, Pavel A. Trifonov*

Voronezh State University  
1, Universitetskaya Square,  
Voronezh, 394018, Russia

**Abstract – Background.** One of the urgent tasks of processing ultra-wideband signals is the assessment of their frequency parameters in complex signal-noise conditions. **Aim.** The paper presents the synthesis and analysis of an algorithm for jointly estimating the central frequency and bandwidth of ultra-wideband signals received against the background of Gaussian narrowband interference and Gaussian white noise. **Methods.** The study uses the computational method of statistical radiophysics and the method of mathematical statistics. **Results.** The characteristic of the joint estimation of the central frequency and frequency band of ultra-wideband signals, including the values of the offsets and scattering of the estimation, is found. It is established that with an increase in the intensity of interference, the accuracy of the joint estimation decreases. **Conclusion.** The obtained results allow us to make a reasonable choice of the necessary algorithm for estimating the frequency parameters of ultra-wideband signals depending on the requirements for the accuracy of estimates in a complex signal-noise environment.

**Keywords** – gaussian narrowband noise; quasi-likelihood estimate; maximum likelihood; bandwidth; ultra-wideband signal; center frequency.

✉ doanhetuan3007@gmail.com (*Tuan T. Doan*)

 © Tuan T. Doan, Pavel A. Trifonov, 2025

### References

1. M. Le et al., “Multivariate signal decomposition for vital signal extraction using UWB impulse radar,” *2023 IEEE Statistical Signal Processing Workshop (SSP)*, pp. 290–294, 2023, doi: <https://doi.org/10.1109/SSP53291.2023.10208009>.
2. Z. Wang, “UWB signal generation and transmission technology,” *2023 3rd International Conference on Electronic Information Engineering and Computer Science (EIECS)*, pp. 989–992, 2023, doi: <https://doi.org/10.1109/EIECS59936.2023.10435495>.
3. A. M. Bobreshov et al., “Generation of ultra-short pulses using the Wilkinson adder,” *Physics of Wave Processes and Radio Systems*, vol. 24, no. 4, pp. 46–52, 2021, doi: <https://doi.org/10.18469/1810-3189.2021.24.4.46-52>. (In Russ.)
4. D. A. Veden'kin and Yu. E. Sedel'nikov, “Properties and technical applications of antenna arrays focused on a broadband signal,” *Physics of Wave Processes and Radio Systems*, vol. 26, no. 4, pp. 88–94, 2023, doi: <https://doi.org/10.18469/1810-3189.2023.26.4.88-94>. (In Russ.)
5. A. P. Lyubavskiy and S. N. Razin'kov, “Classification, areas of application and prospects for the development of radio communication systems with ultra-wideband signals,” *Informatika: problemy, metodologiya, tekhnologii: sb. mat. XVIII Mezhd. nauch.-met. konf. Voronezh*, 8–9 February 2018. Voronezh: Nauchno-issledovatel'skie publikatsii, vol. 6, pp. 22–26, 2018, url: <https://www.library.ru/item.asp?id=35580257>. (In Russ.)

6. V. G. Radzievskiy and P. A. Trifonov, *UWB and Interference Processing*. Moscow: Radiotekhnika, 2009. (In Russ.)
7. Yu. E. Korchagin, K. D. Titov, and O. N. Zavalishina, “Quasi-plausible algorithm for estimating the frequency of an ultra-wideband quasi-radio signal with unknown duration,” *Zhurnal radioelektroniki*, no. 8, 2023, doi: <https://doi.org/10.30898/1684-1719.2023.8.9>. (In Russ.)
8. Yu. Korchagin et al., “Estimation of the initial phase of a radio signal with an arbitrary shape and unknown appearance and disappearance moments,” *2022 4th international youth conference on radio electronics, electrical and power engineering (REEPE)*, pp. 1–6, 2022, doi: <https://doi.org/10.1109/REEPE53907.2022.9731421>.
9. E. I. Kulikov and A. P. Trifonov, *Estimation of Signal Parameters Against a Background of Interference*. Moscow: Sov. radio, 1978. (In Russ.)
10. P. A. Trifonov and T. T. Doan, “The influence of Gaussian narrowband interference on the accuracy of estimating the average frequency of ultra-wideband signals,” *Teoriya i tekhnika radiosvyazi*, no. 3, pp. 29–34, 2024, url: <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=72444873>. (In Russ.)
11. P. A. Trifonov, “The influence of narrowband interference on the threshold characteristics of estimating the parameters of ultra-wideband signals,” *Radiotekhnika*, no. 7, pp. 33–36, 2007. (In Russ.)
12. V. G. Radzievskiy and P. A. Trifonov, “The influence of narrowband interference on the accuracy of estimating the angle of arrival of an ultra-wideband signal,” *Sintez, peredacha i priem signalov upravleniya i svyazi: mezhvuz. sb. st. Voronezh: Gosud. tekhn. un-t*, pp. 122–127, 2002. (In Russ.)
13. V. G. Radzievskiy and P. A. Trifonov, “The influence of narrowband interference on the accuracy of estimating the spectrum width of an ultra-wideband signal,” *Radiolokatsiya, navigatsiya, svyaz': sb. tr. IX Mezhd. nauch.-tekhn. konf. Voronezh*, vol. 1, pp. 132–138, 2003. (In Russ.)
14. A. P. Trifonov and Yu. S. Shinakov, *Joint Discrimination of Signals and Estimation of their Parameters Against a Background of Interference*. Moscow: Radio i svyaz', 1986. (In Russ.)
15. S. E. Fal'kovich, *Estimation of Signal Parameters*. Moscow: Sov. radio, 1970. (In Russ.)
16. V. I. Tikhonov and M. A. Mironov, *Markov Processes*. Moscow: Radio i svyaz', 1977. (In Russ.)

### Information about the Authors

**Tuan T. Doan**, postgraduate student of the Department of Radiophysics, Voronezh State University, Voronezh, Russia.  
*Research interests:* algorithms for processing ultra-broadband signals with unknown parameters.  
*E-mail:* doanthetuan3007@gmail.com

**Pavel A. Trifonov**, Doctor of Technical Sciences, professor of the Department of Radiophysics, Voronezh State University, Voronezh, Russia.  
*Research interests:* algorithms for processing ultra-broadband signals and interference applied to radar, communications, and navigation systems.  
*E-mail:* bk\_123@bk.ru

## Методика определения и контроля нагрузочной способности интегральных микросхем

Г.П. Шопин, А.А. Денисюк, М.Н. Пуганов

Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королева  
443086, Россия, г. Самара,  
Московское шоссе, 34

**Аннотация – Обоснование.** Актуальность темы данной работы обусловлена необходимостью повышения достоверности качества определения и контроля нагрузочной способности микросхем. **Цель.** Повышение точности и расширение функций контроля при определении нагрузочной способности микросхем. **Методы.** В статье рассмотрен вариант методики диагностического неразрушающего контроля микросхем. Она включает в себя модель, устройство контроля и алгоритм его функционирования. Использована известная модель, которая была адаптирована под конкретные задачи разработки и исследования. Предложенная методика позволяет находить наибольшее число входов логических элементов, которые можно подключить к выходу испытуемой микросхемы без ухудшения ее функциональных параметров. Входящее в состав методики устройство может использоваться как самостоятельно, так и в системе измерительного комплекса совместно с другим оборудованием. Функционирование в трех основных режимах обеспечивается путем программирования микроконтроллера. Программа была написана на языке C++. Предложенный алгоритм обеспечивает работу устройства контроля в режимах дихотонии, последовательном и ручном. Выполняет функции выбора начального и максимального значения нагрузочных элементов, уровня сигнала, по которому определяется нагрузочная способность. **Результаты.** Получены значения нагрузочной способности для трех типов микросхем. Определены показатели точности и достоверности контроля. Использование элементной базы фирм Microchip и MAXIM позволило на 30 % повысить точность измерения. На основе проведенных исследовательских испытаний и макетирования устройства оценены возможности устройства в различных режимах работы. **Заключение.** Тестирование методики на ряде образцов показало ее высокую эффективность. После доработки конструкции устройства была подготовлена инструкция по его эксплуатации.

**Ключевые слова** – нагрузочная способность; микросхема; методика; устройство; алгоритм; программа; контроль; определение.

### Введение

Одним из направлений повышения надежности бортовой радиоэлектронной аппаратуры является отбор электронной компонентной базы по результатам входного контроля [1]. Перспективным является диагностический неразрушающий контроль (ДНК). Весьма эффективным информативным параметром при этом может стать нагрузочная способность (НС) цифровых электронных устройств, в частности интегральных микросхем (ИМС) [2; 3]. Однако известные методы, устройства и методики [4; 5] имеют недостаточную точность, низкую функциональность и не позволяют установить настройки для различных режимов работы.

Целью данной работы является повышение точности и расширение функций контроля при определении НС ИМС.

Для достижения данной цели предлагается вариант методики ДНК. Методика включает в себя модель, устройство контроля и алгоритм его функционирования. В качестве рабочей была выбрана известная модель [6], которая была адаптирована под конкретные задачи разработки и исследова-

ния. Устройство и алгоритм обладают новизной. Устройство ДНК защищено охранным документом-патентом на изобретение.

### 1. Структурная схема устройства

В данной статье проводилась доработка структурной схемы устройства для определения нагрузочной способности микросхем из патента № 2819099. Доработанная схема устройства для определения нагрузочной способности микросхем приведена на рис. 1.

Устройство содержит испытуемую микросхему, повторитель, компаратор, источник опорного напряжения, элементы нагрузки, коммутатор, микроконтроллер, жидкокристаллический экран и клавиатуру.

Устройство для определения нагрузочной способности микросхем работает следующим образом.

Выходное напряжение испытуемой микросхемы поступает на вход повторителя с высоким входным напряжением и на сигнальный вход коммутатора, обладающего малым сопротивлением открытого канала.

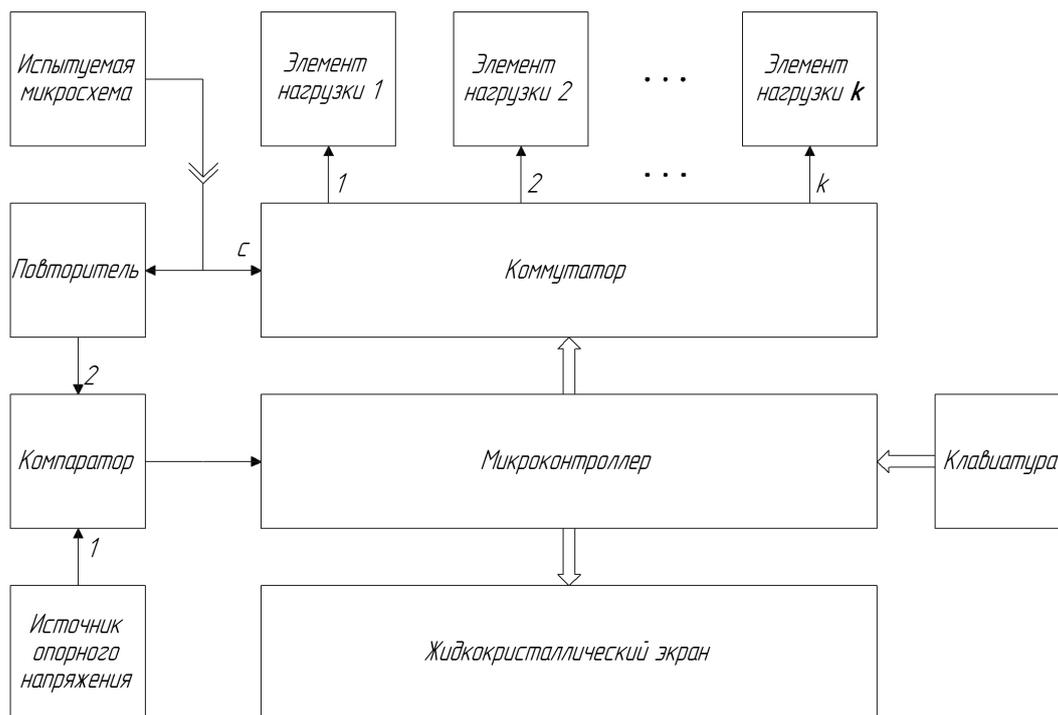


Рис. 1. Структурная схема устройства  
 Fig. 1. Block diagram of the device

Управляемый микроконтроллером коммутатор подключает к выходу испытуемой микросхемы определенное число нагрузочных элементов, полученное в результате расчетов. Нагрузочные элементы, начиная со второго, имеют весовые соотношения в два раза выше предыдущего. Вес нагрузочного элемента формируется объединением в общий вход определенного количества входов логических элементов, соответствующего весу.

Напряжение с повторителя, совпадающее с выходным напряжением испытуемой микросхемы, на входе компаратора сравнивается с напряжением, создаваемым источником опорного напряжения. Источник опорного напряжения выдает два уровня напряжения, которые соответствуют низкому и высокому логическому уровню. Сигнал компаратора используется в качестве управляющего для микроконтроллера.

Результаты расчетов с помощью микроконтроллера выводятся на жидкокристаллический экран. Также с помощью клавиатуры и жидкокристаллического экрана возможно изменять режимы работы микроконтроллера.

Помимо режимов работы по уровню напряжения, присутствуют режимы работы по методу определения нагрузочной способности: дихотомии, последовательного перебора и ручного.

## 2. Выбор элементной базы

Устройство определения нагрузочной способности микросхем предназначено для проведения входного контроля, предусмотрен его мелкосерийный выпуск, и с учетом этих требований к элементной базе предъявляются следующие требования:

- высокая точность;
- низкая стоимость;
- низкое энергопотребление.

В результате анализа существующей элементной базы для большинства элементов выбор сделан в пользу зарубежных компонентов. Причиной такого выбора стали низкая цена, приемлемое качество и доступность информации об элементах зарубежного производства, а также, в отдельных случаях, отсутствие отечественных компонентов общего назначения.

Микроконтроллер является основой устройства и должен производить все вычисления, а также создавать управляющие сигналы для других компонентов устройства. В качестве микроконтроллера был выбран ATmega328/P.

Микросхема ATmega328/P – это маломощный восьмибитный КМОП микроконтроллер. Данный микроконтроллер имеет 32 кбайт встроенной программируемой FLASH-памяти, 1 кбайт EEPROM,

2 кбайта внутренней SRAM. Также микросхема имеет встроенные таймеры-счетчики, АЦП, интерфейсы SPI, 2-wire и USART, аналоговый компаратор и встроенный осциллятор. Присутствует возможность программирования до 23 входов-выходов путем записи скомпилированной программы в память программ.

Для установления стабильной частоты работы микроконтроллера используется кварцевый резонатор с частотой 16 МГц с подключенными к нему конденсаторами емкостью 22 пФ.

Назначение входов-выходов микроконтроллера, задаваемых программно:

- XTAL1 и XTAL2 используются для подключения резонатора;
- PC0-PC2 применяются для управления регистром DD1;
- PC3-PC5 – входы кнопок;
- PC6 – вход сброса;
- PD0-PD4 предназначены для управления ЖК-экраном напрямую;
- PD5 – вход компаратора;
- PD6 – вход, на который поступает сигнал 0/5 В с ключа QS1 в выбранном режиме работы устройства (по низкому/высокому уровню напряжения);
- PB0-PB2 используются для управления ЖК-экраном через сдвиговый регистр;
- PB3-PB5 – для управления мультиплексором, также это входы для программирования микроконтроллера.

Коммутатор в разрабатываемом устройстве предназначен для коммутации выхода испытуемой микросхемы и входов логических элементов. Для повышения точности определения нагрузочной способности коммутатор должен обладать низким сопротивлением открытого канала, основным требованием является возможность коммутации аналоговых сигналов. В качестве коммутатора применены два ключа MAX4652.

Микросхема MAX4652 содержит четыре аналоговых ключа, которые часто используются вместо реле в автоматических устройствах. Они имеют низкие требования по уровню питающего напряжения, занимают меньше места на печатной плате и обладают более высокой надежностью, чем реле. Микросхема имеет четыре нормально разомкнутых ключа, которые замыкаются при подаче логической единицы на вход управления (отмечен символом «#»).

В качестве компаратора используется одиночный компаратор MAX913. Эта микросхема обладает высоким быстродействием.

Повторитель в схеме устройства необходим для выделения сигнала с целью последующего сравнения компаратором и должен обладать высокой точностью. Повторитель построен на операционном усилителе OP07C.

В устройстве используются два источника опорного напряжения, которые должны выдавать максимальное напряжение низкого уровня и минимальное напряжение высокого уровня. Для более высокой точности применяются подстроечные резисторы. Стабилизация напряжения осуществляется с помощью микросхемы KP1158EH5Г.

Жидкокристаллический экран нужен для отображения необходимой информации, в качестве него был выбран ЖК-экран WG12864A.

Особенностью данного жидкокристаллического экрана является наличие встроенных контроллеров, которые путем подачи логических сигналов управляют отображением символов на экране. При этом для упрощения работы с экраном тот условно разбит на две половины экрана по 64 пикселя и 8 строк по 8 пикселей, благодаря чему возможно одновременно посылать на экран целый байт информации в заданную строку и позицию в ней.

### 3. Алгоритм работы устройства

Блок-схема алгоритма приведена на рис. 2.

Алгоритм работы устройства заключается в следующем.

Исходными данными являются максимальное  $M$  и начальное  $N_0$  нагрузочные числа, целью – определение искомого нагрузочного числа  $I$ .

Начальное нагрузочное число задается таким образом, чтобы оно было равно степени двойки, то есть 2, 4, 8, 16 и т. д. Для удобства это число задается так, чтобы оно превышало половину справочного значения нагрузочной способности.

Первым этапом работы является определение количества итераций, необходимых для поиска. Количество итераций определяется как логарифм по степени два от начального нагрузочного числа, если оно превышает половину максимального, или как наименьшее число, возведение двойки в степень которого будет превышать половину максимального нагрузочного числа.

Далее осуществляется проход по итерациям. В ходе каждой итерации осуществляется задание текущего нагрузочного числа  $n$ , значение которого проверяется на соответствие искомому.

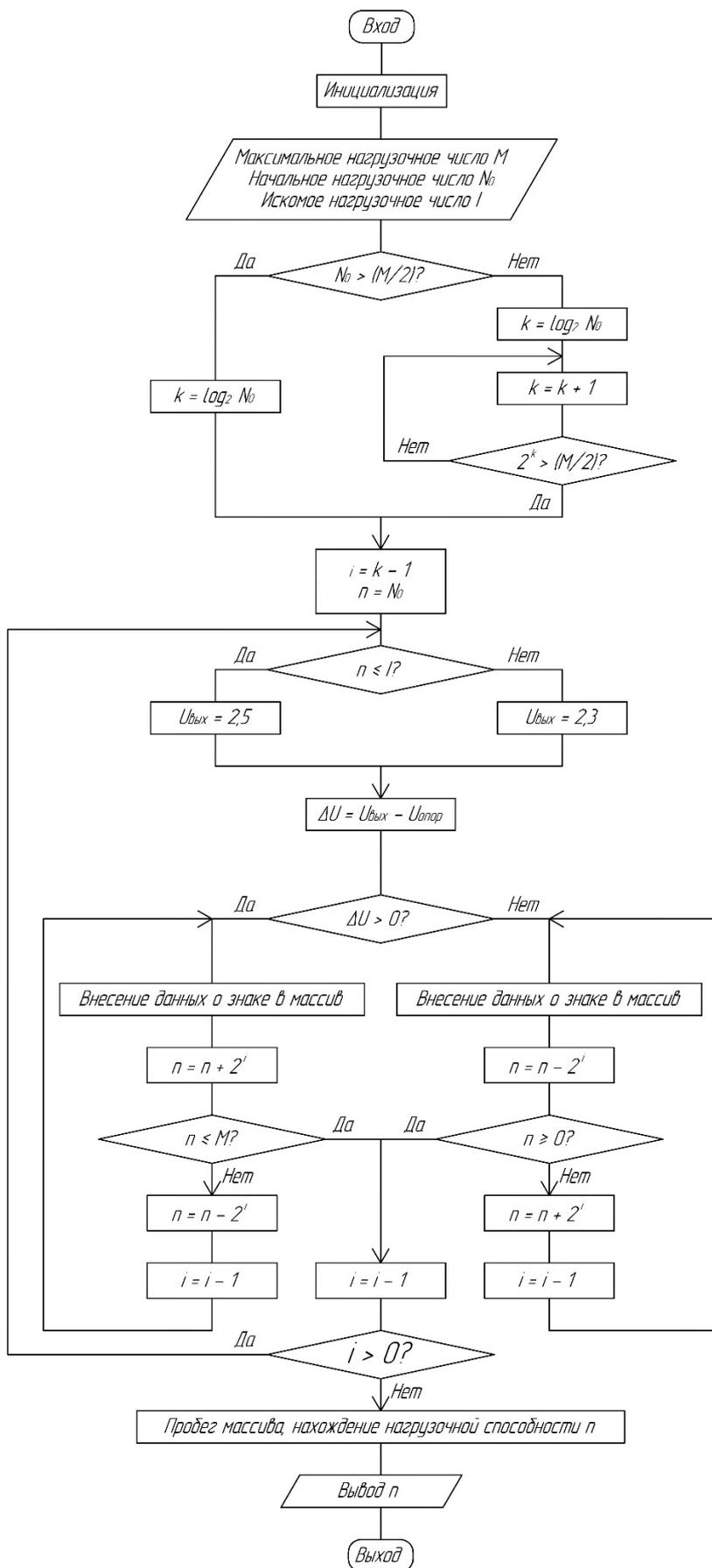


Рис. 2. Алгоритм работы устройства контроля  
 Fig. 2. Algorithm of operation of the control device

При этом для упрощения считается, что зависимость выходного напряжения испытываемой микросхемы от нагрузочного числа имеет вид кусочно-линейной функции, для которой при текущем нагрузочном числе, меньшем искомого, напряжение принимает значение 2,5 В, меньшем или равном – 2,3 В (исследуется TTL-микросхема).

Проверка соответствия текущего нагрузочного числа искомому осуществляется по уровню напряжения на выходе искомой микросхемы. При этом, если уровень сигнала находится в допустимом диапазоне (напряжение больше 2,4 В), текущее нагрузочное число увеличивается на половину от предыдущего значения интервала поиска. Если уровень сигнала не находится в диапазоне, то число уменьшается. Результат проверки на каждой итерации записывается в массив.

Итерации повторяются до тех пор, пока текущее нагрузочное число не совпадет с искомым.

Таким образом, появляется выигрыш в производительности при определении нагрузочной способности по методу половинного деления интервала поиска ее значения по сравнению с методом, когда происходит равномерное наращивание числа входов логических элементов, подключаемых к выходу испытываемой микросхемы.

## Заключение

Предложенная методика определения и контроля нагрузочной способности микросхем позволяет находить наибольшее число входов логических элементов, которые можно подключить к выходу испытываемой ИМС без ухудшения ее параметров. Входящее в состав методики устройство может использоваться как самостоятельно, так и в системе измерительного комплекса совместно с другим оборудованием.

Устройство может работать в трех основных режимах, которые обеспечиваются путем программирования микроконтроллера разработанной программой. Программа для микроконтроллера написана на языке C++. Использование элементной базы фирм Microchip и MAXIM позволило на 30 % повысить точность измерения.

Алгоритм обеспечивает работу устройства контроля в режимах дихотомии, последовательном и ручном. Выполняет функции выбора начального и максимального значения нагрузочных элементов, уровня сигнала, по которому определяется нагрузочная способность.

Алгоритм дает возможность работать (проводить контроль) в режиме дихотомии при высоком уровне напряжения.

## Список литературы

1. Куликов А.В. Методы контроля и измерений составных частей бортового радиотехнического комплекса // Физика волновых процессов и радиотехнические системы. 2023. Т. 26, № 3. С. 32–39. DOI: <https://doi.org/10.18469/1810-3189.2023.26.3.32-39>
2. Устройство контроля нагрузочной способности микросхем / М.Н. Пиганов [и др.] // Проектирование и технология электронных средств. 2023. № 2. С. 31–36. URL: <https://elibrary.ru/item.asp?id=54266030>
3. Разработка устройства для определения нагрузочной способности микросхем / С.В. Тюлевин [и др.] // Физика волновых процессов и радиотехнические системы. 2017. Т. 20, № 1. С. 49–52. URL: <https://journals.ssau.ru/pwp/article/view/7108>
4. Forecasting models generation of the electronic means quality / R.O. Mishanov [et al.] // CEUR Workshop Proceedings. 2017. Vol. 1904. P. 124–129. URL: <https://ceur-ws.org/Vol-1904/paper23.pdf>
5. Устройство для определения нагрузочной способности микросхем / Р.О. Мишанов [и др.] // Известия Самарского научного центра РАН. 2017. Т. 19, № 1-2. С. 420–423. URL: [http://www.ssc.smr.ru/media/journals/izvestia/2017/2017\\_1\\_420\\_423.pdf](http://www.ssc.smr.ru/media/journals/izvestia/2017/2017_1_420_423.pdf)
6. Исследование нагрузочной способности микросхем / Е.С. Еранцева [и др.] // Физика волновых процессов и радиотехнические системы. 2020. Т. 23, № 3. С. 74–81. DOI: <https://doi.org/10.18469/1810-3189.2020.23.3.74-81>

## Информация об авторах

**Шопин Геннадий Павлович**, кандидат технических наук, доцент кафедры радиоэлектронных систем Самарского национального исследовательского университета имени академика С.П. Королева, г. Самара, Россия.

*Область научных интересов:* устройство нагрузочной способности микросхем.

*E-mail:* shopin.gp@ssau.ru

**Денисюк Алина Алексеевна**, инженер кафедры радиоэлектронных систем Самарского национального исследовательского университета имени академика С.П. Королева, г. Самара, Россия.

*Область научных интересов:* прогнозирование показателей качества и надежности радиотехнических систем.

*E-mail:* mikki90210@yandex.ru

**Пиганов Михаил Николаевич**, доктор технических наук, профессор кафедры радиоэлектронных систем Самарского национального исследовательского университета имени академика С.П. Королева, г. Самара, Россия.

*Область научных интересов:* надежность бортовых радиоэлектронных устройств.

*E-mail:* kipres@ssau.ru

# Physics of Wave Processes and Radio Systems

## 2025, vol. 28, no. 1, pp. 14–19

DOI 10.18469/1810-3189.2025.28.1.14-19  
UDC 621.396  
Original Research

Received 21 August 2024  
Accepted 23 September 2024  
Published 31 March 2025

## Methodology for determining and controlling the load capacity of integrated circuits

Gennady P. Shopin, Alina A. Denisjuk, Mikhail N. Piganov

Samara National Research University  
34, Moskovskoye shosse,  
Samara, 443086, Russia

**Abstract – Background.** The relevance of the topic of this work is due to the need to increase the reliability of the quality of determination and control of the load capacity of microcircuits. **Aim.** Improving the accuracy and expanding the control functions in determining the load capacity of the microcircuits. **Methods.** The article considers a variant of the diagnostic non-destructive testing of microcircuits. It includes a model, a control device and an algorithm for its functioning. A well-known model was used, which was adapted to specific development and research tasks. The proposed technique makes it possible to find the largest number of inputs of logic elements that can be connected to the output of the tested microcircuits without deterioration of its functional parameters. The device included in the methodology can be used both independently and in the system of the measuring complex in conjunction with other equipment. Operation in three main modes is provided by programming the microcontroller. The program was written in C++. The proposed algorithm ensures the operation of the control device in dichotomy modes, sequential and manual. Performs the functions of selecting the initial and maximum values of load elements, the signal level by which the load capacity is determined. **Results.** The values of the load capacity for three types of chips are obtained. The indicators of control accuracy and reliability have been determined. Using the element base of Microchip and MAXIM companies allowed for a 30% increase in measurement accuracy. Based on the conducted research tests and mock-up of the device, the capabilities of the device in various operating modes are evaluated. **Conclusion.** Testing of the technique on a number of samples showed its high efficiency. After finalizing the design of the device, instructions for its operation were prepared.

**Keywords** – load capacity; microcircuit; technique; device; algorithm; program; control; definition.

✉ kipres@ssau.ru (Mikhail N. Piganov)

 © Gennady P. Shopin et al., 2025

## References

1. A. V. Kulikov, “Methods of control and measurements of components of the onboard radio engineering complex,” *Physics of Wave Processes and Radio Systems*, vol. 26, no. 3, pp. 32–39, 2023, doi: <https://doi.org/10.18469/1810-3189.2023.26.3.32-39>. (In Russ.)
2. M. N. Piganov et al., “Device for monitoring the load capacity of microcircuits,” *Proektirovanie i tekhnologiya elektronnykh sredstv*, no. 2, pp. 31–36, 2023, url: <https://elibrary.ru/item.asp?id=54266030>. (In Russ.)
3. S. V. Tyulevin et al., “Development of the device for definition of the integrated circuits logic gain,” *Physics of Wave Processes and Radio Systems*, vol. 20, no. 1, pp. 49–52, 2017, url: <https://journals.ssau.ru/pwp/article/view/7108>. (In Russ.)
4. R. O. Mishanov et al., “Forecasting models generation of the electronic means quality,” *CEUR Workshop Proceedings*, vol. 1904, pp. 124–129, 2017, url: <https://ceur-ws.org/Vol-1904/paper23.pdf>.
5. R. O. Mishanov et al., “Device for determining the load capacity of microcircuits,” *Izvestiya Samarskogo nauchnogo tsentra RAN*, vol. 19, no. 1, pp. 420–423, 2017, url: [http://www.ssc.smr.ru/media/journals/izvestia/2017/2017\\_1\\_420\\_423.pdf](http://www.ssc.smr.ru/media/journals/izvestia/2017/2017_1_420_423.pdf). (In Russ.)
6. E. S. Erantseva et al., “Research the load capacity of microcircuits,” *Physics of Wave Processes and Radio Systems*, vol. 23, no. 3, pp. 74–81, 2020, doi: <https://doi.org/10.18469/1810-3189.2020.23.3.74-81>. (In Russ.)

## Information about the Authors

**Gennady P. Shopin**, Candidate of Technical Sciences, associate professor of the Department of Radioelectronic Systems, Samara National Research University, Samara, Russia.

*Research interests:* the device of the load capacity of the chip.

*E-mail:* shopin.gp@ssau.ru

**Alina A. Denisjuk**, engineer of the Department of Radioelectronic Systems, Samara National Research University, Samara, Russia.

*Research interests:* forecasting the quality and reliability of radio engineering systems.

*E-mail:* mikki90210@yandex.ru

**Mikhail N. Piganov**, Doctor of Technical Sciences, professor of the Department of Radioelectronic Systems, Samara National Research University, Samara, Russia.

*Research interests:* reliability of on-board electronic devices.

*E-mail:* kipres@ssau.ru

## Расчет оптимальных значений весовых коэффициентов для компенсации взаимного влияния элементов антенных решеток

А.М. Бобрешов , А.А. Кононов ,  
О.В. Нескородова , К.В. Смусева , Г.К. Усков 

Воронежский государственный университет  
394018, Россия, г. Воронеж,  
Университетская пл., 1

**Аннотация – Обоснование.** Антенные решетки широко используются в разнообразных современных радиотехнических системах беспроводной связи и радиолокации. Проявляющееся при практической реализации явление взаимного влияния антенных элементов может вносить заметные искажения в одну из важнейших характеристик антенной решетки – ее диаграмму направленности, к которой в отдельных задачах предъявляются весьма строгие требования. Ввиду этого ясной становится актуальность вопроса о методах, позволяющих добиться наиболее точного контроля диаграмм направленности. **Цель.** Исследование возможности компенсации взаимного влияния антенных элементов за счет корректировки весовых коэффициентов на входе антенной решетки, вывод расчетных соотношений для преобразования входных сигналов, оценка показателей эффективности уменьшения искажений характеристик направленности, обеспеченного применением предлагаемого подхода. **Методы.** Основные теоретические соотношения были выведены с помощью математического аппарата, позволяющего применять методы линейной алгебры к описанию взаимного влияния антенных элементов. Исследование рассмотренных в качестве примера антенных решеток на основе полуволновых диполей осуществлялось с использованием электродинамического моделирования. Получение количественных оценок эффектов взаимного влияния и их компенсации, а также верификация разработанной математической модели проводились численными методами. **Результаты.** На основе анализа матричных уравнений, описывающих взаимное влияние антенных элементов, установлена возможность выполнения преобразования входных сигналов, обеспечивающего восстановление характеристик диаграмм направленности в результате интерференции излученных электромагнитных волн. Выведены основные математические соотношения, необходимые для осуществления указанной процедуры, рассмотрены конкретные примеры и получены численные характеристики точности предложенного подхода. **Заключение.** Разработанная методика позволяет находить явный вид корректирующего линейного преобразования входных сигналов для произвольной антенной решетки. При этом использование рассчитанной таким образом матрицы корректировки предоставляет возможность не только существенного уменьшения вызванных взаимным влиянием антенных элементов искажений самих диаграмм направленности, но и компенсации нежелательных изменений такой характеристики, как направление главного луча антенной решетки.

**Ключевые слова** – антенная решетка; диаграмма направленности; матрица взаимного влияния; полуволновые диполи; матрица корректировки; компенсация искажений; направление главного луча.

### Введение

В настоящее время в разнообразных радиотехнических системах для решения задач беспроводной связи и радиолокации широко используются антенные решетки (АР), которые также называют иногда антенными массивами. Во всем многообразии их применений наиболее существенной общей чертой является идея извлечения практической пользы из расширенных возможностей по формированию заданной характеристики направленности излучающей системы [1]. Эти возможности обусловлены именно наличием набора из многих антенных элементов, диаграммы направленности (ДН) которых составляют общую характеристику направленности согласно принципу суперпозиции (что с физической точки зрения соответ-

ствует интерференции электромагнитных полей, создаваемых в дальней зоне отдельными излучателями). Роль весовых коэффициентов в линейной комбинации при этом выполняют комплексные амплитуды сигналов, подающихся на входы антенных элементов [2]; их непосредственный вид определяется теми конкретными требованиями, которые предъявляются к свойствам результирующей характеристики направленности АР.

Классические результаты теоретического характера, относящиеся к анализу свойств антенных решеток, как правило, получены в предположении, что каждый отдельный элемент (АЭ) в составе решетки излучает в точности таким же образом, как он излучал бы, будучи изолированным. В действительности же наличие рядом с ним других элементов приводит к искажениям его

ДН из-за явлений взаимного влияния [3; 4], которые могут достаточно существенно проявляться в практически важных случаях антенных массивов с большим числом элементов, расположенных на сравнительно небольшом расстоянии [5].

Таким образом, в реальных АР итоговая характеристика направленности складывается, вообще говоря, не из исходных ДН отдельных АЭ (которые мы будем называть для краткости *идеальными* ДН), а из их искаженных вследствие возникновения взаимного влияния версий – так называемых *парциальных диаграмм направленности*. Логично предположить, что во многих случаях это обстоятельство может оказываться нежелательным и вызывать отклонение тех или иных свойств характеристики направленности АР от требуемых целевых показателей (в то время как в отдельных приложениях границы допустимого разброса бывают весьма узкими, что подчеркивает актуальность проблемы исследования возможностей наиболее точного контроля ДН).

Для компенсации подобных эффектов можно модифицировать структуру АЭ с целью подавления физических явлений взаимного влияния [6]. Принципиально другой подход заключается в преобразовании подающихся на АЭ входных сигналов таким образом, чтобы результирующая характеристика направленности (сложенная из парциальных ДН) становилась ближе к заданной линейной комбинации идеальных ДН отдельных АЭ. В настоящей работе изложена методика такого преобразования, позволяющая добиться наиболее оптимального результата.

## 1. Линейная модель взаимного влияния антенных элементов

Для описания и исследования явлений взаимного влияния АЭ была построена линейная аналитическая модель [3; 7; 8], применимость которой была подтверждена на конкретных практических примерах [4; 8]. Перед тем как напомнить лежащие в основе указанной модели теоретические соотношения, приведем строгое определение используемого в данной работе понятия ДН.

Под диаграммой направленности излучающего устройства подразумевается комплексная векторная функция, учитывающая, помимо пространственного распределения амплитуды, как фазовые, так и поляризационные свойства излучаемого поля:

$$\dot{D}(\Omega) = \dot{D}_\theta(\Omega) \cdot \vec{e}_\theta(\Omega) + \dot{D}_\varphi(\Omega) \cdot \vec{e}_\varphi(\Omega), \quad (1)$$

где  $\Omega = (\theta; \varphi)$  — угловая координата, характеризующая направление излучения;  $\vec{e}_\theta(\Omega)$ ,  $\vec{e}_\varphi(\Omega)$  — единичные базисные векторы в сферической системе координат, раскладывающиеся по единичным векторам декартова базиса как

$$\begin{aligned} \vec{e}_\theta &= -(\vec{e}_x \cos \varphi + \vec{e}_y \sin \varphi) \cos \theta + \sin \theta \vec{e}_z, \\ \vec{e}_\varphi &= (-\vec{e}_x \sin \varphi + \vec{e}_y \cos \varphi) \cos \theta. \end{aligned} \quad (2)$$

При численном анализе удобно представлять ДН как вектор-столбец, составленный из последовательно выписанных отсчетов обеих компонент:

$$\begin{aligned} \dot{D}(\Omega) &= \left( \dot{D}_\theta(\Omega_1) \quad \dots \quad \dot{D}_\theta(\Omega_{N_\Omega}) \quad \dots \right. \\ &\quad \left. \dots \quad \dot{D}_\varphi(\Omega_1) \quad \dots \quad \dot{D}_\varphi(\Omega_{N_\Omega}) \right)^T, \end{aligned} \quad (3)$$

где  $N_\Omega = N_\theta N_\varphi$  — общее число пространственных направлений излучения, равное произведению количества отсчетов по угловым переменным  $\theta$  и  $\varphi$ , а порядок перечисления направлений выбирается и фиксируется заранее, например,  $\Omega_1 = (\theta_1; \varphi_1)$ ,  $\Omega_2 = (\theta_2; \varphi_1)$ , ...,  $\Omega_{N_\theta} = (\theta_{N_\theta}; \varphi_1)$ ,  $\Omega_{N_\theta+1} = (\theta_1; \varphi_2)$ ,  $\Omega_{N_\theta+2} = (\theta_2; \varphi_2)$ , ...,  $\Omega_{N_\Omega-1} = (\theta_{N_\theta-1}; \varphi_{N_\varphi})$ ,  $\Omega_{N_\Omega} = (\theta_{N_\theta}; \varphi_{N_\varphi})$ .

Характеристика направленности антенного массива из  $N$  портов имеет вид

$$\dot{F}(\Omega) = \sum_{m=1}^N \dot{w}_m \dot{D}_m(\Omega) = \hat{D} \cdot \dot{w}, \quad (4)$$

где  $\dot{w} = (\dot{w}_1 \quad \dots \quad \dot{w}_N)^T$  — вектор-столбец комплексных весовых коэффициентов;  $\hat{D} = (\dot{D}_1 \quad \dots \quad \dot{D}_N)$  — матрица идеальных диаграмм направленности излучателей.

В простейшем случае, когда АЭ идентичны и не влияют друг на друга, их идеальные ДН вычисляются по формуле сдвига [2]:

$$\dot{D}_m(\Omega) = \dot{D}_{is}(\Omega) \eta_m(\Omega), \quad (5)$$

где  $\dot{D}_{is}(\Omega)$  — ДН одного изолированного излучающего элемента;  $\vec{u}_m = (u_{xm} \quad u_{ym} \quad u_{zm})^T$  — координаты точек, в которых расположены АЭ;  $\eta_m$  — множители, учитывающие вызванное сдвигом изменение фазы в дальней зоне:

$$\eta_m(\Omega) = e^{jk(u_{xm} \sin \theta \cos \varphi + u_{ym} \sin \theta \sin \varphi + u_{zm} \cos \theta)}. \quad (6)$$

В реальных условиях отдельные антенные элементы влияют друг на друга, что приводит к искажению их ДН. В рамках используемой в данной работе модели считается, что такие искажения вызваны переизлучением электромагнитных волн с АЭ, соседствующих с первоначально запитанным элементом в составе АР [8], причем резуль-

тирующая парциальная ДН для АЭ с номером  $m$  принимает вид

$$\dot{D}_m^{(p)}(\Omega) = \sum_{n=1}^N \dot{c}_{nm} \dot{D}_n^{(p)}(\Omega) \Leftrightarrow \hat{D}^{(p)} = \hat{D} \cdot \hat{C}, \quad (7)$$

где  $\hat{D}^{(p)} = (\dot{D}_1^{(p)} \dots \dot{D}_N^{(p)})$  – матрица парциальных ДН;  $\dot{c}_{nm}$  – коэффициент матрицы взаимного влияния  $\hat{C}$ , показывающий, какой сигнал переизлучается с АЭ номер  $n$  при подключении единичного сигнала к порту номер  $m$  (и при нулевых сигналах на всех остальных портах).

Возвращаясь снова к модели, в которой подключены все порты, с учетом (7) получаем

$$\dot{F}(\Omega) = \sum_{m=1}^N \dot{w}_m \dot{D}_m^{(p)}(\Omega) = \hat{D}^{(p)} \dot{w} = \hat{D} \hat{C} \dot{w}. \quad (8)$$

Таким образом, характеристика направленности реальной АР складывается из парциальных ДН  $\dot{D}_m^{(p)}(\Omega)$  с коэффициентами  $\dot{w}$  или из идеальных ДН  $\hat{D}_m(\Omega)$  с искаженными коэффициентами, вектор-столбец которых равен  $\hat{C} \dot{w}$ .

Из данного наблюдения следует, что компенсация явлений взаимного влияния может быть достигнута посредством надлежащего предварительного изменения входных сигналов. Детали реализации этого подхода изложены в следующем разделе.

## 2. Методика компенсации взаимного влияния

Итак, основная идея заключается в следующем. Пусть у некоторой АР требуется сформировать заданную целевую характеристику направленности  $\dot{F}_0(\Omega)$ , которая в отсутствие взаимного влияния АЭ достигалась бы при известном наборе весовых коэффициентов  $\dot{y}$  (в качестве примера можно привести известные расчетные соотношения для формирования); согласно (4), это можно записать в виде  $\dot{F}_0 = \hat{D} \dot{y}$ . Как показано выше (см. (8)), подача на АЭ реальной АР сигналов  $\dot{w}$  приводит к формированию, вообще говоря, другой характеристики направленности, имеющей вид  $\dot{F} = \hat{D}^{(p)} \dot{w} = \hat{D} \hat{C} \dot{w}$ . Эти два выражения, однако, могут оказаться равными, если «искаженный взаимным влиянием» вектор входных сигналов  $\hat{C} \dot{w}$  совпадет с «целевым» исходным вектором весовых коэффициентов  $\dot{y}$ :

$$\hat{C} \dot{w} = \dot{y} \Rightarrow \dot{F} = \hat{D}^{(p)} \dot{w} = \hat{D} \hat{C} \dot{w} = \hat{D} \dot{y} = \dot{F}_0. \quad (9)$$

В то же время равенство (9), очевидно, выполняется, если положить

$$\dot{w} = \hat{C}^{-1} \dot{y} \quad (10)$$

(заметим, что на практике матрица взаимного влияния  $\hat{C}$  обычно обладает свойством диагонального преобладания [9], а это, как известно, гарантирует существование обратной матрицы).

Таким образом, компенсация взаимного влияния АЭ в рамках вышеописанной модели достигается путем обработки заданного вектора весовых коэффициентов матрицей, обратной по отношению к матрице взаимного влияния.

На практике, конечно, парциальные ДН не обязаны в точности являться линейными комбинациями идеальных ДН отдельных АЭ, поскольку взаимное влияние, вообще говоря, может не ограничиваться одними лишь явлениями переизлучения. Более общим физическим эффектом является рассеяние излученных электромагнитных волн с последующим переотражением от АЭ, расположенных друг у друга в ближней зоне. Различие диаграмм направленности по переотражению и в режиме излучения бывает достаточно существенным (однако во многих практически важных случаях – например, для АЭ электрически малых размеров, когда в пределах одного АЭ распределение токов близко к синфазному, – две указанные ДН могут оказаться в весьма высокой степени сходными).

Тем не менее можно показать, что в любом случае существует возможность рассчитать наиболее оптимальный набор  $\dot{w}$  весовых коэффициентов – в том смысле, что ни при каком другом векторе входных сигналов результирующая характеристика направленности АР не будет ближе к составленной из идеальных ДН с коэффициентами  $\dot{y}$ . Действительно, характеристика направленности реальной АР *всегда* имеет вид линейной комбинации парциальных ДН:  $\dot{F} = \hat{D}^{(p)} \dot{w}$  (что с физической точки зрения соответствует интерференции излученных электромагнитных волн). В то же время, как известно [9], среднеквадратичная норма невязки

$$\left\| \dot{F} - \dot{F}_0 \right\| = \left\| \hat{D}^{(p)} \dot{w} - \hat{D} \dot{y} \right\| \quad (11)$$

минимизируется при  $\dot{w} = \hat{A} \dot{y}$ , где

$$\hat{A} = \left( \hat{D}^{(p)} \right)^+ \cdot \hat{D} \quad (12)$$

(здесь символом «+» обозначена псевдообратная матрица (в смысле Мура – Пенроуза [9])).

Итак, в общем случае преобразовывать целевой вектор входных сигналов нужно с помощью матрицы  $\hat{A}$ , которая, согласно приведенным выше

рассуждениям, совпадает с  $\hat{C}^{-1}$ , если взаимное влияние имеет чисто линейный характер (см. (10)). Заметим, что даже в самом общем случае расчет осуществляется один раз для каждой конкретной АР, причем для этого достаточно знать матрицы  $\hat{D}^{(p)}$  и  $\hat{D}$ , которые с принципиальной точки зрения могут быть определены экспериментальным путем. Это обстоятельство в некотором смысле придает процедуре определения  $\hat{A}$  характер калибровки антенной решетки.

Для полноты напомним расчетное соотношение

$$\hat{C} = \hat{D}^+ \cdot \hat{D}^{(p)}, \quad (13)$$

которое может быть использовано для вычисления оптимальной оценки матрицы взаимного влияния (причем среднеквадратичная ошибка между  $\hat{D}\hat{C}$  и  $\hat{D}^{(p)}$  будет минимизирована [4]). Однако подстановка (13) в формулу (10) не позволяет свести к ней общий случай, поскольку, как известно [10], в отличие от обычной инверсии, для псевдообратных матриц

$$\hat{C}^{-1} = \hat{C}^+ = (\hat{D}^+ \hat{D}^{(p)})^+ \neq (\hat{D}^{(p)})^+ \cdot \hat{D} = \hat{A}, \quad (14)$$

так что в целом (12) обладает большей общностью. Однако, как уже было указано, на практике нередко реальные эффекты взаимного влияния весьма близки к линейной модели, и тогда замена  $\hat{A}$  на  $\hat{C}^{-1}$  не приводит к существенным погрешностям (другими словами, норма невязки (11) при подстановке (10) принимает значение, близкое к минимальному). Заметим, что идея использования  $\hat{C}^{-1}$  в качестве матрицы коррекции была ранее предложена в работе [3]; здесь, таким образом, нами получено ее обобщение, обладающее наибольшей оптимальностью (вследствие применения метода псевдоинверсии).

### 3. Численное моделирование и примеры применения

Для примера рассмотрим модель антенной решетки, состоящей из трех полуволновых диполей, изображенную на рис. 1 (вместе с сеткой пространственной дискретизации, использовавшейся при выполнении численного электродинамического моделирования в среде CST Studio Suite). Цифрами обозначены номера АЭ, соответствующая нумерация будет использована и далее (как для их ДН, так и для входных портов).

Заметим, что ДН исследуются в исходной системе координат, которая не наклонена вместе с АЭ. Рабочая частота в рамках моделирования была

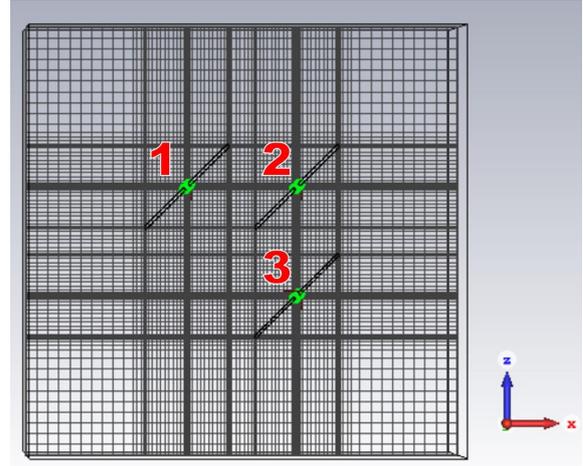


Рис. 1. Пример антенной решетки, состоящей из трех диполей  
Fig. 1. An example of an antenna array consisting of three dipoles

принята равной 3,5 ГГц, что соответствует длине полуволновых диполей около 42,83 мм. Диапазон изменения угловых переменных дискретизировался с шагом в 5° (от 0° до 180° по  $\theta$  и от 0° до 355° по  $\phi$ , что при численном анализе соответствует длине каждого вектора (3), составленного из отсчетов обеих поляризационных компонент заданной ДН, в  $37 \cdot 72 \cdot 2 = 5328$  элементов).

Идеальная ДН номер 1 (то есть ДН изолированного 1-го АЭ, расположенного в начале координат) представлена на рис. 2, где для наглядности приведены трехмерные графики (в сферических координатах) как амплитудной, так и фазовой зависимостей. По формулам сдвига (5)–(6) из этой ДН можно получить идеальные ДН 2-го и 3-го АЭ, идентичных с первым, но размещенных, соответственно, в точках (40 мм; 0; 0) и (40 мм; 0; –40 мм). Максимумы амплитуды ДН на кополярной и кроссполярной компонентах равны –0,534 дБи и 2,245 дБи (имеются в виду модули величин  $\dot{D}_\theta(\Omega)$  и  $\dot{D}_\phi(\Omega)$ , соответствующих базисным векторам  $\vec{e}_\theta(\Omega)$  и  $\vec{e}_\phi(\Omega)$ , как указано в (1)–(2)). Максимальное же значение амплитуды векторной ДН

$$|\dot{D}(\Omega)| = \sqrt{|\dot{D}_\theta(\Omega)|^2 + |\dot{D}_\phi(\Omega)|^2} \quad (15)$$

составляет 3,834 дБи.

Парциальная ДН 1-го элемента, полученная в результате численного электродинамического моделирования вышеописанной АР из трех АЭ в среде CST Studio Suite, изображена на рис. 3. Здесь снова имеются в виду трехмерные графические представления как амплитудной, так и фазовой пространственных зависимостей, причем можно заметить некоторое искажение амплитудной характеристики (относительно симметричной

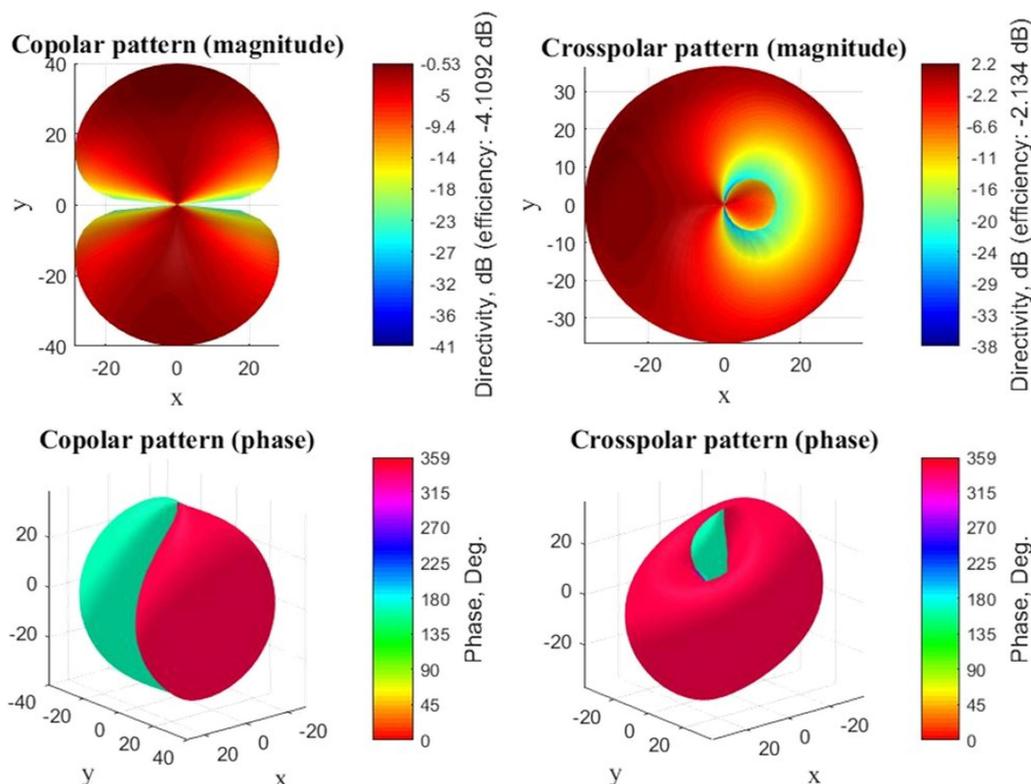


Рис. 2. Идеальные диаграммы направленности изолированного 1-го антенного элемента  
Fig. 2. Ideal radiation patterns of the isolated 1st antenna element

круглой формы исходной идеальной ДН) и незначительный уход фазы, проявляющийся в плавном изменении окраски нижних графиков (фрагмент ломаной линии отмечает область возникновения численных погрешностей вследствие скачков на  $\pm 360^\circ$  при переходе фазы через ноль).

Ввиду недостаточной наглядности визуального сравнения идеальных и парциальных ДН в табл. 1 представлены такие количественные характеристики эффектов взаимного влияния, как максимальные значения амплитудных диаграмм направленности и средняя (по всем пространственным направлениям) относительная (выраженная в дБ относительно максимума) величина искажений, которым подверглись парциальные ДН по сравнению с идеальными. Можно заметить в том числе, что для вычисляемой согласно формуле (15) амплитуды «полной» векторной ДН искажение максимального значения менее выражено, чем для отдельных поляризационных компонент. В то же время средняя величина искажений для векторной ДН, напротив, как раз несколько более существенна, чем у компонент.

Выполнив расчет матрицы взаимного влияния  $\hat{C}$  по формуле (13) и вычисление точной матрицы коррекции  $\hat{A}$  в соответствии с общим соотноше-

нием (12), а также ее «приближенной версии», равной  $\hat{C}^{-1}$  (и в общем случае не совпадающей с  $\hat{A}$ , как видно из (14)), оформим полученные результаты в виде табл. 2 для удобства количественного сравнения.

Как видно, приближенный подход, основанный на инверсии матрицы взаимного влияния, приводит к значениям, незначительно отличающимся от точных оптимальных коэффициентов матрицы коррекции. Действительно, максимальная разность между компонентами  $\hat{A}$  и  $\hat{C}^{-1}$  (достигающаяся в данном случае для элемента 1-й строки, 1-го столбца) не превосходит 0,00108, что на два порядка меньше, чем минимальный (по модулю) элемент матрицы  $\hat{A}$  (расположенный во 2-й строке, 3-м столбце и имеющий абсолютную величину, несколько превосходящую 0,172). Относительная закономерность подобного обстоятельства для АР с электрически малыми АЭ, уже упоминавшаяся ранее, свидетельствует об актуальности указанного подхода – в особенности если учесть возможности теоретического вычисления матрицы  $\hat{C}$  (при помощи матрицы Q-параметров) для больших антенных решеток по результатам моделирования их типовых фрагментов (без экспериментального исследования решетки в целом [8]).

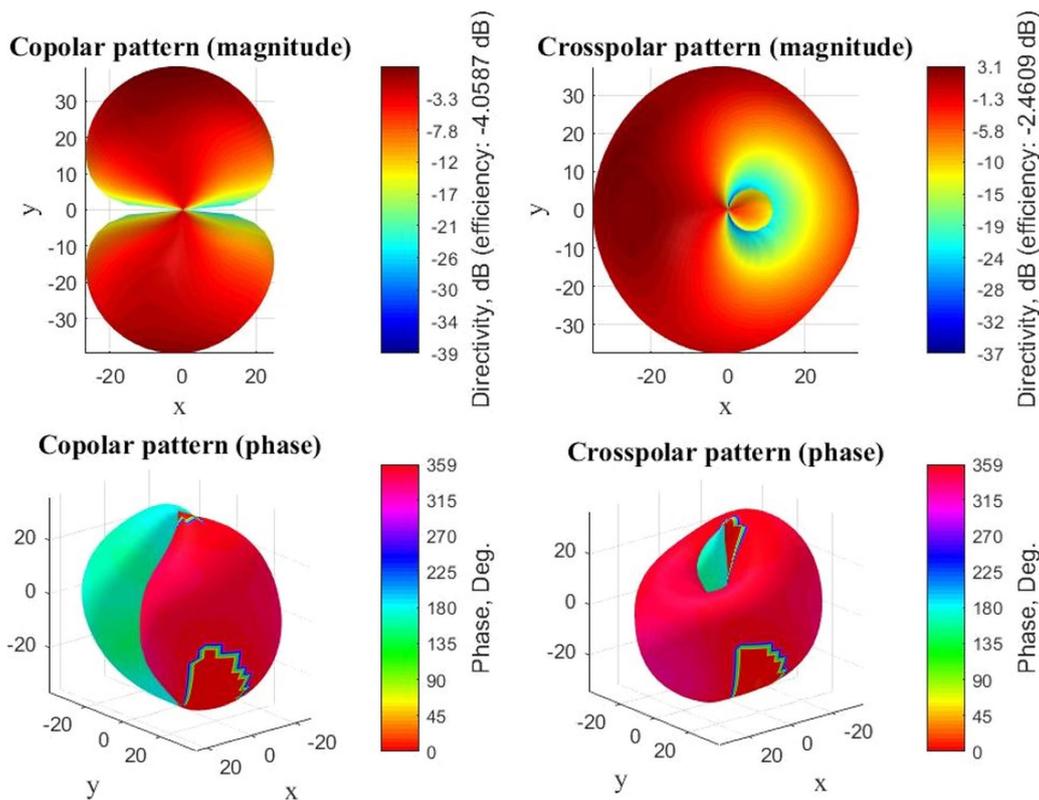


Рис. 3. Парциальные диаграммы направленности 1-го элемента в составе антенной решетки  
 Fig. 3. Partial radiation patterns of the 1st element in the antenna array

Таблица 1. Количественные характеристики эффектов взаимного влияния  
 Table 1. Quantitative characteristics of the antenna elements mutual coupling effects

№ АЭ	Вид ДН	Максимум, дБи		Средняя величина искажений, дБ
		Идеальные ДН	Парциальные ДН	
1	Кополярная ( $\dot{D}_\varphi$ )	-0,534	1,131	-17,228
	Кроссполярная ( $\dot{D}_\theta$ )	2,245	3,136	-17,578
	Векторная (см. (1))	3,834	3,967	-16,147
2	Кополярная ( $\dot{D}_\varphi$ )	-0,534	1,111	-17,340
	Кроссполярная ( $\dot{D}_\theta$ )	2,245	1,899	-18,287
	Векторная (см. (1))	3,834	3,816	-17,114
3	Кополярная ( $\dot{D}_\varphi$ )	-0,534	1,049	-17,783
	Кроссполярная ( $\dot{D}_\theta$ )	2,245	3,131	-17,545
	Векторная (см. (1))	3,834	3,892	-16,302

Заметим, что норма матрицы коррекции (для обеих полученных нами ее версий) несколько превышает единицу:

$$\|\hat{A}\|_2 \approx 1,1761, \quad \|\hat{C}^{-1}\|_2 \approx 1,1765. \quad (16)$$

Эти величины (с учетом определения используемой в (16) так называемой 2-нормы [9]) показывают, во сколько раз максимально может увеличиться квадратичная норма вектора весовых коэффициентов в ходе коррекции (что может иметь важное значение в практических приложениях, где вектор

входных сигналов АР нередко должен удовлетворять тому или иному условию нормировки).

В качестве простейшего примера применения методики коррекции входных сигналов покажем, как в обсуждавшейся выше АР можно восстанавливать идеальные ДН путем подключения АЭ в соответствующих линейных комбинациях. Рассмотрим для определенности 1-й элемент, идеальные ДН которого были изображены на рис. 2; очевидно, что его «изолированная» ДН получилась бы в идеальной (т. е. лишенной взаимного

Таблица 2. Матрицы взаимного влияния и коррекции  
 Table 2. Mutual coupling and correction matrices

Матрица	Численные значения
Взаимного влияния $\hat{C} = \hat{D}^+ \cdot \hat{D}^{(p)}$	$\approx \begin{pmatrix} 0,9823 + 0,0087j & 0,0483 + 0,1913j & 0,1304 - 0,0457j \\ 0,0433 + 0,1919j & 0,9321 + 0,0380j & 0,0437 + 0,1862j \\ 0,1360 - 0,0491j & 0,0449 + 0,2043j & 0,9762 + 0,0631j \end{pmatrix}$
Коррекции (точная) $\hat{A} = (\hat{D}^{(p)})^+ \cdot \hat{D}$	$\approx \begin{pmatrix} 1,0033 - 0,0123j & -0,0376 - 0,1724j & -0,1607 + 0,0740j \\ -0,0325 - 0,1744j & 1,0038 - 0,0074j & -0,0443 - 0,1663j \\ -0,1699 + 0,0778j & -0,0457 - 0,1846j & 1,0049 - 0,0664j \end{pmatrix}$
Коррекции (приближенная) $\hat{A} \approx \hat{C}^{-1}$	$\approx \begin{pmatrix} 1,0044 - 0,0122j & -0,0376 - 0,1725j & -0,1601 + 0,0739j \\ -0,0328 - 0,1747j & 1,0041 - 0,0074j & -0,0446 - 0,1665j \\ -0,1693 + 0,0780j & -0,0457 - 0,1847j & 1,0058 - 0,0664j \end{pmatrix}$

Таблица 3. Весовые коэффициенты, скорректированные для восстановления идеальной диаграммы направленности 1-го антенного элемента  
 Table 3. Weight coefficients adjusted to restore the ideal radiation pattern of the 1st antenna element

$n$ (номер)	$\text{Re } \dot{w}_n$	$\text{Im } \dot{w}_n$	$ \dot{w}_n $	Фаза, $\arg \dot{w}_n$	
				в радианах	в градусах
1	1,0044	-0,0122	1,0044 $\approx$ 1,004	-0,0121	-0,6947 $\approx$ -0,7
2	-0,0328	-0,1747	0,1778 $\approx$ 0,178	-1,7561	-100,6198 $\approx$ -100,6
3	-0,1693	0,0780	0,1864 $\approx$ 0,186	2,7097	155,2544 $\approx$ 155,3

влияния) AP при подаче на входы АЭ вектора сигналов  $\dot{y} = (1 \ 0 \ 0)^T$ . Преобразуя его с помощью полученной нами матрицы коррекции (причем даже приближенной ее версии), находим вектор  $\dot{w} = \hat{C}^{-1} \dot{y}$ , данные об элементах которого представлены в табл. 3. В рассматриваемом частном случае  $\dot{w}$  является, в сущности, 1-м столбцом матрицы  $\hat{C}^{-1}$ , к которому применяется дополнительное округление, позволяющее частично имитировать конечную точность выставления весовых коэффициентов в реальной AP (например, из-за ограниченной разрядности дискретных аттенюаторов и фазовращателей).

Подача скорректированных таким образом сигналов на входы реальной AP приводит к формированию характеристики направленности, с хорошей точностью воссоздающей идеальную ДН 1-го АЭ. На рис. 4 показаны графики двумерных сечений диаграмм направленности в полярных координатах, позволяющие сравнить парциальную ДН 1-го АЭ, воссоздающую ее характеристику направленности AP – как рассчитанную теоретически, так и полученную посредством моделирования в CST Studio Suite, – а также исходную (идеальную) ДН 1-го АЭ.

Видно, что воссозданная ДН, рассчитанная теоретически, весьма близка к идеальной и при этом

практически полностью совпадает с результатом электродинамического моделирования в CST (синяя и зеленая линии в электронной версии журнала на рис. 4 визуально почти неразличимы). Количественные характеристики точности воссоздания идеальной ДН приведены в табл. 4, где для удобства сравнения также повторно даны оценки величины вызванных взаимным влиянием искажений ДН (ранее представленные в табл. 1).

Как можно было видеть, корректность изложенной методики восстановления идеальных ДН подтверждается экспериментом (который иногда из-за удачного совпадения погрешностей может даже давать результаты, точность которых несколько превосходит теоретическую). Кроме того, в данном случае коррекция входных коэффициентов позволила уменьшить среднее расхождение реальной и идеальной ДН на величину около 20 дБ, то есть весьма существенным образом.

В заключение рассмотрим случай формирования заданной характеристики направленности у всей AP. Пусть для определенности главный луч должен быть ориентирован в направлении  $\theta = 90^\circ$  и  $\varphi = 60^\circ$ . В идеальной AP это соответствует следующим значениям весовых коэффициентов:

$$\begin{aligned} \dot{y}_1 &\approx 0,57735, \\ \dot{y}_2 &\approx \dot{y}_3 \approx \dot{y}_1 e^{-1,467j} \approx 0,0598 - 0,5742j, \end{aligned} \quad (17)$$

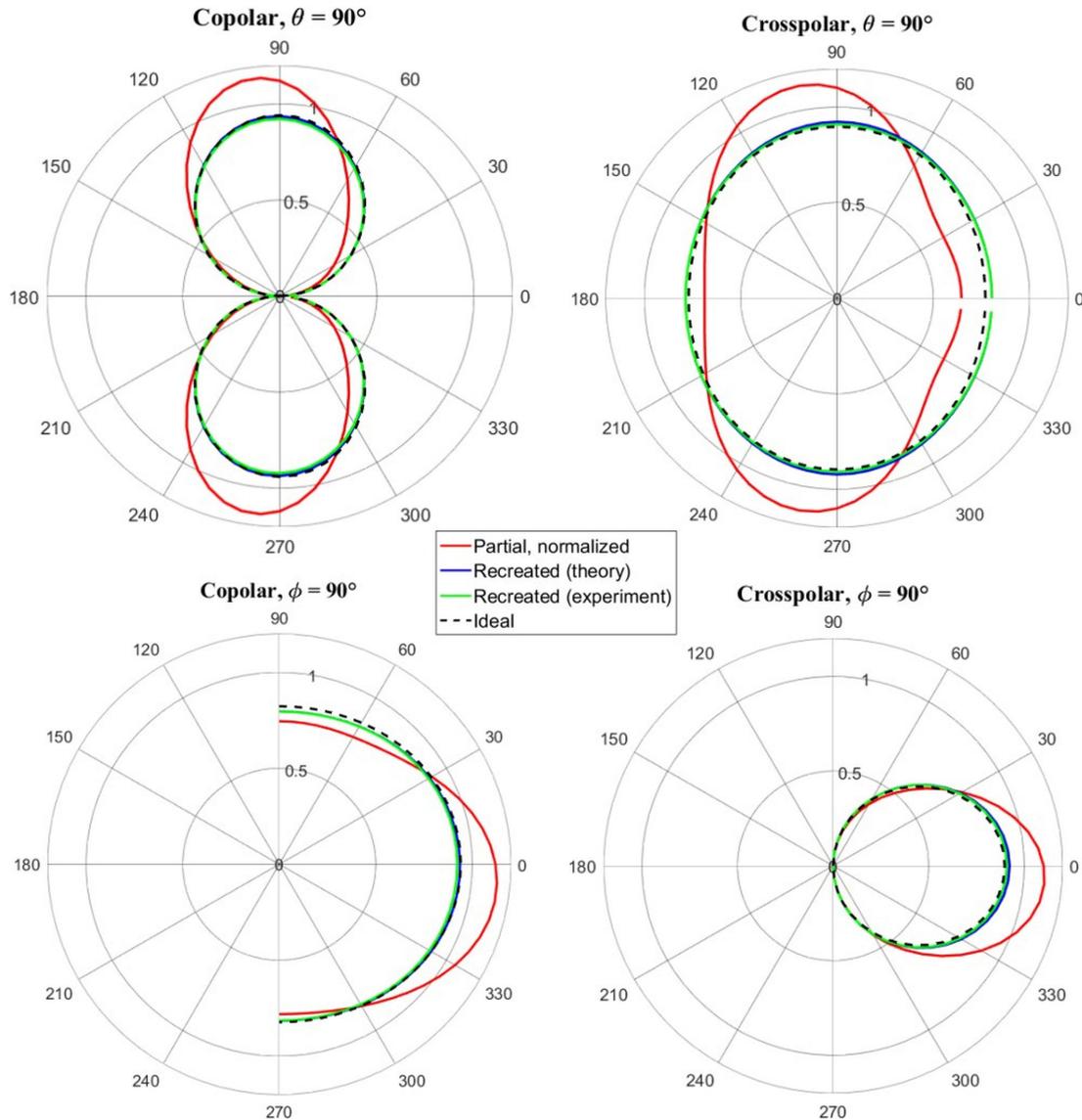


Рис. 4. Сравнение воссозданной и идеальной диаграмм направленности 1-го антенного элемента  
 Fig. 4. Comparison of the recreated and ideal radiation patterns of the 1st antenna element

которые рассчитаны на основе классического принципа фазировки [2], компенсирующей в направлении главного луча фазовые множители, вызванные сдвигом АЭ и описываемые соотношениями (6), – а затем с дополнительной нормировкой на количество антенных элементов (равное в данном случае трем), так что

$$\|\dot{\vec{y}}\|_2 \equiv \sqrt{|\dot{y}_1|^2 + |\dot{y}_2|^2 + |\dot{y}_3|^2} = 1. \quad (18)$$

С помощью точной и приближенной матриц коррекции можно рассчитать скорректированные версии весовых коэффициентов (17), численные данные о которых представлены в табл. 5. Видно, что различия двух версий как по амплитудам, так и по фазам незначительны.

Значения норм скорректированных векторов входных сигналов таковы:

$$\|\dot{\vec{w}}\|_2 = 1,0093, \quad \|\hat{C}^{-1}\dot{\vec{y}}\|_2 = 1,0099. \quad (19)$$

Сравнение (19) и (18) иллюстрирует высказанное ранее утверждение о том, что при необходимости выполнения условия нормировки результирующего вектора входных сигналов может потребоваться наложить на исходные весовые коэффициенты более строгое условие, обеспечивающее необходимый запас для возможного возрастания нормы. Напомним, что заведомо достаточная величина такого запаса однозначно определяется соответствующими матричными нормами (в нашем случае это (16)).

Характеристики направленности АР, получаемые при подаче на ее входы разных версий весовых коэффициентов, показаны на рис. 5. Следует пояснить, что луч не имеет вполне четкой формы,

Таблица 4. Количественные характеристики воссоздания идеальной диаграммы направленности  
Table 4. Quantitative characteristics of recreating the ideal radiation pattern

Вид ДН	Средняя невязка относительно идеальной ДН, в дБ от максимума		
	Парциальная ДН	Воссозданная ДН	
		теория	эксперимент
Кополярная ( $\dot{D}_\phi$ )	-17,228	-37,177	-35,252
Кроссполярная ( $\dot{D}_\theta$ )	-17,578	-35,060	-38,032
Векторная (см. (1))	-16,147	-33,874	-38,064

Таблица 5. Весовые коэффициенты, скорректированные для контроля направления главного луча  
Table 5. Weight coefficients adjusted to control the main beam direction

Версия	$n$	$\text{Re } \dot{w}_n$	$\text{Im } \dot{w}_n$	$ \dot{w}_n $	Фаза, $\arg \dot{w}_n$	
					в радианах	в градусах
$\dot{w} = (\hat{D}^{(p)})^+ \cdot \hat{D}\dot{y}$ (точная)	1	0,5109	0,1009	0,5207	0,1950	11,17
	2	-0,0612	-0,6620	0,6649	-1,6629	-95,28
	3	-0,1849	-0,5209	0,5527	-1,9119	-109,54
$\dot{w} \approx \hat{C}^{-1}\dot{y}$ (приближенная)	1	0,5115	0,1006	0,5213	0,1942	11,13
	2	-0,0614	-0,6622	0,6651	-1,6633	-95,30
	3	-0,1846	-0,5213	0,5530	-1,9111	-109,50

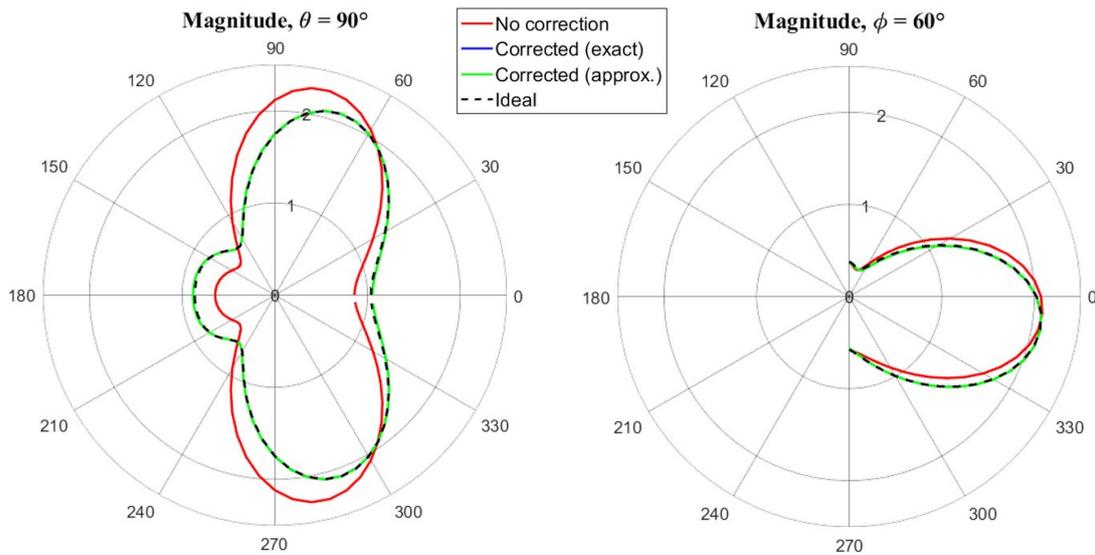


Рис. 5. Пример корректировки направления главного луча  
Fig. 5. An example of adjusting the main beam direction

поскольку в рассматриваемом примере АР содержит всего 3 АЭ и их ДН сильно влияет на ее итоговую характеристику направленности. По этой же причине максимум амплитуды главного луча заметно смещен относительно своего целевого направления, что, впрочем, оказывается здесь скорее преимуществом: подобное явление наблюдается и в применяемых на практике АР с большим количеством элементов, только в меньшей степени, в данной же ситуации (при существенном смещении) нагляднее будет демонстрация того, как предлагаемая методика помогает исправить не

только общую форму ДН, но и описанный эффект в частности. Наконец, возникновение паразитного луча в направлении, симметричном целевому относительно плоскости  $xOz$ , объясняется наличием аналогичной симметрии у самих антенных элементов в рассматриваемом примере.

Можно заметить, что в результате обеих версий коррекции характеристика направленности практически совпала с достигаемой в идеальной АР. В том числе направление максимума сместилось с  $\theta = 96,349^\circ$  и  $\phi = 77,091^\circ$  до значений  $\theta = 99,087^\circ$  и  $\phi = 69,856^\circ$  (практически совпадающих для точ-

Таблица 6. Количественные характеристики формирования целевой характеристики направленности  
 Table 6. Quantitative characteristics of forming the target radiation pattern

Вид ДН	Средняя невязка относительно целевой ДН, в дБ от максимума		
	Без коррекции	С коррекцией	
		точная версия	приближенная версия
Кополярная	-18,643	-42,295	-42,532
Кроссполярная	-17,441	-39,318	-39,211
Векторная	-17,843	-40,346	-40,341

ной и приближенной версий, а также для направления максимума, которое может быть достигнуто в идеальной АР с классической фазировкой (17)).

Добавим, что отклонение луча несколько вниз в данном случае является исключительно следствием того, что максимумы вертикальных сечений идеальной ДН в окрестности целевого направления также смещены ниже горизонтали. Это наблюдение служит еще одной иллюстрацией влияния ДН отдельных АЭ на целевую характеристику направленности АР, особенно заметно проявляющегося при малом количестве элементов. Более того, в рассмотренном примере указанное отклонение по вертикали при отсутствии коррекции выражено в меньшей степени (из-за меньшего смещения максимума парциальной ДН вблизи целевого направления), что позволяет высказать предположение о теоретической возможности разработки новых методик фазировки, использующих подобные «положительные особенности» парциальных ДН.

Численные значения показателей точности формирования целевой характеристики направленности АР в исследованном здесь случае приведены в табл. 6.

Видно, что результаты приближенной и точной версий корректировки не только предоставляют существенное улучшение по сравнению с непосредственным использованием парциальных ДН, но и почти совпадают между собой (это видно на приведенных на рис. 5 графиках: соответствующие кривые накладываются друг на друга вплоть до визуальной неразличимости; аналогичное положение вещей имело место ранее для воссоздания идеальной ДН одного АЭ). Таким образом, состоятельность предлагаемого подхода как средства компенсации вызванных взаимным влиянием искажений в ДН, а также в такой важной для приложений производной характеристике, как направление главного луча, в данном случае снова подтвердилась экспериментально.

## Заключение

Изложенная в работе методика корректировки вектора комплексных амплитуд входных сигналов антенной решетки посредством зависящего от ее свойств линейного преобразования позволяет понижать среднюю относительную ошибку в формировании целевых характеристик направленности существенным образом (на величину около 20 дБ, то есть на несколько порядков). Кроме того, применение полученных соотношений предоставляет возможность заметного уточнения положения главного луча в итоговой характеристике направленности излучения реальной АР.

Показано, что наряду с точной корректировкой, требующей знания парциальных и идеальных ДН всех АЭ, существует также приближенный метод, для которого достаточно только знания матрицы взаимного влияния. При этом оба метода дают весьма сходные по качеству результаты для практически важного случая взаимного влияния, имеющего характер, подобный линейной суперпозиции (что справедливо, например, для электрически малых АЭ). Точная методика автоматически дает наиболее оптимальный вариант корректировки, приближенная же представляет дополнительный интерес ввиду возможностей аналитического предсказания значений коэффициентов матрицы взаимного влияния. В обоих случаях достаточно вычислить соответствующую матрицу корректировки входных сигналов (используя выведенные расчетные соотношения) один раз для каждой конкретной АР, что придает данной процедуре характер калибровки.

Полученные результаты могут быть использованы при разработке многоканальных систем беспроводной связи и радиолокации на основе антенных решеток.

## Финансирование

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда № 24-19-00891, <https://rscf.ru/project/24-19-00891/>.

## Благодарности

Для выполнения численных расчетов в работе использовалось оборудование учебно-научного дизайн-центра проектирования радиоэлектронных систем СВЧ, терагерцового и оптического

диапазонов на отечественной электронной компонентной базе ФГБОУ ВО «ВГУ» в рамках реализации федерального проекта «Подготовка кадров и научного фундамента для электронной промышленности».

## Список литературы

1. Active reconfigurable MIMO communications: Capacity maximization pattern design / H. Wang [et al.] // 2022 IEEE 12th Sensor Array and Multichannel Signal Processing Workshop (SAM). 2022. P. 271–275. DOI: <https://doi.org/10.1109/SAM53842.2022.9827894>
2. Сазонов Д.М. Антенны и устройства СВЧ. М.: Высшая школа, 1988. 432 с.
3. Steyskal H., Herd J.S. Mutual coupling compensation in small array antennas // IEEE Transactions on Antennas and Propagation. 1990. Vol. 38, no. 12. P. 1971–1975. DOI: <https://doi.org/10.1109/8.60990>
4. Исследование коэффициентов взаимного влияния в двухполяризованных антенных решетках / О.В. Бажанова [и др.] // Физика волновых процессов и радиотехнические системы. 2023. Т. 26, № 4. С. 78–87. DOI: <https://doi.org/10.18469/1810-3189.2023.26.4.78-87>
5. Грачев М.В., Паршин Ю.Н. Анализ пропускной способности MIMO системы связи с учетом взаимного влияния каналов приемного тракта // Радиолокация, навигация, связь: сб. тр. XXV Межд. науч.-техн. конф., посвященной 160-летию со дня рождения А.С. Попова. 2023. Т. 4. С. 242–248.
6. A novel approach for low mutual coupling and ultra-compact two port MIMO antenna development for UWB wireless application / F. Urimubenshi [et al.] // Heliyon. 2022. Vol. 8, no. 3. P. 1–13. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.heliyon.2022.e09057>
7. Jiang P., Huang Q., Shi X. Calibration of mutual coupling for adaptive array via element pattern construction method // 2019 International Conference on Microwave and Millimeter Wave Technology (ICMMT). 2019. P. 1–3. DOI: <https://doi.org/10.1109/ICMMT45702.2019.8992174>
8. Особенности учета эффекта взаимного влияния антенных элементов в системах Massive-MIMO / О.В. Бажанова [и др.] // Радиолокация, навигация, связь: сб. тр. XXX Межд. науч.-техн. конф. 2024. Т. 4. С. 158–167.
9. Тыртышников Е.Е. Матричный анализ и линейная алгебра. М.: Физматлит, 2007. 480 с.
10. Greville T.N.E. Note on the generalized inverse of a matrix product // SIAM Review. 1966. Vol. 8, no. 4. P. 518–521. DOI: <https://doi.org/10.1137/1008107>

## Информация об авторах

**Бобрешов Анатолий Михайлович**, доктор физико-математических наук, профессор-консультант кафедры электроники физического факультета Воронежского государственного университета, г. Воронеж, Россия.

*Область научных интересов:* нелинейные явления во входных твердотельных приборах; автоматизированные измерительные системы научных исследований; хаотические системы связи; сверхширокополосные системы локации и связи.

*E-mail:* bobreshov@phys.vsu.ru

*ORCID:* <https://orcid.org/0000-0002-5429-3780>

*SPIN-код (eLibrary):* 9807-0208

*AuthorID (eLibrary):* 197589

**Кононов Александр Андреевич**, аспирант, ассистент кафедры электроники физического факультета Воронежского государственного университета, г. Воронеж, Россия.

*Область научных интересов:* антенны, радиосвязь, СВЧ-технологии.

*E-mail:* kononov@phys.vsu.ru

*ORCID:* <https://orcid.org/0000-0003-1770-9000>

*SPIN-код (eLibrary):* 5345-4535

*AuthorID (eLibrary):* 1263247

**Нескородова Ольга Владимировна**, аспирант, преподаватель кафедры электроники физического факультета Воронежского государственного университета, г. Воронеж, Россия.

*Область научных интересов:* автоматизация физического эксперимента, антенные решетки, излучение электромагнитных волн.

*E-mail:* neskorodova@phys.vsu.ru

*ORCID:* <https://orcid.org/0009-0008-8721-6774>

*SPIN-код (eLibrary):* 6337-4390

*AuthorID (eLibrary):* 1218098

**Смусева Ксения Владимировна**, аспирант, преподаватель кафедры электроники физического факультета Воронежского государственного университета, г. Воронеж, Россия.

*Область научных интересов:* сверхширокополосные системы радиолокации и связи, антенны и антенные решетки, излучение и рассеяние электромагнитных волн.

*E-mail:* smusevaz@gmail.com

*ORCID:* <https://orcid.org/0000-0002-8515-2841>

*SPIN-код (eLibrary):* 6428-9273

AuthorID (eLibrary): 1038558  
ResearcherID (WoS): ABF-1963-2020

Усков Григорий Константинович, доктор физико-математических наук, заведующий кафедрой электроники физического факультета Воронежского государственного университета, г. Воронеж, Россия.

Область научных интересов: нелинейные явления в усилительных каскадах, генерация сверхкоротких импульсов, сверхширокополосные системы связи и радиолокации, антенны и антенные решетки для систем связи.

E-mail: uskov@phys.vsu.ru  
ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-8250-2511>  
SPIN-код (eLibrary): 8126-6222  
AuthorID (eLibrary): 528904  
ResearcherID (WoS): H-1344-2013

## Physics of Wave Processes and Radio Systems 2025, vol. 28, no. 1, pp. 20–32

DOI [10.18469/1810-3189.2025.28.1.20-32](https://doi.org/10.18469/1810-3189.2025.28.1.20-32)  
UDC 621.396.677  
Original Research

Received 15 November 2024  
Accepted 16 December 2024  
Published 31 March 2025

### Calculation of optimal values of weight coefficients for compensation of the mutual coupling of antenna array elements

Anatoly M. Bobreshov , Alexander A. Kononov ,  
Olga V. Neskrodova , Ksenia V. Smuseva , Grigory K. Uskov 

Voronezh State University  
1, Universitetskaya Square,  
Voronezh, 394018, Russia

**Abstract – Background.** Antenna arrays are widely used in a variety of modern radio engineering systems for wireless communication and radar. The phenomenon of mutual coupling of antenna elements, which is manifested in practical implementation, may cause noticeable distortions of one of the most important characteristics of the antenna array – its radiation pattern, which must meet strict requirements in certain tasks. In view of this, the relevance of the question of methods for achieving the most accurate control of radiation patterns becomes clear. **Aim.** Investigation of the possibility of compensating the mutual coupling of antenna elements by adjusting the weight coefficients at the input of the antenna array, derivation of calculation relations for converting input signals, evaluation of performance measures for reducing distortion of directional characteristics provided by the application of the proposed approach. **Methods.** The main theoretical relations were derived using a mathematical apparatus that allows applying linear algebra methods to the description of the mutual coupling of antenna elements. The study of the antenna arrays based on half-wave dipoles and considered as an example was carried out using electrodynamic modeling. Quantitative estimates of the effects of mutual coupling and their compensation, as well as verification of the developed mathematical model, were carried out using numerical methods. **Results.** On the basis of the analysis of matrix equations describing the mutual coupling of antenna elements, the possibility of performing the input signals transformation, providing the restoration of the radiation patterns characteristics as a result of the radiated electromagnetic waves interference, has been established. The basic mathematical relations necessary for the implementation of this procedure are derived, specific examples are considered and numerical accuracy characteristics of the proposed approach are obtained. **Conclusion.** The developed technique makes it possible to find the explicit form of the correcting linear transformation of input signals for an arbitrary antenna array. At the same time, the use of the correction matrix calculated in this way makes it possible not only to significantly reduce the distortion of the radiation patterns themselves caused by the mutual coupling of the antenna elements, but also to compensate for undesirable changes in such characteristics as the direction of the main beam of the antenna array.

**Keywords** – antenna array; radiation pattern; mutual coupling matrix; half-wave dipoles; correction matrix; distortion compensation; main beam direction.

✉ [neskrodova@phys.vsu.ru](mailto:neskrodova@phys.vsu.ru) (Olga V. Neskrodova)

 © Anatoly M. Bobreshov et al., 2025

### References

1. H. Wang et al., “Active reconfigurable MIMO communications: Capacity maximization pattern design,” *2022 IEEE 12th Sensor Array and Multichannel Signal Processing Workshop (SAM)*, pp. 271–275, 2022, doi: <https://doi.org/10.1109/SAM53842.2022.9827894>.
2. D. M. Sazonov, *Antennas and Microwave Devices*. Moscow: Vysshaya shkola, 1988. (In Russ.)
3. H. Steyskal and J. S. Herd, “Mutual coupling compensation in small array antennas,” *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 38, no. 12, pp. 1971–1975, 1990, doi: <https://doi.org/10.1109/8.60990>.

4. O. V. Bazhanova et al., "Investigation of mutual coupling coefficients in dual-polarized antenna arrays," *Physics of Wave Processes and Radio Systems*, vol. 26, no. 4, pp. 78–87, 2023, doi: <https://doi.org/10.18469/1810-3189.2023.26.4.78-87>. (In Russ.)
5. M. V. Grachev and Yu. N. Parshin, "Analysis of the throughput of a MIMO communication system taking into account the mutual influence of receiving path channels," *Radiolokatsiya, navigatsiya, svyaz'*: sb. tr. XXV Mezhd. nauch.-tekhn. konf., posvyashchennoy 160-letiyu so dnya rozhdeniya A.S. Popova, vol. 4, pp. 242–248, 2023. (In Russ.)
6. F. Urimubenshi et al., "A novel approach for low mutual coupling and ultra-compact two port MIMO antenna development for UWB wireless application," *Heliyon*, vol. 8, no. 3, pp. 1–13, 2022, doi: <https://doi.org/10.1016/j.heliyon.2022.e09057>.
7. P. Jiang, Q. Huang, and X. Shi, "Calibration of mutual coupling for adaptive array via element pattern construction method," *2019 International Conference on Microwave and Millimeter Wave Technology (ICMMT)*, pp. 1–3, 2019, doi: <https://doi.org/10.1109/ICMMT45702.2019.8992174>.
8. O. V. Bazhanova et al., "Features of taking into account the effect of mutual influence of antenna elements in Massive-MIMO systems," *Radiolokatsiya, navigatsiya, svyaz'*: sb. tr. XXX Mezhd. nauch.-tekhn. konf., vol. 4, pp. 158–167, 2024. (In Russ.)
9. E. E. Tyrtysnikov, *Matrix Analysis and Linear Algebra*. Moscow: Fizmatlit, 2007. (In Russ.)
10. T. N. E. Greville, "Note on the generalized inverse of a matrix product," *SIAM Review*, vol. 8, no. 4, pp. 518–521, 1966, doi: <https://doi.org/10.1137/1008107>.

## Information about the Authors

**Anatoly M. Bobreshov**, Doctor of Physical and Mathematical Sciences, consulting professor of the Department of Electronics, Faculty of Physics, Voronezh State University, Voronezh, Russia.

*Research interests:* nonlinear phenomena in input solid state devices, automated measuring systems for scientific research, chaotic communication systems, ultra-wideband systems for location and communication.

*E-mail:* bobreshov@phys.vsu.ru  
*ORCID:* <https://orcid.org/0000-0002-5429-3780>  
*SPIN-code (eLibrary):* 9807-0208  
*AuthorID (eLibrary):* 197589

**Alexander A. Kononov**, postgraduate student, teaching assistant of the Department of Electronics, Faculty of Physics, Voronezh State University, Voronezh, Russia.

*Research interests:* antennas, radio communications, microwave technologies.

*E-mail:* kononov@phys.vsu.ru  
*ORCID:* <https://orcid.org/0000-0003-1770-9000>  
*SPIN-code (eLibrary):* 5345-4535  
*AuthorID (eLibrary):* 1263247

**Olga V. Neskorođova**, postgraduate student, teacher of the Department of Electronics, Faculty of Physics, Voronezh State University, Voronezh, Russia.

*Research interests:* automation of radiophysical experiment, antennas arrays, radiation of electromagnetic waves.

*E-mail:* neskorođova@phys.vsu.ru  
*ORCID:* <https://orcid.org/0009-0008-8721-6774>  
*SPIN-code (eLibrary):* 6337-4390  
*AuthorID (eLibrary):* 1218098

**Ksenia V. Smuseva**, postgraduate student, teacher of the Department of Electronics, Faculty of Physics, Voronezh State University, Voronezh, Russia.

*Research interests:* ultra-wideband radar and communication systems, antennas and antenna arrays, radiation and scattering of electromagnetic waves.

*E-mail:* smusevaz@gmail.com  
*ORCID:* <https://orcid.org/0000-0002-8515-2841>  
*SPIN-code (eLibrary):* 6428-9273  
*AuthorID (eLibrary):* 1038558  
*ResearcherID (WoS):* ABF-1963-2020

**Grigory K. Uskov**, Doctor of Physical and Mathematical Sciences, head of the Department of Electronics, Faculty of Physics, Voronezh State University, Voronezh, Russia.

*Research interests:* nonlinear phenomena in amplification stages, generation of ultrashort pulses, ultra-wideband communication and radar systems, antennas and antenna arrays for communication systems.

*E-mail:* uskov@phys.vsu.ru  
*ORCID:* <https://orcid.org/0000-0001-8250-2511>  
*SPIN-code (eLibrary):* 8126-6222  
*AuthorID (eLibrary):* 528904  
*ResearcherID (WoS):* H-1344-2013

## Решение электромагнитной обратной задачи восстановления неоднородности в диэлектрическом теле двухшаговым методом по измерениям ближнего поля

Ю.Г. Смирнов , А.О. Лапич 

Пензенский государственный университет  
440026, Россия, г. Пенза,  
ул. Красная, 40

**Аннотация – Обоснование.** Обратные электромагнитные задачи восстановления неоднородности в диэлектрическом теле по измерениям поля в ближней зоне возникают, например, при ранней диагностике рака молочной железы методом СВЧ-томографии. Решение таких обратных задач является основой для разработки технологии обнаружения неоднородностей с помощью СВЧ-устройств. От точности решения обратной задачи зависит эффективность соответствующей технологии. Поэтому разработка новых, более точных, методов решения обратной задачи СВЧ-томографии весьма актуальна. **Цель.** Работа посвящена разработке метода решения электромагнитной обратной задачи СВЧ-томографии по измерениям ближнего поля, то есть восстановления структуры неоднородного диэлектрического тела по значениям электромагнитного поля вне этого тела с помощью измерительной установки. **Методы.** Для решения обратной задачи используется двухшаговый метод определения неоднородности тела, заключающийся в нахождении сначала функции тока внутри тела, а затем в вычислении функции диэлектрической проницаемости. Метод не является итерационным и не требует знания «хорошего» начального приближения. **Результаты.** Применен двухшаговый метод решения для обратной задачи СВЧ-томографии. Представлены численные результаты. Рассмотрены неоднородные тела в форме полушара. Приведены экспериментальные результаты. **Заключение.** Показана эффективность предложенной технологии обнаружения неоднородностей в диэлектрическом теле методом СВЧ-томографии. Приведены результаты расчетов и экспериментальные данные.

**Ключевые слова** – задача электродинамики; система уравнений Максвелла; интегральное уравнение; численный метод; микроволновая томография; векторный анализатор цепей.

### Введение

Обратные электромагнитные (векторные) задачи восстановления структуры неоднородного тела вызывают большой интерес на протяжении нескольких десятилетий. Одним из наиболее популярных подходов к их решению является минимизация некоторых функционалов ошибок (с помощью регуляризации Тихонова) и использование итерационных методов, требующих выбора хорошего начального приближения.

В данной работе мы используем неитерационный метод к решению обратной электромагнитной задачи восстановления структуры неоднородного тела, на которое падает монохроматическая электромагнитная волна. Задача состоит в нахождении неизвестной диэлектрической проницаемости (или соответствующего ей показателя преломления) ограниченного объемного рассеивателя, расположенного в пространстве, по результатам измерений ближнего поля вне тела. В статье представлено описание, обоснование и применение двухшагового метода.

Сформулирована прямая задача о дифракции монохроматической электромагнитной волны на

ограниченном объемном рассеивателе с заданной постоянной магнитной проницаемостью и известной диэлектрической проницаемостью. Исходная краевая задача для уравнений Максвелла сводится к системе, состоящей из сингулярного интегро-дифференциального уравнения электрического поля по области неоднородности и интегрального представления полного электрического поля вне рассеивателя. Приведены основные результаты о разрешимости прямой задачи дифракции.

Затем решается обратная задача, заключающаяся в нахождении неизвестной диэлектрической проницаемости объемного тела заданной формы. Показано, что интегро-дифференциальное уравнение первого рода имеет не более одного решения в конечномерных пространствах кусочно-постоянных функций.

### Постановка задачи

Пусть дано некоторое тело  $Q \subset \mathbb{R}^3$  – полушар,  $\partial Q$  – кусочно-гладкая граница. Предполагаем, что диэлектрическое тело  $Q$  является изотропным и неоднородным.

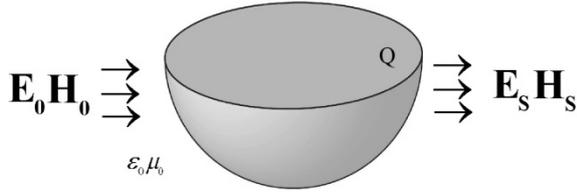


Рис. 1. Графическая иллюстрация задачи  
Fig. 1. Graphic illustration of the problem

В пространстве вне тела предполагается, что среда однородна и имеет постоянные значения магнитной проницаемости  $\mu_0$  и диэлектрической проницаемости  $\varepsilon_0$ .

Поле возбуждается точечным источником излучения в точке  $x_0 \in \mathbb{R}^3 \setminus \bar{Q}$ , порождающим электромагнитную волну  $\mathbf{E}_0$ ,  $\mathbf{H}_0$ , удовлетворяющую системе уравнений Максвелла вне этой точки:

$$\begin{cases} \text{rot} \mathbf{H}_0 = -i\omega \varepsilon_0 \mathbf{E}_0, \\ \text{rot} \mathbf{E}_0 = i\omega \mu_0 \mathbf{H}_0. \end{cases} \quad (1)$$

Полное электромагнитное поле в точке можно представить как сумму двух компонент: падающего поля  $\mathbf{E}_0$ ,  $\mathbf{H}_0$  и поля  $\mathbf{E}_s$ ,  $\mathbf{H}_s$ , рассеянного от объекта (рис. 1):

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_0 + \mathbf{E}_s, \quad \mathbf{H} = \mathbf{H}_0 + \mathbf{H}_s. \quad (2)$$

Решение прямой задачи дифракции – полное электромагнитное поле  $\mathbf{E}$ ,  $\mathbf{H}$  – удовлетворяет в  $\mathbb{R}^3 \setminus \partial Q$  уравнениям Максвелла:

$$\begin{cases} \text{rot} \mathbf{H} = -i\omega \varepsilon \mathbf{E}, \\ \text{rot} \mathbf{E} = i\omega \mu_0 \mathbf{H}. \end{cases} \quad (3)$$

Предполагаем, что на границе раздела двух сред выполняются условия непрерывности касательных компонент поля на границе области неоднородности:

$$[\mathbf{E}_\tau] |_{\partial Q} = [\mathbf{H}_\tau] |_{\partial Q} = 0, \quad (4)$$

условия конечности энергии в любом ограниченном объеме пространства:

$$\mathbf{E}, \mathbf{H} \in \mathbf{L}_{2,loc}(\mathbb{R}^3). \quad (5)$$

Подробная постановка задачи (1)–(5) и исследование ее разрешимости имеются в [1].

Краевую задачу (1)–(5) можно свести [1] к системе, состоящей из интегро-дифференциального уравнения по области неоднородности:

$$\begin{aligned} \mathbf{E}(x) - (k_0^2 + \text{grad div}) \int_Q G(x, y) (\varepsilon_r(y) - 1) \mathbf{E}(y) dy = \\ = \mathbf{E}_0(x), \quad x \in Q, \end{aligned} \quad (6)$$

и интегрального представления поля вне тела:

$$\begin{aligned} \mathbf{E}(x) = \mathbf{E}_0(x) + \\ + (k_0^2 + \text{grad div}) \int_Q G(x, y) (\varepsilon_r(y) - 1) \mathbf{E}(y) dy, \end{aligned} \quad (7)$$

$$x \in \mathbb{R}^3 \setminus \bar{Q},$$

где

$$G(x, y) = \frac{e^{ik_0|x-y|}}{4\pi|x-y|},$$

а  $\varepsilon_r = \varepsilon / \varepsilon_0$  – относительная диэлектрическая проницаемость.

Магнитное поле всюду выражается через электрическое по формуле

$$\mathbf{H} = \frac{1}{i\omega \mu_0} \text{rot} \mathbf{E}.$$

Введем в области  $Q$  вектор-функцию

$$\mathbf{J}(x) := (\varepsilon_r(x) - 1) \mathbf{E}(x),$$

предполагая, что всюду в  $Q$  выполнено условие  $|\varepsilon_r(x)| \geq \tilde{\varepsilon} > 1$ . Тогда из представления поля вне рассеивателя получим уравнение для  $\mathbf{J}(x)$ :

$$\begin{aligned} (k_0^2 + \text{grad div}) \int_Q G(x, y) \mathbf{J}(y) dy = \\ = \mathbf{E}(x) - \mathbf{E}_0(x), \quad x \in D, \end{aligned} \quad (8)$$

а уравнение в области неоднородности перепишем в виде

$$\begin{aligned} \frac{\mathbf{J}(x)}{\varepsilon_r(x) - 1} - (k_0^2 + \text{grad div}) \int_Q G(x, y) \mathbf{J}(y) dy = \\ = \mathbf{E}_0(x), \quad x \in Q. \end{aligned} \quad (9)$$

Для решения обратной задачи нахождения неизвестной диэлектрической проницаемости (или соответствующего ей показателя преломления) ограниченного объемного рассеивателя, расположенного в пространстве, по результатам измерений ближнего поля вне тела применим двухшаговый метод [2–3]. Первый шаг двухшагового метода заключается в решении линейного интегрального уравнения первого рода относительно тока поляризации (по известным значениям падающего поля  $\mathbf{E}_0(x)$  и полного поля  $\mathbf{E}(x)$  в некоторой области  $D$  вне тела необходимо найти ток  $\mathbf{J}(x)$  в  $Q$  из уравнения (8)). На втором шаге  $\varepsilon(x)$  явно выражается через известную функцию  $\mathbf{J}(x)$  с использованием уравнения (9).

Численная реализация двухшагового метода подробно описана в [4–7]. Ниже представлены результаты расчетов этим методом в случае тела в форме полусфера.

Рис. 2 демонстрирует решение прямой (слева) и обратной (справа) задач для полусферы, содержащей неравномерно распределенные неоднородности с различными показателями преломления, значения которых отображены на цветовой шкале. Неоднородности визуализированы цветными фигурами внутри полусферы. Из рис. 2 видно, что

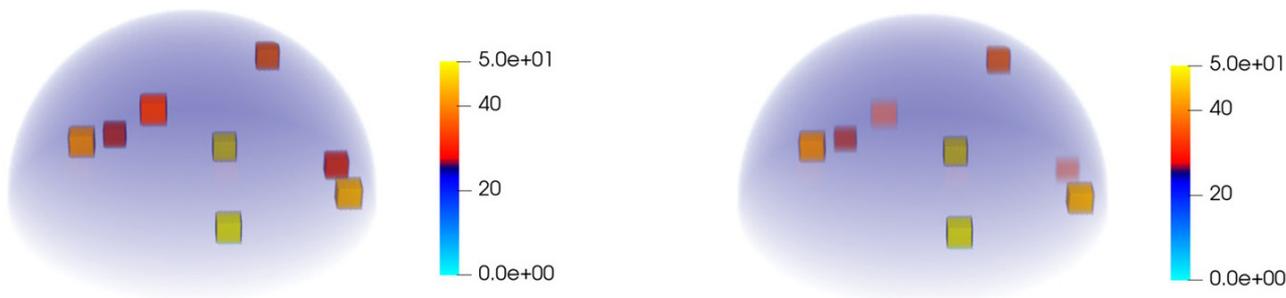


Рис. 2. Решение прямой и обратной задачи для тела формы полусфера  
 Fig. 2. Solving the direct and inverse problem for a hemisphere-shaped body

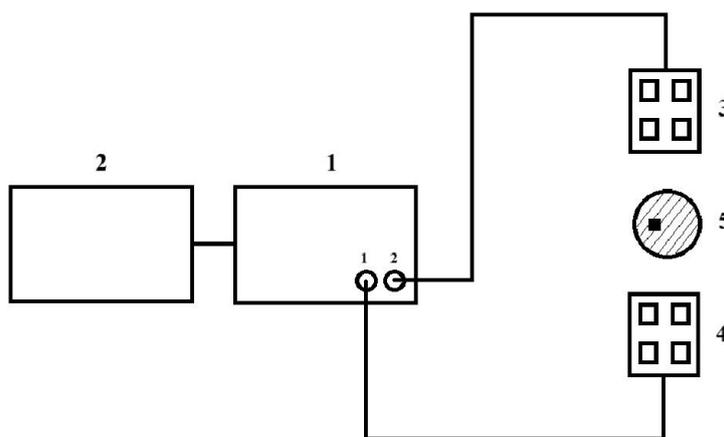


Рис. 3. Схематичное представление измерительной установки  
 Fig. 3. Schematic representation of the measuring unit

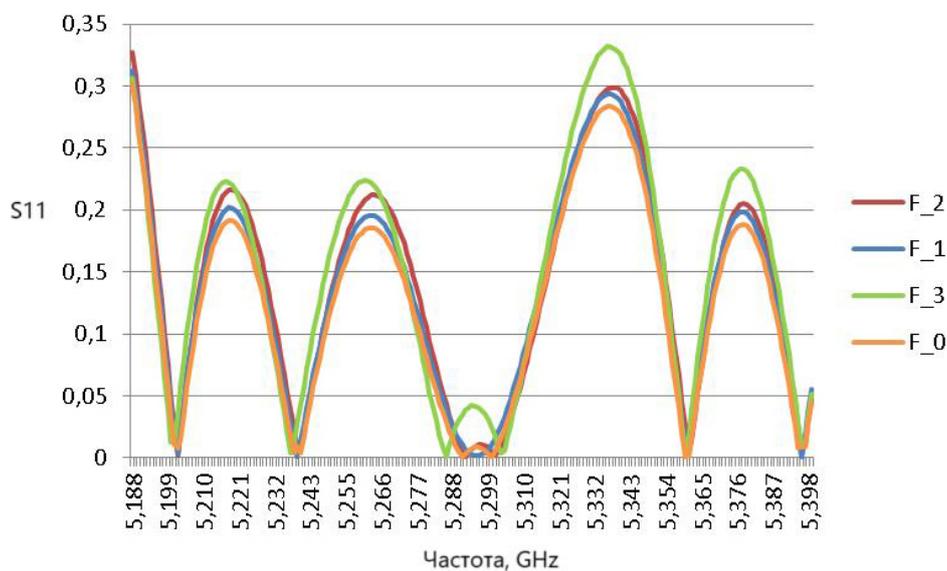


Рис. 4. Значение параметра S11 для объектов  $F_0, F_1, F_2, F_3$   
 Fig. 4. Value of the S11 parameter for objects  $F_0, F_1, F_2, F_3$

изменения значений неоднородностей в прямой (точные значения) и обратной (вычисленные приближенные значения) задачах незначительны. Восстановленные данные, отражающие их положение и параметры неоднородности, хорошо различимы.

На рис. 3 представлена принципиальная схема измерительной установки, реализованная с использованием двухпортового векторного анализатора цепей (vector network analyzer) ZNLE6 производства компании Rohde&Schwarz (1) и персонального компьютера для анализа и обработки

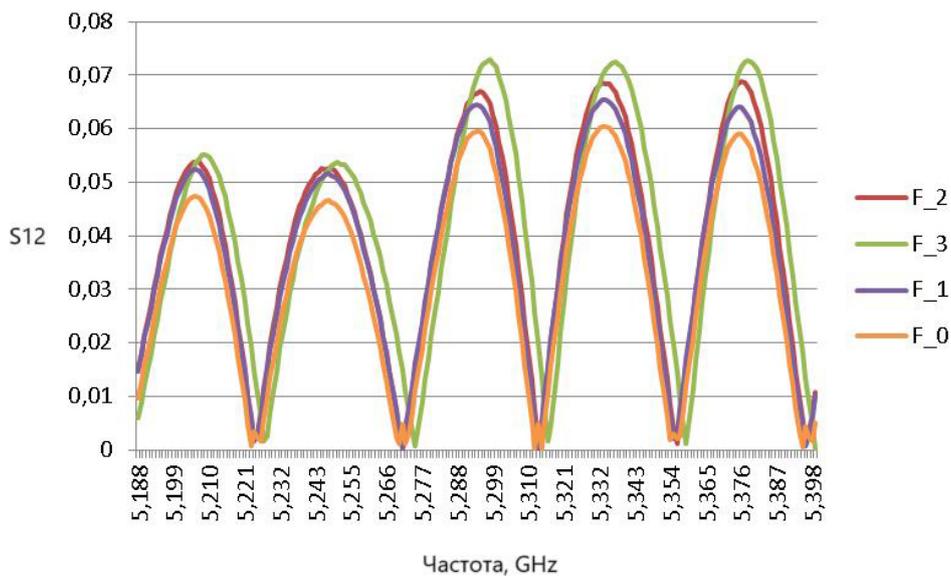


Рис. 5. Значение параметра S12 для объектов  $F_0, F_1, F_2, F_3$   
Fig. 5. Value of the S12 parameter for objects  $F_0, F_1, F_2, F_3$

полученных измерений (2). Измерения проводились в диапазоне частот от 5 до 5,5 ГГц с применением микрополосковых печатных антенн, которые направлены друг на друга (3) и (4). При проведении измерений исследуемый образец с некоторой неоднородностью внутри (5) помещается между двух антенн. Объектами исследования являются полусферы с наличием внутри неоднородностей различных размеров: кубических неоднородностей со сторонами 1, 2, 3 см и эталонный объект с однородной структурой. Ниже эти варианты обозначены, соответственно,  $F_1, F_2, F_3, F_0$ .

На рис. 4 и 5 представлены значения модуля вещественной части измеренных коэффициентов отражения и прохождения при помещении объектов с неоднородностями и без. Из графиков видно, что значения параметров заметно изменяются в зависимости от размера неоднородности. Также проводились эксперименты при изменении положения неоднородностей (поворот образца), показывающие изменение S-параметров и в этих случаях.

Экспериментальные данные выявляют принципиальную возможность обнаружения неоднородностей в диэлектрическом теле с помощью измерений электромагнитного поля в ближней зоне.

## Заключение

В статье рассмотрен метод решения электромагнитной обратной задачи СВЧ-томографии по измерениям ближнего поля, то есть восстановления структуры неоднородного диэлектрического тела по значениям электромагнитного поля вне этого тела с помощью измерительной установки. Для решения обратной задачи применялся двухшаговый неитерационный метод.

Приведенные численные результаты в случае тела в форме полусфера показывают возможность достаточно точного восстановления структуры неоднородного тела по измерениям поля вне тела.

Экспериментальные данные, полученные с помощью измерительной установки, демонстрируют возможность обнаружения сравнительно небольших по размеру произвольно расположенных неоднородностей в диэлектрическом теле посредством измерений электромагнитного поля на различных частотах в ближней зоне.

## Финансирование

Работа выполнена при финансовой поддержке Министерства науки и высшего образования РФ по гранту Государственного Задания (Рег. № 124020200015-7).

## Список литературы

1. Смирнов Ю.Г. Задача дифракции электромагнитной волны на системе произвольно расположенных тел и экранов // Физика волновых процессов и радиотехнические системы. 2017. Т. 20, № 3. С. 36–42. URL: <https://journals.ssau.ru/pwp/article/view/7081>
2. Медведик М.Ю., Смирнов Ю.Г., Цупак А.А. Решение векторной трехмерной обратной задачи дифракции на объемном неоднородном теле двухшаговым методом // Известия высших учебных заведений. Поволжский регион. Физико-математические науки. 2020. Т. 56, № 4. С. 5–23. DOI: <https://doi.org/10.21685/2072-3040-2020-4-1>

3. Medvedik M.Y., Smirnov Y.G., Tsupak A.A. Inverse vector problem of diffraction by inhomogeneous body with a piecewise smooth permittivity // *Journal of Inverse and Ill-posed Problems*. 2023. Vol. 32, no. 3. P. 453–465. DOI: <https://doi.org/10.1515/jiip-2022-0060>
4. Smirnov Y.G., Tsupak A.A., Medvedik M.Y. Non-iterative two-step method for solving scalar inverse 3D diffraction problem // *Inverse Problems in Science and Engineering*. 2020. Vol. 28, no. 10. P. 1474–1492. DOI: <https://doi.org/10.1080/17415977.2020.1727466>
5. Lapich A.O., Medvedik M.Y. Microwave tomography method for solving the inverse problem on cylindrical bodies // *Technical Physics Letters*. 2024. DOI: <https://doi.org/10.1134/S1063785024700469>
6. Лапич А.О., Медведик М.Ю. Метод восстановления параметров неоднородностей тела по результатам измерений электромагнитного поля // *Модели, системы, сети в экономике, технике, природе и обществе*. 2023. № 4. С. 142–153. DOI: <https://doi.org/10.21685/2227-8486-2023-4-9>
7. Лапич А.О., Медведик М.Ю. Метод обобщенных и объединенных расчетных сеток для восстановления параметров неоднородностей тела по результатам измерений электромагнитного поля // *Математическое моделирование*. 2024. Т. 36, № 4. С. 24–36. DOI: <https://doi.org/10.20948/mm-2024-04-02>

## Информация об авторах

Смирнов Юрий Геннадьевич, доктор физико-математических наук, заведующий кафедрой математики и суперкомпьютерного моделирования Пензенского государственного университета, г. Пенза, Россия.

Область научных интересов: математическое моделирование, численные методы, математическая физика, дифференциальные и интегральные уравнения, функциональный анализ.

E-mail: [smirnovyug@mail.ru](mailto:smirnovyug@mail.ru)

ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-9040-628X>

SPIN-код (eLibrary): 1415-9378

AuthorID (eLibrary): 8341

ResearcherID (WoS): A-4813-2014

Лапич Андрей Олегович, аспирант, ассистент кафедры математики и суперкомпьютерного моделирования Пензенского государственного университета, г. Пенза, Россия.

Область научных интересов: математические модели электродинамики.

E-mail: [lapich.a@yandex.ru](mailto:lapich.a@yandex.ru)

ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-5827-0298>

SPIN-код (eLibrary): 1057-4361

AuthorID (eLibrary): 1100465

ResearcherID (WoS): HTN-6344-2023

---

## Physics of Wave Processes and Radio Systems

2025, vol. 28, no. 1, pp. 33–38

DOI [10.18469/1810-3189.2025.28.1.33-38](https://doi.org/10.18469/1810-3189.2025.28.1.33-38)

UDC 517.968, 517.983.37

Original Research

Received 20 October 2024

Accepted 21 November 2024

Published 31 March 2025

## Solution of electromagnetic inverse problem of inhomogeneity reconstruction in dielectric body by near-field measurements using two-step method

Yury G. Smirnov , Andrey O. Lapich 

Penza State University  
40, Krasnaya Street,  
Penza, 440026, Russia

**Abstract – Background.** The inverse electromagnetic problems of restoring inhomogeneity in a dielectric body from near-field measurements arise, for example, in the early diagnosis of breast cancer by microwave tomography. The solution of such inverse problems is the basis for the development of technology for detecting inhomogeneities using microwave devices. The effectiveness of the corresponding technology depends on the accuracy of solving the inverse problem. Therefore, the development of new, more accurate methods for solving the inverse problem of microwave tomography is very relevant. **Aim.** The work is devoted to the development of a method for solving the electromagnetic inverse problem of microwave tomography using near-field measurements, that is, restoring the structure of an inhomogeneous dielectric body based on the values of the electromagnetic field outside this body using a measuring installation. **Methods.** The method of solving the inverse problem is a two-step one for determining the inhomogeneity of a body, which consists in first finding the current function inside the body, and then calculating the permittivity function. The method is not iterative and does not require knowledge of a «good» initial approximation. **Results.** A two-step method has been applied for the inverse problem of microwave tomography. Numerical results are presented. Inhomogeneous bodies in the shape of a hemisphere are considered. Experimental results are presented. **Conclusion.** The effectiveness of the proposed technology for detecting inhomogeneities in a dielectric body by microwave tomography is shown. The results of calculations and experimental data are presented.

*Keywords* – electrodynamics problem; Maxwell's system of equations; integral equation; numerical method; microwave tomography; vector network analyzer.

✉ lapich.a@yandex.ru (Andrey O. Lapich)

 © Yury G. Smirnov, Andrey O. Lapich, 2025

## References

1. Yu. G. Smirnov, "Diffraction problem of electromagnetic wave propagation on system of arbitrary located screens and bodies," *Physics of Wave Processes and Radio Systems*, vol. 20, no. 3, pp. 36–42, 2017, url: <https://journals.ssau.ru/pwp/article/view/7081>. (In Russ.)
2. M. Yu. Medvedik, Yu. G. Smirnov, and A. A. Tsupak, "Solving a vector three-dimensional inverse diffraction problem on a three-dimensional inhomogeneous body by a two-step method," *Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedeniy. Povolzhskiy region. Fiziko-matematicheskie nauki*, vol. 56, no. 4, pp. 5–23, 2020, doi: <https://doi.org/10.21685/2072-3040-2020-4-1>. (In Russ.)
3. M. Y. Medvedik, Y. G. Smirnov, and A. A. Tsupak, "Inverse vector problem of diffraction by inhomogeneous body with a piecewise smooth permittivity," *Journal of Inverse and Ill-posed Problems*, vol. 32, no. 3, pp. 453–465, 2023, doi: <https://doi.org/10.1515/jiip-2022-0060>.
4. Y. G. Smirnov, A. A. Tsupak, and M. Y. Medvedik, "Non-iterative two-step method for solving scalar inverse 3D diffraction problem," *Inverse Problems in Science and Engineering*, vol. 28, no. 10, pp. 1474–1492, 2020, doi: <https://doi.org/10.1080/17415977.2020.1727466>.
5. A. O. Lapich and M. Y. Medvedik, "Microwave tomography method for solving the inverse problem on cylindrical bodies," *Technical Physics Letters*, 2024, doi: <https://doi.org/10.1134/S1063785024700469>.
6. A. O. Lapich and M. Yu. Medvedik, "Method for restoring the parameters of body inhomogeneities from the results of electromagnetic field measurements," *Modeli, sistemy, seti v ekonomike, tekhnike, prirode i obshchestve*, no. 4, pp. 142–153, 2023, doi: <https://doi.org/10.21685/2227-8486-2023-4-9>. (In Russ.)
7. A. O. Lapich and M. Yu. Medvedik, "The method of generalized and combined computational grids for restoring the parameters of inhomogeneities of a body based on the results of measurements of the electromagnetic field," *Matematicheskoe modelirovanie*, vol. 36, no. 4, pp. 24–36, 2024, doi: <https://doi.org/10.20948/mm-2024-04-02>. (In Russ.)

## Information about the Authors

**Yury G. Smirnov**, Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Head of the Department of Mathematics and Supercomputer Modeling, Penza State University, Penza, Russia.

*Research interests*: mathematical modeling, numerical methods, mathematical physics, differential and integral equations, functional analysis.

*E-mail*: smirnovyug@mail.ru

*ORCID*: <https://orcid.org/0000-0001-9040-628X>

*SPIN-code (eLibrary)*: 1415-9378

*AuthorID (eLibrary)*: 8341

*ResearcherID (WoS)*: A-4813-2014

**Andrey O. Lapich**, postgraduate student, teaching assistant of the Department of Mathematics and Supercomputer Modeling, Penza State University, Penza, Russia.

*Research interests*: mathematical models of electrodynamics.

*E-mail*: lapich.a@yandex.ru

*ORCID*: <https://orcid.org/0000-0001-5827-0298>

*SPIN-code (eLibrary)*: 1057-4361

*AuthorID (eLibrary)*: 1100465

*ResearcherID (WoS)*: HTN-6344-2023

## Методы проектирования полосовых фильтров на связанных коаксиальных резонаторах

Ю.Г. Белов, В.В. Бирюков , И.А. Воробьев , В.А. Малахов,  
А.С. Раевский , Ю.В. Раевская 

Нижегородский государственный технический университет имени Р.Е. Алексеева  
603950, Россия, г. Нижний Новгород,  
ул. Минина, 24

**Аннотация – Обоснование.** Сверхвысокочастотные полосно-пропускающие фильтры находят широкое применение в различных радиотехнических устройствах. Особое место среди СВЧ полосно-пропускающих фильтров занимают фильтры, входящие в состав мультиплексоров, в частности диплексеров, используемых в системах сотовой связи. В системах мобильной связи широко задействованы конструкции фильтров и диплексеров на коаксиальных резонаторах. Фильтры на коаксиальных резонаторах имеют достаточно хорошо отработанную конструкцию и могут применяться для широкополосных систем. **Цель.** В настоящее время продолжается совершенствование конструкций фильтров и диплексеров на коаксиальных резонаторах с точки зрения совершенствования технологии изготовления и сборки. **Методы.** Метод эквивалентных схем, матрицы связи. **Результаты.** Рассмотрены принципы построения фильтров на связанных коаксиальных резонаторах. Проанализированы способы получения заданной формы амплитудно-частотной характеристики фильтра. **Заключение.** Рассмотрен метод для проектирования передаточных функций и синтеза прототипов фильтрующих цепей с чебышевскими характеристиками.

**Ключевые слова** – полосно-пропускающие фильтры; коаксиальный резонатор; амплитудно-частотная характеристика; матрица связи.

### Введение

Сверхвысокочастотные полосно-пропускающие фильтры (ППФ) [1; 2] находят широкое применение в различных радиотехнических устройствах. Общая теория СВЧ ППФ достаточно полно изложена в [3]. Особое место среди СВЧ ППФ занимают фильтры, входящие в состав мультиплексоров, в частности диплексеров, используемых в системах сотовой связи. В системах мобильной связи широкое применение нашли конструкции фильтров и диплексеров на коаксиальных резонаторах [4; 5]. Фильтры на коаксиальных резонаторах имеют достаточно хорошо отработанную конструкцию и могут применяться для широкополосных систем. В настоящее время продолжается совершенствование конструкций фильтров и диплексеров на коаксиальных резонаторах с точки зрения улучшения технологии изготовления и сборки.

#### *Перекрестная связь в коаксиальных полосовых фильтрах*

Полосовые фильтры приема и передачи, входящие в состав диплексеров базовых станций, могут иметь требуемые уровни подавления более 100 дБ на одной стороне полосы пропускания и в то же время иметь очень мягкие требования к подавлению

на противоположной стороне [6]. Для создания асимметричных частотных характеристик широко используется метод перекрестной связи, так как он позволяет обеспечить подавление в фильтре только в той полосе частот, где это необходимо. Используя метод перекрестных связей для создания нулей передачи, можно увеличивать подавление выше полосы пропускания, а подавление ниже полосы пропускания ослаблять. Это позволяет уменьшить количество резонирующих элементов, необходимых для выполнения предъявляемых требований, что, в свою очередь, снижает вносимые потери, размер и стоимость изготовления конструкции фильтра, хотя и за счет топологической сложности и, возможно, времени на разработку и настройку. Полная связь между соседними резонаторами имеет как магнитную, так и электрическую составляющие, однако они не совпадают друг с другом по фазе, поэтому полная связь представляет собой магнитную связь за вычетом электрической связи [7]. По этой причине настроечный винт, помещенный между открытыми концами двух резонаторов, увеличивает связь между ними. Нерезонансное (вне полосы пропускания) поведение элементов используется для создания деструктивной интерференции, приводящей к нулям передачи.

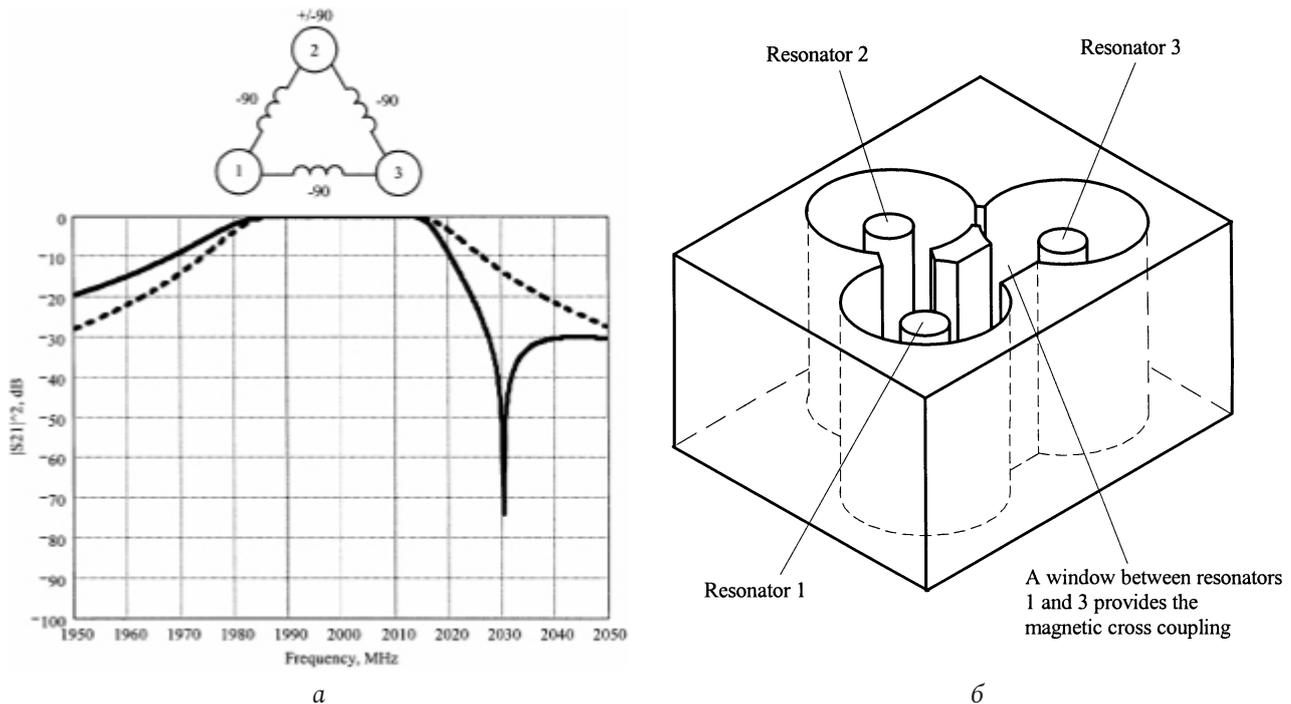


Рис. 1. Диаграмма многолучевой связи для каскадно-триплетной секции с индуктивной перекрестной связью и возможной частотной характеристикой, включая нуль передачи (сплошная линия) (а) и физическое представление сечения каскадно-триплетной секции (б)

Fig. 1. Multipath diagram for a cascade-triplet section with inductive cross-coupling and possible frequency response, including transmission zero (solid line) (a) and a physical representation of the section of the cascade-triplet section (b)

#### Схемы многопроходного соединения

Рассмотрим трехрезонаторную структуру, изображенную на рис. 1, которая представляет собой каскадно-триплетную секцию с использованием индуктивной перекрестной связи между резонаторами 1 и 3. Резонаторы эквивалентной схемы изображены кружками. Фазовые сдвиги могут быть найдены для двух возможных путей прохождения сигнала. Путь 1–2–3 является основным путем, а путь 1–3 – вторичным путем, следующим за перекрестной связью. При суммировании фазовых вкладов отдельных составляющих вклады резонаторов 1 и 3 не требуются, оба пути имеют общее начало и конец. Необходимо учитывать только вклад внутренних элементов схемы в резонаторы 1 и 3. Действительно, 1 и 3 даже не обязательно должны быть резонаторами, сигналы могут объединяться на входе или выходе самого фильтра. Кроме того, резонатор 2 следует рассматривать как выше, так и ниже резонанса.

Окно между резонаторами 1 и 3 обеспечивает магнитную перекрестную связь. Ниже резонанса два пути находятся в фазе, а выше резонанса два пути разнесены на  $180^\circ$ . Это выполняется точно только на одной частоте (здесь примерно 2030 МГц), но выполняется приблизительно и для частот около 2020–2040 МГц. Эта деструктивная

интерференция вызывает появление нуля передачи на верхнем крае полосы пропускания. Более сильная связь между резонаторами 1 и 3 заставляет нуль двигаться к полосе пропускания. Уменьшение связи перемещает его дальше по верхнему краю. Этот тип перекрестной связи может быть реализован окном между полостями таким же образом, как реализуется первичная связь между резонатором 1 и 2 или между 2 и 3. Достоинство ее заключается в том, что не требуются дополнительные компоненты, рис. 1, б.

На рис. 2, а индуктивная перекрестная связь между резонаторами 1 и 3 заменена емкостным зондом. Снова путь 1–2–3 является основным путем. Путь 1–3 является второстепенным путем и теперь имеет положительный фазовый сдвиг на  $90^\circ$ . Таким образом, для емкостной перекрестной связи деструктивная интерференция возникает ниже полосы пропускания.

На рис. 2, б показан вариант с четырьмя резонаторами, известный как каскадно-квартетная секция с индуктивной перекрестной связью. Первичный путь в этом случае 1–2–3–4, вторичный путь 1–4, таким образом, обходит два резонатора. Нули передачи не образуются ни на каких реальных частотах выше или ниже полосы пропускания. Однако на мнимых частотах могут образовываться

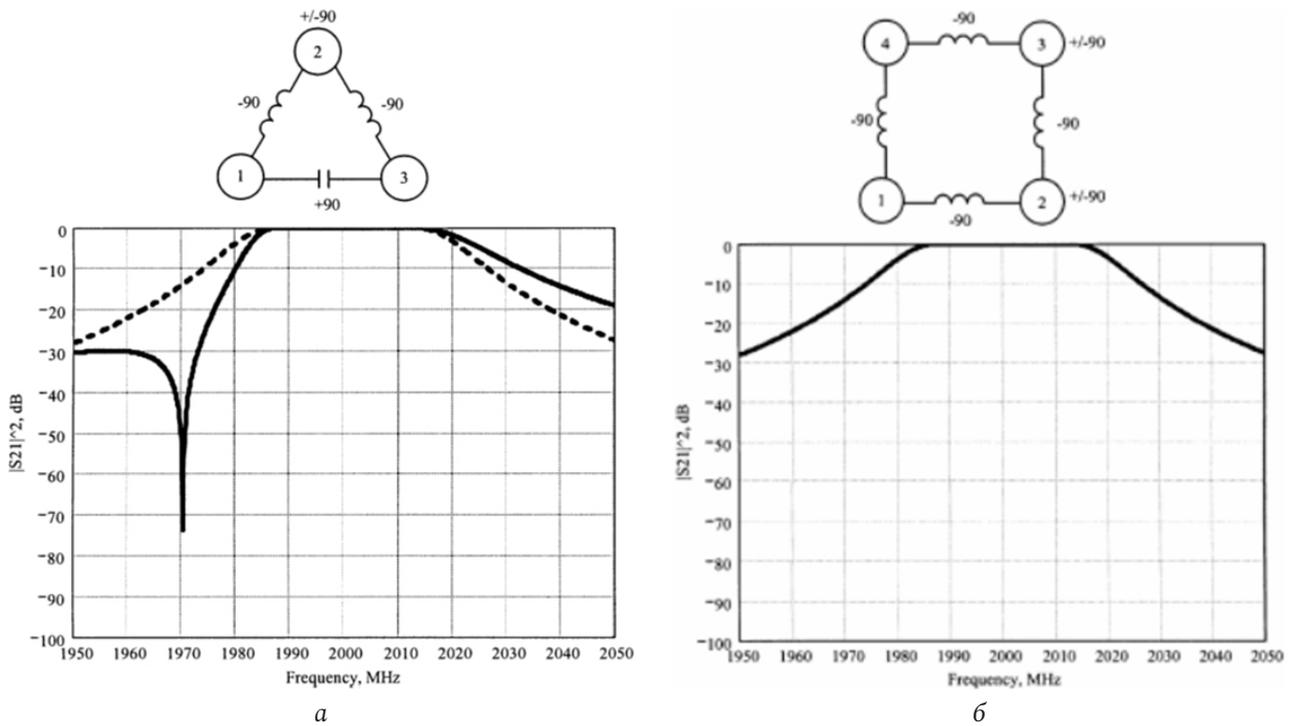


Рис. 2. Диаграмма многолучевой связи и возможная частотная характеристика для каскадно-триплетной секции с емкостной перекрестной связью (включая нуль передачи – сплошная линия, стандартный отклик Чебышева без перекрестной связи – пунктирная линия) (а) и для каскадно-квадруплетной секции с индуктивной перекрестной связью (б)

Fig. 2. Multipath diagram and possible frequency response for cascade-triplet section with capacitive cross coupling (including transmission zero – solid line, standard Chebyshev response without cross coupling – dotted line) (a) and for cascade-quadruplet section with inductive cross coupling (b)

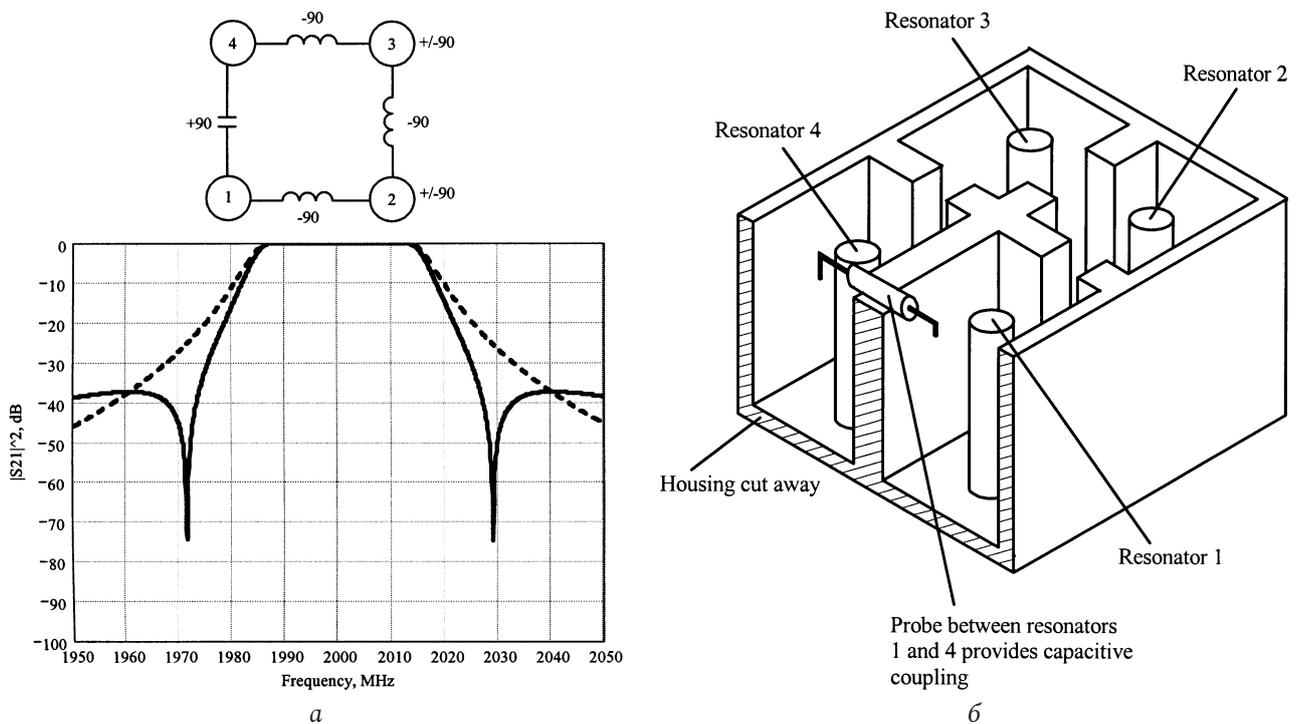


Рис. 3. Диаграмма многолучевой связи для каскадно-квадруплетной секции с емкостной перекрестной связью и возможная частотная характеристика (а); физическое представление сечения каскадно-квадруплетной секции (б)

Fig. 3. Multipath diagram for cascade-quadruplet section with capacitive cross-coupling and possible frequency response (a); physical representation of the section of cascade-quadruplet section (b)

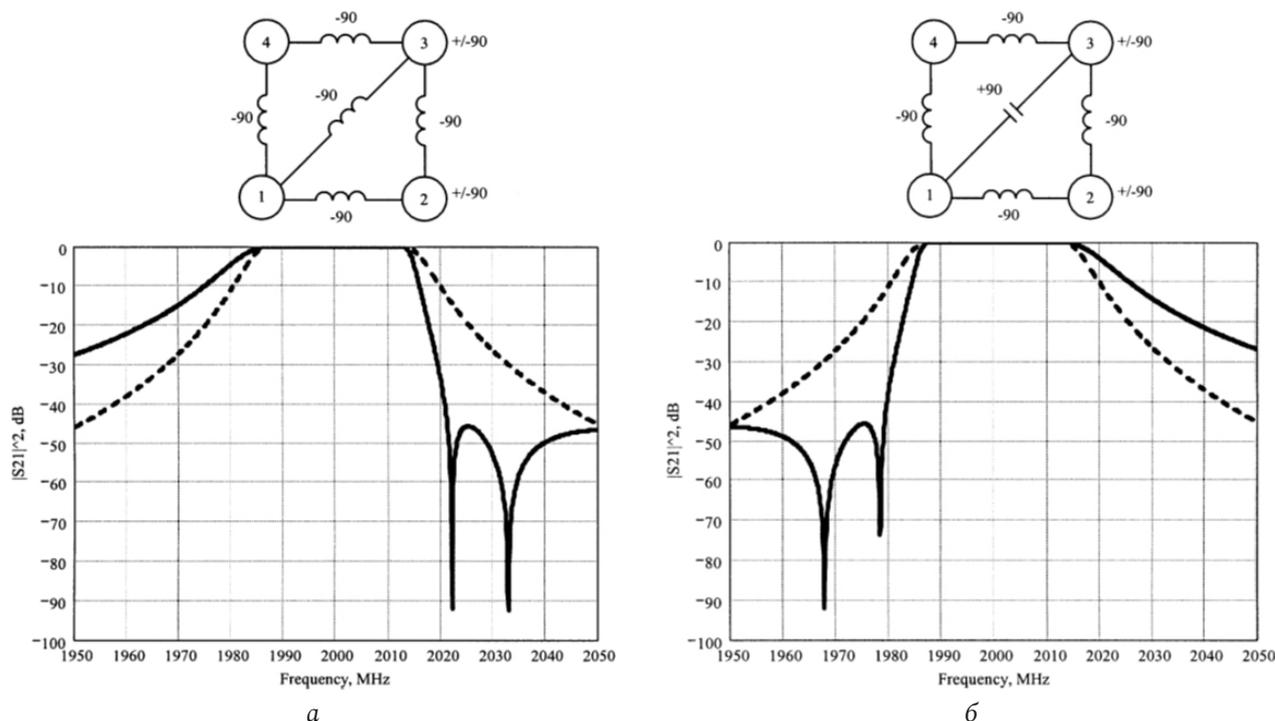


Рис. 4. Вложенная перекрестная связь для получения двух нулей передачи на верхнем (а) и нижнем (б) крае полосы пропускания (сплошная линия)  
 Fig. 4. Nested cross-linking to obtain two transmission zeros at the upper (a) and lower (b) edge of the bandwidth (solid line)

нули, что приводит к сглаживанию групповой задержки в полосе пропускания. Сглаживание групповой задержки также приводит к сглаживанию вносимых потерь. Потери в средней полосе немного увеличиваются, а эффекты спада на краях полосы уменьшаются. Эти эффекты неочевидны из данного анализа, более подробный анализ фильтров с нулями передачи на мнимых частотах приведен в [8; 9].

При замене индуктивного элемента между резонаторами 1 и 4 на емкостный зонд получается другой тип каскадно-квадруплетной секции. Эта топология особенно интересна, поскольку нули передачи образуются как выше, так и ниже полосы пропускания (рис. 3). Зонд между резонаторами 1 и 4 обеспечивает емкостную связь.

*Вложенные структуры*

Исследуем вложенные структуры, имеющие три или более путей прохождения сигнала. Сначала рассмотрим схему на рис. 4, а. Внешний путь 1–2–3 объединяется с 1–3, чтобы сформировать один нуль передачи. Одновременно внутренний путь 1–3–4 объединяется с самым внутренним путем 1–4 для создания второго нуля передачи. Оба нуля находятся на верхнем крае полосы пропускания. Было показано, что два сигнальных тракта могут быть объединены для получения нуля передачи.

Точно так же схема на рис. 4, б обеспечивает два нуля передачи на нижнем крае полосы пропускания. Ее особенностью является емкостная перекрестная связь между резонаторами 1 и 3. Эти две схемы особенно полезны в конструкциях диплексеров из-за схожей топологии и симметрии отклика.

В [10] представлен обзорный материал по использованию связи между несмежными резонаторами для создания нулей передачи на реальных частотах в СВЧ-фильтрах. Рассмотрены многолучевые соединения, построены диаграммы и относительные фазовые сдвиги кратных наблюдаемых путей, вызывающих известные реакции каскадных тройных и четверных секции. Дана краткая классификация различных методов синтеза и реализации этих типов фильтров.

**1. Определение требуемых порядков**

Передаточная функция двухпортовой фильтрующей цепи представляет собой математическое описание отклика цепи, а именно математическое выражение коэффициента передачи фильтра как четырехполюсника  $S_{21}$ . Во многих случаях квадрат модуля передаточной функции для пассивного фильтра без потерь определяется как

$$|S_{21}(j\Omega)|^2 = \frac{1}{1 + \varepsilon^2 F_n^2(\Omega)}, \tag{1}$$

где  $\varepsilon$  – постоянная пульсаций;  $F_n(\Omega)$  – фильтрующая или характеристическая функция;  $\Omega$  – частотная переменная.

Обычно удобно представить частотную переменную как частоту фильтра-прототипа нижних частот, который имеет частоту среза  $\Omega_c = 1$  (рад/с). Для линейных стационарных цепей передаточная функция может быть определена как дробно-рациональная функция, то есть

$$S_{21}(p) = \frac{N(p)}{D(p)}, \quad (2)$$

где  $N(p)$  и  $D(p)$  – полиномы от комплексной переменной частоты  $p = \sigma + j\omega$ .

Для пассивной цепи без потерь действительная часть комплексной переменной частоты  $\sigma = 0$  и  $p = j\omega$ . Поиск реализуемой рациональной передаточной функции, которая дает характеристики отклика, аппроксимирующие требуемый отклик, является так называемой задачей аппроксимации, и во многих случаях рациональная передаточная функция (2) может быть построена по квадрату модуля передаточной функции (1) [11; 12].

Для заданной передаточной функции (1) характеристика вносимых потерь фильтра, соответствующая общепринятому определению, может быть вычислена по формуле

$$L_A(\Omega) = 10 \log \frac{1}{|S_{21}(j\Omega)|^2}, \text{ дБ.} \quad (3)$$

Поскольку для пассивной двухпортовой цепи без потерь  $|S_{11}|^2 + |S_{21}|^2 = 1$ , значение обратных потерь фильтра можно найти с помощью выражения

$$L_R(\Omega) = 10 \log \left( 1 - |S_{21}(j\Omega)|^2 \right), \text{ дБ.} \quad (4)$$

Плоскость  $(\sigma, \Omega)$ , на которой задана рациональная передаточная функция, называется комплексной плоскостью, или  $p$ -плоскостью. Горизонтальная ось этой плоскости называется действительной, или  $\sigma$ -осью, а вертикальная ось называется мнимой, или  $j\Omega$ -осью. Значения  $p$ , при которых функция становится нулевой, являются нулями функции, а значения  $p$ , при которых функция становится бесконечной, – особенностями (обычно полюсами) функции. Следовательно, нули  $S_{21}(p)$  являются корнями числителя  $N(p)$ , а полюса  $S_{21}(p)$  – корнями знаменателя  $D(p)$ .

Эти полюса являются собственными частотами фильтра, отклик которого описывается  $S_{21}(p)$ . Чтобы фильтр был устойчив, эти собственные частоты должны находиться в левой половине  $p$ -плоскости или на мнимой оси. Следовательно,  $D(p)$  является

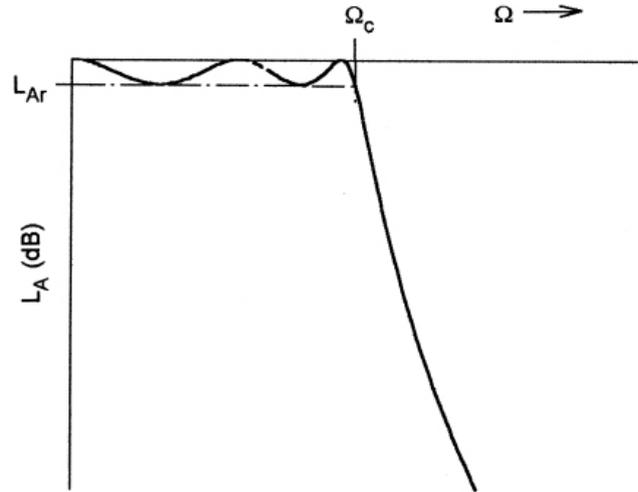


Рис. 5. Чебышевская характеристика передачи фильтра  
Fig. 5. Chebyshev characteristic of filter transmission

ся многочленом Гурвица [13], т. е. его корни (или нули) находятся внутри левой полуплоскости или на оси  $j\Omega$ , тогда как корни (или нули)  $N(p)$  могут находиться в любом месте на всей комплексной плоскости. Нули  $N(p)$  называются нулями передачи фильтра.

На плоскости  $p$  могут быть изображены полюса и нули рациональной передаточной функции. Различные типы передаточных функций отличаются положением нулей и полюсов на диаграмме.

Функция Чебышева, обеспечивающая полосу пропускания с равными пульсациями и полосу заграждения с максимально гладкой амплитудной характеристикой, изображена на рис. 5.

Квадрат модуля передаточной функции, описывающей этот тип отклика, имеет вид

$$|S_{21}(j\Omega)|^2 = \frac{1}{1 + \varepsilon^2 T_n^2(\Omega)}, \quad (5)$$

где постоянная пульсаций  $\varepsilon$  связана с заданной величиной пульсаций полосы пропускания  $L_{Ar}$  в дБ соотношением

$$\varepsilon = \sqrt{10^{\frac{L_{Ar}}{10}} - 1}, \quad (6)$$

а  $T_n(\Omega)$  – это функция Чебышева первого рода порядка  $n$ .

Роудс [12] вывел общую формулу рациональной передаточной функции для фильтра Чебышева:

$$S_{21}(p) = \frac{\prod_{i=1}^n \sqrt{\eta^2 + \sin^2 \left( \frac{i\pi}{n} \right)}}{\prod_{i=1}^n (p + p_i)}, \quad (7)$$

где

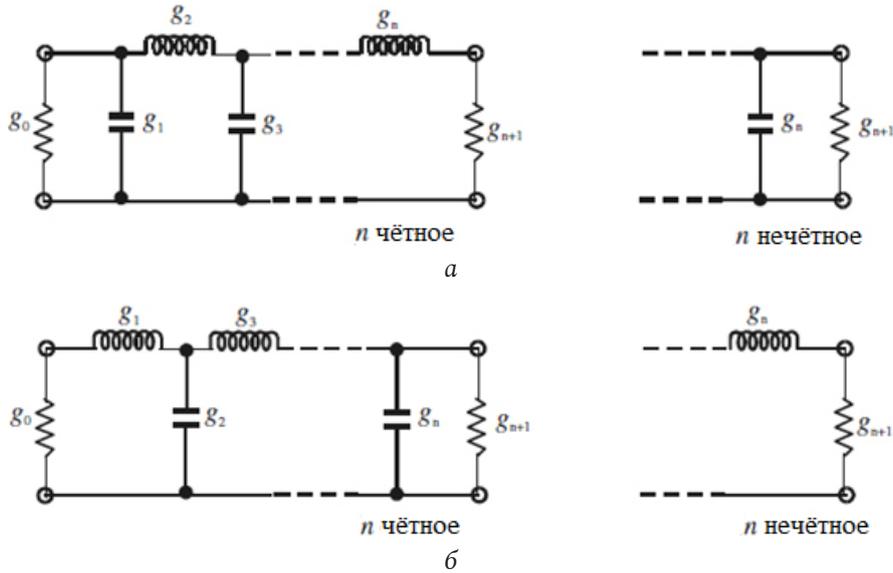


Рис. 6. Прототипы  $n$ -полюсного фильтра нижних частот  
Fig. 6. Prototypes of the  $n$ -pole low-pass filter

$$\eta = \operatorname{sh} \left( \frac{1}{n} \operatorname{arcsh} \left( \frac{1}{\varepsilon} \right) \right), \quad (8)$$

$$p_i = j \cos \left( \arcsin(j\eta) + \frac{(2i-1)\pi}{2n} \right).$$

Все нули передачи  $S_{21}(p)$  расположены на бесконечности. Поэтому фильтры Чебышева иногда называют полнополюсными фильтрами. Полюса в случае фильтра Чебышева лежат на эллипсе в левой полуплоскости комплексной частоты. Большая ось эллипса расположена на оси  $j\Omega$  и равна  $\sqrt{1+\eta^2}$ , малая ось расположена на оси  $\sigma$  и имеет размер  $\eta$ . Синтез фильтров для реализации таких передаточных функций приводит к созданию так называемых прототипов фильтров нижних частот [13–15].

Прототип фильтра нижних частот в общем случае определяется как фильтр нижних частот, значения элементов которого нормализованы таким образом, что сопротивление или проводимость источника равны единице, обозначаемой  $g_0 = 1$ , а угловая частота среза равна единице, обозначаемой  $\Omega_c = 1$  (рад/с). Например, на рис. 6 показаны две возможные формы прототипа  $n$ -полюсного фильтра нижних частот для реализации полюсной характеристики фильтра, включая характеристики Баттерворта, Чебышева и Гаусса. Можно использовать любую из форм, поскольку они дают один и тот же отклик. Следует отметить, что на рис. 6  $g_i$  для значений  $i$  от 1 до  $n$  представляет собой либо индуктивность последовательной катуш-

ки индуктивности, либо емкость шунтирующего конденсатора. Следовательно,  $n$  является числом реактивных элементов.

Если  $g_1$  – это емкость шунта или последовательная индуктивность, то  $g_0$  определяется как сопротивление источника или проводимость источника. Аналогично, если  $g_n$  – это шунтирующая емкость или последовательная индуктивность, то  $g_{n+1}$  является сопротивлением нагрузки или проводимостью нагрузки. Если не указано иное, предполагается, что эти значения  $g$  представляют собой индуктивность в единицах генри, емкость в фарадах, сопротивление в омах и проводимость в сименсах.

Этот тип фильтра нижних частот может служить прототипом для разработки многих практических фильтров.

Для допустимой величины пульсаций в полосе пропускания  $L_{Ar}$ , дБ, минимального затухания в полосе заграждения  $L_{As}$ , дБ при  $\Omega = \Omega_s$  степень прототипа низкочастотного устройства Чебышева, который будет соответствовать этим требованиям, может быть определена с помощью выражения

$$n \geq \frac{\operatorname{arcch} \left( \sqrt{\frac{10^{0,1L_{As}} - 1}{10^{0,1L_{Ar}} - 1}} \right)}{\operatorname{arcch}(\Omega_s)}. \quad (9)$$

Иногда вместо значения уровня пульсаций в полосе пропускания  $L_{Ar}$  указывается значение минимальных обратных потерь  $L_R$  или максимальное

значение коэффициента стоячей волны по напряжению КСВН в полосе пропускания. Эти величины связаны соотношениями:

$$L_{A_r} = -10 \log \left( 1 - 10^{0,1L_R} \right), \text{ дБ.} \quad (10)$$

$$\text{КСВН} = \frac{1 + |S_{11}|}{1 - |S_{11}|}. \quad (11)$$

$$L_{A_r} = -10 \log \left( 1 - \left( \frac{\text{КСВН} - 1}{\text{КСВН} + 1} \right)^2 \right), \text{ дБ.} \quad (12)$$

Характеристика ФНЧ прототипа может быть преобразована в характеристику ППФ с полосой пропускания  $\omega_2 - \omega_1$ , где  $\omega_1$  и  $\omega_2$  обозначают угловые частоты на границе полосы пропускания. Требуемое преобразование частоты выполняется следующим образом:

$$\Omega = \frac{\Omega_c}{FBW} \left( \frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right), \quad (13)$$

где

$$FBW = \frac{\omega_2 - \omega_1}{\omega_0}, \quad (14)$$

$$\omega_0 = \sqrt{\omega_1 \omega_2}. \quad (15)$$

Применяя это преобразование частоты к параллельному конденсатору  $C$  и последовательной индуктивности  $L$  прототипа фильтра нижних частот, имеем

$$j\omega C \rightarrow j\omega \frac{\omega_c C}{FBW \omega_0} + \frac{1}{j\omega \frac{FBW}{\omega_c \omega_0 C}}; \quad (16)$$

$$j\omega L \rightarrow j\omega \frac{\omega_c L}{FBW \omega_0} + \frac{1}{j\omega \frac{FBW}{\omega_c \omega_0 L}},$$

что означает, что параллельный конденсатор  $C$  или последовательная индуктивность  $L$  в низкочастотном прототипе преобразуются в параллельный или последовательный  $LC$ -резонансный контур.

## 2. Получение матриц связи фильтров

Цепь связанных резонаторов может быть преобразована в матричную форму, называемую матрицей связи. Теория матрицы связи имеет преимущества в применении матричных операций, таких как вращение матрицы (преобразование подобия) и инверсии матриц при проектировании цепей. Реконфигурация топологии и синтез цепи упрощаются благодаря таким матричным опера-

циям [16–18]. Теория матриц связи подходит только для узкополосных схем фильтрации, поскольку она основана на предположении о частотной независимости коэффициентов передачи инвертеров.

Матрицы связи можно разделить на две категории. Первая – это общая матрица связи  $n \times n$ , где  $n$  – порядок схемы. Другая категория, включая матрицу связи  $n + 2$ , имеет дополнительные столбцы и строки для портов.

В начале 1970-х годов Атия и Уильямс [19–22] впервые представили метод проектирования полосно-пропускающего волнового фильтра на основе матрицы связи. В качестве матрицы они использовали матрицу связи  $n \times n$ .

Фильтр представляет собой каскадный фильтр  $n$ -го порядка, соединенный трансформаторами или магнитными связями. Каждый резонатор имеет конденсатор  $C = 1 \text{ Ф}$  и катушку индуктивности  $L = 1 \text{ Гн}$ . Таким образом, все резонаторы резонируют на частоте 1 Гц.  $R_S$  и  $R_L$  – это сопротивление источника и нагрузки (эквивалентная единичная цепь предполагается без потерь, сопротивление или проводимость существует только в источнике и нагрузке);  $i_p$  – ток контура каждого резонатора. Связь между резонаторами  $p$  и  $q$  обозначается как  $M_{p,q}$ , она является вещественным числом и частотно независима.

Теория матрицы связи может быть распространена на схемы с асинхронно настроенными резонаторами или на общую матрицу связи  $n \times n$ . Формулировка общей матрицы связи  $n \times n$  рассмотрена в [11]. Фильтры с магнитно и электрически связанными резонаторами рассматриваются отдельно.

Эквивалентная схема с магнитно связанными резонаторами приведена на рис. 7, а. Используя правила Кирхгофа, матрица связи получается через матрицу импеданса из системы уравнений для контурных токов. Другая схема с электрической связью приведена на рис. 7, б. Матрица связи определяется через матрицу адмиттанса, сформулированную с помощью системы уравнений для узловых потенциалов. Независимо от типа связи общая матрица  $[A]$ , составленная из коэффициентов связи  $m_{p,q}$  и внешних добротностей  $q_{ei}$ , представлена в [9] в виде

$$[A] = [Q] + p[U] + j[m], \quad (17)$$

где

$$p = j \frac{1}{FBW} \left( \frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right), \quad (18)$$

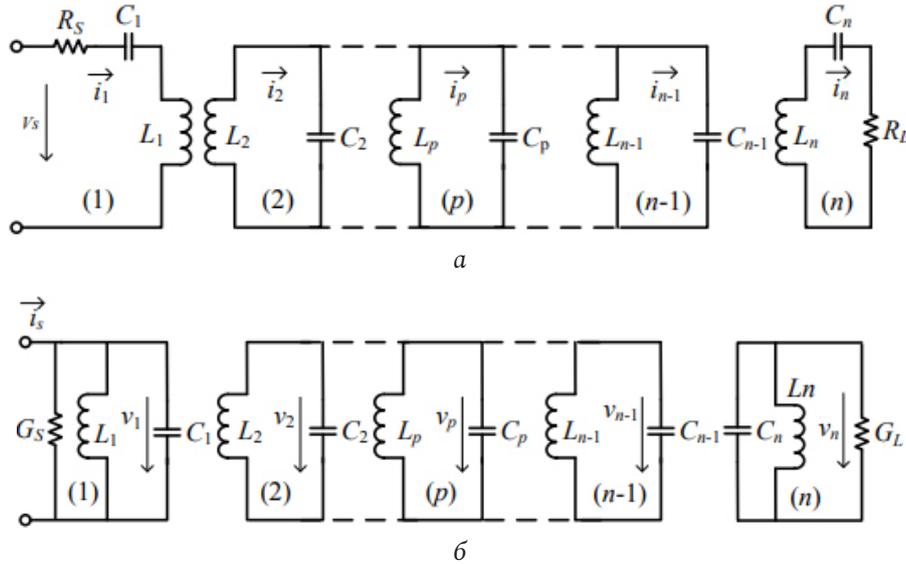


Рис. 7. Эквивалентная схема фильтра из  $n$ -связанных резонаторов для метода контурных токов (а) и метода узловых потенциалов (б)  
Fig. 7. Equivalent filter circuit of  $n$ -coupled resonators for the contour current method (a) and the nodal potential method (b)

$$\begin{bmatrix} m_{s,s} & m_{s,1} & \dots & m_{s,n-1} & m_{s,n} & m_{s,l} \\ m_{1,s} & m_{1,1} & \dots & m_{1,n-1} & m_{1,n} & m_{1,l} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ m_{n-1,s} & m_{n-1,1} & \dots & m_{n-1,n-1} & m_{n-1,n} & m_{n-1,l} \\ m_{n,s} & m_{n,1} & \dots & m_{n,n-1} & m_{n,n} & m_{n,l} \\ m_{l,s} & m_{l,1} & \dots & m_{l,n-1} & m_{l,n} & m_{l,l} \end{bmatrix}_{(n+2) \times (n+2)}$$

Общая  $n \times n$   
матрица связей

$n+2$  матрица связей

Рис. 8. Матрица связи  $n+2$   
Fig. 8.  $n+2$  coupling matrix

$$[\mathbf{Q}] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 \\ q_{e1} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & \frac{1}{q_{en}} \end{bmatrix}, \quad (19)$$

$$[\mathbf{m}] = \begin{bmatrix} m_{1,1} & m_{1,2} & \dots & m_{1,n} \\ m_{2,1} & m_{2,2} & \dots & m_{2,n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ m_{n,1} & m_{n,2} & \dots & m_{n,n} \end{bmatrix}. \quad (20)$$

Матрица  $[U]$  – единичная матрица  $n \times n$ ;  $p$  – комплексная переменная частоты низкочастотного прототипа;  $\omega_0$  – центральная частота фильтра;  $FBW$  – относительная полоса пропускания фильтра;  $q_{ei}$  ( $i = 1$  и  $n$ ) – нормированные внешние добротности резонатора  $i$ ;  $m_{p,q}$  ( $p \neq q$ ) – нормированные коэффициенты связи между резонаторами  $p$  и  $q$ . Они имеют вид

$$q_{ei} = Q_{ei} \cdot FBW; \quad m_{p,q} = \frac{M_{p,q}}{FBW}, \quad (21)$$

где  $Q_{ei}$  определяется как внешняя добротность резонатора  $i$ ;  $M_{p,q}$  определяется как коэффициент связи между резонаторами  $p$  и  $q$ ;  $m_{i,i}$  – самосвязь резонатора  $i$ . Фильтр является асинхронно настроенным, если некоторые из  $m_{i,i}$  являются ненулевыми элементами.

Как указано в [20],  $S$ -параметры фильтра могут быть рассчитаны с использованием нормированных внешних добротностей  $q_{ei}$  и матрицы  $[A]$  как

$$S_{11} = 1 - \frac{2}{q_{e1}} [\mathbf{A}]_{1,1}^{-1}; \quad (22)$$

$$S_{21} = \frac{2}{\sqrt{q_{e1}q_{en}}} [\mathbf{A}]_{n,1}^{-1}. \quad (23)$$

Матрица связи  $n+2$  и  $n+X$

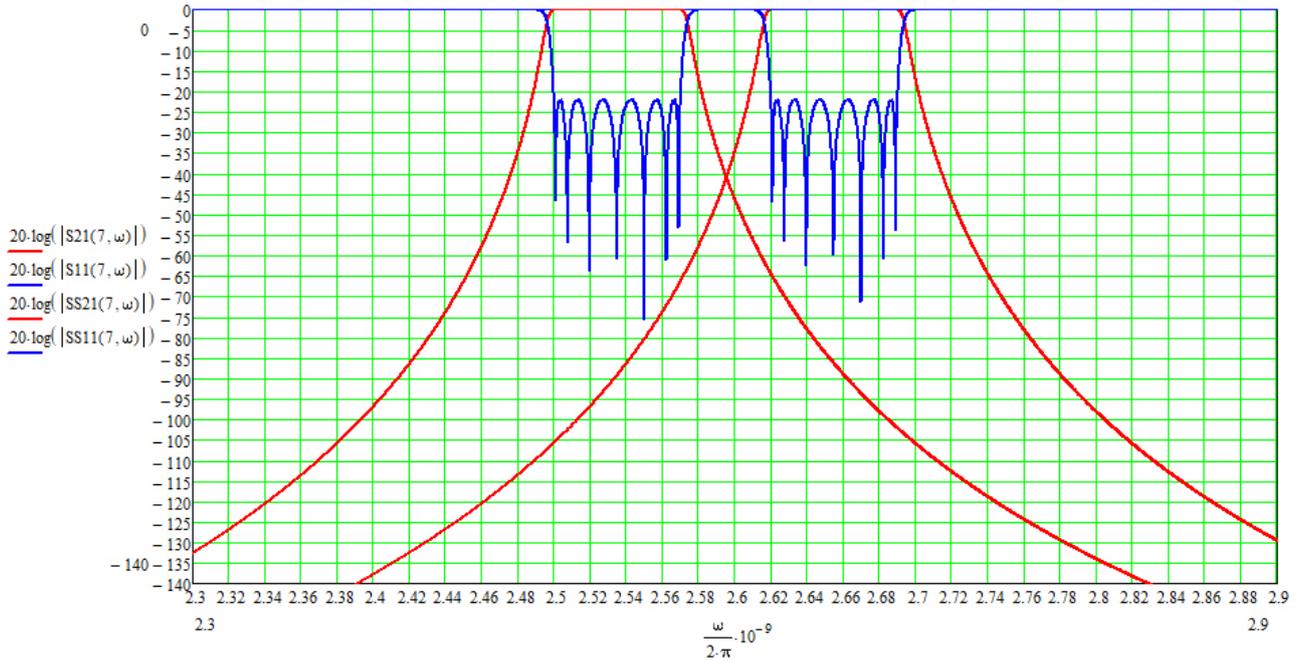
Расширенная из общей матрицы связи  $n \times n$ , матрица связи  $n+2$  используется для описания двухпортовой схемы [23]. Общая матрица связи  $n+2$  представлена на рис. 8.

Подстрочные индексы  $s$  и  $l$  означают источник и нагрузку. По сравнению с общей матрицей связи

$$M(7) = \begin{pmatrix} 0 & 0.866 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0.866 & 0 & 0.611 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.611 & 0 & 0.572 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.572 & 0 & 0.572 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.572 & 0 & 0.611 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0.611 & 0 & 0.866 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.866 & 0 \end{pmatrix}$$

qe1(7) = 0.933                      qe2(7) = 0.933

a



б

Рис. 9. Матрица связи и внешние добротности (нормированные) (а) и характеристики передачи и отражения (б) стандартного фильтра Чебышева седьмого порядка Rx и Tx диапазонов для  $L_R = -22$  дБ  
 Fig. 9. Coupling matrix and external Q-factors (normalized) (a) and transmission and reflection characteristics (b) of the standard Chebyshev filter of the seventh order of the Rx and Tx ranges for  $LR = -22$  dB

$n \times n$  матрица связи  $n + 2$  имеет дополнительные столбцы и строки для источника и нагрузки, окружающие общую матрицу связи  $n \times n$ .  $m_{s,i}$  и  $m_{i,s}$  – описывают связь между источником и резонатором  $i$ ;  $m_{l,i}$  и  $m_{i,l}$  – связь между нагрузкой и резонатором  $i$ ;  $m_{s,s}$  и  $m_{l,l}$  – самосвязь источника и нагрузки. Благодаря дополнительным столбцам и строкам портов матрица связи  $n + 2$  имеет ряд преимуществ.

Один порт может быть соединен с несколькими резонаторами, а один резонатор может быть соединен с несколькими портами. Связь между источником и нагрузкой возможна таким образом, чтобы обеспечить полностью каноническую функцию фильтрации (т. е. число передаточных нулей на конечных частотах равно числу резонаторов  $n$ ).

Таким образом, матрица связи  $n + 2$  является более общей, чем матрица связи  $n \times n$ . Кроме того, матрица связи  $n + 2$  может быть расширена до

многопортовой, как матрица связи  $n + X$ , что позволяет описывать с ее помощью не только фильтры, но и мультиплексоры.

### 3. Синтез матрицы связей

Для фильтров со стандартной характеристикой по найденным значениям ФНЧ прототипа  $g_i$  коэффициент связи  $M_{i,i+1}$  и внешняя добротность  $Q_{ei}$  определяются непосредственно [11] как

$$Q_{e1} = \frac{g_0 g_1}{FBW}, \quad Q_{en} = \frac{g_n g_{n+1}}{FBW}; \quad (24)$$

$$M_{i,i+1} = \frac{FBW}{\sqrt{g_i g_{i+1}}}, \quad i = 1, 2, \dots, n-1. \quad (25)$$

Соответствующие нормированные величины имеют вид

$$q_{e1} = Q_{e1} \cdot FBW = g_0 g_1, \quad (26)$$

$$M3 = \begin{pmatrix} -0.062 & 0.903 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0.903 & -0.048 & 0.63 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.63 & -0.049 & 0.568 & -0.145 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.568 & 0.228 & 0.572 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -0.145 & 0.572 & -0.053 & 0.633 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0.633 & -0.054 & 0.908 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.908 & -0.051 \end{pmatrix} \quad a$$

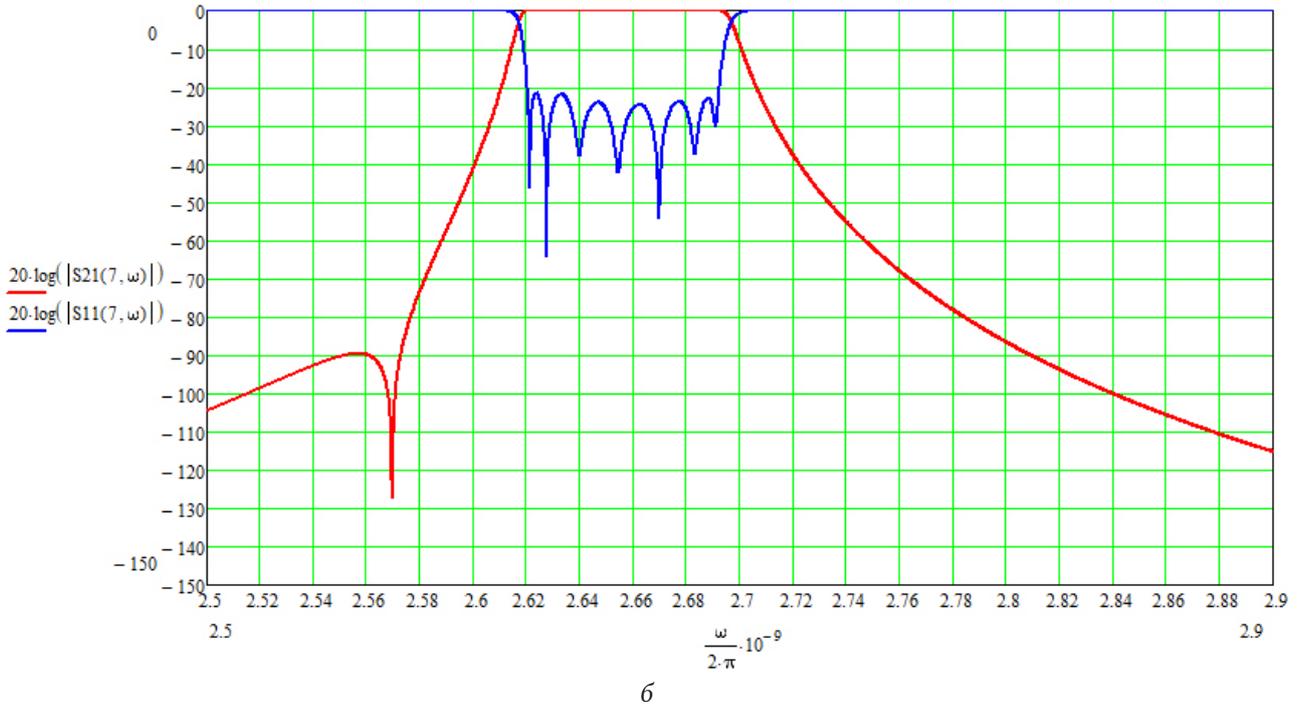


Рис. 10. Матрица связи (а) и характеристики передачи и отражения (б) фильтра Тх 7-го порядка с одной перекрестной связью  
 Fig. 10. Coupling matrix (a) and transmission and reflection characteristics (b) of a 7th-order Tx filter with a single cross-coupling

$$q_{en} = Q_{en} \cdot FBW = g_n g_{n+1};$$

$$m_{i,i+1} = \frac{M_{i,i+1}}{FBW} = \frac{1}{\sqrt{g_i g_{i+1}}}, \quad i = 1, 2, \dots, n-1. \quad (27)$$

Однако для фильтров с произвольной характеристикой простого решения не существует. Обычно для решения этой задачи применяются два способа. Один из них основан на рекурсивных методах и вращении матрицы, другой – на оптимизации.

*Метод синтеза с использованием вращения матрицы*

Синтез сложных фильтров с нулями передачи обобщен Кэмероном [23] и разделен на 3 этапа:

- (1) Рекурсивный метод для получения многочленов, которые представляют характеристики пропускания и отражения.
- (2) Синтез матрицы связи на основе полученных многочленов.

(3) Метод преобразования подобия или вращения матрицы для реконфигурации матрицы связи в новую, относящуюся к практической топологии.

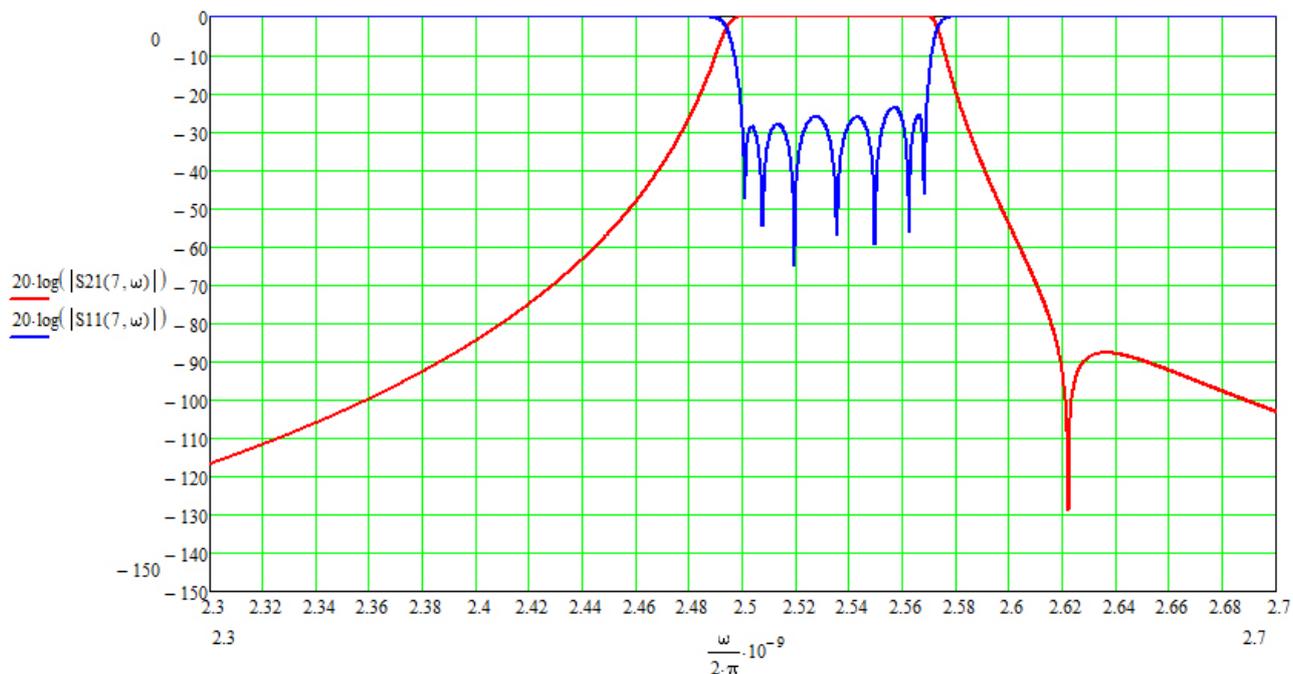
Реализация исходной матрицы связи, полученной на этапе (2), была бы затруднена, поскольку присутствуют все возможные связи (вся матрица заполнена ненулевыми элементами). Ключевым моментом такого метода синтеза является перенастройка полученной исходной матрицы связи в матрицу с меньшим количеством ненулевых элементов, относящихся к топологии фильтра, путем набора поворотов матрицы. Повернутая матрица имеет точно такие же характеристики фильтра, что и исходная матрица.

*Метод синтеза с использованием оптимизации*

Второй способ синтеза матрицы связи основан на методах оптимизации [24]. Принцип оптимизации заключается в минимизации целевой функции  $\Omega$  путем изменения значений всех ненулевых элементов в матрице связи. Целевая функция  $\Omega$

$$M3 = \begin{pmatrix} 0.055 & 0.939 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0.939 & 0.041 & 0.634 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.634 & 0.038 & 0.567 & 0.145 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.567 & -0.239 & 0.567 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.145 & 0.567 & 0.036 & 0.634 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0.634 & 0.037 & 0.938 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.938 & 0.048 \end{pmatrix}$$

a



б

Рис. 11. Матрица связи (а) и характеристики передачи и отражения (б) фильтра Rx 7-го порядка с одной перекрестной связью  
 Fig. 11. Coupling matrix (a) and transmission and reflection characteristics (b) of a 7th-order Rx filter with a single cross-coupling

используется для количественной оценки разницы между S-параметрами текущей матрицы и ожидаемыми характеристиками схемы. Перед оптимизацией задается конкретная топология схемы. Другими словами, места ненулевых элементов в матрице связи определяются в самом начале.

*Сравнение двух методов синтеза*

Первый метод синтеза, включающий технику поворота матрицы, весьма полезен. С помощью компьютеров исходная матрица связи может быть легко найдена рекурсивным способом. Однако методы вращения матриц, которые используются для реконфигурации исходной матрицы связи, не могут справиться со всеми проблемами. Многие практические топологии не могут быть сгенерированы вращением матрицы. Сложно определить последовательность углов поворота, чтобы гарантировать сходимость результата поворота. На практике для заданной топологии, ограни-

ченной производством или требованиями приложения, матрица связей, синтезированная путем оптимизации, по-прежнему важна для проектирования СВЧ-фильтров.

Для синтеза матрицы связей путем оптимизации можно использовать две категории методов оптимизации. Первая называется глобальной оптимизацией. При глобальной оптимизации значения начальной точки мало влияют на конечный результат и общее время вычислений. Такой метод оптимизации ищет глобальный оптимум с наименьшими значениями целевой функции ценой низкой эффективности сходимости результата.

Другой способ оптимизации основан на технике локальной оптимизации. Он требует меньше времени на вычисления, чем глобальный метод. Однако существенно определение начального приближения, иначе процесс может сойтись к неоптимальному локальному минимуму.

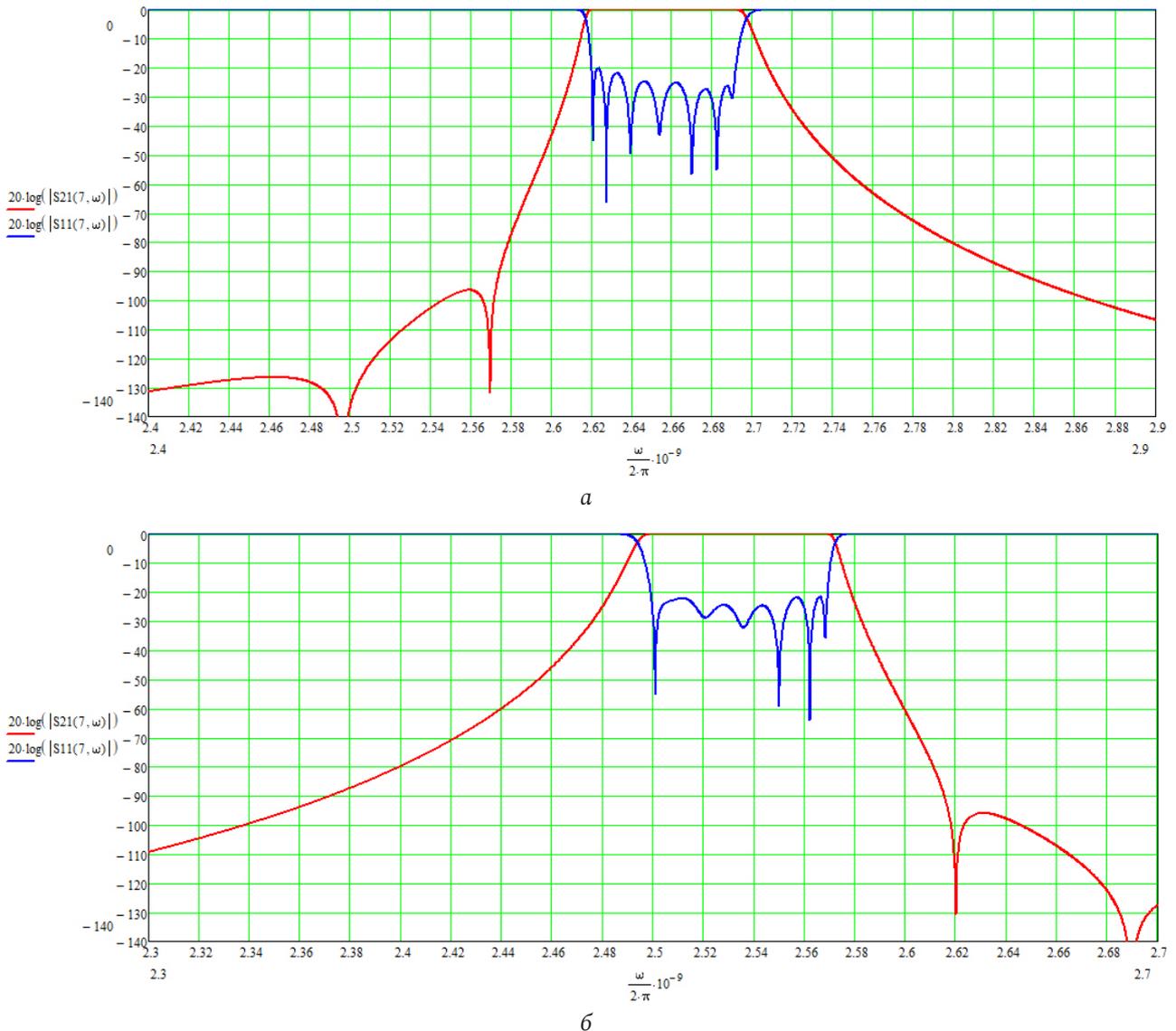


Рис. 12. Характеристики передачи и отражения фильтров Tx (а) и Rx (б) 7-го порядка с двумя перекрестными связями  
Fig. 12. Transmission and reflection characteristics of the Tx (a) and Rx(b) filters of the 7th order with two cross-links

#### 4. Построение матрицы связей методом локальной оптимизации

В качестве начального приближения берется матрица связи фильтра со стандартной характеристикой, матрица связей которой определяется аналитически. При формировании целевой функции выбираются некоторые критические характерные точки, включая нули отражения  $RZ$ , нули пропускания  $TZ$ , края полосы пропускания с равными пульсациями  $BE$  и полюса отражения в полосе пропускания  $RP$ . В итоге целевая функция  $CF$  в данной работе задается следующим образом:

$$CF = \sum_{i=1}^n a_i |S_{11}(\Omega_{RZi})| + \sum_{i=1}^4 b_i \|S_{11}(\Omega_{BEi}) - \varepsilon\| + \sum_{i=1}^{n-1} c_i \|S_{11}(\Omega_{RPi}) - \varepsilon\| + \sum_{i=1}^{T_2} d_i |S_{21}(\Omega_{TZi})|,$$

где  $a_i$ ,  $b_i$ ,  $c_i$ ,  $d_i$  и  $\varepsilon_i$  – веса каждого члена;  $n$  – число резонаторов цепи;  $\varepsilon$  – максимальное значение обратных потерь в полосе пропускания.

Матрица связи и внешние добротности (нормированные) стандартного фильтра Чебышева седьмого порядка Rx и Tx диапазонов для  $L_R = -22$  дБ приведены на рис. 9, а, им соответствуют характеристики, приведенные на рис. 9, б.

Улучшить характеристики, не повышая порядка фильтра, можно путем создания нулей передачи на нужных частотах. Для этого вводятся дополнительные, так называемые перекрестные, связи между несмежными резонаторами. Результат введения отрицательной связи между 3-м и 5-м резонаторами в фильтре 7-го порядка показан на рис. 10.

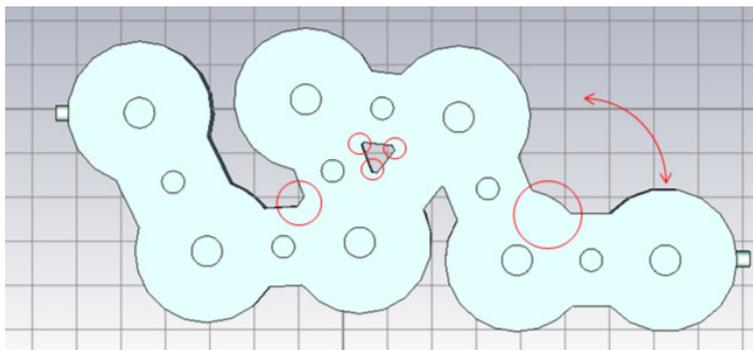


Рис. 13. Примерная модель фильтра  
Fig. 13. An approximate filter model

Результат введения положительной связи между 3-м и 5-м резонаторами в фильтре 7-го порядка показан на рис. 11

Как видно из графиков, ослабление в смежной полосе увеличилось на 25 дБ. Дальнейшего улучшения можно добиться, создавая еще один нуль передачи.

На рис. 12, а и б приведены характеристики фильтров с двумя дополнительными связями между 1-м и 3-м резонаторами и между 3-м и 5-м. В этом случае формируются два нуля передачи в смежной полосе, что позволяет реализовать ослабление –100 дБ в фильтре 7-го порядка.

Дальнейшее улучшение характеристик требует увеличения порядка фильтра.

## 5. Компьютерное моделирование фильтров

На начальном этапе моделирования многозвеньевого коаксиального полосового фильтра в САПР имеет смысл начать моделирование с исследования фильтра на одном резонаторе, а далее, постепенно прибавляя по одному резонатору, оценить влияние геометрических размеров на характеристики фильтра (S-параметры).

При моделировании фильтра задавались размеры резонаторов, винтов резонаторов и межрезонаторных переходов. При размещении резонаторов основной целью было добиться компактности конструкции и при этом учесть, что будут оптимизироваться размеры межрезонаторных переходов (рис. 13).

Моделирование производилось в программном пакете CST Studio. Добиться необходимых характеристик фильтров позволяют регулировочные винты, находящиеся в резонаторе и резонаторных переходах. В САПР задавались параметры, которые будут оптимизироваться. Для улучшения сходимости в перечень параметров оптимизации включалась апертура резонаторных переходов. После построения модели производился первый расчет характеристик. С помощью встроенного инструмента CST Filter Designer 3D сравнивались матрицы связей идеальной характеристики и получившейся.

После запуска процесса оптимизации производился пересмотр диапазона изменения параметров, так как их значения могут выйти за пределы допустимых величин. Процесс будет завершен, когда функция сходимости примет наименьший результат.

## Заключение

В работе рассмотрены принципы построения фильтров на связанных коаксиальных резонаторах. Проанализированы с помощью метода эквивалентных схем способы получения заданной формы амплитудно-частотной характеристики фильтра. Изложены принципы расчета и синтеза фильтров с использованием матриц связи. Рассмотрен метод для проектирования передаточных функций и синтеза прототипов фильтрующих цепей с чебышевскими характеристиками.

## Список литературы

1. Пассивные полосовые фильтры для современных систем связи СВЧ-диапазона / А.С. Койгеров [и др.] // Физика волновых процессов и радиотехнические системы, 2024. Т. 27, № 1, С. 71–88. DOI: <https://doi.org/10.18469/1810-3189.2024.27.1.71-88>
2. Козлов В.А., Кунилов А.Л., Ивойлова М.М. Современное состояние и перспективы развития проектирования и технологии керамических фильтров для бортовой СВЧ-аппаратуры // Физика волновых процессов и радиотехнические системы, 2019. Т. 22, № 4, С. 61–67. DOI: <https://doi.org/10.18469/1810-3189.2019.22.4.61-67>

3. Маттей Д.Л., Янг Л., Джонс Е.М.Т. Фильтры СВЧ, согласующие цепи и цепи связи / пер. с англ. под общ. ред. Л.В. Алексеева и Ф.В. Кушнира. М.: Связь, 1972. 496 с.
4. Venter J.P., Maharaj R., Stander T. Additive manufacturing of interdigital filters with arbitrary line cross section // IEEE Transactions on Components, Packaging and Manufacturing Technology. 2020. Vol. 10, no. 4. P. 686–693. DOI: <https://doi.org/10.1109/TCPMT.2020.2967807>
5. A Ku-band wideband 3-D printed interdigital bandpass filter free of post fabrication tuning / J. Li [et al.] // 2018 IEEE International Symposium on Antennas and Propagation & USNC/URSI National Radio Science Meeting. 2018. P. 1439–1440. DOI: <https://doi.org/10.1109/APUSNCURSINRSM.2018.8608540>
6. Triple-mode dielectric-loaded cylindrical cavity diplexer using novel packaging technique for LTE base-station applications / Z.-C. Zhang [et al.] // IEEE Trans. on Components, Packaging and Manufacturing Technology. 2016. Vol. 6, no. 3. P. 383–389. DOI: <https://doi.org/10.1109/TCPMT.2016.2516820>
7. Compact waveguide bandpass filters for broadband space applications in C and Ku-bands / L. Pelliccia [et al.] // 2019 European Microwave Conference in Central Europe (EuMCE). 2019. P. 116–119. URL: <https://ieeexplore.ieee.org/document/8874768>
8. Cameron R.J., Kudsia C.M., Mansour R.R. Microwave Filters for Communication Systems: Fundamentals, Design and Applications. Hoboken: Wiley, 2018. 929 p.
9. Mansour R.R. RF filters and diplexers for wireless system applications: state of the art and trends // Radio and Wireless Conference, 2003. RAWCON '03. Proceedings. 2003. P. 373–376. DOI: <https://doi.org/10.1109/RAWCON.2003.1227970>
10. Microwave filters-applications and technology / I.C. Hunter [et al.] // IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques. 2002. Vol. 50, no. 3. P. 794–805. DOI: <https://doi.org/10.1109/22.989963>
11. Temes G.C., Mitra S.K. Modern Filter Theory and Design. New York: Wiley, 1973. 566 p.
12. Rhodes J.D. Theory of Electrical Filters. New York: Wiley, 1976. 224 p.
13. Helszajn J. Synthesis of Lumped Element, Distributed and Planar Filters. London: McGraw-Hill, 1990. 380 p.
14. Darlington S. Synthesis of reactance-four-poles which produce prescribed insertion loss characteristics // Journal of Mathematics and Physics. 1939. Vol. 18, no. 1–4. P. 257–353. DOI: <https://doi.org/10.1002/SAPM1939181257>
15. Saal R., Ulbrich E. On the design of filters by synthesis // IRE Transactions on Circuit Theory. 1958. Vol. 5, no. 4. P. 284–327. DOI: <https://doi.org/10.1109/TCT.1958.1086481>
16. Matthaei G.L., Young L., Jones E.M.T., Microwave Filters, Impedance-Matching Networks, and Coupling Structures. Norwood: Artech House, 1980. 1097 p.
17. Saal R. Der Entwurf von Filtern mit Hilfe des Kataloges normierter Tiefpässe // Frequenz. 1961. Vol. 15, no. 4. P. 111–121. DOI: <https://doi.org/10.1515/FREQ.1961.15.4.111>
18. Hong J.S., Lancaster M.J. Microstrip Filters for RF/Microwave Applications. New York: Wiley, 2001. 457 p.
19. Xia W. Diplexers and multiplexers design by using coupling matrix optimisation: Ph.D. dissertation. The University of Birmingham, 2015. 194 p.
20. Atia A.E., Williams A.E. New types of bandpass filters for satellite transponders // COMSAT Technical Review. 1971. Vol. 1, no. 1. P. 21–43.
21. Atia A.E., Williams A.E. Narrow-bandpass waveguide filters // IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques. 1972. Vol. 20, no. 4. P. 258–265. DOI: <https://doi.org/10.1109/TMTT.1972.1127732>
22. Atia A.E., Williams A.E., Newcomb R.W. Narrow-band multiple-coupled cavity synthesis // IEEE Transactions on Circuits and Systems. 1974. Vol. 21, no. 5. P. 649–655. DOI: <https://doi.org/10.1109/TCS.1974.1083913>
23. Cameron R.J. General coupling matrix synthesis methods for Chebyshev filtering functions // IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques. 1999. Vol. 47, no. 4. P. 433–442. DOI: <https://doi.org/10.1109/22.754877>
24. Cameron R.J. Advanced coupling matrix synthesis techniques for microwave filters // IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques. 2003. Vol. 51, no. 1. P. 1–10. DOI: <https://doi.org/10.1109/TMTT.2002.806937>

## Информация об авторах

**Белов Юрий Георгиевич**, доктор технических наук, профессор кафедры физики и техники оптической связи Нижегородского государственного технического университета имени Р.Е. Алексеева, г. Нижний Новгород, Россия.

*Область научных интересов:* прикладная электродинамика СВЧ и КВЧ.

*E-mail:* bel266@ntnu.ru

*SPIN-код (eLibrary):* 7161-8890

*AuthorID (eLibrary):* 272319

**Бирюков Владимир Валерьевич**, доктор технических наук, профессор кафедры физики и техники оптической связи Нижегородского государственного технического университета имени Р.Е. Алексеева, г. Нижний Новгород, Россия.

*Область научных интересов:* прикладная электродинамика СВЧ и КВЧ.

*E-mail:* birukovvv@mail.ru

*ORCID:* <https://orcid.org/0000-0002-6003-0450>

*SPIN-код (eLibrary):* 4001-1185

*AuthorID (eLibrary):* 627885

*ResearcherID (WoS):* F-3207-2018

**Воробьев Илья Андреевич**, аспирант кафедры физики и техники оптической связи Нижегородского государственного технического университета имени Р.Е. Алексеева, г. Нижний Новгород, Россия  
*Область научных интересов:* прикладная электродинамика СВЧ и КВЧ.  
*E-mail:* unihoc50@yandex.ru  
*ORCID:* <https://orcid.org/0009-0009-6639-6494>

**Малахов Василий Алексеевич**, доктор технических наук, профессор кафедры физики и техники оптической связи Нижегородского государственного технического университета имени Р.Е. Алексеева, г. Нижний Новгород, Россия.  
*Область научных интересов:* прикладная электродинамика СВЧ и КВЧ.  
*E-mail:* mr.vasml@mail.ru  
*SPIN-код (eLibrary):* 6865-6665  
*AuthorID (eLibrary):* 375268  
*ResearcherID (WoS):* E-5392-2014

**Раевский Алексей Сергеевич**, доктор физико-математических наук, заведующий кафедрой физики и техники оптической связи Нижегородского государственного технического университета имени Р.Е. Алексеева, г. Нижний Новгород, Россия.  
*Область научных интересов:* прикладная электродинамика СВЧ-, КВЧ- и оптического диапазонов.  
*E-mail:* raevsky\_as@mail.ru  
*ORCID:* <https://orcid.org/0000-0001-8678-0949>  
*SPIN-код (eLibrary):* 1787-5506  
*AuthorID (eLibrary):* 163018  
*ResearcherID (WoS):* E-6791-2014

**Раевская Юлия Владимировна**, кандидат технических наук, доцент кафедры физики и техники оптической связи Нижегородского государственного технического университета имени Р.Е. Алексеева, г. Нижний Новгород, Россия.  
*Область научных интересов:* прикладная электродинамика СВЧ и КВЧ.  
*E-mail:* raevskaja.julija@yandex.ru  
*ORCID:* <https://orcid.org/0009-0008-2357-2251>  
*SPIN-код (eLibrary):* 5101-0265  
*AuthorID (eLibrary):* 627841  
*ResearcherID (WoS):* AAD-3531-2020

---

## Physics of Wave Processes and Radio Systems

2025, vol. 28, no. 1, pp. 39–55

DOI [10.18469/1810-3189.2025.28.1.39-55](https://doi.org/10.18469/1810-3189.2025.28.1.39-55)  
UDC 621.372.543.2  
Original Research

Received 4 November 2024  
Accepted 5 December 2024  
Published 31 March 2025

### Methods of designing bandpass filters on coupled coaxial resonators

Yurii G. Belov, Vladimir V. Biryukov , Ilya A. Vorobyov ,  
Vasiliy A. Malakhov, Aleksey S. Raevskiy , Yuliya V. Raevskaya 

Nizhny Novgorod State Technical University named after R.E. Alekseev  
24, Minin Street,  
Nizhny Novgorod, 603950, Russia

**Abstract – Background.** Ultrahigh frequency bandpass filters are widely used in various radio engineering devices. A special place among microwave band-pass filters is occupied by filters that are part of multiplexers, in particular, diplexers used in cellular communication systems. Filter and diplexer designs based on coaxial resonators are widely used in mobile communication systems. Filters on coaxial resonators have a fairly well-developed design and can be used for broadband systems. **Aim.** Currently, the design of filters and diplexers on coaxial resonators continues to be improved in terms of improving manufacturing and assembly technology. **Methods.** The method of equivalent circuits, communication matrices. **Results.** The principles of constructing filters on coupled coaxial resonators are considered. The methods of obtaining a given shape of the amplitude-frequency response of the filter are analyzed. **Conclusion.** A method for designing transfer functions and synthesizing prototypes of filter circuits with Chebyshev characteristics is considered.

**Keywords** – bandpass filters; coaxial resonator; amplitude-frequency response; coupling matrix.

---

✉ raevsky\_as@mail.ru (Aleksey S. Raevskiy)

 © Yurii G. Belov et al., 2025

### References

1. A. S. Koygerov et al., “Passive bandpass filters for modern microwave communication systems,” *Physics of Wave Processes and Radio Systems*, vol. 27, no. 1, pp. 71–88, 2024, doi: <https://doi.org/10.18469/1810-3189.2024.27.1.71-88>. (In Russ.)

2. V. A. Kozlov, A. L. Kunilov, and M. M. Ivoylova, "Current state and development prospects of design and technology of ceramic filters for on-board microwave equipment," *Physics of Wave Processes and Radio Systems*, vol. 22, no. 4, pp. 61–67, 2019, doi: <https://doi.org/10.18469/1810-3189.2019.22.4.61-67>. (In Russ.)
3. G. L. Matthaei, L. Young, and E. M. T. Jones, *Microwave Filters, Impedance-Matching Networks, and Coupling Structures*, English trans. by eds. L. V. Alekseev and F. V. Kushnir. Moscow: Svyaz', 1972. (In Russ.)
4. J. P. Venter, R. Maharaj, and T. Stander, "Additive manufacturing of interdigital filters with arbitrary line cross section," *IEEE Transactions on Components, Packaging and Manufacturing Technology*, vol. 10, no. 4, pp. 686–693, 2020, doi: <https://doi.org/10.1109/TCPMT.2020.2967807>.
5. J. Li et al., "A Ku-band wideband 3-D printed interdigital bandpass filter free of post fabrication tuning," *2018 IEEE International Symposium on Antennas and Propagation & USNC/URSI National Radio Science Meeting*, pp. 1439–1440, 2018, doi: <https://doi.org/10.1109/APUSNCURSINRSM.2018.8608540>.
6. Z.-C. Zhang et al., "Triple-mode dielectric-loaded cylindrical cavity diplexer using novel packaging technique for LTE base-station applications," *IEEE Trans. on Components, Packaging and Manufacturing Technology*, vol. 6, no. 3, pp. 383–389, 2016, doi: <https://doi.org/10.1109/TCPMT.2016.2516820>.
7. L. Pelliccia et al., "Compact waveguide bandpass filters for broadband space applications in C and Ku-bands," *2019 European Microwave Conference in Central Europe (EuMCE)*, pp. 116–119, 2019, url: <https://ieeexplore.ieee.org/document/8874768>.
8. R. J. Cameron, C. M. Kudsia, and R. R. Mansour, *Microwave Filters for Communication Systems: Fundamentals, Design and Applications*. Hoboken: Wiley, 2018.
9. R. R. Mansour, "RF filters and diplexers for wireless system applications: state of the art and trends," *Radio and Wireless Conference, 2003. RAWCON '03. Proceedings*, pp. 373–376, 2003, doi: <https://doi.org/10.1109/RAWCON.2003.1227970>.
10. I. C. Hunter et al., "Microwave filters-applications and technology," *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, vol. 50, no. 3, pp. 794–805, 2002, doi: <https://doi.org/10.1109/22.989963>.
11. G. C. Temes and S. K. Mitra, *Modern Filter Theory and Design*. New York: Wiley, 1973.
12. J. D. Rhodes, *Theory of Electrical Filters*. New York: Wiley, 1976.
13. J. Helszajn, *Synthesis of Lumped Element, Distributed and Planar Filters*. London: McGraw-Hill, 1990.
14. S. Darlington, "Synthesis of reactance-four-poles which produce prescribed insertion loss characteristics," *Journal of Mathematics and Physics*, vol. 18, no. 1–4, pp. 257–353, 1939, doi: <https://doi.org/10.1002/SAPM1939181257>.
15. R. Saal and E. Ulbrich, "On the design of filters by synthesis," *IRE Transactions on Circuit Theory*, vol. 5, no. 4, pp. 284–327, 1958, doi: <https://doi.org/10.1109/TCT.1958.1086481>.
16. G. L. Matthaei, L. Young, and E. M. T. Jones, *Microwave Filters, Impedance-Matching Networks, and Coupling Structures*. Norwood: Artech House, 1980.
17. R. Saal, "Der Entwurf von Filtern mit Hilfe des Kataloges normierter Tiefpässe," *Frequenz*, vol. 15, no. 4, pp. 111–121, 1961, doi: <https://doi.org/10.1515/FREQ.1961.15.4.111>. (In German)
18. J. S. Hong and M. J. Lancaster, *Microstrip Filters for RF/Microwave Applications*. New York: Wiley, 2001.
19. W. Xia, "Diplexers and multiplexers design by using coupling matrix optimisation," Ph.D. dissertation, the University of Birmingham, 2015.
20. A. E. Atia and A. E. Williams, "New types of bandpass filters for satellite transponders," *COMSAT Technical Review*, vol. 1, no. 1, pp. 21–43, 1971.
21. A. E. Atia and A. E. Williams, "Narrow-bandpass waveguide filters," *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, vol. 20, no. 4, pp. 258–265, 1972, doi: <https://doi.org/10.1109/TMTT.1972.1127732>.
22. A. E. Atia, A. E. Williams, and R. W. Newcomb, "Narrow-band multiple-coupled cavity synthesis," *IEEE Transactions on Circuits and Systems*, vol. 21, no. 5, pp. 649–655, 1974, doi: <https://doi.org/10.1109/TCS.1974.1083913>.
23. R. J. Cameron, "General coupling matrix synthesis methods for Chebyshev filtering functions," *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, vol. 47, no. 4, pp. 433–442, 1999, doi: <https://doi.org/10.1109/22.754877>.
24. R. J. Cameron, "Advanced coupling matrix synthesis techniques for microwave filters," *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, vol. 51, no. 1, pp. 1–10, 2003, doi: <https://doi.org/10.1109/TMTT.2002.806937>.

## Information about the Authors

**Yurii G. Belov**, Doctor of Technical Sciences, professor of the Department of Physics and Technology of Optical Communication, Nizhny Novgorod State Technical University named after R.E. Alekseev, Nizhny Novgorod, Russia.

Research interests: applied electrodynamics of microwave and HF.

E-mail: [bel266@nntu.ru](mailto:bel266@nntu.ru)

SPIN-code (eLibrary): 7161-8890

AuthorID (eLibrary): 272319

**Vladimir V. Biryukov**, Doctor of Technical Sciences, professor of the Department of Physics and Technology of Optical Communication, Nizhny Novgorod State Technical University named after R.E. Alekseev, Nizhny Novgorod, Russia.

Research interests: applied electrodynamics of microwave and HF.

E-mail: [birukovvv@mail.ru](mailto:birukovvv@mail.ru)

ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-6003-0450>

SPIN-code (eLibrary): 4001-1185

*AuthorID (eLibrary):* 627885  
*ResearcherID (WoS):* F-3207-2018

**Ilya A. Vorobyov**, postgraduate student of the Department of Physics and Technology of Optical Communication, Nizhny Novgorod State Technical University named after R.E. Alekseev, Nizhny Novgorod, Russia.

*Research interests:* applied electrodynamics of microwave and HF.  
*E-mail:* unihoc50@yandex.ru  
*ORCID:* <https://orcid.org/0009-0009-6639-6494>

**Vasiliy A. Malakhov**, Doctor of Technical Sciences, professor of the Department of Physics and Technology of Optical Communication, Nizhny Novgorod State Technical University named after R.E. Alekseev, Nizhny Novgorod, Russia.

*Research interests:* applied electrodynamics of microwave and HF.  
*E-mail:* mr.vasmal@mail.ru  
*SPIN-code (eLibrary):* 6865-6665  
*AuthorID (eLibrary):* 375268  
*ResearcherID (WoS):* E-5392-2014

**Aleksey S. Raevskiy**, Doctor of Physical and Mathematical Sciences, head of the Department of Physics and Technology of Optical Communication, Nizhny Novgorod State Technical University named after R.E. Alekseev, Nizhny Novgorod, Russia.

*Research interests:* applied electrodynamics of the microwave, HF and optical ranges.  
*E-mail:* raevsky\_as@mail.ru  
*ORCID:* <https://orcid.org/0000-0001-8678-0949>  
*SPIN-code (eLibrary):* 1787-5506  
*AuthorID (eLibrary):* 163018  
*ResearcherID (WoS):* E-6791-2014

**Yuliya V. Raevskaya**, Candidate of Technical Sciences, associate professor of the Department of Physics and Technology of Optical Communication, Nizhny Novgorod State Technical University named after R.E. Alekseev, Nizhny Novgorod, Russia.

*Research interests:* applied electrodynamics of microwave and HF.  
*E-mail:* raevskaja.julija@yandex.ru  
*ORCID:* <https://orcid.org/0009-0008-2357-2251>  
*SPIN-code (eLibrary):* 5101-0265  
*AuthorID (eLibrary):* 627841  
*ResearcherID (WoS):* AAD-3531-2020

## Антенно-фидерные системы КВЧ-радиоинтерферометров

Е.Ю. Гайнулина , В.Н. Иконников ,  
Н.С. Корнев , А.В. Назаров , Ю.И. Орехов

Российский федеральный ядерный центр –  
Всероссийский научно-исследовательский институт экспериментальной физики  
607188, Россия, Нижегородская обл., г. Саров,  
пр. Мира, 37

**Аннотация – Обоснование.** Развитие микроволнового метода исследования ударно-волновых и детонационных процессов с применением радиоинтерферометров требует разработки антенно-фидерных систем с учетом специфики газодинамических экспериментов. **Цель.** Проектирование антенно-фидерных систем радиоинтерферометров миллиметрового и субмиллиметрового диапазонов длин волн, разработка вариантов построения фидерных линий и зондирующих устройств. **Методы.** Приводятся результаты численного моделирования в CST MWS, теоретических расчетов и экспериментальных исследований антенно-фидерных систем радиоинтерферометров, подтверждающие эффективность предложенных технических решений. **Результаты.** Приведены требования к антенно-фидерной системе как составной части радиоинтерферометра. Обоснованы преимущества диэлектрических излучателей, предложены диэлектрические излучатели планарного типа. Показаны малогабаритные антенно-фидерные системы с диэлектрическими вставками, нашедшие свое применение в задачах зондирования в замкнутых объемах. С целью снижения потерь в фидерной линии и построения линий длиной до нескольких метров исследованы антенно-фидерные системы на прямоугольных сверхразмерных металлических волноводах, в том числе предложены пирамидальные рупорные переходы со стандартного сечения волновода на сверхразмерное сечение, комбинированная фидерная линия с использованием гибкого диэлектрического волновода для связи волновода стандартного и сверхразмерного сечения. Рассмотрена квазиоптическая двухзеркальная антенна, обладающая высоким пространственным разрешением и минимальными потерями. **Заключение.** В статье показаны преимущества микроволнового метода диагностики, представлены различные способы и схемы построения фидерных линий и обосновано применение типов зондирующих устройств (излучателей) в зависимости от решаемой задачи и диапазона рабочих частот.

**Ключевые слова** – радиоинтерферометр; антенно-фидерная система; зондирующее устройство; диэлектрический волновод; сверхразмерный волновод; квазиоптическая антенна.

### Введение

В настоящее время метод микроволновой диагностики прочно занял свою нишу среди современных методов исследования ударно-волновых и детонационных процессов. Получаемые с использованием микроволновой диагностики результаты существенно расширяют информативность, а также возможности и перспективы исследований свойств веществ и материалов при интенсивных динамических воздействиях.

Важными достоинствами метода являются его дистанционность и невозмущающий характер, а в сравнении с лазерными интерферометрическими системами – возможность проведения непрерывной регистрации движения ударных и детонационных волн в оптически непрозрачных материалах, к которым относятся практически все твердые высокоэнергетические материалы и многие полимерные материалы, используемые при исследованиях в качестве преград и экранов. Характерные размеры шероховатостей отражающих поверхностей, таких как шероховатости де-

тонационного фронта или поверхностей ударников и оболочек, значительно меньше длины волны микроволнового излучения. Таким образом, для микроволнового излучения такие поверхности являются почти гладкими, тогда как для лазерного метода – диффузно отражающими, что создает проблемы в расшифровке результатов лазерной диагностики [1].

Произошедший в начале 2000-х годов всплеск развития микроволновой техники привел к совершенствованию конструктивных схем радиоинтерферометров (РИ) миллиметрового (мм) диапазона длин волн и методов регистрации и обработки экспериментальных данных, что позволило перейти на совершенно новый качественный уровень исследований быстропротекающих процессов [2]. В НИИИС им. Ю.Е. Седакова разработана серия РИ, предназначенных для измерения кинематических и отражательных характеристик быстропротекающих процессов. Так, в работе [3] представлены некоторые результаты применения интерферометров 8- и 3-мм диапазона длин волн.



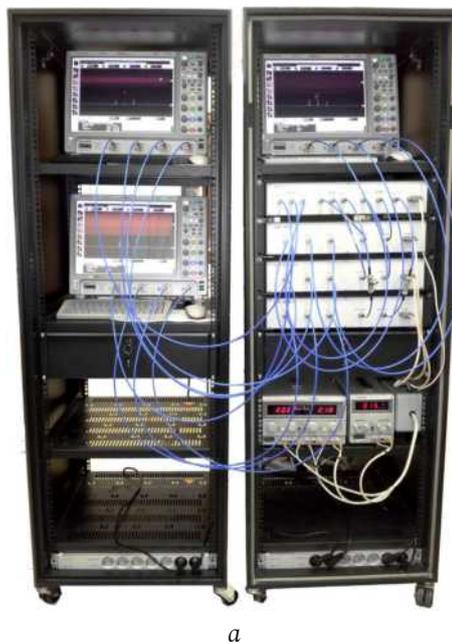
Рис. 1. Одноканальный интерферометр трехмиллиметрового диапазона РИ-03  
Fig. 1. Single-channel interferometer of the three-millimeter range RI-03

Создание одноканального РИ трехмиллиметрового диапазона РИ-03 (рис. 1) позволило начать целый цикл работ по микроволновой диагностике быстропротекающих процессов, разработать и освоить новые методы радиоволновых измерений, недоступные ранее.

Это стало возможным благодаря высокому энергетическому потенциалу приемопередатчика (более 60 дБ), малой рабочей длине волны (3,2 мм), существенно меньшей, чем у ранее существовавших аналогов, и широкому диапазону регистрируемых скоростей: от долей миллиметра в секунду до 10 км/с.

Однако, несмотря на несомненные достоинства, радиоинтерферометр РИ-03 имел недостатки. Энергетический потенциал прибора ограничивался из-за наличия на входе приемника сильной «засветки», обусловленной прямым прохождением на приемник сигнала мощного передатчика. Засветка возникла из-за неидеального согласования волноводных цепей внутри прибора с антенно-фидерной системой (АФС).

Конструктивные недостатки радиоинтерферометра РИ-03 были учтены при разработке многоканального радиоинтерферометра МРИ-03 (рис. 2, а) и радиоинтерферометра ПРИ-03. Наряду с информацией о движении, получаемой при использовании одноканальных РИ, с помощью МРИ-03 была решена задача реконструкции формы поверхности объектов и динамики ее изменения во времени. С помощью разработанного ПРИ-03 в активно-пассивном режиме одновременно реализованы измерения кинематических (радиоинтерферометрический режим) и тепловых (радиометрический режим) характеристик быстропротекающих процессов. В этом случае при-



а



б

Рис. 2. Внешний вид радиоинтерферометров МРИ-03 (а) и ПРИ-03 (б)  
Fig. 2. External appearance of radio interferometers MRI-03 (a) and PRI-03 (b)

бор представляет собой микроволновый радиоинтерферометр-радиометр (рис. 2, б).

Преимущества микроволнового способа зондирования инициировали дальнейшее развитие микроволновой радиоинтерферометрии и переход на более короткие длины волн – в субмиллиметровый диапазон (субмм), что позволяет увеличить точность и разрешающую способность измерений перемещений и скоростей диагностируемых объектов.

## 1. Антенно-фидерная система как составная часть радиоинтерферометра

При рассмотрении конструктивных схем РИ и методов проводимых с их помощью измерений важным вопросом является трансляция зондирующего излучения от РИ до объекта исследований.



Рис. 3. Внешний вид диэлектрического волновода  
Fig. 3. External appearance of the dielectric waveguide

Основные требования к волноведущим системам связаны с минимизацией потерь на передачу излучения, а также со снижением стоимости и удобством использования. Условия газодинамического эксперимента также накладывают ограничения на выбор АФС для использования в составе РИ. Таким образом, АФС должна обеспечивать:

- размещение измерительной аппаратуры за защитной преградой, вне прямой видимости от исследуемого объекта, т. е. протяженность и гибкость тракта;
- минимальные потери при передаче зондирующего и информационного сигналов.

К излучателю АФС предъявляются требования:

- формирование излучения с высоким пространственным разрешением;
- перекрытие исследуемым объектом главного лепестка диаграммы направленности облучателя;
- низкий уровень фонового излучения.

## 2. Диэлектрическая фидерная линия – причины выбора и варианты построения

Для трансляции зондирующего излучения могут применяться полые металлические волноводы (МВ) и диэлектрические волноводы (ДВ) [3; 4].

Последние нашли широкое применение в составе АФС различных КВЧ приемо-передающих устройств для передачи зондирующего излучения от интерферометра к экспериментальной сборке ввиду своей низкой стоимости по сравнению с другими типами волноводов (в рассматриваемом частотном диапазоне) и удобства использования (простая реализация радиальных изгибов).

### 2.1. Диэлектрическая линия трехмиллиметрового диапазона длин волн

Вариантом волноводной линии 3-мм диапазона длин волн является ДВ, представляющий со-

бой полотно из фторопласта сечением  $2,2 \times 1 \text{ мм}^2$  в пенополиэтиленовой оболочке, помещенной во внешнюю гофрированную оболочку из ПВХ (рис. 3). Указанный размер сечения ДВ обеспечивает одномодовый режим распространения основной волны  $HE_{11}$  и погонные потери не более 2 дБ/м, что допускает использование волновода длиной до 10 м. При этом допустимы радиусы изгибов волноводов не менее  $20\lambda$  практически без изменения фазового набега.

Для использования описанного ДВ в составе линии передачи (ЛП) в тракте РИ его необходимо согласовать с приемным входом. Для этого можно использовать плавные волноводные переходы с ДВ на прямоугольный МВ стандартного сечения  $2,4 \times 1,2 \text{ мм}^2$  [5].

Наиболее очевидным решением с точки зрения согласования антенны с ДВ является использование в качестве антенны открытого конца самого ДВ (рис. 3). Для исследования его направленных свойств проведены численное моделирование диаграммы направленности (ДН) и экспериментальные измерения амплитудного распределения (АР) поля в плоскости поляризации основной волны  $HE_{11}$ . В пакете CST MWS была получена ДН для открытого конца ДВ из фторопласта-4 с  $\epsilon = 2,2$ ,  $\text{tg} \delta = 2 \cdot 10^{-4}$ , моделирование проводилось на рабочей частоте  $f = 92,5 \text{ ГГц}$ . ДН в плоскости поляризации основной волны представлена на рис. 4.

Как видно из рис. 4, открытый конец ДВ является широконаправленной антенной с шириной главного лепестка по уровню минус 3 дБ  $2\theta = 33^\circ$ . Максимальный уровень боковых лепестков составляет минус 17,1 дБ, что позволяет не учитывать их в условиях решаемых задач.

Как было отмечено в требованиях к антенне, главный лепесток ее диаграммы направленности должен быть перекрыт исследуемым объектом.

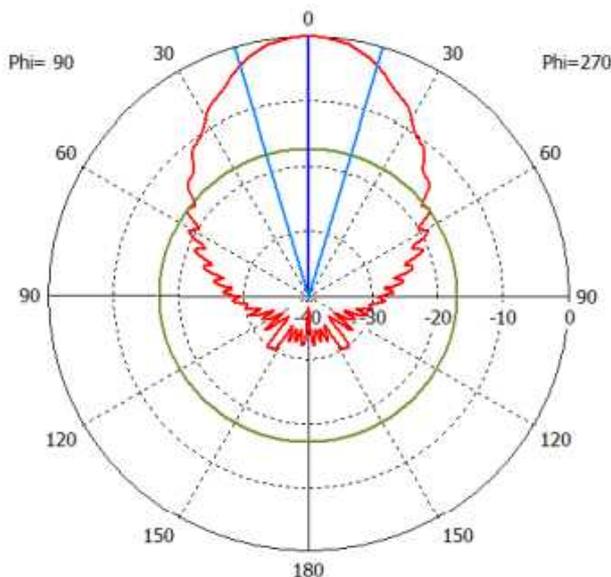


Рис. 4. Диаграмма направленности открытого конца ДВ (CST MWS)  
 Fig. 4. Directional diagram of the open end of the DW (CST MWS)

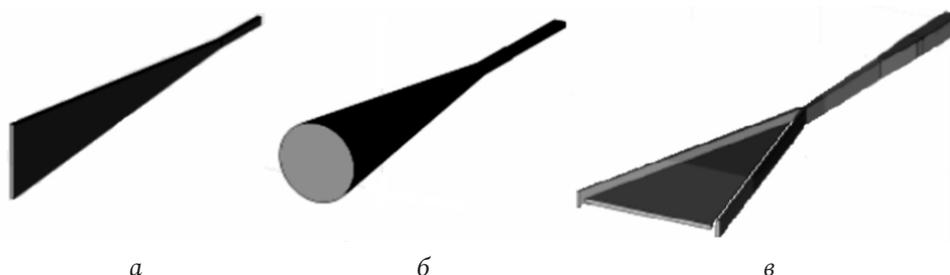


Рис. 5. Конструкции конического (б) и планарных излучателей (а, в)  
 Fig. 5. Designs of conical (b) and planar emitters (a, c)

Ввиду широкой направленности антенны для расчета минимальных размеров исследуемого объекта можно взять ширину главного лепестка ДН по уровню минус 10 дБ, составляющую  $2\theta = 65^\circ$ , тогда размеры исследуемого объекта должны определяться соотношением:  $R_{об} > r \operatorname{tg}(\theta)$ , где  $R_{об}$  – радиус исследуемого объекта;  $r$  – расстояние от апертуры до исследуемого объекта;  $\theta$  – угловой размер половины ширины главного лепестка ДН открытого конца ДВ по уровню минус 10 дБ. Например, при удалении объекта от антенны на расстояние до 100 мм его радиус должен быть не менее 64 мм.

Данная оценка размеров исследуемого объекта справедлива только при зондировании в вакууме, при зондировании в диэлектрической среде ДН открытого конца ДВ является более узкой.

## 2.2. Диэлектрические планарные излучатели трехмиллиметрового диапазона

Для решения задач многоканальной интерферометрии (МПИ) в силу их специфики потребо-

валось создание волноводных излучателей на основе многомодовых ДВ [6]. Для типовых условий таких задач объекты исследований и диапазон их перемещений характеризуются размерами в десятки длин волн. Для этих условий характерен дифракционный характер волнового излучения в зоне Френеля. С учетом дифракционного характера формирования зондирующего излучения и его взаимодействия с объектом диагностики, характерного для газодинамических опытов, была обоснована необходимость формирования зондирующего излучения в виде гауссовых волновых пучков [7].

Предложены диэлектрические конические и планарные клиновидные излучатели, которые, с одной стороны, обеспечивают сужение ДН за счет увеличения размера поперечного сечения антенны на апертуре, а с другой – формирование гауссовых волновых пучков (рис. 5). Конструкции излучателей защищены патентами РФ [8–10].

Ниже представлены некоторые результаты численного моделирования в CST MWS и экспе-

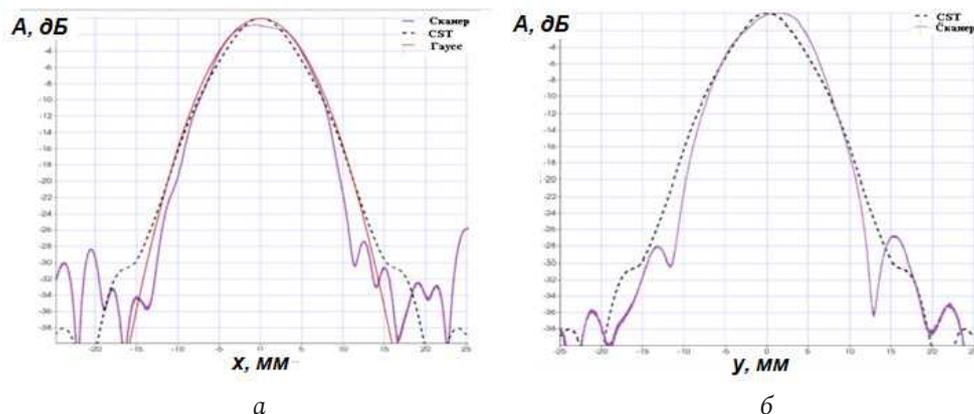


Рис. 6. Амплитудные распределения составляющей поля  $E_y$  конусного излучателя на расстоянии 10 мм (а – в H-плоскости; б – в E-плоскости)

Fig. 6. Amplitude distributions of the field component  $E_y$  of a conical emitter at a distance of 10 mm (a – in the H-plane; b – in the E-plane)

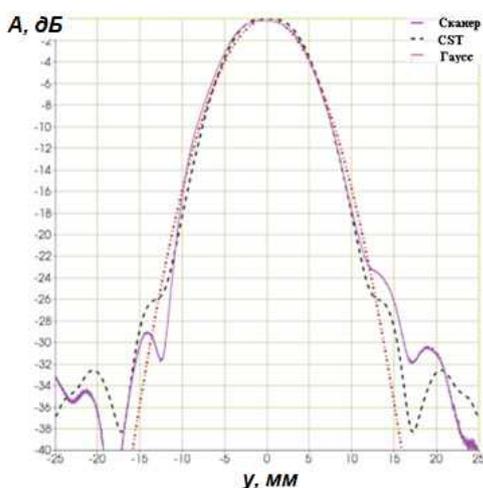


Рис. 7. Амплитудные распределения составляющей поля  $E_y$  клиновидного излучателя в E-плоскости на расстоянии 10 мм между плоскостями апертур излучателя и зонда (E-плоскость)  
 Fig. 7. Amplitude distributions of the field component  $E_y$  of a wedge-shaped emitter in the E-plane at a distance of 10 mm between the planes of the emitter and probe apertures (E-plane)

риментальных исследований на метрологически аттестованном стенде НИИИС конструкций излучателей, приведенных на рис. 5.

Конусный излучатель (рис. 5, б) обеспечивает осесимметричное излучение. Поскольку для многоканальных РИ предъявляется требование к разрешающей способности по поперечным координатам, для обеспечения этого требования рассмотрены возможности излучателей клиновидного типа с возбуждением со стороны вершины одномодовым ПДВ (рис. 5, а), а также с двухходовым возбуждением распределенной связью ДВ с клином по его боковым граням (рис. 5, в). Эти излучатели также нашли применение и в одноканальных РИ.

Результаты экспериментальных исследований и проведенного численного моделирования CST

АФР клиновидных излучателей в широком диапазоне изменения параметров изложены в [11]. Большая сторона сечения  $2b$  апертуры излучателя выбиралась в широком диапазоне размеров  $(2-10)\lambda$ , характерных для многомодового режима ДВ. Размер меньшей стороны сечения  $2a = 0,3125\lambda$  характерен для одномодового режима. Излучатель выполнялся из фторопласта ( $\epsilon = 2,08$ ). Угол раскрыва клина равен  $10^\circ$ , измерения проводились на  $\lambda = 3,2$  мм.

Для иллюстрации результатов экспериментальных исследований на рис. 6 и 7 приведены АР составляющей поля  $E_y$  для конусного и клиновидного излучателей соответственно. Для удобства сравнения размер большей стороны сечения на апертуре клиновидного излучателя и диаметр на апертуре конусного излучателя взяты одинаковыми, равными 16 мм ( $5\lambda$ ). Для сравнения приведены результаты численного моделирования в CST и расчетная АФР основной моды волнового пучка Гаусса – Эрмита (ПГЭ<sub>0</sub>).

Из представленных зависимостей АР видно, что для конусных излучателей (рис. 6) характерно наличие боковых экстремумов на уровне минус 15...20 дБ. Тем не менее клиновидные излучатели могут быть использованы в одноканальных РИ при условии задания поперечных размеров области облучения ОД, не превышающих ширину АФР по уровню ниже минус 30 дБ.

Экспериментальные исследования поля клиновидного излучателя показали, что уровень боковых лепестков менее минус 25 дБ, а АР имеет пучковый характер, однако отличается от функции Гаусса (рис. 7). Таким образом, проблема влияния на точность измерений неравномерности АФР в направлении оси остается.

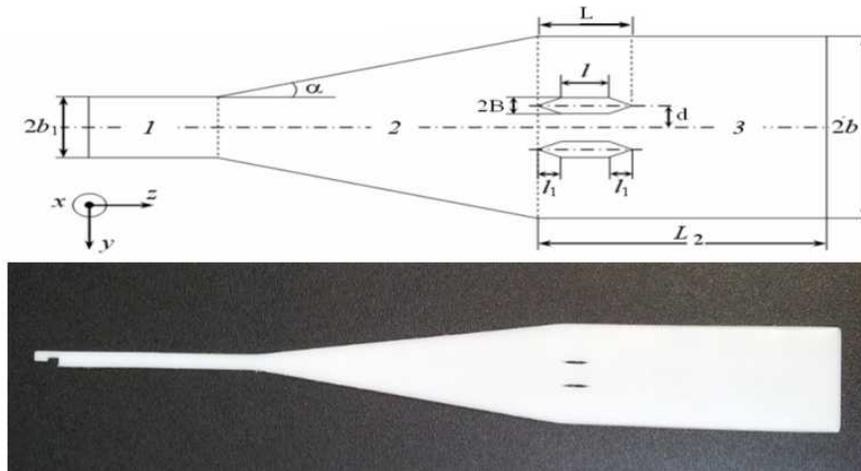


Рис. 8. Структура и внешний вид экспериментального образца излучателя с неоднородностями в форме клиновидных щелей  
 Fig. 8. Structure and appearance of the experimental sample of the emitter with inhomogeneities in the form of wedge-shaped slits

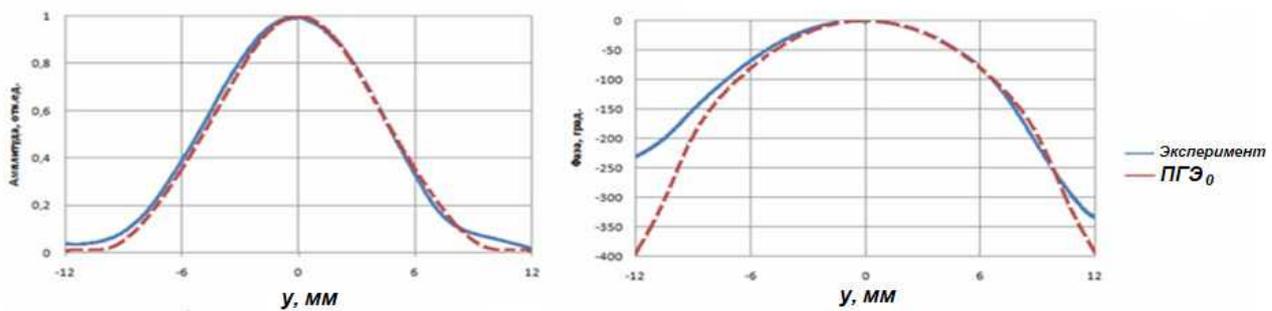


Рис. 9. Экспериментальные амплитудные и фазовые распределения составляющей  $E_y$  электрического поля в сравнении с ПГЭ<sub>0</sub> на расстоянии 20 мм от апертуры  
 Fig. 9. Experimental amplitude and phase distributions of the component  $E_y$  of the electric field in comparison with the PGE<sub>0</sub> at a distance of 20 mm from the aperture

Для расширения возможностей диагностики и задач МРИ принципиально необходимо формирование ПГЭ<sub>0</sub>. Распределение поля в этом случае не имеет нулей, что исключает ошибку измерения перемещений за счет скачков фазы, характерных для распределения поля с боковыми лепестками. Кроме того, максимально простое аналитическое описание ПГЭ<sub>0</sub> обеспечивает обработку сигналов МРИ с высокой точностью.

Хотя клиновидные излучатели могут быть использованы в одноканальных РИ при условии задания поперечных размеров области облучения объекта диагностики, не превышающих ширину АФР по уровню ниже минус 30 дБ, такой излучатель предоставляет ограниченные возможности управления амплитудами высших мод на апертуре, а значит, и формирования ПГЭ<sub>0</sub> с требуемой точностью. Это связано с тем, что выбор параметров перехода обусловлен прежде всего необходимостью обеспечения минимальных потерь (условием «адиабатичности»). В этом случае профиль перехода линейный, в результате чего преобразо-

вание мод на переходе носит характер деформации структуры возбуждающего поля, а преобразование в высшие моды ничтожно мало.

Предложено эффективное техническое решение [12; 13] излучателя на основе отрезка широкоформатного прямоугольного ДВ (ШПДВ) с клиновидным переходом от одномодового ДВ (рис. 8). В плоскости, параллельной широким граням волновода, ширина поперечного сечения зондирующего поля может быть значительно сужена по сравнению с полем одноволнового режима в другой плоскости.

Клин 2 выполняет роль плавного перехода от одномодового ДВ 1 к многомодовому 3. Облучатель на основе ШПДВ формирует зондирующее поле с независимым управлением АФР поля в двух ортогональных направлениях. Возможность управления АФР излучения торца ШПДВ обеспечивается в многомодовом режиме посредством контролируемого суммирования собственных мод с определенными амплитудами.

Предложен метод реализации требуемого для синтеза ПГЭ<sub>0</sub> модового состава полей ШПДВ.

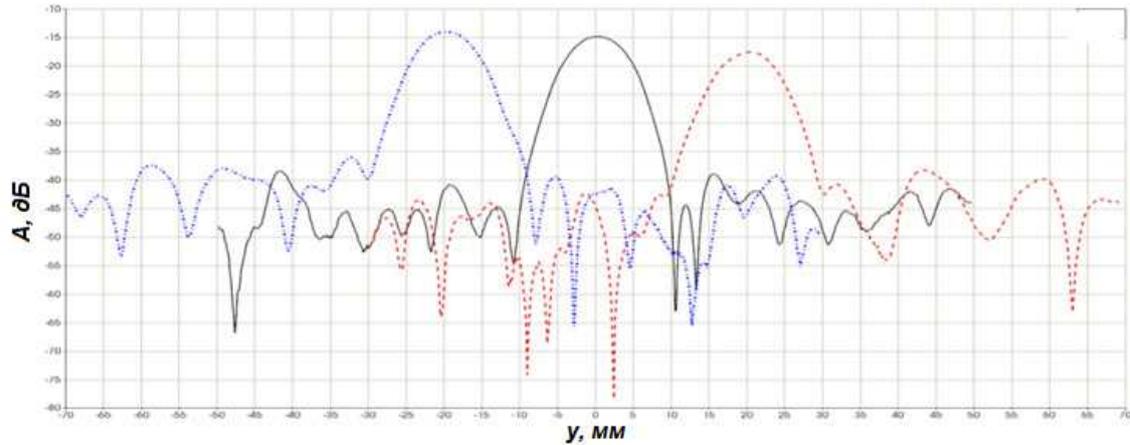


Рис. 10. Экспериментальные АР  $E_y(y)$  в Е-плоскости для трехканальной системы излучателей  
Fig. 10. Experimental AR  $E_y(y)$  in the E-plane for a three-channel system of emitters

АФР поля излучения на торце регулярного участка ШПДВ аппроксимируется ПГЭ<sub>0</sub> на основе волн  $HE_{11}$ ,  $HE_{13}$ ,  $HE_{15}$  ШПДВ. Задача возбуждения требуемого набора высших мод с заданными амплитудно-фазовыми соотношениями и управление модовым составом решена введением локальных неоднородностей на отрезке регулярного ШПДВ.

Для минимизации уровня отражений от неоднородностей, вводимых в отрезок ПДВ и обеспечения минимально возможного среднеквадратичного отклонения (СКО) АР излучаемого пучка от ПГЭ<sub>0</sub> форму щелей предложено выполнять в виде шестиугольников, вытянутых вдоль оси (рис. 8). По результатам проектирования изготовлены конструкции излучателей, варианты которых защищены патентом РФ [14]. Синтезированное АФР ПГЭ<sub>0</sub> практически совпадает с результатами численного моделирования в программе CST MWS в диапазоне расстояний от 20 до 100 мм. На рис. 9 и 10 в сравнении с АФР ПГЭ<sub>0</sub> также приведены измеренные на расстоянии 20 мм от апертуры экспериментальные амплитудные и фазовые распределения формируемого излучателем зондирующего пучка и измеренные на том же расстоянии АР трехканальной системы излучателей для применения в многоканальной диагностике. До уровня минус 35 дБ АР совпадают с ПГЭ<sub>0</sub> с СКО не хуже  $10^{-3}$ .

Разработанные излучатели вошли в состав одноканального и многоканального РИ и применяются при диагностике газодинамических процессов.

### 3. Малогабаритные АФС с диэлектрическими вставками

Существует ряд задач, где требуется диагностика газодинамических процессов в замкнутых

объемах, свободное пространство внутри которых ограничено. Для таких применений необходимы излучатели с минимальными габаритами, формирующие осесимметричную ДН с шириной по уровню 0,5 не более  $40^\circ$ , обеспечивающие амплитудное и фазовое распределения поля излучения в пределах требуемого участка движущейся в диагностируемом замкнутом объеме поверхности и обеспечивающие минимальный уровень боковых лепестков (УБЛ).

Требование такой малой ширины зондирующего пучка при отношениях  $D/\lambda$  не более 3, нереализуемое для металлических волноводных излучателей, может быть также выполнено при применении диэлектрических излучателей, у которых формирование ДН обеспечивается физической апертурой, превышающей геометрическую.

В работе [15] представлены результаты исследования и проектирования малогабаритных излучателей АФС КВЧ РИ, которые отвечали бы предъявленным требованиям. АФС должна обеспечивать формирование излучения трехмиллиметрового диапазона длин волн ( $\lambda = 3,2$  мм) через отверстие в экране из фторопласта. В качестве подводящей линии для создаваемой АФС используется МВ внутренним сечением 2 мм, а внешний диаметр МВ выбирается равным 3 мм из технологических соображений.

В силу специфики ДВ как открытых систем у волноведущих диэлектрических элементов (стержень, конус и т. п.) направленность определяется поперечным сечением распределения потока мощности волны  $HE_{11}$  со спадом поля на границе сечения на 15-20 дБ. Поэтому на открытом конце МВ было предложено разместить соосно диэлектрический излучатель с габаритами внешней на-

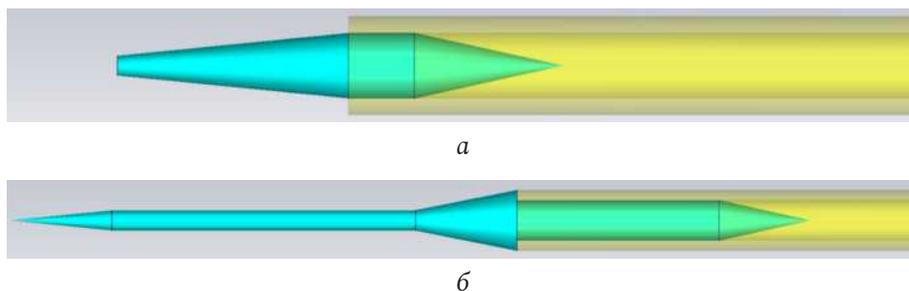


Рис. 11. Варианты стержневых диэлектрических излучателей: *a* – с толщиной, равной диаметру МВ и усеченным заострением; *b* – с толщиной, меньшей диаметра МВ, со скачкообразным изменением радиуса сечения  
 Fig. 11. Variants of rod dielectric emitters: *a* – with a thickness equal to the diameter of the MV, with a truncated point; *b* – with a thickness less than the diameter of the MV, with a stepwise change in the radius of the section

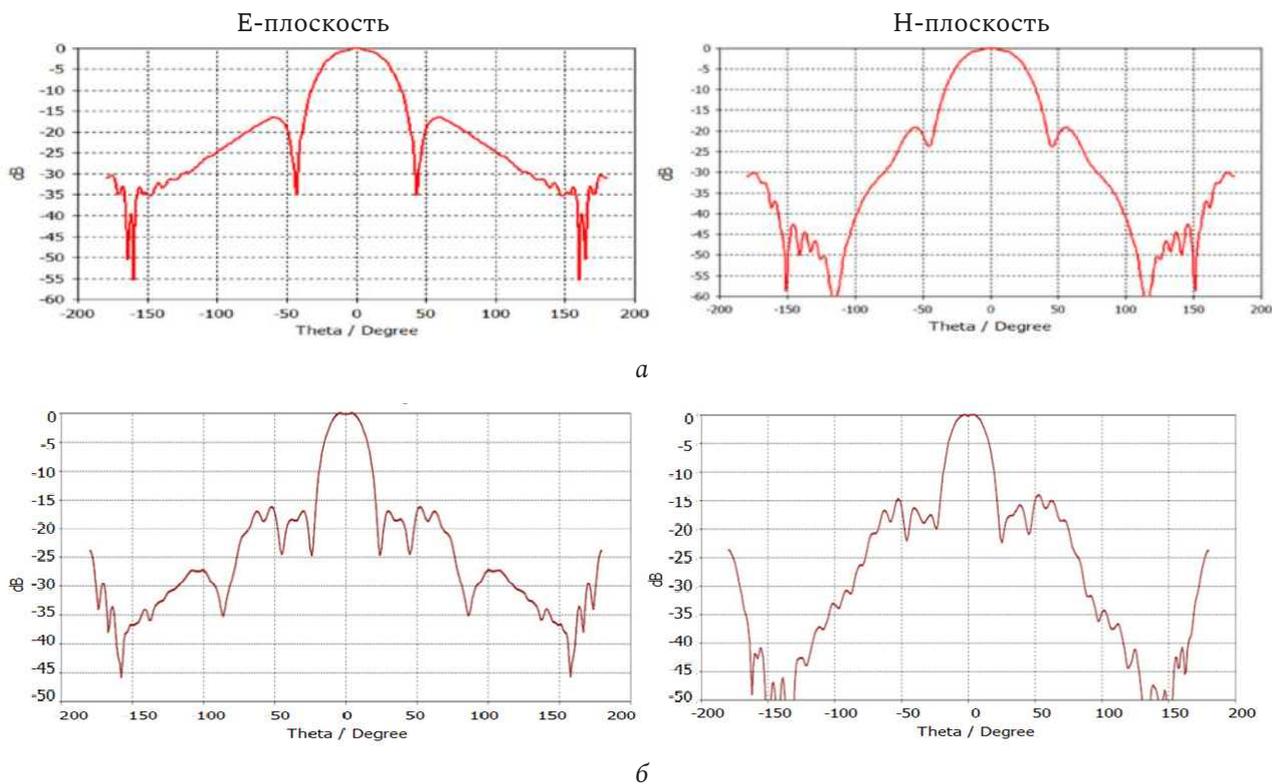


Рис. 12. Диаграмма направленности, формируемая стержневым излучателем из полистирола, представленным на: *a* – рис. 11, *a*; *b* – рис. 11, *b*  
 Fig. 12. Directional pattern formed by a polystyrene rod radiator shown in: *a* – Fig. 11, *a*; *b* – Fig. 11, *b*

садки не более 10 мм по продольной и поперечным координатам.

Предложены конструкции диэлектрических излучателей АФС, и в программе CST MWS были получены результаты численного моделирования для них.

### 3.1. Стержневой диэлектрический излучатель

Стержневой излучатель выполнен в виде штыря из полистирола или кварца с плавным коническим заострением. Толщина стержня выбрана равной (рис. 11, *a*) или меньшей (рис. 11, *b*) внутреннего диаметра МВ, а длина его внешней (излучающей) части составляет 10 мм.

У излучателей такого типа физическая апертура зависит от их толщины и материала. Например, по результатам моделирования конструкции со стержнем из полистирола диаметром 2 мм, равным внутреннему диаметру МВ (рис. 11, *a*), получен почти симметричный пучок с УБЛ минус 16,6 дБ. Ширина ДН составила 41,9° и 43,6° в двух плоскостях соответственно (рис. 12, *a*). Предельной следует считать длину излучателя 7 мм. Дальнейшее его укорочение ведет к расширению ДН и росту УБЛ.

Особенностью варианта конструкции (рис. 11, *b*) является наличие плавного перехода от стержня диаметром 2 мм, равного внутреннему диа-

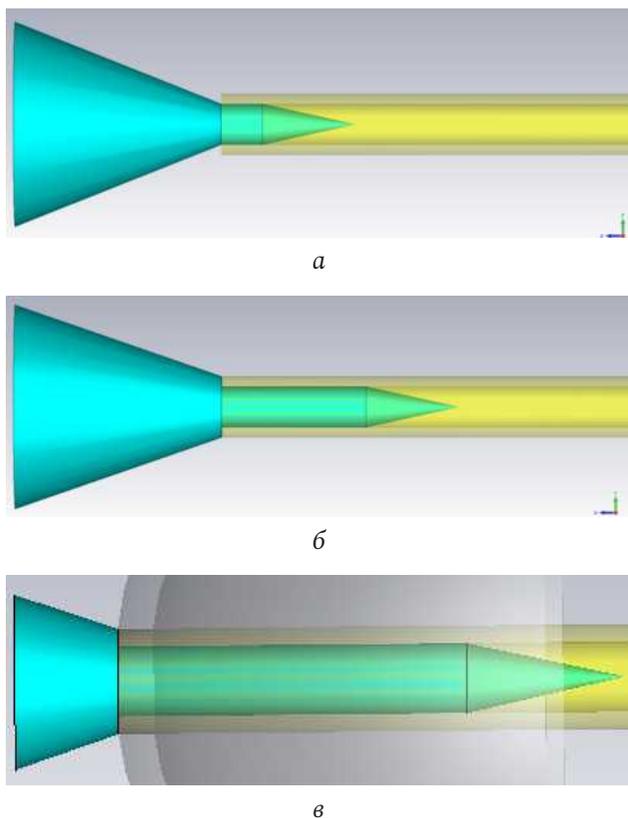


Рис. 13. Варианты диэлектрического конического излучателя  
Fig. 13. Variants of a dielectric conical emitter

метру МВ, к тонкому стержню диаметром 1 мм. Длина плавного перехода выбиралась равной (4–5) мм. Длина внешней части излучателя составляет 25 мм.

Введение конического перехода со скачкообразным изменением радиуса сечения на выходе из МВ, равным 0,5 мм (рис. 11, б), улучшает согласование, уменьшая тем самым УБЛ до значения минус 14,3 дБ при достижении узкой ДН (рис. 12, б).

### 3.2. Диэлектрический конический излучатель

Предложенный конический излучатель имеет длину и диаметр раскрытия 10 мм. Конус является продолжением диэлектрического штыря, введенного в МВ (рис. 13).

ДН, формируемая коническим излучателем из полистирола (рис. 13, а), приведена на рис. 14, а. Получен практически симметричный узконаправленный волновой пучок по уровню до минус 10 дБ с распределением поля, близким к гауссову. Ширина диаграммы направленности в Е- и Н-плоскостях равна 26,5° и 24,9° соответственно. УБЛ не превышает минус 20 дБ.

Известно [16], что излучатели, на выходе которых формируется волновой пучок в виде основной моды Гаусса – Эрмита, обеспечивают значительно

большую точность радиоинтерферометрических измерений при диагностике газодинамических процессов за счет существенного уменьшения уровня боковых лепестков. Отмечалось [6], что одним из способов формирования гауссова распределения поля на апертуре излучателя является возбуждение высшей моды в определенном соотношении с основной модой.

Предложена конструкция с резкой нерегулярностью в виде скачкообразного изменения диаметра сечения диэлектрического элемента на выходе из МВ с 2 мм до 3 мм (рис. 13, б). На резкой нерегулярности эффективно возбуждается волна высшего симметричного типа  $EH_{12}$  и в сочетании с основной волной  $HE_{11}$  обеспечивает формирование ДН гауссова типа. Модификация конструкции позволила получить существенно лучшие по сравнению с диэлектрическим конусом без скачкообразного изменения диаметра сечения параметры излучения – ширина ДН составила 24,8° в Е-плоскости и 23,4° в Н-плоскости, гауссово распределение поля волнового пучка наблюдается до уровня минус 19 дБ при УБЛ, не превышающем минус 21 дБ (рис. 14, б). При более строгих требованиях к внешним габаритам излучателя возможно дальнейшее уменьшение габаритов до апертуры 5 мм и длины внешней конической части 2,85 мм (рис. 13, в), что даст расширение ДН не более чем на 10°, не ухудшая УБЛ (рис. 14, в).

Результаты экспериментальных исследований на частоте 93,7 ГГц на примере двух оптимальных образцов излучателей малогабаритной АФС обобщены на рис. 15. Они хорошо согласуются с результатами моделирования, что подтверждает возможность применения выбранных вариантов диэлектрических излучателей АФС для широкого диапазона радиоинтерферометрических задач зондирования, в том числе в условиях жестких требований к габаритам АФС при установке внутри измерительных узлов, свободное пространство внутри которых ограничено.

У конических излучателей с диаметром раскрытия 10 мм достигается минимальная (из исследованных малогабаритных моделей) ширина ДН. Для применения в составе РИ при зондировании объектов как в открытых, так и в замкнутых объемах следует выделить излучатель с укороченной конической вставкой со скачкообразным изменением диаметра сечения, у которого паразитное боковое излучение практически не облучает зондируемую поверхность – в формируемой им ДН минимумы основного лепестка находятся

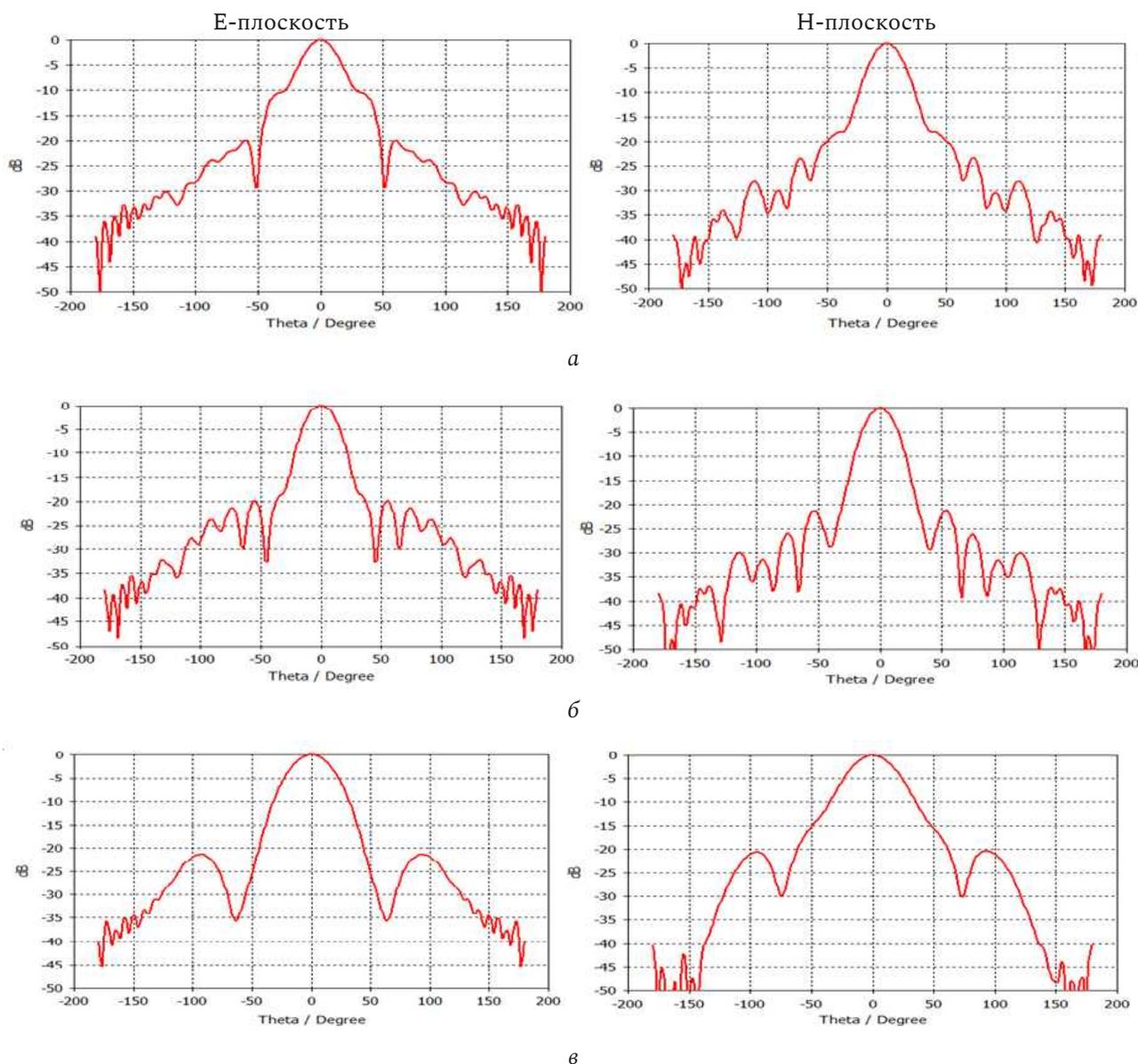


Рис. 14. Диаграммы направленности, формируемые коническим излучателем из полистирола, представленным на: а – рис. 13, а; б – рис. 13, б; в – рис. 13, в  
 Fig. 14. Directional patterns formed by a conical polystyrene radiator shown in: a – Fig. 13, a; b – Fig. 13, b; c – Fig. 13, c

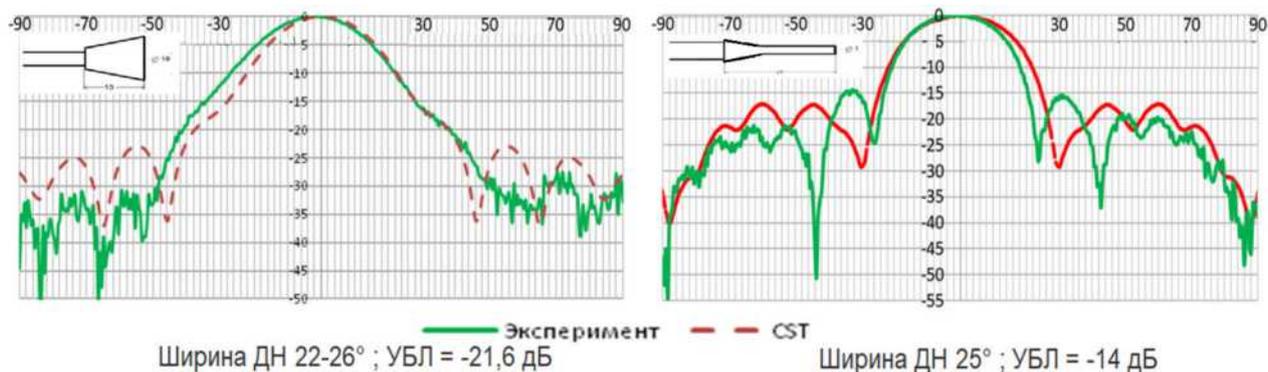


Рис. 15. Экспериментальные АР образцов малогабаритных излучателей в сравнении с результатами моделирования CST  
 Fig. 15. Experimental AR of small-sized emitter samples in comparison with CST modeling results

в районе углов  $\pm(60\ 70)^\circ$ , а первый боковой лепесток имеет максимум в направлении углов  $\pm(90\ 100)^\circ$  относительно направления максимума основного лепестка. Это свойство позволит избежать множественных переотражений, искажающих результат.

Предложенные варианты диэлектрических излучателей КВЧ РИ позволили обеспечить узконаправленность излучения и УБЛ, недостижимые при использовании металлических волноводных и рупорных излучателей с теми же размерами.

#### 4. Линии передачи с малыми потерями на сверхразмерном металлическом волноводе

Как уже было отмечено, вариантом решения задачи повышения точности измерений и динамических свойств КВЧ-радиометра является уменьшение потерь в АФС. Специфика газодинамических экспериментов требует размещения приемо-передатчика на безопасном расстоянии от объекта измерений, а антенны – в непосредственной близости к нему. Используемые в газодинамических экспериментах ДВ, имеющие погонные потери около 2,5 дБ/м, ограничивают длину волноводного тракта для его применения в составе КВЧ РИ длиной не более 2 м. Дальнейшее увеличение длины ДВ приводит к росту потерь в волноводном тракте, уменьшению отношения мощности полезного сигнала к мощности шума на выходе измерительной системы.

Задача снижения потерь в ЛП, особенно в мм и субмм диапазонах длин волн, является чрезвычайно актуальной [17]. На сегодняшний день известны ленточные ДВ [18], квазиоптические лучевые зеркальные и другие подобные им направляющие структуры [19; 20], имеющие в мм диапазоне длин волн погонные потери менее 0,1 дБ/м. Однако данные ЛП обладают недостатками: ленточные ДВ не допускают изгибов, касаний и неоднородностей диэлектрического полотна, квазиоптические зеркальные волноводы требуют прецизионной юстировки. Поэтому применение перечисленных ЛП в газодинамических экспериментах в составе ЛП КВЧ-радиометра может быть затруднено.

Известным классом ЛП с малыми потерями являются сверхразмерные металлические волноводы (СРМВ) прямоугольного и круглого сечений [21; 22], которые при соотношении размера сечения  $D$  волновода и длины волны  $\lambda$ , равного  $D/\lambda = 5 \dots 20$ , обеспечивают погонные потери на

порядок меньше, чем в одномодовых прямоугольных МВ стандартного сечения.

При проектировании ЛП на СРМВ необходимо учитывать многомодовый режим распространения волн. Число возможных типов волн пропорционально  $S/\lambda^2$ , где  $S$  – площадь поперечного сечения волновода. По этой причине в ЛП на СРМВ недопустимы резкие нерегулярности, а оптимальное возбуждение таких ЛП в соответствии с принципами квазиоптики обеспечивается волновым пучком Гаусса с соотношением ширины пучка  $w$  (по уровню 0,5) к диаметру  $D$  волновода  $w/D = 0,5 \dots 0,6$ .

##### 4.1. Линии передачи на прямоугольном сверхразмерном металлическом волноводе

Наиболее простым вариантом реализации ЛП на СРМВ является линия на прямоугольном СРМВ.

Рассчитаны погонные потери для основной волны  $H_{10}$  в прямоугольном СРМВ стандартного сечения  $7,2 \times 3,4$  мм<sup>2</sup>, являющегося сверхразмерным на рабочей длине волны передатчика КВЧ РИ  $\lambda = 3,2$  мм. Согласно результатам моделирования, значение погонных потерь на рабочей длине волны  $\lambda = 3,2$  мм составило 0,76 дБ/м.

В качестве возбудителя ЛП на СРМВ был выбран плавный пирамидальный рупорный переход с сечения  $2,4 \times 1,2$  мм<sup>2</sup> на  $7,2 \times 3,4$  мм<sup>2</sup> длиной 30 мм ( $\sim 10\lambda$ ). Результаты его моделирования показали, что волноводный переход в частотном диапазоне от 90 до 100 ГГц имеет значение КСВН, не превышающее 1,15, среднее ослабление 0,09 дБ и является взаимным устройством, что позволяет использовать его в составе ЛП. Для экспериментального исследования погонных потерь в прямоугольном СРМВ были изготовлены отрезки длиной 0,5 м из стандартной трубы, для их возбуждения – плавные пирамидальные рупорные переходы с сечения  $2,4 \times 1,2$  мм<sup>2</sup> на  $7,2 \times 3,4$  мм<sup>2</sup> длиной 30 мм ( $\sim 10\lambda$ ) (рис. 16).

Измерения ослабления в четырех вариантах волноводных сборок показали, что КСВН во всех случаях не превышал 1,14. Экспериментальное значение погонных потерь в изготовленных прямоугольных СРМВ сечением  $7,2 \times 3,4$  мм<sup>2</sup> в рабочей полосе частот КВЧ РИ составляет 0,8 дБ/м, что близко к результатам моделирования и к теоретическому значению. Различие объясняется ограниченной точностью численной модели при моделировании, инструментальной погрешностью панорамного измерителя и неучтенными по-



Рис. 16. Волноводные узлы ЛП: а – прямоугольные СРМВ; б – пирамидальный волноводный переход  
 Fig. 16. Waveguide nodes of the LP: a – rectangular oversized metal waveguide; b – pyramidal waveguide transition

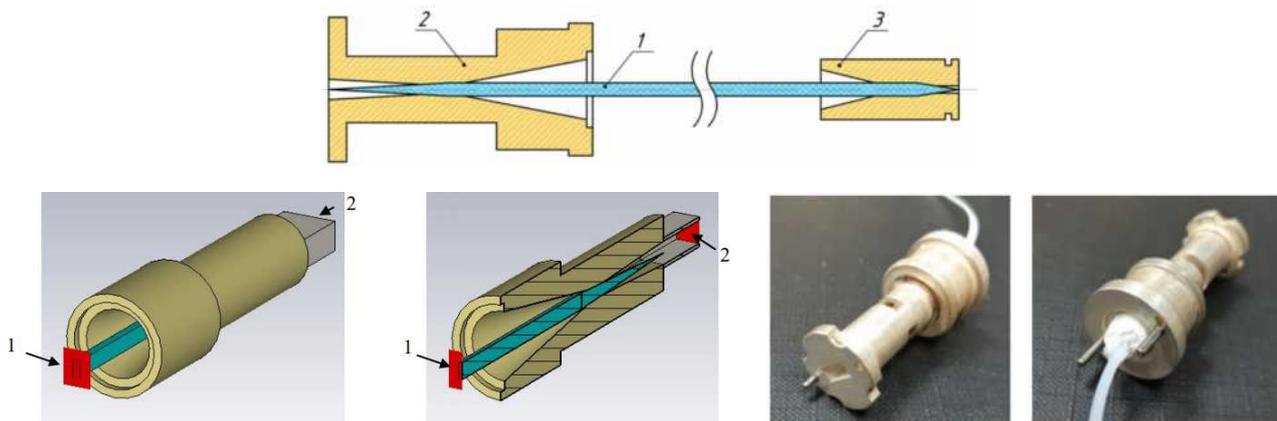


Рис. 17. Устройство гибкого волновода для связи МВ стандартного и сверхразмерного сечений, модель волноводного перехода с ДВ на СРМВ в CST MWS и его экспериментальный образец  
 Fig. 17. Flexible waveguide device for communication of standard and oversized metallic waveguide sections, model of waveguide transition from dielectric waveguide to oversized metal waveguide in CST MWS and its experimental sample

терями на различных неоднородностях, имеющих место в реальном волноводе. В частности, в [23] отмечено, что на высоких частотах определяющим фактором, влияющим на характеристики волновода, становится качество обработки (шероховатость) экранирующих поверхностей. Используя рассмотренную ЛП, выполненную на прямоугольных СРМВ, становится возможным отнести блок приемно-передатчика КВЧ РИ на расстояние до 9 м от места проведения эксперимента при сохранении чувствительности на уровне, сопоставимом с тем, который обеспечивается при применении ДВ длиной не более 2 м.

Данное решение имеет ряд недостатков. Жесткая конструкция волноводных соединений не позволяет производить изгибы волноводов, поэтому блок приемно-передатчика КВЧ РИ придется размещать в прямой видимости от объекта исследования на прямолинейном участке, что потребует дополнительных мероприятий по организации его защиты от воздействия прямой ударной волны. Другим недостатком является высокая стоимость изготовления СРМВ (особенно с серебряным покрытием). Поэтому использование СРМВ целесообразно в лабораторных условиях.

#### 4.2. Комбинированная линия передачи на прямоугольном СРМВ и ДВ

Очевидным решением, позволяющим обеспечить безопасность и сохранность блока приемно-передатчика, является использование гибких ДВ совместно с СРМВ. Участок, где необходимо выполнить волноводный изгиб, выполняется из ДВ, а регулярный участок – из прямоугольного СРМВ.

Для реализации возможности применения прямоугольных СРМВ в составе ЛП КВЧ РИ был предложен вариант гибкого волновода для связи МВ стандартного и сверхразмерного сечений [24], эскиз и экспериментальный образец которого представлен на рис. 17.

Площадь сверхразмерного сечения на выходе волноводного перехода 2 должна определяться из соотношения  $S/\lambda^2 = 2...8$ , где  $\lambda$  – рабочая длина волны. При этом длина расширяющегося участка волноводного канала должна быть не менее  $6\lambda$ . При такой конструкции волноводного перехода 2 обеспечивается минимальное преобразование основной волны  $H_{10}$  прямоугольного МВ в высшие типы волн благодаря концентрации электромагнитного поля основной волны внутри клинообразного участка ДВ и ее эффективное преобразование

в основную волну  $HE_{11}$  ДВ. Аналогичным образом при распространении волны  $HE_{11}$  по ДВ происходит обратное преобразование волны  $HE_{11}$  в  $H_{10}$  в волноводном переходе 3.

Для количественной оценки величины ослабления и качества согласования ДВ с СРМВ на переходе 2 было проведено численное моделирование ослабления и КСВН в обоих направлениях в диапазоне частот от 90 до 100 ГГц. На объемной модели (рис. 17) цифрами 1 и 2 обозначены соответствующие порты ввода-вывода СВЧ-мощности. Результаты моделирования КСВН и ослабления показали, что данный волноводный переход в частотном диапазоне от 90 до 100 ГГц имеет среднее значение КСВН, не превышающее 1,2, среднее ослабление 0,5 дБ и является взаимным устройством, что определяет возможность использования его в составе гибкого волновода для связи МВ стандартного и сверхразмерного сечений.

Волноводный переход с ДВ на СРМВ вошел в состав макета гибкого волновода для связи МВ стандартного сечения  $2,4 \times 1,2$  мм<sup>2</sup> и сверхразмерного сечения  $7,2 \times 3,4$  мм<sup>2</sup> с фторопластовым ДВ сечением  $2,2 \times 1,0$  мм<sup>2</sup>. Экспериментальные исследования показали, что суммарные потери в гибком волноводе при длине ДВ 0,5 м не превышают 1,1 дБ, а в каждом из волноводных переходов – 0,3 дБ.

Несмотря на возможность выполнения изгибов, слабым местом такой ЛП (с точки зрения воздействия прямой ударной волны) по-прежнему остается жесткий регулярный участок, содержащий прямоугольный СРМВ. Однако при использовании гибких волноводов возможно организовать защиту СРМВ от воздействия, ограничив тем самым уничтожаемый участок только частью заменяемого ДВ из состава гибкого волновода.

При переходе в субмм диапазон длин волн еще более остро встает задача минимизации потерь в тракте. В диапазоне частот около 300 ГГц тангенс угла потерь фторопласта Ф-4 возрастает до  $4 \cdot 10^{-4}$ , а погонный коэффициент ослабления волновода сечением  $0,9 \times 0,45$  мм<sup>2</sup> составляет примерно 12 дБ/м. Таким образом, при необходимой длине тракта не менее 1,5 м применение диэлектрической фидерной линии из Ф-4 в субмм диапазоне становится уже невозможным. Применение полиэтилена низкого давления (ПНД) с  $\text{tg} \delta \approx 2 \cdot 10^{-4}$  позволяет снизить погонные потери до 8 дБ/м, что, однако, также недостаточно для создания протяженных линий. В связи с этим применение ДВ в субмм диапазоне ограничено короткими

участками в составе комбинированной фидерной линии, обеспечивающими ее гибкость и разрыв при воздействии ударной волны. В этом случае в ходе эксперимента уничтожаются лишь СРМВ и ДВ, в то время как наиболее сложные в изготовлении узлы – рупорные переходы и волноводный фланец – остаются пригодными для дальнейшего использования.

На протяженном участке (~1 м) комбинированной фидерной линии может быть использован прямоугольный СРМВ со стандартным сечением волноводного канала  $7,2 \times 3,4$  мм<sup>2</sup>. При  $\lambda \approx 1$  мм расчетные потери в СРМВ составляют 0,8 дБ/м для моды  $H_{10}$  и 0,5 дБ/м для моды  $H_{01}$ . Исходя из этого факта, в качестве рабочей моды волновода целесообразно выбрать моду  $H_{01}$ .

Конструкция конических рупорных переходов, предназначенных для связи ДВ с выходным волноводом РИ сечением  $0,9 \times 0,45$  мм<sup>2</sup> и СРМВ, аналогична описанным выше. Потери на каждом переходе не превышают 1 дБ.

В качестве облучателя комбинированной АФС предлагается использовать открытый конец СРМВ как наиболее простой в реализации и обладающий приемлемыми характеристиками излучения. Результаты численного моделирования показали, что в Е-плоскости ширина ДН облучателя составляет  $7,4^\circ$ , УБЛ ДН – минус  $13,2$  дБ. В Н-плоскости ширина ДН –  $20,9^\circ$ , УБЛ – минус  $24,7$  дБ [25].

## 5. Квазиоптическая АФС трехмиллиметрового и субмиллиметрового диапазона

Другой вариант построения АФС основан на формировании в свободном пространстве волнового пучка осесимметричной двухзеркальной длиннофокусной антенной с эллиптической образующей малого зеркала [26].

Спецификой применения АФС в РИ является необходимость совпадения линии визирования исследуемых объектов с траекторией их движения, поэтому для защиты зеркальной антенны от разрушения при газодинамических экспериментах в АФС вводится разрушаемое плоское зеркало, разделяющее в пространстве оптическую ось антенны и вектор разрушений, совпадающий с направлением движения объекта. Схема измерений представлена на рис. 18, где 1 – большое зеркало, 2 – малое зеркало, 3 – плоское зеркало, 4 – взрывозащита антенны,  $r$  – расстояние от апертуры до

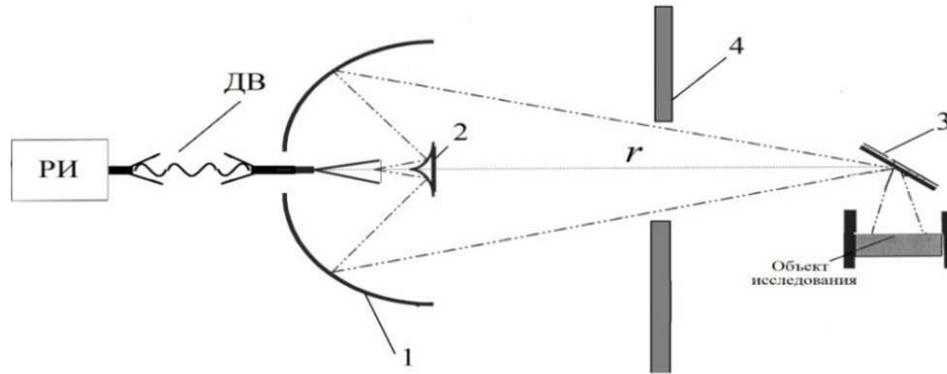


Рис. 18. Схема измерений при использовании квазиоптической АФС  
 Fig. 18. Measurement scheme using quasi-optical antenna-feeder system

фокуса. Антенна возбуждает квазиоптическую направляющую систему с плоским зеркалом, которое позволяет в зависимости от размеров и дальности нахождения исследуемого объекта перенаправить падающий пучок и сфокусировать его на диагностируемом объекте. В качестве демпфера связи РИ с антенной может использоваться отрезок ДВ длиной 40–60 мм.

При анализе работы антенны можно пользоваться геометрическим представлением (лучевой трактовкой распространения волны), поскольку выполняются условия ближней и промежуточных зон:  $r < 2D^2 / \lambda$ , где  $D$  – апертура антенны. Ширина формируемого фокального пятна  $l$  на уровне половины максимальной интенсивности излучения определяется формулой Рэлея:  $l = 1,21\lambda r / D$ , а глубина резкости по уровню 0,9 от максимума, соответствующего фокусу, для длиннофокусных антенн примерно равна  $(30 \dots 50)\lambda$ . Фокусное расстояние равно трем диаметрам апертуры  $D$ , и для фокусировки на расстоянии 1 м достаточен диаметр апертуры около 30 см.

Сущность рассматриваемой квазиоптической антенны хорошо иллюстрирует рис. 19, более подробно описанный в [27]. Малая фокальная ось В-В большого зеркала выполнена в виде осесимметричной вырезки из эллипсоида вращения. Диаметр малого зеркала  $d$  определяется из условия равенства расстоянию между фокусами  $F_n$  и  $F'_n$ . Малое зеркало выполняется в виде цилиндра, у которого обращенный к облучателю торец профилирован как осесимметричная вырезка из эллипсоида вращения. Один из его фокусов  $O$  лежит на оптической оси антенны и должен совпадать с фазовым центром рупорного облучателя (РО).

Характеристики всей антенны во многом определяет ДН первичного источника – РО. При этом важны форма основного лепестка в секторе об-

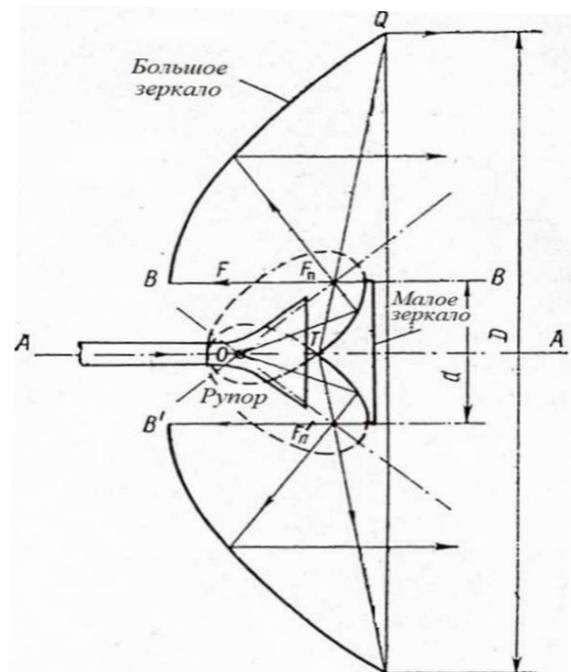


Рис. 19. Схема двухзеркальной антенны с расщепленным фокусом  
 Fig. 19. Schematic diagram of a two-mirror antenna with split focus

лучения малого зеркала, крутизна ДН и УБЛ вне сектора.

К РО для создания оптимального распределения поля на апертуре антенны предъявляются следующие требования:

- четко выраженный фазовый центр рупора, который должен совпадать с фокусом  $O$  малого зеркала по оси антенны;
- осесимметричная ДН в Е- и Н-плоскостях;
- уровень облучения внешней кромки малого зеркала должен быть не более минус 13...15 дБ от максимального значения главного лепестка ДН во избежание утечки энергии за пределы малого зеркала и для минимизации дифракционных эффектов на кромке.

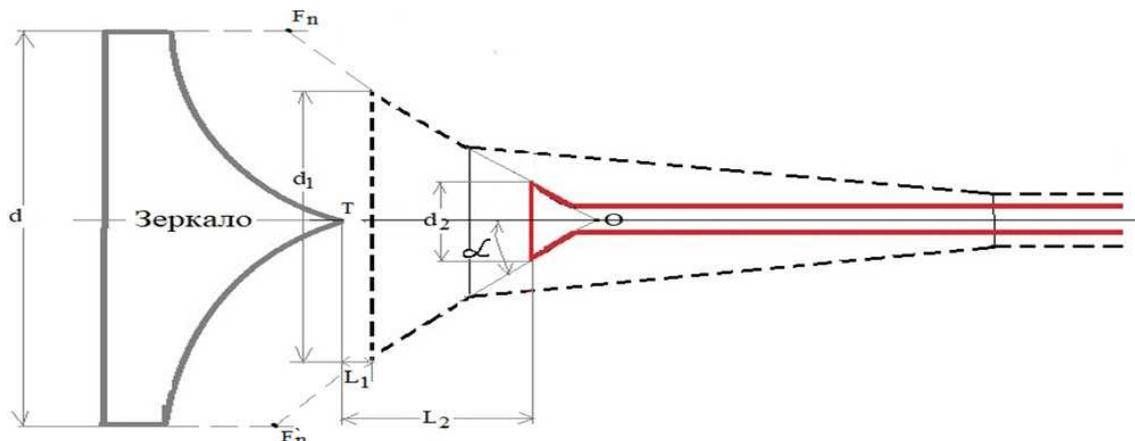


Рис. 20. Рупорный облучатель и его взаимное расположение относительно малого зеркала:  $\lambda_1 = 3,2$  мм (пунктирная линия);  $\lambda_2 = 1,06$  мм (сплошная линия)

Fig. 20. Horn feed and its relative position relative to the small mirror:  $\lambda_1 = 3,2$  mm (dashed line);  $\lambda_2 = 1,06$  mm (solid line)

Этим требованиям удовлетворяет расфазированный конический рупор с изломом конической образующей с углом  $40-50^\circ$  между образующей и осью симметрии. Фазовый центр у таких рупоров лежит у устья рупора.

В квазиоптической антенне, разработанной на конкретной частоте мм диапазона, система зеркал может быть использована также на любой другой более высокой частоте. Это справедливо при обеспечении рупорным облучателем заданных соотношений фокусов  $F_n$  и  $O$  и требований к облучателю, изложенных выше.

В работе [27] описана разработанная ранее в НИИИС квазиоптическая антенна трехмиллиметрового диапазона для радиоинтерферометрической диагностики газодинамических процессов, обладающая высоким пространственным разрешением порядка длины волны зондирующего излучения. Диаметры ее большого  $D$  и малого  $d$  зеркал составляют 320 мм и 20 мм соответственно. Антенна фокусирует излучение на расстоянии 984 мм от апертуры с разрешающей способностью по поперечной координате 10,5 мм и глубиной резкости (по уровню 0,9) 100 мм.

В связи с широкополосностью система зеркал антенны может работать и в субмм диапазоне, в частности на длине волны  $\lambda = 1$  мм, однако требует разработки соответствующего РО, эквивалентного облучателю трехмиллиметрового диапазона по электрическим характеристикам и конструктиву.

С помощью сравнительного численного моделирования РО в мм и субмм проведена оценка размеров РО субмм диапазона ( $\lambda = 1,06$  мм). На рис. 20 показаны облучатели мм и субмм диа-

пазона и их взаимное расположение относительно малого зеркала. Приведен контур РО для рабочей частоты 93,5 ГГц ( $\lambda_1 = 3,2$  мм) (пунктирная линия). Облучатель для рабочей частоты 282,3 ГГц ( $\lambda_2 = 1,06$  мм) изображен сплошной линией.

Параметры РО трехмиллиметрового диапазона взаимосвязаны с фокусами большого и малого зеркал. Угол  $\alpha$  полураскрыва излучающего расфазированного рупора равен  $45^\circ$ . Диаметр фокального кольца  $F_n F'_n$  равен диаметру  $d = 20$  мм малого зеркала. Близкая к симметричной ДН рупора с уровнем облучения внешней кромки малого зеркала не более минус 13 дБ от максимума ДН обеспечивается при диаметре  $d_1$  апертуры рупора, равном 13,5 мм.

Для РО, работающего на длине волны  $\lambda_2 = 1,06$  мм, для сохранения взаимосвязи геометрических размеров с фокусами зеркал должны быть сохранены угол  $\alpha$ , расстояние  $OT$  от фазового центра  $O$  до конического острия  $T$  малого зеркала, диаметр  $d$ . Для достижения на  $\lambda_2 = 1,06$  мм ДН, идентичной ДН трехмиллиметрового РО, диаметр апертуры рупора выбирается равным  $d_2 = 4,45$  мм. Соответственно, расстояние  $L_2$  от апертуры рупора до острия малого зеркала увеличивается с 2,35 мм до 6,85 мм.

Численное моделирование характеристик излучения обоих облучателей показало, что на рабочей частоте 93,5 ГГц исходный облучатель формирует практически симметричную ДН. Ширина ДН –  $39^\circ$  и  $42,5^\circ$  в Е- и Н-плоскостях соответственно. Уровень облучения кромки малого зеркала не более минус 20 дБ (Е-плоскость) и минус 13 дБ (Н-плоскость). Результаты моделирования ДН РО для АФС субмм диапазона, работающего на ча-

стоте 282,3 ГГц ( $\lambda_2 = 1,06$  мм), показывают практически полное совпадение ДН: ширина ДН разработанного РО составила 37,3° и 44,4° в Е- и Н-плоскостях соответственно. Уровень облучения кромки малого зеркала не более минус 25 дБ и минус 13 дБ в соответствующих плоскостях [28]. Обеспечена идентичность характеристик излучения двух РО, что позволит применять предложенную конструкцию на длине волны  $\lambda = 1,06$  мм для облучения трехмиллиметровой двухзеркальной системы АФС без перерасчета конструкций эллиптических поверхностей.

Квазиоптическая АФС хотя технологически является более сложной, но при этом позволяет реализовать пространственное разрешение порядка длины волны и получить минимально возможные потери в измерительном тракте как в мм, так и в субмм диапазонах длин волн, что расширяет возможности диагностики и увеличивает точность измерений параметров газодинамических процессов в субмм диапазоне длин волн. Данный ва-

риант АФС требует сложной юстировки, а также применим только при наличии защиты антенны от воздействия ударной волны и осколочного поражения.

## Заключение

В настоящее время радиоинтерферометрический метод диагностики является уникальным бесконтактным методом диагностики быстропротекающих процессов, широко применяемым для измерения параметров движения и электрофизических характеристик вещества. В статье показаны преимущества микроволнового метода и рассмотрен широкий диапазон способов и схем построения антенно-фидерных систем КВЧ-радиоинтерферометров, обосновано применение различных типов АФС – диэлектрических, металлических, комбинированных металлодиэлектрических, квазиоптических, в зависимости от решаемой задачи и диапазона рабочих частот.

## Список литературы

1. Невозмущающие методы диагностики быстропротекающих процессов / под. ред. д.т.н. А.Л. Михайлова. Саров: РФЯЦ-ВНИИЭФ, 2015. 322 с.
2. Состояние и перспективы развития микроволновой радиоинтерферометрии для диагностики газодинамических процессов / В.А. Канаков [и др.] // Антенны. 2016. № 1 (221). С. 49–54. URL: <https://elibrary.ru/item.asp?id=25680917>
3. Некоторые результаты применения в ИФВ РФЯЦ-ВНИИЭФ радиоинтерферометров миллиметрового диапазона длин волн для изучения газодинамических процессов / А.Л. Михайлов [и др.] // Экстремальные состояния вещества. Детонация. Ударные волны: тр. Межд. конф. VII Харитоновские тематические научные чтения. Саров, 14–18 марта 2005 г. Саров: РФЯЦ-ВНИИЭФ, 2005. С. 649–654.
4. Микроволновая диагностика ударно-волновых и детонационных процессов / В.М. Бельский [и др.] // Физика горения и взрыва. 2011. Т. 47, № 6. С. 29–41. URL: [https://sibran.ru/journals/issue.php?ID=120267&ARTICLE\\_ID=132478](https://sibran.ru/journals/issue.php?ID=120267&ARTICLE_ID=132478)
5. Патент RU 2557472. Волноводный переход от металлического волновода к диэлектрическому / В.Ф. Взятыхшев, Ю.И. Орехов, А.Г. Панкратов и др.; 20.07.2015.
6. Гайнулина Е.Ю., Штыков В.В. Многомодовый режим диэлектрических планарных волноводно-пучковых преобразователей // Известия вузов. Физика. 2012. Т. 55, № 8-3. С. 5–10. URL: <https://elibrary.ru/item.asp?id=18054069>
7. Дифракция зондирующих и информационных волновых пучков в процессе распространения и взаимодействия / В.В. Штыков [и др.] // Экстремальные состояния вещества. Детонация. Ударные волны: тр. Межд. конф. VIII Харитоновские научные чтения. Саров, 14–18 марта 2011 г. Саров: РФЯЦ-ВНИИЭФ, 2011. С. 694–698.
8. Патент RU 2485644. Диэлектрический конический излучатель / А.Г. Панкратов, А.В. Родионов, Е.Ю. Гайнулина, В.Н. Хворостин, В.Ф. Взятыхшев; 20.06.2013.
9. Патент RU 2447552. Планарный излучатель / В.Ф. Взятыхшев, Е.Ю. Гайнулина, Н.А. Макарычев, Ю.И. Орехов; 10.04.2012.
10. Патент RU 2515700. Диэлектрический планарный излучатель / В.Ф. Взятыхшев, Е.Ю. Гайнулина, Ю.И. Орехов, А.В. Родионов; 20.05.2014.
11. Взятыхшев В.Ф., Клячин С.А., Гайнулина Е.Ю. Дифракционные КВЧ волноводно-пучковые преобразователи на открытых многомодовых диэлектрических волноводах: физика явлений в ближней зоне и актуальные применения // Радиолокация и радиосвязь: тр. III Всероссийской науч.-техн. конф. Москва, 26–30 октября 2009 г. М.: ИРЭ РАН РФ, 2009. С. 186–187. URL: <http://jre.cplire.ru/jre/library/3conference/pdffiles/t009.pdf>
12. Гайнулина Е.Ю. Преобразователи амплитудно-фазового распределения полей на многомодовом диэлектрическом волноводе для радиоинтерферометрической диагностики объектов: дис. ... канд. техн. наук. Москва, 2014. 164 с.
13. Штыков В.В., Гайнулина Е.Ю., Назаров А.В. Реализация многомодового режима волн для синтеза АФР диэлектрических планарных облучателей // СВЧ-техника и телекоммуникационные технологии: тр. 24-й Межд. конф. «КрыМиКо 2014». Севастополь, 7–13 сентября 2014 г. Севастополь: Вебер, 2014. С. 623–624.
14. Патент RU 2578660 С1. Планарный диэлектрический излучатель / В.В. Штыков, Е.Ю. Гайнулина, А.В. Назаров, А.А. Седов, В.Н. Хворостин; 27.03.2016.

15. Гайнулина Е.Ю., Корнев Н.С., Назаров А.В. Исследование возможности создания малогабаритной антенно-фидерной системы КВЧ радиоинтерферометра // Информационные системы и технологии: сб. мат. докл. XXIII Межд. науч.-техн. конф. к 100-летию НГТУ ИСТ-2017. Нижний Новгород, 21 апреля 2017 г. Н. Новгород: НГТУ им. Р.Е. Алексеева, 2017. С. 1062–1067. URL: <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=41200731>
16. Диагностика газодинамических процессов микроволновыми интерферометрами с зондированием объектов гауссовыми волновыми пучками / В.Ф. Взятых [и др.] // Экстремальные состояния вещества. Детонация. Ударные волны: тр. Межд. конф. XVII Харитоновские тематические научные чтения. Саров, 23–27 марта 2015 г. Саров: РФЯЦ-ВНИИЭФ, 2015. С. 810–814.
17. Волноведущие системы КВЧ-диапазона с малыми потерями для применения в устройствах диагностики быстропротекающих газодинамических процессов / К.В. Минеев [и др.] // Будущее технической науки: сб. мат. XV Межд. молод. науч.-техн. конф. Нижний Новгород, 27 мая 2016 г. Н. Новгород: НГТУ им. Р.Е. Алексеева, 2016. С. 404–405.
18. Yeh C., Shimabukuro F.I. The Essence of Dielectric Waveguides. New York: Springer, 2008. 528 p.
19. Костенко А.А. Квазиоптика: исторические предпосылки и современные тенденции развития // Радиофизика и радиоастрономия. 2000. № 3. С. 221–246.
20. Князьков Л.Б., Руженцев Н.В. Периодическая линзовая линия передач миллиметрового и субмиллиметрового диапазона длин волн // Письма в журнал технической физики. 2008. № 20. С. 59–64. URL: <https://journals.ioffe.ru/articles/13844>
21. Волноводные линии передачи с малыми потерями / под. ред. В.Б. Штейншлейгера. М.: Издательство иностранной литературы, 1960. 480 с.
22. Казанцев Ю.Н., Харлашкин О.А. Круглые волноводы класса «полый диэлектрический канал» // Радиотехника и электроника. 1984. № 8. С. 1441–1450.
23. Бирюков В.В., Минеев К.В., Назаров А.В. Учет шероховатостей экранирующих поверхностей волноводов // Физика и технические приложения волновых процессов: мат. XIV Межд. науч.-техн. конф. Самара, 22–24 ноября 2016 г. Казань: ООО «16Принт», 2016. С. 143.
24. Патент RU 2657318. Гибкий волновод для связи металлических волноводов стандартного и сверхразмерного сечений / Е.Ю. Гайнулина, Н.С. Корнев, К.В. Минеев, А.В. Назаров, Ю.И. Орехов, Ю.А. Светлаков; 13.06.2018.
25. Антенно-фидерная система радиоинтерферометра субмиллиметрового диапазона / Е.Ю. Гайнулина [и др.] // Математические методы в технологиях и технике. 2023. № 5. С. 66–72. URL: <https://elibrary.ru/item.asp?id=54118756>
26. Айзенберг Г.З., Ямпольский В.Г., Терешин О.Н. Антенны УКВ. Ч. 2. М.: Связь, 1977. 288 с.
27. Антенны КВЧ-диапазона для систем радиовидения / В.А. Канаков [и др.] // Антенны. 2006. № 5 (108). С. 13–16. URL: <https://elibrary.ru/item.asp?id=9200087>
28. Варианты построения антенно-фидерной системы для задач радиоинтерферометрических измерений в субмиллиметровом диапазоне / Е.Ю. Гайнулина [и др.] // Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Приборостроение. 2024. № 2 (147). С. 37–54. URL: <https://elibrary.ru/item.asp?id=67964696>

## Информация об авторах

**Гайнулина Екатерина Юрьевна**, кандидат технических наук, старший научный сотрудник НИО разработки измерительных систем Российского федерального ядерного центра – Всероссийский научно-исследовательский институт экспериментальной физики, г. Саров, Нижегородская область, Россия.

*Область научных интересов:* теория волновых процессов, СВЧ-техника, антенная техника.

*E-mail:* okatrin@list.ru

*ORCID:* <https://orcid.org/0000-0002-8554-4116>

*SPIN-код (eLibrary):* 1154-1346

*AuthorID (eLibrary):* 889563

*ResearcherID (WoS):* O-8311-2016

**Иконников Владимир Николаевич**, кандидат физико-математических наук, старший научный сотрудник НИО разработки измерительных систем Российского федерального ядерного центра – Всероссийский научно-исследовательский институт экспериментальной физики, г. Саров, Нижегородская область, Россия.

*Область научных интересов:* микроволновое зондирование, КВЧ-техника, антенно-фидерные системы, радиофотоника.

*E-mail:* ikonnikov-vn@yandex.ru

*ORCID:* <https://orcid.org/0000-0001-9455-4001>

*SPIN-код (eLibrary):* 5415-6868

*AuthorID (eLibrary):* 923042

*ResearcherID (WoS):* IST-7258-2023

**Корнев Николай Сергеевич**, начальник НИО разработки измерительных систем Российского федерального ядерного центра – Всероссийский научно-исследовательский институт экспериментальной физики, г. Саров, Нижегородская область, Россия.

*Область научных интересов:* радиофизика, СВЧ-техника, антенная техника.

*E-mail:* korneff15@rambler.ru

*ORCID:* <https://orcid.org/0000-0002-7848-3917>

*SPIN-код (eLibrary):* 9853-6653

*AuthorID (eLibrary):* 998470

**Назаров Андрей Викторович**, кандидат технических наук, заместитель главного конструктора – начальник НИО разработки радиоэлектронных систем Российского федерального ядерного центра – Всероссийский научно-исследовательский институт экспериментальной физики, г. Саров, Нижегородская область, Россия.

Область научных интересов: электродинамика, радиолокация, антенны, техника СВЧ-, КВЧ- и оптического диапазонов.  
E-mail: nazarov52@mail.ru  
ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-0261-1724>  
SPIN-код (eLibrary): 6516-0650  
AuthorID (eLibrary): 615493  
ResearcherID (WoS): R-9919-2016

Орехов Юрий Иванович, доктор технических наук, главный научный сотрудник отдела перспективных научных исследований и разработок Российского федерального ядерного центра – Всероссийский научно-исследовательский институт экспериментальной физики, г. Саров, Нижегородская область, Россия.

Область научных интересов: радиофизика, СВЧ-техника, антенная техника.  
SPIN-код (eLibrary): 5355-0380  
AuthorID (eLibrary): 553962

## Physics of Wave Processes and Radio Systems

2025, vol. 28, no. 1, pp. 56–75

DOI [10.18469/1810-3189.2025.28.1.56-75](https://doi.org/10.18469/1810-3189.2025.28.1.56-75)

UDC 537.87

Original Research

Received 28 November 2024

Accepted 28 December 2024

Published 31 March 2025

### Antenna-feeder systems for EHF-radiointerferometers

Ekaterina Yu. Gaynulina , Vladimir N. Ikonnikov ,  
Nikolay S. Kornev , Andrey V. Nazarov , Yuriy I. Orekhov

Russian Federal Nuclear Center – All-Russian Research Institute of Experimental Physics  
37, Mira Avenue,  
Sarov, Nizhny Novgorod Region, 607188, Russia

**Abstract – Background.** The development of a microwave method for researching shock-wave and detonation processes using radio interferometers requires the development of antenna-feeder systems taking into account the specifics of gas-dynamic experiments. **Aim.** Design of antenna-feeder systems for radio interferometers in the millimeter and submillimeter wavelength ranges, development of options for constructing feeder lines and probing devices. **Methods.** The results of numerical modeling in CST MWS, theoretical calculations and experimental studies of interferometer antenna-feeder systems are presented, confirming the proposed technical solutions effectiveness. **Results.** The requirements for antenna-feeder systems as an integral part of the radiointerferometer are given. Dielectric emitters advantages are justified and planar dielectric emitters are proposed. Small-sized antenna-feeder systems with dielectric inserts are proposed, which have found their application in diagnostic tasks in closed volumes. In order to reduce losses in the feed line and build lines up to several meters, antenna-feeder systems on rectangular supersized metal waveguides have been studied, including the proposed pyramidal horn transitions from standard waveguide section to a supersized section, and a combined feeder line using a flexible dielectric waveguide to connect metal waveguides. A quasi-optical two-mirror antenna with high spatial resolution and minimal losses is considered. **Conclusion.** The article shows the microwave diagnostic method advantages, various methods and schemes for feeder lines constructing proposed and justifies probing devices (emitters) types usage depending on the solved problem and the operating frequency range.

**Keywords** – radiointerferometer; antenna-feeder system; probing devices; dielectric waveguide; supersized waveguide; quasi-optical antenna.

okatrin@list.ru (Ekaterina Yu. Gaynulina)

 © Ekaterina Yu. Gaynulina et al., 2025

### References

1. A. L. Mikhailov, Ed. *Non-Disturbing Methods for Diagnostics of Fast-Flowing Processes*. Sarov: RFYaTs-VNIIEF, 2015. (In Russ.)
2. V. A. Kanakov et al., “The state and prospects of the development of microwave radio interferometry for diagnosis of gas dynamic processes,” *Antenny*, no. 1 (221), pp. 49–54, 2016, url: <https://elibrary.ru/item.asp?id=25680917>. (In Russ.)
3. A. L. Mikhaylov et al., “Some of the results of application in the IFV RFD-VNIIEF of radio interferometers of millimeter wavelengths for studying gas-dynamic processes,” *Ekstremal’nye sostoyaniya veshchestva. Detonatsiya. Udarnye volny*: tr. Mezhd. konf. VII Kharitonovskie tematicheskie nauchnye chteniya. Sarov, 14–18 March 2005. Sarov: RFYaTs-VNIIEF, pp. 649–654, 2005. (In Russ.)
4. V. M. Bel’skiy et al., “Microwave diagnosis of shock waves and detonation processes,” *Fizika goreniya i vzryva*, vol. 47, no. 6, pp. 29–41, 2011, url: [https://sibran.ru/journals/issue.php?ID=120267&ARTICLE\\_ID=132478](https://sibran.ru/journals/issue.php?ID=120267&ARTICLE_ID=132478). (In Russ.)
5. V. F. Vzyatyshev, Yu. I. Orekhov, and A. G. Pankratov, “The wave water transition from the metal waveguide to the dielectric,” RU Patent 2557472, Jul. 20, 2015. (In Russ.)
6. E. Yu. Gaynulina and V. V. Shtykov, “Multi-moded mode of dielectric planar wave-water converters,” *Izvestiya vuzov. Fizika*, vol. 55, no. 8-3, pp. 5–10, 2012, url: <https://elibrary.ru/item.asp?id=18054069>. (In Russ.)

7. V. V. Shtykov et al., "Diffraction of sounding and information wave beams in the process of distribution and interaction," *Ekstremal'nye sostoyaniya veshchestva. Detonatsiya. Udarnye volny*: tr. Mezhd. konf. VIII Kharitonovskie nauchnye chteniya. Sarov, 14–18 March 2011. Sarov: RFYaTs-VNIIEF, pp. 694–698, 2011. (In Russ.)
8. A. G. Pankratov, A. V. Rodionov, E. Yu. Gaynulina, V. N. Khvorostin, and V. F. Vzyatyshev, "Dielectric conical emitter," RU Patent 2485644, Jun. 20, 2013. (In Russ.)
9. V. F. Vzyatyshev, E. Yu. Gaynulina, N. A. Makarychev, and Yu. I. Orekhov, "Planning emitter," RU Patent 2447552, Apr. 10, 2012. (In Russ.)
10. V. F. Vzyatyshev, E. Yu. Gaynulina, Yu. I. Orekhov, and A. V. Rodionov, "Dielectric planar emitter," RU Patent 2515700, May 20, 2014. (In Russ.)
11. V. F. Vzyatyshev, S. A. Klyachin, and E. Yu. Gaynulina, "Diphysational KVH wave-water converters on open multi-muddy dielectric wavelengths: phenomena physics in the near zone and relevant applications," *Radiolokatsiya i radiosvyaz*: tr. III Vserossiyskoy nauch.-tekhn. konf. Moskva, 26–30 October 2009. Moscow: IRE RAN RF, pp. 186–187, 2009, url: <http://jre.cplire.ru/jre/library/3conference/pdffiles/t009.pdf>. (In Russ.)
12. E. Yu. Gaynulina, "Amplitude-phase distribution of fields on a multi-moded dielectric waveguide for radio interferometric diagnostics of objects," cand. tech. sciences. dissertation, Moscow, 2014. (In Russ.)
13. V. V. Shtykov, E. Yu. Gaynulina, and A. V. Nazarov, "Implementation of the multi -moded wave regime for the synthesis of AFR dielectric planar irradiators," *SVCh-tekhnika i telekommunikatsionnye tekhnologii*: tr. 24-y Mezhd. konf. «KryMiKo 2014». Sevastopol', 7–13 September 2014. Sevastopol': Veber, pp. 623–624, 2014. (In Russ.)
14. V. V. Shtykov, E. Yu. Gaynulina, A. V. Nazarov, A. A. Sedov, and V. N. Khvorostin, "Planning dielectric emitter," RU Patent 2578660 C1, Mar. 27, 2016. (In Russ.)
15. E. Yu. Gaynulina, N. S. Kornev, and A. V. Nazarov, "Study of the possibility of creating a small-sized antenno-phased radio interferometer," *Informatsionnye sistemy i tekhnologii*: sb. mat. dokl. XXIII Mezhd. nauch.-tekhn. konf. k 100-letiyu NGTU IST-2017. Nizhniy Novgorod, 21 April 2017. Nizhniy Novgorod: NGTU im. R.E. Alekseeva, pp. 1062–1067, 2017, url: <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=41200731>. (In Russ.)
16. V. F. Vzyatyshev et al., "Diagnosis of gas -dynamic processes with microwave interferometers with sounding of objects with gowsk wave beams," *Ekstremal'nye sostoyaniya veshchestva. Detonatsiya. Udarnye volny*: tr. Mezhd. konf. XVII Kharitonovskie tematische nauchnye chteniya. Sarov, 23–27 March 2015. Sarov: RFYaTs-VNIIEF, pp. 810–814, 2015. (In Russ.)
17. K. V. Mineev et al., "The exciting systems of the AFC band with small losses for use in diagnostic devices of rapidly flowing gas-dynamic processes," *Budushchee tekhnicheskoy nauki*: sb. mat. XV Mezhd. molod. nauch.-tekhn. konf. Nizhniy Novgorod, 27 May 2016. Nizhniy Novgorod: NGTU im. R.E. Alekseeva, pp. 404–405, 2016. (In Russ.)
18. C. Yeh and F. I. Shimabukuro, *The Essence of Dielectric Waveguides*. New York: Springer, 2008.
19. A. A. Kostenko, "Quasioptics: Historical prerequisites and modern development trends," *Radiofizika i radioastronomiya*, no. 3, pp. 221–246, 2000. (In Russ.)
20. L. B. Knyaz'kov and N. V. Ruzhentsev, "The fenodielectric lenses of gearboxes of the millimeter and submillimeter range of wavelengths," *Pis'ma v zhurnal tekhnicheskoy fiziki*, no. 20, pp. 59–64, 2008, url: <https://journals.ioffe.ru/articles/13844>. (In Russ.)
21. V. B. Steinschleiger, Ed. *Low-Loss Waveguide Transmission Lines*. Moscow: Izdatel'stvo inostrannoy literatury, 1960. (In Russ.)
22. Yu. N. Kazantsev and O. A. Kharlashkin, "Round waves of the class "Having hollow dielectric canal"," *Radiotekhnika i elektronika*, no. 8, pp. 1441–1450, 1984. (In Russ.)
23. V. V. Biryukov, K. V. Mineev, and A. V. Nazarov, "Accounting for roughnesses of shielding surfaces of the waves," *Fizika i tekhnicheskie prilozheniya volnovykh protsessov*: mat. XIV Mezhd. nauch.-tekhn. konf. Samara, 22–24 November 2016. Kazan': OOO «16Print», pp. 143, 2016. (In Russ.)
24. E. Yu. Gaynulina, N. S. Kornev, K. V. Mineev, A. V. Nazarov, Yu. I. Orekhov, and Yu. A. Svetlakov, "A flexible waveguide for the connection of metal waves of standard and superior sections," RU Patent 2657318, Jun. 13, 2018. (In Russ.)
25. E. Yu. Gaynulina et al., "Antenno-phased system of the radio interferometer of the submillimeter range," *Matematicheskie metody v tekhnologiyakh i tekhnike*, no. 5, pp. 66–72, 2023, url: <https://elibrary.ru/item.asp?id=54118756>. (In Russ.)
26. G. Z. Ayzenberg, V. G. Yampol'skiy, and O. N. Tereshin, *Antennas VHF. Part 2*. Moscow: Svyaz', 1977. (In Russ.)
27. V. A. Kanakov et al., "UHF antennas for radio vision systems," *Antenny*, no. 5 (108), pp. 13–16, 2006, url: <https://elibrary.ru/item.asp?id=9200087>. (In Russ.)
28. E. Yu. Gaynulina et al., "Options for constructing an antenno-feeding system for the tasks of radio interferometric measurements in the submillimeter range," *Vestnik MGTU im. N.E. Baumana. Ser. Priborostroenie*, no. 2 (147), pp. 37–54, 2024, url: <https://elibrary.ru/item.asp?id=67964696>. (In Russ.)

## Information about the Authors

**Ekaterina Yu. Gaynulina**, Candidate of Technical Sciences, senior researcher of the Department of Measuring Systems Development, Russian Federal Nuclear Center – All-Russian Research Institute of Experimental Physics, Sarov, Nizhny Novgorod Region, Russia.

*Research interests*: theory of wave processes, microwave and antenna technology.

*E-mail*: okatrin@list.ru

*ORCID*: <https://orcid.org/0000-0002-8554-4116>

*SPIN-code (eLibrary)*: 1154-1346

*AuthorID (eLibrary)*: 889563

*ResearcherID (WoS)*: O-8311-2016

**Vladimir N. Ikonnikov**, Candidate of Physical and Mathematical Sciences, senior researcher of the Department of Measuring Systems Development, Russian Federal Nuclear Center – All-Russian Research Institute of Experimental Physics, Sarov, Nizhny Novgorod Region, Russia.

*Research interests:* microwave probing, EHF technology, antenna-feeder systems, radio photonics.

*E-mail:* ikonnikov-vn@yandex.ru

*ORCID:* <https://orcid.org/0000-0001-9455-4001>

*SPIN-code (eLibrary):* 5415-6868

*AuthorID (eLibrary):* 923042

*ResearcherID (WoS):* IST-7258-2023

**Nikolay S. Kornev**, head of the Department of Measuring Systems Development, Russian Federal Nuclear Center – All-Russian Research Institute of Experimental Physics, Sarov, Nizhny Novgorod Region, Russia.

*Research interests:* radiophysics, microwave and antenna technology.

*E-mail:* korneff15@rambler.ru

*ORCID:* <https://orcid.org/0000-0002-7848-3917>

*SPIN-code (eLibrary):* 9853-6653

*AuthorID (eLibrary):* 998470

**Andrey V. Nazarov**, Candidate of Technical Sciences, deputy chief designer – head of the Department of Radioelectronic Systems Development, Russian Federal Nuclear Center – All-Russian Research Institute of Experimental Physics, Sarov, Nizhny Novgorod Region, Russia.

*Research interests:* electrodynamics, radar, antennas, techniques of microwave and optical ranges.

*E-mail:* nazarov52@mail.ru

*ORCID:* <https://orcid.org/0000-0002-0261-1724>

*SPIN-code (eLibrary):* 6516-0650

*AuthorID (eLibrary):* 615493

*ResearcherID (WoS):* R-9919-2016

**Yuriy I. Orekhov**, Doctor of Technical Sciences, chief researcher of the Department of Advanced Research and Development, Russian Federal Nuclear Center – All-Russian Research Institute of Experimental Physics, Sarov, Nizhny Novgorod Region, Russia.

*Research interests:* radiophysics, microwave and antenna technology.

*SPIN-code (eLibrary):* 5355-0380

*AuthorID (eLibrary):* 553962

## Вычислительно эффективное решение по нахождению плотности тока на освещенной и теневой сторонах бесконечно тонкого круглого диска

Д.К. Кетух

Академия Федеральной службы охраны Российской Федерации  
302015, Россия, г. Орел,  
ул. Приборостроительная, 35

**Аннотация – Обоснование.** Статья посвящена разработке вычислительно эффективного численного решения задачи дифракции на бесконечно тонком идеально проводящем круглом диске. Основное внимание уделяется вопросу нахождения распределения поверхностной плотности тока с каждой стороны диска в отдельности, который остался нераскрытым в других известных исследованиях. **Цель** настоящей статьи состоит в устранении указанного недостатка путем формирования вычислительно эффективного алгоритмического решения, основанного на методе моментов и позволяющего численно задавать гладкую аппроксимацию поверхностной плотности тока на освещенной и теневой сторонах бесконечно тонкого идеально проводящего круглого диска. **Методы.** Решение формируется методом Галеркина при определении искомой аппроксимации поверхностной плотности тока на диске. Основу решения составляет формирование гладкой векторной функции, заданной суммой глобальных относительно диска безвихревых и вихревых базисных функций. Соответствующие базисные функции формируются из предложенных в статье модификаций функций Бесселя первого рода и многочленов Цернике. **Результаты.** Работоспособность предложенного решения проверена на тестовых примерах для диска при различных отношениях диаметра к длине волны. Сравнение произведено с решением аналогичной задачи в САПР Ansoft HFSS. **Заключение.** Полученные результаты позволяют сделать вывод о предпочтительности предложенного решения и являются основой для дальнейшего обобщения результатов на более сложные геометрические структуры при применении метода конформных отображений.

**Ключевые слова** – бесконечно тонкий диск; дифракция электромагнитной волны; поверхностная плотность тока; освещенная и теневая стороны; метод моментов; модифицированные многочлены Цернике; модифицированные функции Бесселя.

### Введение

Одной из канонических задач теории дифракции в векторном (электромагнитном) случае является задача дифракции на бесконечно тонком идеально проводящем круглом диске [1]. Ее исследованию в отношении внешней и внутренней задач электродинамики для стороннего плоского монохроматического поля произвольной поляризации и произвольного направления падения посвящено большое число работ [2–10] и др. Их основу составляют следующие решения: 1) аналитические, формируемые при применении метода разделения переменных и представления волновых уравнений в вырожденной эллиптической системе координат с получением решения в виде ряда по сфероидальным функциям [2; 3]; 2) асимптотические, реализуемые в приближениях физической оптики [4], физической теории дифракции [5], геометрической теории дифракции и ее модификаций [6; 7]; 3) численные, основанные на применении метода моментов [8] или его модификаций [9; 10].

Указанные решения в исследовании дифракционной задачи на бесконечно тонком идеально проводящем круглом диске при применении метода конформных отображений [11; 12] потенциально позволяют обобщить получаемый результат на более сложные геометрические структуры [13–15]. Вместе с тем перечисленные методы в существующих реализациях не позволяют вычислительно эффективно выделить поверхностную плотность тока на освещенной и теневой сторонах круглого диска.

Цель настоящей статьи состоит в устранении указанного недостатка путем формирования вычислительно эффективного алгоритмического решения, основанного на методе моментов и позволяющего численно определять гладкую аппроксимацию поверхностной плотности тока на освещенной и теневой сторонах бесконечно тонкого идеально проводящего круглого диска.

### 1. Постановка и решение задачи дифракции

Пусть  $\Omega \subset \mathbb{R}^2 = (x_3 = 0) \subset \mathbb{R}^3$  – бесконечно тонкий идеально проводящий диск радиусом  $R$  с

центром в начале координат и границей  $\partial\Omega = \overline{\Omega} \setminus \Omega$ , а  $\mathbf{E}^0$ ,  $\mathbf{H}^0$  – падающее стороннее плоское монохроматическое поле (рис. 1).

Задачу дифракции  $\mathbf{E}^0$ ,  $\mathbf{H}^0$  на  $\Omega$  сведем к определению рассеянного электромагнитного поля (ЭМП) [16]:

$$\mathbf{E}, \mathbf{H} \in C^2(\mathbb{R}^3 \setminus \overline{\Omega}) \times \times \bigcap_{\delta > 0} C(\overline{\mathbb{R}^3_+} \setminus \partial\Omega_\delta) \bigcap_{\delta > 0} C(\overline{\mathbb{R}^3_-} \setminus \partial\Omega_\delta), \quad (1)$$

удовлетворяющего условиям [1; 13]:

$$\nabla \times \mathbf{H} = -i\beta \mathbf{E}, \quad \nabla \times \mathbf{E} = i\beta \mathbf{H}, \quad \mathbf{x} \in \mathbb{R}^3 \setminus \overline{\Omega}; \quad (2)$$

$$\mathbf{E}_\tau|_\Omega = -\mathbf{E}_\tau^0|_\Omega; \quad \mathbf{E}_\tau^0|_\Omega \in C^\infty(\overline{\Omega}); \quad \mathbf{E}, \mathbf{H} \in L^2_{loc}(\mathbb{R}^3);$$

$$\mathbf{E}, \mathbf{H} = o(r^{-1}), \quad r := |\mathbf{x}| \rightarrow \infty, \quad \text{Im} \beta > 0;$$

$$\mathbf{H} \times \mathbf{e}_r - \mathbf{E} = o(r^{-1}); \quad \mathbf{E} \times \mathbf{e}_r + \mathbf{H} = o(r^{-1});$$

$$\mathbf{E}, \mathbf{H} = O(r^{-1}), \quad r \rightarrow \infty \text{ при } \text{Im} \beta = 0,$$

где

$$\mathbf{x} = \{x_1, x_2, x_3\}; \quad \mathbf{e}_r = \mathbf{x}/|\mathbf{x}|;$$

$$\beta^2 = \omega^2 \mu (\varepsilon + i\sigma\omega^{-1});$$

$\omega > 0$  – угловая частота;  $\varepsilon > 0$  и  $\mu > 0$  – абсолютные диэлектрическая и магнитная проницаемости среды; индекс  $\tau$  обозначает тангенциальную составляющую поля на  $\Omega$ ,

$$\partial\Omega_\delta = \{\mathbf{x} : |\mathbf{x} - \mathbf{y}| < \delta, \mathbf{y} \in \partial\Omega\}.$$

Доказательство существования и единственности решения задачи (1)–(2) при  $\text{Im} \beta \geq 0$  известно из [16, с. 45]. Используя векторные потенциалы и граничное условие для  $\mathbf{E}_\tau$  из (2), представим (1)–(2) в виде

$$\mathcal{L}\mathbf{J} = -\mathbf{f}, \quad (3)$$

где

$$\mathcal{L}\mathbf{J} = \nabla \mathcal{A}(\nabla \cdot \mathbf{J}) + \beta^2 \mathcal{A}\mathbf{J}; \quad \mathbf{f} = i\omega(\varepsilon + i\sigma\omega^{-1})\mathbf{E}_\tau^0|_\Omega;$$

$$\mathcal{A}\mathbf{J}(\mathbf{x}) = \int_\Omega G(\mathbf{x}, \mathbf{y})\mathbf{J}(\mathbf{y})d\mathbf{y}; \quad \mathbf{x} = \{x_1, x_2, x_3\} \in \overline{\Omega};$$

$$\mathbf{J}(\mathbf{y}) \cdot \mathbf{n} = 0; \quad G(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = \frac{1}{4\pi} \frac{e^{i\beta|\mathbf{x}-\mathbf{y}|}}{|\mathbf{x}-\mathbf{y}|}$$

– функция Грина;  $\mathbf{J}(\mathbf{y}) = \mathbf{J}^e(\mathbf{y}) + \mathbf{J}^h(\mathbf{y})$  – поверхностная плотность тока на  $\Omega$ , представленная суммой безвихревых  $\mathbf{J}^e(\mathbf{y})$  и вихревых  $\mathbf{J}^h(\mathbf{y})$  токов [17];  $\mathbf{n} = (0, 0, 1)$  – орт нормали к  $\Omega$ .

Решение задачи (3) выполним в проекционной постановке метода Галеркина [18] при разложении:

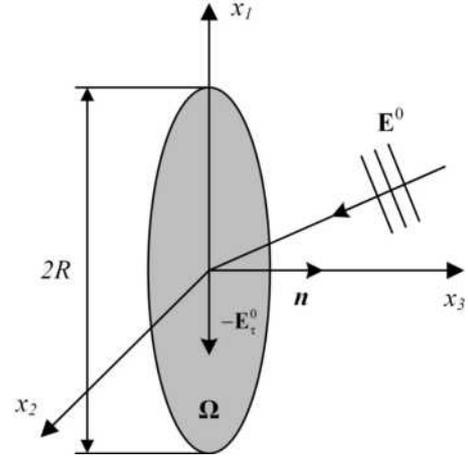


Рис. 1. Геометрическое представление задачи дифракции плоской волны на бесконечно тонком идеально проводящем круглом диске

Fig. 1. Geometric representation of the problem of diffraction of a plane wave on an infinitely thin perfectly conducting circular disk

$$\tilde{\mathbf{J}}(\mathbf{x}) = \sum_{j=1}^M c_j \boldsymbol{\Psi}_j(\mathbf{x}), \quad (4)$$

искомой функции  $\mathbf{J}$  по базису  $\boldsymbol{\Psi}_j(\mathbf{x})$ .

С учетом первой формулы Грина [1] и свойств дифференциальных операторов [19] при удовлетворении  $\boldsymbol{\Psi}_j$  граничным условиям  $\boldsymbol{\Psi}_j \cdot \mathbf{v}|_{\partial\Omega} = 0$ , ( $\mathbf{v}$  – нормаль к  $\partial\Omega$ ) выражение (3) при требовании ортогональности

$$\int_\Omega \mathcal{N}(\mathbf{x})\boldsymbol{\Psi}_i(\mathbf{x})d\mathbf{x} = 0$$

невязки

$$\mathcal{N}(\mathbf{x}) = \mathcal{L} \left[ \sum_{j=1}^M c_j \boldsymbol{\Psi}_j(\mathbf{x}) \right] - \mathbf{f}(\mathbf{x})$$

к  $\boldsymbol{\Psi}_i(\mathbf{x})$  примет вид

$$\sum_{j=1}^M c_j \cdot \left[ \int_\Omega \nabla \boldsymbol{\Psi}_i(\mathbf{x}) \cdot \int_\Omega G(\mathbf{x}, \mathbf{y}) \nabla \boldsymbol{\Psi}_j(\mathbf{y}) d\mathbf{y} d\mathbf{x} - \right. \quad (5)$$

$$\left. - \beta^2 \int_\Omega \boldsymbol{\Psi}_i(\mathbf{x}) \cdot \int_\Omega G(\mathbf{x}, \mathbf{y}) \boldsymbol{\Psi}_j(\mathbf{y}) d\mathbf{y} d\mathbf{x} \right] =$$

$$= \int_\Omega \mathbf{f}(\mathbf{x}) \cdot \boldsymbol{\Psi}_i(\mathbf{x}) d\mathbf{x}.$$

Эффективность решения (5) существенным образом зависит от выбора  $\boldsymbol{\Psi}_j$  для  $\Omega$ . При этом исследование задачи предлагается формировать из функций  $\boldsymbol{\Psi}_j$ , способных в последующем численном решении (5) и аппроксимации (4) обеспечить возможность представить  $\tilde{\mathbf{J}}(\mathbf{x})$  в виде суммы безвихревых  $\tilde{\mathbf{J}}^e(\mathbf{x})$  и вихревых  $\tilde{\mathbf{J}}^h(\mathbf{x})$  токов.

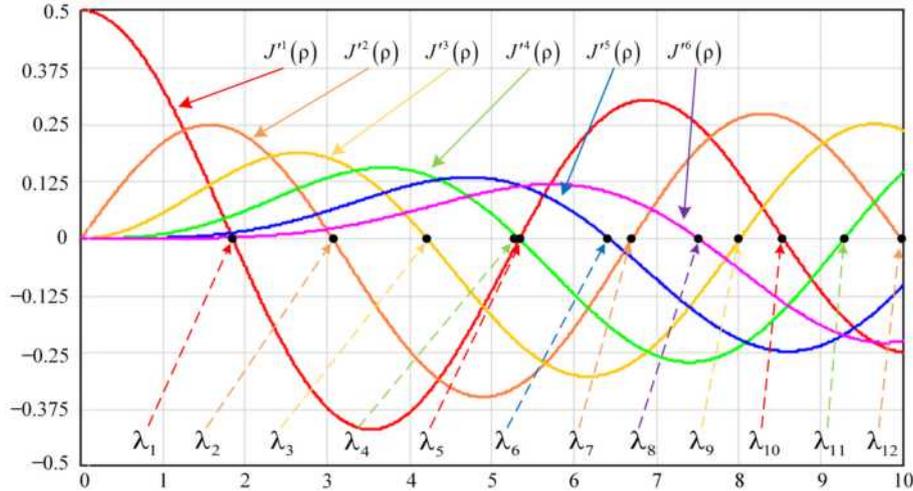


Рис. 2. Примеры графиков  $J^\alpha(\rho)$  и расположение первых 12 элементов множества нулей  $\lambda = \{\lambda_i^\alpha(k)\}$   
Fig. 2. Examples of graphs of  $J^\alpha(\rho)$  and location of the first 12 elements of the set of zeros  $\lambda = \{\lambda_i^\alpha(k)\}$

## 2. Решение дифракционной задачи с учетом разделения поверхностной плотности тока на вихревую и безвихревую составляющие

Особенность предложенного решения состоит в формировании гладкой аппроксимации  $\mathbf{J}(\mathbf{x})$ :

$$\tilde{\mathbf{J}}(\mathbf{x}) = \tilde{\mathbf{J}}_e(\mathbf{x}) + \tilde{\mathbf{J}}_h(\mathbf{x}),$$

заданной конечными суммами:

$$\tilde{\mathbf{J}}(\mathbf{x}) = \sum_{j=1}^{\hat{N}} c_j^e \cdot \Psi_j^e(\mathbf{x}) + \sum_{\bar{j}=1}^{\bar{N}} c_{\bar{j}}^h \cdot \Psi_{\bar{j}}^h(\mathbf{x}),$$

где  $\hat{N}$ ,  $\bar{N}$  – количество базисных функций каждого типа.

Согласно [20], для  $\mathbf{x} \in \Omega$  имеет место двумерный аналог декомпозиции Гельмгольца, который для поля  $\mathbf{H}$  имеет вид

$$\mathbf{H} = \nabla_{\perp} \cdot \varphi^D + \nabla'_{\perp} \cdot \varphi^N,$$

где

$$\nabla_{\perp} = \left( \frac{\partial}{\partial x_1}, \frac{\partial}{\partial x_2} \right),$$

$$\nabla'_{\perp} = \left( -\frac{\partial}{\partial x_2}, \frac{\partial}{\partial x_1} \right),$$

$\varphi^N$ ,  $\varphi^D$  – неизвестные скалярные функции, удовлетворяющие условиям Неймана:

$$\nabla_{\perp} \varphi^N \cdot \mathbf{n} \Big|_{\partial\Omega} = 0,$$

и Дирихле:

$$\varphi^D \Big|_{\partial\Omega} = 0,$$

соответственно.

Тогда с учетом граничных условий на  $\partial\Omega$  решение задачи (5) на  $\Omega$  определим:

$$\tilde{\mathbf{J}}(\mathbf{x}) = \sum_{j=1}^{\hat{N}} c_j^e \cdot \nabla_{\perp} \varphi_j^N(\mathbf{x}) + \sum_{\bar{j}=1}^{\bar{N}} c_{\bar{j}}^h \cdot \nabla'_{\perp} \varphi_{\bar{j}}^D(\mathbf{x}). \quad (8)$$

В качестве  $\varphi_j^N$  и  $\varphi_{\bar{j}}^D$  предлагается применять двумерные модифицированные функции Бесселя первого рода действительного переменного  $\hat{J}_j(\mathbf{x})$  и многочлены Цернике  $\bar{Z}_{\bar{j}}(\mathbf{x})$ , удовлетворяющие условиям (6) и (7) соответственно.

Удовлетворяющие граничному условию Неймана (6) функции  $\hat{J}_j(\mathbf{x})$  зададим в виде

$$\hat{J}_j(\mathbf{x}) = \hat{J}_j(\rho, \varphi) = \quad (9)$$

$$= \begin{cases} J^\alpha(\lambda_{(j+1)/2}^\alpha \rho) \cos(k\varphi), & j \bmod 2 = 1, \\ J^\alpha(\lambda_{j/2}^\alpha \rho) \sin(k\varphi), & j \bmod 2 = 0, \end{cases}$$

где

$$\rho = \rho(\mathbf{x}) = \sqrt{x_1^2 + x_2^2}; \quad \rho \leq 1;$$

$$\varphi = \varphi(\mathbf{x}) = \arg(x_1 + ix_2);$$

$J^\alpha(\rho)$  – функции Бесселя первого рода порядка  $\alpha \geq 1$ ;  $\lambda = \{\lambda_i^\alpha(k)\}$  – упорядоченное по возрастанию  $\lambda_i < \lambda_{i+1}$  (рис. 2) множество всех нулей

$$\frac{dJ^\alpha(\rho)}{d\rho} \Big|_{\rho=\lambda_i^\alpha} = 0; \quad \lambda_i \neq 0;$$

(6)  $k$  – порядковый номер нуля функции

$$J^\alpha(\rho) = \frac{dJ^\alpha(\rho)}{d\rho};$$

(7)  $i \in [1, \hat{N}/2]$  – порядковый номер элемента множества  $\lambda$ .

Модификацию  $\hat{Z}_{\bar{j}}(\mathbf{x})$  функций Цернике  $Z_{\bar{j}}(\mathbf{x})$  при удовлетворении граничному условию (7) определим как

$$\hat{Z}_{\bar{j}}(\mathbf{x}) = \hat{Z}_n^m(\rho, \varphi) = \begin{cases} R_n^m(\rho) \cos(m\varphi), & m \geq 0; \\ R_n^m(\rho) \sin(-m\varphi), & m < 0, \end{cases} \quad (10)$$

$$R_n^m(\rho) = \rho(1-\rho^2)^{\frac{P_{\frac{n-m}{2}}^{(2,m)}}{2}}(2\rho^2-1),$$

где

$$P_t^{(\alpha, \beta)}(x) = \frac{\Gamma(\alpha+t+1)}{t! \Gamma(\alpha+\beta+t+1)} \times \sum_{s=0}^t \binom{t}{s} \left( \frac{\Gamma(\alpha+\beta+t+s+1)}{\Gamma(\alpha+s+1)} \right) \left( \frac{x-1}{2} \right)^s$$

– многочлены Якоби порядка  $t$ ;  $n \in \mathbb{N}$ ;  $m \in \mathbb{Z} \setminus \{0\}$ ;  $n \geq |m|$ ;

$$\frac{n-m}{2} \in \mathbb{Z};$$

$$\bar{j} = 0, 5(n^2 - 1 - n \bmod 2 + \text{sgn}(m)) + |m|.$$

Примеры графического представления предложенной модификации функции Бесселя первого рода действительного переменного  $\hat{J}_{\bar{j}}(\mathbf{x})$  и многочленов Цернике  $\hat{Z}_{\bar{j}}(\mathbf{x})$ , удовлетворяющие условиям (6) и (7) соответственно, приведены на рис. 3.

С учетом поставленной задачи дифракции и предложении аппроксимации поверхностной плотности тока в виде (8) зададим (5) виде системы уравнений:

$$\sum_{\bar{j}=1}^{\bar{N}} c_{\bar{j}}^{h'} \cdot \left\{ \int_{\Omega} \nabla \cdot \boldsymbol{\Psi}_{\bar{j}}^h(\mathbf{x}) \int_{\Omega} G(\mathbf{x}, \mathbf{y}) \nabla \cdot \boldsymbol{\Psi}_{\bar{j}}^{h'}(\mathbf{y}) dy d\mathbf{x} - \right. \quad (11)$$

$$\left. - \beta^2 \int_{\Omega} \boldsymbol{\Psi}_{\bar{j}}^h(\mathbf{x}) \int_{\Omega} G(\mathbf{x}, \mathbf{y}) \boldsymbol{\Psi}_{\bar{j}}^{h'}(\mathbf{y}) dy d\mathbf{x} \right\} +$$

$$+ \sum_{\bar{j}'=1}^{\bar{N}} c_{\bar{j}'}^{e'} \cdot \left\{ \int_{\Omega} \nabla \cdot \boldsymbol{\Psi}_{\bar{j}}^h(\mathbf{x}) \int_{\Omega} G(\mathbf{x}, \mathbf{y}) \nabla \cdot \boldsymbol{\Psi}_{\bar{j}'}^{e'}(\mathbf{y}) dy d\mathbf{x} - \right.$$

$$\left. - \beta^2 \int_{\Omega} \boldsymbol{\Psi}_{\bar{j}}^h(\mathbf{x}) \int_{\Omega} G(\mathbf{x}, \mathbf{y}) \boldsymbol{\Psi}_{\bar{j}'}^{e'}(\mathbf{y}) dy d\mathbf{x} \right\} =$$

$$= \int_{\Omega} \mathbf{f}(\mathbf{x}) \boldsymbol{\Psi}_{\bar{j}}^h(\mathbf{x}) d\mathbf{x},$$

$$\sum_{\bar{j}=1}^{\bar{N}} c_{\bar{j}}^{h'} \cdot \left\{ \int_{\Omega} \nabla \cdot \boldsymbol{\Psi}_{\bar{j}}^e(\mathbf{x}) \int_{\Omega} G(\mathbf{x}, \mathbf{y}) \nabla \cdot \boldsymbol{\Psi}_{\bar{j}}^{h'}(\mathbf{y}) dy d\mathbf{x} - \right. \quad (12)$$

$$\left. - \beta^2 \int_{\Omega} \boldsymbol{\Psi}_{\bar{j}}^e(\mathbf{x}) \int_{\Omega} G(\mathbf{x}, \mathbf{y}) \boldsymbol{\Psi}_{\bar{j}}^{h'}(\mathbf{y}) dy d\mathbf{x} \right\} +$$

$$+ \sum_{\bar{j}'=1}^{\bar{N}} c_{\bar{j}'}^{e'} \cdot \left\{ \int_{\Omega} \nabla \cdot \boldsymbol{\Psi}_{\bar{j}}^e(\mathbf{x}) \int_{\Omega} G(\mathbf{x}, \mathbf{y}) \nabla \cdot \boldsymbol{\Psi}_{\bar{j}'}^{e'}(\mathbf{y}) dy d\mathbf{x} - \right.$$

$$\left. - \beta^2 \int_{\Omega} \boldsymbol{\Psi}_{\bar{j}}^e(\mathbf{x}) \int_{\Omega} G(\mathbf{x}, \mathbf{y}) \boldsymbol{\Psi}_{\bar{j}'}^{e'}(\mathbf{y}) dy d\mathbf{x} \right\} =$$

$$= \int_{\Omega} \mathbf{f}(\mathbf{x}) \boldsymbol{\Psi}_{\bar{j}}^e(\mathbf{x}) d\mathbf{x}.$$

Решение системы уравнений (11), (12) позволит определить поверхностную плотность тока  $\tilde{\mathbf{J}}(\mathbf{x})$  с требуемой точностью при обеспечении возможности выделения тока на освещенной  $\mathbf{J}^{\text{осв}}(\mathbf{x})$  и теневой  $\mathbf{J}^{\text{тен}}(\mathbf{x})$  сторонах диска.

### 3. Расчет поверхностной плотности тока на освещенной и теневой сторонах $\Omega$

В [16] доказано, что с каждой стороны бесконечно тонкого идеально проводящего плоского экрана известны тангенциальная составляющая магнитного поля  $\mathbf{H}_{\tau}$  и нормальная составляющая электрического поля  $\mathbf{E}_{\mathbf{n}}$ :

$$\lim_{x_3 \rightarrow \pm 0} \mathbf{E}_{\mathbf{n}}(\mathbf{x}) = \mp \frac{1}{2} \frac{i}{\omega \epsilon} \nabla_{\perp} \mathbf{J}(\mathbf{x}); \quad (13)$$

$$\lim_{x_3 \rightarrow \pm 0} \mathbf{H}_{\tau}(\mathbf{x}) = \pm \frac{1}{2} \mathbf{J}(\mathbf{x}) \times \mathbf{n}.$$

Согласно принципу физического эквивалента [23], поля  $\mathbf{H}^0$  и  $\mathbf{H}$  на поверхности идеально проводящего тела можно заменить эквивалентным поверхностным током  $\mathbf{J}^{\text{eq}}$ :

$$\mathbf{J}^{\text{eq}} = \tilde{\mathbf{n}} \times (\mathbf{H}^0 + \mathbf{H}), \quad (14)$$

где  $\tilde{\mathbf{n}}$  – нормаль к поверхности тела.

С учетом того что поле  $\mathbf{H}^0$  известно, а  $\mathbf{H} = \mathbf{H}_{\tau}(\mathbf{x})|_{x_3 \rightarrow \pm 0}$  поддается вычислению для каждой из сторон  $\Omega$ , подставив (13) в (14) при непрерывности падающего поля  $\mathbf{H}^0$ , в пределе получим:

$$\mathbf{J}^{\text{осв}}(\mathbf{x}) = \lim_{x_3 \rightarrow +0} \mathbf{J}^{\text{eq}}(\mathbf{x}) =$$

$$= \lim_{x_3 \rightarrow +0} \left[ \mathbf{n} \times \mathbf{H}^0(\mathbf{x}) + \mathbf{n} \times \mathbf{H}_{\tau}(\mathbf{x}) \right] =$$

$$= \mathbf{n} \times \mathbf{H}^0(\mathbf{x}) + \mathbf{n} \times \left( \frac{1}{2} \mathbf{J}(\mathbf{x}) \times \mathbf{n} \right) =$$

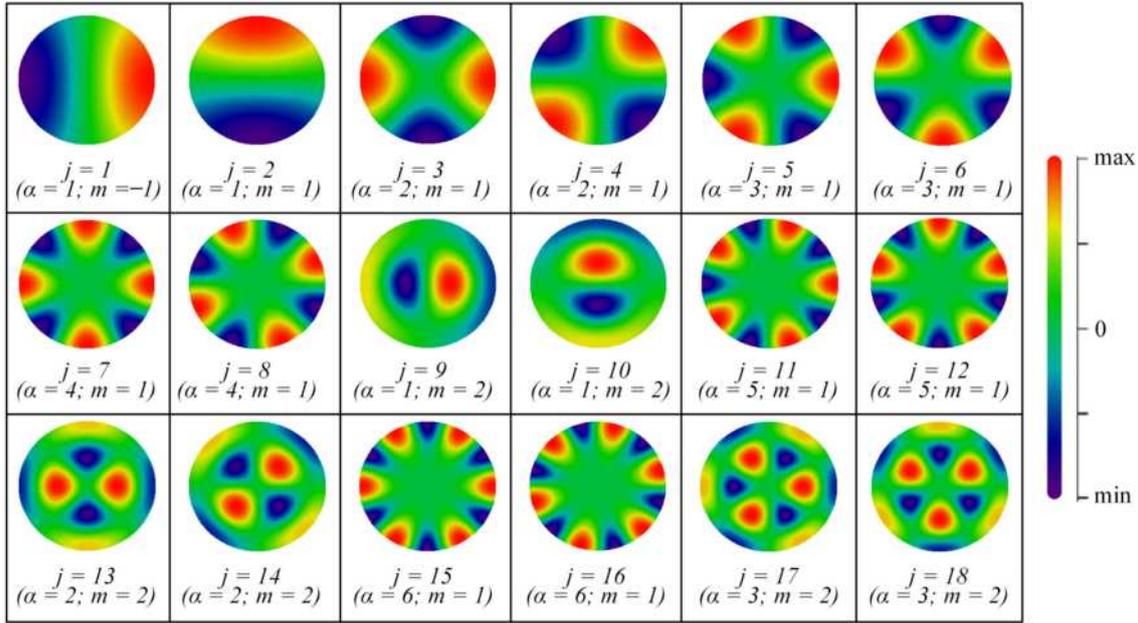
$$= \mathbf{n} \times \mathbf{H}^0(\mathbf{x}) + \frac{1}{2} \mathbf{J}(\mathbf{x}) \approx$$

$$\approx \mathbf{n} \times \mathbf{H}^0(\mathbf{x}) + \frac{1}{2} \tilde{\mathbf{J}}(\mathbf{x}) = \tilde{\mathbf{J}}^{\text{осв}}(\mathbf{x});$$

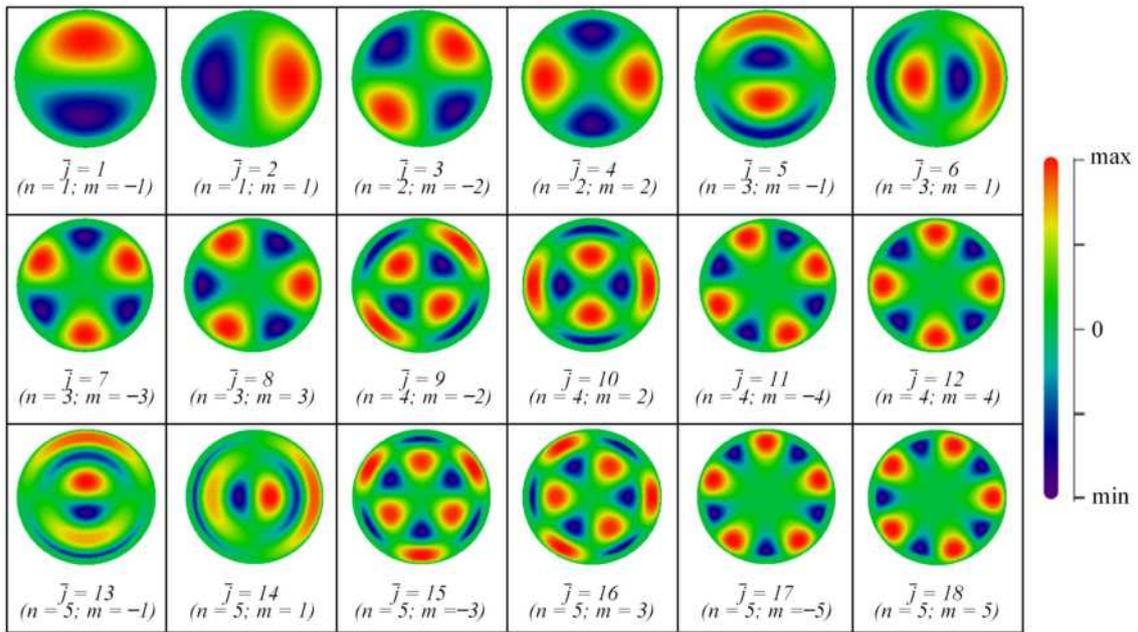
$$\mathbf{J}^{\text{тен}}(\mathbf{x}) = \lim_{x_3 \rightarrow -0} \mathbf{J}^{\text{eq}}(\mathbf{x}) =$$

$$= \lim_{x_3 \rightarrow -0} \left[ -\mathbf{n} \times \mathbf{H}^0(\mathbf{x}) - \mathbf{n} \times \mathbf{H}_{\tau}(\mathbf{x}) \right] =$$

$$= -\mathbf{n} \times \mathbf{H}^0(\mathbf{x}) - \mathbf{n} \times \left( -\frac{1}{2} \mathbf{J}(\mathbf{x}) \times \mathbf{n} \right) =$$



a



b

Рис. 3. Пример визуализации многочленов  $\hat{J}_j(\mathbf{x})$  (a) и  $\hat{Z}_{\bar{j}}(\mathbf{x})$  (б)  
 Fig. 3. Example of polynomials visualization  $\hat{J}_j(\mathbf{x})$  (a) and  $\hat{Z}_{\bar{j}}(\mathbf{x})$  (b)

$$= -\mathbf{n} \times \mathbf{H}^0(\mathbf{x}) + \frac{1}{2} \mathbf{J}(\mathbf{x}) \approx$$

$$\approx -\mathbf{n} \times \mathbf{H}^0(\mathbf{x}) + \frac{1}{2} \tilde{\mathbf{J}}(\mathbf{x}) = \tilde{\mathbf{J}}^{\text{тен}}(\mathbf{x}).$$

Таким образом, предложенный способ позволяет преодолеть ограничения (5) при асимптотическом выделении тока с каждой из сторон  $\Omega$ . Для сформированных представлений составим численную схему решения задачи (11), (12) при определении  $\mathbf{J}^{\text{осв}}(\mathbf{x})$ ,  $\mathbf{J}^{\text{тен}}(\mathbf{x})$  и выделении алгоритмических особенностей.

#### 4. Особенности алгоритмической реализации

Точность решения системы (11), (12) во многом зависит от численного вычисления одиночных и двойных интегралов. С этой целью представим область интегрирования  $\Omega$  многоугольником  $S \in \mathbb{R}^2$ , ( $x_3 = 0$ ), состоящим из

$$S = \bigcup_{s=1}^M S_s$$

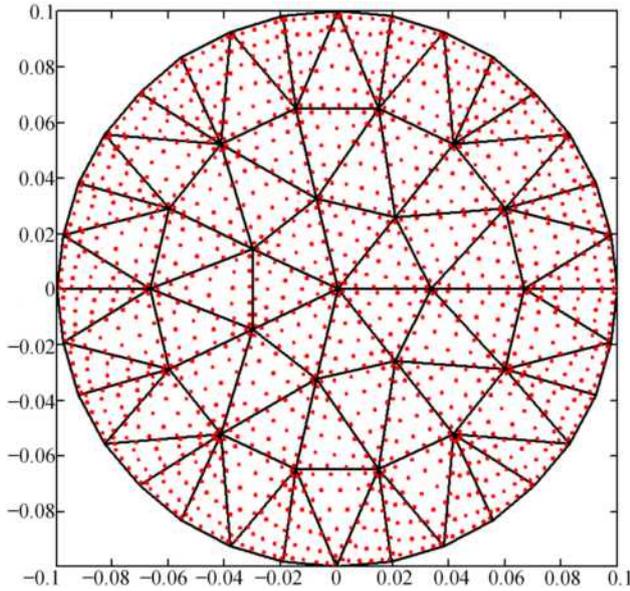


Рис. 4. Вариант представления диска  $\Omega$  многоугольником  $S$ . Точками обозначены узлы численного интегрирования  
 Fig. 4. Variant of the disk representation  $\Omega$  by a polygon  $S$ . The dots indicate the nodes of numerical integration

треугольных областей таких, что

$$\bar{S}_m \cap \bar{S}_{m'} = \emptyset \quad (m, m' \in \{1, M\}, m \neq m').$$

Разбиение  $\Omega$  на треугольные элементы произведем триангуляцией Делоне (рис. 4) [6].

Окончательная система линейных алгебраических уравнений (СЛАУ) относительно неизвестных коэффициентов  $c^{e'}$ ,  $c^{h'}$  примет вид

$$\sum_{s=1}^M \left[ \sum_{s'=1}^M \left[ \sum_{j'=1}^{\bar{N}} c_{j'}^{h'} \cdot \left\{ \int_{S_s} \nabla \cdot \psi_{j'}^h(\mathbf{x}) \int_{S_{s'}} G(\mathbf{x}, \mathbf{y}) \nabla \cdot \psi_{j'}^{h'}(\mathbf{y}) dy dx - \beta^2 \int_{S_s} \psi_{j'}^h(\mathbf{x}) \int_{S_{s'}} G(\mathbf{x}, \mathbf{y}) \psi_{j'}^{h'}(\mathbf{y}) dy dx \right\} + \sum_{j'=1}^N c_{j'}^{e'} \cdot \left\{ \int_{S_s} \nabla \cdot \psi_{j'}^e(\mathbf{x}) \int_{S_{s'}} G(\mathbf{x}, \mathbf{y}) \nabla \cdot \psi_{j'}^{e'}(\mathbf{y}) dy dx - \beta^2 \int_{S_s} \psi_{j'}^e(\mathbf{x}) \int_{S_{s'}} G(\mathbf{x}, \mathbf{y}) \psi_{j'}^{e'}(\mathbf{y}) dy dx \right\} \right] \right] = \sum_{s=1}^M \int_{S_s} \mathbf{f}(\mathbf{x}) \psi_j^h(\mathbf{x}) dx,$$

$$\sum_{s=1}^M \left[ \sum_{s'=1}^M \left[ \sum_{j'=1}^{\bar{N}} c_{j'}^{h'} \cdot \left\{ \int_{S_s} \nabla \cdot \psi_{j'}^e(\mathbf{x}) \int_{S_{s'}} G(\mathbf{x}, \mathbf{y}) \nabla \cdot \psi_{j'}^{h'}(\mathbf{y}) dy dx - \beta^2 \int_{S_s} \psi_{j'}^e(\mathbf{x}) \int_{S_{s'}} G(\mathbf{x}, \mathbf{y}) \psi_{j'}^{h'}(\mathbf{y}) dy dx \right\} + \sum_{j'=1}^N c_{j'}^{e'} \cdot \left\{ \int_{S_s} \nabla \cdot \psi_{j'}^e(\mathbf{x}) \int_{S_{s'}} G(\mathbf{x}, \mathbf{y}) \nabla \cdot \psi_{j'}^{e'}(\mathbf{y}) dy dx - \beta^2 \int_{S_s} \psi_{j'}^e(\mathbf{x}) \int_{S_{s'}} G(\mathbf{x}, \mathbf{y}) \psi_{j'}^{e'}(\mathbf{y}) dy dx \right\} \right] \right] = \sum_{s=1}^M \int_{S_s} \mathbf{f}(\mathbf{x}) \psi_j^e(\mathbf{x}) dx.$$

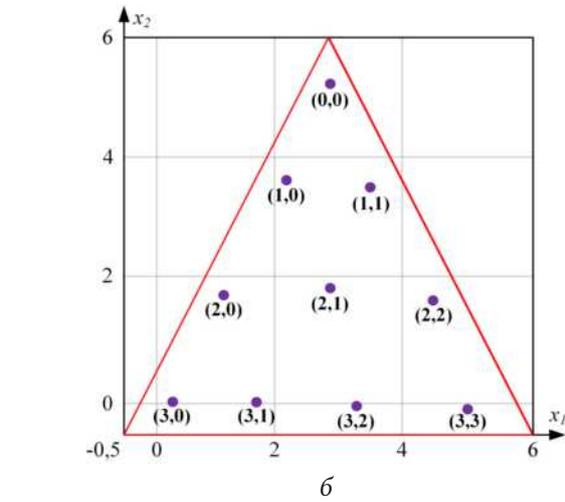
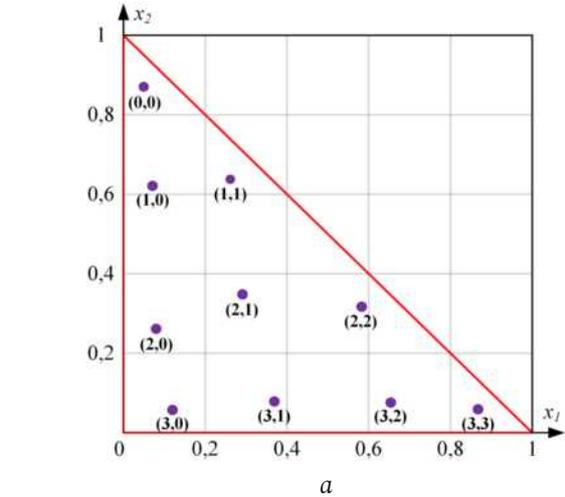


Рис. 5. Корни многочлена Дубинера – Курнвиндера при  $n = 4$ . Нумерация корней  $\mathbf{x}_{a,b}$  отображена в виде  $(row, col)$ , где  $row$  – номер строки,  $col$  – номер столбца:  $a$  – на единичном треугольнике;  $b$  – на произвольном треугольнике  
 Fig. 5. Roots of the Dubiner-Koornwinder polynomial at  $n = 4$ . The numbering of the roots  $\mathbf{x}_{a,b}$  is shown in the form  $(row, col)$ , where  $row$  is the row number,  $col$  is the column number:  $a$  – on a unit triangle;  $b$  – on an arbitrary triangle

$$\sum_{s=1}^M \left[ \sum_{s'=1}^M \left[ \sum_{j'=1}^{\bar{N}} c_{j'}^{e'} \cdot \left\{ \int_{S_s} \nabla \cdot \psi_{j'}^e(\mathbf{x}) \int_{S_{s'}} G(\mathbf{x}, \mathbf{y}) \nabla \cdot \psi_{j'}^{e'}(\mathbf{y}) dy dx - \beta^2 \int_{S_s} \psi_{j'}^e(\mathbf{x}) \int_{S_{s'}} G(\mathbf{x}, \mathbf{y}) \psi_{j'}^{e'}(\mathbf{y}) dy dx \right\} + \sum_{j'=1}^N c_{j'}^{h'} \cdot \left\{ \int_{S_s} \nabla \cdot \psi_{j'}^h(\mathbf{x}) \int_{S_{s'}} G(\mathbf{x}, \mathbf{y}) \nabla \cdot \psi_{j'}^{h'}(\mathbf{y}) dy dx - \beta^2 \int_{S_s} \psi_{j'}^h(\mathbf{x}) \int_{S_{s'}} G(\mathbf{x}, \mathbf{y}) \psi_{j'}^{h'}(\mathbf{y}) dy dx \right\} \right] \right] = \sum_{s=1}^M \int_{S_s} \mathbf{f}(\mathbf{x}) \psi_j^e(\mathbf{x}) dx.$$

Ввиду того что  $\Omega \subset \mathbb{R}^2 = (x_3 = 0) \subset \mathbb{R}^3$ ,  $\nabla \cdot \psi_j^h(\mathbf{x}) = 0$  и  $\nabla \cdot \psi_j^{h'}(\mathbf{x}) = 0$ .

В качестве узлов численного интегрирования внутри каждого  $S_s$  используются корни многочленов Дубинера – Курнвиндера [21]:

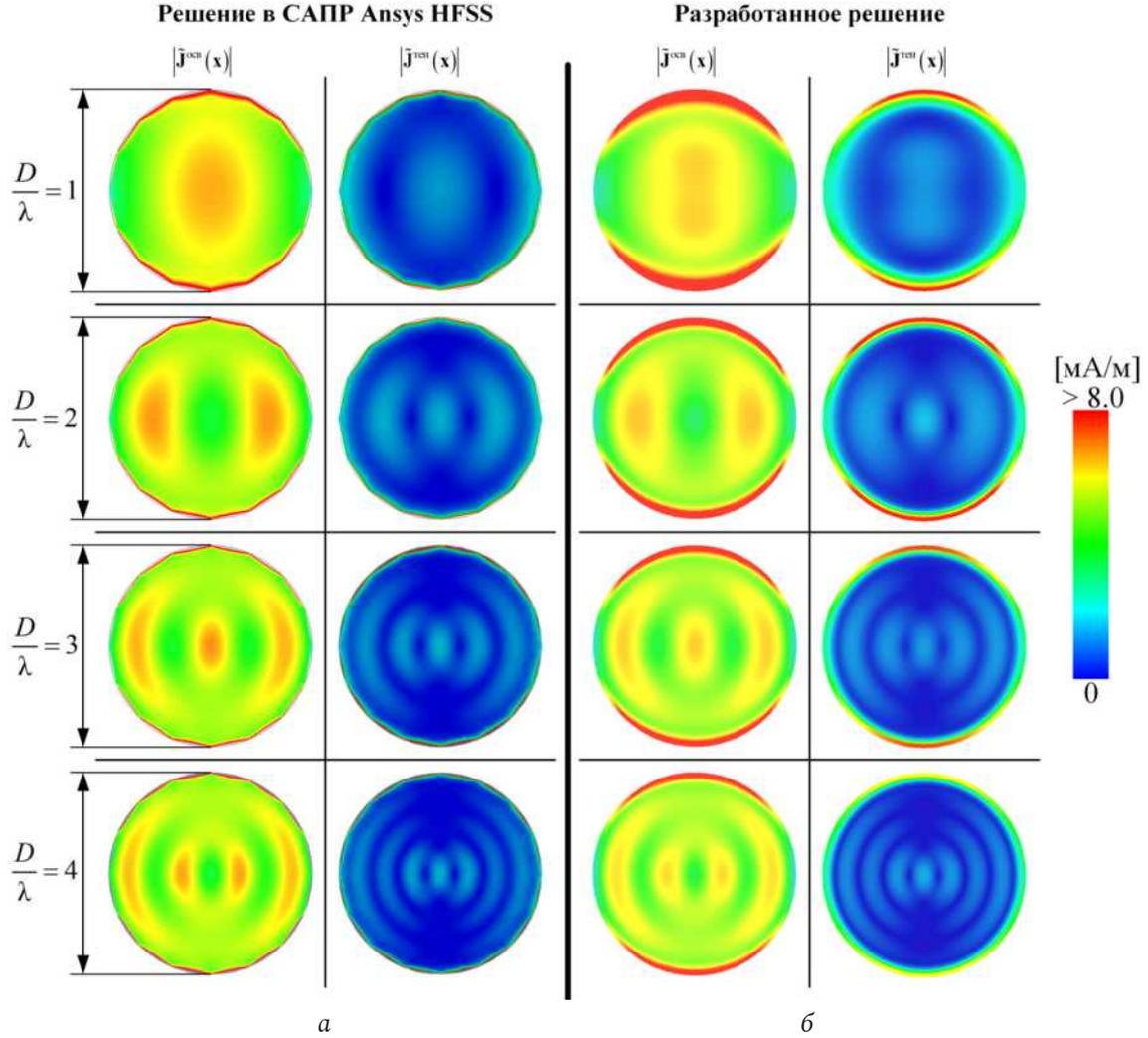


Рис. 6. Сравнение  $|\tilde{j}^{ocb}(\mathbf{x})|$  и  $|\tilde{j}^{ren}(\mathbf{x})|$  в САПР Ansys HFSS (a) и разработанного решения (б) при различных соотношениях  $D/\lambda$ .  
Fig. 6. Comparison of  $|\tilde{j}^{ocb}(\mathbf{x})|$  and  $|\tilde{j}^{ren}(\mathbf{x})|$  in Ansys HFSS CAD (a) and the developed solution (b) at different  $D/\lambda$ .

$$Q_{n,k}(x_1, x_2) = P_{n-k}^{(2k+1,0)}(x_1)(1-x_1)^k P_k^{(0,0)}\left(\frac{x_2}{1-x_1}\right), \quad (19)$$

где  $n$  – максимальная степень многочлена Якоби  $P_n^{(\alpha,\beta)}(x)$ ;  $0 \leq k \leq n$ .

Координаты узлов интегрирования определим по правилу (рис. 5):

$$\mathbf{x}_{a,b} = \left\{ (x_1, x_2(1-x_1)) : x_1 = (X_1^{a,b})_b, \right.$$

$$x_2 = (X_2^{a,b})_{(n-b-a)}; \quad a \in \overline{[0, n-1]};$$

$$b \in \overline{[0, a]}; \quad a, b, n \in \mathbb{N}_0 \left. \right\};$$

$$X_1^{a,b} = \left\{ x_s : J_{n-(a-b)}^{(2(a-b)+1,0)}(x_s) = 0; \right.$$

$$s \in \overline{(0, n-(a-b))};$$

$$x_0 < x_1 < \dots < x_{n-(a-b)}; \quad x_s \in \mathbb{R} \left. \right\};$$

$$X_2^{a,b} = \left\{ x_p : J_{n-b}^{(0,0)}(x_p) = 0; \quad p \in \overline{(0, n-b)}; \right.$$

$$x_0 < x_1 < \dots < x_{n-b}; \quad x_p \in \mathbb{R} \left. \right\}.$$

В ходе вычисления (11) и (12) возникает ситуация, когда  $s = s'$  и  $\mathbf{x} = \mathbf{y}$  при  $|\mathbf{x} - \mathbf{y}| \rightarrow 0$  и  $G(\mathbf{x}, \mathbf{y}) \rightarrow \infty$ . Для исключения сингулярности в  $G(\mathbf{x}, \mathbf{y})$  при  $s = s'$  интегрирование производится в полярной системе координат [22]. Обозначим  $S_s = S_{s'} = T_s$ , тогда в интегралах вида

$$G_{j_1, j_2}^1 = \int_{T_s} \nabla \cdot \boldsymbol{\psi}_{j_1}(\mathbf{x}) \int_{T_s} \frac{e^{i\beta|\mathbf{x}-\mathbf{y}|}}{|\mathbf{x}-\mathbf{y}|} \nabla \cdot \boldsymbol{\psi}_{j_2}(\mathbf{y}) d\mathbf{y} d\mathbf{x}; \quad (20)$$

$$G_{j_1, j_2}^2 = \int_{T_s} \boldsymbol{\psi}_{j_1}(\mathbf{x}) \int_{T_s} \frac{e^{i\beta|\mathbf{x}-\mathbf{y}|}}{|\mathbf{x}-\mathbf{y}|} \boldsymbol{\psi}_{j_2}(\mathbf{y}) d\mathbf{y} d\mathbf{x}$$

(где  $j_1, j_2$  – порядковые номера базисных функций) преобразуем по  $d\mathbf{y}$  в локальную относительно  $T_s$  полярную систему координат  $\mathbf{y}(\varphi, \rho)$  с центром в  $\mathbf{x}$ . В таком представлении (20) преобразуется:

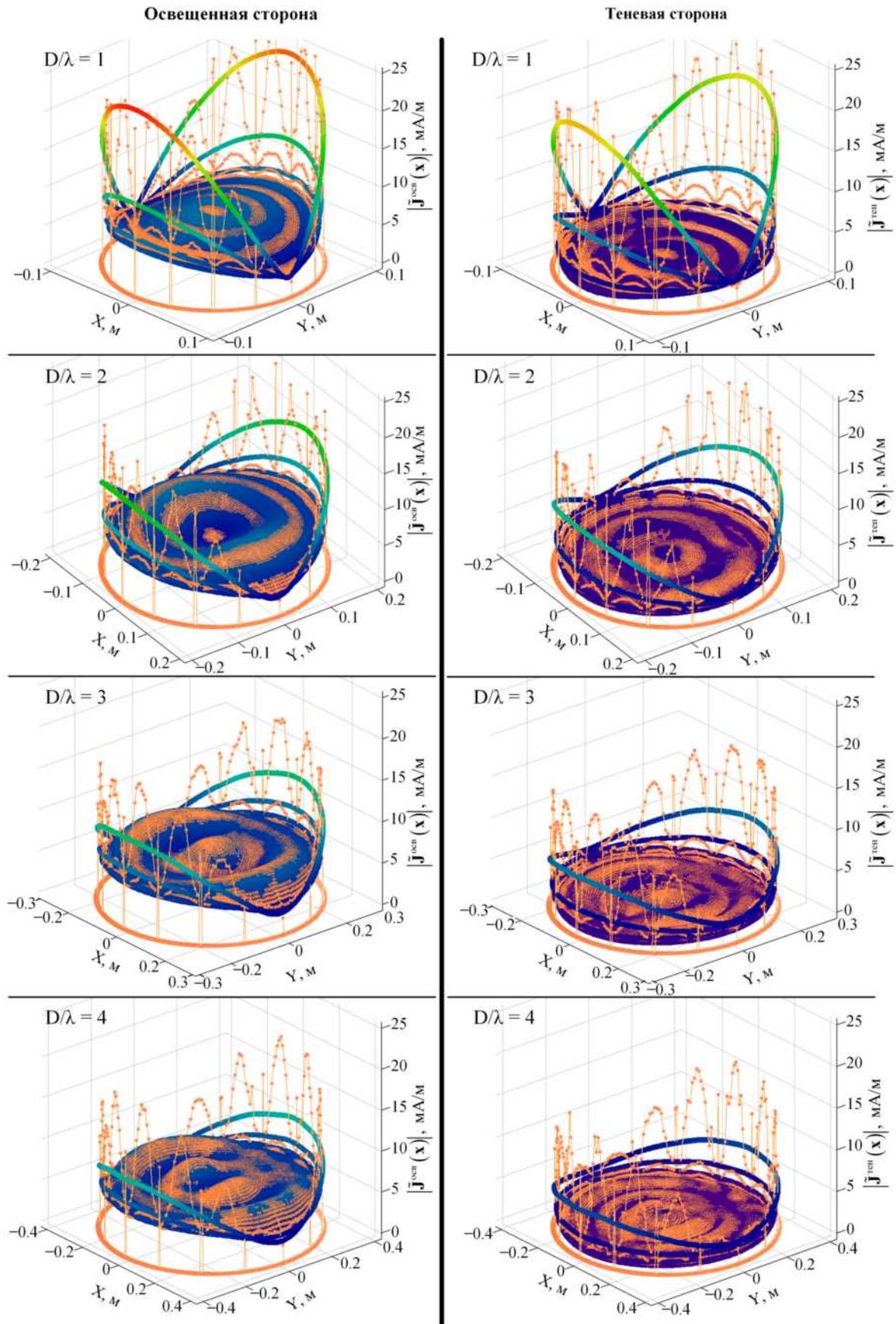
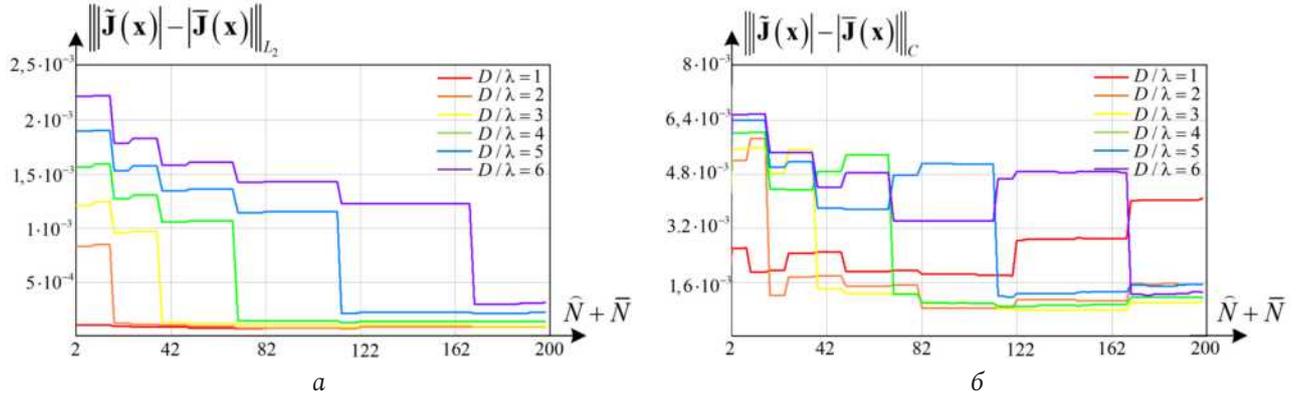


Рис. 7. Совмещение графиков  $|\vec{j}^{осв}(\mathbf{x})|$  и  $|\vec{j}^{тен}(\mathbf{x})|$  для различных соотношений  $D/\lambda$ . Оранжевый – САПР Ansoft HFSS, цветной – разработанное решение

Fig. 7. Matching plots  $|\vec{j}^{осв}(\mathbf{x})|$  and  $|\vec{j}^{тен}(\mathbf{x})|$  for different  $D/\lambda$ . Orange – Ansoft HFSS CAD, colored – developed solution

Рис. 8. Зависимость  $\|\tilde{\mathbf{J}}(\mathbf{x}) - \mathbf{J}(\mathbf{x})\|_{L_2}$  (a) и  $\|\tilde{\mathbf{J}}(\mathbf{x}) - \mathbf{J}(\mathbf{x})\|_C$  (б) от числа базисных функцийFig. 8. Dependence of  $\|\tilde{\mathbf{J}}(\mathbf{x}) - \mathbf{J}(\mathbf{x})\|_{L_2}$  (a) and  $\|\tilde{\mathbf{J}}(\mathbf{x}) - \mathbf{J}(\mathbf{x})\|_C$  (b) on the number of basis functions

$$G_{j_1, j_2}^1 = \int_{T_s} \nabla \cdot \Psi_{j_1}(\mathbf{x}) \cdot \sum_{q=0}^2 \int_{\Phi_q}^{r_q(\varphi)} \int_0^{\varphi_q} e^{i\beta\rho} \nabla \cdot$$

$$\cdot \Psi_{j_2}(y(\varphi, \rho)) d\rho d\varphi d\mathbf{x};$$

$$G_{j_1, j_2}^2 = \int_{T_s} \Psi_{j_1}(\mathbf{x}) \cdot \sum_{q=0}^2 \int_{\Phi_q}^{r_q(\varphi)} \int_0^{\varphi_q} e^{i\beta\rho} \Psi_{j_2}(y(\varphi, \rho)) d\rho d\varphi d\mathbf{x},$$

где  $q$  – номер вершины  $T_s$ ;

$$\varphi_m = \arctg \frac{x_2^q - x_2}{x_1^q - x_1};$$

$$\mathbf{y}(\rho, \varphi) = (\rho \cos \varphi + x_1, \rho \sin \varphi + x_2);$$

$$r_q(\varphi) = \frac{R'_q}{\cos(\varphi - \phi_q)}; \quad \phi_q = \arctg \frac{x_2^{q1} - x_2}{x_1^{q1} - x_1};$$

$$\mathbf{x}^{q1} = \left( \frac{b_q d_q - a_q c_q}{(a_q)^2 + (b_q)^2}, \frac{-a_q d_q - b_q c_q}{(a_q)^2 + (b_q)^2} \right)$$

– координаты пересечения  $\Delta \mathbf{x}^q \mathbf{x}^{q1}$  со стороной  $(\mathbf{x}^q \mathbf{x}^{q1})$ ;

$$a_q = x_2^{q1} - x_2^q; \quad b_q = x_1^{q1} - x_1^q;$$

$$c_q = x_1^{q1} x_2^q - x_2^{q1} x_1^q; \quad d_q = b_q x_1 - a_q x_2;$$

$$q_1 = (q+1) \bmod 3; \quad R'_q = |\mathbf{x}^{q1} - \mathbf{x}^q|; \quad \mathbf{x}^q = (x_1^q, x_2^q)$$

– координаты вершин  $T_s$ .

Таким образом, указанные приемы позволяют минимизировать влияние ошибки численных методов расчета на получение итогового результата. Следует отметить, что точность получаемого решения значительно зависит от приближения границы многоугольника  $S$  к  $\partial\Omega$ . С этой целью количество областей интегрирования необходимо увеличивать у границы  $S$ .

## 5. Результаты верификации сформированных решений

Для наглядной демонстрации предпочтительности сформированного решения выполним серию вычислительных экспериментов, которые предполагают получение плотности тока на освещенной и теневой сторонах диска для различных порядков аппроксимации полиномов и размеров диска, заданного соотношением  $D/\lambda$ ,  $\lambda$  – длина волны.

Эталонная модель, используемая для верификации полученных результатов, разработана в САПР ANSYS HFSS. Она имеет форму идеально проводящего цилиндра высотой 0,0001 м и радиусом  $D$ . В качестве источника ЭМП задана плоская монохроматическая волна с частотой 1,5 ГГц и фронтом, параллельным диску. Установки программы: режим моделирования: HFSS IE Solver; Maximum Number of Passes: 20; Maximum Residual Error: 0,0002. Сравнение полученных результатов для различных соотношений  $D/\lambda = \{1, 2, 3, 4\}$  ( $\lambda = \text{const}$ ) приведены на рис. 6, 7.

Оценка апостериорной сходимости оценивалась относительно модуля

$$|\tilde{\mathbf{J}}(\mathbf{x})| = \sqrt{\tilde{\mathbf{J}}_1(\mathbf{x}) \cdot \tilde{\mathbf{J}}_1(\mathbf{x}) + \tilde{\mathbf{J}}_2(\mathbf{x}) \cdot \tilde{\mathbf{J}}_2(\mathbf{x}) + \tilde{\mathbf{J}}_3(\mathbf{x}) \cdot \tilde{\mathbf{J}}_3(\mathbf{x})}$$

по нормам:

$$L_2: \|\tilde{\mathbf{J}}(\mathbf{x}) - \mathbf{J}(\mathbf{x})\|_{L_2} = \sqrt{\int_{\Omega \setminus \delta\Omega} (|\tilde{\mathbf{J}}(\mathbf{x}) - \mathbf{J}(\mathbf{x})|^2) d\mathbf{x}},$$

$$C: \|\tilde{\mathbf{J}}(\mathbf{x}) - \mathbf{J}(\mathbf{x})\|_C = \max_{\mathbf{x} \in \Omega \setminus \delta\Omega} \|\tilde{\mathbf{J}}(\mathbf{x}) - \mathbf{J}(\mathbf{x})\|,$$

где  $\delta\Omega := \{x : |x - y| < \delta, y \in \partial\Omega\}$  при  $\delta > 0$ .

В качестве эталона  $\mathbf{J}(\mathbf{x})$  принято решение, сформированное в САПР Ansoft HFSS.

Из представленных на рис. 8 графических зависимостей следует, что не все базисные функции вносят одинаковый вклад в решение тестовой задачи. В этой связи на графиках наблюдаются «скачки» (рис. 8). Отдельные увеличения ошибки (особенно для малых  $D/\lambda$ ) по норме  $C$  при росте числа базисных функций связано с ошибочным нахождением в САПР Ansoft HFSS поверхностной плотности тока  $\tilde{\mathbf{J}}(\mathbf{x})$  вблизи  $\partial\Omega$  (рис. 7). Также для улучшения сходимости при малых соотношениях  $D/h$  требуется дополнительная регуляризация СЛАУ. В реализованном алгоритме ее решение выполнено прямым методом.

В целом применение составленного алгоритмического решения при исследовании задачи дифракции на  $\Omega$  и выделении  $\mathbf{J}^{\text{осв}}(\mathbf{x})$ ,  $\mathbf{J}^{\text{тен}}(\mathbf{x})$  обеспечивает экспоненциальную сходимость по норме  $L_2$  и полиномиальную по норме в  $C$ .

### Заключение

Полученные результаты позволяют сделать вывод о предпочтительном применении предложенной модификации функций Бесселя и Цернике при решении задачи дифракции на  $\Omega$ . Основное достоинство предлагаемой схемы состоит в разделении суммарной поверхностной плотности тока  $\tilde{\mathbf{J}}(\mathbf{x})$  на две составляющие: на освещенной  $\tilde{\mathbf{J}}^{\text{осв}}(\mathbf{x})$

и теневой  $\tilde{\mathbf{J}}^{\text{тен}}(\mathbf{x})$  сторонах  $\Omega$ . Применение векторных базисных функций  $\psi_j^e(\mathbf{x})$  и  $\psi_j^h(\mathbf{x})$ , основанных на многочленах (9) и (10), удовлетворяющих граничным условиям (6) и (7), позволяет учесть влияние  $\mathbf{E}^0$  на  $\tilde{\mathbf{J}}_e(\mathbf{x})$  и  $\tilde{\mathbf{J}}_h(\mathbf{x})$ . В свою очередь, поле  $\mathbf{H}^0$  формирует дополнительные поверхностные токи равной амплитуды, но разного направления с каждой из сторон  $\Omega$ , что в совокупности с принципом эквивалентности позволяет разделить  $\tilde{\mathbf{J}}(\mathbf{x})$  на  $\tilde{\mathbf{J}}^{\text{осв}}(\mathbf{x})$  и  $\tilde{\mathbf{J}}^{\text{тен}}(\mathbf{x})$ .

Следует уточнить, что применение стандартных норм  $L_2$  и  $C$  при  $\mathbf{x} \in \Omega$  для оценки сходимости в рассматриваемой задаче является некорректным, что обуславливается граничными условиями  $\mathbf{J}(\mathbf{x})$  вблизи  $\partial\Omega$  при возникающей сингулярности [16]. В этой связи в нормах  $L_2$  и  $C$  для апостериорной оценки сходимости результатов численного решения выбрана модификация при  $\mathbf{x} \in \Omega \setminus \delta\Omega$ . В последующих исследованиях для априорной оценки сходимости предполагается выбирать пространства Соболева [24].

Полученные результаты при применении метода конформных отображений [12] потенциально позволят обобщить полученные результаты на более сложные геометрические структуры, что и является направлением дальнейших исследований.

### Список литературы

1. Теория электромагнитного поля и распространение радиоволн / И.С. Полянский [и др.]. М.: Горячая линия – Телеком, 2023. 272 с.
2. Хенл Х., Мауэ А., Вестпфаль К. Теория дифракции. М.: Мир, 1964. 428 с.
3. Hongo K., Naqvi Q.A. Diffraction of electromagnetic wave by disk and circular hole in a perfectly conducting plane // Progress in Electromagnetics Research. 2007. Vol. 68. P. 113–150. DOI: <http://dx.doi.org/10.2528/PIER06073102>
4. Balanis C.A. Antenna Theory Analysis and Design. Hoboken: John Wiley & Sons, 1982. 1072 p.
5. Уфимцев П.Я. Теория дифракции краевых волн в электродинамике. Введение в физическую теорию дифракции. М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2012. 372 с.
6. Архипов Н.С., Полянский И.С., Сомов А.М. Анализ и структурно-параметрический синтез зеркальных антенн. М.: Горячая линия – Телеком, 2017. 226 с.
7. Kouyoumjian R.G., Pathak P.H. A uniform geometrical theory of diffraction of an edge in a perfectly conducting surface // Proceedings of the IEEE. 1974. Vol. 62, no. 11. P. 1448–1461. DOI: <https://doi.org/10.1109/PROC.1974.9651>
8. Моделирование и расчет элементов тракта и антенн радиорелейной и спутниковой связи в САПР Ansoft HFSS / А.М. Сомов [и др.]. М.: Горячая линия – Телеком, 2020. 264 с.
9. Kaye M., Murthy P., Thiele G. An iterative method for solving scattering problems // IEEE Transactions on Antennas and Propagation. 1985. Vol. 33, no. 11. P. 1272–1279. DOI: <https://doi.org/10.1109/TAP.1985.1143510>
10. Murthy P., Hill K., Thiele G. A hybrid-iterative method for scattering problems // IEEE Trans. Antennas Propagation. 1986. Vol. 34, no. 10. P. 1173–1180. DOI: <https://doi.org/10.1109/TAP.1986.1143738>
11. Радыгин В.М., Полянский И.С. Модифицированный метод последовательных конформных отображений наперед заданных многоугольных областей // Вестник томского государственного университета. Математика и механика. 2016. № 1 (39). С. 25–35. DOI: <https://doi.org/10.17223/19988621/39/3>
12. Полянский И.С., Логинов К.О. Приближенный метод решения задачи конформного отображения произвольного многоугольника на единичный круг // Вестник удмуртского университета. Математика. Механика. Компьютерные науки. 2022. Т. 32, № 1. С. 107–129. DOI: <https://doi.org/10.35634/vm220108>
13. Электродинамический анализ зеркальных антенн в приближении барицентрического метода / И.С. Полянский [и др.] // Физика волновых процессов и радиотехнические системы. 2020. Т. 23, № 4. С. 36–47. DOI: <https://doi.org/10.18469/1810-3189.2020.23.4.36-47>

14. Ильинский А.С., Полянский И.С., Степанов Д.Е. Решение задач дифракции электромагнитных волн на экранах произвольной формы барицентрическим методом // Прикладная математика и информатика. Труды факультета ВМК МГУ имени М.В. Ломоносова. 2020. Т. 65. С. 15–30. URL: <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=44726938>
15. Полянский И.С. О применении барицентрического метода в численном решении внутренней задачи электродинамики // Физика волновых процессов и радиотехнические системы. 2018. Т. 21, № 3. С. 36–42. URL: <https://journals.ssau.ru/pwp/article/view/7016>
16. Ильинский А.С., Смирнов Ю.Г. Дифракция электромагнитных волн на проводящих тонких экранах (Псевдодифференциальные операторы в задачах дифракции). М.: ИПРЖР, 1996. 176 с.
17. Сингулярные и гиперсингулярные интегральные уравнения в теории зеркальных и полосковых антенн / А.Н. Дементьев [и др.]. М.: Радиотехника, 2015. 216 с.
18. Канторович Л., Крылов В.И. Приближенные методы высшего анализа; 3-е изд. М.: Гостехиздат, 1950. 695 с.
19. Методы анализа волноводных линий передачи / Н.С. Архипов [и др.]. М.: Горячая линия – Телеком, 2017. 114 с.
20. О сведениях уравнений Максвелла в волноводах к системе связанных уравнений Гельмгольца / М.Д. Малых [и др.] // Вестник Российского университета дружбы народов: Серия Математика, информатика, физика. 2018. Т. 26, № 1. С. 39–48. DOI: <https://doi.org/10.22363/2312-9735-2018-26-1-39-48>
21. Dubiner M. Spectral methods on triangles and other domains // Journal of Scientific Computing. 1991. Vol. 6, no. 4. P. 345–390. DOI: <https://doi.org/10.1007/BF01060030>
22. Cai W., Yijun Y., Yuan X.C. Singularity treatment and high-order RWG basis functions for integral equations of electromagnetic scattering // International journal for numerical methods in engineering. 2001. Vol. 53, no. 1. P. 31–47. DOI: <https://doi.org/10.1002/NME.390>
23. Gibson W.C. The Method of Moments in Electromagnetics. New York: Chapman and Hall, 2014. 450 p. DOI: <https://doi.org/10.1201/b17119>
24. К вопросу сходимости барицентрического метода в решении задач дифракции на проводящих тонких экранах / А.С. Ильинский [и др.] // Физика волновых процессов и радиотехнические системы. 2020. Т. 23, № 3. С. 34–43. DOI: <https://doi.org/10.18469/1810-3189.2020.23.3.34-43>

## Информация об авторе

Кетух Дмитрий Константинович, сотрудник Академии Федеральной службы охраны Российской Федерации, г. Орел, Россия. Автор 10 научных публикаций.

Область научных интересов: радиотехника, антенные системы, вычислительная электродинамика, цифровая обработка сигналов.

E-mail: [kdk\\_hcc@mail.ru](mailto:kdk_hcc@mail.ru)

## Physics of Wave Processes and Radio Systems

2025, vol. 28, no. 1, pp. 76–87

DOI [10.18469/1810-3189.2025.28.1.76-87](https://doi.org/10.18469/1810-3189.2025.28.1.76-87)

UDC 519.642:537.86

Original Research

Received 10 September 2024

Accepted 11 October 2024

Published 31 March 2025

## Computationally efficient solution for finding the current density on the illuminated and shadow sides of an infinitely thin circular disk

Dmitry K. Ketukh

Academy of the Federal Guard Service of the Russian Federation

35, Priborostroitel'naya Street,

Oryol, 302015, Russia

**Abstract – Background.** The article is devoted to the development of a computationally efficient numerical solution to the diffraction problem on an infinitely thin ideally conducting circular disk. The main attention is paid to the problem of finding the distribution of the surface current density on each side of the disk separately, which has remained undiscovered in other well-known studies. The **aim** of this paper is to eliminate this disadvantage by forming a computationally efficient algorithmic solution based on the method of moments and allowing numerically to set a smooth approximation of the surface current density on the illuminated and shadow sides of an infinitely thin ideally conducting circular disk. **Methods.** The solution is formed by the Galerkin method when determining the desired approximation of the surface current density on the disk. The solution is based on the formation of a smooth vector function given by the sum of global curl-free and curl basis functions relative to the disk. The corresponding basis functions are formed from the modifications of Bessel functions of the first kind and Zernike polynomials proposed in the paper. **Results.** The operability of the proposed solution is verified on test examples for a disk at different diameter-to-wavelength ratios. The comparison was made with the solution of a similar problem in the Ansoft HFSS

CAD system. **Conclusion.** The obtained results allow us to conclude that the proposed solution is preferable and are the basis for further generalization of the results to more complex geometric structures when using the conformal mapping method.

**Keywords** – infinitely thin disk; electromagnetic wave diffraction; surface current density; illuminated and shadow sides; method of moments; modified Zernike polynomials; modified Bessel functions.

kdk\_hcc@mail.ru (Dmitry K. Ketukh)

 © Dmitry K. Ketukh, 2025

## References

1. I. S. Polyansky et al., *Electromagnetic Field Theory and Radio Wave Distribution*. Moscow: Goryachaya liniya – Telekom, 2023. (In Russ.)
2. H. Henl, A. Maue, and K. Vestpfal, *Theory of Diffraction*. Moscow: Mir, 1964. (In Russ.)
3. K. Hongo and Q. A. Naqvi, “Diffraction of electromagnetic wave by disk and circular hole in a perfectly conducting plane,” *Progress in Electromagnetics Research*, vol. 68, pp. 113–150, 2007, doi: <http://dx.doi.org/10.2528/PIER06073102>.
4. C. A. Balanis, *Antenna Theory Analysis and Design*. Hoboken: John Wiley & Sons, 1982.
5. P. Ya. Ufimtsev, *Theory of Boundary Wave Diffraction in Electrodynamics. Introduction to the Physical Theory of Diffraction*. Moscow: BINOM. Laboratoriya znaniy, 2012. (In Russ.)
6. N. S. Arkhipov, I. S. Polyansky, and A. M. Somov, *Analysis and Structural-Parametric Synthesis of Mirror Antennas*. Moscow: Goryachaya liniya – Telekom, 2017. (In Russ.)
7. R. G. Kouyoumjian and P. H. Pathak, “A uniform geometrical theory of diffraction of an edge in a perfectly conducting surface,” *Proceedings of the IEEE*, vol. 62, no. 11, pp. 1448–1461, 1974, doi: <https://doi.org/10.1109/PROC.1974.9651>.
8. A. M. Somov et al., *Modeling and Calculation of Path Elements and Antennas of Radio Relay and Satellite Communications in CAD Ansoft HFSS*. Moscow: Goryachaya liniya – Telekom, 2020. (In Russ.)
9. M. Kaye, P. Murthy, and G. Thiele, “An iterative method for solving scattering problems,” *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 33, no. 11, pp. 1272–1279, 1985, doi: <https://doi.org/10.1109/TAP.1985.1143510>.
10. P. Murthy, K. Hill, and G. Thiele, “A hybrid-iterative method for scattering problems,” *IEEE Trans. Antennas Propagation*, vol. 34, no. 10, pp. 1173–1180, 1986, doi: <https://doi.org/10.1109/TAP.1986.1143738>.
11. V. M. Radygin and I. S. Polyansky, “Modified method of successive conformal mappings of polygonal domains,” *Vestnik Tomskogo gosudarstvennogo universiteta. Matematika i mekhanika*, no. 1 (39), pp. 25–35, 2016, doi: <https://doi.org/10.17223/19988621/39/3>. (In Russ.)
12. I. S. Polyansky and K. O. Loginov, “Approximate method for solving the problem of conformal mapping of an arbitrary polygon to a unit circle,” *Vestnik Udmurtskogo universiteta. Matematika. Mekhanika. Komp'yuternye nauki*, vol. 32, no. 1, pp. 107–129, 2022, doi: <https://doi.org/10.35634/vm220108>. (In Russ.)
13. I. S. Polyansky et al., “Electrodynamic analysis of mirror antennas in the approximation of the barycentric method,” *Physics of Wave Processes and Radio Systems*, vol. 23, no. 4, pp. 36–47, 2020, doi: <https://doi.org/10.18469/1810-3189.2020.23.4.36-47>. (In Russ.)
14. A. S. Il'insky, I. S. Polyansky, and D. E. Stepanov, “Solving problems of electromagnetic wave diffraction on screens of arbitrary shape by the barycentric method,” *Prikladnaya matematika i informatika. Trudy fakul'teta VMK MGU imeni M.V. Lomonosova*, vol. 65, pp. 15–30, 2020, url: <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=44726938>. (In Russ.)
15. I. S. Polyansky, “About application the barycentric method in the numerical solution of internal problem of electrodynamics,” *Physics of Wave Processes and Radio Systems*, vol. 21, no. 3, pp. 36–42, 2018, url: <https://journals.ssau.ru/pwp/article/view/7016>. (In Russ.)
16. A. S. Il'insky and Yu. G. Smirnov, *Diffraction of Electromagnetic Waves on Conducting Thin Screens (Pseudodifferential Operators in Diffraction Problems)*. Moscow: IPRZhR, 1996. (In Russ.)
17. A. N. Dement'ev et al., *Singular and Hypersingular Integral Equations in the Theory of Mirror and Strip Antennas*. Moscow: Radiotekhnika, 2015. (In Russ.)
18. L. Kantorovich and V. I. Krylov, *Approximate Methods of Higher Analysis*, 3rd ed. Moscow: Gostekhizdat, 1950. (In Russ.)
19. N. S. Arkhipov et al., *Methods for Analyzing Waveguide Transmission Lines*. Moscow: Goryachaya liniya – Telekom, 2017. (In Russ.)
20. M. D. Malykh et al., “On the reduction of Maxwell's equations in waveguides to the system of coupled Helmholtz equations,” *Vestnik Rossiyskogo universiteta druzhby narodov: Seriya Matematika, informatika, fizika*, vol. 26, no. 1, pp. 39–48, 2018, doi: <https://doi.org/10.22363/2312-9735-2018-26-1-39-48>. (In Russ.)
21. M. Dubiner, “Spectral methods on triangles and other domains,” *Journal of Scientific Computing*, vol. 6, no. 4, pp. 345–390, 1991, doi: <https://doi.org/10.1007/BF01060030>.
22. W. Cai, Y. Yijun, and X. C. Yuan, “Singularity treatment and high-order RWG basis functions for integral equations of electromagnetic scattering,” *International journal for numerical methods in engineering*, vol. 53, no. 1, pp. 31–47, 2001, doi: <https://doi.org/10.1002/NME.390>.
23. W. C. Gibson, *The Method of Moments in Electromagnetics*. New York: Chapman and Hall, 2014, doi: <https://doi.org/10.1201/b17119>.
24. A. S. Il'insky et al., “On the convergence the barycentric method in solving diffraction problems on conductive thin screens,” *Physics of Wave Processes and Radio Systems*, vol. 23, no. 3, pp. 34–43, 2020, doi: <https://doi.org/10.18469/1810-3189.2020.23.3.34-43>. (In Russ.)

## Information about the Author

**Dmitry K. Ketukh**, member of the Academy of the Federal Guard Service of the Russian Federation, Oryol, Russia. Author of 10 scientific publications.

*Research interests:* radio engineering, antenna systems, computational electrodynamics, digital signal processing.

*E-mail:* kdk\_hcc@mail.ru

## Отражение и прохождение циркулярно-поляризованного света для слоистой периодической системы с распределенными дефектами

В.В. Яцышен 

Волгоградский государственный университет  
400062, Россия, г. Волгоград,  
Университетский пр., 100

**Аннотация – Обоснование.** Периодические слоистые системы формируют одномерные фотонные кристаллы, которые обладают многими свойствами обычных кристаллов. Особый интерес представляют оптические свойства таких структур, которые привлекают внимание исследователей и инженеров перспективой практических применений. **Цель.** В работе приводятся результаты расчета частотных и угловых спектров отражения и прохождения света для периодической структуры со сложными внедренными дефектами. **Методы.** С помощью метода характеристических матриц проводится расчет энергетических коэффициентов отражения и прохождения для такой структуры с использованием циркулярно-поляризованного света. Проводится анализ эллипсометрических параметров отраженного и прошедшего излучения. **Результаты.** В работе показано, что при наклонном падении света на исследуемую периодическую структуру с дефектом приводит к большому разнообразию угловых и частотных спектров отражения и прохождения, что позволяет применять данную структуру для селективного отражения, а также для устройств, изменяющих характер поляризации падающего излучения. **Заключение.** Использование циркулярно-поляризованного излучения при его отражении и прохождении для периодических сред со сложными распределенными дефектами позволяет получить новые управляемые оптические устройства.

**Ключевые слова** – периодическая структура; диэлектрический дефект; дефект с конечной проводимостью; эллипсометрический метод; круговая и эллиптическая поляризация света.

### Введение

Диагностика неоднородных структур с помощью поляризованного оптического излучения позволяет получить важную информацию как для изучения самих объектов, так и для практического использования таких структур. В работах [2–4] проводится анализ оптических свойств тонких пленок с использованием циркулярно-поляризованного света. Особый интерес представляют периодические слоистые структуры, образующие одномерный фотонный кристалл [1]. Идеальные периодические структуры обладают характерными спектрами отраженного и прошедшего света, на фоне которых особенно ярко выделяются особенности, связанные с наличием дефектов в периодической структуре [5–7; 9]. Применение распределенных дефектов в идеальной периодической структуре приводит к возможности получения уникальных устройств для преобразования оптических параметров падающего на такую структуру излучения [8]. В данной работе проводится обобщение модели структуры с распределенными дефектами, предложенными в [8], на случай наклонного падения света и применения света круговой поляризации. Такое обобщение дает более

широкие возможности изучения отклика исследуемой системы на воздействующее поляризованное излучение для практических применений таких периодических структур с распределенными дефектами.

### 1. Постановка задачи

На периодическую слоистую систему, состоящую из 10 пар слоев, под углом  $\theta$  падает циркулярно-поляризованный свет. В данной системе распределено 4 дефекта – см. рис. 1. Расчет проводился для следующих значений параметров: 1-й слой в периодической паре – диэлектрическая проницаемость  $\epsilon_1 = 11,22$ , толщина слоя  $d_1 = 0,116\mu$ , 2-й слой в периодической паре –  $\epsilon_2 = 8,35$ ,  $d_2 = 0,134\mu$ . Параметры дефекта:  $\epsilon_{def} = 25$ , толщина слоя дефекта  $d_{def} = 2,668\mu$ . Длина волны падающего света  $\lambda = 1,55\mu$ . Требуется провести расчет спектральной и угловой зависимости энергетических коэффициентов отражения и прохождения, а также параметров эллипсометрии.

### 2. Метод расчета

В качестве основного диагностического метода используется метод эллипсометрии. Эллипсо-

метрические параметры  $\rho$  и  $\Delta$  определяются в данной работе как модуль и аргумент комплексного параметра  $\rho$ , являющегося отношением амплитудных коэффициентов отражения для  $p$ - и  $s$ -поляризации:

$$\rho = \rho e^{i\Delta} = \frac{R_p}{R_s}$$

С помощью метода характеристических матриц [7] проводится расчет энергетических коэффициентов отражения и прохождения как функции длины волны падающего света, а также как функции угла падения. Кроме этого, рассчитываются амплитуды отраженной и прошедшей волн, по ним рассчитываются соответствующие эллипсометрические параметры.

### 3. Результаты расчетов

Результаты расчета представлены на рис. 2–7.

### 4. Обсуждение результатов

Из приведенного анализа мы видим, что слоистая периодическая среда с распределенными дефектами обладает ярко выраженными зависимостями от угла падения света и от его длины волны. Этот результат предоставляет возможность для использования такой слоистой структуры для целей преобразования параметров излучения.

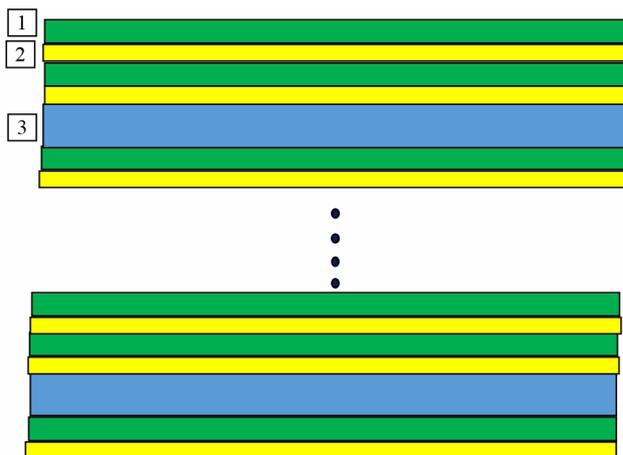


Рис. 1. Периодическая слоистая система с распределенными дефектами  
 Fig. 1. Periodic layered system with distributed defects

Особенно следует отметить поведение второго эллипсометрического параметра  $\Delta$ . Как видно из рис. 4, 5 и 7, этот параметр при определенных значениях длин волн и углах падения переходит через нулевые значения. Как показано в наших работах [6; 7], это означает смену поляризации с одной на другую – с левой эллиптической на правую эллиптическую и наоборот. Такое свойство спектров параметров эллипсометрии позволяет использовать его в практических целях для создания устройств, изменяющих поляризацию света.

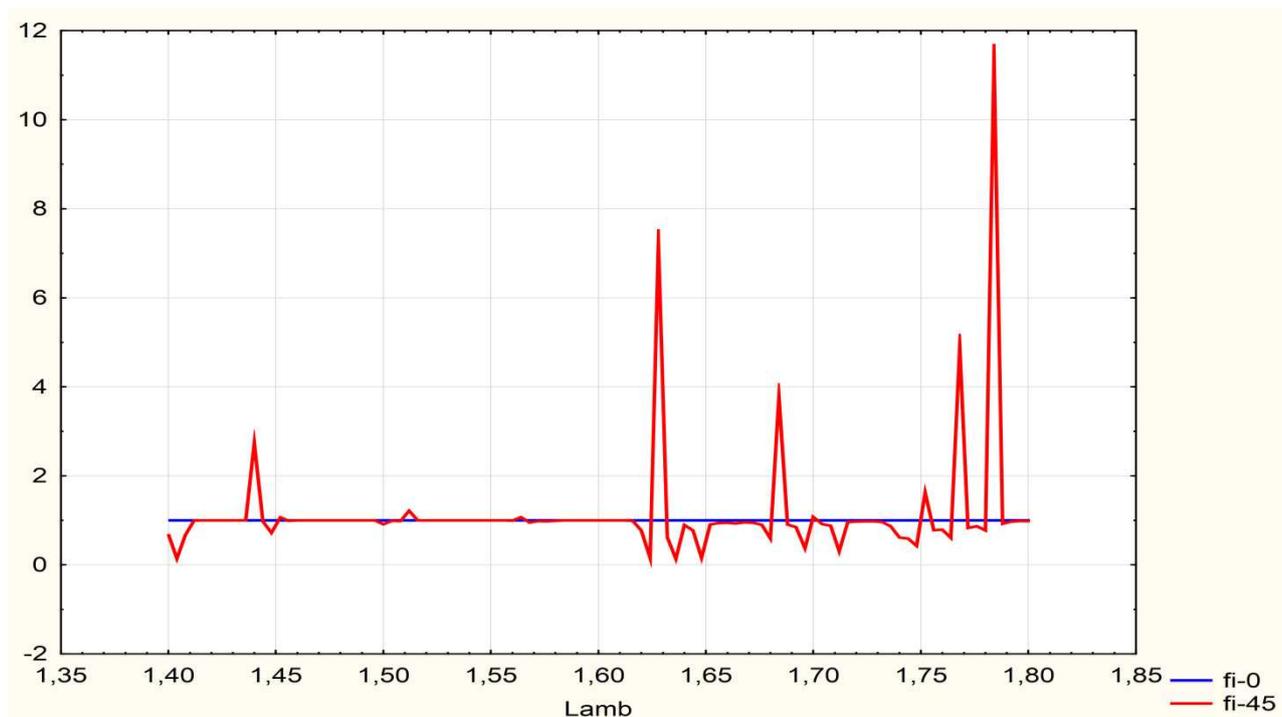


Рис. 2. Зависимость эллипсометрического параметра  $\rho$  от длины волны для значений углов падения  $fi = 0^\circ$  и  $fi = 45^\circ$   
 Fig. 2. Dependence of the ellipsometric parameter  $\rho$  on the wavelength for the values of the angles of incidence  $fi = 0^\circ$  and  $fi = 45^\circ$

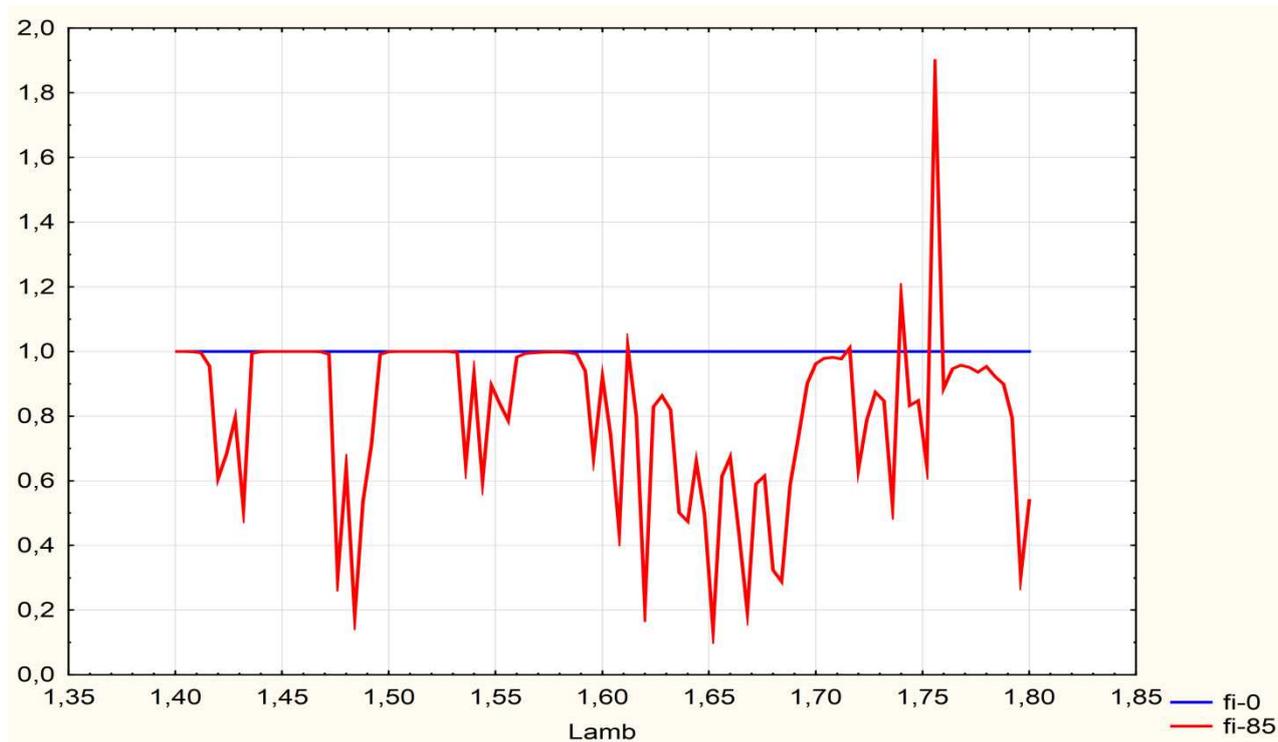


Рис. 3. Зависимость эллипсометрического параметра  $\rho$  от длины волны для значений углов падения  $fi = 0^\circ$  и  $fi = 85^\circ$   
Fig. 3. Dependence of the ellipsometric parameter  $\rho$  on the wavelength for the values of the angles of incidence  $fi = 0^\circ$  and  $fi = 85^\circ$

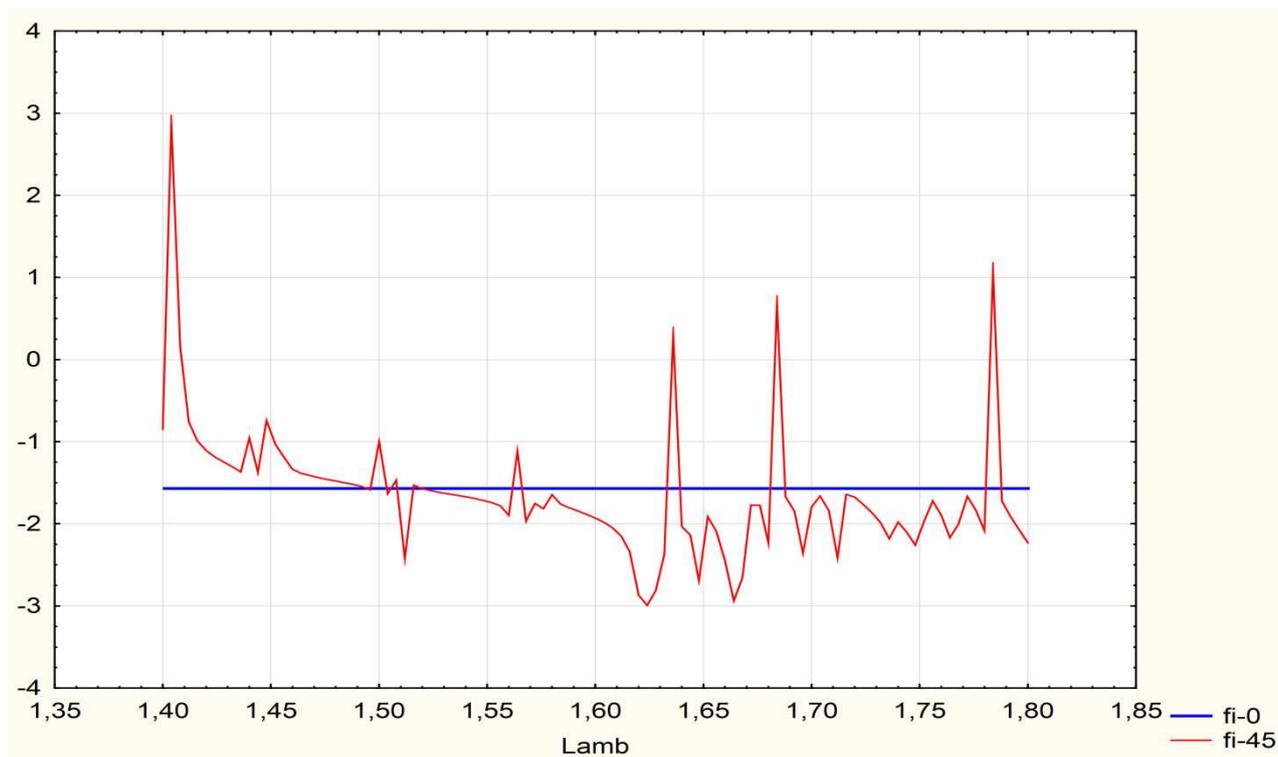


Рис. 4. Зависимость эллипсометрического параметра  $\Delta$  от длины волны для значений углов падения  $fi = 0^\circ$  и  $fi = 45^\circ$   
Fig. 4. Dependence of the ellipsometric parameter  $\Delta$  on the wavelength for the values of the angles of incidence  $fi = 0^\circ$  and  $fi = 45^\circ$

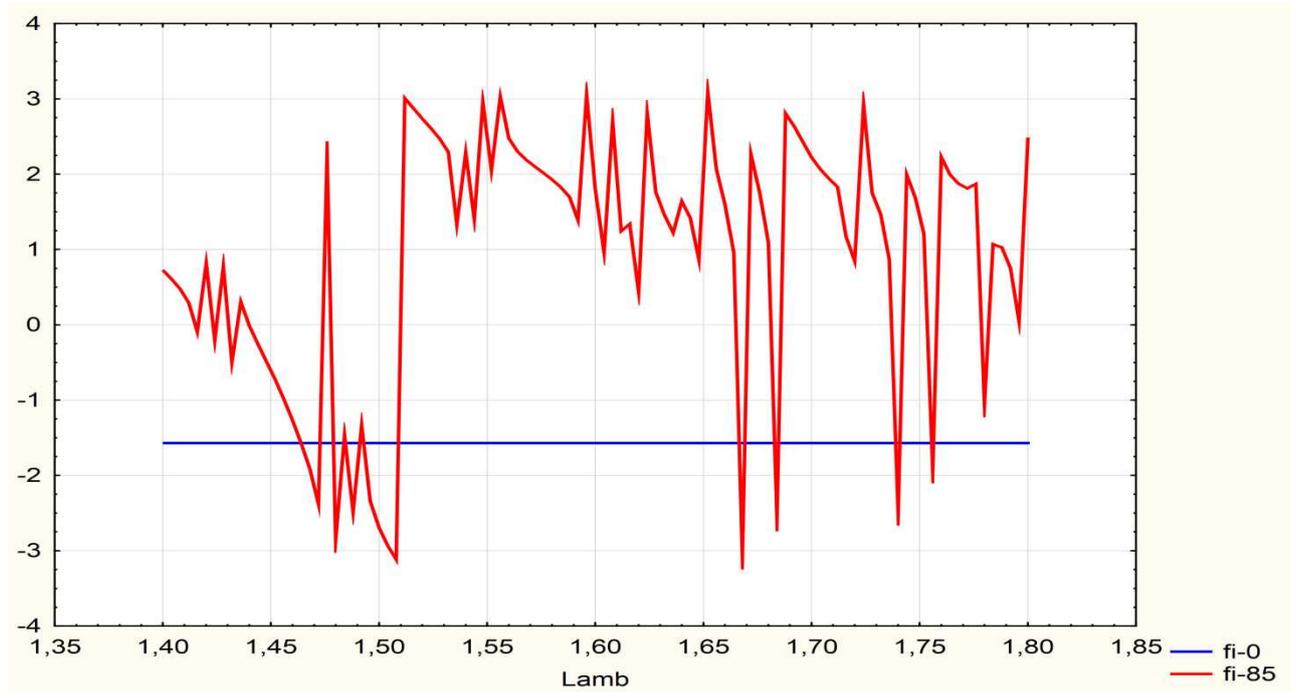


Рис. 5. Зависимость эллипсометрического параметра  $\Delta$  от длины волны для значений углов падения  $fi = 0^\circ$  и  $fi = 85^\circ$   
Fig. 5. Dependence of the ellipsometric parameter  $\Delta$  on the wavelength for the values of the angles of incidence  $fi = 0^\circ$  and  $fi = 85^\circ$

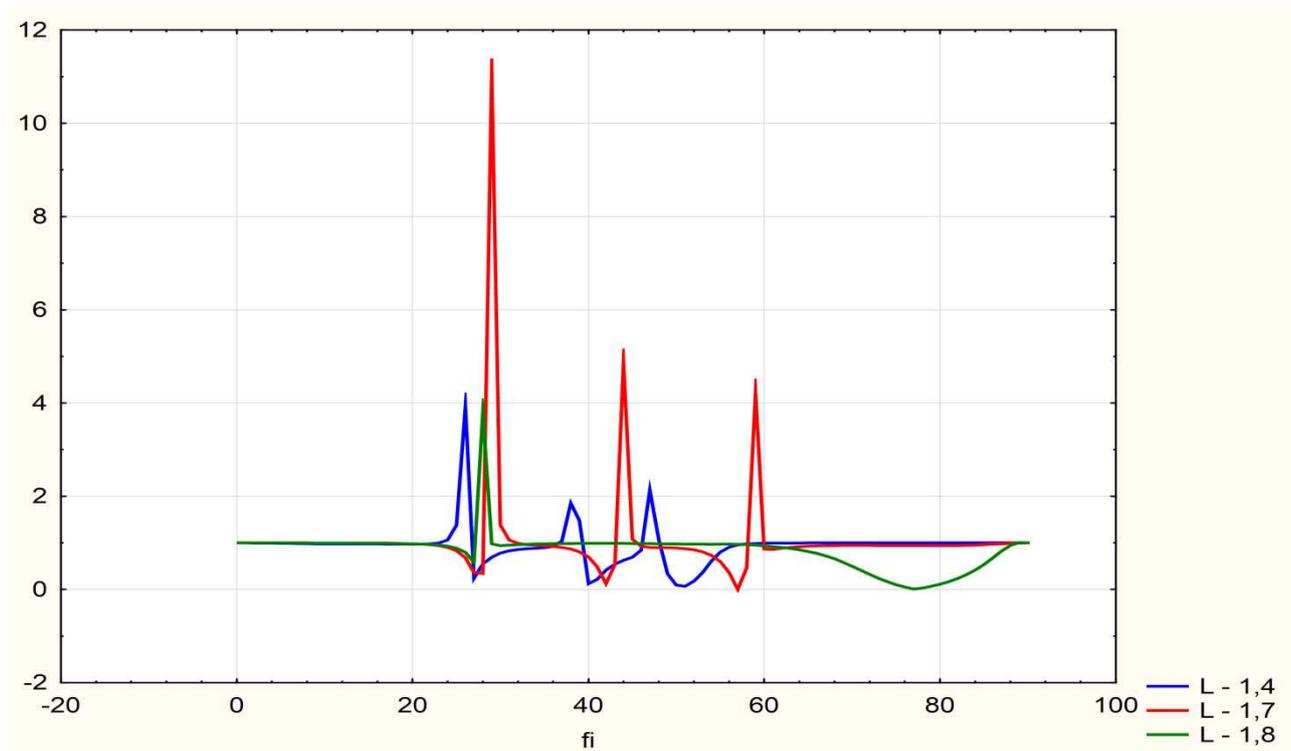


Рис. 6. Угловые спектры эллипсометрического параметра  $\rho$  для трех значений длины волны  $\lambda = 1,4\mu$ ,  $\lambda = 1,7\mu$ ,  $\lambda = 1,8\mu$   
Fig. 6. Angular spectra of the ellipsometric parameter  $\rho$  for three wavelength values  $\lambda = 1,4\mu$ ,  $\lambda = 1,7\mu$ ,  $\lambda = 1,8\mu$

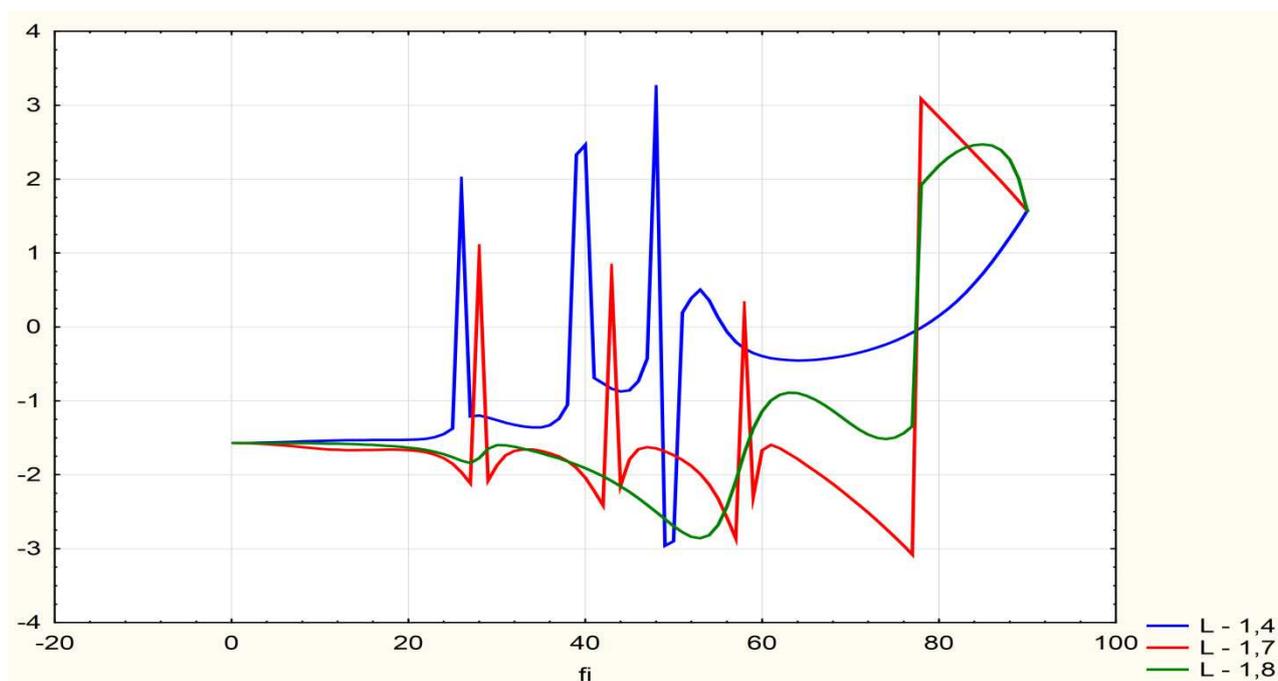


Рис. 7. Угловые спектры эллипсометрического параметра  $\Delta$  для трех значений длины волны  $\lambda = 1,4\mu$ ,  $\lambda = 1,7\mu$ ,  $\lambda = 1,8\mu$   
Fig. 7. Angular spectra of the ellipsometric parameter  $\Delta$  for three wavelength values  $\lambda = 1,4\mu$ ,  $\lambda = 1,7\mu$ ,  $\lambda = 1,8\mu$

## Заключение

В работе показана высокая чувствительность эллипсометрического метода при анализе спектров

отраженной световой волны от слоистой периодической структуры с распределенными дефектами. Отмечена возможность управления характером поляризации света с помощью такой структуры.

## Список литературы

1. Joannopoulos J.D., Meade R.D., Winn J.N. Photonic Crystals. Princeton: Princeton University Press, 2008. 286 p.
2. Yatsyshen V.V. The use of plasmon resonance spectroscopy to analyze the parameters of thin layers // Journal of Physics: Conference Series. 2020. Vol. 1515, no. 2. P. 022047. DOI: <https://doi.org/10.1088/1742-6596/1515/2/022047>
3. Яцышен В.В. Методы наноплазмоники в угловой спектроскопии наноразмерных биологических объектов // Физика волновых процессов и радиотехнические системы. 2020. Т. 23, № 4. С. 111–115. DOI: <https://doi.org/10.18469/1810-3189.2020.23.4.111-115>
4. Яцышен В.В. Эллипсометрия тонких пленок биологических объектов в условиях полного внутреннего отражения // Физика волновых процессов и радиотехнические системы. 2021. Т. 24, № 4. С. 7–12. DOI: <https://doi.org/10.18469/1810-3189.2021.24.4.7-12>
5. Яцышен В.В. Математическое моделирование взаимодействия эллиптически поляризованного света с периодической наноструктурой, содержащей дефектный слой // Современная наука: актуальные проблемы теории и практики. Серия: Естественные и технические науки. 2022. № 12. С. 107–113.
6. Вережкина К.Ю., Вережкин И.Ю., Яцышен В.В. Оптическая диагностика дефектов в слоистых периодических наноструктурах // НБИ технологии. 2022. Т. 16, № 1. С. 19–26. DOI: <https://doi.org/10.15688/NBIT.jvolsu.2022.1.4>
7. Yatsyshen V.V. Diagnosis of a periodic nanostructure with a defect using circularly polarized light // Journal of Physics: Conference Series. 2022. Vol. 2373, no. 4. P. 042006. DOI: <https://doi.org/10.1088/1742-6596/2373/4/042006>
8. Глухов И.А., Моисеев С.Г. Спектральные характеристики каскадных фотонно-кристаллических структур с междоменными дефектами // Оптика и спектроскопия. 2023. Т. 131, № 11. С. 1475–1478. URL: <https://journals.ioffe.ru/articles/57005>
9. Яцышен В.В., Алмохаммад Г.А. Влияние дефекта периодической наноструктуры на ее оптические свойства // Взаимодействие СВЧ, терагерцового и оптического излучения с полупроводниковыми микро- и наноструктурами, метаматериалами и биообъектами: сб. ст. XI Всероссийской научной школы-семинара. Саратов, 23–24 мая 2024 г. Саратов: Саратовский источник, 2024. С. 155–157. URL: <https://elibrary.ru/item.asp?id=67356718>

## Информация об авторе

Яцышен Валерий Васильевич, доктор технических наук, профессор кафедры судебной экспертизы и физического материаловедения Волгоградского государственного университета, г. Волгоград, Россия.

Область научных интересов: радиофизика и квантовая радиофизика, оптические свойства конденсированных сред, фотонные кристаллы, метаматериалы.

E-mail: yatsyshen.valeriy@volsu.ru  
ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-4185-2333>  
SPIN-код (eLibrary): 9693-4494  
AuthorID (eLibrary): 148248  
ResearcherID (WoS): AAZ-6993-2021

## Physics of Wave Processes and Radio Systems 2025, vol. 28, no. 1, pp. 88–94

DOI 10.18469/1810-3189.2025.28.1.88-94  
UDC 535.33:535.015  
Original Research

Received 23 September 2024  
Accepted 24 October 2024  
Published 31 March 2025

# Reflection and transmission of circularly polarized light for a layered periodic system with distributed defects

Valeriy V. Yatsyshen 

Volgograd State University  
100, University Avenue,  
Volgograd, 400062, Russia

**Abstract – Background.** Periodic layered systems form one-dimensional photonic crystals that have many properties of conventional crystals. Of particular interest are the optical properties of such structures, which attract the attention of researchers and engineers due to the prospects for practical applications. **Aim.** The paper presents the results of calculating the frequency and angular spectra of reflection and transmission of light for a periodic structure with complex embedded defects. **Methods.** Using the characteristic matrix method, the energy reflection and transmission coefficients are calculated for such a structure using circularly polarized light. The ellipsometric parameters of the reflected and transmitted radiation are analyzed. **Results.** The paper shows that oblique incidence of light on the studied periodic structure with a defect leads to a wide variety of angular and frequency reflection and transmission spectra, which allows using this structure for selective reflection, as well as for devices that change the nature of the polarization of incident radiation. **Conclusion.** The use of circularly polarized radiation during its reflection and transmission for periodic media with complex distributed defects allows obtaining new controlled optical devices.

**Keywords –** periodic structure; dielectric defect; defect with finite conductivity; ellipsometric method; circular and elliptical polarization of light.

yatsyshen.valeriy@volsu.ru (Valeriy V. Yatsyshen)

 © Valeriy V. Yatsyshen, 2025

## References

1. J. D. Joannopoulos, R. D. Meade, and J. N. Winn, *Photonic Crystals*. Princeton: Princeton University Press, 2008.
2. V. V. Yatsyshen, “The use of plasmon resonance spectroscopy to analyze the parameters of thin layers,” *Journal of Physics: Conference Series*, vol. 1515, no. 2, p. 022047, 2020, doi: <https://doi.org/10.1088/1742-6596/1515/2/022047>.
3. V. V. Yatsyshen, “Nanoplasmonic methods in angular spectroscopy of nanoscale biological objects,” *Physics of Wave Processes and Radio Systems*, vol. 23, no. 4, pp. 111–115, 2020, doi: <https://doi.org/10.18469/1810-3189.2020.23.4.111-115>. (In Russ.)
4. V. V. Yatsyshen, “Ellipsometry of thin films of biological objects under conditions of total internal reflection,” *Physics of Wave Processes and Radio Systems*, vol. 24, no. 4, pp. 7–12, 2021, doi: <https://doi.org/10.18469/1810-3189.2021.24.4.7-12>. (In Russ.)
5. V. V. Yatsyshen, “Mathematical simulation of the interaction of elliptically polarized light with a periodic nanostructure containing a defect layer,” *Sovremennaya nauka: aktual'nye problemy teorii i praktiki. Seriya: Estestvennye i tekhnicheskie nauki*, no. 12, pp. 107–113, 2022. (In Russ.)
6. K. Yu. Verevkin, I. Yu. Verevkin, and V. V. Yatsyshen, “Optical diagnosis of defects in layered periodic nanostructures,” *NBI tekhnologii*, vol. 16, no. 1, pp. 19–26, 2022, doi: <https://doi.org/10.15688/NBIT.jvolsu.2022.1.4>. (In Russ.)
7. V. V. Yatsyshen, “Diagnosis of a periodic nanostructure with a defect using circularly polarized light,” *Journal of Physics: Conference Series*, vol. 2373, no. 4, p. 042006, 2022, doi: <https://doi.org/10.1088/1742-6596/2373/4/042006>.
8. I. A. Glukhov and S. G. Moiseev, “Spectral characteristics of cascading photon-critical structures with interdeman defects,” *Optika i spektroskopiya*, vol. 131, no. 11, pp. 1475–1478, 2023, url: <https://journals.ioffe.ru/articles/57005>. (In Russ.)
9. V. V. Yatsyshen and G. A. Almokhammad, “The effect of a defect in the periodic nanostructure on its optical properties,” in *Proc. Vzaïmodeystvie SVCh, teragertsovogo i opticheskogo izlucheniya s poluprovodnikovymi mikro- i nanostrukturami, metamaterialami i bioob'ektami: XI Vserossiyskoy nauchnoy shkoly-seminara*, Saratov, May 23–24 2024. Saratov: Saratovskiy istochnik, pp. 155–157, 2024, url: <https://elibrary.ru/item.asp?id=67356718>. (In Russ.)

### Information about the Author

**Valeriy V. Yatsyshen**, Doctor of Technical Sciences, professor of the Department of Forensic Science and Physical Materials Science, Volgograd State University, Volgograd, Russia.

*Research interests:* radiophysics and quantum radiophysics, optical properties of condensed matter, photonic crystals, metamaterials.

*E-mail:* yatsyshen.valeriy@volsu.ru

*ORCID:* <https://orcid.org/0000-0003-4185-2333>

*SPIN-code (eLibrary):* 9693-4494

*AuthorID (eLibrary):* 148248

*ResearcherID (WoS):* AAZ-6993-2021

## Линейные и плоские антенные решетки, сфокусированные по широкополосным сигналам в задачах радиосвязи, микроволновых технологий и неразрушающего контроля

Д.А. Веденькин 

Казанский национальный исследовательский технический университет имени А.Н. Туполева – КАИ  
420111, Россия, г. Казань,  
ул. К. Маркса, 10

**Аннотация – Обоснование.** Основные свойства и характеристики сфокусированных антенных систем, использующих узкополосные сигналы известны и в целом совпадают со свойствами широкополосных дискретных антенн с симметричным спектром. Использование широкополосных сигналов позволяет расширить технические возможности устройств, использующих сфокусированные электромагнитные поля. Настоящая статья посвящена оценке свойств широкополосных сфокусированных полей, сформированных сигналами как со сплошным, так и с дискретным спектром, показана возможность создания специальных пространственных распределений сфокусированных полей. Предложен подход к синтезу широкополосных сфокусированных антенных решеток. Выработан ряд технических приложений антенных решеток, сфокусированных в зоне ближнего излученного поля по широкополосному сигналу. **Цель** настоящей статьи заключается в описании основных свойств сфокусированных широкополосных электромагнитных полей, показании возможности формирования специальных сфокусированных пространственных распределений и выработке на их основе вариантов практического применения. **Методы.** Достижение цели статьи обусловлено использованием известных принципов электродинамики и апертурной теории антенн. **Результаты.** Показаны особенности формирования сфокусированных широкополосных электромагнитных полей, и приведены их основные свойства. Предложены варианты технического применения сфокусированных широкополосных антенных решеток. **Заключение.** Полученные результаты подтверждают важность оценки свойств широкополосных сфокусированных антенн и выработки на их основе ряда технических предложений.

**Ключевые слова** – фокусировка электромагнитного поля; широкополосный сигнал; сфокусированная антенная решетка; технические приложения; конструктивный синтез.

### Введение

Современное развитие науки и техники неуклонно связано с использованием широкого круга радиоэлектронных средств и систем. Они находят широкое применение не только в задачах радиосвязи, но и в области микроволновых технологий и средств микроволнового неразрушающего контроля. Радиоэлектронные системы за время своего становления и развития прошли путь от громоздкого низкочастотного оборудования в начале XX века до миниатюрных систем в наше время. Увеличиваются значения рабочих частот и ширина спектра радиосигналов, разрабатываются новые типы антенн и СВЧ-устройств, предлагаются новые варианты их практического применения. При этом значительное количество современных радиосистем используют электромагнитные поля, сформированные в дальней зоне, и радиосигналы с относительно небольшой полосой занимаемых частот. Однако существует ряд задач, когда необходимо учитывать функционирование радиосистем

на расстояниях, сравнимых с размерами апертуры, т. е. в зоне ближнего излученного поля [1; 2] и использующих для функционирования широкополосные сигналы. Формирование радиоизлучения в зоне ближнего излученного поля характеризуется возможностью концентрации энергии электромагнитных волн в области пространства конечных размеров, т. е. фокусировку. Характеристики и параметры полей в указанной зоне: КНД, уровень боковых лепестков, размеры сфокусированной области и ряд других имеют иной характер в отличие от аналогичных в дальней зоне. Свойства сфокусированных полей в зоне ближнего излученного поля описывает апертурная теория сфокусированных антенн, формирование основ которой к настоящему времени практически завершено для монохроматических электромагнитных полей [3]. Использование широкополосных сигналов позволяет, в свою очередь, улучшить ряд свойств сфокусированного излучения, что открывает новые возможности при решении задач радиосвязи, микроволновых технологий и неразрушающего

контроля. Наибольший практический интерес представляет использование в этих задачах широкополосных антенных решеток.

## 1. Дискретные антенны, сфокусированные по широкополосному сигналу со сплошным спектром и их математические модели

Основные свойства монохроматических сфокусированных электромагнитных полей, сформированных в зоне ближнего излученного поля непрерывными апертурами, хорошо известны [3]. Фокусировка электромагнитного излучения осуществляется путем управления фазами излучающих токов таким образом, чтобы в точке фокусировки осуществлялось бы синфазное сложение парциальных полей от каждого элементарного участка апертуры. Для оценки свойств широкополосных сфокусированных полей целесообразно перейти к рассмотрению широкополосных сфокусированных дискретных антенн. В рамках представлений апертурной теории антенн дискретная антенна может рассматриваться как система дискретных источников, амплитуды излучающих токов которой подчинены тому или иному закону амплитудного распределения, а фазы излучающих токов выбираются исходя их критерия синфазного сложения парциальных полей элементарных излучателей сфокусированной дискретной антенны в точке фокусировки. Тогда пространственное распределение напряженности электрического поля может быть записано в виде

$$\dot{E}(x, y, z) = \sum \frac{\dot{I}_i \dot{g}_i(x_i, y_i, z_i, x, y, z)}{r_i(x, y, z)} \times \exp\left[-jk(r_i(x, y, z) - r_{\text{фок},i}(x_0, y_0, z_0))\right], \quad (1)$$

где  $\dot{I}_i$  – комплексные амплитуды возбуждения  $i$ -го элемента дискретной сфокусированной антенны,  $(x_i, y_i, z_i)$  – координаты  $i$ -го элемента дискретной сфокусированной антенны,  $\dot{g}_i(x_i, y_i, z_i, x, y, z)$  – значение напряженности поля  $i$ -го элемента в точке  $(x, y, z)$  при единичном возбуждении,  $r_i(x, y, z)$  – расстояние от  $i$ -го элемента дискретной сфокусированной антенны до точки наблюдения с координатами  $(x, y, z)$ ,  $r_{\text{фок},i}(x_0, y_0, z_0)$  – расстояние от  $i$ -го элемента дискретной сфокусированной антенны до точки фокусировки,  $(x_0, y_0, z_0)$  – координаты точки фокусировки.

Для фокусировки широкополосных сигналов необходимо обеспечить надлежащее управление

фазами каждой частотной компоненты излучаемого спектра. Тогда для сигналов со сплошным спектром и в предположении изотропности парциальных диаграмм направленности каждого элементарного излучателя сфокусированной дискретной антенны напряженность сфокусированного электрического поля может быть записана как

$$\dot{E}(x, y, z) = \int_{f_0 - \frac{\Delta f}{2}}^{f_0 + \frac{\Delta f}{2}} \sum_{i=1}^n I_i(f) \times \frac{\exp\{-jk(f)[r_i(x, y, z) - r_i(x_0, y_0, z_0)]\}}{r_i(x, y, z)} df, \quad (2)$$

где  $k(f)$  – функция волнового числа;  $I(f)$  – амплитуды токов в соответствии с законом спектрального распределения;  $n$  – количество излучателей.

Рассмотрим модель широкополосной сфокусированной линейной дискретной антенны со следующими параметрами:

- центральная частота –  $f_0 = 1500$  МГц;
- количество излучателей – 16 шт.;
- шаг излучателей – 0,1 м;
- длина дискретной антенны – 1,5 м;
- координаты точки фокусировки, м –  $(0, 0, 2)$ ;
- ширина спектров моделируемых сигналов – 1 ГГц, 100 МГц;
- законы моделируемых спектров – равномерный, спадающий, нормальный, Релея.

Спектры излучаемых сигналов шириной 100 МГц показаны на рис. 1.

Нормированные распределения модуля напряженности электрического поля отражены на рис. 2, цвет соответствует спектру сигнала на рис. 1, синяя сплошная линия (в электронной версии журнала) – монохроматический сигнал. Графики получены при равенстве излучаемых мощностей.

Для поперечного направления распределения модуля напряженности поля практически полностью совпадают, а для продольного направления также наблюдается эффект смещения максимума характеристики от точки фокусировки к дискретной антенне. При этом для различных типов спектра это смещение различно и минимально для широкополосного сигнала с равномерным спектром и максимально для монохроматического сигнала. Значения абсолютной величины смещения максимумов модулей напряженности электрического поля для различных типов спектральных распределений и различных расстояний до точки

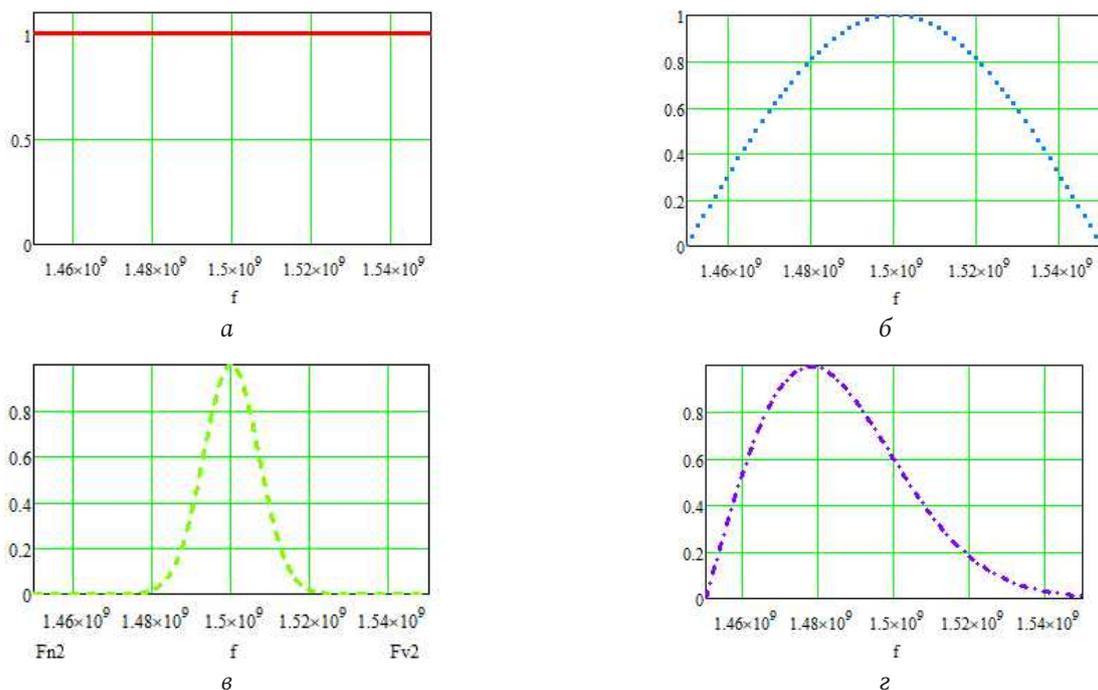


Рис. 1. Виды спектров излучаемых сигналов диапазона 100 МГц: а – равномерный; б – спадающий; в – нормальный; г – релеевский  
 Fig. 1. Spectrum types of emitted signals in the 100 MHz range: a – uniform; b – falling; c – normal; d – Rayleigh

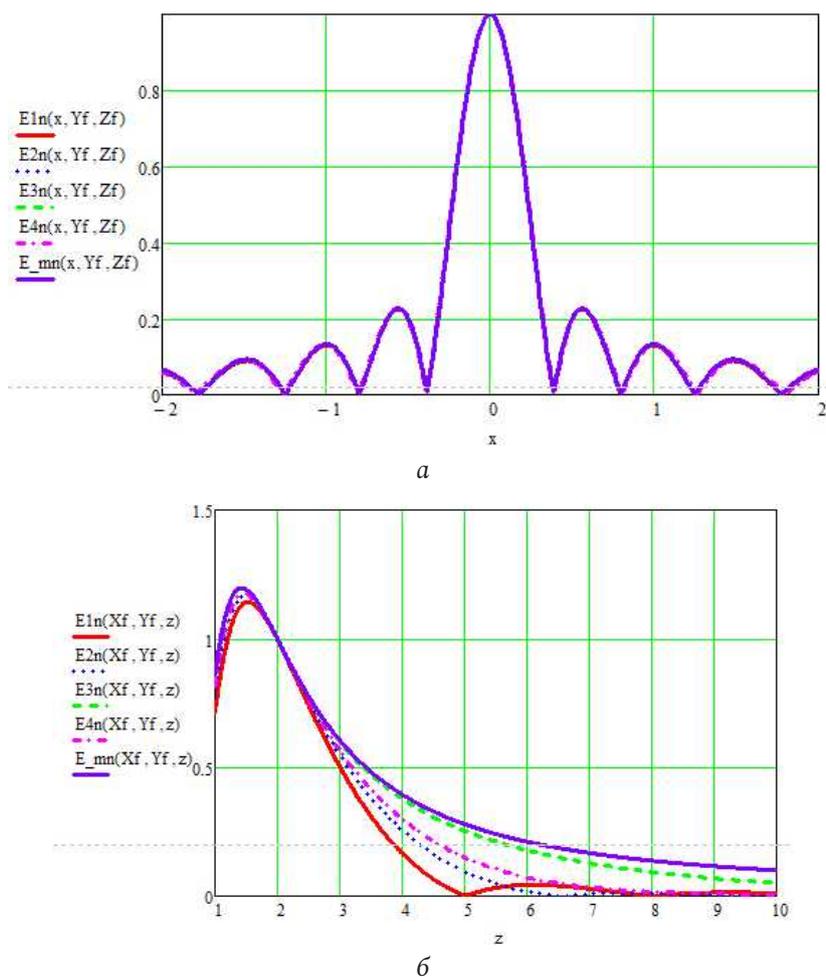
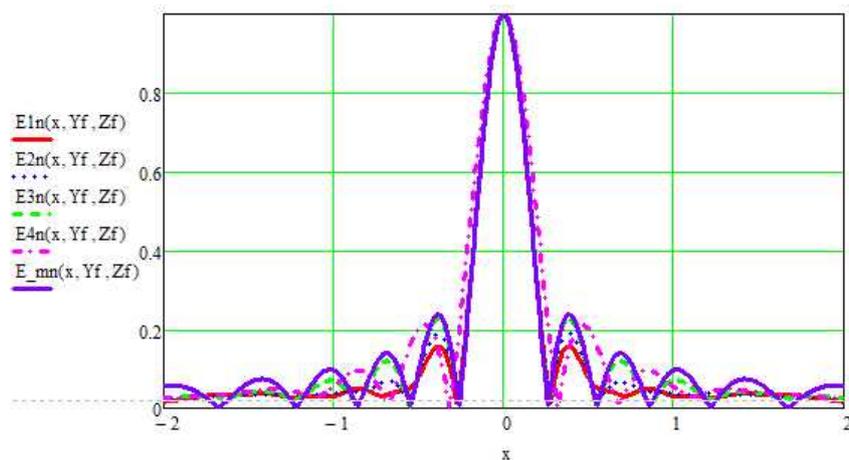


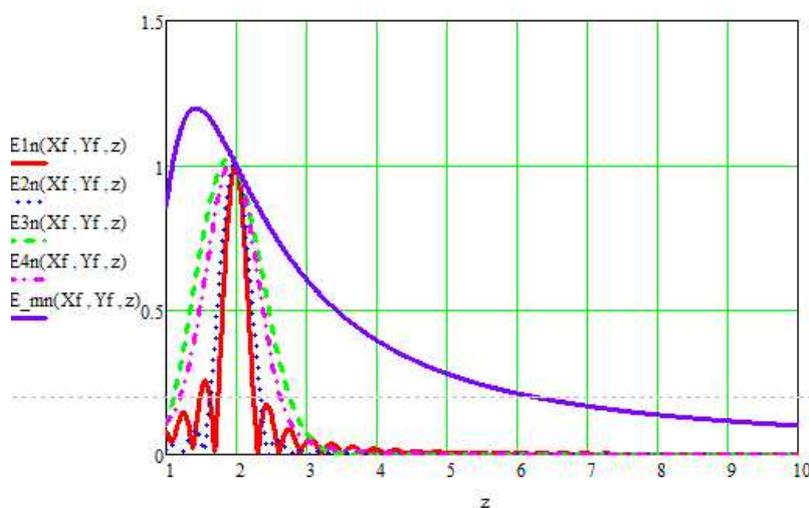
Рис. 2. Нормированные распределения модуля напряженности поля широкополосной сфокусированной дискретной антенны с  $\Delta f = 100$  МГц в направлении: а – поперечном; б – продольном  
 Fig. 2. Normalized distributions of the field strength modulus of a broadband focused discrete antenna with  $\Delta f = 100$  MHz in the direction: a – transverse; b – longitudinal

Таблица 1. Смещение максимума модуля напряженности поля для сигналов с  $\Delta f = 100$  МГц  
Table 1. Shift of the maximum field strength modulus for signals with  $\Delta f = 100$  MHz

№	Тип спектрального распределения	Расстояние до точки фокусировки, м				
		2	3	5	10	20
1	Равномерный, $\Delta f = 100$ МГц	0,48	0,73	0,58	0,29	0,15
2	Спадающий, $\Delta f = 100$ МГц	0,52	0,94	1,05	0,51	0,25
3	Нормальный, $\Delta f = 100$ МГц	0,57	1,19	2,7	6,63	2,68
4	Релеевский, $\Delta f = 100$ МГц	0,55	1,03	1,58	0,75	0,36
5	Монохроматический	0,58	1,22	2,81	7,44	17,18



a



б

Рис. 3. Нормированные распределения модуля напряженности поля широкополосной сфокусированной дискретной антенны с  $\Delta f = 1000$  МГц в направлении: а - поперечном; б - продольном  
Fig. 3. Normalized distributions of the field strength modulus of a broadband focused discrete antenna with  $\Delta f = 1000$  MHz in the direction: a - transverse; b - longitudinal

фокусировки для рассматриваемой линейной дискретной антенны представлены в таблице 1.

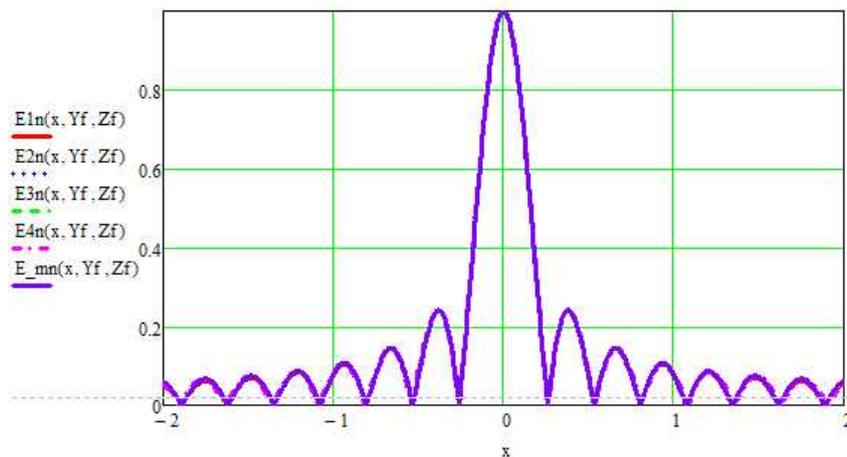
Осевые распределения модуля напряженности широкополосного сфокусированного сигнала с полосой частот  $\Delta f = 1000$  МГц показаны на рис. 3. Форма спектральных распределений излу-

чаемых сигналов идентичны представленным на рис. 1.

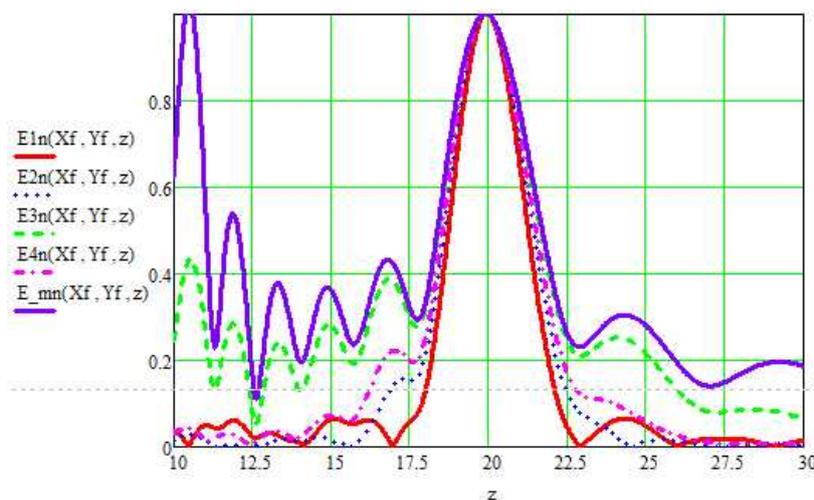
Абсолютные величины смещения максимума модуля напряженности электрического поля для излучаемых сигналов диапазона частот 1000 МГц содержатся в таблице 2.

Таблица 2. Смещение максимума модуля напряженности поля для сигналов с  $\Delta f = 1000$  МГц  
 Table 2. Shift of the maximum field strength modulus for signals with  $\Delta f = 1000$  MHz

№	Тип спектрального распределения	Расстояние до точки фокусировки, м				
		2	3	5	10	20
1	Равномерный, $\Delta f = 1000$ МГц	0,02	0,02	0,02	0,01	0,01
2	Спадающий, $\Delta f = 1000$ МГц	0,03	0,03	0,02	0,01	0,01
3	Нормальный, $\Delta f = 1000$ МГц	0,12	0,09	0,08	0,03	0,02
4	Релеевский, $\Delta f = 1000$ МГц	0,08	0,05	0,04	0,02	0,02
5	Монохроматический	0,58	1,22	2,81	7,44	17,18



а



б

Рис. 4. Нормированные распределения модуля напряженности поля широкополосной сфокусированной дискретной антенны с  $\Delta f = 100$  МГц в направлении: а - поперечном; б - продольном  
 Fig. 4. Normalized distributions of the field strength modulus of a broadband focused discrete antenna with  $\Delta f = 100$  MHz in the direction: a - transverse; b - longitudinal

Факт смещения максимума модуля напряженности сфокусированного электрического поля можно объяснить тем, что для сфокусированной дискретной антенны модуль напряженности поля, описываемого выражением (2), по мере приближения от точки фокусировки к сфокусированной дискретной антенне убывает медленнее из-за все

более несинфазного сложения каждой частотной компоненты спектра, чем возрастает из-за уменьшения расстояния до точки реального максимума. Данный эффект практически не проявляется для разреженных сфокусированных дискретных антенн. Проиллюстрируем это графиками на рис. 4. Для этого рассмотрим линейную дискрет-

Таблица 3. Смещение максимума модуля напряженности поля для разреженной дискретной антенны  
Table 3. Shift of the maximum field strength modulus for a sparse discrete antenna

№	Тип спектрального распределения	Расстояние до точки фокусировки, м				
		20	30	50	100	200
1	Равномерный, $\Delta f = 100$ МГц	0,07	0,08	0,06	0,04	0,02
2	Спадающий, $\Delta f = 100$ МГц	0,08	0,12	0,11	0,06	0,03
3	Нормальный, $\Delta f = 100$ МГц	0,11	0,28	0,58	0,46	0,24
4	Релеевский, $\Delta f = 100$ МГц	0,09	0,15	0,14	0,08	0,04
5	Монохроматический	0,11	0,33	1,38	9,29	19,6

ную сфокусированную антенну со следующими параметрами:

- центральная частота -  $f_0 = 1500$  МГц;
- количество излучателей - 16 шт.;
- шаг излучателей - 1 м;
- длина дискретной антенны - 15 м;
- координаты точки фокусировки, м - (0, 0, 20);
- ширина спектра моделируемых сигналов - 100 МГц;
- законы моделируемых спектров - равномерный, спадающий, нормальный, Релея.

Распределения модуля напряженности сфокусированного электрического поля для сигналов с шириной спектра 100 МГц представлены на рис. 4. Величину смещения максимума модуля напряженности электрического поля для данных сигналов и различных расстояний до точки фокусировки приведем в таблице 3.

Как видно из представленных на рис. 1-4 графиков распределения напряженности электрического поля в поперечном и в продольном направлении совпадают в точке фокусировки и ее ближайшей окрестности с достаточной степенью. Данный факт говорит о том, что предложенные свойства сфокусированных полей, введенные для монохроматических полей и представленные в работе [3], могут быть перенесены и для широкополосных сфокусированных электромагнитных полей. Также выявлены новые свойства электромагнитных полей, и предложено их использование для повышения точностных показателей в диагностических задачах [4-5].

Отметим, что для линейной широкополосной сфокусированной дискретной антенны условие синфазного сложения парциальных полей выполняется для всех точек, находящихся на окружности радиусом, равным расстоянию до точки фокусировки и с центром, совпадающим с центром дискретной антенны. Переход к плоским сфокусированным дискретным антеннам может быть связан с необходимостью концентрации сфокуси-

рованного поля в конечной области трехмерного пространства.

Рассмотрим плоскую квадратную разреженную сфокусированную дискретную антенну, состоящую из  $16 \times 16$  излучателей со следующими параметрами:

- центральная частота -  $f_0 = 1500$  МГц;
- количество излучателей -  $16 \times 16$  шт.;
- шаг излучателей - 1 м;
- сторона квадратной дискретной антенны - 15 м;
- координаты точки фокусировки, м - (0, 0, 20);
- ширина спектра моделируемых сигналов - 100 МГц;
- законы моделируемых спектров - равномерный, спадающий, нормальный, закон Релея.

Осевые распределения модуля напряженности поля для плоской разреженной сфокусированной дискретной антенны также представляют собой ярко выраженный пик, схожий по форме с графиками, представленными на рис. 3.

На рис. 5 показаны пространственные распределения модуля напряженности поля для линейной (рис. 5, а, б) и плоской (рис. 5, в, г) дискретной антенн.

## 2. Дискретные антенны, сфокусированные по широкополосному сигналу с дискретным спектром, и их математические модели

Управление фазами каждой из частотных компонент широкополосного сигнала с непрерывным спектром представляет собой крайне сложную с практической точки зрения задачу, которая тем сложнее, чем шире используемый спектр частот. Таким образом, с учетом реальных задач целесообразно рассмотреть процесс фокусировки широкополосных сигналов с дискретным спектром. Эффект фокусировки в этом случае по-прежнему будет достигаться внесением соответствующих фазовых задержек с целью синфазного сложения

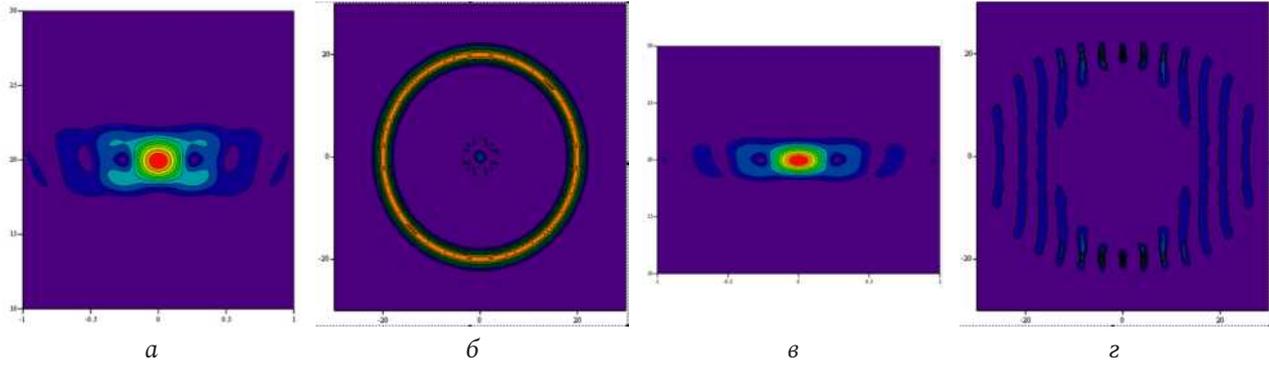


Рис. 5. Пространственные распределения модуля напряженности широкополосного сфокусированного поля линейной дискретной антенны: *a* – в горизонтальной плоскости (ось *Z* направлена вверх); *b* – в вертикальной плоскости (линейная антенна лежит в центре окружности), плоской дискретной антенны; *c* – в горизонтальной плоскости (ось *Z* направлена вверх); *d* – в вертикальной плоскости, проходящей через точку фокусировки

Fig. 5. Spatial distributions of the modulus of the broadband focused field strength of a linear discrete antenna: *a* – in the horizontal plane (the *Z* axis is directed upward); *b* – in the vertical plane (the linear antenna lies in the center of the circle), of a flat discrete antenna; *c* – in the horizontal plane (the *Z* axis is directed upward); *d* – in the vertical plane passing through the focal point

каждой частотной компоненты дискретного спектра от каждого излучателя дискретной антенны в точке фокусировки. Во временной области излучаемые сигналы будут представлять собой периодические последовательности широкополосных радиосигналов.

Важным является вопрос, связанный с физической реализуемостью синтеза радиосигнала при заданном амплитудном и рассчитанном фазовом спектрах фокусируемого сигнала. Как известно, если функция  $f(x)$  задана на всей вещественной оси, является кусочно-гладкой на каждом конечном отрезке и  $\exists \int_{-\infty}^{+\infty} |f(x)| dx$ , то в точках своей непрерывности функция  $f(x)$  представима интегралом Фурье

$$f(x) = \int_0^{+\infty} [f_c(\lambda) \cos \lambda x + f_s(\lambda) \sin \lambda x] d\lambda, \quad (3)$$

где

$$f_c(\lambda) = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} f(x) \cos \lambda x dx, \quad (4)$$

$$f_s(\lambda) = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} f(x) \sin \lambda x dx, \quad \lambda > 0.$$

В точках разрыва функции  $f(x)$  интеграл Фурье сходится к полусумме предельных значений  $f(x)$  слева и справа:

$$\frac{f(x-0) + f(x+0)}{2}.$$

Таким образом, при конечных значениях дискретных амплитуд частотных компонент спектра и их произвольных фазах является возможным синтез сигнала.

Рассмотрим модель линейной дискретной антенны, сфокусированной по широкополосному

дискретному сигналу, со следующими параметрами:

- центральная частота –  $f_0 = 1500$  МГц;
- ширина спектров моделируемых сигналов – 100 МГц, 1000 МГц;
- количество частотных компонент – 9 шт.;
- количество излучателей – 16 шт.;
- шаг излучателей – 0,1 м;
- длина дискретной антенны – 1,5 м;
- координаты точки фокусировки, м – (0, 0, 2);
- законы моделируемых спектров – равномерный, спадающий, нормальный, Пуассона.

Напряженность электрического поля для широкополосного сигнала с дискретным спектром может быть представлена в виде

$$\dot{E}_d(x, y, z) = \sum_{i=1}^n \sum_{l=1}^m I_{i,l} \times \exp\{-jk_l [r_i(x, y, z) - r_i(x_0, y_0, z_0)]\} / r_i(x, y, z), \quad (5)$$

где  $m$  – число частотных компонент в спектре сигнала;  $l$  – номер частотной компоненты в спектре;  $n$  – количество парциальных излучателей;  $i$  – номер парциального излучателя;  $I_{i,l}$  – амплитуда возбуждающего тока  $l$ -й частотной компоненты сигнала, излучаемого  $i$ -м излучателем;  $k_l$  – волновое число для  $l$ -й частотной компоненты сигнала;  $r_i(x_0, y_0, z_0)$  – расстояние от  $i$ -го излучателя до точки фокусировки;  $r_i(x, y, z)$  – расстояние от  $i$ -го излучателя до произвольной точки наблюдения с координатами  $(x, y, z)$ . На рис. 6 представлены дискретные спектры моделируемых сигналов и их огибающие.

Нормированные распределения модуля напряженностей сфокусированного электрического

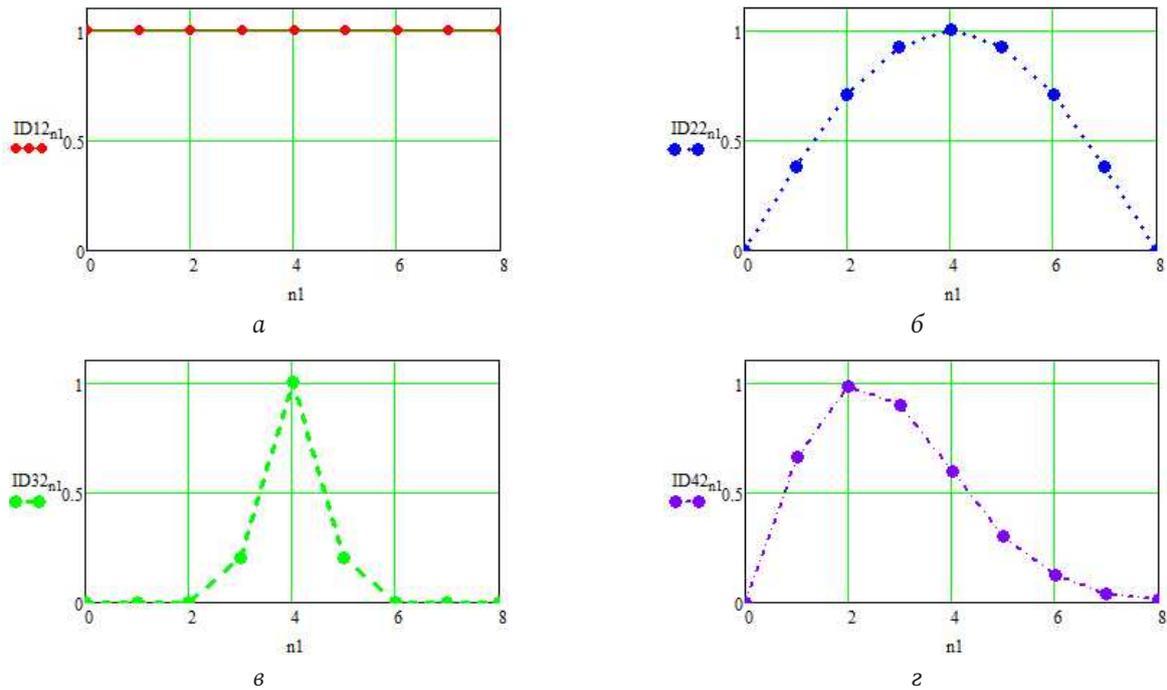


Рис. 6. Виды спектров излучаемых сигналов диапазона 100 МГц: а - равномерный; б - спадающий; в - нормальный; г - Пуассона  
 Fig. 6. Spectrum types of emitted signals in the 100 MHz range: a - uniform; b - falling; c - normal; d - Poisson

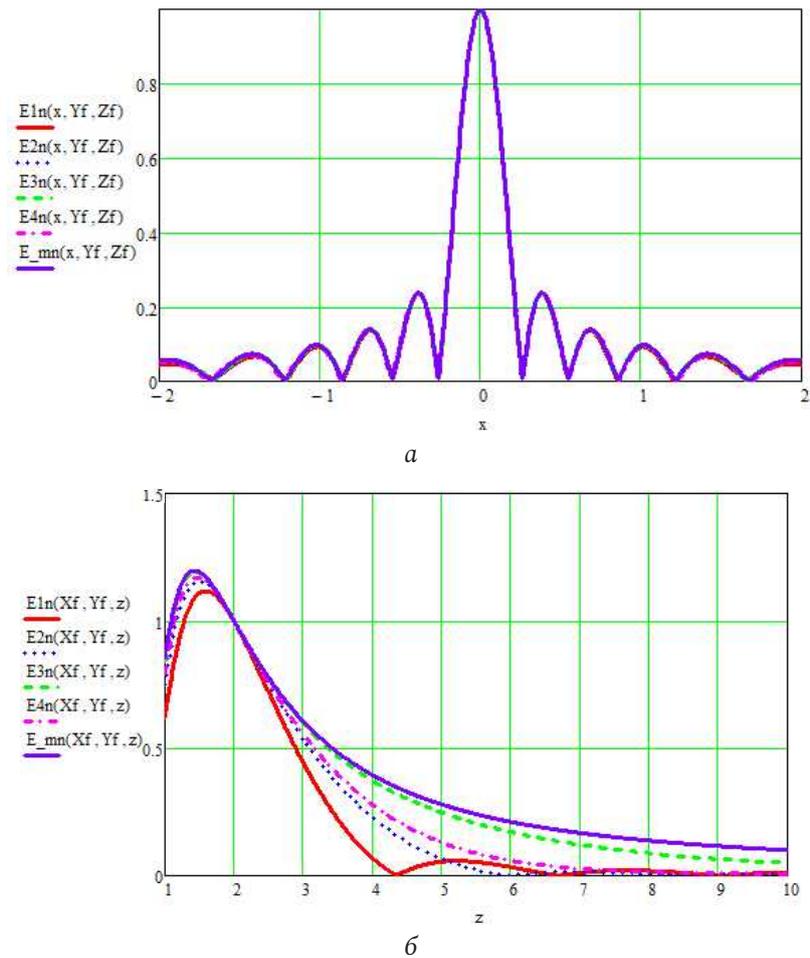


Рис. 7. Нормированные значения модуля напряженности электрического поля для сигналов с различными видами дискретного спектра шириной 100 МГц: а - в поперечном направлении; б - в продольном направлении  
 Fig. 7. Normalized values of the electric field strength modulus for signals with different types of discrete spectrum with a width of 100 MHz: a - in the transverse direction; b - in the longitudinal direction

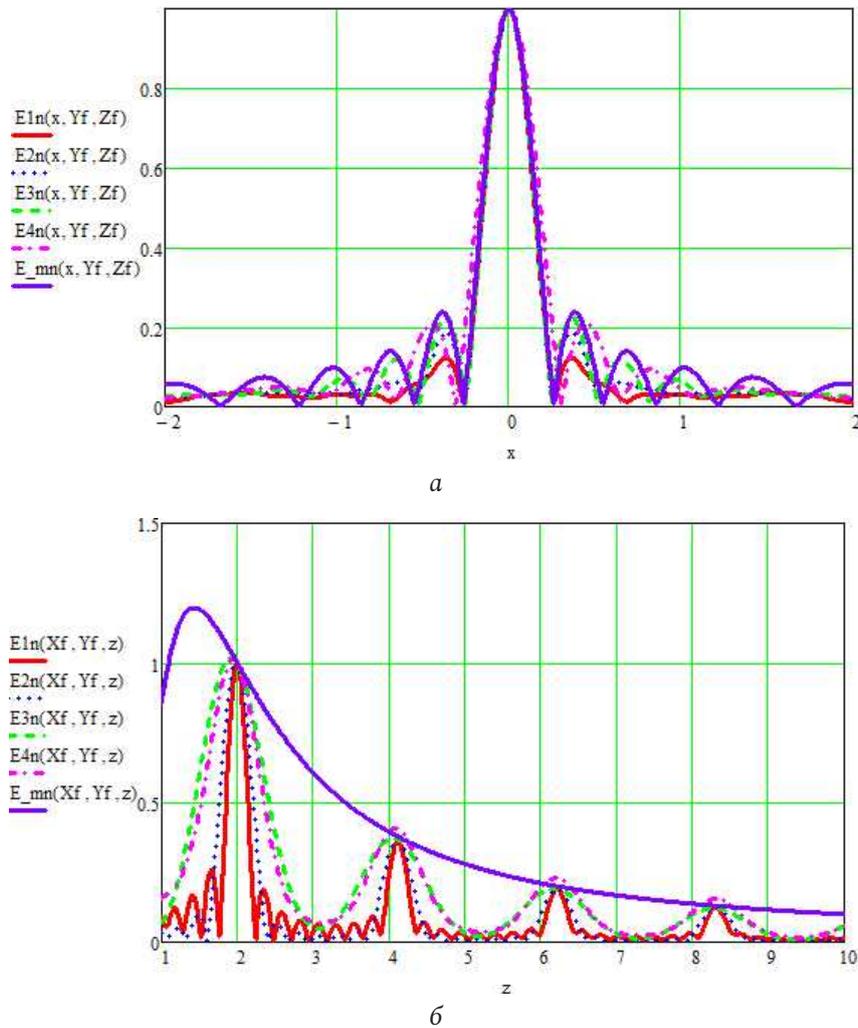


Рис. 8. Нормированные значения модуля напряженности электрического поля для сигналов с различными видами дискретного спектра шириной 1000 МГц: *a* – в поперечном направлении; *b* – в продольном направлении  
 Fig. 8. Normalized values of the electric field strength modulus for signals with different types of discrete spectrum with a width of 1000 MHz: *a* – in the transverse direction; *b* – in the longitudinal direction

поля, формируемых линейной дискретной антенной с применением широкополосного сигнала с дискретным спектром шириной 100 МГц, также представляют собой область концентрации электромагнитного излучения, окруженного всплесками меньшей интенсивности и показаны на рис. 7.

На рис. 8 показаны графики нормированных значений модуля напряженности электрического поля для сигналов с различными видами дискретного спектра шириной 1000 МГц: *a* – в поперечном направлении; *b* – в продольном направлении.

Сравнивая графики на рис. 2 и 7 для сигналов с шириной спектра 100 МГц и на рис. 3 и 8 для сигналов с шириной спектра 1000 МГц, можно увидеть некоторые незначительные отличия для осевых распределений в поперечном направлении. В продольном направлении наблюдается возникновение вторичных максимумов, особенно ярко проявляющееся для сигнала с дискретным

спектром шириной 1000 МГц. Это объясняется тем, что на некоторых дальностях для линейной дискретной сфокусированной антенны обеспечивается сложение всех парциальных частотных компонент дискретного спектра, близкое к синфазному, что и приводит к появлению вторичных максимумов. Для сплошного же спектра такое синфазное сложение не может быть обеспечено, а значит, и вторичные максимумы не могут быть сформированы.

Отметим, что общие свойства широкополосных сфокусированных полей, образованных сигналами с дискретным спектром, идентичны свойствам широкополосных сфокусированных полей, образованных сигналами со сплошным спектром. При этом количественные оценки свойств, полученные для сигналов со сплошным спектром соответствующего вида, могут оцениваться как предельные, что важно при характеристике предельных

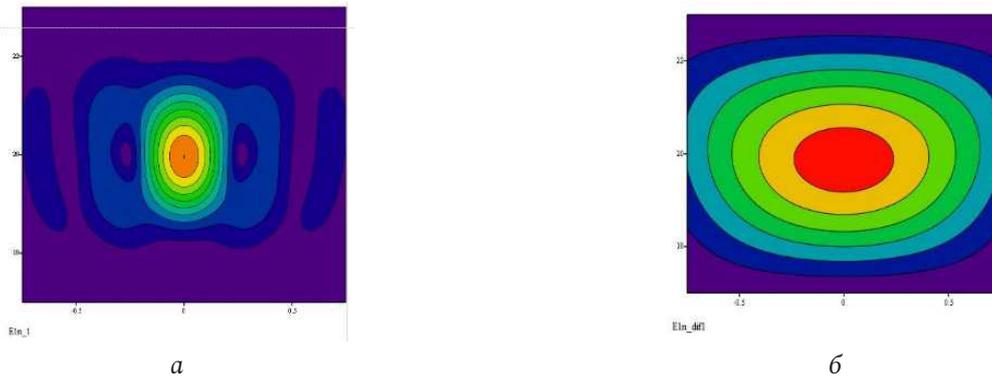


Рис. 9. Пространственные распределения модуля напряженности электрического поля в окрестности точки фокусировки: *a* – исходное; *b* – специальное, увеличенное в 8 раз  
Fig. 9. Spatial distributions of the electric field strength modulus in the vicinity of the focal point: *a* – initial; *b* – special, magnified 8 times

возможностей использования широкополосных сфокусированных полей при их практическом применении.

### 3. Специальные пространственные распределения широкополосных сфокусированных электромагнитных полей

В общем виде задача формирования специальных пространственных распределений широкополосного сфокусированного поля в зоне ближнего излученного поля может быть представлена как нахождение такого вектора параметров  $\langle V(f) \rangle$ , для которого характеристика пространственного распределения модуля напряженности поля  $E(x, y, z)$ , формируемого дискретной сфокусированной антенной, совпадает с заданным пространственным распределением  $E_{\text{зад}}(x, y, z)$ . Таким образом, можно записать:

$$\min_{\langle V(f) \rangle} (E_{\text{зад}}(x, y, z) - E(x, y, z)) \rightarrow 0. \quad (6)$$

Нахождение конкретных значений вектора параметров  $\langle V(f) \rangle$  является итерационной задачей и может потребовать значительных вычислительных и временных ресурсов. С практической точки зрения целесообразным является формирование такого пространственного распределения напряженности поля, при котором специальное пространственное распределение будет реализовано в конечном числе точек  $(x_i, y_i, z_i)$ , тогда условие нахождения значений вектора параметров может быть представлено в виде

$$\min_{\langle V(f) \rangle} (E_{\text{зад}}(x_i, y_i, z_i) - E(x_i, y_i, z_i)) \rightarrow 0. \quad (7)$$

Решение задачи по критерию (7) тоже может быть затруднительно, но оно, несомненно, проще критерия (6). В качестве начального приближения

вектора  $\langle V(f) \rangle$  могут быть выбраны параметры, обеспечивающие реализацию пространственного распределения в окрестности точки фокусировки. В качестве примера рассмотрим задачу формирования специального пространственного распределения, формируемого двумерной сфокусированной дискретной антенной, с числом излучателей  $16 \times 16$  и с увеличенной в восемь раз площадью области фокусировки. При решении задачи оптимизации будем варьировать только фазы излучаемых токов. На рис. 9 показаны исходное и полученное в результате оптимизации пространственные распределения сфокусированного поля.

Помимо этого, для линейных и плоских широкополосных сфокусированных дискретных антенн могут быть сформированы и специальные разностные пространственные распределения, характеризующиеся нулевым значением модуля напряженности поля в точке фокусировки. При этом в зоне ближнего излученного поля возможно формирование разностных распределений различных типов: с провалом вдоль поперечной оси (разностное распределение первого типа) и с провалом вдоль продольной оси (разностное распределение второго типа). Отметим, что разностное распределение второго типа может быть сформировано только в зоне ближнего излученного поля. В качестве иллюстрации приведем пространственные распределения разностного типа для плоской широкополосной сфокусированной дискретной антенны на рис. 10.

Использование специальных пространственных распределений повышает потенциал применения широкополосных сфокусированных апертур и открывает возможности по реализации адаптивного управления технологическими процессами с использованием электромагнитного излучения,

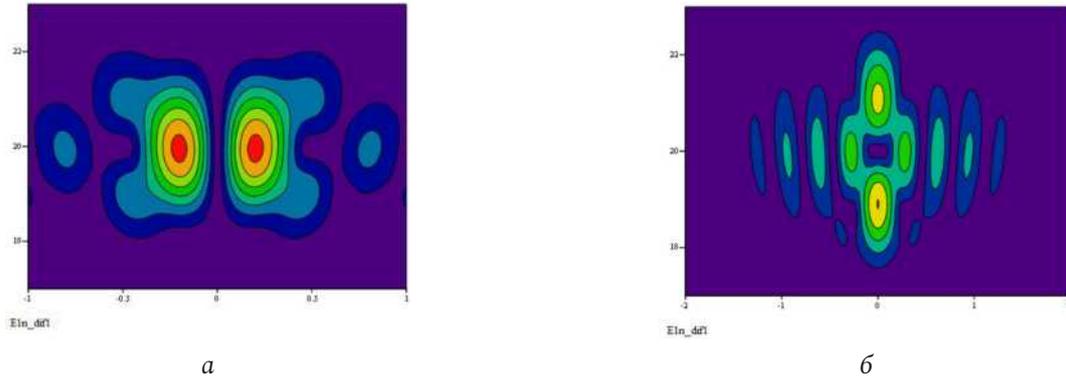


Рис. 10. Разностные пространственные распределения модуля напряженности электрического поля для плоской дискретной антенны: *a* – первого типа; *b* – второго типа

Fig. 10. Difference spatial distributions of the electric field strength modulus for a flat discrete antenna: *a* – first type; *b* – second type

повышения точностных характеристик средств пеленгации и неразрушающего контроля, повышения потенциала средств радиосвязи.

#### 4. Антенные решетки, сфокусированные по широкополосному сигналу

Ранее рассматривались дискретные сфокусированные по широкополосному сигналу антенны, для которых, в отличие от широкополосных сфокусированных антенных решеток, задавались некоторые модельные апертурные распределения. Антенные решетки же рассматриваются как набор излучателей с известными свойствами и распределительного устройства, обеспечивающего заданное амплитудно-фазовое распределение излучающих токов. При этом для узкополосного сигнала частотные свойства распределительного устройства полагаются постоянными в рабочей полосе частот, что упрощает как задачи анализа и синтеза подобных антенных решеток, так и вопросы, связанные с их изготовлением и настройкой. Применительно к антенным решеткам, сфокусированным по широкополосному сигналу, считать частотные характеристики распределительных устройств постоянными некорректно, а оценивать параметры широкополосных сфокусированных антенных решеток и формируемые ими пространственные распределения сфокусированных электромагнитных полей в зоне ближнего излученного поля необходимо с учетом частотных свойств широкополосной диаграммообразующей схемы и условий функционирования широкополосной сфокусированной антенной решетки:

– передача энергии

$$\left| E_{\text{СШП}}^{\text{ПРДэн}}(x, y, z) \right|^2 = \quad (8)$$

$$= \int_{f_0 - \Delta f}^{f_0 + \Delta f} |\dot{E}(x, y, z, f)G(f)|^2 df,$$

– передача широкополосного сигнала

$$\left| E_{\text{СШП}}^{\text{ПРД}}(x, y, z) \right|^2 = \quad (9)$$

$$= \left| \int_{f_0 - \Delta f}^{f_0 + \Delta f} E(x, y, z, f)h_{\text{прм}}(f)G(f)K_{\text{прм}}(f)df \right|^2,$$

– прием широкополосного сигнала

$$\left| E_{\text{СШП}}^{\text{ПРМ}}(x, y, z) \right|^2 = \quad (10)$$

$$= \left| \int_{f_0 - \Delta f}^{f_0 + \Delta f} E(x, y, z, f)G(f)K_{\text{пр}}(f)df \right|^2.$$

Для количественного описания основных характеристик антенных решеток предложены и апробированы матричные модели с поэлементным учетом эффектов взаимной связи излучателей антенной решетки. Рассмотрим антенную решетку в виде соединения конечного числа излучателей и распределительного устройства, модель которой представлена на рис. 11.

Согласно матричной модели, система излучателей характеризуется матрицей рассеяния системы входов  $[\dot{S}_A(f)]$  и функциями пространственного распределения  $\langle \dot{e}(x, y, z, f) \rangle$ , соответствующими единичному значению тока излучателей. Для монохроматического сигнала с частотой  $f$  поле решетки представляется как

$$\dot{E}(x, y, z, f) = \langle \dot{e}(x, y, z, f) \rangle, | \dot{I}_A(f) \rangle, \quad (11)$$

где  $| \dot{I}_A(f) \rangle$  – вектор-столбец комплексных амплитуд токов излучателей. Значения токов определяются матрицей рассеяния входов излучателей  $[\dot{S}_A(f)]$  и амплитудами падающих волн  $| \dot{U}_{\text{пад}}(f) \rangle$ :



Рис. 11. Матричная модель широкополосной антенной решетки  
Fig. 11. Matrix model of a broadband antenna array

$$|\dot{I}_A(f)\rangle = \left[ [1] - [\dot{S}_A(f)] \right] \dot{U}_{\text{пад}}(f), \quad (12)$$

где  $[1]$  – единичная матрица.

Свойства распределительного устройства полностью определяются его матрицей рассеяния:

$$[\dot{S}(f)] = \begin{bmatrix} \dot{S}_{11}(f) & |\dot{S}_{21}^{\circ}(f)\rangle^T \\ |\dot{S}_{21}^{\circ}(f)\rangle & [\dot{S}_{22}^{\circ}(f)] \end{bmatrix}, \quad (13)$$

где блочная матрица  $|\dot{S}_{21}^{\circ}(f)\rangle$  описывает коэффициенты передачи от входа распределительного устройства к его выходам,  $[\dot{S}_{22}^{\circ}(f)]$  – блочная матрица рассеяния системы выходов распределительного устройства, а  $\dot{S}_{11}(f)$  – входной коэффициент отражения распределительного устройства

$$|\dot{U}_{\text{пад}}(f)\rangle = \left[ \dot{E} - [\dot{S}_{22}^{\circ}(f)] [\dot{S}_A(f)] \right]^{-1} \cdot |\dot{S}_{21}^{\circ}(f)\rangle \cdot \dot{U}_{\text{вх}}(f). \quad (14)$$

Характеристики электромагнитного поля, соответствующие излучению или приему широкополосного сигнала, в зависимости от смысла задачи определяются, соответственно, значениями  $\dot{E}(x, y, z, f)$  для каждой из частот спектра  $G(f)$  соотношениями (8)–(10).

Задача синтеза в конечном счете состоит в нахождении параметров распределительного устройства совместно с системой излучателей по заданным значениям функции, характеризующей пространственное распределение электромагнитного поля в режиме приема или передачи (8)–(10), согласно их значениям. Функции  $\dot{E}_{\text{СШП}}(x, y, z)$  определяются параметрами матрицы рассеяния распределительного устройства  $[\dot{S}(f)]$ , а также частотной зависимостью матрицы рассеяния системы входов излучателей  $[\dot{S}_A(f)]$ . Решение

задачи синтеза в этом случае существенно усложняется. При разбиении на два этапа для решения «внешней» задачи синтеза требуется нахождение оптимального апертурного распределения  $|\tilde{I}_A(f)\rangle$ , обеспечивающего формирование пространственного распределения  $\dot{E}_{\text{СШП}}(x, y, z)$ , близкого к заданному распределению  $\dot{E}_{\text{СШП}}^{\text{зад}}(x, y, z)$ , путем минимизации по всем возможным апертурным распределениям:

$$\left\| \int_{f_1}^{f_2} \sum_{n=1}^N \dot{I}_n(f) \cdot \dot{e}_n(x, y, z, f) \cdot K(f) df - \dot{E}_{\text{СШП}}^{\text{зад}}(x, y, z) \right\|_{|\dot{I}_A(f)\rangle} \rightarrow \min. \quad (15)$$

Нахождение функции оптимального амплитудно-фазового распределения  $\dot{I}_n(f)$  можно осуществить традиционным образом, представляя  $\dot{I}_n(f)$  в виде разложения по некоторым базисным функциям  $\dot{y}_m(f)$ , записанного как

$$\dot{I}_n(f) = \sum_{m=1}^M \dot{Y}_{nm} \dot{y}_m(f), \quad (16)$$

с последующим нахождением коэффициентов разложения  $\dot{Y}_{nm}$ . Тогда выражение (15) может быть преобразовано:

$$\left\| \sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^M \dot{Y}_{nm} \dot{g}_{nm}(x, y, z) - \dot{E}_{\text{СШП}}^{\text{зад}}(x, y, z) \right\|_{\dot{Y}_{nm}} \rightarrow \min, \quad (17)$$

где

$$\dot{g}_{nm}(x, y, z) = \int_{f_1}^{f_2} \dot{y}_m(f) \dot{e}_n(x, y, z, f) K(f) df. \quad (18)$$

С практической точки зрения важным является частный случай концентрации электромагнитного поля в точке фокусировки с координатами  $(x_0, y_0, z_0)$ , для которой решение «внешней» задачи синтеза упрощается и может быть представлено в виде

$$|\tilde{I}_A(f)\rangle = \frac{\tilde{e}_n(x, y, z, f)}{\sqrt{\sum_{n=1}^N \|\dot{e}_n(x_0, y_0, z_0, f)\|^2}}. \quad (19)$$

Следующим шагом является нахождение требуемых амплитуд падающих волн на входах элементов антенной решетки:

$$|\tilde{U}_{\text{пад}}(f)\rangle = \left[ \dot{E} - [\dot{S}_A(f)] \right]^{-1} |\tilde{I}_A(f)\rangle. \quad (20)$$

Полученные значения должны быть обеспечены путем выбора типа распределительного устройства и параметров  $[\dot{S}(f)]$ . Тогда

$$\begin{aligned} |\tilde{U}_{\text{пад}}(f)| &= \\ &= \left[ \dot{E} - [\dot{S}_{22}^6(f)][\dot{S}_A(f)] \right]^{-1} \cdot |\dot{S}_{21}^6(f)| \cdot \dot{U}_{\text{вх}}(f). \end{aligned} \quad (21)$$

В общем случае решение задачи нахождения параметров распределительного устройства неизвестно, причем точного решения, скорее всего, не существует. В частности, подход, описанный в [6], не допускает его распространения на случай заданной матрицы рассеяния в полосе частот. Для практического использования можно предложить следующий подход: при выбранном типе и структуре распределительного устройства рассматривается его матрица рассеяния как зависящая от  $K$  параметров, обозначаемых  $\langle V | = (V_1, V_2, \dots, V_K)$ , с последующим выбором конкретных значений согласно критерию

$$\left\| \tilde{U}_{\text{пад}}(f) - \dot{U}_{\text{пад}}[S(f, \langle V |)] \right\| \rightarrow \min_{\langle V |}. \quad (22)$$

Более рациональным и при этом более простым в реализации представляется подход, основанный на принципах конструктивного синтеза [7–9]. Способ решения задачи конструктивного синтеза показан на рис. 12.

Будем считать, что тип (структура) делителя выбрана. В этом случае в задаче синтеза заданными являются тип и параметры элементов решетки и тип делителя, матрица рассеяния которого однозначно определяется параметрами  $\langle V | = (V_1, V_2, \dots, V_K)$ , тогда

$$[\dot{S}] = [S(f, \langle V |)]. \quad (23)$$

Задача синтеза в этих условиях состоит в нахождении параметров делителя  $\langle V |$ , обеспечивающих формирование характеристик пространственного распределения  $\dot{E}_{\text{СШП}}^{\text{зад}}(x, y, z, \langle V |) \dot{E}_{\text{СШП}}(x, y, z, \langle V |)$ , максимально приближающейся к заданному  $\dot{E}_{\text{СШП}}^{\text{зад}}(x, y, z)$ :

$$\left\| \dot{E}_{\text{СШП}}(x, y, z, \langle V |) - \dot{E}_{\text{СШП}}^{\text{зад}}(x, y, z) \right\| = \min, \quad (24)$$

где  $\dot{E}_{\text{СШП}}(x, y, z)$  – пространственное распределение, соответствующее представлениям (8)–(10) или иным аналогичным в зависимости от смысла конкретной задачи.

Нахождение параметров делителя  $\langle V |$ , согласно критерию (24), может быть осуществлено с использованием известных алгоритмов поиска локального экстремума функции нескольких переменных [10]. Решение в данном случае облегчается нали-

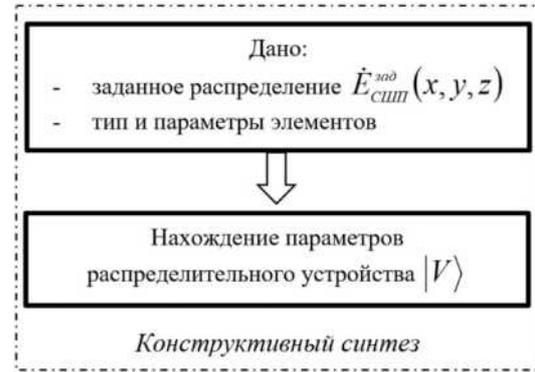


Рис. 12. Решение задачи синтеза для широкополосного сигнала  
 Fig. 12. Solution of the synthesis problem for a wideband signal

чием априорной информации – возможностью выбора начальной точки – значений параметров  $\langle V |$ , соответствующих распределению значений  $|\tilde{I}_A(f_0)|$ , согласно использованию «токовой» модели (11) для центральной частоты  $f_0$  заданной полосы частот широкополосного сигнала.

Таким образом, в задаче синтеза антенной решетки в зоне ближнего излученного поля по широкополосному сигналу распределение ее на этапы «внешней» и «внутренней» задач возможно, но является в общем случае нецелесообразным. Наиболее рациональный путь состоит в использовании принципов конструктивного синтеза.

## 5. Технические приложения широкополосных сфокусированных антенных решеток

В заключение рассмотрим вопросы практического применения принципа широкополосных сфокусированных антенных систем в ряде технических приложений. Так, свойства сфокусированных электромагнитных полей открывают возможность повышения технических показателей в ряде приложений:

- организации связи с удаленным БПЛА;
- постановки прицельных по пространственным координатам помех наземным пунктам управления;
- формирования ложной авиационной цели с имитацией отраженного сигнала РЛС;
- диагностики антенн на этапах производства и испытаний;
- обработки загрязненной почвы электромагнитным полем;
- пеленгации с использованием суммарно-разностной обработки для поперечного и продольного направлений;

– организации распределенной сети доступа в парках, скверах и рекреационных зонах;  
– задачи опознавания БПЛА и подавления средствами РЭБ.

### Заключение

Формирование сфокусированного электромагнитного поля может с успехом использоваться при излучении и приеме широкополосных сигналов. Сама фокусировка осуществляется за счет внесения соответствующих фазовых задержек для каждой частоты спектра широкополосного сигнала таким образом, чтобы в точке фокусировки осуществлялось синфазное сложение каждой частотной компоненты, излученной каждым элементарным излучателем антенной решетки. С практической точки зрения наибольший интерес представляет использование анализа свойств широкополосных сфокусированных полей антен-

ными решетками. Задачи анализа и синтеза сфокусированных антенных решеток для широкополосных сигналов существенно отличаются от классических, хорошо разработанных для случаев дальней зоны. Наиболее существенна невозможность разделения их на этапы постановки и решения «внешних» и «внутренних» задач анализа и синтеза антенных решеток.

Возможность локализации излучения, в том числе широкополосного, в области пространства конечных размеров позволяет повысить потенциал радиосвязи, эффективность использования радиочастотного ресурса, улучшить технические характеристики систем диагностики и неразрушающего контроля.

### Финансирование

Работа выполнена при финансовой поддержке программы ПРИОРИТЕТ-2030.

### Список литературы

1. Веденькин Д.А., Седельников Ю.Е. Активные сфокусированные антенные решетки для радиотехнических средств малоразмерных летательных аппаратов // Физика волновых процессов и радиотехнические системы. 2008. Т. 11, № 4. С. 40–46. URL: <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=12835173>
2. Веденькин Д.А., Насыбуллин А.Р., Седельников Ю.Е. Случайные разреженные когерентные антенные решетки, сфокусированные в зоне ближнего излученного поля // Вестник Поволжского государственного технологического университета. Серия: Радиотехнические и инфокоммуникационные системы. 2016. № 4 (32). С. 22–29. DOI: <https://doi.org/10.15350/2306-2819.2016.4.22>
3. Антенны, сфокусированные в зоне ближнего излученного поля / под ред. Ю.Е. Седельникова и Н.А. Тестоедова. Красноярск: Сиб. гос. аэрокосм. ун-т, 2015. 308 с.
4. Increasing the accuracy characteristics of focused electromagnetic devices for non-destructive testing and technical diagnostics by implementing sum-difference signal processing / D. Vedenkin [et al.] // Electronics. 2023. Vol. 12, no. 2. P. 436. DOI: <https://doi.org/10.3390/electronics12020436>
5. Веденькин Д.А., Седельников Ю.Е. Сфокусированные антенны в задачах неразрушающего контроля // Системы управления, связи и безопасности. 2023. № 2. С. 131–146. DOI: <https://doi.org/10.24412/2410-9916-2023-2-131-146>
6. Мишустин Б.А. Синтез реактивного многополюсника по заданной матрице рассеяния // Известия высших учебных заведений. Радиофизика. 1968. Т. 11, № 12. С. 1898–1906. URL: <https://radiophysics.unn.ru/issues/1968/12>
7. Определение параметров управляющих устройств антенной решетки по заданной диаграмме направленности / В.А. Андреев [и др.] // Радиотехника и электроника. 1976. Т. 21, № 3. С. 473–484.
8. Никитин В.В., Французов А.Д. Синтез конструкции антенной решетки // Известия вузов России. Радиоэлектроника. 2018. № 1. С. 38–42. DOI: <https://doi.org/10.32603/1993-8985-2018-21-1-38-42>
9. Чаплин А.Ф. Анализ и синтез антенных решеток. Львов: Вища школа, 1987. 180 с.
10. Прокопенко Н.Ю. Методы оптимизации. Н. Новгород: Нижегородский государственный архитектурно-строительный университет, 2018. 118 с.

### Информация об авторе

Веденькин Денис Андреевич, кандидат технических наук, доцент кафедры радиофотоники и микроволновых технологий Казанского национального исследовательского технического университета имени А.Н. Туполева – КАИ, г. Казань, Россия.  
Область научных интересов: антенны, СВЧ-устройства, электромагнитная совместимость, сети и системы передачи данных.  
E-mail: [denis\\_ved@mail.ru](mailto:denis_ved@mail.ru)  
ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-5318-5884>  
SPIN-код (eLibrary): 5258-2091  
AuthorID (eLibrary): 667258  
ResearcherID (WoS): U-6331-2017

## Physics of Wave Processes and Radio Systems 2025, vol. 28, no. 1, pp. 95–110

DOI 10.18469/1810-3189.2025.28.1.95-110  
UDC 621.396.6  
Original Research

Received 30 September 2024  
Accepted 31 October 2024  
Published 31 March 2025

### Linear and flat antenna arrays focused on a broadband signals in radio communications, microwave technologies and non-destructive testing

Denis A. Vedenkin 

Kazan National Research Technical University named after A.N. Tupolev – KAI  
10, Karl Marx Street,  
Kazan, 420111, Russia

**Abstract – Background.** The main properties and characteristics of focused antenna systems using narrowband signals are known and generally coincide with the properties of broadband discrete antennas with a symmetric spectrum. The use of broadband signals allows expanding the technical capabilities of devices using focused electromagnetic fields. This article is devoted to assessing the properties of broadband focused fields formed by signals with both continuous and discrete spectrums, and the possibility of creating special spatial distributions of focused fields is shown. An approach to the synthesis of broadband focused antenna arrays is proposed. A number of technical applications of antenna arrays focused in the near-field zone by a broadband signal have been developed. The **aim** of this article is to describe the main properties of focused broadband electromagnetic fields, to demonstrate the possibility of forming special focused spatial distributions and to develop practical application options based on them. **Methods.** Achieving the goal of the article is due to the use of well-known principles of electrodynamics and aperture theory of antennas. **Results.** The features of the formation of focused broadband electromagnetic fields are shown and their main properties are given. Options for the technical application of focused broadband antennas in radio communication and direction finding tasks are proposed. **Conclusion.** The results obtained confirm the importance of assessing the properties of broadband focused antennas and developing a number of technical proposals based on them.

**Keywords** – focusing of electromagnetic fields; broadband signal; focused antenna array; technical applications; constructive synthesis.

denis\_ved@mail.ru (Denis A. Vedenkin)

 © Denis A. Vedenkin, 2025

### References

1. D. A. Veden'kin and Yu. E. Sedel'nikov, "Active focused antenna arrays for radiotechnical systems of small sized aircraft vehicles," *Physics of Wave Processes and Radio Systems*, vol. 11, no. 4, pp. 40–46, 2008, url: <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=12835173>. (In Russ.)
2. D. A. Veden'kin, A. R. Nasybullin, and Yu. E. Sedel'nikov, "Random sparse coherent antenna gratings focused in the area of the near radiated field," *Vestnik Povolzhskogo gosudarstvennogo tekhnologicheskogo universiteta. Seriya: Radiotekhnicheskie i infokommunikatsionnye sistemy*, no. 4 (32), pp. 22–29, 2016, doi: <https://doi.org/10.15350/2306-2819.2016.4.22>. (In Russ.)
3. Yu. E. Sedel'nikov and N. A. Testodov, Eds. *Antennas Focused in the Area of the Near Radiated Field*. Krasnoyarsk: Sib. gos. aerokosm. un-t., 2015. (In Russ.)
4. D. Vedenkin et al., "Increasing the accuracy characteristics of focused electromagnetic devices for non-destructive testing and technical diagnostics by implementing sum-difference signal processing," *Electronics*, vol. 12, no. 2, p. 436, 2023, doi: <https://doi.org/10.3390/electronics12020436>.
5. D. A. Veden'kin and Yu. E. Sedel'nikov, "Focused antennas in the tasks of non-destructive control," *Sistemy upravleniya, svyazi i bezopasnosti*, no. 2, pp. 131–146, 2023, doi: <https://doi.org/10.24412/2410-9916-2023-2-131-146>. (In Russ.)
6. B. A. Mishustin, "The synthesis of the reactive multi-pollutant according to the given scattering matrix," *Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedeniy. Radiofizika*, vol. 11, no. 12, pp. 1898–1906, 1968, url: <https://radiophysics.unn.ru/issues/1968/12>. (In Russ.)
7. V. A. Andreev et al., "Determination of parameters of antenna array control devices based on a given radiation pattern," *Radiotekhnika i elektronika*, vol. 21, no. 3, pp. 473–484, 1976. (In Russ.)
8. V. V. Nikitin and A. D. Frantsuzov, "Synthesis of antenna array design," *Izvestiya vuzov Rossii. Radioelektronika*, no. 1, pp. 38–42, 2018, doi: <https://doi.org/10.32603/1993-8985-2018-21-1-38-42>. (In Russ.)
9. A. F. Chaplin, *Analysis and Synthesis of Antenna Arrays*. L'vov: Vishcha shkola, 1987. (In Russ.)
10. N. Yu. Prokopenko, *Optimization Methods*. Nizhny Novgorod: Nizhegorodskiy gosudarstvennyy arkhitekturno-stroitel'nyy universitet, 2018. (In Russ.)

### Information about the Author

**Denis A. Vedenkin**, Candidate of Technical Sciences, associate professor of the Department of Radio Photonics and Microwave Technologies, Kazan National Research Technical University named after A.N. Tupolev – KAI, Kazan, Russia.

*Research interests:* antennas, microwave devices, electromagnetic compatibility, telecommunication technologies.

*E-mail:* denis\_ved@mail.ru

*ORCID:* <https://orcid.org/0000-0002-5318-5884>

*SPIN-code (eLibrary):* 5258-2091

*AuthorID (eLibrary):* 667258

*ResearcherID (WoS):* U-6331-2017

## К сведению авторов

В журнале «Физика волновых процессов и радиотехнические системы – Physics of Wave Processes and Radio Systems» могут быть опубликованы материалы, касающиеся оригинальных исследований и разработок, не публиковавшиеся ранее и не предназначенные для публикации в других изданиях. В зависимости от характера представляемых работ они классифицируются по следующим разделам: общая теория волновых процессов, математические методы в теории волновых процессов, вопросы анализа и синтеза радиотехнических устройств и систем, передача и обработка информации в радиотехнических системах, электродинамика и техника СВЧ и КВЧ, антенно-фидерные системы и распространение радиоволн, теория средств функциональной электроники, нелинейная электродинамика и хаос в радиотехнических системах, экологические и медико-биологические аспекты теории волновых процессов.

Все статьи проходят рецензирование и проверку в программе «Антиплагиат».

Статья оформляется в соответствии с правилами, размещенными на сайте <https://journals.ssau.ru/pwp/about/submissions>. Рекомендуем создавать рукопись в предоставленном шаблоне.

Рукопись направляется в редакцию в формате Microsoft Word (иметь расширение \*.doc, \*.docx, \*.rtf). Объем полного текста, в том числе таблицы и список литературы, не должен превышать 6000 слов и включать не более 10-ти рисунков.

**Текст статьи** должен содержать УДК; тип статьи (оригинальное исследование или научный обзор); дату поступления (указывается дата отправки статьи в редакцию); автора, ответственного за переписку; название статьи; авторов; учреждения; аннотацию по структуре IMRAD, т. е. содержать обоснование (background), цель (aim), методы (methods), результаты (results), заключение (conclusion); ключевые слова; список литературы; краткие творческо-биографические справки (указываются ФИО полностью для русской версии и ФИО в формате Ivan I. Ivanov для английской, ученая степень, ученое звание, должность, место работы (включая город и страну), биографическая справка при желании, область научных интересов, e-mail, ORCID при наличии). Перечисленные элементы статьи должны быть обязательно приведены на английском языке.

Содержимое статьи должно быть структурированным по разделам, т. е. содержать «Введение», «1. Первый раздел», «2. Второй раздел» и т. д., «Заключение».

**Все формулы**, переменные, константы, а также размерности величин, содержащие надстрочные и(или) подстрочные символы, в том числе и в рисунках, должны быть набраны в редакторе формул **MathType**. Длина не должна превышать 75 мм при шрифте в 10 пт. Не допускается набор формул в текстовом виде без использования указанного редактора. Следующие за формулами знаки препинания предпочтительнее вносить непосредственно в формулы. Рукопись должна содержать лишь самые необходимые (оригинальные) конечные формулы, без промежуточных математических преобразований и выводов. Номера необходимо присваивать только тем формулам, на которые есть ссылки в тексте статьи.

**Нумерация формул** проставляется в круглых скобках (1), диапазон формул с использованием среднего тире без пробелов (1)–(3). Формула и номер выносятся на отдельную строку и разделяются горизонтальной табуляцией.

**Ссылки на использованные источники** обозначаются квадратными скобками [1], диапазон – через точку с запятой для двух источников [2; 3] и средним тире без пробелов внутри скобок для большего количества [1–3], перечисление – через точку с запятой [1; 3; 5], указание на конкретную страницу – через запятую после числового обозначения [1, с. 25].

**Ссылки на рисунки** в тексте обязательны и должны иметь сокращение «рис. 1». Буквенные обозначения выполняются курсивом, перед буквой необходимо поставить запятую (рис. 1, *a*). Можно указывать диапазоны с помощью среднего тире (рис. 1–3, рис. 2, *a–в*, рис. 2, *г–е*);

**Рисунки** следует представлять только в виде файлов графических форматов CDR, VSD, WMF или EPS (векторная графика). Формат CDR предпочтительней. Текст на рисунках печатается шрифтом Times New Roman (размер 8 или 10 пт). В случае большой сложности рисунков допускается представление в виде графических форматов JPEG (с минимальным сжатием) и Windows Bitmap (растровая графика). Все рисунки должны быть приложены в виде отдельных графических файлов (для растровой графики разрешение 600 dpi). Рисунки должны иметь подрисуночные подписи. Они обозначаются словом «Рис.» и номером рисунка, после которого ставится точка

(Рис. 1. График ..., Рис. 2. Зависимость ... и т. д.). Для англоязычных подписей используется сокращение «Fig.». При наличии в статье только одного рисунка число 1 ставить не нужно.

**Список литературы** должен быть набран с соблюдением «ГОСТ Р 7.0.5-2008 Библиографическая ссылка. Общие требования и правила составления» для русскоязычного списка (<https://protect.gost.ru/document.aspx?control=7&id=173511>) и по стандарту «IEEE» для англоязычного списка (pdf-документ IEEE Reference Guide на странице <https://journals.ieeeauthorcenter.ieee.org/create-your-ieee-journal-article/create-the-text-of-your-article/ieee-editorial-style-manual/>).

При наличии DOI или URL у источника их упоминание является обязательным. Необходимо предоставлять полный формат DOI, включающий доменное имя (например, <https://doi.org/10.18469/1810-3189.2023.26.2.9-17>).

– Статьи должны присылаться с указанием авторов, заголовка статьи (перевод для References), полного названия журнала (транслитерация для русскоязычных названий в References), года, тома, номера или выпуска, страниц. Все выходные данные разделяются точками за исключением тома и номера, между которыми ставится запятая (например, Т. 31, № 7). В качестве разделителя между страницами используется среднее тире без пробелов, например, 67–78:

RU: Житнюк В.С., Мелков Г.А., Соловьев Д.А. Исследование включения полупроводникового диода в диэлектрический резонатор // Известия вузов. Радиоэлектроника. 1998. Т. 31, № 7. С. 76–79.

EN: V. S. Zhitnyuk, G. A. Melkov, and D. A. Solov'ev, "Study of the inclusion of a semiconductor diode in a dielectric resonator," *Izvestiya vuzov. Radioelektronika*, vol. 31, no. 7, pp. 76–79, 1998. (In Russ.)

– Книги должны быть с указанием авторов, названия, места издания, названия издателя, года, количества страниц. Если авторов трое, то они указываются в начале библиографического описания (Иванов В.П., Архатов З.И., Пономарев С.С. Исследования...); если авторов больше трех, то сначала идет название книги или статьи, а затем через косую фамилия первого автора и слова «и др.» в квадратных скобках, т. е. Исследования... / С.С. Иванов [и др.]. Место издания содержит полное название за исключением Москвы, Нижнего Новгорода и Санкт-Петербурга, которые записываются как М., Н.Новгород и СПб. соответственно. В References место издания указывается полностью:

RU: Марков Г.Т., Петров Б.М., Грудинская Г.П. Электродинамика и распространение радиоволн. М.: Сов. радио, 1979. 374 с.

EN: G. T. Markov, B. M. Petrov, and G. P. Grudinskaya, *Electrodynamics and Propagation of Radio Waves*. Moscow: Sov. Radio, 1979. (In Russ.)

RU: *Electromagnetic Waves in Chiral and Bi-Isotropic Media* / I.V. Lindell [et al.]. London: Artech House, 1994. 291 p.

EN: I. V. Lindell et al., *Electromagnetic Waves in Chiral and Bi-Isotropic Media*. London: Artech House, 1994.

– Патенты должны присылаться с указанием авторов, названия, номера патента, даты опубликования:

RU: Патент RU 2402812 C1. Мультичастотная радиометка резонансного типа / В.А. Неганов, А.М. Плотников, К. Сеоно; 27.10.2010.

EN: V. A. Neganov, A. M. Plotnikov, and K. Seono "Multi-frequency rfid-tag of resonant type," RU Patent RU 2 402 812 C1, Dec. 27, 2010. (In Russ.)

Материалы, сопровождаемые актом экспертизы о возможности опубликования, сопроводительным письмом (составленное в свободной форме и подписанное всеми авторами) и согласием на обработку и публикацию персональных данных каждого соавтора, представляются в редакцию через форму на сайте журнала или на e-mail: [klyuevd@yandex.ru](mailto:klyuevd@yandex.ru).

*Рукописи, в которых не соблюдены данные правила, возвращаются авторам без рассмотрения.*

Редакция не ставит в известность авторов об изменениях и сокращениях рукописи, имеющих редакционный характер и не затрагивающих принципиальных вопросов.

Полные требования к оформлению статьи и шаблон  
можно найти на сайте <https://journals.ssau.ru/pwp/about/submissions>