

МОДЕЛИРОВАНИЕ ДИАГРАММЫ НАПРАВЛЕННОСТИ ЭКВИДИСТАНТНОЙ МИКРОФОННОЙ РЕШЁТКИ

А.И. Сукачев, Р.А. Верлин, Е.А. Сукачева, А.В. Башкиров

Воронежский государственный технический университет, г. Воронеж, Россия

Аннотация: представлена методика численного моделирования диаграммы направленности эквидистантной микрофонной решётки с учетом акустико-механического взаимодействия. Исследовано влияние механических деформаций несущей платы на пространственные характеристики массива при воздействии плоской акустической волны частотой 500 Гц. Разработана модель, включающая плату размером $260 \times 260 \times 2$ мм из материала FR-4 с 36 микрофонами, расположенными с шагом 50 мм. Проведено сравнительное моделирование для двух случаев: упругая плата и абсолютно жесткая конструкция. Показано, что максимальная деформация платы составляет $2,5993 \times 10^{-9}$ м, а средняя относительная погрешность синфазных сумм сигналов между моделями не превышает 0,0358 %. Для построения диаграммы направленности использован алгоритм синфазного суммирования сигналов с последующей нормировкой и переводом в логарифмический масштаб. Результаты демонстрируют, что для данной конфигурации и частотного диапазона влияние механических деформаций на пространственные характеристики решетки является пренебрежимо малым. Полученные результаты позволяют конкретизировать границы применимости упрощенных моделей и разрабатывать эффективные алгоритмы пространственной обработки сигналов без учета деформаций несущей конструкции. Предложенная методика может быть использована для оптимизации конструкций микрофонных решеток на этапе проектирования

Ключевые слова: диаграмма направленности, микрофонная решётка, акустическое взаимодействие, деформация платы, эквидистантная решётка, акустическое давление, синфазное суммирование

Благодарности: работа выполнена при поддержке Министерства науки и высшего образования Российской Федерации (проект № FZGM-2025-0002)

Введение

Эквидистантные микрофонные решётки являются ключевым элементом в системах пространственной обработки звука, где их эффективность определяется диаграммой направленности (ДН) — угловой зависимостью чувствительности к акустическим волнам.

В настоящее время ДН таких решёток традиционно моделируется в предположении абсолютной жесткости несущей конструкции [1]. При этом влияние акустико-механического взаимодействия, заключающегося в возникновении упругих деформаций платы под действием звукового давления, в большинстве работ игнорируется, что может приводить к погрешности прогнозирования пространственных характеристик.

Целью данной работы является разработка методики моделирования ДН эквидистантной микрофонной решётки, учитывающей акустико-механическое взаимодействие. Практическая значимость исследования заключается в возможности оценки влияния деформаций конструкции на направленные свойства массива и

последующей оптимизации геометрии решёток для конкретных прикладных задач без проведения натурных экспериментов.

Математическая модель

Для описания взаимодействия акустического поля с упругой конструкцией решётки использовалась связанная задача акустики и структурной механики.

Акустическая часть модели описывается трёхмерным волновым уравнением [2]:

$$\frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial z^2} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2}, \quad (1)$$

где p — акустическое давление;

c — скорость звука;

x — координата в направлении распространения волны;

t — время распространения волны.

Для гармонических колебаний с определенной частотой уравнение (1) преобразуется к уравнению Гельмгольца [2]:

$$\nabla^2 p + k^2 p = 0, \quad (2)$$

где k — волновое число;

∇ — оператор Лапласа.

Переход от трёхмерного волнового уравнения к уравнению Гельмгольца представляет собой фундаментальную математическую процедуру, основанную на методе разделения переменных и применяемую для анализа гармонических акустических процессов.

Ключевая идея заключается в представлении комплексной амплитуды давления в виде произведения двух функций: одной, зависящей только от пространственных координат, и другой — описывающей гармоническую временную зависимость.

Механическая часть модели описывает деформации платы под действием акустического давления уравнениями теории упругости [3]:

$$\nabla \sigma + F = \rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}, \quad (3)$$

где σ — тензор напряжений;

F — вектор объёмных сил;

ρ — плотность материала;

u — вектор перемещений;

∇ — дивергенция тензора.

Связь между задачами обеспечивается через граничные условия на поверхности платы, где акустическое давление p создает распределенную нагрузку.

Расчет диаграммы направленности выполняется методом синфазного суммирования:

$$P_o(\theta, \varphi) = \sum_{i=1}^N p_i e^{j(\omega t - k \cdot r_i)}. \quad (4)$$

Основная часть

Для разработки данного метода была использована модель платы с 36 микрофонами [4]. Сама плата имеет размеры 260 на 260 мм с толщиной 2 мм. Расстояние между центрами микрофонов составляет 50 мм. Следует отметить, что материалом платы является FR-4 (рис. 1).

Для точных результатов моделирования была создана воздушная полость вокруг платы (рис. 2). Внутри нее проходит плоская падающая волна («Incident Wave Source») [5], ее амплитуда составляет 1 Па и также с параметрическим углом падения волны относительно платы (рис. 3). Моделирование проходило на частоте 500 Гц.

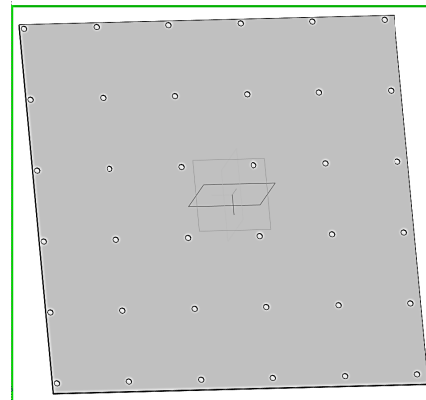


Рис. 1. 3D-модель платы

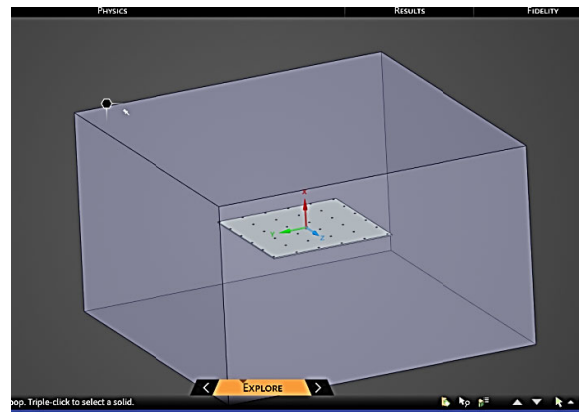


Рис. 2. Графическая модель воздушной полости вокруг платы

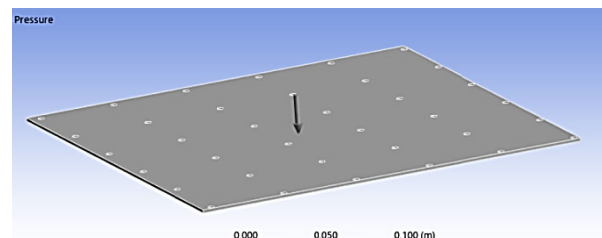


Рис. 3. Направление плоской падающей волны

Деформация платы

Результаты моделирования показали механические деформации платы под воздействием акустического давления (рис. 4). Максимальное значение деформации составило $2,5993 \times 10^{-9}$ м.

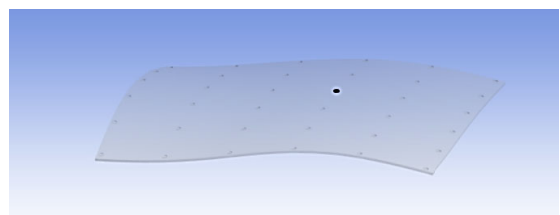


Рис. 4. Модель механической деформации платы под воздействием акустического давления

Наблюдаемый изгиб платы представляет собой сложный механический отклик на распределенное акустическое давление и обусловлен совокупностью нескольких физических факторов. Прежде всего, акустическая волна, падающая на поверхность платы, создает пространственно-неоднородное давление. Это переменное давление действует как распределенная нагрузка, вызывая изгибные деформации. Однако в отличие от статической нагрузки, динамический характер акустического воздействия приводит к возбуждению определенных мод колебаний, соответствующих собственным частотам пластины.

Геометрия платы и условия закрепления играют определяющую роль в формировании картины деформаций. Центральная часть платы, являющаяся наиболее удаленной от краев, демонстрирует максимальную амплитуду прогиба (рис. 5). При этом распределение деформаций существенно зависит от соотношения между характерным размером платы и длиной акустической волны. Когда эти параметры становятся соизмеримыми, возникает сложная интерференционная картина, усиливающая деформацию в определенных областях.

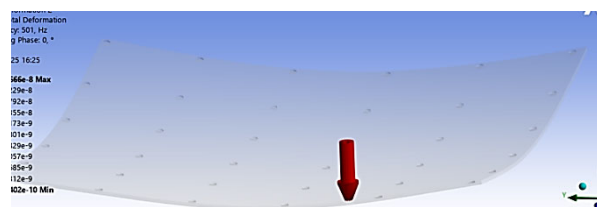


Рис. 5. Максимальная амплитуда прогиба на центральной части платы

Для оценки влияния деформаций на пространственные характеристики решётки проведено сравнительное моделирование двух конфигураций: упругая плата (полная связанная задача); абсолютно жёсткая плата (граничное условие твёрдой стенки).

Сравнение проведено в диапазоне углов падения волны от 77° до 90° . Результаты сравнения синфазных сумм сигналов представлены в табл. 1.

Таблица 1

Сравнения синфазных сумм сигналов на двух платах

Угол наклона	$P_{\text{упр.}}, \text{Па}$	$P_{\text{жест.}}, \text{Па}$	Погрешность, %
77	38,7938	38,8076	0,0356
78	38,8694	38,8833	0,0357
79	38,9378	38,9517	0,0357
80	38,9988	39,0127	0,0357
81	39,0521	39,0660	0,0358
82	39,0977	39,1117	0,0358
83	39,1356	39,1496	0,0358
84	39,1657	39,1798	0,0359
85	39,1882	39,2023	0,0359
86	39,2029	39,2170	0,0360
87	39,2097	39,2238	0,0360
88	39,2086	39,2227	0,0360
89	39,1996	39,2137	0,0360
90	39,1829	39,1970	0,0360
Среднее			0,0358

Относительная погрешность рассчитывалась по формуле:

$$\delta = \frac{|P_{\text{упр}} - P_{\text{жест}}|}{P_{\text{жест}}} \times 100 \%. \quad (5)$$

Средняя погрешность в исследованном диапазоне углов составила 0,0358 %, что на три порядка меньше типичной погрешности акустических измерений (1-5 %).

Отсюда следует, что механические деформации платы под действием акустического давления частотой 500 Гц не оказывают значимого влияния на диаграмму направленности решётки. Полученные результаты позволяют пренебречь учётом деформаций при проектировании аналогичных микрофонных систем в данном частотном диапазоне.

Построение ДН

Для построения ДН под каждым углом направления прихода волны нами регистрировалось акустическое давление на каждом микрофоне (рис. 6).

Units	degree	degree	Pa	Pa	Pa	Pa	Pa	Pa	Pa	Pa	Pa	Pa	Pa
DP 0 (Current)	90	325	1,02885437	0,92577	0,91446	0,92363	0,92401	0,91545	0,92073	0,79205	0,76156		
DP 1	90	326	1,029826164	0,92931	0,92009	0,92973	0,93013	0,92113	0,92468	0,80126	0,77175		
DP 2	90	327	1,030799866	0,93286	0,92581	0,93593	0,93634	0,9269	0,92865	0,81042	0,78196		
DP 3	90	328	1,03177464	0,9364	0,93161	0,94222	0,94265	0,93276	0,93265	0,81951	0,79217		
DP 4	90	329	1,032749534	0,93994	0,93749	0,9486	0,94905	0,93869	0,93665	0,82853	0,80239		
DP 5	90	330	1,033723712	0,94346	0,94345	0,95506	0,95553	0,9447	0,94066	0,83745	0,81259		
DP 6	90	331	1,03469646	0,94697	0,94946	0,9616	0,96208	0,95078	0,94468	0,84628	0,82276		
DP 7	90	332	1,035666704	0,9505	0,95554	0,9682	0,96869	0,95691	0,9487	0,855	0,83289		
DP 8	90	333	1,03663373	0,95405	0,96167	0,97485	0,97536	0,96309	0,95271	0,86359	0,84297		
DP 9	90	334	1,037596464	0,95757	0,96784	0,98156	0,98209	0,96932	0,95671	0,87204	0,85298		
DP 10	90	335	1,038554072	0,96107	0,97405	0,98831	0,98886	0,97559	0,9607	0,88035	0,86291		
DP 11	90	336	1,039523005	0,96463	0,98029	0,9951	0,99566	0,98189	0,96466	0,8885	0,87275		
DP 12	90	337	1,04050684	0,96817	0,98655	1,00192	1,00249	0,98822	0,96865	0,89648	0,88248		
DP 13	90	338	1,041483164	0,97169	0,99283	1,00875	1,00935	0,99456	0,9727	0,90428	0,89209		
DP 14	90	339	1,042450666	0,97527	0,99912	1,0156	1,01621	1,00091	0,97673	0,91188	0,90157		
DP 15	90	340	1,043408632	0,97881	1,00541	1,02246	1,02308	1,00726	0,98072	0,91928	0,9109		
DP 16	90	341	1,044355869	0,98229	1,01169	1,02931	1,02995	1,01361	0,98467	0,92647	0,92007		
DP 17	90	342	1,045291424	0,98583	1,01796	1,03614	1,0368	1,01994	0,98862	0,93343	0,92907		
DP 18	90	343	1,046214461	0,98931	1,02421	1,04296	1,04363	1,02625	0,99253	0,94016	0,93789		
DP 19	90	345	1,048018336	0,99609	1,03663	1,0565	1,0572	1,03878	1,00026	0,95292	0,95492		
DP 20	90	346	1,048897386	0,99943	1,04279	1,06321	1,06392	1,045	1,00403	0,95897	0,96311		

Рис. 6. Таблица значений давления акустической волны на каждом микрофоне на определенном угле

В дальнейшем построение графика всей микрофонной решётки строилось путем син-фазного суммирования этих сигналов. После полного моделирования все значения переводилось из Па в Дб с помощью формулы:

$$20 \cdot \log_{10} \frac{P_{\text{вход}}}{P_{\text{выход}}}, \quad (6)$$

где $P_{\text{вход}} - 1 \text{ Па}$;

$P_{\text{выход}}$ – суммарное значение всех микрофонов на определенном угле.

По итогу была построена ДН в полярной и декартовой системе координат, которая представлена на рис. 7-8.

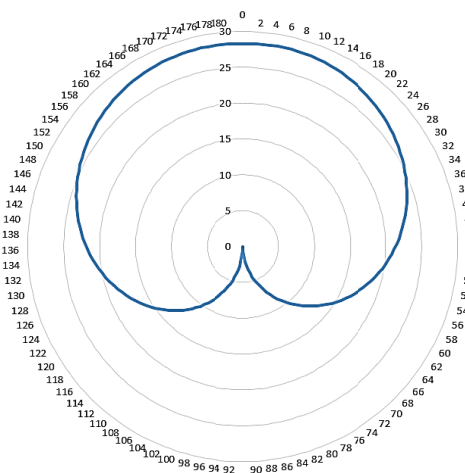


Рис. 7. ДН решётки в полярной системе координат

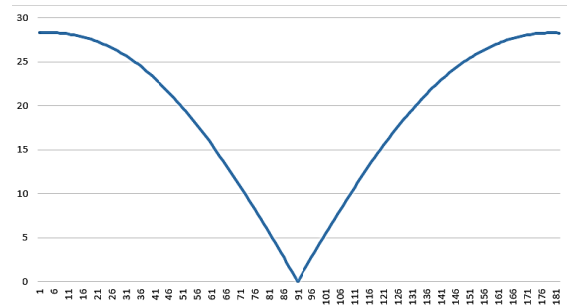


Рис. 8. ДН решётки в декартовой системе координат

Заключение

Разработанная методика позволяет с высокой точностью прогнозировать акустические характеристики системы на этапе проектирования, что существенно сокращает временные и финансовые затраты на изготовление физических прототипов.

Ключевым результатом работы стала количественная оценка влияния акустико-механического взаимодействия на пространственные характеристики массива. Установлено, что для исследованной конфигурации (частота 500 Гц, материал FR-4) механические деформации платы не оказывают значимого влияния на ДН — средняя погрешность между моделями с упругой и абсолютно жесткой платой составила 0,0358 %.

Полученные результаты позволяют конкретизировать границы применимости упрощенных моделей и разрабатывать эффективные алгоритмы пространственной обработки сигнала.

лов без учета деформаций несущей конструкции в заданном частотном диапазоне.

Предложенный подход открывает перспективы для дальнейшей оптимизации конструкций микрофонных решеток и разработки компенсационных алгоритмов для случаев, когда учет механических деформаций становится необходимым. Применение данной методики позволяет перейти к целенаправленному проектированию акустических систем с заданными характеристиками направленности.

Литература

1. Димуhamетов А.Р. Моделирование диаграммы направленности микрофонной решетки с использованием методов пространственной обработки сигналов [Электронный ресурс] // Научные труды КФУ. Казань: КФУ, 2021. - URL: https://kpfu.ru/portal/docs/F726408161/Dimuhametov_artur.pdf (дата обращения: 01.11.2025).

2. Волновые процессы: методические указания для самостоятельной работы бакалавров физики [Электронный ресурс] / сост.: Н.А. Тупицкая, А.Ю. Егорова. Санкт-Петербургский горный университет, 2019. 33 с. - URL: https://spmi.ru/sites/default/files/imci_images/univer/svedenia_jb_organizacii/metred_obshchie/-bakalavr_fizika.-volnovye-processy_k_sr.pdf (дата обращения: 01.11.2025).

3. Основы теории волновых процессов: учебное пособие [Электронный ресурс] / сост.: А.Г. Князева. Томск: Томский политехнический университет, 2020. 98 с. - URL: <https://portal.tpu.ru/SHARED/a/AGKNYAZEVA/Tab1/posobie.pdf> (дата обращения: 01.11.2025).

4. Программно-аппаратный комплекс обнаружения и идентификации беспилотных летательных аппаратов / В.Д. Мартынюк, Д.А. Рыбников, А.И. Сукачев, Е.А. Сукачева // Вестник Воронежского государственного технического университета. 2024. Т. 20. № 3. С. 97-102.

5. ANSYS: руководство по работе в программном комплексе [Электронный ресурс] / Башкирский государственный аграрный университет. Уфа: БГАУ, 2020. 399 с. - URL: https://vestnik.bsau.ru/netcat_files/File/CIT/manuals/ANSYS.pdf (дата обращения: 21.10.2025).

Поступила 15.09.2025; принята к публикации 11.11.2025

Информация об авторах

Сукачев Александр Игоревич – старший преподаватель, Воронежский государственный технический университет (394006, Россия, г. Воронеж, ул. 20-летия Октября, 84), e-mail: mag.dip@yandex.ru, ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-0238-5579>.

Верлин Роман Андреевич – студент, Воронежский государственный технический университет (394006, Россия, г. Воронеж, ул. 20-летия Октября, 84), e-mail: romanverlin@yandex.ru

Сукачева Елена Александровна – ассистент, Воронежский государственный технический университет (394006, Россия, г. Воронеж, ул. 20-летия Октября, 84), e-mail: mag.dip@yandex.ru.

Башкиров Алексей Викторович – д-р техн. наук, доцент, проректор по науке и инновациям, Воронежский государственный технический университет (394006, Россия, г. Воронеж, ул. 20-летия Октября, 84), e-mail: fab7@mail.ru, ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-0939-722X>

SIMULATION OF THE RADIATION PATTERN OF AN EQUIDISTANT MICROPHONE ARRAY

A.I. Sukachev, R.A. Verlin, E.A. Sukacheva, A.V. Bashkirov

Voronezh State Technical University, Voronezh, Russia

Abstract: the article presents a technique for numerical modeling of the radiation pattern of an equidistant microphone array, taking into account the acoustic-mechanical interaction. We investigated the effect of mechanical deformations of the carrier board on the spatial characteristics of the array under the influence of a plane acoustic wave with a frequency of 500 Hz. We developed a model that includes a 260×260×2 mm board made of FR-4 material with 36 microphones arranged in 50 mm increments. We carried out comparative modeling for two cases: an elastic board and an absolutely rigid structure. We show that the maximum deformation of the board is 2.5993×10^{-9} m, and the average relative error of the common-mode sums of signals between the models does not exceed 0.0358%. To construct the radiation pattern, we used an algorithm for common-mode summation of signals, followed by normalization and conversion to a logarithmic scale. The results demonstrate that for a given configuration and frequency range, the effect of mechanical deformations on the spatial characteristics of the lattice is negligible. The results obtained make it possible to specify the limits of applicability of simplified models and develop effective algorithms for spatial signal processing without taking into account deformations of the supporting structure. The proposed technique can be used to optimize microphone array designs at the design stage

Key words: radiation pattern, microphone array, acoustic interaction, board deformation, equidistant array, acoustic pressure, common-mode summation

Acknowledgments: this work was supported by the Ministry of Science and Higher Education of the Russian Federation (project no. FZGM-2025-0002)

References

1. Dimukhametov A.R. "Modeling of the radiation pattern of a microphone array using spatial signal processing methods", *Scientific papers of KFU (Nauchnye trudy KFU)*, 2021, available at: https://kpfu.ru/portal/docs/F726408161/Dimukhametov_artur.pdf (date of access: 11.01.2025).
2. "Wave processes: methodological guidelines for independent work of bachelors of physics", Saint Petersburg Mining University, 2019, 33 p., available at: https://spmi.ru/sites/default/files/imci_images/univer/svedenia_jb_organizacii/metred_obshchie/-bakalavr_fizika.-volnovye-processy_k_sr.pdf (date of access: 11.01.2025).
3. "Fundamentals of the theory of wave processes", Tomsk Polytechnic University, 2020, 98 p., available at: <https://portal.tpu.ru/SHARED/a/AGKNYAZEVA/Tab1/posobie.pdf> (date of access: 11.01.2025).
4. Martynyuk V.D., Rybnikov D.A., Sukachev A.I., Sukacheva E.A. "Hardware and software system for detection and identification of unmanned aerial vehicles", *Bulletin of Voronezh State Technical University (Vestnik Voronezhskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta)*, 2024, vol. 20, no. 3, pp. 97-102.
5. "ANSYS: a guide to working in the software package", Bashkir State Agrarian University, 2020, 399 p., available at: https://vestnik.bsau.ru/netcat_files/File/CIT/manuals/ANSYS.pdf (date of access: 11.01.2025).

Submitted 15.09.2025; revised 11.11.2025

Information about the authors

Aleksandr I. Sukachev, Assistant Professor, Voronezh State Technical University (84 20-letya Oktyabrya str., Voronezh 394006, Russia), e-mail: mag.dip@yandex.ru, ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-0238-5579>

Roman A. Verlin, student, Voronezh State Technical University (84 20-letya Oktyabrya str., Voronezh 394006, Russia), e-mail: romanverlin@yandex.ru

Elena A. Sukacheva, Assistant, Voronezh State Technical University (84 20-letya Oktyabrya str., Voronezh 394006, Russia), e-mail: mag.dip@yandex.ru

Aleksey V. Bashkirov, Dr. Sc. (Technical), Associate Professor, Vice-Rector for Science and Innovation, Voronezh State Technical University (84 20-letya Oktyabrya str., Voronezh 394006, Russia), e-mail: fab7@mail.ru, ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-0939-722X>