

Оптимизация характеристик системы интеллектуального управления наземными беспилотными транспортными средствами с использованием генетических алгоритмов*

А.С. Акопов, Л.А. Бекларян

В данной работе исследованы возможности оптимизации ключевых характеристик разработанной системы интеллектуального управления наземными беспилотными транспортными средствами с использованием генетических алгоритмов. Представлена архитектура программного комплекса, спроектированного на основе разработанной имитационной модели поведения беспилотных транспортных средств (БТС), взаимодействующих с другими участниками дорожного движения – обычными транспортными средствами (ОТС), пешеходами и др. Сформулирована и решена двухкритериальная оптимизационная задача, целевыми функционалами которой являются трафик выходного потока и число потенциальных аварий с участием БТС. Выполнены эксперименты класса Монте-Карло, подтверждающие чувствительность значений целевых функционалов к управляющим параметрам модели при различных конфигурациях уличной дорожной сети. С использованием ранее созданных генетических оптимизационных алгоритмов вещественного кодирования построены фронты Парето, позволяющие выбрать наилучшие альтернативы, обеспечивающие наиболее предпочтительные режимы функционирования интеллектуальной транспортной системы при различных конфигурациях цифровых дорожных сетей (ЦДС).

Ключевые слова: имитационное моделирование дорожного движения, многокритериальная оптимизация, генетические алгоритмы, интеллектуальные беспилотные транспортные системы.

*Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект №19-29-06003).

Введение

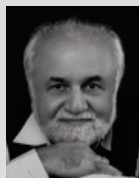
В настоящее время активно развиваются современные технологии управления наземными беспилотными транспортными средствами (БТС) в направлении повышения безопасности дорожного движения, минимизации рисков возникновения аварий, улучшения маневренности БТС в условиях интенсивного транспортного потока.

Одним из перспективных методов исследования поведения БТС, взаимодействующих с обычными транспортными средствами (ОТС), является использование феноменологического подхода, ранее предложенного авторами для моделирования поведения толпы в условиях чрезвычайных ситуаций [1] и получившего свое развитие в работах по моделированию поведения интеллектуальных транспортных систем (ИТС) [2–4]. Подобный подход принимает во внимание понятие личного пространства агента, радиус которого зависит от плотности окружающего пространства. В условиях увеличения плотности толпы вокруг агента, происходит сжатие его личного пространства до определенного

порогового уровня, после которого этот радиус резко возрастает из-за возникновения паники и стремления агента увеличить свое личное пространство, что приводит к появлению сильных волн сжатия и «эффекту турбулентности» и «давки». Подобные эффекты являются основной причиной гибели людей в толпе, так как образующиеся волны сжатия выталкивают агентов, расположенных по краям, на ближайшие препятствия (например, стены, рельсы и т. д.). Аналогичные процессы наблюдаются в плотном дорожном потоке. При возникновении пробок некоторые водители прибегают к частому маневрированию, стремятся расширить свое личное пространство, вынуждают других водителей также маневрировать,



АКОПОВ
Андраник Сумбатович
профессор,
Центральный экономико-
математический институт
РАН



БЕКЛАРЯН
Лева Андреевич
профессор,
Центральный экономико-
математический институт РАН

чтобы избежать аварии. В отличие от ОТС, БТС способны к сохранению малой дистанции по отношению к другим агентам ИТС. Однако при этом у БТС более жесткая (слабо адаптивная) система принятия индивидуальных решений, что затрудняет маневрирование при возникновении нестандартных ситуаций (например, при неожиданном возникновении препятствий на проезжей части дороги, в условиях резкого снижения видимости, ухудшения качества дорожного покрытия и т. д.). Поэтому, необходима разработка новых алгоритмов поведения БТС, в том числе с использованием вероятностных методов принятия решений [2], нечеткой логики [3], генетических оптимизационных алгоритмов [3–5].

Можно выделить три ключевых направления исследования поведения ИТС «умного города». Во-первых, построение макроскопических моделей транспортных потоков, основанных на изучении взаимосвязей между такими характеристиками как плотность, средняя скорость транспортного потока и т. д. по аналогии с известными гидродинамическими моделями [6–9]. В частности, подробный анализ таких моделей представлен в книге [10].

Второе направление относится к построению мегаскопических моделей, нацеленных на большую детализацию транспортных потоков (например, выделение различных типов агентов ИТС, образующих соответствующие кластеры) с сохранением вычислительной эффективности, свойственной макроскопическим моделям [11–13].

Третий класс моделей – микроскопические [14–16]. Важным преимуществом микроскопических транспортных моделей является возможность принятия во внимание индивидуальных правил принятия решения специфичных для различных участников

дорожного движения, например, БТС, ОТС, пешеходов и т. д. Недостатком являются высокие затраты вычислительных ресурсов, что требует применения суперкомпьютерных технологий. Представленная в данном исследовании система основана на микроскопических транспортных моделях агентного типа. В таких моделях поведение ансамбля БТС и ОТС описывается с использованием систем конечно-разностных уравнений с переменной структурой, в рамках которой агенты принимают индивидуальные решения (например, о маневрировании, смены полосы движения, увеличении дистанции относительно других агентов и т. д.).

Цель данной статьи состоит в систематизации и представлении основных результатов, полученных в рамках проекта по разработке системы интеллектуального управления наземными беспилотными транспортными средствами с использованием методов агентного моделирования, нечеткой кластеризации и генетических алгоритмов.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ в рамках направления «Фундаментальные проблемы управления беспилотными транспортными средствами «умного города»».

Постановка задачи

Поведение БТС, взаимодействующих с ОТС и другими участниками дорожного движения, изучается с использованием цифровых дорожных сетей различной конфигурации (рис. 1).

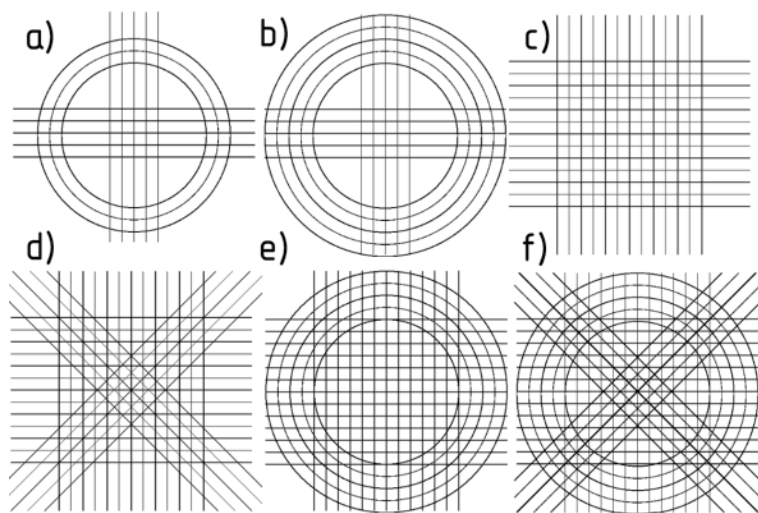


Рис. 1. Конфигурации ЦДС: а – простая радиально-кольцевая, б – расширенная радиально-кольцевая, с – прямоугольная, d – прямоугольно-диагональная, e – прямоугольно-кольцевая, f – прямоугольно-диагонально-кольцевая.

Формальное описание математической модели движения ансамбля БТС в ЦДС, представленной на рис. 1, дано в [2]. Такая модель использует систему конечно-разностных уравнений с переменной структурой для реализации пространственной динамики БТС и ОТС в ЦДС с различной

геометрией, а также принятия во внимание различных сценариев взаимодействия с другими агентами (типа V2V, V2P, V2I и др.). При этом основным отличием модели поведения БТС от ОТС является:

- наличие индивидуальной системы принятия решений, устойчивой по отношению к меняющимся характеристикам внешней среды (то есть «поведение, не поддающееся панике в плотном транспортном потоке»), что выражается, в частности, в готовности БТС к уменьшению своего личного пространства до более низких пороговых значений с одновременным отказом от частного маневрирования, свойственного ОТС (что является одной из причин возникновения аварий);

- использование полных данных о структуре и плотности транспортного потока при смене полос движения и выборе маршрутов объезда формирующихся дорожных заторов, интеллектуальное маневрирование в транспортном потоке;

- полное соблюдение правил дорожного движения и др.

Далее будет рассмотрена задача двухкритериальной оптимизации для рассматриваемой ИТС.

Пусть

- $T = \{t_0, t_1, \dots, |T|\}$ – набор моментов времени (по минутам), $|T|$ – все моменты времени; $t_0 \in T$, $t_{|T|} \in T$ – начальный и конечный моменты;

- $TA(t_k)$ – суммарное количество потенциальных аварий с участием БТС и других агентов в момент времени t_k , ($t_k \in T$);

- $OT(t_k)$ – суммарный трафик выходного потока всех транспортных средств (ТС) из ЦДС в момент времени t_k , ($t_k \in T$).

При этом учитываются следующие управляющие параметры, влияющие на динамику и поведение БТС в ЦДС, значения которых устанавливаются в начальный момент t_0 ($t_0 \in T$):

- $p_0 \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ – конфигурация ЦДС, значение которой задается в начальный момент t_0 ($t_0 \in T$) $p_0=1$ – простая радиально-кольцевая, $p_0=2$ – расширенная радиально-кольцевая, $p_0=3$ – прямоугольная, $p_0=4$ – прямоугольно-диагональная, $p_0=5$ – прямоугольно-кольцевая, $p_0=6$ – прямоугольно-диагонально-кольцевая;

- $\{n_0, \tilde{n}_0\}$ – интенсивность прибытия агентов ОТС и БТС (количество ТС) в ЦДС, задаваемая в начальный момент $t_0 \in T$;

- $\{v_0, \tilde{v}_0\}$ – предпочтительные скорости ОТС и БТС в ЦДС, задаваемые в начальный момент $t_0 \in T$.

Таким образом, можно сформулировать следующую двухкритериальную оптимизационную задачу для рассматриваемой ИТС.

Задача А. Минимизировать общее число потенциальных аварий и максимизировать суммарный трафик выходного потока по имеющемуся набору $\{n_0, \tilde{n}_0, v_0, \tilde{v}_0\}$ управляющих параметров:

$$\begin{cases} \min_{\{n_0, \tilde{n}_0, v_0, \tilde{v}_0\}} \sum_{t_k=0}^{|T|} TA(t_k) \\ \max_{\{n_0, \tilde{n}_0, v_0, \tilde{v}_0\}} \sum_{t_k=0}^{|T|} OT(t_k) \end{cases} \quad (1)$$

при ограничениях:

$$\underline{n}_0 \leq n_0 \leq \bar{n}_0, \quad \underline{\tilde{n}}_0 \leq \tilde{n}_0 \leq \bar{\tilde{n}}_0, \quad \underline{v}_0 \leq v_0 \leq \bar{v}_0, \quad \underline{\tilde{v}}_0 \leq \tilde{v}_0 \leq \bar{\tilde{v}}_0.$$

Здесь $\{\underline{n}_0, \underline{\tilde{n}}_0, \underline{v}_0, \underline{\tilde{v}}_0\}$, $\{\bar{n}_0, \bar{\tilde{n}}_0, \bar{v}_0, \bar{\tilde{v}}_0\}$ – нижние и верхние границы значений управляющих параметров соответственно. Задача (1) относится к классу задач двухкритериальной оптимизации, в которых значения целевых функционалов вычисляются в результате имитационного моделирования «simulation-based optimization». Для решения данной задачи был выбран ранее разработанный генетический алгоритм с вещественным кодированием (FCGA) [3, 4].

Принцип работы подобных генетических оптимизационных алгоритмов (класса RCGA – real-coded genetic algorithms) основан на использовании эвристических операторов селекции, скрещивания и мутации. В отличие от стандартных генетических, все операции по формированию новых потенциальных решений в рамках процедуры эволюционного поиска в RCGA осуществляются напрямую с вещественными значениями искомых переменных. Это позволяет решать оптимизационные задачи существенно большей размерности (с улучшенной точностью), в том числе масштаба ИТС «умного города».

При решении **Задачи А** важной характеристикой является доля БТС в общем транспортном потоке, которая задается как внешний сценарный параметр (в диапазоне от 0 до 1). При проведении оптимизационных экспериментов соотношение БТС и ОТС было выбрано на уровне 10%, что соответствует перспективным трендам внедрения автономных ТС.

В **Задаче А** интенсивность трафика и рекомендуемые скорости являются управляющими параметрами.

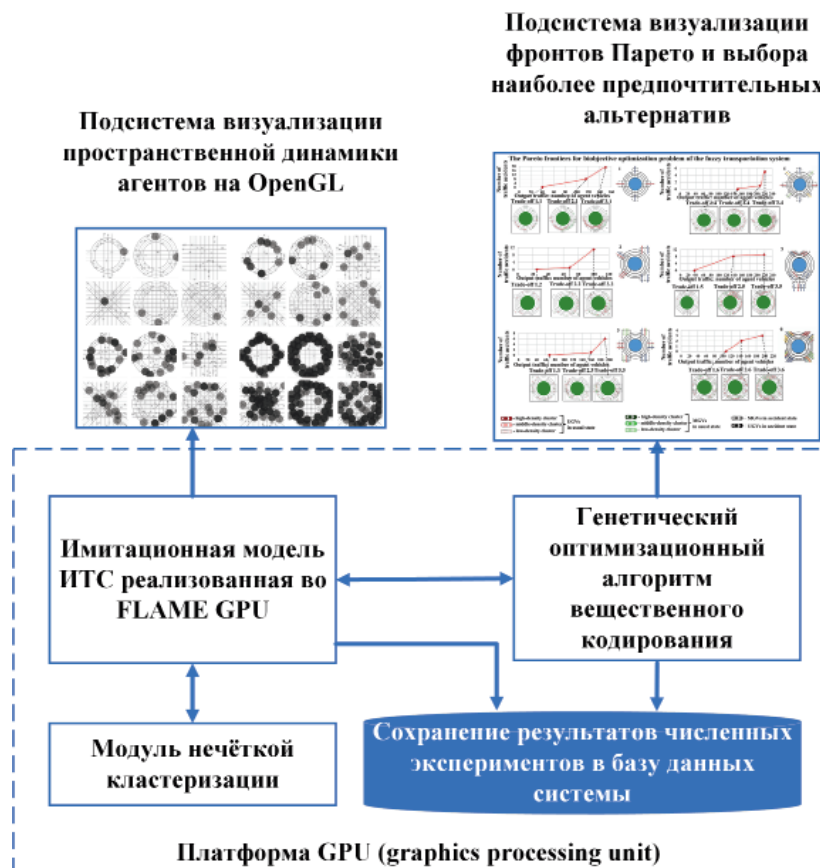


Рис. 2. Укрупненная архитектура программного комплекса, разработанного для ИТС.

трами. При этом для практической реализации режимов функционирования ИТС с вычисленными (субоптимальными) значениями скоростей и интенсивностей возможно использование «умных» светофоров в уличной дорожной сети (например, на входе и выходе локальных участков ЦДС), регулирующих трафик дорожного движения в соответствии с заданными предпочтениями и ограничениями. Рациональное размещение подобных светофоров в ЦДС с определением наилучших значений длительности фаз регулирующих сигналов является отдельной оптимизационной задачей [5].

Программный комплекс

В рамках проекта разработан программный комплекс, позволяющий, в частности, исследовать поведение ансамбля БТС при различных конфигурациях ЦДС и характеристиках внешней среды. Подобная система основана на созданной ими-

тационной модели ИТС, реализованной с использованием FLAME GPU [2, 4] и агрегированной по целевым функциям с модулем нечеткой кластеризации и предложенным генетическим оптимизационным алгоритмом. Укрупненная архитектура спроектированного программного комплекса представлена на рис. 2.

Разработанный программный комплекс (рис. 2), включает:

- имитационную модель ИТС с реализацией во FLAME GPU (см. [2, 4]);
- модуль нечеткой кластеризации, предназначенный для оценки структуры транспортного потока, обеспечения возможности маневрирования БТС на основе оценки плотности потока в том числе, смены полосы движения, идентификации дорожных заторов и выбора наименее загруженного маршрута и др. [3];
- генетический оптимизационный алгоритм, предназначенный для решения важной двухкритериальной оптимизационной задачи ИТС по максимизации суммарного трафика выходного потока и минимизации суммарного количества потенциальных аварий;
- подсистему визуализации пространственной динамики агентов, реализованную с использованием OpenGL;
- подсистему визуализации фронтов Парето и выбора наиболее предпочтительных альтернатив. Данный модуль предназначен для визуализации полученных с использованием генетического алгоритма субоптимальных

решений и построения аппроксимированных фронтов Парето. При этом каждому частному решению, которое может быть выбран на границе Парето, соответствует определенная конфигурация ЦДС (индивидуальные характеристики ЦДС, например, скорость, интенсивность движения и т. д.);

— базу данных системы, используемая для хранения и анализа результатов множественных прогонов имитационной модели ИТС, в том числе субоптимальных решений, полученных с использованием генетического алгоритма.

Подробное описание спроектированного программного комплекса представлено в [17].

Результаты и обсуждение

На рис. 3 представлены результаты численных экспериментов (распределения плотностей вероятностей сценариев развития дорожной ситуации с участием БТС и ОТС), выполненных для исследуемой ИТС при различных конфигурациях ЦДС с использованием метода класса Монте-Карло для интервала имитационного моделирования, ограниченного одним часом. При проведении численных экспериментов класса Монте-Карло ряд параметров задавался случайным образом с использованием равномерного распределения с заданными интервалами, в частности, задавались следующие характеристики (при фиксированной доле БТС в транспортном потоке на уровне 0.1):

- предпочтительная скорость БТС и ОТС (от 30 до 110 км/ч);
- интенсивность прибытия БТС и ОТС в ЦДС (от 1 до 10 ТС/мин).

Из рис. 3 следует, что существуют сценарии, соответствующие вариантам конфигурации ЦДС, при которых обеспечивается минимальное число потенциальных аварий с участием БТС. В частности, наиболее благоприятное развитие дорожной ситуации наблюдается для ЦДС с прямоугольно-диагональной и прямоугольно-диагонально-кольцевой геометрией, сохраняемое в том числе при высокой скорости и интенсивности входного потока ТС 100–120 (км/ч) и 8–10 (ТС/мин) соответственно.

На рис. 4 показаны фронты Парето, полученные при решении Задачи А с использованием ранее предложенного генетического оптимизационного алгоритма с вещественным кодированием (FCGA).

Результаты, представленные на рис. 4, подтверждают наличие субоптимальных решений, соответствующих безаварийным сценариям, а также устойчивость индивидуальной системы принятия решений БТС по отношению к риск-факторам. Среди исследованных риск-факторов, также влияющих на динамику потенциальных ава-

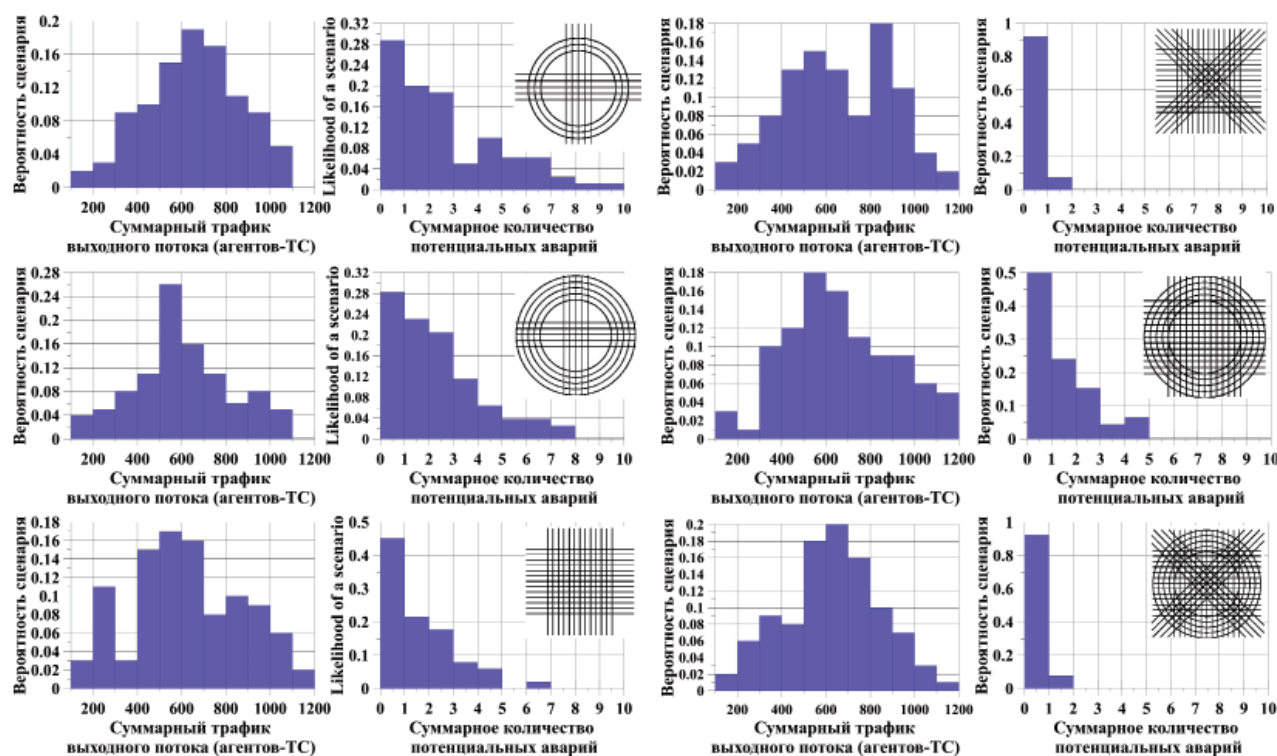


Рис. 3. Результаты численных экспериментов класса Монте-Карло для ИТС при различных конфигурациях ЦДС.

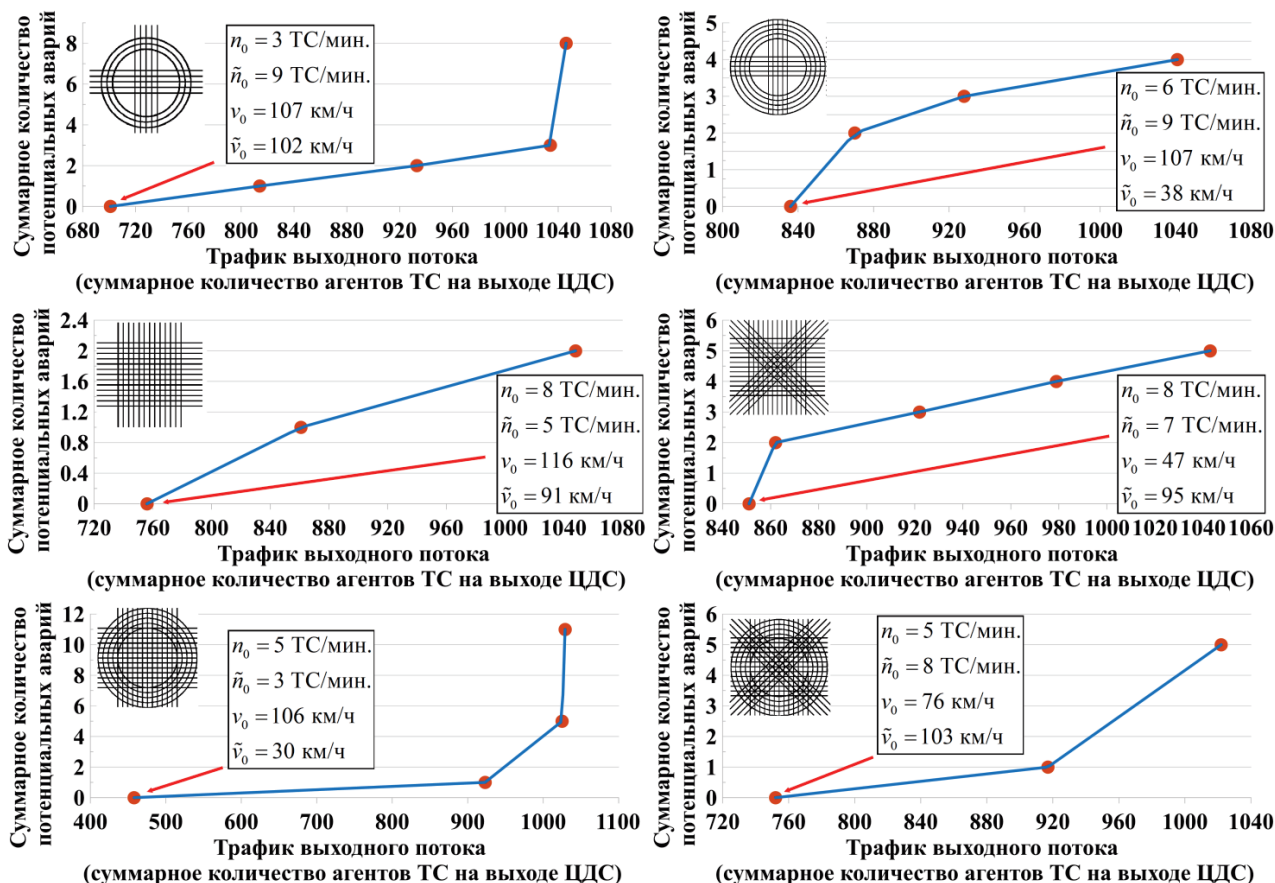


Рис. 4. Фронты для ИТС, полученные с использованием генетического алгоритма при различных конфигурациях ЦДС.

рий, были приняты во внимание: уровень видимости, состояние дорожного покрытия, неожиданные появления пешеходов и других препятствий и др. [2].

Практическая реализация ИТС, обеспечивающих малоаварийный трафик БТС и ОТС, возможна:

- во-первых, за счет выбора таких конфигураций ЦДС, которые позволяют снизить плотность дорожного потока, равномерно распределив ТС в ЦДС (например, за счет использования прямоугольной и прямоугольно-диагональной схем уличной дорожной сети, представленных ранее на рис. 1);

- во-вторых, за счет внедрения «умных» светофоров [5], рациональное размещение которых в ЦДС с выбором оптимальных значений длительностей фаз регулирующих сигналов позволит эффективно управлять интенсивностью и скоростью транспортных потоков, существенно снижая риск возникновения аварийных ситуаций с участием БТС.

Заключение

В данной работе представлен подход к разработке системы интеллектуального управления наземными беспилотными транспортными средствами с использованием генетических алгоритмов. Рассмотрена проблема управления ансамблем наземных беспилотных транспортных средств, взаимодействующих с обычными транспортными средствами и другими участниками дорожного движения. Сформулирована и решена с использованием генетических оптимизационных алгоритмов важная задача по минимизации общего количества потенциальных дорожно-транспортных происшествий и максимизации суммарного трафика выходного потока. С использованием экспериментов класса Монте-Карло и полученных для исследуемой ИТС фронтов Парето продемонстрированы как наличие субоптимальных решений, соответствующих безаварийным сценариям, так и устойчивость индивидуальной системы принятия решений БТС по отношению к риск-факторам.

Дальнейшими направлениями исследований является моделирование динамики транспортных и пешеходных в ЦДС с «умными светофорами», регулируемыми интенсивностью трафика БТС и ОТС. Также будут исследованы вопросы как существования, так и особенности аналитических солитонных решений для Манхэттенской решетки.

Литература

1. А.С. Акопов, Л.А. Бекларян
Автом. и телемех., 2015, №10, 131.
2. А.С. Акопов, Л.А. Бекларян
Бизнес-информатика, 2022, 16(4), 19.
DOI: 10.17323/2587-814X.2022.4.19.35.
3. A.S. Akopov, L.A. Beklaryan, M. Thakur
IEEE Trans. Intel. Transp. Syst., 23(8), 12648.
DOI: 10.1109/TITS.2021.3115827.
4. A.S. Akopov, L.A. Beklaryan
Cybern. Inf. Technol., 2021, 21(3), 127.
DOI: 10.2478/cait-2021-0034.
5. А.Л. Бекларян, Л.А. Бекларян, А.С. Акопов
Бизнес-информатика, 2023, 17(3), 70.
DOI: 10.17323/2587-814X.2023.3.70.86.
6. P.I. Richards
Oper. Res., 1956, 4, 42.
7. A. Kotsialos, M. Papageorgiou, C. Diakaki, Y. Pavlis, F. Middelham
IEEE Trans. Intel. Transp. Syst., 2002, 3(4), 282.
DOI: 10.1109/TITS.2002.806804.
8. N. Chiabaut, C. Buisson, L. Leclercq
IEEE Trans. Intel. Transp. Syst., 2009, 10(2), 355.
DOI: 10.1109/TITS.2009.2018963.
9. M. Keyvan-Ekbatani, M. Yildirimoglu, N. Geroliminis, M. Papageorgiou
IEEE Trans. Intel. Transp. Syst., 2015, 16(4), 2141.
DOI: 10.1109/TITS.2015.2399303.
10. Введение в математическое моделирование транспортных потоков, под ред. А.В. Гасникова, РФ, Москва, МФТИ, 2010, 362 с. (https://mipt.ru/education/chair/computational_mathematics/upload/22b/Book-arpglktefbb.pdf).
11. M. Di Gangi
IEEE Trans. Intel. Transp. Syst., 2011, 12(4), 1157.
DOI: 10.1109/TITS.2011.2143408.
12. M. Florian, M. Mahut, N. Tremblay
B Proc. ITSC 2001. IEEE Trans. Intel. Transp. Syst. (Cat. No.01TH8585), USA, CA, Oakland, 2001, pp. 118–121.
DOI: 10.1109/ITSC.2001.948640.
13. J.C. Vilaró, A. Torday and A. Gerodimos
IEEE Intel. Transp. Syst. Magaz., 2010, 2(3), 25.
DOI: 10.1109/MITS.2010.939217.
14. D. Helbing
B A Perspective Look at Nonlinear Media. Lecture Notes in Physics, Vol. 503, Eds J. Parisi, S.C. Müller, W. Zimmermann, RFG, Berlin, Heidelberg, Springer Verl., 1998, pp. 122–139.
DOI: 10.1007/BFb0104959.
15. P.A. Lopez, M. Behrisch, L. Bieker-Walz, J. Erdmann, Y. Flötteröd, R. Hilbrich, L. Lücken, J. Rummel, P. Wagner, E. Wiessner
B Proc. 2018 21st International Conference on Intelligent Transportation Systems (ITSC), USA, HI, Maui, 2018, pp. 2575–2582.
DOI: 10.1109/ITSC.2018.8569938.
16. S. Panwai, H. Dia
IEEE Trans. Intel. Transp. Syst., 2005, 6(3), 314.
DOI: 10.1109/TITS.2005.853705.
17. А. Бекларян
Вестник ЦЭМИ, 2023, 6(1). DOI: 10.33276/S265838870025116-0.

English

Optimization of Intelligent Control System Characteristics for Unmanned Ground Vehicles with the Use of Genetic Algorithms*

Andranik S. Akopov

Professor,

Central Economics and Mathematics Institute, RAS
47 Nakhimovsky Ave., Moscow, 117418, Russia
akopovas@umail.ru

Levon A. Beklaryan

Professor,

Central Economics and Mathematics Institute, RAS
47 Nakhimovsky Ave., Moscow, 117418, Russia
akopovas@umail.ru

Abstract

This paper studies the possibilities of optimizing the main characteristics of the developed intelligent control system for unmanned ground vehicles with the use of genetic algorithms. Authors presented the software architecture designed on the basis of the developed simulation model of the behaviour of unmanned ground vehicles (UGVs) interacting with other road users such as manned ground vehicles (MGVs), pedestrians, *etc.* A two-objective optimization problem was formulated and solved, the objective functions of which are the output traffic flow and the number of potential accidents with a participation of UGVs. The Monte Carlo experiments were performed to confirm the sensitivity of the objective functions' values to the control parameters of the model under various configurations of the street road network. The Pareto fronts are computed with the use of the previously created real-coded genetic optimization algorithms. It allows choosing the best trade-offs that provide the most preferable operating modes of the intelligent transportation system under various configurations of digital road networks (DRNs).

Keywords: traffic simulation, multi-objective optimization, genetic algorithms, intelligent transportation systems.

*The work was financially supported by RFBR (project 19-29-06003).

Images

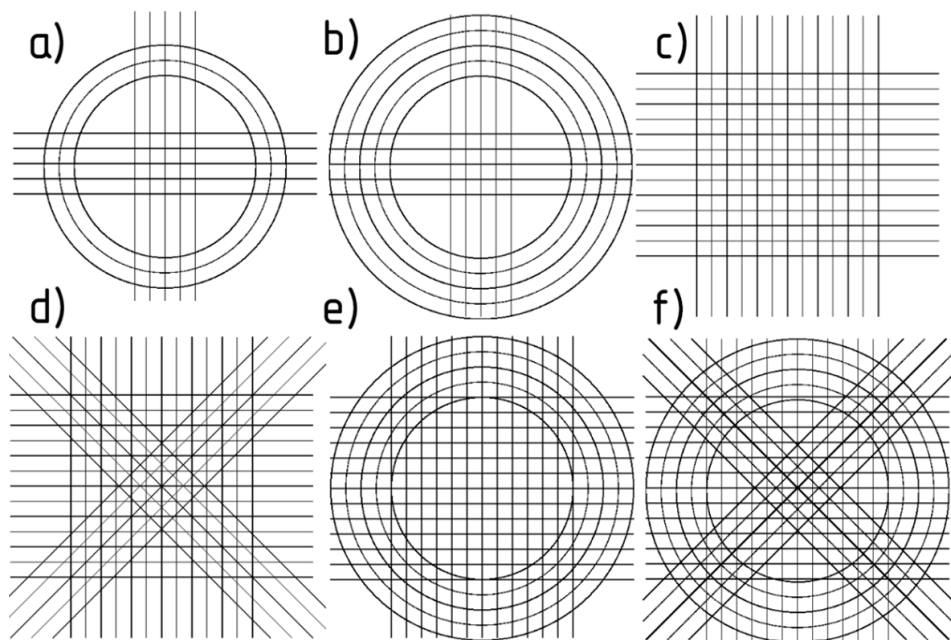


Fig. 1. DRN configurations: a – simple radial-annular, b – extended radial-circular, c – rectangular, d – rectangular-diagonal, e – rectangular-circular, f – rectangular-diagonal-circular.

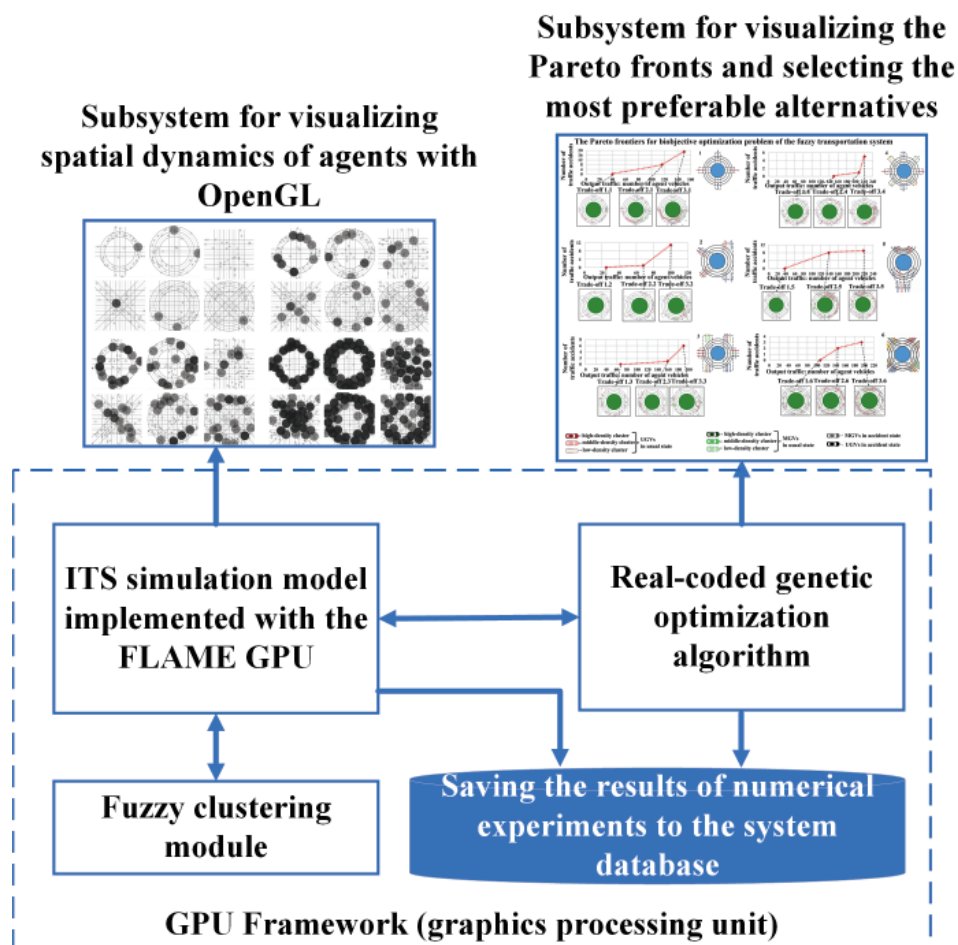


Fig. 2. Aggregated software architecture developed for the ITS.

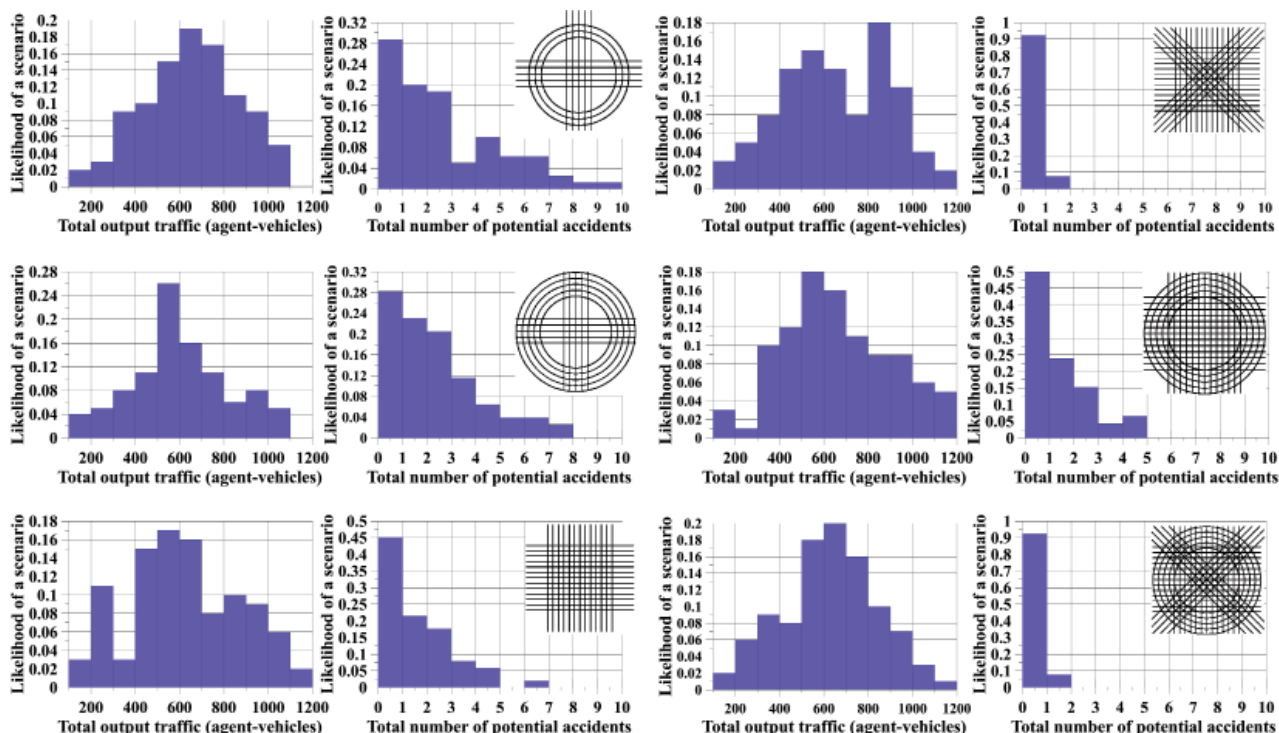


Fig. 3. Results of numerical experiments of the Monte Carlo type for the ITS under various configurations of DRN.

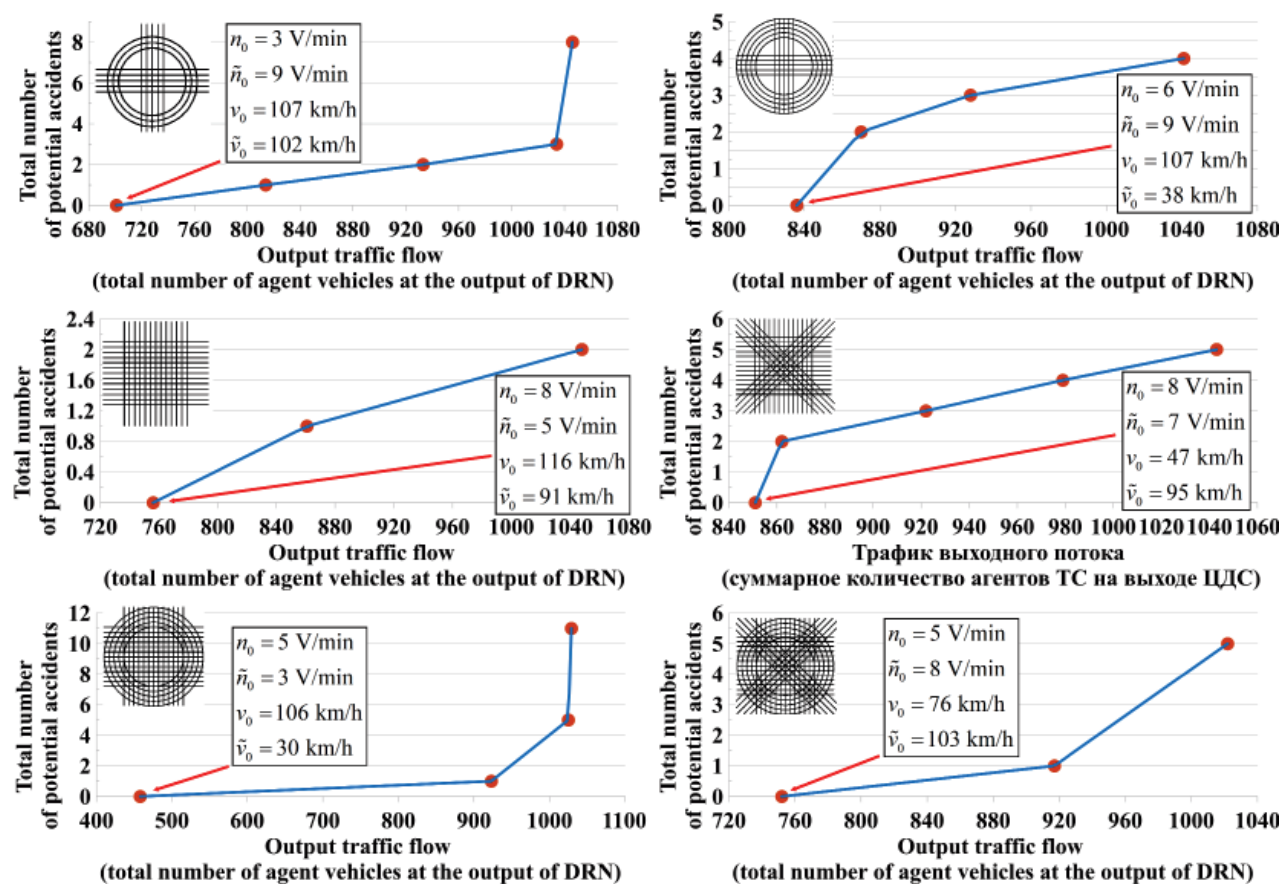


Fig. 4. The Pareto frontiers for the ITS obtained with the use of the genetic algorithm under various configurations of DRN.

References

1. **A.S. Akopov, L.A. Beklaryan**
Autom. Remote Control, 2015, **76**(10), 1817.
DOI: 10.1134/S0005117915100094.
2. **A.S. Akopov, L.A. Beklaryan**
Business Informatics, 2022, **16**(4), 19 (in Russian).
DOI: 10.17323/2587-814X.2022.4.19.35.
3. **A.S. Akopov, L.A. Beklaryan, M. Thakur**
IEEE Trans. Intel. Transp. Syst., **23**(8), 12648.
DOI: 10.1109/TITS.2021.3115827.
4. **A.S. Akopov, L.A. Beklaryan**
Cybern. Inf. Technol., 2021, **21**(3), 127.
DOI: 10.2478/cait-2021-0034.
5. **A.L. Beklaryan, A.L. Beklaryan, A.S. Akopov**
Business Informatics, 2023, **17**(3), 70 (in Russian).
DOI: 10.17323/2587-814X.2023.3.70.86.
6. **P.I. Richards**
Oper. Res., 1956, **4**, 42.
7. **A. Kotsialos, M. Papageorgiou, C. Diakaki, Y. Pavlis, F. Middelham**
IEEE Trans. Intel. Transp. Syst., 2002, **3**(4), 282.
DOI: 10.1109/TITS.2002.806804.
8. **N. Chiabaut, C. Buisson, L. Leclercq**
IEEE Trans. Intel. Transp. Syst., 2009, **10**(2), 355.
DOI: 10.1109/TITS.2009.2018963.
9. **M. Keyvan-Ekbatani, M. Yildirimoglu, N. Geroliminis, M. Papageorgiou**
IEEE Trans. Intel. Transp. Syst., 2015, **16**(4), 2141.
DOI: 10.1109/TITS.2015.2399303.
10. **Introduction to Mathematical Modeling of Traffic Flows**
[*Vvedeniye v matematicheskoye modelirovaniye transportnykh potokov*], Ed. A.V. Gasnikov, RF, Moscow, MIPT Publ., 2010, 362 pp. (in Russian).
(https://mipt.ru/education/chair/computational_mathematics/upload/22b/Book-arpglktefbb.pdf).
11. **M. Di Gangi**
IEEE Trans. Intel. Transp. Syst., 2011, **12**(4), 1157.
DOI: 10.1109/TITS.2011.2143408.
12. **M. Florian, M. Mahut, N. Tremblay**
In Proc. ITSC 2001. IEEE Trans. Intel. Transp. Syst. (Cat. No.01TH8585), USA, CA, Oakland, 2001, pp. 118–121.
DOI: 10.1109/ITSC.2001.948640.
13. **J.C. Vilaró, A. Torday and A. Gerodimos**
IEEE Intel. Transp. Syst. Magaz., 2010, **2**(3), 25.
DOI: 10.1109/MITS.2010.939217.
14. **D. Helbing**
In A Perspective Look at Nonlinear Media. Lecture Notes in Physics, Vol. 503, Eds J. Parisi, S.C. Müller, W. Zimmermann, RFG, Berlin, Heidelberg, Springer Verl., 1998, pp. 122–139.
DOI: 10.1007/BFb0104959.
15. **P.A. Lopez, M. Behrisch, L. Bieker-Walz, J. Erdmann, Y. Flötteröd, R. Hilbrich, L. Lücken, J. Rummel, P. Wagner, E. Wiessner**
In Proc. 2018 21st International Conference on Intelligent Transportation Systems (ITSC), USA, HI, Maui, 2018, pp. 2575–2582.
DOI: 10.1109/ITSC.2018.8569938.
16. **S. Panwai, H. Dia**
IEEE Trans. Intel. Transp. Syst., 2005, **6**(3), 314.
DOI: 10.1109/TITS.2005.853705.
17. **A. Beklaryan**
Vestnik TsEMI [Herald of CEMI], 2023, **6**(1) (in Russian).
DOI: 10.33276/S265838870025116-0.