

УДК 539.376

О ВЛИЯНИИ НЕКЛАССИЧЕСКОГО ДИФФУЗИОННОГО ПРОЦЕССА НА ДЛИТЕЛЬНОЕ РАЗРУШЕНИЕ СОСТАВНОГО РАСТЯГИВАЕМОГО СТЕРЖНЯ В ПРОЦЕССЕ ПОЛЗУЧЕСТИ

© 2024 г. Л. В. Фомин^{а, *}, А. А. Далинкевич^{а, b, **},
Ю. Г. Басалов^{а, ***}

^аНИИ механики МГУ им. М.В. Ломоносова, Москва, Россия

^бИнститут физической химии и электрохимии им. А.Н. Фрумкина РАН,
Москва, Россия

*e-mail: fleonid1975@mail.ru, **e-mail: dalinkevich@yandex.ru,

***e-mail: basalov@yandex.ru

Поступила в редакцию 15.02.2024 г.

После доработки 22.03.2024 г.

Принята к публикации 24.04.2024 г.

Рассматривается напряженно-деформированное состояние и определяется время до разрушения составного растягиваемого стержня при ползучести в активной среде. Влияние активной среды определяется неклассическим диффузионным процессом, при этом проникшее в материал активное вещество находится в двух состояниях: свободном и связанном. Процесс такой диффузии описывается модифицированным уравнением диффузии, учитывающим двухфазное состояние активного вещества в материале. Получена система уравнений, моделирующая ползучесть составного стержня, в котором его части жестко без проскальзывания связаны между собой, а также включающая в себя кинетические уравнения накопления поврежденности в частях стержня. Учет влияния активной среды производится путем введения в указанные кинетические уравнения функции влияния активной среды – функции от интегрально средней концентрации. Анализируются распределения напряжений и процессы накопления повреждений во времени в различных частях составного стержня. Проведены расчеты в двух случаях, а именно, рассматривается классический и неклассический диффузионный процесс. Задания данных различий обусловлено выбором соответствующих параметров в рассматриваемой диффузионной модели. Получены зависимости накопления поврежденности и распределения напряжений в частях стержня во времени. В результате определено, что разрушение составного стержня в классическом случае происходит раньше, чем в случае рассматриваемого неклассического диффузионного процесса

Ключевые слова: составной растягиваемый стержень, активная среда, неклассическая диффузия, ползучесть, кинетическая теория Ю.Н. Работнова, поврежденность, длительное разрушение, время до разрушения

DOI: 10.31857/S1026351924050088, EDN: UAQGBW

1. Введение. Актуальность исследований высокотемпературной прочности материалов и конструкций [1], в том числе, находящихся в условии воздействия активных сред [2, 3], не подлежит сомнению. Современные материалы и элементы конструкций должны обеспечивать надежность и работоспособность изделий, выполненных из них, в течение всего срока службы в рабочих условиях с учетом их взаимодействия с внешними и/или рабочими средами. Наиболее часто для дополнительной защиты элементов конструкций от деструктивного воздействия внешней активной среды применяются типовые элементы составного типа. Внешний слой такой составной конструкции, как правило, контактирует с агрессивным веществом и защищает основные элементы конструкции от его разрушительного воздействия.

Предлагаемая вниманию читателей настоящая статья является продолжением проводимых авторами исследований, но с учетом неклассического диффузионного процесса. В статье [4] авторами рассмотрено напряженно-деформированное состояние, кинетика накопления повреждений в процессе ползучести и определены времена до разрушения составного стержня без учета влияния активной среды при различных значениях материальных констант в законах ползучести и длительного разрушения его частей. Рассмотренная задача являлась предварительным опорным исследованием перспективной задачи о защитном эффекте внешних частей составного стержня при его контакте с рабочей активной средой в условиях длительного действия нагрузки и повышенных температур.

В последующей своей работе авторами для анализа диффузионного проникновения активной среды в материалы частей составного стержня используется приближенный метод решения классического уравнения диффузии, который основан на введении диффузионного фронта, подробно описанный в [2, 3, 5]. Такой подход позволяет разделить весь материал стержня на возмущенную (где среда уже проникла в материал) и невозмущенную области (где еще нет проникновения среды) и затем определять движение границы между этими областями во времени. Решение (распределение концентрации по координатам и времени) ищется в виде полинома, коэффициенты которого в общем виде являются функциями пространственных координат и времени. При этом граничные и начальные условия выполняются точно, а уравнение диффузии удовлетворяется интегрально во всем объеме стержня. Относительная погрешность рассматриваемого приближенного метода по сравнению с точным решением в рядах составляет единицы процентов и уменьшается с ростом степени применяемого полинома. С учетом того факта, что кривые ползучести имеют значительный статистический разброс применение приближенного метода решения уравнения диффузии для решения рассматриваемых задач, вполне допустимо.

Кроме того, в процессе своих исследований авторами проведен обзор работ по ползучести и длительному разрушению составных конструкций [4], в том числе находящихся в активной среде, выявлены основные тенденции, применяемые модели при решении такого рода задач, а также меры по коррозионной защите поверхностей элементов конструкций.

В настоящем исследовании (в данной статье) влияние активной среды определяется неклассическим диффузионным процессом. В данном случае

рассматривается диффузия, при этом проникшее в материал активное вещество находится в двух состояниях: свободном и связанном. Процесс диффузии в этом случае описывается модифицированным уравнением диффузии, учитывающим двухфазное состояние активного вещества в материале.

В данной работе авторами исследуется напряженно-деформированное состояние и проводится моделирование процессов разрушения такой типовой конструкции, как составной стержень, находящийся в условии ползучести [1] при растяжении и воздействии на части стержня активной среды, причем влияние активной среды определяется неклассическим диффузионным процессом.

2. Постановка задачи. Рассматривается составной стержень, находящийся в состоянии установившейся ползучести под действием постоянной растягивающей силы P , приложенной к его торцам. Стержень имеет прямоугольное поперечное сечение, длина стержня L , ширина стержня H и толщина b удовлетворяют двойному неравенству $L \gg H \gg b$. Расположение частей симметрично относительно срединной плоскости, проходящей через геометрическую середину ширины H . Центральная часть стержня выполнена из материала, обладающего одними свойствами ползучести, две крайних одинаковых части выполнены из другого материала, который обладает другими свойствами ползучести. Дополнительно примем следующее условие: все части составного стержня жестко, без проскальзывания соединены между собой. Расположение частей в стержне представлено на рис. 1.

На рис. 1 обозначение h_1 соответствует ординате границы первой и второй частей в системе координат xOy . При этом толщина первой части равна $2h_1$.

Рассмотрим ползучесть данного составного стержня, который дополнительно к действию растягивающей силы находится в активной среде, действие которой определяется неклассическим диффузионным процессом. При этом рассматривается процесс, описываемый модифицированным уравнением диффузии следующего вида:

$$D \frac{\partial^2 c}{\partial z^2} = \frac{\partial c}{\partial t} + \frac{\partial S}{\partial t}, \quad c(z, 0) = S(z, 0) = 0, \quad \frac{\partial S}{\partial t} = \beta c - \alpha S, \quad (2.1)$$

где c — концентрация свободной (мобильной) формы активной среды в единице объема (или на единицу массы) образца; S — концентрация связанной

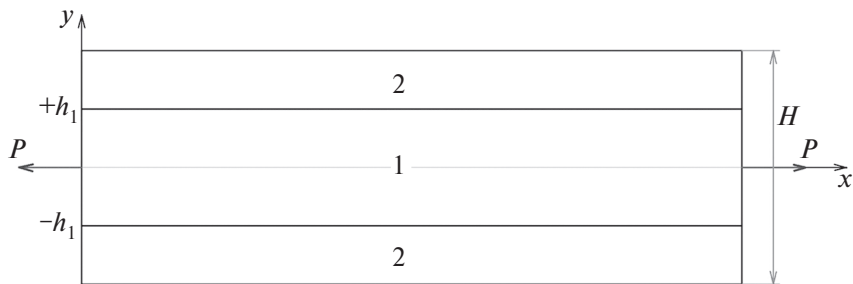


Рис. 1. Схема расположения частей в стержне.

формы активной среды в единице объема (или на единицу массы) образца; α – вероятность перехода в единицу времени связанной формы молекул активной среды в свободную форму ($\alpha \rightarrow (S \rightarrow c)$); β – вероятность перехода в единицу времени свободной формы молекул активной среды в связанную форму ($\beta \rightarrow (c \rightarrow S)$); $D = \text{const}$ – коэффициент диффузии; t – время; z – декартова координата.

Здесь предполагается, что диффузия мобильных молекул соответствует простой теории диффузии, дополненной источниками и стоками, как в теории цепных нейтронных реакций [6].

По мнению авторов статьи рассматриваемая диффузионная модель может также моделировать некоторые физико-химические механизмы диффузии в оксидах металлов с учетом особенностей их структуры и свойств [7, 8].

Исследуется длительная прочность растягиваемого длинного составного стержня с поперечным сечением в виде узкого прямоугольника в активной среде, диффузионное влияние которой описывается уравнением (2.1). Поскольку ширина H поперечного сечения значительно превосходит его толщину b , то влиянием диффузии со стороны узких сторон прямоугольного сечения можно пренебречь. Длина стержня во много раз превосходит характерные размеры его поперечного сечения, поэтому влиянием продольной координаты стержня на диффузионный процесс можно также пренебречь. Таким образом, процесс диффузии является одномерным и проходит по толщине b вдоль поперечной координаты z . Принимаются одинаковые граничные условия диффузионного процесса на широких сторонах прямоугольного поперечного сечения, в связи с этим процесс диффузии является симметричным относительно оси y , проходящей через центр поперечного сечения стержня. Примем одинаковые характеристики диффузионного процесса для центральной части и двух крайних частей стержня. А именно, пусть активная среда проникает в центральную и крайние части с коэффициентом диффузии $D = \text{const}$. Вероятности перехода α связанной формы молекул активной среды в свободную и обратный процесс β примем одинаковыми для всех частей стержня. Схема воздействия активной среды на составной стержень представлена на рис. 2.

Введем безразмерные переменные:

$$\bar{z} = \frac{2z}{b}, \quad \tilde{t} = \frac{D}{b^2}t, \quad \bar{c} = \frac{c}{c_0}, \quad \bar{S} = \frac{S}{c_0}, \quad \bar{\beta} = \frac{b^2}{D}\beta, \quad \bar{\alpha} = \frac{b^2}{D}\alpha, \quad (2.2)$$

где c_0 – равновесная концентрация свободного вещества.

С учетом принятых безразмерных переменных (2.2) уравнение (2.1) преобразуется, в результате распределение концентрации элементов активной среды в каждой части составного стержня подчиняется одномерному модифицированному уравнению диффузии

$$4 \frac{\partial^2 \bar{c}}{\partial \bar{z}^2} = \frac{\partial \bar{c}}{\partial \tilde{t}} + \bar{\beta} \bar{c} - \bar{\alpha} \bar{S} \quad (2.3)$$

с начальным условием $\bar{c}(\bar{z}, 0) = \bar{S}(\bar{z}, 0) = 0$ для $|\bar{z}| < 1$, и с граничными условиями $\bar{c}(1, \tilde{t}) = \bar{c}(-1, \tilde{t}) = 1$.

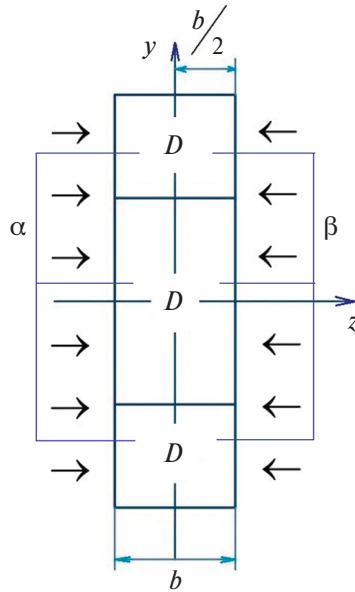


Рис. 2. Схема воздействия активной среды на составной стержень.

Решение уравнения (2.3) рассматривается в статье [9], в которой методом преобразования Лапласа [10] получены зависимости $\bar{c}(\bar{z}, \tilde{t})$ и $\bar{S}(\bar{z}, \tilde{t})$.

Интегрирование указанных зависимостей по толщине $\bar{z}$ дает следующее выражение для относительной массы поглощенного вещества $\bar{m} = \bar{m}(\tilde{t})$, которая есть средняя концентрация $\bar{c}_m(\tilde{t}) \equiv \bar{m}(\tilde{t})$, зависящая только от времени $\tilde{t}$:

$$\begin{aligned} \bar{c}_m(\tilde{t}) = \bar{m}(\tilde{t}) = 1 - \left(\frac{8}{\pi^2} \right) & \left(\sum_l^{(\text{odd})} \frac{[(r_l^+) (\exp(-r_l^- \tilde{t})) - (r_l^-) (\exp(-r_l^+ \tilde{t}))]}{(l^2)(r_l^+ - r_l^-)} \right) + \\ & + \left(\frac{8}{\pi^2} \right) \left(\frac{\kappa \bar{\alpha}}{\bar{\beta} + \bar{\alpha}} \right) \left(\sum_l^{(\text{odd})} \frac{[\exp(-r_l^- \tilde{t}) - \exp(-r_l^+ \tilde{t})]}{(r_l^+ - r_l^-)} \right), \end{aligned} \quad (2.4)$$

где $\sum_l^{(\text{odd})}$ — сумма по нечетным индексам l . В соотношении (2.4) использованы обозначения:

$$\begin{aligned} \kappa &= \frac{\pi^2 4}{(2\bar{\delta})^2}, \quad \bar{\delta} = 1, \quad r_l^+ = \frac{1}{2} \left[(\kappa l^2 + \bar{\beta} + \bar{\alpha}) + \sqrt{(\kappa l^2 + \bar{\beta} + \bar{\alpha})^2 - 4\kappa \bar{\alpha} l^2} \right], \\ r_l^- &= \frac{1}{2} \left[(\kappa l^2 + \bar{\beta} + \bar{\alpha}) - \sqrt{(\kappa l^2 + \bar{\beta} + \bar{\alpha})^2 - 4\kappa \bar{\alpha} l^2} \right], \end{aligned}$$

где $2\bar{\delta}$ – безразмерная толщина, $\bar{m} = m/m_0$, m – масса поглощенного вещества, m_0 – значение равновесной массы поглощенного вещества.

В настоящем исследовании, учитывая постановку задачи, а именно, малость поперечных размеров составного стержня по сравнению с его длиной и с дополнительным условием симметричности диффузионного процесса относительно центральной плоскости симметрии, принимается одномерный характер напряженного состояния. В процессе решения используется гипотеза плоских сечений и обобщение принципа Сен-Венана для рассматриваемой задачи, что позволяет считать напряженное состояние однородным вдали от мест соединения частей составного стержня.

3. Определяющие и кинетические соотношения. Учет влияния активной среды в уравнениях модели. Пусть соотношения (3.1) описывают скорость деформации ползучести соответственно первой (центральной) части и двух крайних частей.

$$\dot{p}_1 = B_1 \left(\frac{\sigma_1}{1 - \omega_1} \right)^n, \quad \dot{p}_2 = B_2 \left(\frac{\sigma_2}{1 - \omega_2} \right)^n, \quad (3.1)$$

где σ_1 – напряжение в первой (центральной) части стержня, σ_2 – напряжение в двух крайних частях стержня, ω_1 – параметр поврежденности для центральной части стержня, ω_2 – параметр поврежденности одинаковый для двух крайних частей стержня, B_1, B_2, n – материальные константы, точка над символами p_1 и p_2 означает производную по времени t .

В соотношении (3.1) на основе кинетической теории ползучести и длительной прочности Ю.Н. Работнова [1] в уравнения, описывающие ползучесть каждой части составного стержня, введены структурные параметры – параметры поврежденности ω_1 и ω_2 , которые описывает накопление повреждений в процессе ползучести.

Введем дополнительные безразмерные переменные:

$$\bar{\sigma}_1 = \frac{\sigma_1}{\sigma_0}, \quad \bar{\sigma}_2 = \frac{\sigma_2}{\sigma_0}, \quad \bar{t} = B_1 \sigma_0^n t, \quad (3.2)$$

где σ_0 – некоторое характерное напряжение размерности МПа, например, половина предела кратковременной прочности σ_b ($\sigma_0 = 0.5\sigma_b$) при соответствующей температуре.

Тогда определяющие соотношения (3.1) для центральной и двух крайних частей составного стержня соответственно будут иметь следующий вид:

$$\frac{dp_1}{d\bar{t}} = \frac{\bar{\sigma}_1^n}{(1 - \omega_1)^n}, \quad \frac{dp_2}{d\bar{t}} = \frac{k \bar{\sigma}_2^n}{(1 - \omega_2)^n},$$

где $k = B_2/B_1$.

Большинство экспериментальных данных показывают, что активная среда destructively влияет на материал, уменьшает время до разрушения по сравнению с эксплуатацией материалов и элементов конструкций в нейтральных условиях.

Процессы разрушения инициируются ростом повреждений в материале. Учет влияния активной среды в кинетических уравнениях накопления поврежденности:

$$\frac{d\omega_1}{dt} = A \left(\frac{\sigma_1}{1 - \omega_1} \right)^m f(\bar{c}_m), \quad \omega_1 = \omega_1(t), \quad \omega_1(0) = 0, \quad \omega_1^* \equiv \omega_1(t = t_1^*) = 1, \quad (3.3)$$

$$\frac{d\omega_2}{dt} = A \left(\frac{\sigma_2}{1 - \omega_2} \right)^m f(\bar{c}_m), \quad \omega_2 = \omega_2(t), \quad \omega_2(0) = 0, \quad \omega_2^* \equiv \omega_2(t = t_2^*) = 1, \quad (3.4)$$

где t_1^* — время до разрушения центральной части стержня, t_2^* — время до разрушения крайних частей стержня. A , m — материальные константы, которые определяются на основе опытов на длительную прочность без активной среды в нейтральных условиях (при этом $f(\bar{c}_m) \equiv 1$). Для этих опытов используются стандартные образцы, которые изготовлены из материалов соответствующих частей составного стержня.

В уравнениях (3.3) и (3.4) введена некоторая возрастающая функция от интегрально средней концентрации $f(\bar{c}_m)$ соответственно, такая, что $f(\bar{c}_m = 0) = 1$.

С учетом единого для определяющих и кинетических уравнений безразмерного времени $\bar{t}$ уравнения (3.3) и (3.4) примут следующий вид:

$$\frac{d\omega_1}{d\bar{t}} = C_1 \frac{\bar{\sigma}_1^m}{(1 - \omega_1)^m} f(\bar{c}_m), \quad \frac{d\omega_2}{d\bar{t}} = C_1 \frac{\bar{\sigma}_2^m}{(1 - \omega_2)^m} f(\bar{c}_m), \quad (3.5)$$

где $C_1 = \frac{A}{B_1} \sigma_0^{m-n}$.

Начальные условия: $\omega_1(0) = 0$, $\omega_2(0) = 0$. Первое уравнение в (3.5) отвечает за рост параметра ω_1 в центральной части составного стержня, находящейся под действием напряжения $\bar{\sigma}_1$. Второе уравнение в (3.5) отвечает за рост параметра ω_2 в двух крайних частях составного стержня, находящихся под действием напряжения $\bar{\sigma}_2$. Средняя концентрация $\bar{c}_m$ определяется уравнением (2.4).

Примем линейный вид функции $f(\bar{c}_m)$ [11]:

$$f(\bar{c}_m) = 1 + a\bar{c}_m$$

где a — материальная константа. Способ определения константы a из экспериментов на длительную прочность подробно изложен в [11].

Поскольку кинетические соотношения (3.5) и соотношение (2.4) для средней концентрации $\bar{c}_m$ записаны в различных безразмерных временах $\bar{t}$ и $\bar{t}$ соответственно, то для дальнейших расчетов необходимо перейти к одному единому безразмерному времени для задачи $\bar{t}$. Напомним читателю статьи, что в соответствии с (2.4) выражения для безразмерного времени, характеризующих диффузионными процессами в частях стержня, имеют следующий вид:

$$\bar{t} = \frac{D}{b^2} t.$$

Связь безразмерного времени $\bar{t}$ с реальным временем t определяется в соответствии с (3.2).

Последовательно выражая сначала время $\tilde{t}$ через время $\bar{t}$, приведем (3.5) к виду, записанному в едином безразмерном времени $\bar{t}$.

Проведя соответствующие выкладки, получим, что связь безразмерных времен определяется как $\tilde{t} = K\bar{t}$, где $K = D/(b_2 B_1 \sigma_0^n)$. Таким образом, используя решение $\bar{c}_m(\tilde{t}) = \bar{m}(\tilde{t})$ (2.4), учитывая $\tilde{t} = K\bar{t}$, находим зависимость $\bar{c}_m(\tilde{t}) = \bar{m}(\tilde{t})$.

В результате кинетические соотношения для первой (центральной) и двух вторых (крайних) частей составного стержня в едином безразмерном времени $\bar{t}$ примут следующий вид:

$$\frac{d\omega_1}{d\bar{t}} = C_1 \frac{\bar{\sigma}_1^m}{(1 - \omega_1)^m} f(\bar{c}_m(\bar{t})), \quad \frac{d\omega_2}{d\bar{t}} = C_1 \frac{\bar{\sigma}_2^m}{(1 - \omega_2)^m} f(\bar{c}_m(\bar{t})), \quad (3.6)$$

где $C_1 = (A/B_1)\sigma_0^{m-n}$. Начальные условия: $\omega_1(0) = 0$, $\omega_2(0) = 0$.

Факт наличия жесткого соединения без проскальзывания частей стержня приводит к равенству деформаций на их границе. Далее применяется гипотеза, что деформации не зависят от поперечной координаты y , что согласно гипотезе плоских сечений выполняется наряду с утверждением о неизменности исходных плоских и нормальных к оси стержня сечений до и после деформации.

Данное обоснование дает возможность принять условие равенства деформаций ползучести $p_1(\bar{t}) = p_2(\bar{t})$. С учетом заданного начального условия $p(0) = 0$, получим:

$$\begin{aligned} \frac{dp_1}{d\bar{t}} &= \frac{\bar{\sigma}_1^n}{(1 - \omega_1)^n}, \quad dp_1 = \frac{\bar{\sigma}_1^n}{(1 - \omega_1)^n} d\bar{t}, \\ \int_0^{p_1} dp_1 &= \int_0^{\bar{t}} \frac{\bar{\sigma}_1^n}{(1 - \omega_1)^n} d\bar{t}, \quad p_1 = \int_0^{\bar{t}} \frac{\bar{\sigma}_1^n}{(1 - \omega_1)^n} d\bar{t}. \end{aligned}$$

Аналогично:

$$\frac{dp_2}{d\bar{t}} = \frac{k\bar{\sigma}_2^n}{(1 - \omega_2)^n}, \quad p_2 = k \int_0^{\bar{t}} \frac{\bar{\sigma}_2^n}{(1 - \omega_2)^n} d\bar{t}.$$

Из условия равенства деформаций ползучести $p_1 = p_2$ следует:

$$\int_0^{\bar{t}} \frac{\bar{\sigma}_1^n}{(1 - \omega_1)^n} d\bar{t} = k \int_0^{\bar{t}} \frac{\bar{\sigma}_2^n}{(1 - \omega_2)^n} d\bar{t}. \quad (3.7)$$

Запишем уравнение равновесия

$$P = 2 \left[\int_0^{h_1} b\sigma_1 dy + \int_{h_1}^{H/2} b\sigma_2 dy \right] = 2b \left[h_1\sigma_1 + \left(\frac{H}{2} - h_1 \right) \sigma_2 \right] \quad (3.8)$$

Введем величину $\Sigma \equiv \frac{P}{bH}$, тогда

$$\Sigma = [\xi \sigma_1 + (1 - \xi) \sigma_2], \quad \xi = \frac{2h_1}{H}.$$

С учетом выражений для безразмерных напряжений $\bar{\sigma}_1$ и $\bar{\sigma}_2$ уравнение равновесия (3.8) будет иметь вид:

$$\Sigma_0 = [\xi \bar{\sigma}_1 + (1 - \xi) \bar{\sigma}_2], \quad (3.9)$$

где $\Sigma_0 = \frac{\Sigma}{\sigma_0} = \frac{P}{bH\sigma_0}$.

Выразим из (3.9) $\bar{\sigma}_2$

$$\bar{\sigma}_2 = \frac{[\Sigma_0 - \xi \bar{\sigma}_1]}{(1 - \xi)}. \quad (3.10)$$

С учетом уравнений (3.6), (3.7) и (3.10) замкнутая система уравнений будет иметь следующий вид

$$\begin{aligned} \frac{d\omega_1}{d\bar{t}} &= C_1 \frac{\bar{\sigma}_1^m}{(1 - \omega_1)^m} f(\bar{c}_m(\bar{t})), \\ \frac{d\omega_2}{d\bar{t}} &= C_1 \frac{([\Sigma_0 - \xi \bar{\sigma}_1])^m}{((1 - \xi)(1 - \omega_2))^m} f(\bar{c}_m(\bar{t})), \\ \int_0^{\bar{t}} \bar{\sigma}_1^n \frac{1}{(1 - \omega_1)^n} d\bar{t} &= k \int_0^{\bar{t}} \left(\frac{[\Sigma_0 - \xi \bar{\sigma}_1]}{(1 - \xi)(1 - \omega_2)} \right)^n d\bar{t}. \end{aligned} \quad (3.11)$$

В уравнениях (3.10), в системе (3.11), а также учитывая $\bar{c}_m(\bar{t}) = \bar{c}_m(K\bar{t})$ по (2.4), использованы константы

$$\begin{aligned} \bar{\alpha} &= \frac{b^2}{D} \alpha, \quad \bar{\beta} = \frac{b^2}{D} \beta, \quad C_1 = \frac{A}{B_1} \sigma_0^{m-n}, \quad K = \frac{D}{b^2 B_1 \sigma_0^n}, \\ k &= \frac{B_2}{B_1}, \quad \xi = \frac{2h_1}{H}, \quad \Sigma_0 = \frac{P}{bH\sigma_0}. \end{aligned}$$

В системе (3.11) из трех уравнений тремя неизвестными являются поврежденность $\omega_1 = \omega_1(\bar{t})$ – в центральной части стержня, поврежденность $\omega_2 = \omega_2(\bar{t})$ – в двух крайних частях составного стержня, напряжение $\bar{\sigma}_1 = \bar{\sigma}_1(\bar{t})$. Напряжение $\bar{\sigma}_2 = \bar{\sigma}_2(\bar{t})$ определяется в соответствии с соотношением (3.10). Указанные характеристики напряженного и поврежденного состояния являются зависимыми от времени.

Принимаются начальные условия для поврежденностей: $\omega_1(0) = 0, \omega_2(0) = 0$.

Используем принятый ранее в статье линейный вид функции

$$f(\bar{c}_m(\bar{t})) = 1 + a_c \cdot \bar{c}_m(\bar{t}),$$

где a_c — константа, определяемая из эксперимента на длительную прочность образцов материала, находящихся в активной среде.

В работе [11] было определено значение данной константы $a_c = 9,5$ для опытов по длительной прочности образцов углеродистой стали, находящихся в высокотемпературной воздушной среде [12].

Необходимо отметить, что материальные параметры A, B_1, B_2, m, n , входящие в соотношения (3.1), (3.3), (3.4) и в систему уравнений (3.11), в общем случае можно определить на основе обработки экспериментальных данных по ползучести и длительной прочности стандартных образцов из материалов, из которых изготовлены рассматриваемые части составного стержня.

Критерием разрушения каждой части стержня является условие достижения параметром поврежденности для соответствующей части стержня значения, равного единице $\omega_1^* \equiv \omega_1(\bar{t} = \bar{t}_1^*) = 1$ и $\omega_2^* \equiv \omega_2(\bar{t} = \bar{t}_2^*) = 1$. Общее время до разрушения всего составного стержня $\bar{t}^*$ будем считать минимальной из полученных времен до разрушения отдельных частей стержня: $\bar{t}^* = \min\{\bar{t}_1^*, \bar{t}_2^*\}$.

Результатом решения задачи будут являться рассчитанные зависимости $\bar{\sigma}_1 = \bar{\sigma}_1(\bar{t})$, $\bar{\sigma}_2 = \bar{\sigma}_2(\bar{t})$, $\omega_1 = \omega_1(\bar{t})$, $\omega_2 = \omega_2(\bar{t})$ от безразмерного времени $\bar{t}$.

4. Результаты расчета. Цель проведенного расчета данной модельной задачи было выявление влияния параметров неклассического диффузионного процесса на время до разрушения составного стержня. Следует отметить, что в ранее проведенном исследовании [4] показано, что на характер распределения напряжений и процессы накопления поврежденности (а следовательно, на очередность разрушения частей стержня) в аналогичном составном стержне, деформируемом при ползучести в нейтральных условиях (без учета влияния активной среды), влияет отношение материальных констант $k = B_2/B_1$ в определяющих соотношениях. Причем с ростом показателей $n = m$ при неизменных других материальных параметрах время до разрушения $\bar{t}^*$ увеличивается.

Проведем расчет для двух вариантов набора констант, отличающихся только значениями параметров $\bar{\alpha}$ и $\bar{\beta}$:

- 1) $\bar{\alpha} = 1$, $\bar{\beta} = 1$, $m = n = 3$, $k = 2$, $C_1 = 2$, $K = 1$, $\xi = 0.5$, $\Sigma_0 = 0.5$,
- 2) $\bar{\alpha} = 1$, $\bar{\beta} = 0$, $m = n = 3$, $k = 2$, $C_1 = 2$, $K = 1$, $\xi = 0.5$, $\Sigma_0 = 0.5$.

Набор параметров 2) соответствует классическому диффузионному процессу, поскольку вероятность перехода в единицу времени свободной формы молекул активной среды в связанную форму $\bar{\beta} = 0$, следовательно, концентрация связанной формы активной среды в единице объема (или на единицу массы) образца $S = 0$.

Результаты расчетов представлены на рисунках 3–6. На рисунках приняты следующие обозначения:

- 1 — зависимости $\bar{\sigma}_1 = \bar{\sigma}_1(\bar{t})$, $\omega_1 = \omega_1(\bar{t})$ для 1) варианта набора констант;
- 2 — зависимости $\bar{\sigma}_2 = \bar{\sigma}_2(\bar{t})$, $\omega_2 = \omega_2(\bar{t})$ для 1) варианта набора констант;
- 3 — зависимости $\bar{\sigma}_1 = \bar{\sigma}_1(\bar{t})$, $\omega_1 = \omega_1(\bar{t})$ для 2) варианта набора констант;
- 4 — зависимости $\bar{\sigma}_2 = \bar{\sigma}_2(\bar{t})$, $\omega_2 = \omega_2(\bar{t})$ для 2) варианта набора констант;
- I — зависимость $\bar{c}_m(\bar{t})$ для $\bar{\alpha} = 1$, $\bar{\beta} = 1$;
- II — зависимость $\bar{c}_m(\bar{t})$ для $\bar{\alpha} = 1$, $\bar{\beta} = 0$.

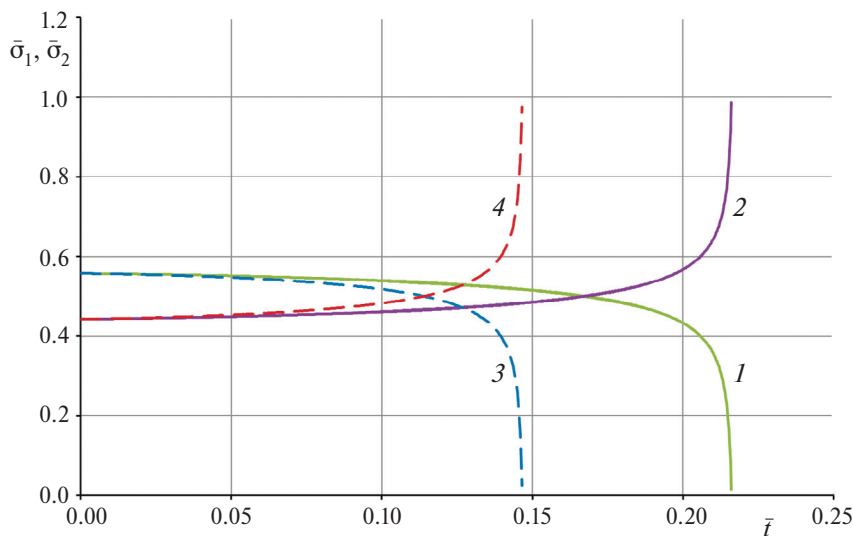


Рис. 3. Зависимости безразмерных напряжений от безразмерного времени в частях составного стержня при учете неклассического (обозначения: 1, 2) и классического (обозначения: 3, 4) диффузионных процессов.

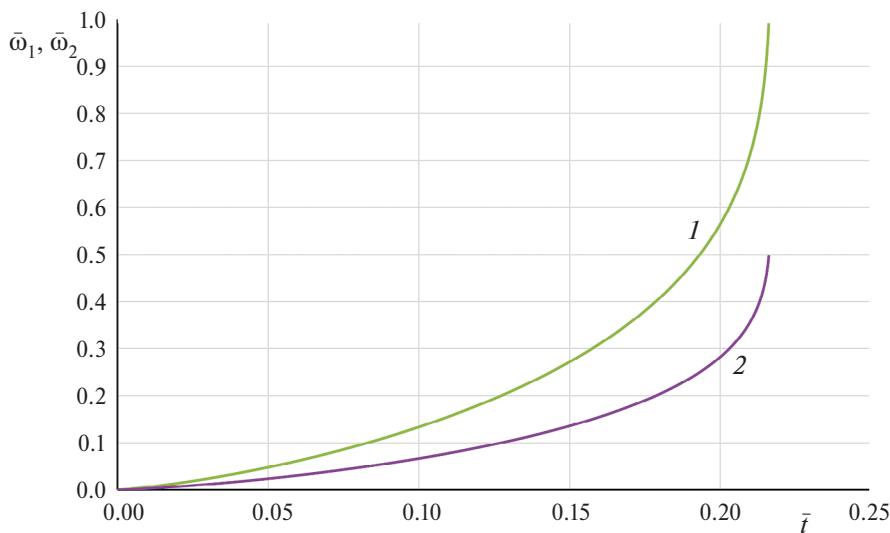


Рис. 4. Зависимости параметров повреждения от безразмерного времени в частях составного стержня при учете неклассического (обозначения: 1, 2) диффузионного процесса.

Проанализируем полученные результаты. В начальный момент времени (когда еще нет влияния среды) соответствующие графики $\bar{\sigma}_1 = \bar{\sigma}_1(\bar{t})$ и $\bar{\sigma}_2 = \bar{\sigma}_2(\bar{t})$ выходят из одной точки для рассматриваемых случаев.

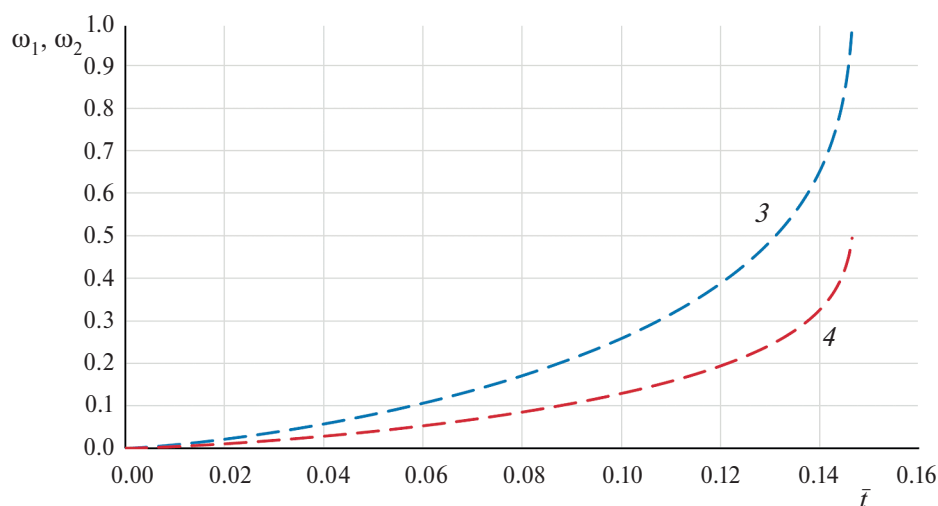


Рис. 5. Зависимости параметров поврежденности от безразмерного времени в частях составного стержня при учете классического (обозначения: 3, 4) диффузионного процесса.

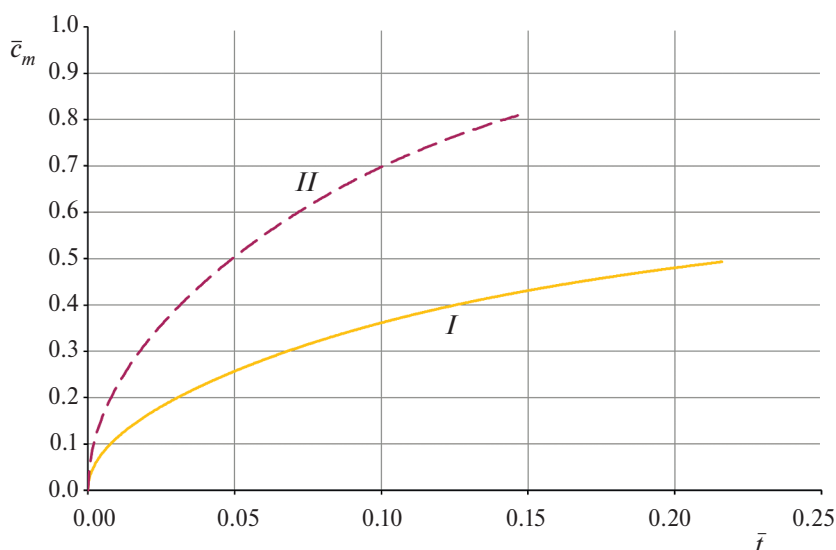


Рис. 6. Зависимости интегрально средней концентрации от безразмерного времени в частях составного стержня при учете неклассического (обозначения: I) и классического (обозначения: II) диффузионных процессов.

Разрушение определяется критериально предельным значением поврежденности $\omega^* \equiv 1$. Разрушение в классическом случае происходит раньше (при $\bar{t}^* = 0.147$), чем в случае рассматриваемого неклассического диффузионного процесса (при $\bar{t}^* = 0.216$). Этот факт дополнительно подтверждают зависимости интегрально средней концентрации $\bar{c}_m(\bar{t})$ от безразмерного

времени (рис. 6). Для случая классической диффузии график соответствующей зависимости $\bar{c}_m(\bar{t})$ проходит выше, чем аналогичный график для случая неклассического диффузионного процесса. То есть, в последнем случае меньше концентрация свободной (диффузионной) составляющей, чем в классическом случае. Это происходит по причине дополнительного расхода вещества на образование связанной формы.

4. Заключение. На основе кинетической теории ползучести и длительной прочности Ю.Н. Работнова получены зависимости напряжений и накопления поврежденности от времени в центральной и двух крайних частях составного стержня при учете неклассического диффузионного процесса. При этом учитывается, что части составного стержня жестко без проскальзывания соединены между собой. При таком процессе проникшее в материал активное вещество находится в двух состояниях: свободном и связанном. Процесс диффузии в этом случае описывается модифицированным уравнением диффузии, учитывающим двухфазное состояние активного вещества в материале.

В результате получена система уравнений, моделирующая ползучесть составного стержня, а также включающая в себя кинетические уравнения накопления поврежденности в частях стержня. Учет влияния активной среды производится путем введения в указанные кинетические уравнения функции влияния активной среды — функции от интегрально средней концентрации.

Проведены расчеты в двух случаях, а именно, рассматривается классический и неклассический диффузионный процесс. Задания данных различий обусловлено выбором соответствующих параметров в рассматриваемой диффузионной модели. Построены зависимости накопления поврежденности и распределения напряжений в частях стержня во времени.

Определено, что разрушение составного стержня в классическом случае происходит раньше, чем в случае рассматриваемого неклассического диффузионного процесса.

Проведенное исследование имеет фундаментальный характер в развитии теории определяющих соотношений ползучести и кинетических уравнениях, моделирующих длительное разрушение материалов и элементов конструкций в активной среде. В качестве прикладного применения разработанный подход и полученные результаты могут быть применены в энергетическом, химическом машиностроении, судостроении и авиакосмической отрасли.

Работа выполнена при поддержке госбюджетного финансирования, номер проекта ЦИТИС АААА-А19-119012990120-9.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Работнов Ю.Н. Ползучесть элементов конструкций. М.: Наука, 1966. 752 с.
2. Локощенко А.М. Ползучесть и длительная прочность металлов. М.: Физматлит, 2016. 504 с.
3. Alexander Lokoshchenko and Leonid Fomin. Kinetic theory of creep and long-term strength of metals. in Kinetic Theory, George Z. Kyzas and Athanasios C. Mitropoulos, IntechOpen, (December 20th 2017). <https://doi.org/10.5772/intechopen.70768>

4. Фомин Л.В., Басалов Ю.Г. О длительном разрушении составного растягиваемого стержня в условиях ползучести // Изв. РАН. МТТ. 2023. №1. С. 28–40.
<https://doi.org/10.31857/S0572329922100087>
5. Lokoshchenko A.M., Fomin L.V. Delayed fracture of plates under creep condition in unsteady complex stress state in the presence of aggressive medium // App. Math. Model. 2018. V. 60. P. 478–489.
<https://doi.org/10.1016/j.apm.2018.03.031>
6. Weinberg A.M., Wigner E.P. The physical theory of neutron chain reactors. Chapter VIII. The University of Chicago Press, 1958.
7. Чувильдеев В.Н., Смирнова Е.С. Феноменологическая теория объемной диффузии // Физика твердого тела. 2016. Т. 58. Вып. 7. С. 1436–1447.
8. Кофстад П. Отклонение от стехиометрии, диффузия и электропроводность в пористых окислах металлов / Перевод с англ. под ред. Н.Н. Семенова. М.: Мир, 1975. 398 с.
9. Harris G. Carter, Kenneth G. Kibler. Langmuir-type model for anomalous moisture diffusion in composite resins // J. Compos. Mater. 1978. V. 12. № 2. P. 118–131.
<https://doi.org/10.1177/002199837801200201>
10. Лаврентьев М.А., Шабат Б.В. Методы теории функций комплексного переменного. М.: Наука, 1973. 736 с.
11. Фомин Л.В. Описание длительной прочности растягиваемых стержней прямоугольного и круглого поперечных сечений в высокотемпературной воздушной среде // Вестн. Самарского гос. техн. ун-та. Сер. Физ.-мат. науки. 2013. №3(32). С. 87–97.
<https://doi.org/10.14498/vsgtu1228>
12. Одинг И. А., Фридман З. Г. Роль поверхностных слоев при длительном разрушении металлов в условиях ползучести // Завод. лаб. 1959. Т. 25. № 3. С. 329–332.

ON THE INFLUENCE OF A NON-CLASSICAL DIFFUSION PROCESS ON THE LONG-TERM FRACTURE OF A COMPOSITE TENSILE ROD DURING CREEP

L. V. Fomin^{a,*}, A.A. Dalinkevich^{a,b,**}, Yu. G. Basalov^{a,***}

^aResearch Institute of mechanics of Lomonosov Moscow State University, Moscow, Russia

^bFrumkin Institute of Physical Chemistry and Electrochemistry, Russian Academy of Sciences,
Moscow, Russia

*e-mail: leonid1975@mail.ru, **e-mail: dalinkevich@yandex.ru,

***e-mail: basalov@yandex.ru

Abstract. The stress-strain state is considered and the time to fracture of a composite tensile rod during creep in an active medium is determined. The influence of the active medium is determined by a non-classical diffusion process, with the active substance penetrating into the material in two states: free and bound. The process of such diffusion is described by a modified diffusion equation that takes into account the two-phase state of the active substance in the material. A system of equations has been obtained that models the creep of a composite rod, in which its parts are rigidly connected to each other without slipping, and

also includes kinetic equations for the accumulation of damage in parts of the rod. The influence of the active medium is taken into account by introducing into the indicated kinetic equations the function of the influence of the active medium - a function of the integral average concentration. Stress distributions and damage accumulation processes over time in various parts of the composite rod are analyzed. Calculations were carried out in two cases, namely, classical and non-classical diffusion processes are considered. The setting of these differences is determined by the choice of appropriate parameters in the diffusion model under consideration. Dependences of damage accumulation and stress distribution in parts of the rod over time were obtained. As a result, it was determined that the destruction of a composite rod in the classical case occurs earlier than in the case of the considered non-classical diffusion process.

Keywords: composite tensile rod, active medium, non-classical diffusion, creep, kinetic theory of Yu.N. Rabotnov, damage, long-term fracture, time to fracture

REFERENCES.

1. *Rabotnov Yu.N.* Creep of structural elements. Moscow: Nauka, 1966. 752 p.
2. *Lokoshchenko A.M.* Creep and long-term strength of metals. Moscow: Fizmatlit, 2016. 504 p. (in Russian) = Lokoshchenko A.M. Creep and Long-Term Strength of Metals. CISP. CRC Press. Taylor & Francis Group. Boca. Raton. London. New York. 2017. 546 p.
<https://doi.org/10.1201/b22242>.
3. *Alexander Lokoshchenko and Leonid Fomin.* Kinetic Theory of Creep and Long-Term Strength of Metals, in Kinetic Theory, George Z. Kyzas and Athanasios C. Mitropoulos, IntechOpen, (December 20th 2017).
<https://doi.org/10.5772/intechopen.70768>.
4. *Fomin L.V., Basalov Yu.G.* On the long-term fracture of a composite tensile rod under creep conditions // Bulletin of the Russian Academy of Sciences. Mechanics of Solids. 2023, No. 1. P. 28–40. (in Russian)
5. *Lokoshchenko A.M., Fomin L.V.* Delayed fracture of plates under creep condition in unsteady complex stress state in the presence of aggressive medium // Applied Mathematical Modelling. 2018. Vol. 60. P. 478–489.
<https://doi.org/10.1016/j.apm.2018.03.031>.
6. *Weinberg A.M., Wigner E.P.* The physical theory of neutron chain reactors, Chapter VIII, The University of Chicago Press. 1958.
7. *Chuvildeev V.N., Smirnova E.S.* Phenomenological theory of volume diffusion // Physics of the Solid State. 2016. Vol. 58. Issue. 7. Pp. 1436–1447. (in Russian).
8. *Kofstad P.* Deviation from stoichiometry, diffusion, and electrical conductivity in porous metal oxides / Translation from English edited by N.N. Semenov. Moscow: Mir. 1975. 398 p. (in Russian)
9. *Harris G. Carter, Kenneth G. Kibler.* Langmuir-tipe model for anomalous moisture diffusion in composite resins // J. Composite Materials. 1978. Vol. 12. P. 118–131.
10. *Lavrentiev M.A., Shabat B.V.* Methods of the Theory of Functions of a Complex Variable. Moscow: Main Editorial Board of Physical and Mathematical Literature, Nauka Publishing House, 1973, 736 p. (in Russian)

11. *Fomin L.V.* Description of the Long-Term Strength of Tensile Rods of Rectangular and Circular Cross-Sections in a High-Temperature Air Medium // Bulletin of the Samara State Tech. University. Series: Phys. and Mathematics. Sciences. 2013. No. 3 (32). P. 87–97. (in Russian)
<https://doi.org/10.14498/vsgtu1228>
12. *Oding I.A., Friedman Z.G.* The Role of Surface Layers in Long-Term Fracture of Metals under Creep Conditions // Plant. Lab. 1959. 25:3. P. 329–332. (in Russian)