

УДК 532.5

## АВТОКОЛЕБАНИЯ В ОСЕСИММЕТРИЧНОМ ГЕНЕРАТОРЕ ИМПУЛЬСНЫХ СТРУЙ, ВЫСОКОЧАСТОТНЫЙ РЕЖИМ, СВЯЗАННЫЙ С НЕУСТОЙЧИВОСТЬЮ ГРАНИЦЫ КАВЕРНЫ

© 2025 г. С. А. Очеретяный\*, В. В. Прокофьев\*, Г. В. Топейцев, Е. В. Филатов

МГУ им. М. В. Ломоносова, Научно-исследовательский институт механики, Москва, Россия

\*e-mail: ocheret@imec.msu.ru

\*\*e-mail: vlad.prokof@yandex.ru

Поступила в редакцию 31.03.2025 г.

После доработки 25.04.2025 г.

Принята к публикации 25.04.2025 г.

Исследования струйных течений жидкости в присутствии вентилируемой каверны с отрицательным числом кавитации, проведенные в Институте механики МГУ, показали, что при определенных условиях в гидравлической системе возникают кавитационные автоколебания с высокой интенсивностью пульсаций давления. В работе представлены результаты исследования осесимметричной модели генератора импульсных струй с истечением жидкой струи через центральное отверстие в диафрагме и с периферийным поддувом газа за диафрагму. Истечение двухфазной среды наружу осуществлялось через сужающееся коническое сопло. Проведены исследования влияния параметров генератора, а также расстояния до стенки-экрана на эффективность его работы. Обнаружена узкая область сравнительно небольших поддувов, в которой регистрируются колебания давления с высокой частотой, а амплитуда ударных импульсов давления на экране заметно превосходит амплитуду импульсов в низкочастотных режимах генерации. Такой режим может быть следствием развития двухфазных структур на неустойчивой границе струи при ее взаимодействии со стенками сужающегося сопла. Доказательством возможности существования такого режима течения стало решение плоской задачи о взаимодействии конечной струи с наклонной пластиной при различных давлениях на поверхностях струй. Задача решена точно методами ТФКП с помощью квазидвойкопериодических тэта-функций.

**Ключевые слова:** струйное течение, каверна, отрицательное число кавитации, кавитационные автоколебания, пульсационные технологии

DOI: 10.31857/S1024708425030026

Исследования струйных течений жидкости в присутствии вентилируемой каверны с отрицательным числом кавитации, проведенные в Институте механики МГУ [1–3] показали, что при определенных условиях в гидравлической системе возникают кавитационные автоколебания с высокой интенсивностью пульсаций давления, как в каверне, так и в области выше по течению. Была показана принципиальная возможность использования режима автоколебаний для создания периодических импульсных струй при истечении из сужающегося сопла в атмосферу. Наиболее очевидное применение генератор импульсных струй может найти в технологиях водоструйной разработки полезных ископаемых [4]. Для получения струй с очень высокими параметрами обычно применяют импульсные водометы (жидкость получает импульс за счет удара ускоряемого пороховыми газам поршня) и гидропушки (жидкость в стволе ускоряется вместе с поршнем). Наиболее близкое отношение к рассматриваемой в статье теме имеет схема без поршневого импульсного водомета: жидкая масса ускоряется непосредственно газом. Расчеты и эксперимент [4, 5] показали, что скорость таких струй может достигать 1600 м/с при достаточно большой дальности от места истечения, как в воздух, так и в затопленное водой пространство.

В установках, использующих пульсирующие струи, происходит заметный рост производительности и вместе с тем снижение удельной энергоемкости разрушения материалов и снижение потребления воды,

что обеспечивает допустимую влажность добываемого полезного ископаемого. В [6] приводится обзор устройств, способных обеспечивать пульсационный режим работы струйных установок. Как правило, в таких установках для организации пульсирующих режимов работы используются механические устройства. Однако известны способы создания импульсных струй без использования механических устройств — прежде всего это генераторы импульсных струй, использующие кавитационные автоколебания при возникновении естественной (паровой) кавитации в трубке Вентури [7]. Работа таких генераторов предполагает значительный перепад давления на входе и выходе трубки Вентури и начинается при довольно больших давлениях напора, достаточных для развития паровой кавитации в канале трубки Вентури. Для изучаемой здесь схемы генератора присутствие вентилируемой каверны за кавитатором принципиально, меняется характер течения: интенсивные автоколебания возникают при небольших перепадах давления на кавитаторе, энергетика импульсных струй включает в себя не только напор жидкости, но и работу сжатого газа. В результате развитые кавитационные автоколебания начинаются уже при небольших (менее 0.01 МПа) давлениях напора. Отметим, что в генераторах, использующих естественную кавитацию в трубке Вентури наличие выходного сужающегося сопла, не является принципиальным (генератор эффективно работает и без такого сопла [8]), а в схеме с вентилируемой каверной присутствие выходного сопла (или другого сопротивления) принципиально.

Вопрос о генерации периодических импульсных струй с использованием кавитационных автоколебаний ранее изучался в плоской постановке [9]. Однако для практических целей ближе осесимметричная постановка экспериментальной задачи. Дальнейшие исследования были проведены на осесимметричной модели установки, причем, на первом этапе была изготовлена технологически более простая конфигурация с истечением жидкой струи через центральное отверстие в диафрагме и с периферийным поддувом газа (в плоской постановке моделировалось течение с центральной вентилируемой каверной). Эксперименты, показали, что и в такой конфигурации также возникают низкочастотные автоколебания, но при несколько больших коэффициентах поддува газа, чем на плоской модели с центральной каверной [3], интенсивность ударных импульсов оказалась несколько ниже, чем на плоской установке. Проведены исследования влияния параметров сопла на эффективность работы генератора, исследована зависимость интенсивности ударных импульсов от расстояния до стенки-экрана.

Эксперименты показали, что существует узкая область сравнительно небольших поддувов, в которой регистрируются колебания давления с частотой, значительно превосходящей частоту колебаний, развивающихся при больших поддувах. Амплитуда этих высокочастотных колебаний давления в каверне весьма мала, однако именно в этой узкой области реализуется режим с формированием на экране-мишени импульсов давления, амплитуда которых заметно превосходит амплитуду низкочастотных импульсов. Ясно, что для приложений такой режим течения очень выгоден. Ранее режим с неустойчивой по Релею—Тейлору (Р—Т) каверной наблюдался в течении с центральным положением каверны, а здесь он имеет место при взаимодействии центральной струи со стенками сужающегося сопла на выходе генератора. Доказательством существования такого режима стало решение плоской задачи о взаимодействии конечной струи, ограниченной снизу плоской стенкой (плоскостью симметрии), с наклонной пластиной при различных давлениях на поверхностях струй выше и ниже наклонной пластины. Аналогично задаче о глиссировании пластины, был принята схема течения с разделением струй. Задача решена точно методами ТФКП с помощью квазидвойкопериодических тэта функций. Анализ решения показал, что неустойчивость границы струи по (Р—Т) имеет место вблизи предельного течения, когда толщина возвратной струи обращается в ноль (струя касается наклонной пластины в некоторой точке выше срывной кромки пластины). Полученное решение, в частности объясняет узость диапазона значений безразмерного коэффициента давления в каверне  $C_d$ , при которых имеют место высокочастотные автоколебания. Оценки показали, что при наличии неустойчивой границы развитие волновых структур вполне может привести к разрушению струи на фрагменты. Для плоской задачи получены зависимости параметров предельного течения от угла наклона пластины и ширины зазора между кромкой пластины и плоской стенкой.

## 1. ИССЛЕДОВАНИЕ АВТОКОЛЕБАТЕЛЬНЫХ РЕЖИМОВ ТЕЧЕНИЯ В ОСЕСИММЕТРИЧНОМ ГЕНЕРАТОРЕ ИМПУЛЬСНЫХ СТРУЙ

### 1.1. Описание эксперимента

Ранее на плоской экспериментальной установке [9, 10] моделировалось течение с образованием за пластиной-кавитатором (или клином) вентилируемой каверны в центральной части двухфазного потока. Здесь, в осесимметричном случае организовано течение со струей жидкости в центральной части потока. На рис. 1 показана схема осесимметричного двухфазного течения в стационарном режиме. Из напорной трубы 1 жидкость через отверстие в шайбе (кавитаторе) 2 попадает в камеру 3, в которую осуществляется поддув воздуха. Из камеры 3 имеется плавный переход в цилиндрическую часть выходного сопла 4, которая

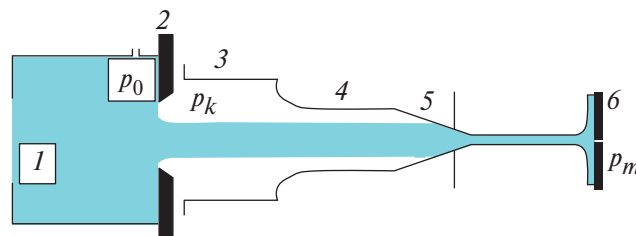


Рис. 1. Схема установки осесимметричного эксперимента.

заканчивается коническим сужением 5. Струя вытекает в бак (на схеме не показан) где установлен экран (диск) 6, в центральной точке которого имеется отверстие для замера давления. В процессе эксперимента проводится запись осциллограмм давления в подводящей магистрали (перед шайбой-кавитатором 2)  $p_0$ , в камере 3 за кавитатором  $p_k$ , в центральной точке экрана 6 —  $p_m$  (давления измеряются относительно атмосферного  $p_a$ ). Жидкость (вода) подавалась в установку по стальному трубопроводу длиной  $\sim 1.5$  м (на схеме не показан), из успокоительного бака с воздушной подушкой общим объемом 50 л. Диаметр шайбы на входе в генератор  $D = 10$  мм, внутренний диаметр цилиндрической части сопла 4 тоже 10 мм. Расстояние от среза сопла до экрана 6 могло варьироваться. В некоторых экспериментах входная шайба 2 заменялась на конический конфузор. Элементная база и приборы для замеров экспериментов приведены в [9].

### 1.2. Влияние диаметра выходного сечения

На рис. 2–5 показано влияние диаметра выходного сечения сопла на характер автоколебаний для давления напора  $P_0 = 0.15$  МПа. Параметры канала генератора: общая длина 57 мм (от входной шайбы до среза сопла), концевая коническая насадка с переходом от диаметра цилиндрической части сопла 10 мм до диаметра выхода  $d$ , расстояние до диска-мишени 25 мм. В экспериментах определялись следующие безразмерные параметры: коэффициент давления в камере  $C_d = P_k/P_0$ , число Струхали,  $Sh = fD/V_\infty$ , коэффициент поддува  $C_q = Q_g/Q_l$ , где  $Q_g$  — объемный расход газа, приведенный к давлению  $P_k$ ,  $Q_l$  — расход жидкости. Размах колебаний давления в форкамере  $A_0$  и в камере  $A_k$ , и интенсивность ударных импульсов на экране  $A_m$ , отнесены к давлению напора  $p_0$ . Прописными буквами  $P_0$  и  $P_k$  обозначены осредненные по времени избыточные давления в форкамере и в камере,  $V_\infty = \sqrt{2P_0/\rho}$ ,  $f$  — частота пульсаций, размах колебаний тоже определялся как средняя величина разности максимумов и минимумов на интервалах, равных периоду колебаний  $1/f$ . Диаметр струи, истекающей из отверстия шайбы равен 7.7–8.4 мм (в зависимости от числа Рейнольдса). Важным фактором тут является соотношение выходного диаметра сопла и диаметра струи. При диаметре выходного отверстия 8 мм струя при стационарном течении слабо взаимодействует со стенками сопла и при малых поддувах фактически происходит прямое истечение из отверстия в шайбе в атмосферу (низкие значения  $C_d$ , автоколебания отсутствуют), однако при значительных поддувах ( $C_q > 15$ ) и в этом случае начинают развиваться низкочастотные автоколебания и происходит увеличение коэффициента  $C_d$  (рис. 2, 4). Видно, что в режиме развитых низкочастотных колебаний коэффициенты давления в камере для диаметров выхода 6 и 7 мм практически совпадают, для диаметра 5 мм коэффициент давления возрастает.

На рис. 3 приведены зависимости числа Струхали от коэффициента поддува  $C_q$  для диаметров выходного сопла  $d = 8, 7, 6, 5$  мм вертикальный масштаб выбран так, чтобы был хорошо виден низкочастотный

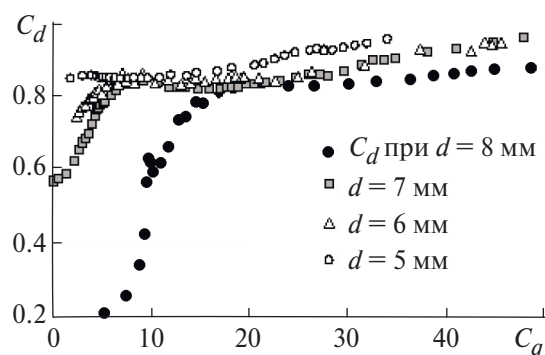


Рис. 2. Зависимость  $C_d$  от  $C_q$  для  $P_0 = 0.15$  МПа, длина цилиндрической части сопла 11 мм, расстояния до диска-мишени 25 мм, для 4-х диаметров выходного сечения (5, 6, 7, 8 мм).

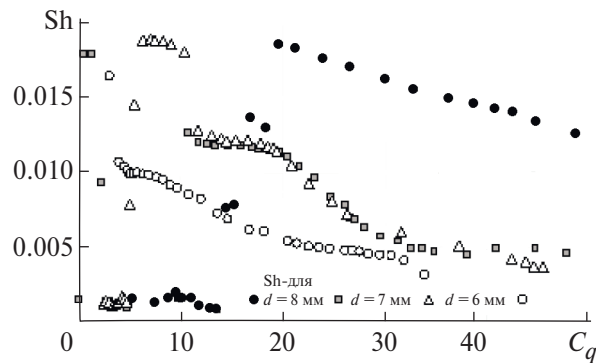


Рис. 3. Зависимость  $Sh$  от  $C_q$  для  $P_0 = 0.15$  МПа, длины цилиндрической части сопла 11 мм, расстояние до диска-мишени 25 мм, для 4-х диаметров выходного сечения (5, 6, 7, 8 мм).

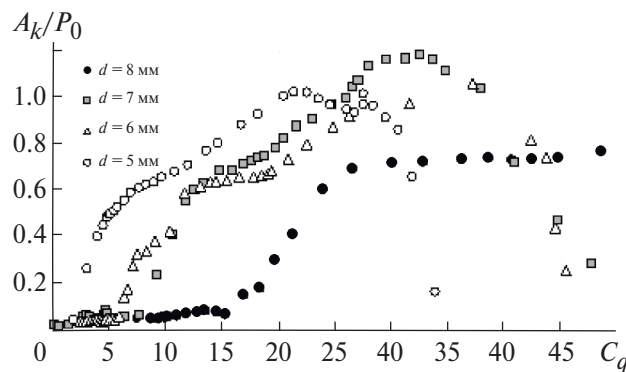


Рис. 4. Зависимость  $A_k/P_0$  от  $C_q$  для  $P_0 = 0.15$  МПа, длины цилиндрической части сопла 11 мм, расстояние до диска-мишени 25 мм, для 4-х диаметров выходного сечения (5, 6, 7, 8 мм).

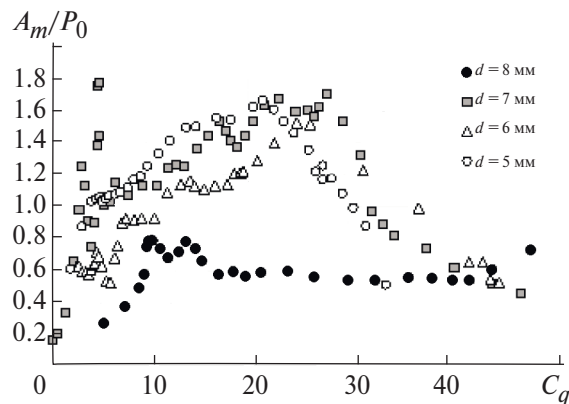


Рис. 5. Зависимость  $A_m/P_0$  от  $C_q$  для  $P_0 = 0.15$  МПа, длины цилиндрической части сопла 11 мм, расстояние до диска-мишени 25 мм, для 4-х диаметров выходного сечения (5, 6, 7, 8 мм).

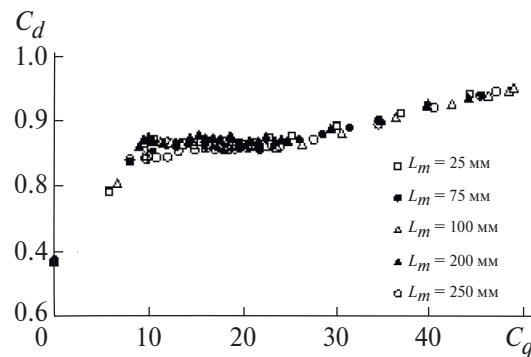
режим автоколебаний (высоким частотам при небольших поддувах посвящена вторая часть статьи). Видно, что при  $d = 8$  мм автоколебательный режим возникает при  $C_q > 16$ . Частота колебаний падает с уменьшением диаметра сопла, причем для  $d = 6$  и  $7$  мм, результаты для  $Sh$  и для  $C_d$  практически совпадают. Изменение частоты автоколебаний при других диаметрах выходного сечения можно связать, с изменением коэффициента давления  $C_d$ , так как ранее было показано [11, 12], что скорость распространения волн вдоль струи совпадает со скоростью стационарной струи.

На рис. 4 показана зависимость интенсивности пульсаций давления в каверне при  $P_0 = 0.15$  МПа для тех же четырех диаметров выходного сечения сопла. При  $d = 8$  мм автоколебания начинают развиваться лишь при  $C_q > 15$ , в диапазоне  $C_q$  от 10 до 20 (где по аналогии с плоской задачей должен сохраняться режим колебаний без выбрасывания газа в область перед кавитатором) интенсивность тем больше, чем меньше диаметр выходного сечения, правда, в диапазоне 5–7 мм интенсивность автоколебаний ( $A_k/P_0$ ) слабо зависит от диаметра выхода. На рис. 5 показана зависимость средней интенсивности ударного воздействия на экран

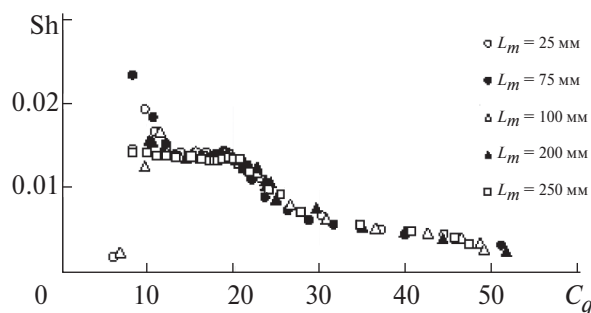
$A_m/P_0$  от  $C_q$ . Видно, что при  $d = 8$  мм воздействие незначительно, наибольшее воздействие при  $d = 7$  мм. В режиме низкочастотной генерации амплитуда импульсов растет с ростом поддува и достигает максимума при переходе к режиму с выбросом газа в область перед кавитатором.

### 1.3. Зависимость интенсивности воздействия струи на экран от расстояния до экрана

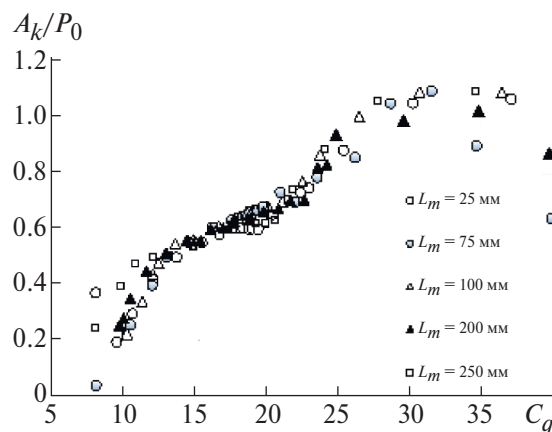
На рис. 6–9 представлены результаты измерений параметров автоколебательного режима течения в канале при общей длине осесимметричного канала 57 мм, длине цилиндрической части сопла 11 мм, концевая коническая насадка с переходом от диаметра 10 мм (цилиндрическая часть сопла) до диаметра выхода 6 мм при давлении напора  $P_0 = 0.15$  МПа, при расстояниях до диска-мишени  $L_m$  изменяющимся от 25 до 250 мм (4.17–41.7 калибров выходного сечения сопла). Из представленного на рис. 6–8 видно, что в выбранном диапазоне дистанций до мишени, она не влияет на режим течения в канале. Близость кривых свидетельствует о хорошей повторяемости экспериментальных режимов. В зависимости от величины коэффициента поддува  $C_q$  течение в генераторе проходит несколько стадий. В области  $C_q < 10$



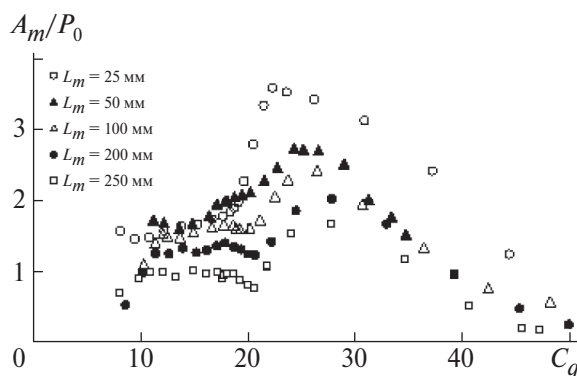
**Рис. 6.** Зависимость коэффициента давления  $C_d$  от коэффициента расхода газа  $C_q$  при  $P_0 = 0.15$  МПа и различных расстояниях до диска-мишени.



**Рис. 7.** Зависимость числа Струхала от коэффициента расхода газа при  $P_0 = 0.15$  МПа и различных расстояниях до диска-мишени.



**Рис. 8.** Зависимость относительной интенсивности пульсаций давления в камере от коэффициента расхода газа при  $P_0 = 0.15$  МПа и различных расстояниях до диска-мишени.



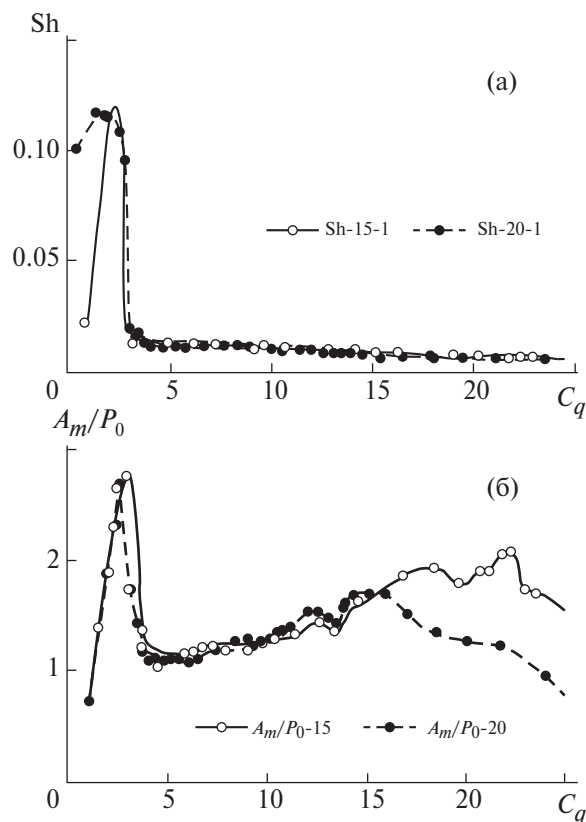
**Рис. 9.** Зависимость относительной интенсивности воздействия на диск-мишень от коэффициента расхода газа при  $P_0 = 0.15$  МПа и различных расстояниях до мишени.

с ростом поддува растет  $C_d$ , происходит развитие каверны за кавитатором, отсутствуют низкочастотные колебания давления в каверне. С приближением области замыкания каверны к выходному сечению сопла может возникать высокочастотный режим автоколебаний, природа которых отличается от низкочастотного режима (об этом будет сказано ниже). При  $C_q > 10$  происходит развитие низкочастотного автоколебательного режима. Видно, что здесь коэффициент давления  $C_d$  с ростом поддува изменяется очень медленно (см. рис. 6), частота также почти постоянна (см. рис. 7). Это можно объяснить тем, что скорость движения волн на поверхности каверны равна скорости стационарного течения жидкости и определяется величиной  $C_d$ , а время существования этих волн длиной канала от диафрагмы-кавитатора до выходного сечения сопла — величиной в этой серии опытов постоянной. На этой стадии растет интенсивность колебаний давления в каверне, а также интенсивность воздействия нестационарной струи на мишень. В области  $C_q > 20$  начинает падать частота автоколебаний, увеличивается  $C_d$ , анализ осциллограмм показывает, что здесь развивается режим с выбрасыванием порций поддуваемого газа в область перед кавитатором. Из данных рис. 9 следует, что где-то в начале этой области находится максимум ударного воздействия жидких порций на мишень. Данные рис. 9 показывают, что максимальная интенсивность импульсов давления соответствует начальной стадии перехода к режиму с выбрасыванием газа в пространство перед кавитатором. При небольших расстояниях (25 мм это 4.17 калибра выходного сечения сопла) амплитуда импульсов давления на мишени превосходит давление напора жидкости  $P_0$  максимально в 3.5 раза. Она также заметно превосходит интенсивность пульсаций давления в каверне (см. рис. 8). С ростом расстояния до мишени интенсивность импульсов давления на экране падает. Аппроксимации зависимости этой интенсивности для некоторых значений  $C_q$  (в области роста интенсивности автоколебаний) показывают, что интенсивность воздействия на препятствие падает примерно пропорционально корню квадратному из расстояния до него.

## 2. ВЫСОКОЧАСТОТНЫЕ АВТОКОЛЕБАНИЯ КАК СЛЕДСТВИЕ НЕУСТОЙЧИВОСТИ ГРАНИЦЫ КАВЕРНЫ В СМЫСЛЕ РЕЛЕЯ–ТЕЙЛОРА

### 2.1. Пример возникновения высокочастотных автоколебаний

Еще раз рассмотрим процесс развития кавитационных автоколебаний для осесимметричного течения в генераторе с диаметром отверстия входной шайбы 10 мм, удлинённой на 26 мм цилиндрической части сопла, диаметром выхода конического сопла 6 мм, с общей длиной генератора (шайба, входная камера, цилиндрическая часть, коническое сопло) 82 мм. На рис. 10а,б представлены зависимости  $Sh$  и  $A_m/P_0$  от  $C_q$  для двух значений давления напора воды. Из данных рис. 10а следует, что существует узкая область сравнительно небольших поддувов ( $C_q < 4$ ), в которой регистрируются колебания давления с частотой, значительно превосходящей частоту колебаний, развивающихся при больших поддувах. Амплитуда колебаний давления в каверне на этих режимах весьма мала, однако данные рис. 10б показывают, что именно в этой узкой области реализуется режим с формированием на экране импульсов давления, амплитуда которых заметно превосходит амплитуду импульсов в низкочастотном режиме. Ясно, что для приложений такой режим течения очень выгоден. На рис. 11а приведена осциллограмма пульсаций давления для течения в длинном генераторе (82 мм) при сравнительно небольшом поддуве газа, когда имеет место высокочастотный режим. Давление в каверне  $P_k$  (и в подводящей воду магистрали  $P_0$ ) почти постоянно, однако, на амплитудном спектре (рис. 11б) четко видна доминирующая частота, совпадающая с частотой пульсаций ударного давления на экране (рис. 11в). В области взаимодействия струи с диском-мишенью наблюдаются интенсивные периодические импульсы ударного характера (рис. 11а). Спектры колебаний показывают,



**Рис. 10.** Зависимость  $Sh$  (а), и относительных интенсивности на экране (б) от коэффициента поддува газа для сопла с длиной цилиндрической части 36 мм и выходным сечением 6 мм при давлении напора  $P_0 = 0.15$  МПа (сплошные линии) и 0.2 МПа (пунктир).

что эти импульсы строго периодичны (рис. 11в), и их частота совпадает с частотой акустических колебания в каверне, что позволяет сделать предположение о возникновении автоколебательного режима течения в области замыкания каверны вблизи выходного сечения сопла, а сама каверна служит элементом обратной связи.

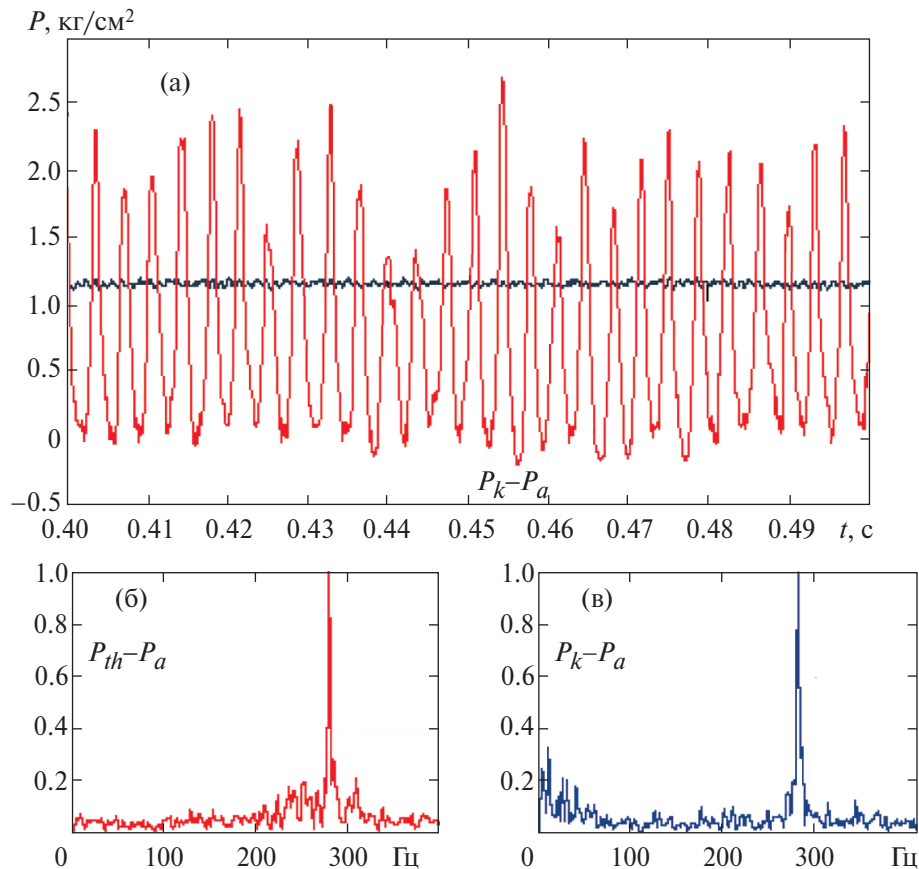
Для генератора с центральной каверной (этот случай изучался ранее в плоской постановке) также наблюдался высокочастотный автоколебательный режим, при котором основная часть каверны оставалась стационарной, а перемешивание жидкости с газом наблюдалось только в хвостовой части каверны. Полагалось, что это перемешивание могло быть связано с неустойчивостью Релея–Тейлора границы каверны [15]. Ниже, в плоской постановке, будет показано, что подобная ситуация может иметь место и в случае генератора с центральным расположением жидкой струи.

## 2.2. Постановка плоской задачи

Вообще говоря, с ростом поддува газа длина стационарной каверны будет увеличиваться подобно задаче о каверне за препятствием в канале [14], в этой задаче имеется предельное число кавитации при приближении к которому длина каверны стремится к бесконечности. Так как в нашем случае расстояние от кавитатора (шайба или клин) до выходного сопла достаточно велико, то будем рассматривать режим развитой каверны, занимающей все пространство от кавитатора на входе до сужающегося сопла на выходе (как это показано на рис. 1). Тогда задачу можно разбить на две: первая это истечение струи из канала с сужающимся насадком на выходе (область подводящего канала, кавитатора и каверны за ним — 1, 2 и 3 на рис. 1). В этом случае отношение ширины истекающей струи  $h$  к ширине отверстия насадка  $D$  является функцией отношения ширины отверстия к ширине подводящего канала  $L$  и угла наклона насадка  $\pi v$  [14]. При  $v = 1/2$  насадок аналогичен осесимметричной шайбе. Для параметров осесимметричной модели генератора  $D/L = 0.2$  и при  $v = 1/2$ , отношение  $h/D = 0.616$  (см. [14]). При анализе второй задачи — истечения из выходного сопла 5 (см. рис. 1) — в качестве характерной длины будем использовать ширину струи  $h$ .

Вторую задачу — взаимодействие струи шириной  $h$  с наклонной пластиной (сужением) с углом наклона  $\alpha$  — будем рассматривать, используя схему с разделением струй, которая имеет место при взаимодействии струи толщиной  $h$  с наклонной пластиной. Одна струя толщиной  $\Delta$  истекает в пространство с постоянным давлением вдоль горизонтально прямой (или оси симметрии), другая (возвратная струйка толщиной  $\delta$ )





**Рис. 11.** Осциллограмма высокочастотного режима при  $P_0 = 1.54$  атм,  $C_q = 4.5$ ,  $D = 10$  мм, при длине сопла 36 мм, с выходным сечением диаметром 6 мм (а); амплитудно-частотные спектры пульсаций давления на экране (б) и в каверне (в). Амплитуды нормированы по максимальной величине.

течет вдоль наклонной пластины. Будем считать, что стенка внутреннего канала генератора находится достаточно далеко от границы струи  $h$  и влиянием этой стенки пренебрежем (т. е. будем считать наклонную стенку бесконечной).

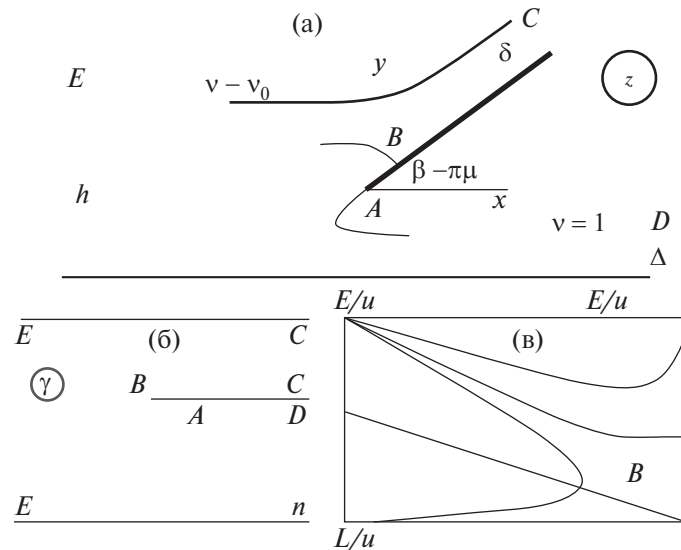
### 2.3. Задача о взаимодействии конечной струи с наклонной пластиной при различных давлениях на поверхностях струй

На рис. 12а показано стационарное течение вдоль горизонтального дна слоя жидкости (струи) шириной на бесконечности (в точке  $B$ ), взаимодействующего с наклонной по отношению к дну полубесконечной пластиной  $AC$  (угол наклона  $\alpha = \pi/4$ , при моделировании сужающегося сопла  $\mu > \pi/2$ ). При взаимодействии с наклонной пластиной поток разделяется — часть вытекает в пространство за пластиной (скорость на границе этой струи примем равной 1). Граница струи начинается от кромки пластины  $A$  и течет вдоль оси  $x$  в бесконечность (точка  $D$ ), другая часть течет вдоль наклонной пластины в бесконечность (точка  $C$ ). Точка разделения потоков  $B$  является точкой торможения на пластине  $AC$ . В отличие от классической задачи о глиссировании [14] здесь давления перед пластиной и за ней различны.

Течение в плоскости комплексного потенциала (рис. 12б) представляет собой течение в полосе при наличии разреза, который начинается в точке разделения потоков  $B$ . Отметим, что течение ограничено прямыми линиями  $\psi = \text{const}$ , на границах области мнимая часть функции  $w$  постоянна. В [15] показано, что течение с границами из прямолинейных стенок, разделенных двумя свободными поверхностями с различными значениями скорости на них, может быть отображено на характеристический прямоугольник с помощью эллиптического интеграла, причем подходящим выбором параметра эллиптического интеграла можно сделать так, что четыре точки отрыва потока перейдут в вершины характеристического прямоугольника. Там же [15] показано, что комплексная скорость является квазидвойкопериодической функцией.

Решение будем строить с помощью квазидвойкопериодических тэта-функций, используя процедуру, близкую к изложенной в [14] (выражения для этих функций, а также некоторые полезные формулы приведены в той же монографии). Отметим, что первая функция  $\vartheta_1(u) = 2 \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} q^{\frac{(2n-1)^2}{4}} \sin(2n-1)u$  ( $q = e^{\pi i \tau}$ ,  $|q| < 1$ ) имеет простой ноль в точке  $u = 0$ , а остальные получаются из первой прибавлением к аргу-





**Рис. 12.** Течение в физической плоскости  $z = x + iy$  (а), плоскости комплексного потенциала  $w = \phi + i\psi$  (б), вспомогательная плоскость  $u = \xi + i\eta$  (в).

менту действительного или комплексного полупериода. В качестве параметрической плоскости  $u$  (рис. 12в) выбирается прямоугольник со сторонами равными полупериодам функций  $\pi/2$  и  $\pi\tau/2$ , где  $\pi\tau$  — комплексный период функций. Положим, что точка  $D$  физической плоскости переходит в точку  $u = 0$ , точка  $A$  в точку  $u = \pi/2$ , точка  $E$  в точку  $u = \pi\tau/2$ . Четвертая точка — точка  $C$  — переходит в точку  $u = \pi/2 + \pi\tau/2$ , при этом комплексный параметр  $\tau$  должен дополнительно определяться из условий задачи. Итак, свободные границы переходят в нижнюю и верхнюю стороны прямоугольника, твердые прямолинейные границы в левую и правую стороны. Решение будем искать методом особых точек [14]. Изучение годографа скорости показывает, что функция  $dw/dz$  имеет один простой ноль в точке торможения (и ветвления)  $B$  ( $u = \pi/2 + ia$ ), а за счет инверсии относительно действительной оси при аналитическом продолжении, имеет простой полюс в точке  $u = \pi/2 - ia$ . В этом случае [14], комплексная скорость может быть представлена в виде

$$\frac{dw}{dz} = Ae^{Bu} \frac{\vartheta_1(u - \pi/2 - ia)}{\vartheta_1(u - \pi/2 + ia)} = Ae^{Bu} \frac{\vartheta_2(u - ia)}{\vartheta_2(u + ia)},$$

где  $A$  и  $B$  действительные постоянные, которые определяются из условий для скорости в точках  $u = 0$ ,  $\frac{dw}{dz} \Big|_{u=0} = A = 1$  и  $A(u = \pi/2)$ ,  $\frac{dw}{dz} \Big|_{u=\pi/2} = e^{B\pi/2} \frac{\vartheta_2(\pi/2 - ia)}{\vartheta_2(\pi/2 + ia)} = e^{i(\pi-\beta)}$ .

В результате для комплексной скорости получается выражение

$$\frac{dw}{dz} = e^{-2i\frac{\beta}{\pi}} \frac{\vartheta_2(u - ia)}{\vartheta_2(u + ia)}.$$

Используя это выражение и условие для скорости в точке  $u = \pi\tau/2$

$$\frac{dw}{dz} \Big|_{u=\pi\tau/2} = e^{-i\beta\tau} \frac{\vartheta_2(\pi\tau/2 - ia)}{\vartheta_2(\pi\tau + ia)} = e^{-i\beta\tau} e^{-2a} = v_0.$$

для комплексного периода получаем

$$\tau = i \frac{2a + \ln v_0}{\beta}. \quad (2.1)$$

Ниже будет рассматривается случай, когда  $v_0 < 1$  (давление в каверне повышенное), то есть логарифм в формуле (2.1) отрицателен. Так как коэффициент при  $i$  должен быть положительным (условие сходимости рядов, которыми представляются тэта-функции [14]), то требуется, чтобы  $2a > |\ln v_0|$ . Но выбор константы  $a$  ограничен сверху  $2a \leq \pi|\tau|$ . В предельном случае  $2a = \pi|\tau|$  точки  $C$  и  $B$  совпадают (ниже будет показано, что возвратная струйка при этом исчезает), и из соотношения (2.1) получаются предельные значения параметров, которые определяется только параметрами задачи  $v_0$  и  $\beta$ :

$$|\tau| = \frac{\ln 1/v_0}{\pi - \beta} \quad \left( \text{или } 2a = \frac{\pi \ln 1/v_0}{\pi - \beta} \right). \quad (2.2)$$

При решении задачи можно задавать ширину сопла и находить соответствующий параметр  $a$  (или  $|\tau|$ ), но легче делать наоборот задавать  $a$  и получать ширину сопла. Параметр  $a$  не может быть меньше величины (2.2), при увеличении параметра  $a$  появится возвратная струйка, а ширина сопла будет уменьшаться. Нужно еще добавить, что условие для скорости в точке  $u = \pi/2 + \pi\tau/2$  при подстановке в него выражения для комплексной скорости с учетом формулы (2.1) выполняется тождественно и не дает никаких дополнительных соотношений.

Производную от потенциала по параметру  $dw/du$  можно построить по особым точкам. Подробности такого построения имеются в монографии [14], отметим лишь особые точки функции  $dw/du$ . Так как функция  $w$  имеет логарифмические особенности в источнике (точка  $E$ :  $u = \pi\tau/2$ ) и в стоках (точки  $C$  и  $D$ :  $u = \pi/2 + \pi\tau/2$ ,  $u = 0$ , соответственно), то производная  $dw/du$  будет иметь в этих точках простые полюса. Имеются две особые точки с нарушением конформности отображения — это точка разветвления потока  $B$  ( $u = ia$ ) и угловая точка  $A$  ( $u = \pi/2$ ) в них функция  $dw/du$  имеет нули. Так как мы должны описать особенности функции во всем периоде  $[\pi, \pi\tau]$  добавится еще нуль в симметричной относительно оси точке ( $u = -ia$ ). С учетом особых точек можно составить следующую комбинацию из тэты функций:

$$\frac{dw}{du} = N_1 \frac{\vartheta_2(u - ia)\vartheta_2(u + ia)\vartheta_2(u)}{\vartheta_1(u)\vartheta_3(u)\vartheta_4(u)}.$$

Эта функция является аналитической и имеет простые полюса и нули, соответствующие нашему течению во всем прямоугольнике  $[\pi, \pi\tau]$ , а в силу периодичности тэта-функций описывает особенности во всем пространстве  $u$ . Здесь  $N_1$  — действительная постоянная.

Константу  $N$ , а также толщину струй  $\delta$  и  $\Delta$  определим используя формулу, связывающую интенсивности источников (стоков) в точках  $E$ ,  $C$  и  $D$  с вычетами функции  $dw/du$  в этих точках, например, в точке  $E$  ( $u = \pi\tau/2$ ) имеется источник интенсивностью  $4h\nu_0$  (четвертая часть этого источника — интенсивность приходящей струи  $h\nu_0$ ). Вычет функции  $dw/du$  в точке  $E$  связан с интенсивностью источника формулой

$$2\pi i \operatorname{Re} s_{\pi\tau/2} \left[ \frac{dw}{du} \right] = 4ih\nu_0.$$

Пользуясь выражением для вычета сложной функции  $dw/du$  с обращающейся в ноль функцией в знаменателе (функция  $\vartheta_4$  имеет ноль первого порядка в точке  $u = \pi\tau/2$ ) получим следующее выражение для вычета в точке  $u = \pi\tau/2$

$$\operatorname{Re} s_{\pi\tau/2} \left[ \frac{dw}{du} \right] = N_1 \frac{\vartheta_2(\pi\tau/2 - ia)\vartheta_2(\pi\tau/2 + ia)\vartheta_2(\pi\tau/2)}{\vartheta_1(\pi\tau/2)\vartheta_3(\pi\tau/2)\vartheta_4'(\pi\tau/2)}.$$

Используя свойства тэта-функций и выражение для производной  $\vartheta_1' = \vartheta_2\vartheta_3\vartheta_4$  (здесь аргумент функций  $u = 0$ ), получим формулу, связывающую константу  $N_1$  с шириной струи  $h$ :

$$-\pi N_1 \left( \frac{\vartheta_3(ia)}{\vartheta_2\vartheta_4} \right)^2 = 2h\nu_0. \quad (2.3)$$

Продельвая ту же процедуру для точки  $D$  ( $u = 0$ ), где имеется сток интенсивности  $4\Delta\nu_0$ , и используя закон сохранения массы, получим следующие выражения для толщин струй:

$$\frac{\Delta}{h\nu_0} = \left( \frac{\vartheta_2(ia)\vartheta_2}{\vartheta_3(ia)\vartheta_3} \right)^2, \quad \frac{\delta}{h} = 1 - \left( \frac{\vartheta_2(ia)\vartheta_2}{\vartheta_3(ia)\vartheta_3} \right)^2.$$

Отметим, что функции  $\vartheta_2$  и  $\vartheta_3$  от мнимого аргумента имеют действительные значения, а при  $a = \pi|\tau|/2$  (учитывая, что  $\vartheta_2(\pi\tau/2) = q^{-1/4}\vartheta_3$  и  $\vartheta_4(\pi\tau/2) = q^{-1/4}\vartheta_2$ ) толщина обратной струйки обращается в ноль.

#### 2.4. Определение геометрических характеристик течения

Введем функцию  $f(u) = \frac{dz}{du} = \frac{dz}{dw} \frac{dw}{du} = N_1 e^{2i\frac{\pi}{\pi}u} \frac{\vartheta_2^2(u + ia)\vartheta_2(u)}{\vartheta_1(u)\vartheta_3(u)\vartheta_4(u)}$ . Координату точки разделения потоков  $B$  в физической плоскости  $z_B = x_B + iy_B$  можно найти, вычислив интеграл

$$z_B = \int_{u=\pi/2}^{u=\pi/2+ia} f(u) du.$$

Выберем в качестве кривой соединяющей точки  $\pi/2$  и  $\pi/2 + ia$  прямую  $u = \pi/2 + i\eta$ . При численном решении удобно перейти к системе дифференциальных уравнений

$$\frac{dx}{d\eta} = -\operatorname{Im} \left[ f \left( \frac{\pi}{2} + i\eta \right) \right], \quad \frac{dy}{d\eta} = \operatorname{Re} \left[ f \left( \frac{\pi}{2} + i\eta \right) \right]. \quad (2.4)$$

Система (2.4) решается с начальными условиями при  $\eta = 0$ ;  $x = 0$ ,  $y = 0$  на интервале  $\eta \in [0, a]$ .

Для определения ширины зазора между кромкой пластины и горизонтальной плоскостью  $ED$  (ширина выходного сечения сопла  $d$ ) найдем координату некоторой точки  $A'$ , лежащей на прямой  $E, D$  (рис. 12в). Для определенности пусть точка  $A'$  есть  $u = \pi\tau/4$  и кривую интегрирования в плоскости  $u$  примем прямой линией, соединяющей точки  $A$  и  $A' \div \eta = |\tau|(\pi/4 - \xi/2)$ . Для комплексной переменной можно написать  $u = \xi + i|\tau|(\pi/4 - \xi/2)$ . Учитывая эти формулы и разделяя действительную и мнимую части, получим систему дифференциальных уравнений

$$\frac{dx}{d\xi} = \operatorname{Re} [f(u)] + \frac{|\tau|}{2} \operatorname{Im} [f(u)], \quad \frac{dy}{d\xi} = \operatorname{Im} [f(u)] - \frac{|\tau|}{2} \operatorname{Re} [f(u)]. \quad (2.5)$$

Система (2.5) интегрируется с начальными условиями:  $\xi = \pi/2$ ;  $x = 0$ ,  $y = 0$ . Интегрирование проводится на интервале  $\xi \in [\pi/2, 0]$ . Обозначим конечную точку на наклонной прямой (при  $\xi = 0$ ):  $x_n, y_n$ , тогда можно определить ширину сопла:  $d = |y_n|$ . Задавая параметр  $a$  равным предельному значению (2.2), получаем предельную ширину сопла при заданных  $v_0 (\leq 1)$ ,  $\beta$  толщину струи  $h$  можно положить равной 1. При увеличении параметра  $a$  ширина выходного сопла будет уменьшаться и появится возвратная струя жидкости шириной  $\delta$ .

Для определения формы струй при интегрировании вдоль горизонтальных сторон вспомогательного прямоугольника получаются совсем простые уравнения:

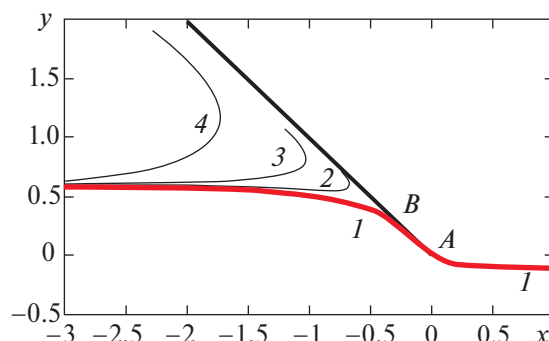
$$\begin{aligned} \frac{dx}{d\xi} &= \operatorname{Re} [f(\xi)] & \frac{dx}{d\xi} &= \operatorname{Re} \left[ f \left( \xi + \frac{i\pi|\tau|}{2} \right) \right] \\ \frac{dy}{d\xi} &= \operatorname{Im} [f(\xi)] & \frac{dy}{d\xi} &= \operatorname{Im} \left[ f \left( \xi + \frac{i\pi|\tau|}{2} \right) \right] \end{aligned} \quad \begin{array}{l} \text{для струи } A, D, \\ \text{для } E, C. \end{array} \quad (2.6)$$

Для струи  $A, D$  при  $\xi = \pi/2$ ;  $x = 0$ ,  $y = 0$  интегрирование проводится на интервале  $\xi \in [\pi/2, 0]$  с выдачей координат точек струи с некоторым шагом по  $\xi$ . Несколько сложнее определение координат точек на границе  $C, E$  (граница каверны) тут интегрирование вдоль  $CE$  проводилось с точностью до комплексной константы, которая определялась из удовлетворения асимптотических условий в удаленных точках  $E$  и  $C$  (то есть граница струи должна выходить на струи известной толщины —  $h$  и  $\delta$ ).

## 2.5. Результаты расчетов

Будем рассматривать случай  $v_0 < 1$ . Здесь особенность решения состоит в том, что при заданных физических параметрах ( $\alpha = \pi - \beta$  — угол наклона,  $d$  — ширина зазора между кромкой наклонной пластины и плоским дном) имеется критическое значение параметра  $a$  (следует из (2.2)), при котором струя (каверна) касается наклонной пластины в точке  $B$ , находящейся на конечном расстоянии от кромки пластины (точка  $A$ ). Толщина возвратной струйки  $\delta$  равна нулю. Поверхность струи в этом случае неустойчива в смысле Релея—Тейлора (ускорение направлено из “легкой фазы” в “тяжелую”). Ранее было экспериментально показано [1], что стационарная граница струи в этом случае может рассматриваться как невозмущенная поверхность, относительно которой и развиваются возмущения. Стационарное решение дает возможность определить геометрические характеристики такой области течения и, привлекая дополнительные гипотезы (см. ниже), зная ускорение на границе струи, оценить параметры структур Релея—Тейлора.

На рис. 13 приведены результаты расчетов для  $\alpha = 45^\circ$  и  $d = 0.4$ , критические условия течения тут реализуются при  $v_0 = 0.3$  ( $C_d = 1 - v_0^2 = 0.91$ ) — кривая 1 (красный цвет). Толстыми линиями изображены наклонная пластина и горизонтальное дно (или ось симметрии), ограничивающие течение. Кривизна границы каверны при критических условиях течения такова (ускорение на границе направлено из “легкой” жидкости в “тяжелую”), что граница раздела жидкости и газа в набегающей струе неустойчива в смысле Релея—Тейлора. Кривизна на границе  $EB$  (а, следовательно, и ускорение) монотонно возрастает от нуля (в точке  $E$ ) до бесконечности в точке замыкания каверны на наклонной пластине  $B$ , которая находится на конечном расстоянии от кромки пластины  $A$ . Истекающая наружу струя также показана красным цветом. Видно, что небольшое уменьшение коэффициента давления в каверне  $C_d$ , всего на 0.7% (кривая 2), приводит к значительному уменьшению области неустойчивости, а затем к исчезновению такой области (кривые 3 и 4). Это свидетельствует об узости области существования таких режимов, что и подтверждается экспериментом (рис. 10). Однако этот же эксперимент показывает, что такие режимы реально существуют. Нужно иметь в виду, что при увеличении  $C_d$  за критическое значение в рамках принятой модели решение

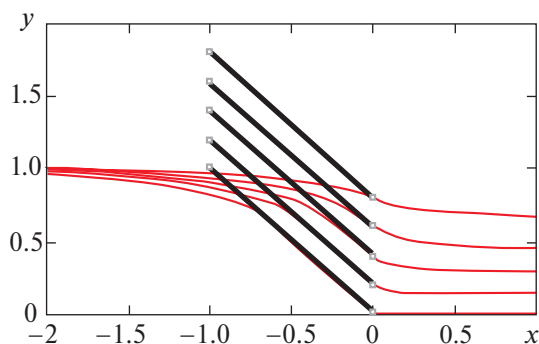


**Рис. 13.** Картина свободных границ при  $\alpha = 45^\circ$  и  $d = 0.4$ , т. А — кромка пластины, В — точка присоединения каверны к пластине. 1 — критическое течение,  $v_0 = 0.3$  ( $C_d = 0.91$ ), 2 —  $v_0 = 0.31$  ( $C_d = 0.904$ ), 3 —  $v_0 = 0.33$  ( $C_d = 0.891$ ), 4 —  $v_0 = 0.4$  ( $C_d = 0.84$ ).

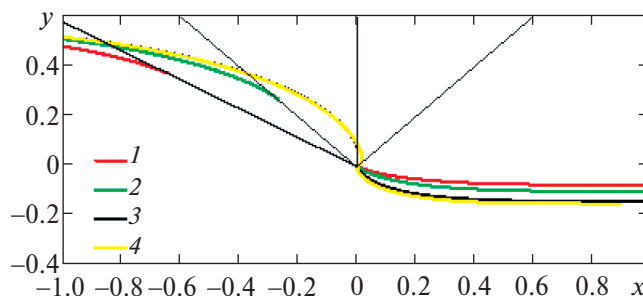
не существует, стационарная струя уже не может взаимодействовать с наклонной стенкой, реально же процесс перемешивания продолжается и даже интенсифицируется [2]. Так что механизм Р–Т перемешивания можно продлить в закритическую область, и этот режим может зависеть от длины участка ВА. На рис. 13 и далее все длины отнесены к ширине струи  $h$ .

На рис. 14 показано сравнение границ критических течений для различных  $d = 0.013, 0.2, 0.4, 0.6, 0.8$  (границы струй показаны красным цветом). Этим значениям  $d$  соответствуют следующие значения безразмерной скорости  $v_0 = 0.01, 0.15, 0.3, 0.462, 0.67$  или  $C_d = 0.9999, 0.978, 0.91, 0.787, 0.551$ . Коэффициент давления критического режима течения разделяет области различных типов автоколебаний. Ранее отмечалось, что низкочастотные автоколебания возникают при коэффициентах давления в каверне больших указанных выше критических значений. Из рис. 14 видно, что с уменьшением ширины сопла уменьшается критическая скорость  $v_0$  (увеличивается давление в каверне) и растет расстояние между точкой присоединения каверны и кромкой сопла.

На рис. 15 представлена картина свободных границ течения для 4-х углов наклона пластины и для ширины выходного сечения сопла — 0.4. При углах наклона  $30^\circ, 45^\circ, 90^\circ, 135^\circ$  и ширине сопла 0.4 критический режим имеет место при  $v_0 = 0.325, 0.3, 0.263, 0.253$ . Видно, что критическое значение  $v_0$  (и  $C_d$ ) слабо зависит от угла наклона пластины, а вот с уменьшением угла (меньше  $90^\circ$ ) начинает сильно увеличиваться



**Рис. 14.** Картина свободных границ для угла наклона пластины  $45^\circ$  и  $d = 0.013, 0.2, 0.4, 0.6, 0.8$ .



**Рис. 15.** Картина свободных границ при критическом режиме течения для  $d = 0.4$  и углов наклона пластины  $30^\circ, 45^\circ, 90^\circ, 135^\circ$  (1–4, соответственно).

расстояние от точки присоединения каверны до кромки пластины, при углах больших  $90^\circ$  зависимость картины течения от угла почти пропадает.

Представленные на рис. 16 зависимости коэффициента давления и расстояния от точки замыкания каверны до кромки пластины от величины зазора  $d$  для критических условий течения показывают, что критический коэффициент давления слабо зависит угла наклона пластины и, в основном определяется величиной зазора  $d$ . Но от наклона пластины сильно зависит положение точки присоединения каверны.

В задаче о развороте струи под действием перепада давления [1] имелась область течения с постоянной кривизной границы каверны. В рассматриваемом случае кривизна каверны монотонно растет от нуля в бесконечно удаленной точке  $E$  до бесконечности в точке присоединения каверны к пластине  $B$ . Для качественной оценки введем некоторую эффективную величину радиуса кривизны каверны  $R_c$ , равную радиусу окружности касающейся наклонной пластины в точке  $B$  и горизонтальной прямой  $Y = 1$ , соответствующей границе струи в точке  $E$  (на бесконечности). Ускорение частиц жидкости на окружности можно оценить как  $E_c = v_0^2/R_c$ . Как показывает осциллограмма (рис. 11) высокочастотный автоколебательный режим имеет одномодовый (одночастотный) характер. Для случая одномодового перемешивания получена формула [16] для скорости движения релей-тейлоровских пузырей при больших значениях времени  $v_b = 0.23\sqrt{\lambda W_c}$ , где длина волны  $\lambda = v_0/f$  (имеем дело со стоячими, относительно жидкости, волнами), а частоту можно связать с числом Струхала  $f = (V_\infty/D_c)Sh$ . Тогда для скорости движения пузыря можно написать

$$\frac{V_b}{V_\infty} = 0.23v_0 \sqrt{\frac{v_0}{\frac{R_c}{h} \frac{h}{D_c} Sh}}.$$

Для наших условий втекание струи через отверстие шириной  $D_c$  из широкой трубы (отношение  $D_c$  к ширине подводящей трубы 0.22) величина  $h/D_c$  примерно равна 0.62, число Струхала возьмем из эксперимента (рис. 11):  $Sh = 0.13$ . Оценим глубину проникновения Релея–Тейлора пузырей  $L_b$ , отнесенную к ширине струи  $h$ , для углов наклона пластины  $45^\circ$  и  $90^\circ$ , по скорости  $v_b$  и времени прохождения соответствующей дуги окружности радиуса  $R_c$  со скоростью  $v_0$ . Итак, формула для движения Р–Т-пузырей получена при следующих допущениях: 1) каверну можно заменить некоторой эффективной окружностью, 2) развитие Р–Т-структур происходит в режиме одномодового перемешивания, 3) частотные характеристики волн можно взять из аналогичного осесимметричного эксперимента.

На рис. 17 представлены зависимости глубины перемещения структур Релея–Тейлора внутрь струи за время прохождения дуги эффективной окружности (с поворотом на  $45^\circ$  и  $90^\circ$ , красный и зеленый цвет) — сплошные кривые. Для сравнения штрихами показаны кривые для глубины  $L_{bb}$ , полученные в предположении, что при движении жидкости вдоль пластины на участке  $BA$  развитие структур происходит по тому же закону. Видно, что, если оценивать развития структур, только на дуге окружности эволюция пузырей для  $45^\circ$  и  $90^\circ$  примерно одинакова, с учетом участка  $BA$  для  $90^\circ$  отличие незаметно, а для  $45^\circ$  (см. штриховую кривую) весьма существенно. В зависимости от ширины выходного сечения сопла имеется максимум глубины проникновения структур Релея–Тейлора в струю, причем глубина этого перемещения вполне сравнима с шириной истекающей струи, равной соответствующему значению  $v_0$ .

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Проведены исследования автоколебательных режимов течения на осесимметричной модели кавитационного генератора импульсных струй с центральным расположением истекающей из отверстия в диафрагме диаметром 10 мм струи. Эффективность генератора определялась по интенсивности ударного воздействия истекающих струй на экран — препятствие.

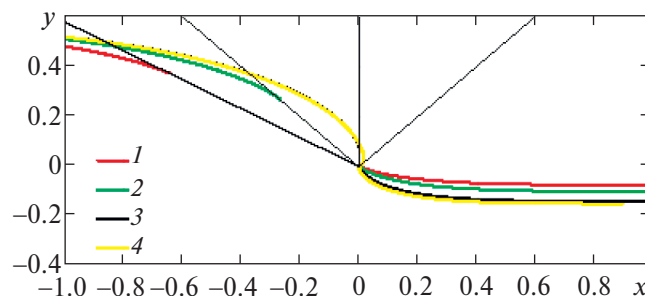
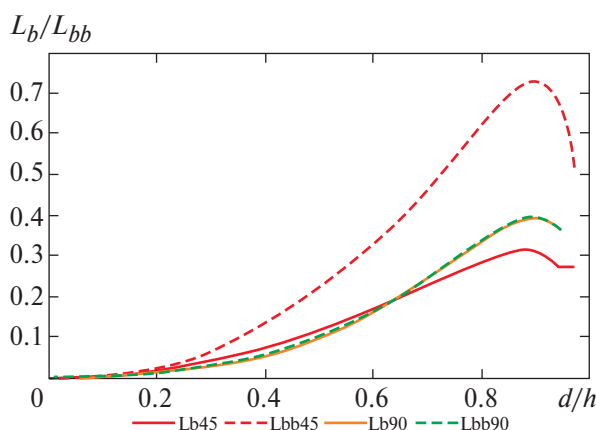


Рис. 16. Зависимости критического коэффициента давления ( $C_d$ ) и расстояния от точки замыкания каверны  $B(L)$  до кромки пластины от ширины зазора  $d/h$  при критическом режиме течения для углов наклона  $45^\circ$  и  $90^\circ$ .



**Рис. 17.** Зависимость глубины проникновения Релея–Тейлора структур  $L_b/L_{bb}$  от ширины выходного сечения  $d/h$  для углов наклона пластины  $45^\circ$  и  $90^\circ$ .

В зависимости от диаметра выходного сечения сопла имеется максимум — наибольшая интенсивность ударных воздействий наблюдается при диаметре выходного сечения 7 мм.

Обнаружено, что интенсивность ударных импульсов на экране в зависимости от дистанции до экрана падает примерно пропорционально корню квадратному от расстояния.

При сравнительно небольших поддувах газа обнаружена узкая область существования высокочастотных автоколебаний с очень малой интенсивностью колебаний давления в каверне и значительными импульсными воздействиями на экран — препятствие. Это может быть связано с возникновением неустойчивости Релея–Тейлора границы каверны с повышенным по сравнению с наружным давлением. Такое предположение обосновано анализом полученного точного решения плоской задачи о взаимодействии конечной струи, движущейся вдоль плоской стенки (плоскости симметрии), с наклонной пластиной при различных давлениях на поверхностях набегающей и истекающей струй.

Показано, что стационарное течение с неустойчивой по Релею–Тейлору границей действительно реализуется вблизи предельного течения, когда толщина возвратной струи обращается в ноль и набегающая струя касается наклонной пластины в некоторой точке выше срывной кромки пластины. Получена связь между коэффициентом давления в каверне (или числом кавитации), углом наклона пластины и шириной зазора между срывной кромкой пластины и плоскостью симметрии. С принятием ряда допущений и используя экспериментальные данные, проведены оценки глубины Р–Т-перемешивания, показывающие, что эта глубина сравнима с шириной истекающей струи.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Козлов И.И., Прокофьев В.В. Закономерности развития волн на поверхности каверны с отрицательным числом кавитации // Доклады РАН. 2006. Т. 409. № 1. С. 43–47.
2. Козлов И.И., Очеретяный С.А., Прокофьев В.В. Автоколебательные режимы в жидкой струйной завесе, разделяющей газовые области с различными давлениями // Изв. РАН МЖГ. 2013. № 6. С. 33–43.
3. Очеретяный С.А., Прокофьев В.В. Влияние сужения сопла на работу генератора периодических импульсных струй // Изв. РАН МЖГ. 2022. № 2. С. 14–26.
4. Atanov G.A., Semko A.N. Numerical Analysis of the Jet Flows of Compressible Water // Proc. of International Summer Scientific School «High Speed Hidrodynamics». June 2004, Cheboksary. Computational Publications. Russia. 2004. P. 39–44.
5. Семко А.Н. Импульсные струи жидкости высокой скорости и их применение: монография // под общ. ред. Семко А.Н. Донецк: ДонНУ. 2014. 370 с.
6. Савченко Н.В., Яхно О.М. Гидродинамические способы создания пульсирующих струй для гидроразрушения твердых материалов // Вестник Сумского гос. ун-та. Сер.: Технические науки. 2003. № 12 (58). С. 92–98.
7. Пилипенко В.В. Кавитационные автоколебания. Киев: Наукова думка. 1989. 318 с.
8. Жулай Ю.А., Дзоз Н.А., Задонцев В.А., Бурылов С.В., Новиков В.Ф. Возможность очистки путевой структуры пульсирующими и кавитирующими струями воды при движении подвижного состава // Наука и прогресс транспорта. Вестник Днепропетровского национального ун-та железнодорожного транспорта им. Академика В. Лазаряна. 2005. № 8. С. 151–155.
9. Прокофьев В.В., Очеретяный С.А., Яковлев Е.А. Использование кавитационных автоколебательных режимов для генерации периодических импульсных струй // ПМТФ. 2021. Т. 62. № 1. С. 97–108.

10. *Очеретяный С.А., Прокофьев В.В.* Влияние параметров кавитатора и сопла на эффективность работы генератора импульсных струй // Изв. РАН МЖГ. 2023. № 5. С. 10–24.
11. *Козлов И.И., Очеретяный С.А., Прокофьев В.В.* О различных модах автоколебаний в течениях с вентилируемой каверной и возможности из использования для формирования периодических импульсных струй // Изв. РАН. МЖГ. 2019. № 3. С. 16–27.
12. *Толоконников С.Л.* Истечение жидкости через щель в плоской стенке при наличии источника переменной интенсивности на плоскости симметрии течения // Вестник МГУ. Сер. 1. Математика. Механика. 2017. № 3. С. 40–45.
13. *Козлов И.И., Прокофьев В.В., Пучков А.А.* Исследование развития волновых структур на неустойчивой границе каверны с помощью скоростной видеокамеры // Изв. РАН. МЖГ. 2008. № 2. С. 137–148.
14. *Гуревич М.И.* Теория струй идеальной жидкости. М.: Наука, 1979. 536 с.
15. *Birkhoff G., Zarantonello E.H.* Jets, Wakes and Cavities. New York. Academic Press Inc. Publishers. 1957. Перевод с английского. *Биркгоф Г., Сарантонелло Э.* Струи, следы и каверны. М.: Мир, 1964. 466 с.
16. *Герцеништейн С.Я., Козлов И.И., Прокофьев В.В., Резниченко Н.Т., Черный Г.Г., Чернявский В.М.* Неустойчивость Рэлея–Тейлора в ячейке Хеле–Шоу: влияние начальных возмущений // Изв. РАН. МЖГ. 2008. № 3. С. 12–18.

## Self-Oscillations in an Axisymmetric Generator of Pulsed Jets and High-Frequency Regime Associated with Cavity Boundary Instability

© 2025 S. A. Ocheretyanyi\*, V. V. Prokof'ev\*\*, G. V. Topeitsev, and E. V. Filatov

*Institute of Mechanics, Lomonosov Moscow State University, Moscow, 119192 Russia*

\*e-mail: [ocheret@imec.msu.ru](mailto:ocheret@imec.msu.ru)

\*\*e-mail: [vlad.prokof@yandex.ru](mailto:vlad.prokof@yandex.ru)

Liquid jet flows in the presence of a ventilated cavity with a negative cavitation number are investigated. The studies carried out in the Institute of Mechanics of Moscow State University show that under certain conditions cavitation-induced self-oscillations can occur in the hydraulic system with highly intense pressure fluctuations. The results of an investigation of the axisymmetric model of a pulsed jet generator with liquid jet outflow through a central orifice in a diaphragm and gas blow from the periphery beyond the diaphragm are presented. The two-phase medium outflow was realized through a convergent conical nozzle. The influence of the generator parameters and the distance to a wall (screen) on the efficiency of its operation is investigated. A narrow range of comparatively small blowing, in which high-frequency pressure oscillations are recorded, while the amplitude of impact pressure pulses on the screen is considerably higher than the amplitude of pulses in high-frequency generation regimes, is revealed. This flow regime can be due to the development of two-phase structures on the unstable jet boundary interaction with the convergent nozzle walls. The evidence for the possible existence of this flow regime has been given by the solution of the plane problem of interaction between a finite jet and an inclined plate for different pressures on the jet surfaces. The problem was solved exactly using the methods of theory of functions of a complex variable for quasi-doubly-periodic theta functions.

**Keywords:** jet flows, cavities, negative cavitation number, cavitation-induced self-oscillations, pulsation technologies