

## РАСЧЕТНО-ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ РАЗВИТИЯ ДВУМЕРНЫХ ВОЗМУЩЕНИЙ ПРИ НЕУСТОЙЧИВОСТИ РЭЛЕЯ–ТЕЙЛОРА И ИХ ПЕРЕХОДА К ТУРБУЛЕНТНОСТИ

© 2024 г. Е. В. Бодров<sup>а</sup>, Д. О. Кочетков<sup>а</sup>, Е. В. Левкина<sup>а,\*</sup>, Н. В. Невмержицкий<sup>а,\*\*</sup>,  
В. П. Стаценко<sup>а</sup>, Ю. В. Третьяченко<sup>а</sup>, И. Р. Фарин<sup>а</sup>, Ю. В. Янилкин<sup>а</sup>

<sup>а</sup> Российский федеральный ядерный центр – Всероссийский научно-исследовательский  
институт экспериментальной физики, Саров, Россия

\*e-mail: EVLevkina@vniief.ru

\*\*e-mail: postmaster@ifv.vniief.ru

Поступила в редакцию 25.06.2024 г.

После доработки 08.10.2024 г.

Принята к публикации 08.10.2024 г.

Приводятся результаты экспериментальных и расчетных исследований развития двумерных детерминированных возмущений при неустойчивости Рэлея–Тейлора и перехода течения в турбулентную стадию на границе газ–жидкость. Эксперименты проводились на легкогазовой пушке. Возмущения на границе веществ создавались колебаниями пушки при помощи специального устройства. Длина волны возмущений варьировалась от 5.4 до 8.8 мм, амплитуда – от 0.3 до 0.4 мм, величина ускорения жидкого слоя – от 5.2 до 18.8 мм/мс<sup>2</sup>. В качестве жидкости использовалась вода, в качестве газа – сжатый воздух. Получены экспериментальные данные по переходу возмущений в турбулентную стадию. Эксперименты сопровождаются численным моделированием по коду ЭГАК. Предложены критерии перехода неустойчивости в стадию турбулентного перемешивания.

**Ключевые слова:** начальные возмущения, неустойчивость Рэлея–Тейлора, турбулентное перемешивание, вибрационная установка, турбулентная стадия, численное моделирование

DOI: 10.31857/S1024708424060084, EDN: FDWVNQ

### ВВЕДЕНИЕ

В мишенях управляемого инерциального термоядерного синтеза развитие гидродинамических неустойчивостей Рэлея–Тейлора, Рихтмайера–Мешкова, Кельвина–Гельмгольца [1–4] и вызванное ими турбулентное перемешивание (ТП) веществ приводит к нарушению симметрии схождения мишени, засорению термоядерного горючего материалом ее оболочки, что не позволяет получить зажигание горючего. В настоящее время замкнутой теории турбулентности нет. Поэтому создаются отдельные расчетные программы (модели, коды), при помощи которых выбирается конструкция мишеней термоядерного синтеза с минимальным влиянием неустойчивостей и турбулентности на процесс имплозии. При этом программы должны быть всесторонне протестированы на точных экспериментальных данных.

В области исследований физики неустойчивостей в настоящее время до конца не решена одна из основных задач – не определено время перехода возмущений в турбулентную стадию. Это создает трудности при численном моделировании этих сложнейших течений, так как рост возмущений описывается одними уравнениями, а рост зоны перемешивания – другими. В работе [5] приведены некоторые экспериментальные и расчетные исследования в этом направлении: разработан способ создания “чистых” (без сеток, пленок и т.д.) периодических кольцевых двумерных возмущений на контактной границе воздух–вода (КГ) методом вибрации газовой пушки. Но кольцевые возмущения не позволяют фотографическим методом строго определить их динамику из-за затенения внутренних колец

возмущений наружными. Поэтому авторами разработан новый метод создания “чистых” протяженных периодических 2D-возмущений на поверхности жидкого слоя методом раскачивания пушки с квадратным внутренним сечением.

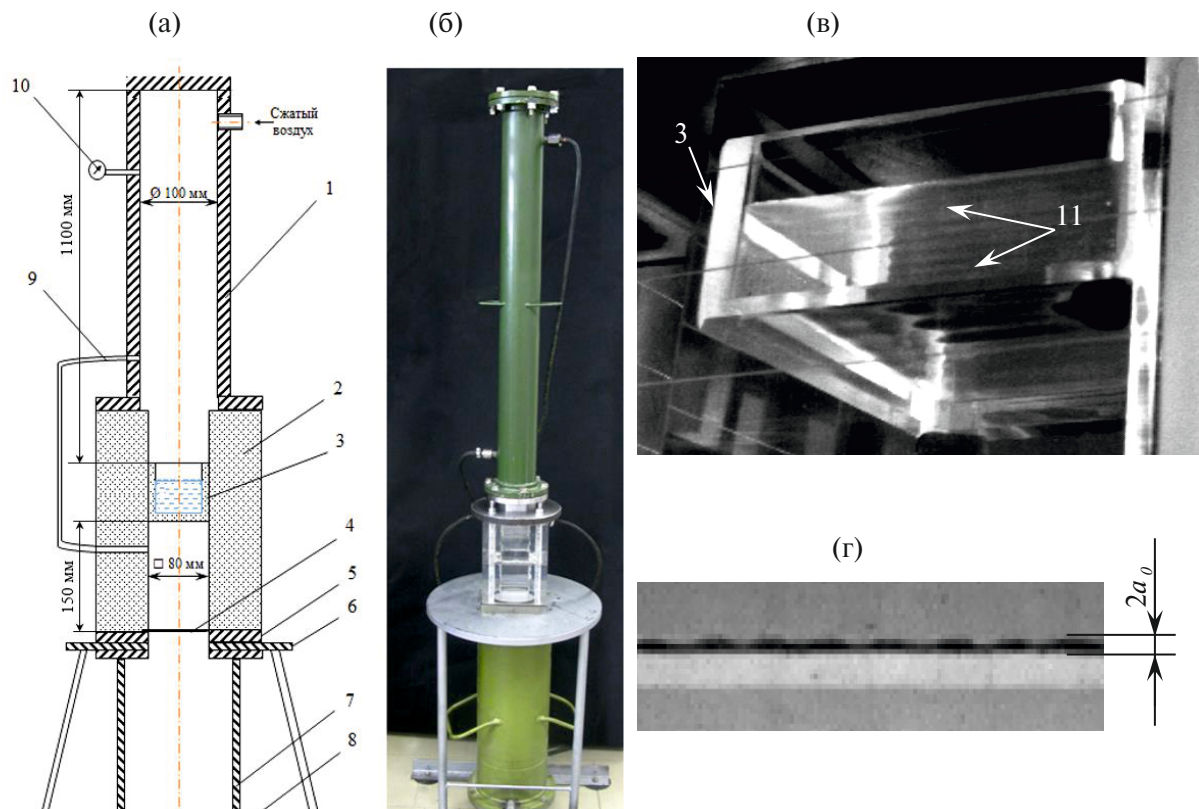
В данной статье приводятся результаты экспериментальных исследований перехода неустойчивости Рэля–Тейлора (заданных возмущений) в турбулентную стадию на границе газ–жидкость, результаты численного моделирования течения по коду ЭГАК и теоретический анализ развития возмущений.

## 1. ТЕХНИКА ЭКСПЕРИМЕНТОВ

Исследования перехода 2D-возмущений в турбулентную стадию проводились на легкогазовой пушке ЛГП-100М. Схема пушки представлена на рис. 1. Пушка состоит из драйвера, изготовленного из стальной трубы с внутренним диаметром 100 мм, прозрачной измерительной секции (из оргстекла) с внутренним сечением  $80 \times 80$  мм, глушителя в виде стальной трубы диаметром 204 мм и лавсановой диафрагмы, отделяющей секцию от глушителя.

Слой жидкости наливался в прозрачный контейнер, который крепился внутри секции при помощи специальных подвижных упоров (на рисунках упоры не показаны). Внутреннее сечение контейнера составляло  $70 \times 70$  мм, глубина – 35 мм.

Для создания начальных возмущений на поверхности жидкого слоя разработан специальный механизм для раскачивания пушки в горизонтальном направлении: на свободной поверхности жидкости образовывались “чистые” периодические синусоидальные 2D-возмущения (см. рис. 1в, г). Амплитуда начальных возмущений составляла  $a_0 = 0.3\text{--}0.4$  мм, длина волны  $\lambda = 5.4\text{--}8.8$  мм. В экспериментах  $\lambda$  и  $a_0$  определялись на фотографии по фронтальной проекции. Погрешность определения  $\lambda$  оценивается в 10 %,  $a_0$  – в 20 %. После создания возмущений внутренние объемы пушки над и под



**Рис. 1.** Вид легкогазовой пушки ЛГП-100М (а, б) и 2D-возмущений (в, г): (а) схема пушки; (б) фотография пушки; (в) фотография под углом контейнера с возмущениями; (г) вид возмущений во фронтальной проекции; 1 – драйвер; 2 – измерительная секция; 3 – контейнер с жидкостью; 4 – мембрана; 5 – фланец; 6 – подставка; 7 – глушитель; 8 – механизм раскачивания пушки; 9 – перепускной канал; 10 – манометр; 11 – возмущения;  $a_0$  – начальная амплитуда возмущений.

контейнером заполнялись сжатым воздухом до определенного давления. При достижении давления выше критического происходил саморазрыв мембраны — газ из-под контейнера быстро выходил в глушитель, контейнер с жидкостью ускорялся вниз, граница газ-жидкость становилась неустойчивой по Рэлею—Тейлору, возмущения начинали развиваться, со временем они приводили течение на границе в стадию ТП. Регистрация течения проводилась скоростной видеокамерой во фронтальной (вид спереди), профильной (вид сбоку) и в горизонтальной (вид сверху) проекции. Скорость видеосъемки — 10000 кад/с, экспозиция кадра — 14.5 мкс. Подсветка процесса производилась галогенной лампой.

## 2. РЕЗУЛЬТАТЫ ЭКСПЕРИМЕНТОВ

Процесс развития неустойчивости (возмущений) условно разбивают на 4 стадии: 1) линейную, 2) нелинейную, 3) стадию перехода к ТП и 4) развитую стадию ТП (подробно см. [5, 6]). В данной работе нас интересовала, в основном, третья стадия.

В табл. 1 представлены некоторые условия и результаты экспериментов. Величина ускорения  $g$  определялась по тангенсу угла наклона линейной части экспериментальной зависимости  $2S(t^2)$  к оси абсцисс, где  $S$  — смещение контейнера,  $t$  — время.

На рис. 2, 3 представлены кинограммы некоторых экспериментов и результаты обработки одного из опытов (№ 9): зависимости глубины проникновения легкого вещества в тяжелое  $h_l$ , тяжелого вещества в легкое  $h_h$  и полной ширины зоны перемешивания  $H = h_l + h_h$  от двойного смещения контейнера; зависимости интегрального числа Рейнольдса от времени. Число Рейнольдса определяется как

$$Re = H \cdot \frac{dH}{dt} / \nu_c,$$

где  $\nu_c = 10^{-6} \text{ м}^2/\text{с}$  — коэффициент кинематической вязкости воды.

Число Атвуда в этих опытах было близко к единице. Погрешность представленных в табл. 1 значений  $t_i$  и  $Re_i$  оценивается в 10 %. По кинограммам видно, что развитие возмущений происходит классическим образом: впадины проникают в воду в виде пузырей, выступы в воздух — в виде струй. Со

**Таблица 1.** Некоторые условия и результаты экспериментов

№ опыта	возмущения	$P$ , атм	$m$ , г	$g$ , мм/мс <sup>2</sup>	$t_{\text{con}}$ , мс	$t_{\text{mix}}$ , мс	$Re_{\text{con}}$ , 10 <sup>6</sup>	$Re_{\text{mix}}$ , 10 <sup>6</sup>	$\alpha_l$
9	$a_0 = 0.4$ мм	2.15	239	5.2	4.8	6	1	2	0.06
22	$a_0 = 0.4$ мм	6	200	17.9	2	2.9	1	3	0.07
8	$a_0 = 0.4$ мм	2.45	239	5.7	2.8	—	2.4	—	—
32	$a_0 = 0.4$ мм	2.2	245	5.3	4.9	—	0.5	—	—
33	$a_0 = 0.4$ мм	5	245	10.8	2.25	2.85	2.2	4.7	0.05
36	$a_0 = 0.5$ мм	2.2	197.9	7	3.7	4.4	0.58	1.1	0.05
37	$a_0 = 0.4$ мм	5	219	12.4	2.3	3.1	0.63	1.8	0.05
39	$a_0 = 0.3$ мм	4.8	215	12.4	2	2.3	2	2.8	0.07
40	$a_0 = 0.4$ мм	6.8	219.2	16.8	1.5	1.7	1.8	2.4	0.07

Примечание:

$P$  — избыточное давление в драйвере;

$t_{\text{con}}$  — время начала переходной стадии развития перемешивания;

$t_{\text{mix}}$  — время начала стадии турбулентного перемешивания;

$Re_{\text{con}}$  — число Рейнольдса начала перехода неустойчивости в стадию ТП;

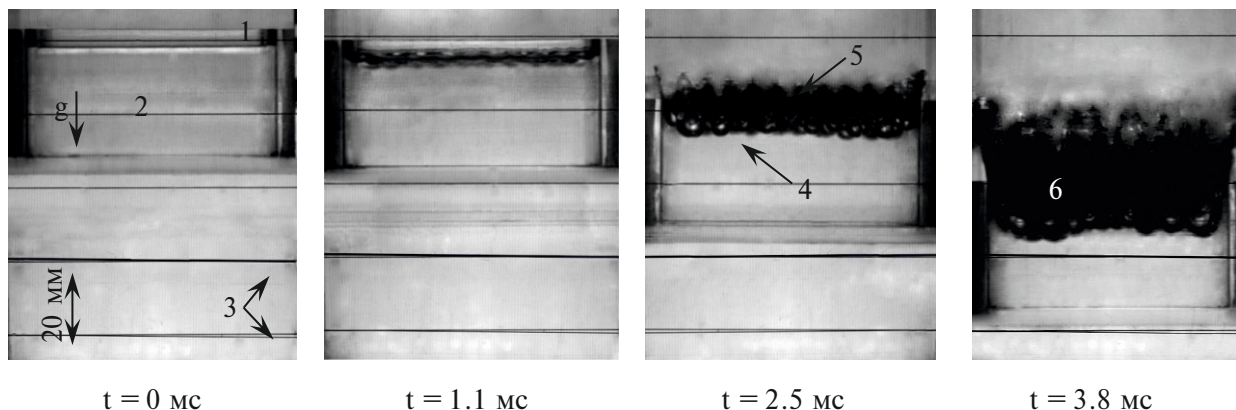
$Re_{\text{mix}}$  — число Рейнольдса начала стадии турбулентного перемешивания;

$m$  — масса слоя с контейнером;

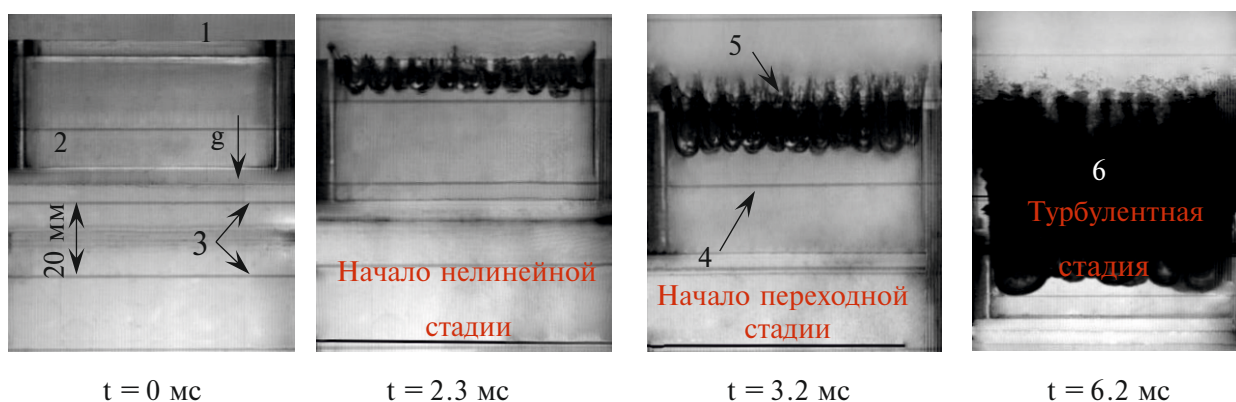
$\alpha_l$  — коэффициент скорости проникновения легкого вещества в тяжелое;

$g$  — величина ускорения контейнера со слоем жидкости.

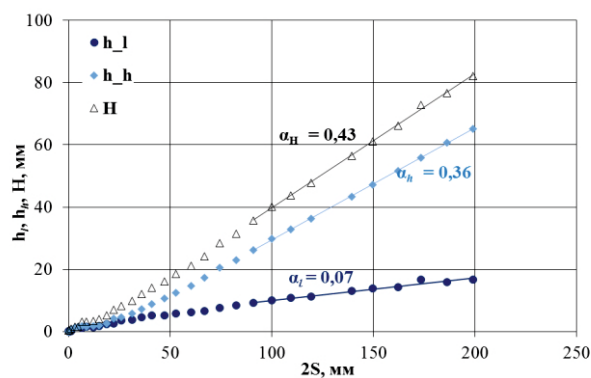
(a)



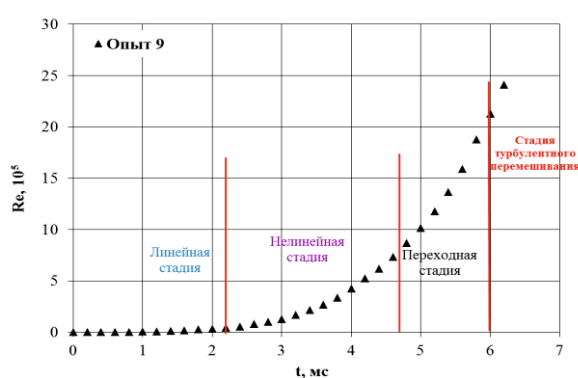
(б)



(в)



(г)

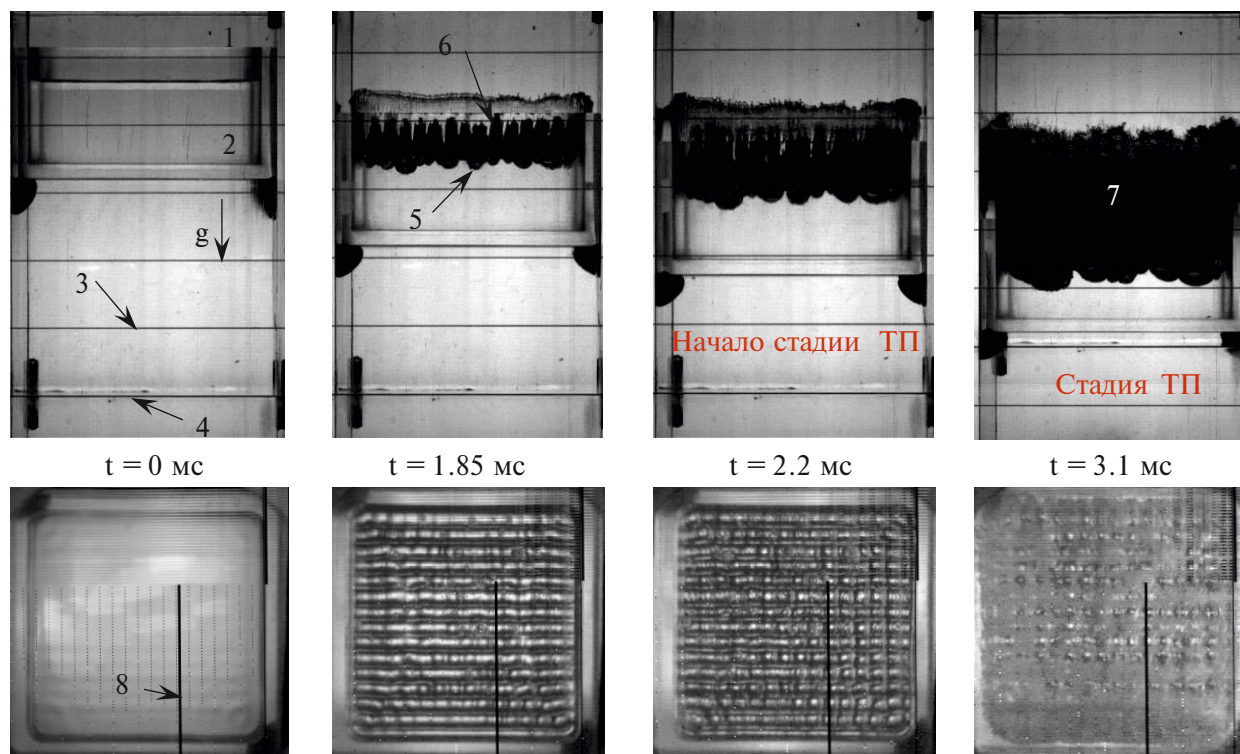


**Рис. 2.** Результаты экспериментов: (а) кинограмма опыта № 8 (профильная проекция); (б) кинограмма опыта № 9 (фронтальная проекция); (в) зависимости  $h_l(2S)$ ,  $h_h(2S)$ ,  $H(2S)$ ; (г) зависимость  $Re(t)$ ; 1 – воздух; 2 – вода; 3 – репер; 4 – пузыри; 5 – струи; 6 – зона турбулентного перемешивания;  $g$  – направление ускорения.

временем струи начинают распадаться, а пузыри сливаться, затем происходит хаотизация течения и переход в турбулентности.

В опытах № 32, 36, 37, 39 на горизонтальной проекции (сверху) видно, что по длине 2D-возмущения распадаются на 3D, и их количество и форма близки к возмущениям, зарегистрированным во фронтальной проекции. Это говорит о том, что 2D-возмущения распадаются на 3D, длина





**Рис. 3.** Кинограмма развития неустойчивости в опыте № 37: 1 – воздух; 2 – жидкость; 3 – репер; 4 – технологический стык; 5 – пузыри; 6 – струи; 7 – зона турбулентного перемешивания; 8 – дефект видеокамеры;  $g$  – направление ускорения.

волны и амплитуда которых близки к длине волны и амплитуде заданных возмущений. Ниже дано объяснение этому процессу.

Известно, что при ламинарном течении жидкости трубки тока не пересекаются, при турбулентном – пересекаются. Исходя из этого, принималось, что переход возмущений в стадию ТП (в третью стадию) начинается тогда, когда струи возмущений начинают распадаться, а пузыри – частично сливаться, то есть, когда начинает нарушаться ламинарная картина течения. Момент этого времени определялся визуально по кинограммам экспериментов.

В качестве критерия этого перехода выбрано указанное выше число Рейнольдса. За развитую турбулентную стадию (четвертую стадию) принимался режим перемешивания, при котором безразмерная скорость проникновения фронта пузырей на зависимости  $h_l(2S)$  выходила на постоянное значение, равное  $\alpha_l = \Delta h_l / \Delta 2S = 0.05–0.07$ .

По результатам экспериментов установлено, что при увеличении ускорения жидкого слоя и/или уменьшения длины волны возмущения время перехода неустойчивости в стадию перемешивания уменьшается (см. рис. 4). Переход в стадию ТП происходит при среднем значении интегрального числа Рейнольдса  $Re \approx 1.3 \cdot 10^6$ , а развитая стадия ТП начинается при  $Re \approx 2.5 \cdot 10^6$ , т.е. значения  $Re$  близкие (см. табл. 1).

### 3. ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

#### 3.1. Постановка расчетов

Геометрия системы: высота слоя воды – 3.5 см, высота слоя воздуха – 3.5 см ( $z$ ), ширина системы – 7 см ( $x$ ), длина – 7 см ( $y$ ). Расчеты проводились в 2D- и 3D-постановках по коду ЭГАС [7] с вязкостью и без вязкости жидкости в опыте № 9. В 2D-расчетах варьировалась счетная сетка, в 3D-расчете сетка соответствовала грубой 2D-сетке. Проведение расчета на более подробной сетке требует неоправданно большого объема ресурсов компьютера.

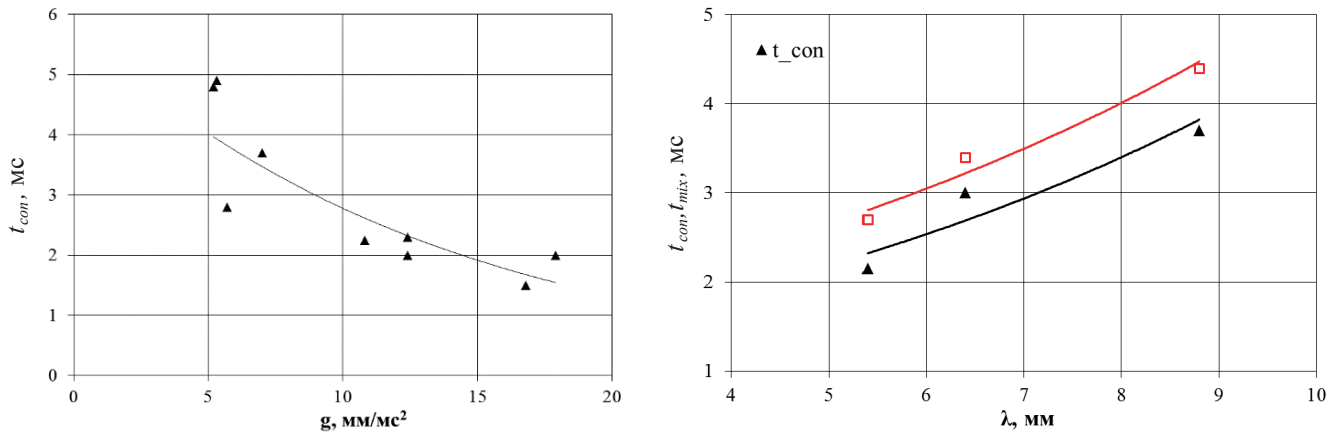


Рис. 4. Зависимости  $t_{con}(g)$  и  $t_{con}$  и  $t_{mix}$  от длины волны  $\lambda$  возмущений.

Ускорение слоя составляло  $g = 0.52$  см/мс<sup>2</sup>. Заметим, что в расчетах ускорение системы направлено вверх (в отличие от эксперимента). В расчете с вязкостью использовались следующие коэффициенты вязкости:  $\nu = 10^{-5}$  см<sup>2</sup>/мс для воды и  $\nu = 1.5 \cdot 10^4$  см<sup>2</sup>/мс – для воздуха. На поверхности воды заданы гармонические возмущения поверхности:

$$y = a_0 \cos(kx), \quad \text{где } k = 2\pi/\lambda, \quad a_0 = 0.04 \text{ см}, \quad \lambda = 0.64 \text{ см}.$$

Кроме этого, в двух 3D-расчетах на КГ задавались случайные мелкомасштабные возмущения в  $\pm 5$  % объемных концентраций веществ.

Начальная температура  $T = 3000$  К. Начальное давление всюду  $P_0 = 2.15$  атм. Начальная плотность воздуха  $\rho_{a0} = 2.7 \cdot 10^{-3}$  г/см<sup>3</sup>, плотность воды  $\rho_w = 1$  г/см<sup>3</sup>, начальное давление:  $P = P_0 + \rho_w g z$ , при  $z \leq 3.5$  (в воде);  $P = (P_0 + 3.5\rho_w g) \exp((z - 3.5)\rho_{a0}g)$ , при  $z > 3.5$  (в воздухе), где  $\rho_w = 1$  г/см<sup>3</sup>, а  $\rho_a = \rho_{a0} \cdot (P/P_0)^{1/\gamma}$ ,  $\gamma = 1.4$ .

Граничные условия: “жесткая стенка” на всех гранях счетной области.

Счетная сетка: 1) сетка  $N$  ( $N_x \times N_y = 350 \times 350$ ); 2) сетка  $4N$  ( $N_x \times N_y = 1400 \times 1400$ ); 3) сетка  $0.4N$  ( $N_x \times N_y = 140 \times 140$ ). 3D-расчеты выполнены на сетке  $N$  ( $N_x \times N_y \times N_z = 350 \times 350 \times 350$ ).

В табл. 2 приводятся постановки проведенных расчетов.

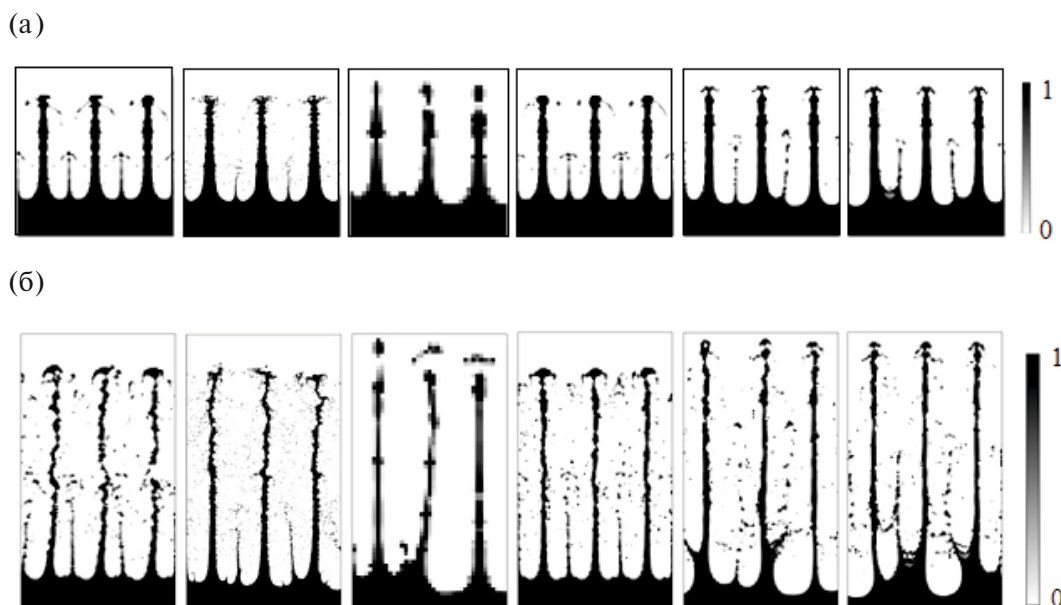
### 3.2. Результаты расчетов

**3.2.1. Картины течения.** Развитие возмущений в эксперименте начинается после прохождения определенного пути  $2S \approx 1.5$  см, что соответствует сдвигу по времени  $t_0 \sim 0.5$  мс, по-видимому, за это время происходит установление необходимого экспоненциального профиля давления. Поэтому расчетные времена должны быть сдвинуты относительно экспериментальных на указанную величину.

На рис. 5 приводятся фрагменты полученных в расчетах с учетом отмеченной сдвигу по времени растровых картин объемной концентрации тяжелого вещества. Из рис. 5 видно, что 2D-расчеты на

Таблица 2. Постановка расчетов

Номер расчета	Размерность геометрии	Сетка	Размер ячейки (см)	Учет вязкости	Возмущения в направлении $y$
1	2D	$N$	0.02	нет	нет
2	2D	$4N$	0.005	нет	нет
3	2D	$0.4N$	0.05	нет	нет
4	3D	$N$	0.02	нет	нет
5	3D	$N$	0.02	нет	есть
6	3D	$N$	0.02	есть	есть



**Рис. 5.** Растровые картины течения: (а)  $t = 2.3$  мс; (б)  $t = 3.5$  мс; слева направо: расчеты 1–6, для 3D-расчетов; двумерный разрез  $y = \text{const}$ .

сетках  $N$  и  $4N$  дают близкие результаты. Анализируя эти рисунки, отметим появление в расчетах  $N$  и  $4N$  промежуточных струек более тонкой толщины на головке пузырей. Физическая природа их появления связана с кумуляцией при стечении воздуха вдоль струй воды в сторону головки пузыря. Однако в расчете  $0.4N$  промежуточные струйки почти не возникают. Заметим, что в опытах дополнительные струи не наблюдаются, поэтому было высказано предположение, что они подавляются физической вязкостью или поверхностным натяжением.

Расчет  $0.4N$  фактически подтверждает эту гипотезу, в этом расчете схемная вязкость существенно больше по сравнению с двумя другими расчетами, что и приводит к отсутствию дополнительной струйки. Но в расчете  $N$  схемная вязкость больше, чем в расчете  $4N$ , а струйки более отчетливые, поскольку в расчете  $4N$  их верхняя часть дробится на более мелкие фрагменты благодаря тому, что струйки подвержены фрагментации из-за сдвиговой неустойчивости на КГ. Таким образом, сетка существенно сказывается на развитии дополнительных струек воды.

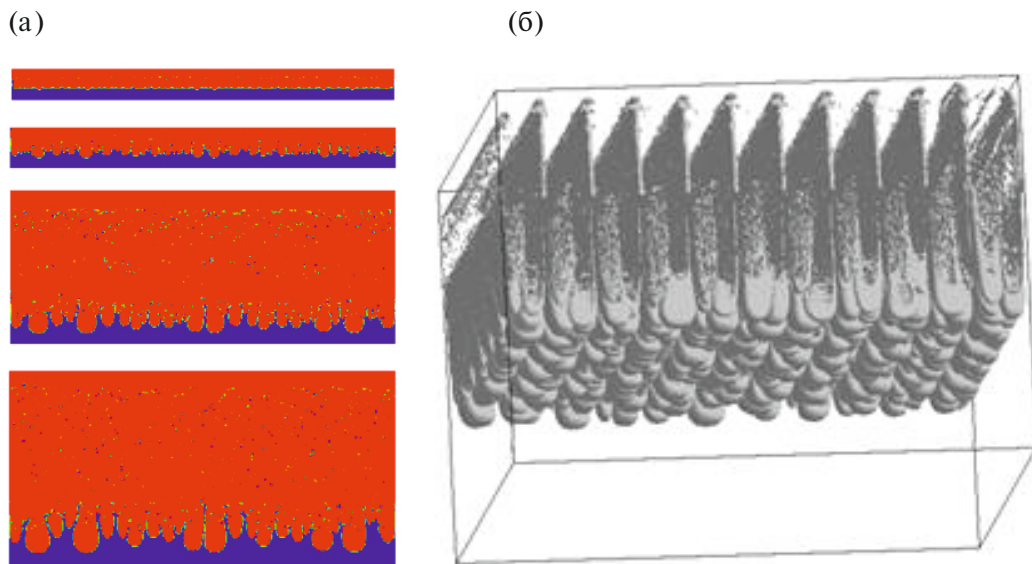
На рис. 5 хорошо видно, что картина течения из 3D-расчета 4 (без дополнительных возмущений КГ) хорошо согласуется с 2D-расчетами на подробных сетках, как по амплитуде основных возмущений, так и по наличию дополнительной струйки. Однако, как показал анализ течения, никакие заметные возмущения в направлении  $y$  в этом расчете не развиваются.

Рассмотрим результаты 3D-расчетов с заданными дополнительными возмущениями на КГ в направлении оси  $y$ . На рис. 6 приводятся растровые картины в двумерных разрезах  $x = \text{const}$  на несколько моментов времени и изоповерхность концентрации воды на  $t = 3.5$  мс, полученные в расчете 6.

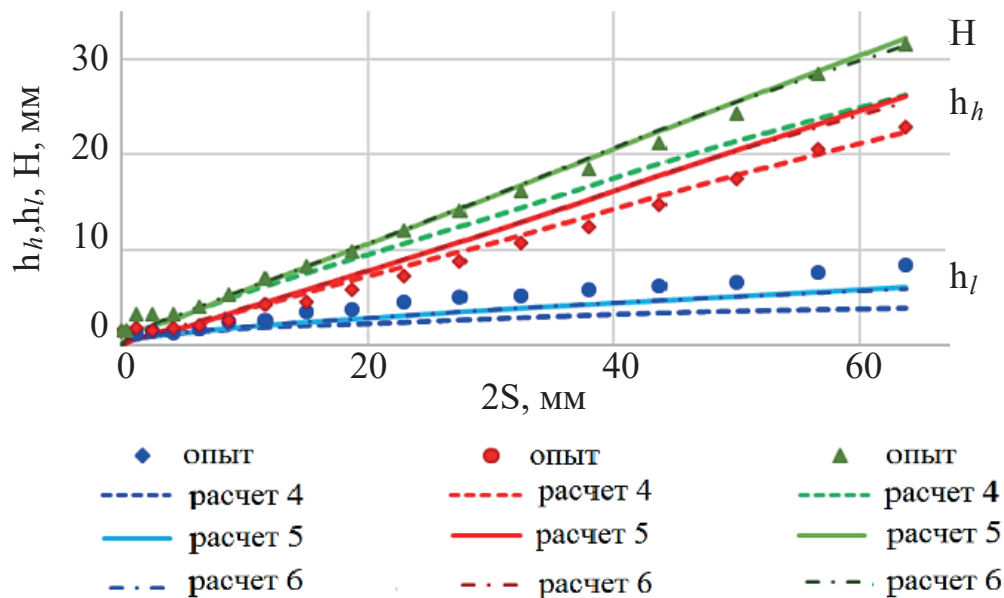
На рис. 7 приводятся зависимости от двойного пройденного пути ширины ЗТП и зон проникания легкого вещества в тяжелое (пузырей) и тяжелого в легкое (струй).

Отметим, что границы ЗТП в расчетах сильнее развиваются в сторону легкого газа и слабее в сторону тяжелого сравнительно с экспериментом, в то же время полные ширины ЗТП в расчетах и эксперименте близки. Это говорит о том, что в процессе счета происходит движение всей ЗТП в сторону пузырей. Эта разница объясняется отмеченным выше отличием в постановке расчетов и эксперимента, в расчете распределение давления задается уже в начальный момент времени в соответствии с заданным ускорением, а в эксперименте оно устанавливается в процессе движения контейнера. Кроме того, развитие струй в эксперименте происходит в более широкую область воздуха по сравнению с расчетом. Не исключена и погрешность измерений в опыте.

Отметим почти совпадение результатов расчетов с дополнительными возмущениями (5 и 6) между собой, то есть вязкость на этот параметр практически не влияет. Имеется хорошее согласие расчетных



**Рис. 6.** Результаты 3D-расчета 6: (а) растровые картины в сечении  $x = \text{const}$  (сверху вниз:  $t = 1.3; 2.3; 3.0; 3.5$  мс); (б) изоповерхность концентрации воды на  $t = 3.5$  мс.



**Рис. 7.** Зависимости ширины ЗТП, струй и пузырей от двойного пройденного пути:  $h_l$  — ширина зоны проникновения легкого вещества в тяжелое;  $h_h$  — ширина зоны проникновения тяжелого вещества в легкое;  $H$  — полная ширина ЗТП.

данных с дополнительными возмущениями КГ (расчеты 5 и 6) с экспериментальными данными по полной ширине ЗТП.

**3.2.2. Переход к турбулентности.** Как показано в [5], в качестве критерия перехода течения в турбулентный режим можно использовать интегральную степень гомогенности смеси во всей ЗТП. В соответствии с [8, 9] ее можно определить по формуле:

$$\Theta = \frac{\int (\langle \beta_i \rangle - \langle \beta_i^2 \rangle) \cdot dz}{\int (\langle \beta_i \rangle \cdot (1 - \langle \beta_i \rangle)) \cdot dz}, \quad (3.1)$$

где  $\beta_i$ , объемная концентрация одного из смешивающихся веществ.



Однако значения интегральной степени гомогенности  $\Theta$  близки друг к другу для всех расчетов и малы. Это означает, что турбулентность в целом для всей ЗТП недостаточно развита. Большой смысл имеет исследование гомогенности в каждом слое ячеек по (2D) или  $z$  (3D). В 3D-случае осреднение производим по горизонтальной плоскости площадью  $S = \sum \Delta x \cdot \Delta y$ . Тогда согласно [8] среднюю величину степени гомогенного смешения определим, как

$$\theta = \frac{S \sum \beta_1(1 - \beta_1)\Delta x \cdot \Delta y}{(\sum \beta_1 \Delta x \cdot \Delta y) \cdot (\sum (1 - \beta_1)\Delta x \cdot \Delta y)}. \quad (3.2)$$

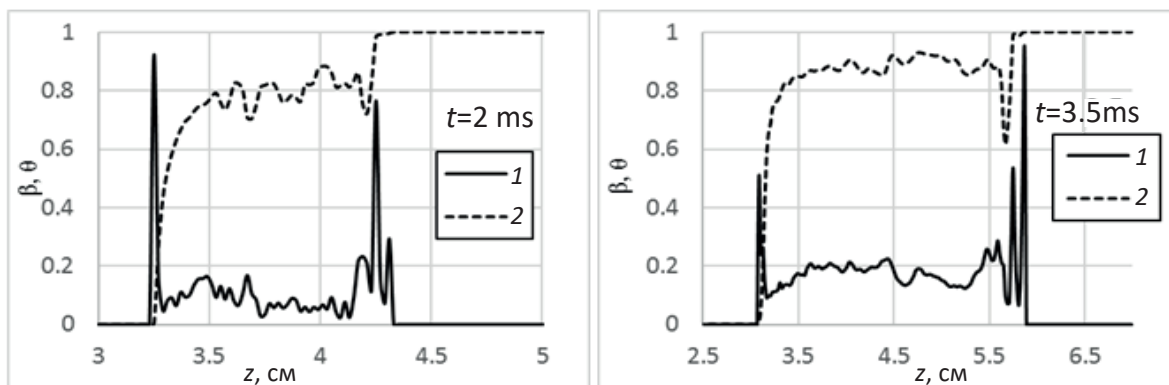
В случае 2D-моделирования вместо площади  $S$  осреднение производится по отрезку  $L = \sum \Delta x$ , а вместо выражения (3.2) имеем

$$\theta = \frac{L \sum \beta_1(1 - \beta_1)\Delta x}{(\sum \beta_1 \Delta x) \cdot (\sum (1 - \beta_1)\Delta x)}.$$

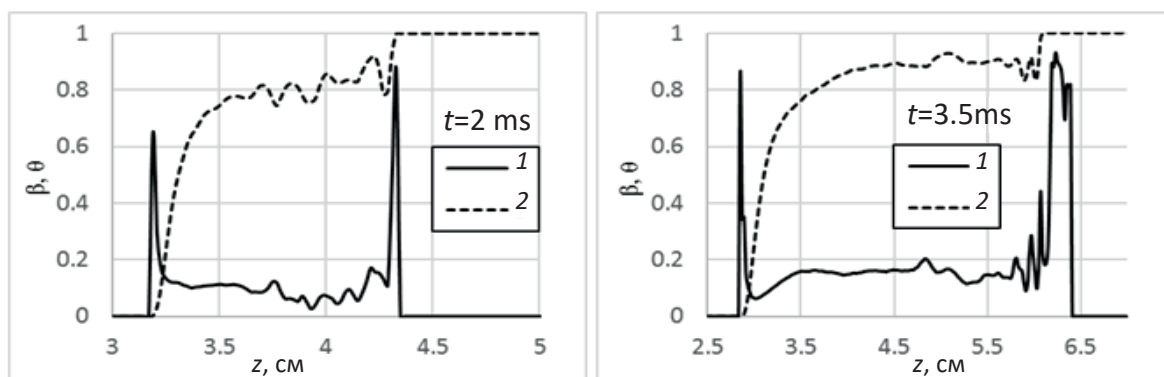
Расчетные профили  $\theta(z)$  по формуле (3.1) и осредненных объемных концентраций воздуха приведены для нескольких моментов времени на рис. 8 для 3D-расчетов 4 и 6 (расчет 5 мало отличается от расчета 6).

Сначала отметим, что скачки степени гомогенности на краях ЗТП происходят фактически вне ЗТП, в этих областях концентрации воздуха близки к 1 или 0. Если отвлечься от этих областей, то из рис. 8 видно, что в нижней области ЗТП, занятой пузырями, степень гомогенности на последний момент времени во всех расчетах не превышает величину порядка  $\theta = 0.05\text{--}0.1$ , что говорит о том, что в этой области развитое турбулентное перемешивание фактически отсутствует, что хорошо видно

(а)



(б)



**Рис. 8.** Вертикальные профили коэффициента гомогенности и объемных концентраций воздуха: (а) расчет 4; (б) расчет 6; 1 – степень гомогенности; 2 – объемная концентрация.



и по растровым картинкам. В остальной части ЗТП величина  $\theta$  постепенно растет, приближаясь к значению  $\theta = 0.2$ . Отметим, что для гравитационного перемешивания несмешивающихся веществ в [5] степень гомогенности в ЗТП на стадии развитой турбулентности составляет величину  $\theta = 0.2–0.3$ . Интересно отметить, что в расчетах 5 и 6 с заданием дополнительных возмущений КГ на последние моменты времени величина  $\theta$  на высоте  $z = 3.5–4.5$  ниже по сравнению с расчетом 4. Напрашивается объяснение этого факта — растущие гармоники в этих расчетах регулируют течение.

Интересна оценка времени перехода к турбулентности результатов опыта по величине интегрального числа Рейнольдса. Значение  $Re = 1.3 \cdot 10^6$ , определенное в опыте как точка перехода к турбулентному перемешиванию, незначительно отличается от определенного выше времени достижения степени гомогенности значения 0.2.

**3.2.3. Аналитическое рассмотрение задачи.** На все моменты времени в задаче в поперечном направлении присутствует гармоника  $n = 11$ , соответствующая начальному числу гармоник на КГ с длиной волны  $\lambda_x$  по  $x$ . Это объясняется тем, что наиболее благоприятные условия для роста имеют трехмерные возмущения с длиной волны  $\lambda_y$  по  $y$ , равной  $\lambda_x$ . Действительно, возмущение с длинами  $\lambda_x = \lambda_y = L/n$ , соответствует возмущению, близкому к всплывающей полусфере радиусом  $\lambda_x/4$ , имеющей присоединенную массу:

$$m = \frac{2\pi}{3} \left( \frac{\lambda_x}{4} \right)^3 \cdot \left( \frac{\rho_1 + \rho_2}{2} \right).$$

На нее действует сила Архимеда

$$\Phi = \frac{2\pi}{3} \left( \frac{\lambda_x}{4} \right)^3 \cdot (\rho_2 - \rho_1) \cdot g.$$

В итоге масса получает ускорение

$$a = \frac{\Phi}{m} = \frac{2(\rho_2 - \rho_1) \cdot g}{\rho_1 + \rho_2}. \quad (3.3)$$

В то же время случай двумерной гармоникой, то есть близкий к основному начальному возмущению, соответствует всплывающему цилиндру радиусом  $\lambda_x/4$ .

На нее соответственно действует аналогичная сила, которая вызывает ускорение

$$a_0 = \frac{\Phi_0}{m_0} = \frac{(\rho_2 - \rho_1) \cdot g}{\rho_1 + \rho_2}.$$

Оно оказывается вдвое меньше, чем для трехмерного пузыря. Последний случай соответствует  $\lambda_y/\lambda_x \rightarrow \infty$ . Естественно предполагать, что для  $\lambda_y > \lambda_x$  ускорение также будет меньше, чем (3.3).

Таким образом, в задаче быстрее всего будут расти трехмерные гармоники той же длины волны, что и  $\lambda_x$  по  $x$ . Именно поэтому в эксперименте через некоторое время в течении в направлении оси  $y$  появляются гармоники с длиной волны основного детерминированного возмущения. Это имеет место и в расчетах, в которых созданы условия для развития возмущений в поперечном направлении, а именно, в расчетах 5 и 6 с заданными начальными случайными малыми возмущениями КГ.

Отметим, что на вершине пузырей с течением времени появляются дополнительные струйки с  $\lambda_x/2$ . То же самое имеет место и для других радиусов, то есть имеем иерархический процесс для всех уровней дробления исходной струи  $\lambda_x/m$ , где  $m = 2, 4, 8, \dots$  При этом скорость роста 3D-пузырей одна и та же, независимо от радиуса пузыря, однако, по времени начало появления пузырей обратно пропорционально зависит от их размера. Поэтому амплитуды пузырей должны быть больше для более длинных волн.

На рис. 8б приводятся двумерные сечения из 3D-расчета 6. Они наглядно демонстрируют процесс развития возмущений в направлении  $y$ , видно, что с течением времени размеры возмущений в этом направлении увеличиваются и достигают начальных длин  $\lambda_x/2$  к моменту времени  $t = 3.5$  мс.

**3.2.4. Фурье-анализ течения.** Развитие неустойчивостей можно исследовать по фурье-анализу турбулентной энергии в направлениях  $x$  и  $y$ .

Далее исходим из массива величины скорости, усредненной по плоскостям  $yz$  и  $xz$ , то есть

$$\langle u_i \rangle(x) \equiv \langle u_i(x, y, z) \rangle|_{xz}, \quad \langle u_i \rangle(y) \equiv \langle u_i(x, y, z) \rangle|_{xz}.$$

Соответственно, введем турбулентную энергию

$$k(x) \equiv \sum_{y,z} m(y, z) \cdot \langle u_i - \langle u_i \rangle \rangle^2 / 2,$$

$$k(y) \equiv \sum_{x,z} m(x, z) \cdot \langle u_i - \langle u_i \rangle \rangle^2 / 2,$$

где  $m$  — масса ячейки, а значения  $z$  удовлетворяют условию  $0.01 \leq \alpha(z) \leq 0.99$ . Здесь  $\alpha$  — массовая концентрация легкого вещества.

На рис. 9 приводится фурье-спектр  $N_0(n)$  пульсаций турбулентной энергии  $k(x)$  и  $k(y)$  на различные моменты времени как функция числа длин волн  $n$  гармоники по направлению  $x$  и  $y$ , соответственно, на размере счетной области

$$N_0 = \varphi \cdot \varphi^k.$$

Здесь  $\varphi = \text{FFT}(k)$ , где FFT — быстрое фурье-преобразование,  $\varphi^k$  — комплексно-сопряженная величина. Фурье-спектры пульсаций турбулентной энергии дают возможность проанализировать развитие процесса роста возмущений и перемешивания при заданных дополнительных возмущениях КГ.

На все моменты времени в спектре присутствует 4–5 гармоник, кратные  $n = 11$ , соответствующей начальному числу гармоник на контактной границе с длиной волны  $\lambda_x$  по  $x$ . Ведущей гармоникой в начальный период времени ( $t = 0.5$  мс) является основная  $n = 11$  (см. рис. 9а). При этом видно, что все гармоники с вязкостью имеют меньшие амплитуды, то есть вязкость тормозит развитие возмущений, что естественно.

На  $t = 1.3$  мс по оси  $x$  имеются заметные гармоники  $n = 22$  и 33. Это происходит вследствие появления вторичных струек и развития сферических пузырей (см. выше) с такой же длиной волны. При этом видно, что все гармоники с вязкостью имеют меньшие амплитуды, т. е. вязкость все также тормозит развитие возмущений. Поперечные возмущения в основном носят хаотический характер, тем не менее, в спектре просматриваются гармоники, кратные  $n = 11$ . При этом возмущения по величине амплитуды принимают вид колокола.

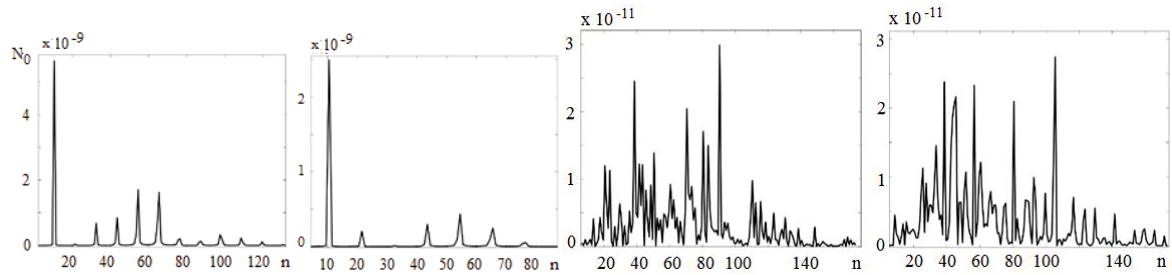
На  $t = 2.3$  мс по сечению  $x$  основная гармоника уже не является ведущей, остальные 3 гармоники имеют сравнимые амплитуды. В расчете с вязкостью амплитуды меньше в 3–4 раза. Поперечные возмущения в основном носят хаотический характер, при этом амплитуды возмущений в двух расчетах сравнимы.

На  $t = 3.5$  мс в расчете без вязкости по направлению  $x$  ведущей гармоникой стала  $n = 22$ , в то время как в расчете с вязкостью ведущая гармоника  $n = 11$ . Как и выше все гармоники с вязкостью имеют меньшие амплитуды, кроме  $n = 22$ , амплитуда которой практически одинакова с расчетом без вязкости.

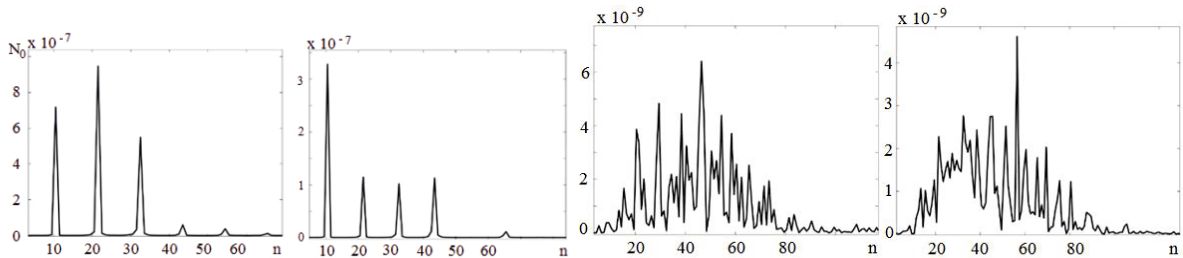
Исходя из фурье-анализа, картина течения представляется следующей. В начале в течении развиваются цилиндрические возмущения с длиной волны  $\lambda_x$ . Затем в течении начинают появляться гармоники, кратные исходной, сначала с длиной волны  $\lambda_x/2$ , далее  $\lambda_x/4$  и др. На фоне этих процессов развиваются сферические пузыри, вначале с радиусом  $\lambda_x/2$ , далее  $\lambda_x/4$  и т.д. Развитие именно таких пузырей обусловлено, как показано выше, их большей скоростью перед любыми другими возмущениями. В начальный момент мы имеем цилиндрические гармоники длиной  $\lambda_x$ , следовательно, наиболее возможным сферическим пузырем будет пузырь с такой же длиной волны, любая другая волна не будет сферической и, соответственно, будет иметь меньшую скорость роста. Дополнительные двумерные струйки порождают соответствующие сферические пузыри. Таким образом, в течении присутствуют всевозможные двумерные и трехмерные гармоники, которые проявляются спектром турбулентной энергии.

Вязкость, естественно, играет стабилизирующую роль для всех гармоник, но в особенности для мелкомасштабных. Поэтому на последние моменты времени в расчетах с вязкостью ведущей гармоникой остается исходная, в то время как в расчете без вязкости ведущей становится дополнительная гармоника.

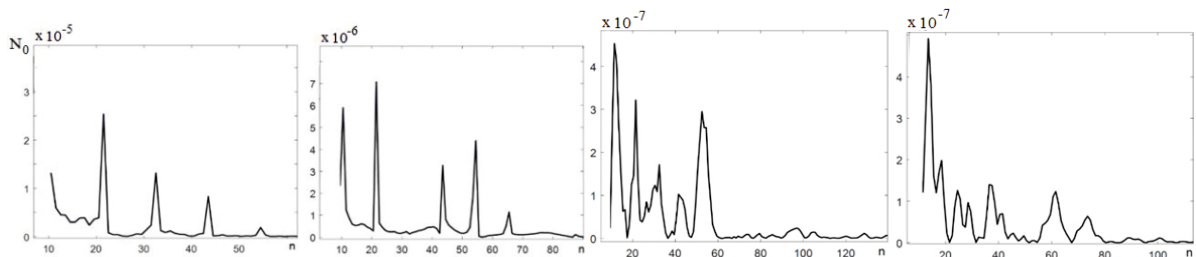
(а)



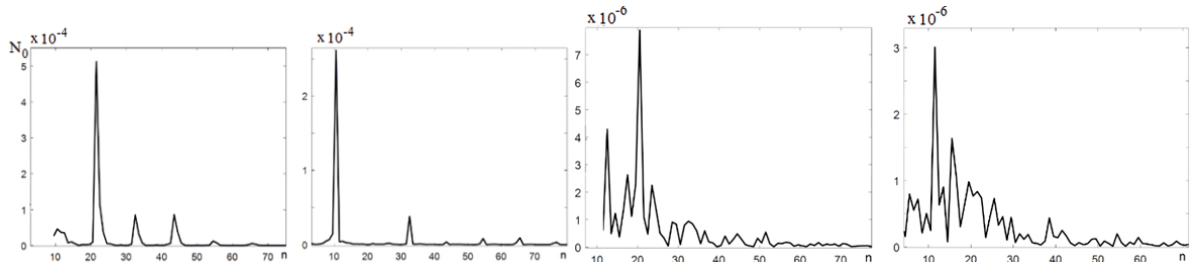
(б)



(в)



(г)



**Рис. 9.** Фурье-спектр пульсаций турбулентной энергии: (а)  $t = 0.5$ ; (б)  $t = 1.3$ ; (в)  $t = 2.3$ ; (г)  $t = 3.5$  мс; слева направо:  $k(x)$  расчет 5,  $k(x)$  расчет 6,  $k(y)$  расчет 5,  $k(y)$  расчет 6.

Наконец отметим, что в обоих расчетах имеет место увеличение со временем амплитуды Фурье максимальной в спектре гармоники, то есть, гармоники в целом растут. Этот анализ подтверждается также приведенными выше рисунками.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Проведены расчетно-экспериментальные исследования перехода в турбулентную стадию “чистых” периодических 2D-возмущений на поверхности жидкого слоя, ускоряемого сжатым газом, при неустойчивости Рэлея–Тейлора.

Теоретически показано, что наиболее неустойчивыми модами в этом случае будут сферические возмущения с радиусом, равным половине исходной длины волны возмущения. Поэтому через опре-

деленное время в течении проявляются именно такие возмущения, которые приводят к распаду 2D-возмущений на 3D с длинной волны, равной первоначальной.

В экспериментах получено, что время перехода неустойчивости в турбулентную стадию происходит при достижении интегрального числа Рейнольдса значения  $Re = 1.3 \cdot 10^6$ , что согласуется с временем, полученным в расчетах по критерию достижения степени гомогенности значения 0.2.

Результаты численного моделирования ширины зоны турбулентного перемешивания удовлетворительно согласуются с экспериментальными данными.

### ФИНАНСИРОВАНИЕ

Работа выполнена в рамках научной программы Национального центра физики и математики по Государственному контракту № Н.4ц.241.4Д.23.1085.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Taylor G.I.* The instability of liquid surfaces when accelerated in a direction perpendicular to their planes. I. // *Proc. Roy. Soc. A.* 1950. V. 201. P. 192–196.
2. *Richtmyer R.D.* Taylor instability in shock acceleration of compressible fluids // *Commun. Pure Appl. Math.* 1960. V. 13. № 2. P. 297–319.
3. *Мешков Е.Е.* Неустойчивость границы раздела двух газов, ускоряемой ударной волной. *Изв. АН СССР. МЖГ.* 1969. № 5. С. 151–158.
4. *Helmholtz H.L.F.* Uber discontinuirlisch Flussigkeits-Bewegungen // *Monatsberische Konigl. Preus. Akad. Wiss.* Berlin. 1868. V. 23. P. 215–228.
5. *Брагин М.Д., Гуськов С.Ю., Змитренко Н.В., Кучугов П.А. и др.* Экспериментальное и численное исследование динамики развития неустойчивости Рэлея–Тейлора при числах Атвуда, близких к единице // *Матем. моделир.* 2023. Т. 35. № 1. С. 5982.
6. *Невмержицкий Н.В.* Гидродинамические неустойчивости и турбулентное перемешивание веществ. Лабораторное моделирование. / Под ред. д.т.н. А.Л. Михайлова. Саров: ФГУП “РФЯЦ-ВНИИЭФ”. 2018. 246 с.
7. *Янилкин Ю.В., Беляев С.П., Бондаренко Ю.А., Гаврилова Е.С., Гончаров Е.А., Горбенко А.Д., Городничев А.В., Губков Е.В., Гужова А.Р., Дегтяренко Л.И., Журова Г.В., Колобянин В.Ю., Софронов В.Н., Стадник А.Л., Ховрин Н.А., Чернышова О.Н., Чистякова И.Н., Шемяков В.Н.* Эйлеровы численные методики ЭГАЗ и ТРЭК для моделирования многомерных течений многокомпонентной среды // *Тр. РФЯЦ-ВНИИЭФ.* 2008. Вып. 12. С. 54–65.
8. *Linden P.F., Redondo J.M., Youngs D.L.* Molecular mixing in Rayleigh–Taylor instability // *J. Fluid Mech.* 1994. V. 265. P. 97–124.
9. *Dimonte G., Youngs D. L., Dimits A. et al.* A comparative study of the turbulent Rayleigh–Teylor instability using high-resolution three-dimensonal numerical simulations: The Alpha-Group collaboration // *Phys. Fluids.* 2004. V. 16. N. 5. P. 1668–1693.

# NUMERICAL AND EXPERIMENTAL INVESTIGATION OF THE DEVELOPMENT OF TWO-DIMENSIONAL DISTURBANCES IN THE CASE OF RAYLEIGH–TAYLOR INSTABILITY AND TRANSITION TO TURBULENCE

E. V. Bodrov<sup>a</sup>, D. O. Kochetkov<sup>a</sup>, B. V. Levkina<sup>a,\*</sup>, N. V. Nevmerzhitskii<sup>a,\*\*</sup>, V. P. Statsenko<sup>a</sup>,  
Yu. V. Tretyachenko<sup>a</sup>, I. R. Farin<sup>a</sup> and Yu. V. Yanilkin<sup>a</sup>

<sup>a</sup>*Russian Federal Nuclear Center – All-Russian Science and Research Institute of Experimental Physics,  
Sarov, Russia*

*\*e-mail: EVLevkina@vniief.ru*

*\*\*e-mail: postmaster@ifv.vniief.ru*

**Abstract**—The results of experimental and numerical investigations of the development of two-dimensional deterministic disturbances in the case of Rayleigh–Taylor instability and transition to turbulence on the gas–liquid interface are presented. The experiments were performed on a light-gas gun. Disturbances at the interface were produced by means of gun oscillations using a special device. The disturbance wavelength varied from 5.4 to 8.8 mm, their amplitude from 0.3 to 0.4 mm, and the liquid layer acceleration from 5.2 to 18.8 mm/ms<sup>2</sup>. Water was used as a fluid and compressed air as a gas. The experimental data on the disturbance transition to the turbulent stage are obtained. The experiments are accompanied by the numerical modeling using the EGAK code. The criteria of instability transition to the turbulent stage are proposed.

**Keywords:** initial disturbances, Rayleigh–Taylor instability, turbulent mixing, vibrational setup, turbulent stage, numerical modeling